

**T.C.  
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANABİLİM DALI**



**DOĞAL POLİMORFOLOJİK YAPILARIN ÖLÇEKLEME  
YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MÜNEVVER HASRET DOĞAN**

**BALIKESİR, HAZİRAN - 2019**

**T.C.  
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANABİLİM DALI**



**DOĞAL POLİMORFOLOJİK YAPILARIN ÖLÇEKLEME  
YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**MÜNEVVER HASRET DOĞAN**

**Jüri Üyeleri: Prof. Dr. Mehmet BAYIRLI (Tez Danışmanı)**

**Doç. Dr. Hamza Yaşar OCAK**

**Prof. Dr. İlhan GÜLGÖNÜL**

**BALIKESİR, HAZİRAN - 2019**

## KABUL VE ONAY SAYFASI

Münevver Hasret DOĞAN tarafından hazırlanan "DOĞAL POLİMORFOLOJİK YAPILARIN ÖLÇEKLEME YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ" adlı tez çalışmasının savunma sınavı 18.06.2019 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği ile Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı Fizik Eğitimi Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Danışman

Prof. Dr. Mehmet BAYIRLI

M. Bayırlı

Üye

Doç. Dr. Hamza Yaşar OCAK

H. Ocağ

Üye

Prof. Dr. İlhan GÜLGÖNÜL

I. Gülgönül

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Prof. Dr. Necati ÖZDEMİR

.....

## ÖZET

### DOĞAL POLİMORFOLOJİK YAPILARIN ÖLÇEKLEME YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MÜNEVVER HASRET DOĞAN

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

(TEZ DANIŞMANI: PROF.DR. MEHMET BAYIRLI)

BALIKESİR, HAZİRAN - 2019

Jeolojik doğal kalsedon taşı yüzeyinde mangan katı fazı depozitleri polimorfolojik açıdan benzersiz geometrik şekillere sahiptir. Depozitlerin yapısal özellikleri doğal yüzeyde oluşan gözenek, örgü kusurları ve çatlakların geometrisi ile ilişkilidir. Bu çalışmada, numune yüzeyi görüntü işleme yöntemi kullanılarak istatistiksel şekil ve ölçekleme parametreleri incelendi. Fraktal görünümlü depozitlerin yüzeysel parçacık yapışma oranı, topolojik (fraktal) boyut, çevre-alan ilişkisini belirleyen kritik üs değerleri hesaplandı. Fraktal boyut değeri ile kaplama oranı arasında ilişki, lineer olmayan regresyon yöntemi ile hesaplanan ve polinom fonksiyon olarak tanımlanabilen lineer olmayan nümerik model önerildi. Ayrıca depozit büyüklüğü ve kaplama oranı arasındaki ilişkiyi üstel büyüme fonksiyonu ile tanımlanabileceği belirlendi. Sonuçlar literatürdeki doğal ve benzer farklı depozit türleri ve bunları tanımlama için önerilen büyüme modelleri ile karşılaştırıldı.

**ANAHTAR KELİMELELER:** Fraktal geometri, sayısal işlemler, mangan katı faz geçişleri, kalsedon, ölçekleme teorisi.

## **ABSTRACT**

### **ANALYSIS OF NATURAL POLYMORPHOLOGICAL STRUCTURES WITH SCALING METHOD**

**MSC THESIS**

**MÜNEVVER HASRET DOĞAN**

**BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE**

**PHYSICS**

**(SUPERVISOR:PROF.DR. MEHMET BAYIRLI)**

**BALIKESİR, JUNE 2019**

Manganese solid phase deposits on the geological natural chalcedony stone have poly morphological unique geometric shapes. The structural properties of deposits are related to the pore, knitting defects and the geometry of the cracks on the natural surface. In this study, statistical shape and scaling parameters were examined by using sample surface image processing method. The superficial particle adhesion rate, topological (fractal) dimension, and the environment-area relation-determining critical base values of fractal-looking deposits were calculated. The relationship between fractal size and plating ratio was suggested by the non-linear regression method and the non-linear numerical model, which can be defined as polynomial function, was proposed. In addition, it was determined that the relationship between deposit size and coating ratio can be defined by the exponential growth function. The results were compared with the natural and similar different types of deposits in the literature and the proposed growth models for their identification.

**KEYWORDS:** Fractal geometry, numerical operations, manganese solid phase transitions, chalcedony, scaling theory.

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iii</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	<b>iv</b>
<b>TABLO LİSTESİ</b> .....	<b>v</b>
<b>SEMBOL LİSTESİ</b> .....	<b>vi</b>
<b>ÖNSÖZ</b> .....	<b>vii</b>
<b>1. GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2. TEORİK BİLGİLER</b> .....	<b>4</b>
2.1 Ölçkleme Teorisi.....	4
2.2 Tamsayı Olmayan Fraktal Boyut .....	6
2.2.1 Genelleştirilmiş Tek Fraktal Geometrik Ölçüm.....	9
2.2.2 Fraktal Geometrik Değişmezlik Kuralları (Evensellik).....	11
2.3 Fraktal Boyut için Kutu Sayma Metodu .....	12
2.4 Şekil Parametreleri.....	13
2.4.1 Diverjans Oranı (Iraksama Oranı).....	13
2.4.2 Alan- Çevre İlişkisi ve Fraktal Boyut $D_2$ 'nin Tahmini .....	14
2.5 Literatürdeki Parçacık Kümeleşmesi ile İlgili Modeller.....	14
2.6 En Küçük Kareler Yöntemi .....	16
<b>3. MATERYAL VE METOT</b> .....	<b>20</b>
<b>4. BULGULAR VE TARTIŞMA</b> .....	<b>22</b>
4.1 Ölçkleme Parametreleri.....	22
4.2 Literatürdeki Tanımlı Modellerle Kalseduan Yüzeyi Depozitlerinin Karşılaştırılması .....	36
<b>5. SONUÇ VE ÖNERİLER</b> .....	<b>43</b>
<b>6. KAYNAKLAR</b> .....	<b>44</b>

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

- Şekil 2.1:** En temel fraktal örneklerinden Sierpinski gasket ve oluşum adımları.....5
- Şekil 2.2:** Bir boyutlu A alanını ve  $D=1, 2, 3$  için  $u_D$  farklı değerli birim değerlerinde  $M_D(\delta)$  hesaplanması. ....9
- Şekil 2.3:** İki fraktalın yapısal elementlerini ve ortalama geometrik birimlerini gösteren dallanan fraktal örneği a-) Kendine benzer matematiksel fraktal, b-) İstatistiksel kendine benzer fiziksel fraktal temsili.....11
- Şekil 4.1:** A, Jeolojik kalsedon kayacı ve yüzeyde bulunan depozitlerin görüntüsü. B, Görüntü işleme ile elde edilen depozitlerin daha net görüntüsü. C, B deki görüntünün BMP formatlı görüntüsü. Depozitler görüntü üzerindeki siyah renkli bölgelerdir. Beyaz olan bölgeler ise doğal kalsedon kayacının üst yüzeyini göstermektedir.....26
- Şekil 4.2:** Tipik Kalsedon kayacı yüzeyinden depozit dağılımına göre seçilen dört farklı bölgele ve BMP formatındaki görüntüleri. Bunlar K-1, K-2, K-3 ve K-4 olarak isimlendirilmiştir.....27
- Şekil 4.3:** a-) Şekil.4.2’de K-1 olarak gösterilen örnekteki depozitlerin çevre-alan ilişkisini gösterilen diyagram. b-) Tipik Kalsedon yüzeylerinden K-1 örneğine ait  $\log P(\delta)-\log A(\delta)$  verilerinin grafiği.....28
- Şekil 4.4:** A-) Şekil.4.2 de gösterilen K-1, BMP formatındaki görüntülerin fraktal boyut grafiği. B-) Tipik Kalsedon yüzeylerinden  $D_2$ ’ye ait  $\log N(\delta)-\log (\delta)$  verilerinin grafiği.....29
- Şekil 4.5:** Kaplama oranı ile fraktal boyut değeri arasındaki ilişki ve üzerinde lineer olmayan regresyon ile hesaplanan 3. dereceden polinom eğrisi gösterilmiştir.....31
- Şekil 4.6:** Ortalama depozit büyüklüğü ile kaplama oranı değeri arasındaki ilişkiyi gösteren diyagram. ....32
- Şekil 4.7:** Kalsedon taşı üzerinden alınan yüzeyler ve BMP formatında görüntüleri.....33
- Şekil 4.8:** Eden Modeli ile tanımlanabilen kalsedon yüzeyi depozit görüntüleri. EM-L ile gösterilen depozit görüntüsü literatürde Eden Modeli algoritması kullanılarak bilgisayar yardımı ile üretilen temsili depozit görüntüsü.....36
- Şekil 4.9:** Reaksiyonla sınırlı kümeleşme modeli ile tanımlanabilen bazı kalsedon yüzeyi depozitlerinin görüntüleri.....37
- Şekil 4.10:** Dallanarak Büyüme modeli ile tanımlanabilen bazı kalsedon yüzeyi depozitlerinin görüntüleri.....38
- Şekil 4.11:** Difüzyon ile Sınırlı Kümeleşme modeli ile tanımlanabilen bazı kalsedon yüzeyi depozitlerinin görüntüleri.....39
- Şekil 4.12:** A, Yoğunluk korelasyon fonksiyonunun örgü boyutuna bağlı değişimi.....40

## TABLO LİSTESİ

### Sayfa

<b>Tablo 4.1:</b> Kalsedon yüzeyi depozitlerine ait istatistiksel şekil parametre değeri.....	30
<b>Tablo 4.2:</b> Kalsedon yüzeyi depozitlerine ait geometrik parametre değerleri.....	33
<b>Tablo 4.3:</b> Doğal bazı jeolojik oluşumlar ve yüzeylerinde oluşan depozitlerin yoğunluk korelasyon fonksiyon kritik üs ve fraktal boyut değerleri numune ismine ek olarak literatür kaynak numaraları verilmiştir.....	41



## SEMBOL LİSTESİ

<b>T</b>	: Periyot
<b>A</b>	: Ölçekleme yasasına göre kritik üs değeri
<b>A</b>	: Boşluk
<b>A<sub>0</sub></b>	: En geniş boşluk
<b>N</b>	: Dolu piksel sayısı
<b>r</b>	: Yarı çap
<b>d</b>	: Euclidean boyut
<b>D</b>	: Fraktal boyut
<b>L<sub>0</sub></b>	: Fraktalın açık doğrusal genişlemesini karakterize eden en küçük birim
<b>M<sub>D</sub></b>	: Genelleştirilmiş ölçüm değeri
<b>N(<math>\delta</math>)</b>	: Tüm fraktal objeleri kaplamak için olası mümkün karelerin sayısı
<b><math>\epsilon</math></b>	: Bir pikselin kenar uzunluğu
<b><math>\rho</math></b>	: İraksama oranı
<b>R</b>	: Regresyon katsayısı
<b><math>\phi</math></b>	: Kaplama oranı
<b>C(r)</b>	: Yoğunluk korelasyon fonksiyonu
<b><math>\rho(r)</math></b>	: r (x,y) konumundaki parçacık yoğunluğu
<b><math>\delta</math></b>	: Uyarlanmış piksel değeri
<b>BMP</b>	: (Bitmap) Herhangi bir sıkıştırma yapmadan resmin özelliklerini tutan bir resim dosya biçimidir.

## ÖNSÖZ

“Doğal Polimorfolojik Yapıların Ölçekleme Yöntemiyle İncelenmesi” başlıklı yüksek lisans tez çalışmasının gerçekleşmesini sağlayan ve çalışmanın her aşamasındaki katkılarından dolayı danışman hocam Prof.Dr.Mehmet BAYIRLI’ ya çok teşekkür ederim.

# 1. GİRİŞ

Doğadaki anorganik maddelerin geometrik desen oluşumları depozit veya matematiksel olarak “fraktal” olarak tanımlanır. Fraktal geometri kullanılarak morfolojik özelliklerini tanımlayan parametreler belirlenebilir [1-3]. Bunlar desen olarak deniz kıyısı benzeri, sıvıların türbülansı esnasında oluşturduğu desen, eklemli yapılardaki pürüzlük, çatlaklı yüzey dolguları, kaya ve kayaç yüzeyi gibi birçok yapılar sayılabilir. Eğer bir oluşum yeteri kadar küçük ölçekte tanımlanabiliyorsa hiçbir fraktal ve fraktal karakteristiklerini göstermez [1-2]. Ancak, doğal depozitler ölçeğin oldukça büyük değerleri için fraktala benzeyebilir. Bu koşullarda fraktal olarak kabul edilebilir. Doğada gerçek doğru ya da daireler veya fraktal yoktur [1]. Buna rağmen fraktal ve fraktal yapıyı açıklamak için kullanılan modeller gerçek jeolojik depozit yapılarını tanımlamak için en iyi yaklaşım olabilir [1-4].

Jeolojik doğal oluşumlardan biri de amorf kalsedon kayacı olup yüzeyinde poli morfolojik ikincil fraktal türü oluşumlar vardır . Bu oluşumlar literatürde “mangan dendrit” olarak tanımlanır [4, 5]. Oluşum mekanizmaları ile ilgili birçok hipotez vardır. Sediment sıvı içindeki mangan ve demir içerikli sıvıların, doğal kayaç veya yapıların üzerindeki ortamın fiziksel ve kimyasal koşulların etkisiyle çökelerek birikinti oluştururlar. Ayrıca genel anlamda bu yapılar “depozit” kavramı kullanılır [5]. Bunlar yüzeyde leke şeklinde birbirinden bağımsız veya eklemli farklı morfolojik yapılar olarak gözlenir. Oluşum ortamının fiziksel, kimyasal ve jeolojik koşulları ve oluşum yüzeyi yapısının değişiminden dolayı farklı makro morfoloji özellikli yapılar ile sonuçlanır [3-6]. Absorbe edilen mangan molekülleri ve absorbe eden alt yüzey arasındaki birinci çekici kuvvet, dispersiyon kuvveti olarak tanımlanır ve moleküller arası iç etkileşmelere göre oldukça zayıftır [1-8]. Alt tabaka üzerinde absorbe edilen moleküllerin kümeleşmesi veya farklı morfolojik yapı oluşturması moleküllerin deposizyon hızı, büyüme sıcaklığı, alt tabakanın yüzey özellikleri, sediment sıvının konsantrasyonu ve moleküllerin temel yapısından etkilenir [7-8]. Bunun üzerindeki ikincil depozitler kahverenginden siyaha yada sönümlü siyaha dönüşen “dendrit” olarak tanımlanan ağaç ya da eğrelti otuna benzemesi ile kolay gözlenebilen bir yapıdadır. Ancak dallanan dendritler amorf kalsedon yüzeyinde hem

yüzeysel hem de hacimsel olarak rastgele büyüme özelliği gösterir. Depozitlerin bulunduğu yüzeyler anizotropik yapıdadır [5]. Üzerinde ve iç bölgelerde siyah (MnO) ve bazen kırmızı (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) kısmen simetrik geometrik şekillerden dolayı işlenerek süs taşı olarak kullanılmaktadır.

Mangan depozitleri jeofizikte oldukça dikkat çekici poli morfolojik yapılarıdır. Günümüze kadar bu yapıların oluşum mekanizmalarını tanımlamak için deneysel, simülasyon ve nümerik bir çok çalışma yapılmıştır. Potter ve arkadaşları mineralojik tekniklerle incelemişlerdir. Oluşum mekanizmaları ile ilgili çevre koşullarının depozisyon etkini tetiklediğini ve depozitlerin oluştuğunu hipotezini önermişlerdir [9]. Garzia ve arkadaşları ağaç benzeri yapıları deneysel olarak gözlemlemişlerdir [10]. Xu ve arkadaşları yüksek çözünürlüklü elektron mikroskobu kullanarak incelemişler ve her ne kadar morfolojik açıdan bezer yapıda olsalar da kristal iç yapının birbirinden farklı olduğunu gözlemlemişlerdir [11]. Simülasyon çalışması olarak Chopard ve arkadaşları ağaç bezeri depozitlerin reaksiyonla sınırlı kümeleşme olarak tanımlamışlar ve aynı isimde temsili depozitlerin makro morfolojik görüntüsünü üretebilen bir bilgisayar modeli önermişlerdir [12]. Ng ve arkadaşları quartz yüzeyi mangan depozitlerinin yapısını nümerik ve görüntü işleme yöntemi ile incelemişlerdir [13]. Bayırlı ve Özbey bir çalışmalarında depozitlerin difüzyonla sınırlı bir davranış olduğunu dolayısıyla difüzyonla sınırlı literatürde sunulan model ile açıklanabileceğini belirtmişlerdir [14]. Ayrıca bazı nümerik analiz yöntemleri kullanarak makro morfolojik yapıları belirleyen temel istatistiksel parametre değerlerini sunmuşlardır [14-19]. Ancak kalsedon yüzeyi üzerinde oluşan ikincil depozitlerin geometrik özelliklerini belirleyen temel parametre hesaplaması ile ilgili bir çalışma günümüze kadar yapılmamıştır. Bu tez çalışması, söz konusu amaç için yapılmıştır.

Doğal ve deneysel depozit makro morfolojisini incelemek ve oluşum mekanizmalarını tartışmak istatistiksel fizik açısından önemlidir. Bu amaçla günümüze kadar birçok büyüme (oluşum) modellertanımlanmıştır. Bunlar Eden modeli (EM) [1-3, 20], reaksiyonla sınırlı kümeleşme (reaction limited aggregation (RLA)) [1-3], Yoğun dallanmış (Dense branches aggregation model (DB)) [1-3] ve difüzyonla sınırlı kümeleşme (diffusion limited aggregation (DLA)) [1-3,21, 22] olarak literatüre önerilmiştir.

Bu tez çalışmasında, istatistiksel fizik açısından kalsedon kayacı yüzeyinde oluşan ikincil depozitlerin temel morfolojisini tanımlamak ve büyüme mekanizmalarını tartışmak için şekil parametreleri görüntü işleme yöntemi kullanılarak ölçekleme teorisine göre incelendi. Bu amaç ile doğal kalsedon görüntüleri elde edilerek bilgisayar ortamına taşındı. Ölçeklenerek temel parametreleri hesaplanmakta ve sonuçlar literatürdeki değerler ile karşılaştırıldı. Ayrıca kalsedon yüzeyinde oluşmuş birbirinden bağımsız morfolojik depozitlerin literatürdeki hangi büyüme modelleri ile temsilleri tanımlanabileceği incelendi. Mangan depozitlerini kategorize etmek için referans olarak yoğunluk korelasyon üs ve fraktal boyut değeri kullanıldı. Bu çalışma metodolojik açıdan jeolojik kayaç yüzeyleri tanımlama üzerinde çalışan bilim insanlarına özellikle yüzeylerindeki gözenek ve çatlakları belirlemede metodolojik veya karşılaştırma için yardımcı olabilir.

## 2. TEORİK BİLGİLER

### 2.1 Ölçekleme teorisi

Fiziksel olayı belirleyen bağımlı ve bağımsız değişkenin birbiri ile kıyaslanması ölçekleme yasası ile belirlenebilir. Ölçekleme yasasının kesin bir tanımı yoktur. Ancak, en basit şekilde, bir fiziksel niceliğin değeri, bir ya da birden çok parametreye bağlı olmasıdır. Bir bilinen örnek Kepler'in 3. yasasıdır. Buna göre;

$$T \sim a^{\frac{3}{2}} \quad (2.1)$$

denklemini yazılabilir. Bu denklemde T, bir gezegenin yörüngesindeki periyodu ve a ise eliptik yörüngeye ait büyük eksenin yarısıdır. " $\sim$ " sembolü "ölçekleme olarak" ya da "orantılıdır" ifadesi ile tanımlanır ve diğer sistemle ilgili parametreler sabitlenmiştir.

Son zamanlarda, istatistik fizikçiler denklem (2.1) deki gibi üstel yasa (power-law) ölçeği konusuna odaklanmışlardır. Ölçekleme yasalarının fiziğin bütün alanlarında dikkate değer bir şekilde kullanımı artmaktadır. Ayrıca "evrensel üslü" ölçekleme yasalarının, fraktal olarak tanımlanan sistemlerde kullanımı artmaktadır [23]. Eğer herhangi bir parçası sistemin bütününe benziyorsa, karmaşık sistemin kendine benzer (self-similar) şekillerde dikkate alınmaz. Bunlar gerçek ideal geometrik sistemlerde olup kendine benzer yapıdadır. Ancak fiziksel sistemlerde, tamamen kendine benzerlik çok nadir olarak karşılaşıyor [21]. Fizikte tipik özelliklerden biri, istatistiksel kendine benzerlikle ilgilidir. Fakat tamamen fraktalın pedagojik ve nadir olarak rastlanan üslerin artışını göstermek için kullanışlı olabilir. Bir örnek aşağıda sunulmaktadır.

Fraktal olarak tanımlanan Sierpinski Gasket'lerde boşluk (holl) büyüklüğünün dağılımı düşünülebilir. Bu ideal bir fraktal olarak eşkenar üçgen alınır. Kenarlarının orta noktaları birleştirilerek yeni üçgenler elde edilir. Böylece aynı işleme, sonsuza

kadar devam edilir. Her bir işlem bir adım olarak tanımlanabilir. İşlem adımı  $k$  ile gösterilirse ve  $A_0$  en geniş boşluk olmak üzere  $k=0, 1, 2, \dots$  adımları için

$$A = \left(\frac{1}{4}\right)^k A_0 \quad (2.2)$$

değerli  $A$  alanına sahip olan boşlukların sayısı  $N = 3^k$  bağıntısı ile tanımlanabilir. Denklem (2.2)'deki  $k$  değeri için düzenleme yapıldığında, boşlukların dağılımı aşağıda gösterilen bir ölçekleme yasası ile belirlenebilir. Buna göre,  $\alpha = \frac{\log 3}{\log 4}$  değerli olmak üzere boşlukların sayısı;

$$N \sim \left(\frac{A}{A_0}\right)^{-\alpha} \quad (2.3)$$

bağıntısı yazılabilir [1, 2].

Yukarıda tanımlanan Sierpinski Gasket sistemindeki üçgen boşluk oluşturma adımları Şekil 2.1'de gösterilmiştir.



**Şekil 2.1:** En temel fraktal örneklerinden Sierpinski gasket ve oluşturma adımları.

Diğer basit bir yaklaşımda, buruşturulmuş kâğıt folyonun davranışı da ölçekleme yasası ile belirlenebilir. Eğer buruşturulmuş kâğıt top homojen yoğunluğa sahip olağan obje ise buruşturulmuş kâğıdın yarıçapı, buruşturulmadan önceki kare kâğıdın bir kenar uzunluğu  $L^\alpha$  ile orantılıdır. Burada  $\alpha$  ölçekleme yasasına göre kritik üs (Critical exponent) değeridir. Buna göre yarıçap kenar boyutu arasındaki ilişki

$$r \propto L^\alpha \quad (2.4)$$

bağıntısı ile tanımlanabilir. Deneysel çalışmalarda  $\alpha = 0,80$ , teorik çalışmada ise yaklaşık  $\alpha = 2/3$  değeri literatürde sunulmuştur [1-3, 24].

## 2.2 Tamsayı Olmayan Fraktal Boyut

Fiziksel oluşum deseni yapısının her bir birim parçası bütüne benzerlik göstermesi fraktalın temel karakteristiğini oluşturur. Genel olarak “fraktal” terimi kırılmış ya da parçalanmış anlamına gelen Latince "fractus" sözcüğünden türetilmiştir. Ağaçların dalları, nehirlerin ayrımı, kar tanelerinin şekli doğada bulunan fraktal örneklerindedir. Fraktal kavramı Türkçede “örüntü” olarak tanımlanmakta ve karmaşık gözüken bir sistemi önceki veya sonraki adımına bakarak nümerik olarak çözümlenebilmemize olanak sağlar.

Kendine benzerlik (self-affine) ve tamsayı olmayan (non-integer) uzay boyutlu olguları ile birlikte fraktal geometri, istatistiksel mekanik, özellikle görünürde rastgele özelliklerden gerçekleşen fiziksel sistemlerin incelenmesinde giderek daha yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Gökada kümelerinin evrendeki dağılımının saptanması, akışkan burgaçlaşmalarına ilişkin problemleri ve rastgele yürüyüş temelli fiziksel olayların çözülmesinde fraktal benzetimlerden (simülasyon) yararlanılmaktadır. Fraktal geometri bilgisayar algoritmaları grafiklerin tanımlanmasında yararlı olmaktadır. Fraktal algoritma ise, engebeli dağlık araziler ya da ağaçların karışık dal sistemleri gibi karmaşık, çok düzensiz doğal yapıların gerçektekine benzer görüntülerinin oluşturulabilmesini olanaklı kılmıştır [1-3, 25].

Bir obje, Euclidean boyutun  $d=2, 3$  olduğu yerde  $D$  ile gösterilen fraktal boyut ( $d \leq D \leq d + 1$ ) değerine sahiptir. Böylece bir fraktal obje için;

$$F(\epsilon L_0) = \epsilon^{-D} F(L_0) \quad (2.5)$$

bağıntısı tanımlanabilir. Burada  $L_0$  fraktalın açık doğrusal genişlemeyi karakterize eden görüntülenmiş ayarlanabilmiş en küçük birimi ve  $F(L_0)$ , uzunluk, yüzey alanı, pürüzlülük ve hacim vb. gibi ölçekleme yasalarını takibiyle hesaplanan



fonksiyondur. Limit durumunda tamsayı (iteger) olan veya bir çok durumda tam sayı olmayan homojenliği tanımlayan kritik üs hesaplanabilir ve fraktal boyut değeri olarak tanımlanır. Fiziksel oluşum özelliklerin bir fonksiyonudur. Bu fonksiyonlar uzayın boyutlanmasına bağlıdır. Bu yüzden fraktallar için homojenlik derecesi  $n$ , objelerin fraktal boyutu (tamsayı değil) olur. Buradaε keyfi değiştirilebilir ölçek üzerinden toplamdır.

Fraktal boyutun bu tanımını referans olarak çözümü;

$$\varepsilon^{-D} = \frac{F(\Sigma L_0)}{F(L_0)} \quad (2.6)$$

bağıntısı ve logaritmaları alınarak;

$$D = \frac{\ln\left[\frac{F(\Sigma L_0)}{F(L_0)}\right]}{\ln(t)} \quad (2.7)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir. Geometrik bakış açısından, bir fraktal bir tam sayı Euclidean boyuttan küçük ya da eşit olmak zorundadır, yani  $D = d + 1$ . Tam sayı olmayan fraktal boyut  $D$ , bazı başarısız kurallara uyan fraktal çekirdekten görüntünün oluşma kurallarından dolayı ortaya çıkar. Görüntünün içindeki boşluklar, şekillenmiş fraktalı oluşturan çekirdeklerin bütün yapısını tanımlamak için kullanılabilir [1-3].

Ayrıca, noktalarla doldurulmuş uzay oranlı bir fraktal için ölçek dönüşüm değışmeliği vardır. Buna göre;

$$P(L_0) = \frac{F(\lambda L_0)}{F(L_0)} = \frac{1}{N(L_0)} \quad (2.8)$$

bağıntısı yazılabilir. Böylece;

$$\varepsilon^D = P(L_0) \text{ veya } (L_0) = \varepsilon^{-D} \quad (2.9)$$

bağıntısı ile tanımlanabilir. Burada  $P(L_0)$ , fraktal obje içinde noktaları bulmak için bir olasılık ölçümüdür.

Böylece, doğal logaritması alınarak fraktal boyut aşağıda tanımlanan denklem ile çözülebilir. Buna göre;

$$D = \frac{\ln N(L_0)}{\ln(\frac{1}{L_0})} \quad (2.10)$$

denklemini yazılabilir. Burada D fraktal boyut değeridir. Genelde fraktal boyutu nümerik hesaplamak için en küçük kareler yöntemi ve özel geliştirilmiş bilgisayar programları kullanılır. [26, 28].

Eğer, bir fraktal objenin boşlukları ölçeklenmek isteniyorsa, orijinal fraktalın bulunduğu Euclidian uzayı temsil eden boyut değerinden daha küçük bir değeri ifadesi olan bu yeni ilave boyutu fraktal boyutla ilişkilendirildiği gözlenir[1, 2].

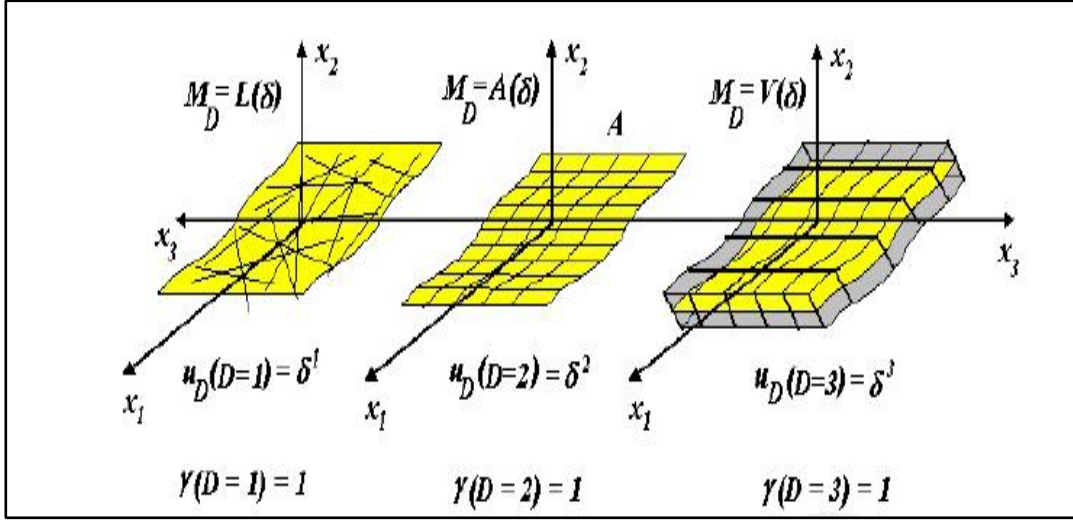
### 2.2.1 Genelleştirilmiş Tek Fraktal Geometrik Ölçüm

Herhangi bir fiziksel desende genel geometrik bir ölçüm işleminin nasıl yapıldığı basit olarak tanımlanabilir. Euclidean ölçüm durumundakine benzer şekilde ölçüm işlemleri aşağıda tanımlanacağı gibi Hausdroff-Besicovitch boyut kavramı kullanılarak genelleştirilir.

Bir geometrik obje,  $\delta$  maksimum  $\alpha$ -boyutlu ayarlanabilir birim uzunluk ve  $\alpha$  pozitif gerçekteki sayı değeri olduğu yerde  $\delta_k$  ve  $\delta_k \leq \delta$  genişlemeli geometrik birimler  $u_D$  ve  $\alpha$ -boyutu ile tanımlanır. Niceliğin tanımlanması ile

$$M_D(\alpha, \delta, \{\delta_k\}) = \sum_k \delta_k^\alpha \quad (2.11)$$

bağıntısı yazılabilir.



Şekil 2.2: Bir boyutlu A alanını ve  $D=1, 2, 3$  için  $u_D$  farklı değerli birim değerlerinde  $M_D(\delta)$  hesaplanması.

Bütün kümedeki parçacık sayıları seçilerek bu toplam basitleştirilir. Yani;

$$M_D(\alpha, \delta) = \inf\{\delta_k\} \sum_k \delta_k^\alpha \quad (2.12)$$

bağıntısı yazılabilir. (2.12) denklemindeki toplamın olası en küçük değeri, ölçüm değerinin en iyi değerli ayarlanabilir değeri elde etmek için hesaplanır. Sonuç olarak  $\delta$  değerinin limiti sıfıra giderken alındığında ( $\delta \rightarrow 0$ ) aşağıdaki denklemle tanımlanabilir. Buna göre;

$$M_D(\alpha) = \lim_{\delta \rightarrow 0} M_D(\alpha, \delta) \quad (2.13)$$

bağıntısı ile ifade edilebilir.  $M_D(\alpha)$  fonksiyonu için açıklama bir objenin Euclidean ölçümü için bir fonksiyona benzerdir. Yani  $\alpha$  boyutlu birimlerle ölçülen kümenin geometrik genişletilmesini (uzunluk, alan, hacim vs) temsil eder. Her ne kadar boyutta tam sayı olduğu yerdeki kullanışlı tanım olursa, gözlenebilirliğini belirlemek etmek o kadar kolay olur. Örnek olarak sınırlı boyutun yüzeyi için  $M_D(\alpha)$  nın çözümünde  $D = 2$  durumu vardır. Buna göre;

(i) Küçük doğru adımları ile bir düzlemin "uzunluk" ölçümünde  $\alpha = 1 < D = 2$  için herhangi bir sonuç  $M_D = \infty$  'dur. Çünkü düzlem bir sonsuz uzunluğa sahiptir ya da düzlem içinde uzunluk adımlarının sonsuz sayısı vardır.

ii) Küçük karenin yüzey ölçümü  $\alpha = 2 = D = 2$  için herhangi biri  $M_D = A_{d=2} = A_0$  değerini elde eder.  $M_D$  ne sıfır ne de sonsuz değerinin olmadığı yerde yalnızca tamsayı olmayan değeri vardır. Mümkün durumlar örnek olarak Şekil 2.2'de gösterilmektedir.

(iii) Küçük küplerli düzlemin "hacim" ölçümü  $\alpha = 3 > D = 2$  için herhangi biri  $M_D = 0$  değerini elde eder. Çünkü düzlemin "hacmi" sıfırdır ya da düzlem içinde herhangi bir hacim yoktur.

Böylece  $M_D$  fonksiyonun değişimi aşağıdaki formulla işlevliğini gösterir. Buna göre;

$$M_D(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{ise } \alpha > D \\ M & \text{ise } \alpha = D \\ \infty & \text{ise } \alpha < D \end{cases} \quad (2.14)$$

bağıntısı yazılabilir. Yani  $M_D$  fonksiyonu yalnızca genelleştirilmiş ölçüm olarak tanımlanan  $\alpha = D$  kritik noktasında sıfır ve sonsuzun bir farklı değerinde anlamlıdır[1, 2, 28, 29].

### 2.2.2 Tek Fraktal Geometrik Ölçümün Değişmezlik Koşulları (Evensellik)

Genelleştirilmiş ölçümler için ölçme biriminin teknik imkanların mümkün olası durumlarda genişletilmesiyle limit olarak sıfıra yaklaştırmaya göre ölçülen serinin belirlenen değeri belirlenen bir genelleştirilmiş boyut vardır. Bu durum denklem (2.13) ve (2.14) de görülmektedir. Yani;

$$M_D(\alpha, \delta, \{\delta_k\}) = \sum_k \delta_k^\alpha = M_{D_0}(\delta) \varepsilon^{\alpha-D} \quad (2.15)$$

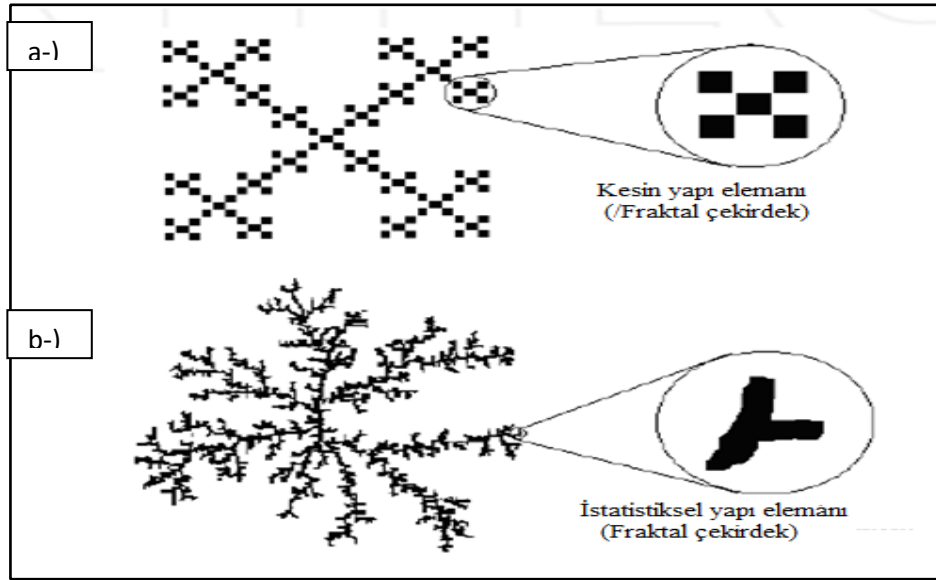
bağıntısı yazılabilir. Burada  $M_{D_0}(\delta) \alpha$ -boyutlu uzay üzerinde ölçülen fraktal objelerin Euclidean boyutta düzenlenerek genişlemesidir. Fraktal tanımlama için hesaplama

değeri bir serinin sonucu olarak elde edilebilir.  $M_D(\delta)$  fonksiyonunun oluşturulması için aşağıda tanımlanan basamaklarının her bir aşaması uygulanmalıdır.

(i) Birincisi kendisinin ölçüsüdür. Çünkü, belirlenen ve düzenlenen birimlerin geometrik ölçü uzunlukların toplamı, kümenin genişletilmesiyle oluşan gerçek sistemi tanımlayabilen birinci adımdır.

(ii) İkinci adım, önceki ölçümde en küçük değeri sağlayan birimlerin düzenlenmesini (ayarlama) seçmek için optimizasyondur. Yani bu değer, kümeyi birimsel gerçek genişlemesi ve iyi yaklaşımla tanımlamalıdır.

(iii) Son basamak bir sınırdır. Önceki basamaklar daha küçük ve daha da küçük birimlerle bütün detaylar hesaba alınarak tekrar edilir.



**Şekil 2.3:** İki fraktalın yapısal elementlerini ve ortalama geometrik birimlerini gösteren dallanan fraktal örneği a-) Kendine benzer matematiksel fraktal, b-) İstatistiksel kendine benzer fiziksel fraktal temsili.

Genelleştirilmiş boyutun değeri,  $M_{\alpha=D}(\delta)$  bir kritik fonksiyon olarak tanımlanırken, yanlış bir şekilde, optimizasyon adımları çok önemli olmadığı sonucu çıkartılır. Çünkü, bütün uzunluk ölçümünün gerçek değeri, kritik nokta değerini

etkilememesi gerekir. Söz konun durumu temsil eden iki örnek Şekil 2.3'de gösterilmektedir [1-3, 27, 28, 29].

### 2.3 Fraktal Boyut için Kutu Sayma Metodu

Görüntü işleme yöntemi kullanarak fraktal boyut değerini hesaplamak için genel metod olarak kutu sayma algoritması kullanılır. Bu metotta aşağıda gösterilen fraktal boyutu tanımlayan bağıntı kullanılır.

Buna göre fraktal boyut için;

$$D_1 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\delta)}{-\log(\frac{1}{\delta})} \quad (2.16)$$

denklemini yazılabilir.

Burada  $N(\delta)$  tüm fraktal objeleri kaplamak için olası mümkün kareler ya da kutuların sayısıdır. Görüntü işleme yönteminde bu kareler siyah ve beyaz pikseller referans alınarak gerçekleştirilir. Fraktal boyut D'nin hesaplanması yeteri kadar işlem adımını (iterasyonu) kapsar. Buna göre her adımdan sonra  $\delta$  değeri arttırılır ve  $N(\delta)$  değeri her bir adımda hesaplanır. Çalışmalarda kullanılan kutu sayma için adımlar ikinin bir üssünü izler ( $\varepsilon = 2^0, 2^1, 2^2, 2^3 \dots$  piksel)  $\log(1/\delta)$  nin  $\log N(\delta)$ ' ye karşı grafiği oluşturulur ve fraktal kümeler için lineer ilişkinin eğimini ya da en küçük kareler yöntemi kullanılarak temsil eden kesin değeri D fraktal boyuttur. Regresyon uygulanma sonucu grafiğin uyum sabiti ( $R^2 > 0,9$ ) yapıya ait grafiğin uyumunun güvenilir olduğunu gösterir. Çözümün doğruluğu  $D_1 = \frac{\ln 4}{\ln 3}$  değerli üçlü Koch eğrisinin analizi ile kontrol edilebilir. Ölçülmüş D değeri gerçek değer %0,2 içinde olan 1,264 dür [1-3, 13, 17, 19].

## 2.4 Şekil Parametreleri

Objelerin alan ve çevresinden kolayca çözülebilen çok sayıda şekil faktörleri tanımlanmıştır. Bu parametrelerin çoğu klastik kayalar, sedimentler ve çatlamış kayalarda bulunan, parçacıkları karakterize etmek için kullanılmaktadır ve nispeten basit şekiller ile depozitlerin oluşturan mangan depozitleri karakterize etmek için kullanılabilen şekil faktörlerinin bazıları aşağıda tanımlanmaktadır.

### 2.4.1 Diverjans Oranı (Iraksama Oranı)

Iraksama oranı  $\rho$ , çevre ile kapalı alanın kare kökü arasındaki orandır. Bazı yapılar için kritik  $\rho$  değeri yapıyı oluşturan parçacıkların büyüklüğünden bağımsızdır. Yani daire için  $\rho = 3,44$ , kare için  $\rho = 4,00$  ve eşkenar üçgen için 4,56 değerini alır. Bu değer objenin dış çizgisinin köşeli olması ve karmaşıklığın artması ile artar. Ancak, fraktal objeler için iraksama oranı çevre ölçüm skalasına (ayar uzunluğuna) bağlıdır. Ayar uzunluğu görüntüyü elde etmek için kullanılan cihazın çözünürlüğü ile orantılıdır. Mandelbrot (1983) fraktal eğriler için iraksama oranı düzenlenmiş fraktal orana yerleştirilerek aşağıda gösterilen bağıntı ile tanımlanmıştır. Buna göre Mandelbrot iraksama oranını;

$$\rho_D = (\text{çevre})^{\frac{1}{D}}(\text{alan})^{\frac{1}{2}} \quad (2.17)$$

bağıntısı ile hesaplanabileceğini göstermiştir. Iraksama oranı fraktal objelerin boyutundan bağımsızdır fakat seçilen ayar ölçeği ile orantılıdır.

Doldurma faktörü FF bir depozit tarafından uzayın ne kadar doldurulduğunu ölçer. Dış bükey alan ve objelerin alanları arasındaki oranı verir. Dış bükeyli herhangi tanecikler ya da daire, düzgün depozitler Paris faktörüne benzeyen doldurma faktörü, bir değerine sahip olacaktır. Düzlem veya hacimsel belirlemede depozit sınırları düzensiz olurken değer azalır ve daha az uzayı doldurur.

Paris faktörü parçacık sınırlarının düzensizliğinin bir ölçüsüdür ve parçacığı örten dış bükeyin dış çizgisinin çevrenin oranına bölümü olarak tanımlanır. Dış bükey dış çizgiler bir düzgün tanecik, bir daire ya da dış bükey dış çizgisinin Paris faktörü 1 değerine sahip olacaktır. Tanecik sınırları irregüler olurken değer artar ve loblu olur [1-3, 13, 17, 19, 25]

### 2.4.2 Alan-Çevre İlişkisi ve Fraktal Boyut $D_2$ ' nin Tahmini

Görüntü analizi kullanılarak herhangi depozitin fraktal boyutun gösterilmesi ve fraktal küme yüzeylerinin boyutu ya da alan çevre tekniği belirlemek ve fraktal küre sınırları  $D_2$ ' yi belirlemek için kutu sayma metodu olarak geliştirilebilir.

Uyarlanmış piksel ( $\delta$ ) 'lu kümelerin büyük çoğunluğu için ölçülen çevre  $P$  ve alan  $A$  değerleri kullanılarak aşağıdaki bağıntı kullanılabilir. Söz konusu bağıntı Mandelbrot ve arkadaşları tarafından önerilmiştir [21, 23]. Buna göre;

$$P(\delta) \propto A(\delta)^\gamma \quad (2.18)$$

yazılabilir. Eğer  $\gamma=1$  ise düzenli daireyi temsil eder. Ancak küre sınırlarının karmaşıklığının (düzensizliğini) derecesini  $\gamma_c$  değeri göstermektedir. Genelde katı fazda oluşan kümelerin düzensizlik derecesi  $\gamma \leq 2$  nümerik olarak tanımlanabilir.

Buna göre;

$$D_2 = \gamma + 1 \quad (2.19)$$

bağıntısı yazılabilir [1-3, 13, 17, 19, 25].

### 2.5 Literatürdeki Parçacık Kümeleşmesi ile İlgili Modeller

Farklı birikinti morfolojisini incelemek ve oluşum mekanizmalarını tartışmak istatistiksel fizik açısından önemlidir. Bu amaçla birçok bilgisayar modeli geliştirilmiştir. Bunlar;

1. Eden modeli (EM) [20],
2. Reaksiyonla sınırlı kümeleşme (reaction limited aggregation) (RLA) [12],
3. Yoğun dallanmış Kümeleşme (Dense branches aggregation) (DBA) [1-3, 12],
4. Difüzyonla sınırlı kümeleşme (diffusion limited aggregation) (DLA) [[1-3, 21, 22],

modelleri olarak literatüre önerilmiştir.



Eden büyüme modeli, bakteriyel koloniler ve materyallerin birikmesi gibi spesifik küme depozit türlerinin büyümesini açıklamak için önerilmiştir. Bu kümeler, merkezi çekirdeğin çevre sınırlarında materyallerin rastgele birikimi ile büyürler. Yoğun yapı özelliği gösterirler. Ayrıca bir yüzey fraktal benzeri yapının yaklaşık bir örneğidir [1]. Murray Eden adını taşıyan model, ilk olarak 1961'de biyolojik büyümeyi incelemek için bir yöntem olarak tanımlanmış ve bir bilgisayar üzerinde algoritma uygulaması ile 32.000'e kadar hücre küme temsilleri üretilmiştir. 1980'lerin ortasına gelindiğinde, bir milyar hücreli kümeler büyüdü ve hafif bir anizotropi gözlemlendi [1-3,12].

RLA büyüme modeli ile tanımlanabilen kümelerin oluşum koşullarında sıcaklık yüksek ve yüzey üzerindeki metalik iyon konsantrasyonu düşük olduğu zaman gözlenir. Moleküllerin küme kenarı civarında difüzyonu etkin ve moleküller arası çarpışmalar daha az olasıdır. Böylece molekül, yüzey üzerinde kolayca hareket edebilir ve nihayetinde durgun kümenin çevresindeki herhangi bir molekül yanına söğrulabilir. Bu oluşum mekanizmasında, oluşan adacık benzeri birikintiler dairesel ya da yaklaşık altıgen formunda olabilir. Aksine DLA modeli ile açıklanabilen sıcaklık oldukça düşük ve yüzey üzerindeki metal yoğunluğu oldukça yüksek olduğu durumlarda elde edilebilir. Ancak moleküller, yüzey anizotropisi ve diğer koşullardan dolayı serbest hareket edemeyebilir. Sonuçta moleküllerin oluşturduğu kümeler metalin katı fazında ve geometrik olarak adacık şeklindeki birikinti görünümündedir. Bunlar huni, dendrit ve iğne şeklinde morfolojik yapıya sahip olabilir. Böylece farklı ada büyümesinin farklı şekillerinin gözlenmesi ile mekanizmayı açıklayan ada büyümesini yaklaşık olarak sınıflandırmak mümkündür [1-3].

DBA modeli ile açıklanan yapıların temel özelliği parçacıklar çekirdek ya da çekirdekler etrafını saran ve alt dallı bir yapıdadırlar. Özellikle sediment sıvı içindeki minerallerin çökmesi esnasında difüzyon etkilidir [1-3].

DLA modeli, Brownian hareket kümesine bağlı olarak rastgele bir yürüyüşe maruz kalan parçacıkların bir araya getirilmesiyle oluşan bir süreçtir. Bu model, Witten ve Sander, 1981'de tarafından önerilmiş ve difüzyonun sistemdeki ana ulaşım aracı olduğu herhangi bir sistemdeki kümeleşme için geçerlidir. DLA, elektrodepozisyon, Hele-Shaw akışı, mineral birikintileri ve dielektrik kısa devre gibi

birçok fiziksel sistemde gözlemlenen durumları açıklayabilir. DLA algoritması kullanılarak gerçekleştirilen işlemlerinde oluşturulan küme temsilleri, Brownian ağaçları olarak adlandırılır. Bu kümeler, fraktal yapının bir örneğidir. 2-boyutta reel DLA benzeri fiziksel yapılar, bir örgü tarafından sınırlandırılmamış serbest parçacıklar için yaklaşık 1.71 değerli bir fraktal boyut sergiler. Ancak, bir örgü üzerindeki DLA'nın bilgisayar simülasyonu ile üretilen küme temsilleri aynı boyut değeri için bir miktar değiştirecektir. Büyümenin geometrisine bağlı olarak, radyal olarak dışa veya bir düzlemden veya hatta tek bir noktadan olsun, bazı varyasyonlar da gözlenmektedir. Rastgele yürüyüşçülere bir parçacıklara yapışma izin verilerek reaksiyon etkileri ve kimyasal dinamikleri temsil etmek mümkündür. [21, 22]. DLA modelinin bilgisayar simülasyonu, bu model üzerinde çalışmanın birincil yollarından biridir. Bunu gerçekleştirmek için çeşitli yöntemler mevcuttur. Simülasyonlar, herhangi bir istenen gömme geometrisinin (8'e kadar boyutlarda yapılmıştır) bir örgü üzerinde yapılabilir [2]. veya simülasyon, bir parçacığın izin verdiği bir standart moleküler dinamik simülasyonunun çizgileri boyunca daha fazla yapılabilir. Serbestçe rastgele bir yürüyüş yaparak belirli bir kritik aralığa ulaşana kadar küme üzerine çekilir. Kritik öneme sahip olan, sistemdeki Brownian hareketine maruz kalan parçacıkların sayısının çok düşük tutulmasıdır, böylece sistemin sadece dağınık yapısı mevcut olur.

## 2.6 En Küçük Kareler Yöntemi

Doğrusal eğri denklem tanımlama işleminde en küçük kareler (least squares) yöntemi kullanılır. Nümerik yöntem olarak, ölçüm değişimine en uygun fonksiyonun bilinmeyen parametrelerinin bulunmasında en etkili yöntemdir. Kullanılabilecek diğer bir yöntem olan deneme-yanılma yöntemi hem kesin değildir, hem de zaman alıcı bir işlemdir. Bu yüzden zorunlu olmadıkça tercih edilmez.

Bir ölçümde,  $i=1, 2, 3, \dots, N$  nokta için  $x_i$  bağımsız değişkenliğine karşı  $y_i$  bağımlı değişken değerleri elde edilmiş olsun. Bu değişime uyan fonksiyonun

$$f(x) = c_0 + c_1x \quad (2.20)$$

doğru denklemi olacağını varsayılır. Ölçüm değerleri  $y_i$  ile uyum denklemi  $f(x_i) = c_0 + c_1 x_i$  arasındaki farkların minimum olması istenmektedir. Bunun için  $y_i$  ile  $f(x_i)$  arasındaki farkların toplamı alınabilir, fakat farkların bir kısmı pozitif, bir kısmı negatif olacağından, değerlerin birbirini yok etmesi söz konusudur ve toplam işlemi anlamsızdır. Ayrıca bunun istatistik bir önemi yoktur. Bunun yerine, farkların kareleri toplamının alınmasının istatistik bir anlamı vardır. Bu durumda tüm değerler, daha doğrusu farkların kareleri pozitif olacağından sonuç anlamlıdır.

Ölçüm değerleriyle tahmini uyum fonksiyonunu arasındaki farkların kareleri toplamı belirlenir. Buna göre;

$$\Omega = \sum_{i=1}^N [f(x_i) - y_i]^2 = \sum_{i=1}^N [c_0 + c_1 x_i - y_i]^2 \quad (2.21)$$

denklemi yazılabilir. Ölçüm değerlerinin fonksiyona en iyi uyumu için, elde edilen farkların kareleri toplamının  $c_0$  ve  $c_1$  katsayılarına göre minimum olması gerekmektedir. Buna göre, toplamı katsayılara göre minimum yapmak için  $\Omega$  değişim fonksiyonun  $c_0$  ve  $c_1$  katsayılarına göre türevlerini sıfıra eşitlenir. Böylece:

$$\frac{d\Omega}{dc_0} = 2 \sum_{i=1}^N [c_0 + c_1 x_i - y_i] = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{d\Omega}{dc_1} = 2 \sum_{i=1}^N [c_0 + c_1 x_i - y_i] x_i = 0 \quad (2.23)$$

bu iki ifade yeniden düzenlenirse:

$$c_0 N + c_1 \sum_{i=1}^N x_i = \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.24)$$

$$c_0 \sum_{i=1}^N x_i + c_1 \sum_{i=1}^N x_i^2 = \sum_{i=1}^N x_i y_i \quad (2.25)$$

Sonuçta iki bilinmeyenli lineer bağımsız iki denklem elde edilecektir. Bu denklemlerde (2.24 ve 2.25) bilinmeyen olarak katsayılar  $c_0$  ve  $c_1$  katsayıları kolaylıkla çözülebilir. Son ifadeyi matris denklemi biçiminde yazalım. Toplamlardaki indisler tüm veri noktaları üzerinden olduğundan artık bu denklemleri matris formunda ifade edilebilir. Buna göre:

$$\begin{bmatrix} N & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

Sonuç olarak yapılacak işlem iki bilinmeyenli lineer bağımsız denklemi takımını çözerek katsayıları bulmak ve değişime uyan fonksiyonu yazmaktır.

Burada bir özelliği daha belirtmekte faydalı olabilir. Lineer eğri uydurma işleminde verilerin eşit aralıklı olması zorunlu değildir. Ölçüm aralıkları farklı olabilir. Hatta ölçümlerin küçükten büyüğe veya büyükten küçüğe sıralı olması da gerekmez, fakat bağımsız ( $x_i$ ) ve bağımlı ( $y_i$ ) değerlerin karşılıklı olması gerekir. Denklem 2.26'in çözümünden denklem 2.20 denklemindeki  $c_0$  ve  $c_1$  katsayıları hesaplanabilir.

Ayrıca türetilen doğru denkleminin uyum kontrolü regresyon katsayısının hesaplanması ile gerçekleştirilir. Regresyon katsayısı  $0 \leq R^2 \leq 1$  arasında olması beklenir. Bir değerine ne kadar yakın ise uyum o kadar iyidir. Genelde bu tür hesaplamalar için özel nümerik analiz programları hazırlanmıştır [26].

### 3. MATERYAL VE METOT

Ölçekleme ve kendine benzerlik, istatistik fizikte özellikle birinci ve ikinci dereceden faz geçişleri için önemli bir kavramdır. Ölçekleme spesifik deneysel sistemler ve deneysel detaylardan bağımsız bir şekilde basit üs değerleri içeren bağıntılar (power-law) ile tanımlanabilir. Bu üs değerleri “kritik üs” olarak isimlendirilir ve çoğu değerlerinin evrensellik özelliği vardır. Fiziksel sistemlerde difüzyon, birikme ve çökme sonucu oluşan yapılar (depozitler) kendine benzer (self-affine) özellik göstermektedir. Bunlar bir çeşit polimorfolojik faz geçişidir. Morfolojik katı fazı oluşturan yapılar ölçekleme yöntemi kullanılarak oluşum koşullarından bağımsız incelenebilir. Genelde doğal ve deneysel yöntemlerle elde edilen yapıların görsel bulgularını analiz etmek için görüntü tanımlama yöntemleri kullanılmakta ve ölçekleme işlemleri uygulanmaktadır [1-3, 31, 32, 34].

Bu tez çalışmasında doğal kalsedon numunesi ve yüzeyinin görüntüsü kullanılmıştır. Numune Balıkesir'in Çağış beldesinin 1 km güneyinde bulunan Bentonit üretim tesisinden temin edilmiştir. Bentonit tesisin yerleşke koordinatı K 39° 30'07" ve D 28° 00'28" olarak tanımlanmış ve bu değer TOMTOM XXLCE N14644 marka navigasyon cihazı kullanılarak ile belirlenmiştir. Kalsedon yüzeyinde depozit bulunana bölgeler dağılımlarına göre görüntülenmiştir. Mangan depozitlerinin dağılımına göre görüntüleri CANON EOS 1100D fotoğraf makinesi kullanılarak elde edilmiştir. Farklı geometrik görünümlü mangan depozit desenleri, kalsedon yüzeyi veya ara yüzeylerde birikerek veya çökerek oluşan yapılarıdır. Ayrıca bazıları farklı fraktal veya fraktal olmayan görüntüye sahip makroskobik yapılar oluşturdukları gözlenmektedir. Çözünürlüğü yüksek görüntülerde mangan depozit yapıların, kalsedon yüzeyi üzerindeki çatlaklar ve gözeneklerde yalın bir şekilde oluştuğu fark edilmektedir. Bu tez çalışması kapsamında manganın polimorfolojik katı faz görünümü ve kalsedon yüzeyi gözeneklerindeki depozit dağılımlarına göre farklı kare bölgeler seçilmiştir. Depozitlerin morfolojik istatistiksel ve ölçekleme parametrelerini hesaplamak için yüzey görüntüleri dijital ortama taşınmıştır. Görüntü belirginliğini arttırmak ve netliğini sağlamak için

fotoğraflar Gaussian Blur standartlı  $\sigma=2$  değeri ile filtrelenmiştir. Daha sonra 8-bit değerli BMP (Bit map) fotoğraf formatına dönüştürülmüştür. Numune görüntülerinin yanal kenar uzunluğu  $L=M$  piksel boyutlu kare örgü üzerine taşınarak ve bilgisayarda imageJ programı kullanılarak doğrusal olarak ölçekleme ve hesaplamalar yapıldı [29, 30]. Polimorfolojik depozitler yüzeydeki dağılımlarına ve bireysel olarak literatürdeki büyüme modelleri ile karşılaştırılarak ayrıca incelenmiştir. Hesaplamalar ile elde edilen veri grafiklerinin çizimi için Orijin Pro 7.0 programı kullanılmıştır [31].

## 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

### 4.1 Ölçekleme Parametreleri

Doğal jeolojik oluşumlardan biri de doğada bulunan amorf kalsedon mineralidir. Amorf kalsedon kuvarsın beyazımsı ve grinin çeşitleri, şeffaf ve renksiz yapı olarak gözlenir. Mohs ölçeği 6,5 ve 7,0 aralığında değer almaktadır. Genelde kalsedonun temel parametreleri olarak spesifik gravity değerleri 2,67 ve 2,59 , yansıma indeks değerleri 1,540 ve 1,530 aralığında değişmektedir. Yarıлма ve parçalanma özellikleri yoktur. Kalsedon, kimyasal formülü silisyum dioksit ( $\text{SiO}_2$ ).(MnO<sub>2</sub>), olmakla birlikte bünyesinde demir (Fe), mangan (Mn) mineralleri de bulunmaktadır. Kuvars mineralinin kriptokristal özelliği gösteren çeşitlerinden biridir. Yağimsı ve cam gibi bir parlaklıktadır. Kalsedon'un yapısı çok ince kuvars liflerinin çok ince tabakalar halinde dizilmesiyle oluşur. Doğada saf kalsedon taşının rengi beyaz veya yarı şeffaf gri formda bulunur. Farklı formda griye benzer mavi ya da kahverengi gölgeli hatlara sahip siyahımsı olanları da rastlanmaktadır. Safsızlıklar nedeniyle temel yapıdaki şeritlerde farklı renk ve desenler gözlenebilir. Tanımlanan renk ve desenler referans alınarak kalsedon farklı çeşit ve formda tanımlanır buna göre bunlar; akik (kornelian), oniks, jasp ve krizopras olarak isimlendirilir. Doğada en değerli ve az bulunan koyu mavi renklerdeki kalsedon taşına ise neredeyse 1/1000 oranında rastlanmaktadır. Kalsedonun maddesel özgül ağırlığı 2.59-2.61 gr/cm<sup>3</sup> arasında değişmektedir. Jeodlarda İçerinde kayaç boşluğu bulunana kristal yapıli mineraller olarak tanımlanan jeod özelliği az sayıda bulunan minerallerdendir [31].

Doğal kalsedon taşı yüzeyinde bulunan gözenek, çatlak ve örgü kusurları içerisindeki mangan depozitlerinin oluşturduğu fraktal birikintilerin bütünsel çevre ve alanı referans alınarak basitçe hesaplanabilen çok sayıda farklı şekil parametresi tanımlanmıştır. Bunların çoğu klasik kaya yüzeyinde bulunan gözenek ve çatlak ve bunların içerisine çökelen veya biriken mangan dioksit (MnO<sub>2</sub>) parçacıkların oluşturduğu yapıların polimorfolojik katı fazın özelliklerini belirlemek için kullanılmaktadır. Her bir depozitlerin jeomorfolojisi, farklı yüzeylerde rastgele

dağılım göstermesine karşın nispeten kaotik veya basit ve fraktal görünümlü şekilleri vardır. Bundan dolayı birbirinden bağımsız veya bağımlı saçaklı ve yoğun yapıların bazı geometrik özelliklerini belirlemek için basit hesaplanabilir ve kullanılabilir şekil parametrelerinin bazıları aşağıda tanımlanmaktadır [31, 36, 37].

Depozitlerin oluşu ile ilgili birçok hipotez vardır. Jeolojik oluşum süreci esnasında kalsedon numunesini saran sediment ve hidrotermal sıvı içindeki demir ve mangan iyonları çökeltme, indirgenme ve difüzyonla geometrik bir yapı veya görüntü meydana getirirler. Çökelen sıvının buharlaşması depozit yapısını daha belirgin hal getirir. Birbirinden bağımsız ya da bağımlı depozitler, bu çalışmada kullanılan numune yüzeyindeki gözenegin geometrisini belirler. Toplam depozitleri oluşturan kütlelerin sınırlı örgü yüzey alanına oranı “kaplama oranı” veya yüzeysel parçacık yoğunluğu kavramları olarak tanımlanır [17, 19]. Kaplama oran değeri numune yüzeyinde bulunan gözenek yoğunluğunun rastgele bir ölçüsü olabilir. Ancak yüzeyde oluşan depozit sayısını belirlemesi mümkün değildir. Ayrıca parçacık yoğunluğu açısından depozitteki toplam parçacık miktarı ile orantılıdır. Buna göre kaplama oranı değeri  $\phi$  simgesi ile gösterilir ve

$$\phi(N, (L, M)) = (L, M)^{-1} \sum_1^{N(\delta)} \rho_i(x_i, y_j) \quad (4.1)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir. Burada  $N(\delta)$  gözeneklerde biriken toplam parçacık yoğunluğu  $\rho(x_i, y_i)$  sayısı, M ve L ise örgünün yanal kenar uzunluklarıdır. Bu tez çalışmasında  $L=M$  olarak alınıp kare örgü tercih edilmektedir. Yüzeydeki kaplama oranı yüzde değer referans alınarak belirlenmektedir. Kaplama oranı eğer  $\phi \rightarrow 1$  değerli ise, yüzeyin tamamen gözenekler ile kaplı olduğu anlamına gelir. Yani kaplama oranının değeri  $0 < \phi < 1$  arasında değişmektedir. Yüzeydeki depozitsiz yüzey yoğunluğu ise  $\phi' = 1 - \phi$  bağıntısı ile tanımlanabilir [1-3, 39, 40].

Kalsedon yüzeyindeki depozitler için çevre (P)-alan (A) arasındaki ilişki ölçekleme teorisine göre üs-yasa (power-law) kullanılarak belirlendi. Buna göre aşağıda tanımlanan

$$P(\delta) = CA(\delta)^{-\gamma} \quad (4.2)$$



bağıntısı kullanılarak hesaplanmıştır. Burada  $C$ , P-ekseni üzerindeki kesim değeri olan sabit,  $\delta$  görüntü çözünürlüğünün değerine göre ayar parametresidir.  $\gamma$ , çizilen logP-logA' nın grafiğinden hesaplanan eğim değeri olup ölçekleme teorisine göre bir kritik üs olarak tanımlandı. P-A,  $\gamma$  ve sabit değer olan  $C$  verilerinin tümü üzerinden lineer nümerik regresyon yöntemi kullanılarak (en küçük kareler) hesaplanmıştır.

Herhangi bir kalsedon numunesi yüzeyindeki depozitler, o yüzey üzerinde pürüzlülük oluşturur. Yüzeydeki pürüzlülüğünün bir ölçüsü olan topolojik fraktal boyut değeri  $D_1$  dir. Bu değeri hesaplamak için tanecik yoğunluğu referans alındı. Gözeneklere yerleşip dolduran birimsel tanecik yoğunluklarının toplamı depozitin toplam kütesini ya da yaklaşık depozitin yüzey alanını belirler. Buna göre hücrel (birimsel) tanecik yoğunluğu  $\rho(x_i, y_j)$ ;

$$\rho(x_i, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{siyah (dolu) pikseller için,} \\ 0 & \text{beyaz (boş) pikseller için,} \end{cases} \quad (4.3)$$

bağıntısı ile tanımlanır. Bu çalışmada, kalsedon yüzeyi depozitlerinin topolojik fraktal boyut,  $D_1$ , değerini hesaplamak için kutu-sayma (box-counting) algoritması kullanılmaktadır. Buna göre mümkün olan en küçük kare boyutu  $\delta$  piksel olmak üzere parçacık sayısı  $N(\delta)$  ile  $\delta$  arasındaki bağıntı

$$N(\delta) \propto \delta^{-D} \quad (4.4)$$

denklemleri ile tanımlanabilir. Buradaki  $D_1$  değeri depozitlerin bulunduğu yüzeydeki pürüzlülüğü ve düzensizliği karakterize eden ölçekleme teorisine göre bir kritik üs olarak topolojik fraktal boyut değeridir.  $D_1$  değeri

$$D_1 = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N(\delta)}{-\log(\delta)} \quad (4.5)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada  $N(\delta)$ , BMP formatındaki numune görüntüsünde  $\delta$  birim yanal kenar uzunluklu siyah (dolu) piksellerin gözlerin sayısıdır. Topolojik fraktal boyut  $D_1$  değeri sıralı (iterasyon) hesaplama yöntemi kullanılarak yani adım adım dolu olan kare gözler sayılmıştır.  $\delta$  değeri her adımda artırılarak bu değere karşılık gelen parçacık sayısı  $N(\delta)$  değeri belirlenmiştir. Bu çalışmada kullanılan kutu boyutu değeri için 2'nin (binary) üs değeri  $\delta = 2^n$  ve  $n=1, 2, 3, 4, \dots$  tam sayı (integer)

olacak şekilde alındı.  $1/\delta$  apsis,  $N(\delta)$  ordinat eksenini logaritmik değerleri ve daha sonra veri dağılımının eğimi nümerik en küçük kareler yöntemi kullanılarak fraktal boyut  $D_1$  değeri hesaplanmıştır [1-3, 11, 13-15, 30].

Fraktal boyut değeri yüzeydeki depozit dağılımının istatistiğini belirler. Yaklaşımlara göre genel olarak, eğer depoziti oluşturan parçacıklar bütün alt tabakayı kaplıyor ise, depozit yapısı geometrik olarak iki boyutlu olup  $D_1=2$  değerli dolu kare, eğer bir boyutlu doğrusal bir yapıda ise  $D_1=1$  değeri bulunmalıdır. Böylece topolojik fraktal boyut  $1 \leq D_1 \leq 2$  arasında değerler alması beklenir. Fraktal boyut değeri bu çalışmada kullanılan kalsedon yüzeyinin pürüzlülüğünü ve yerel kompleksliğini belirleyen bir değer olarak tanımlanabilir.

Depozit ortalama büyüklüğü, toplam depozit kütesinin (alanı) toplam depozit sayısına oranı olarak tanımlanır. Buna göre depozit sayısı ve toplam depozit alanı ise ortalama depozit büyüklüğü;

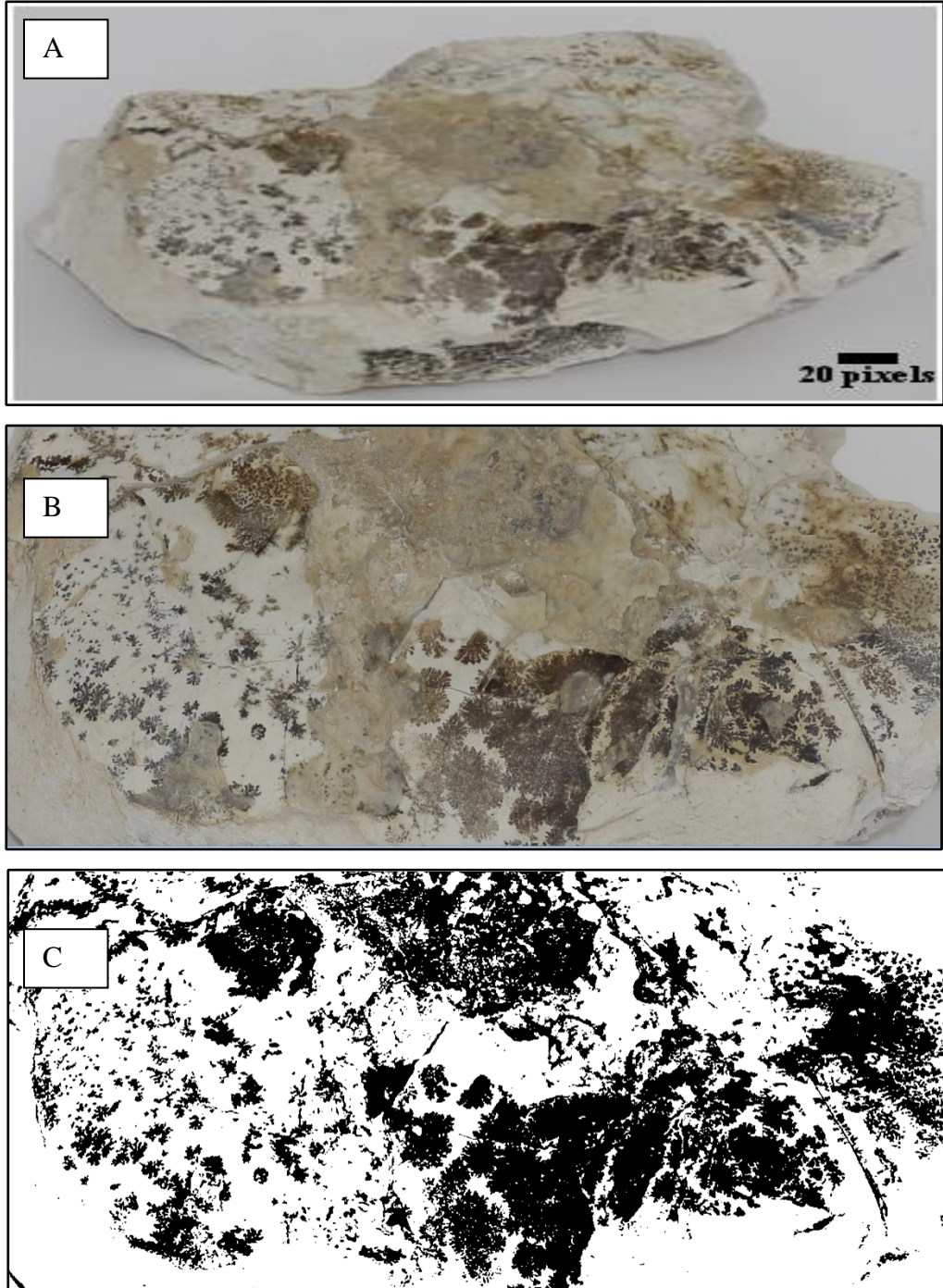
$$s_{ort} = n^{-1} \sum_{i=1}^n s_i \quad (4.6)$$

denklemleri ile tanımlanabilir. Burada  $n$  sınırlı yüzeydeki depozit sayısı ve  $s_i$  ise depozit yüzey alanlarının toplamıdır [31].

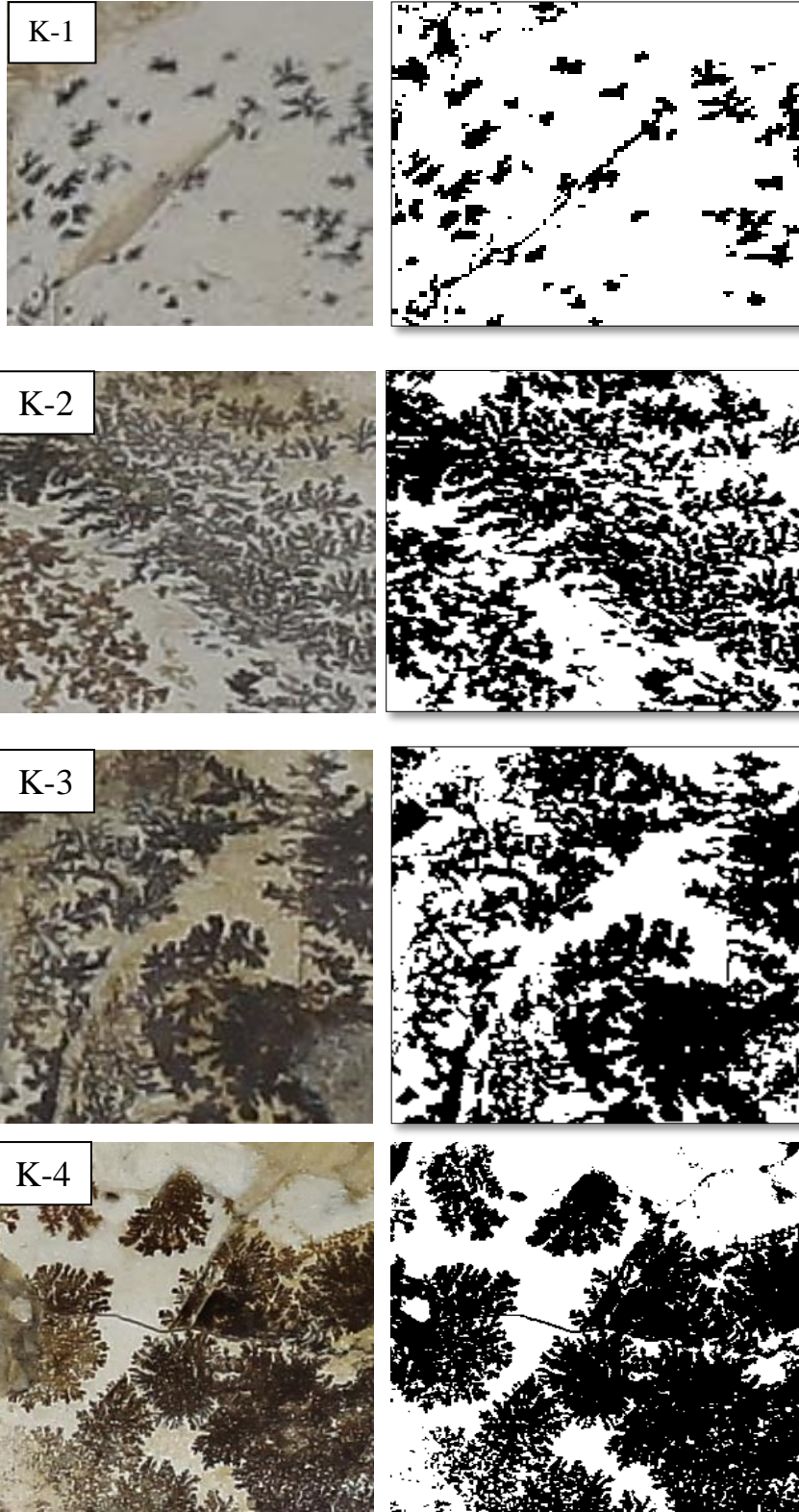
Kalsedon yüzeyi ikincil depozitlere ait sayısal hesaplamalar  $L \times L=400 \times 400$  piksel<sup>2</sup> boyutlu özel belirlenmiş kare örgü tercih edilerek yapılmıştır. Örgü üzerine taşınan görüntüdeki depoziti oluşturan parçacıklar için parçacık yoğunluğu kare piksel boyutundadır. Depozit dağılımını her ne kadar rastgele dağılım gösterse de yüzeysel bir sistematiği olduğu gözlenmiştir. Bazıları birbirinden bağımsız iken bazıları ise birbiri ile bağlantılıdır. Depozit dağılımını en az bölgeli ve en yoğun bölgeli olacak şekilde bölgeler rastgele seçilmiştir. Şekil 4.1-A'da kalsedon kayacının genel görüntüsü, Şekil 4.1-B'de ise depozitlerin daha net gösterilmesi ile ilgili bir görüntü ve Şekil 4.1-C'de ise Şekil 4.1-B gösterilen yüzeyin BMP formatında görüntüsü sunulmaktadır. Şekil 1B'den tipik dört farklı bölge seçilerek ve bu bölgelerin BMP (bit map) görüntü formatındaki görüntüsü Şekil 4.2 de gösterilmektedir. Dört farklı bölge K-1, K-2, K-3 ve K-4 olarak isimlendirilmiştir. Parçacık yoğunluğu için görüntü üzerindeki siyah ve beyaz pikseller referans alınmıştır. Siyah pikseller depoziti oluşturan parçacıkların bileşimini ve beyaz

pikseller ise alt tabakayı göstermektedir. K-1 numune yüzeyi görüntüsünde depozitler rastgele dağılım gösterirken K-2 de ise birbiri ile eklemli depozitler ve K-3 de ise daha fazla parçacıkların birikme eğilimi ile depozitlerin birbirinden ayrılma durumunda olduğu gözlenmektedir. K-4’de ise öbekselen ve bir birinden ayrılarak birikme ve birbirinden uzaklaşan bir örüntü yapısında olduğu net olarak gözlenmektedir.

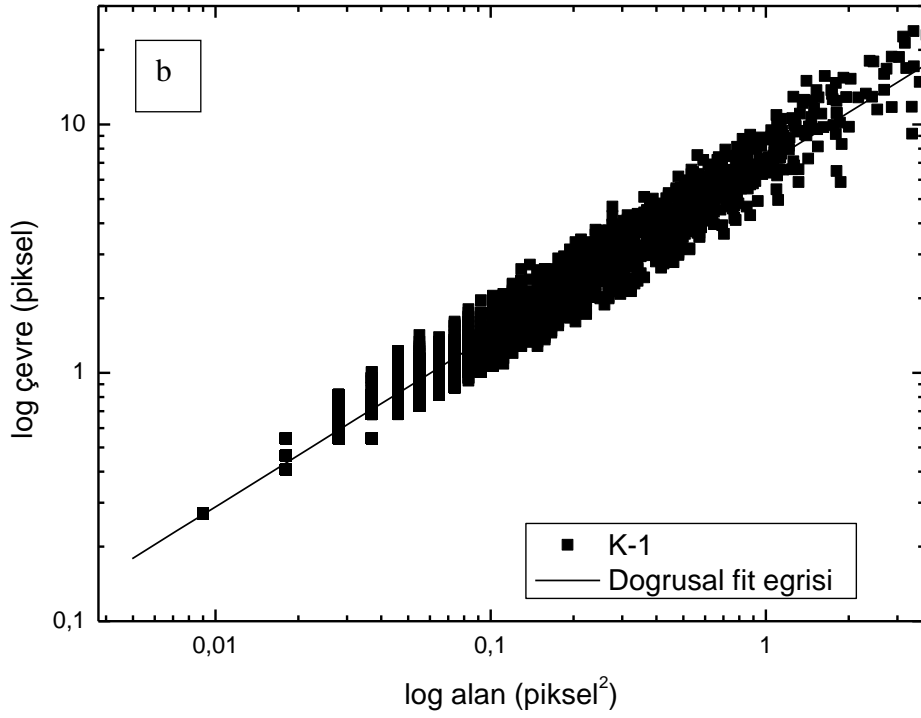
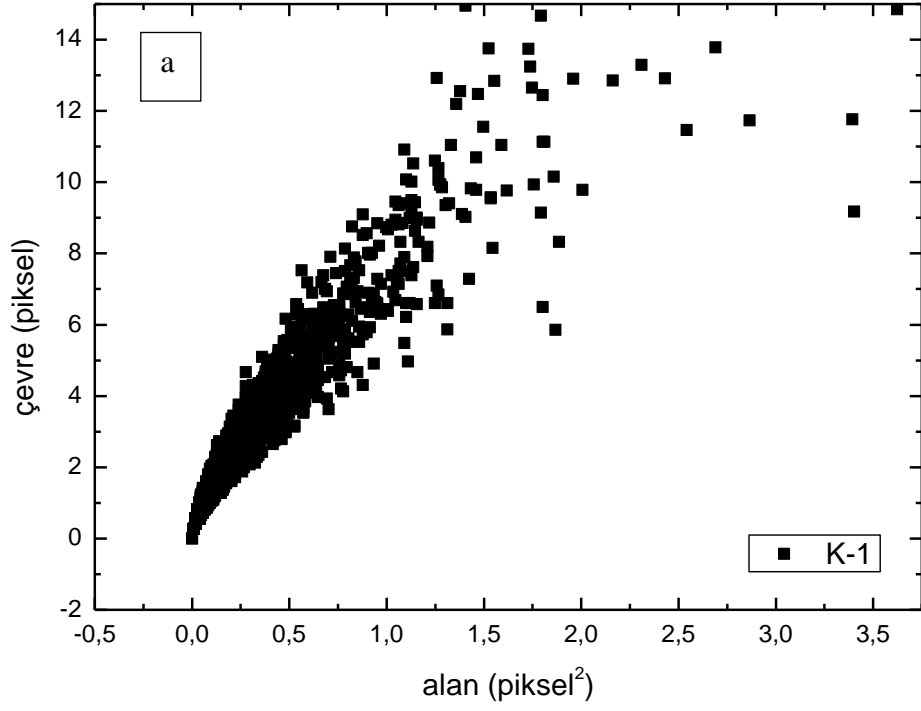
Hesaplamaların birinci adımında seçilen yüzeydeki parçacık sayısı toplam yoğunluğunun sayısı olarak belirlenmiştir. Kaplama oranı yüzey alanına bölünerek sırası ile K-1 için %13,271, K-2 için 39,269, K-3 için ise %52,719 ve K-4 için ise 49,981 olarak hesaplandı. İkinci aşamada ise çevre-alan ilişkisi her bir örneklerdeki depozitlerin çevre alan ve alanları hesaplanarak x-y eksenleri üzerinde logaritmik grafikleri çizilerek oluşturdukları lineer eğilimin eğimi en küçük kareler yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Çevre-alan ilişkisine ait diyagram Şekil 4.3’de gösterilmiştir. Bu tez çalışmasında çevre-alan ilişkisini belirleyen kritik üs değeri  $0,657 \leq \gamma \leq 0,682$  olarak hesaplanmıştır. Hesaplama güvenilirliği regresyon katsayısı ile kontrol edilmiş ve buna göre regresyon katsayısı  $0,98424 \leq R^2 \leq 0,99014$  aralığında değiştiği ve uyumun güvenilir olduğu ispatlanmıştır. Üçüncü aşamada ise  $D_1 = \gamma + 1$  denklemi kullanılarak örneklere ait fraktal boyut değerleri hesaplandığında  $1,657 \leq D_1 \leq 1,682$  aralığında değiştiği hesaplanmıştır. Dördüncü aşamada ise fraktal boyut değerini test etmek için kutu-sayma yöntemi kullanılmıştır. Buna göre parçacık yoğunluğu olan siyah piksellerin ikili sisteme göre sayısı x-y eksenindeki logaritmik grafiklerinde fraktal boyut değerleri  $1,657 \leq D_2 \leq 1,682$  hesaplanmıştır. Şekil 4.4’de ise parçacık sayısı ve parçacık boyutuna bağlı değişimi gösteren diyagram sunulmaktadır. Beşinci aşamada ise Denklem (4.6) kullanılarak yüzeylerdeki depozit büyüklüğü incelenmiş, buna göre sırası ile K-1 için 19,322 piksel, K-2 için 318,075 piksel, K-3 için 230,824 piksel ve K-4 için 257,047 piksel hesaplanmıştır. Kaplama oranı arttığında ortalama depozit büyüklüğü de düzensiz olarak artmaktadır. Bu hipotez beklenen bir sonuçtur. Ayrıca yukarıda sunulan parametre değerleri özetlenerek Tablo 4.1’ de sunulmaktadır.



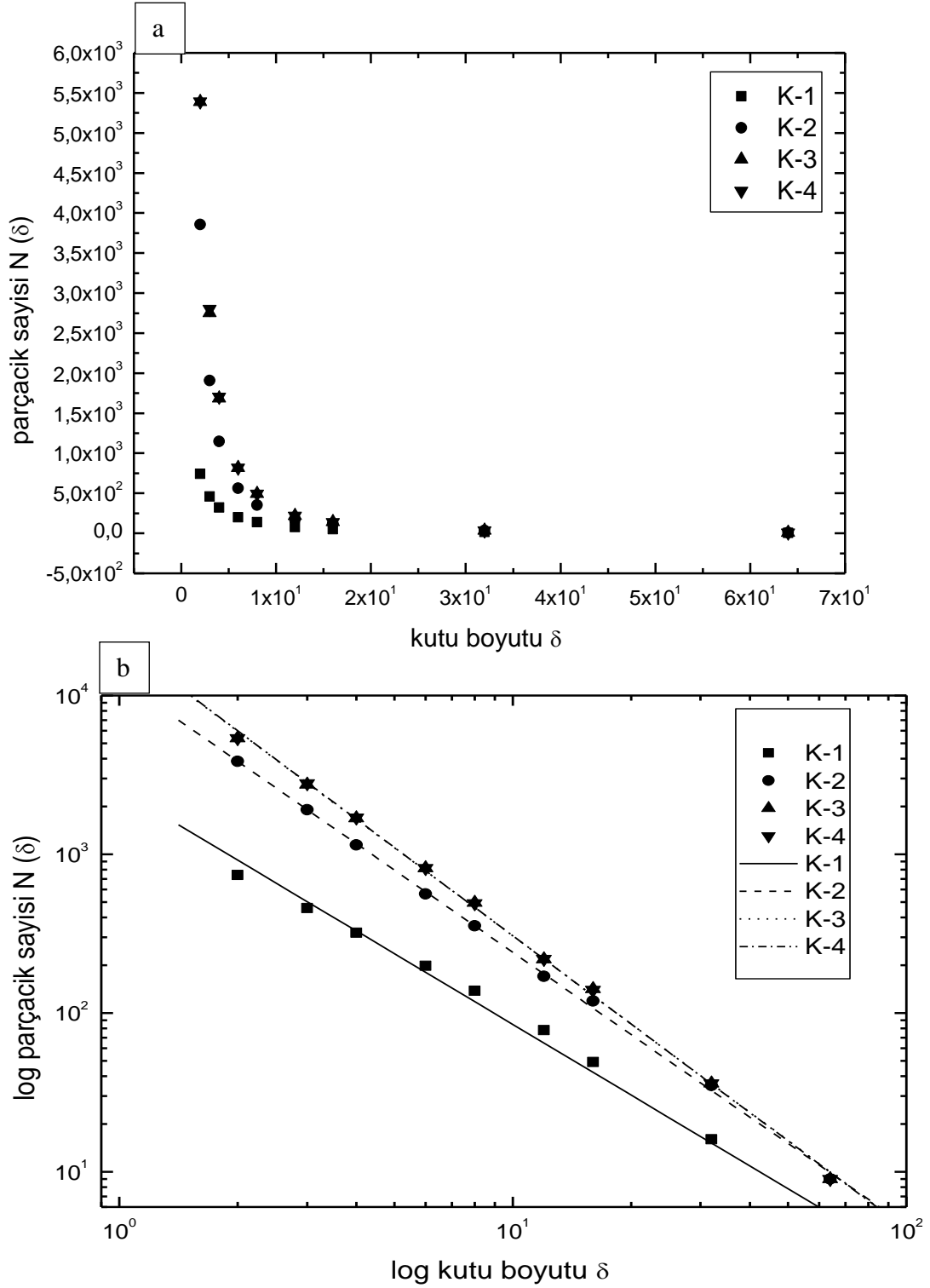
**Şekil 4.1:** a) Jeolojik kalsedon kayacı ve yüzeyde bulunan depozitlerin görüntüsü. b) Görüntü işleme ile elde edilen depozitlerin daha net görüntüsü. c) B'deki görüntünün BMP formatlı görüntüsü. (Depozitler görüntü üzerindeki siyah renkli bölgelerdir. Beyaz olan bölgeler ise doğal kalsedon kayacının üst yüzeyini göstermektedir.)



**Şekil 4.2:** Tipik Kalsedon kayacı yüzeyinden depozit dağılımına göre seçilen dört farklı bölgeler ve BMP formatındaki görüntüleri. Bunlar K-1, K-2, K-3 ve K-4 olarak isimlendirilmiştir.



**Şekil 4.3:** a-) Şekil.4.2’de K-1 olarak gösterilen örnekteki depozitlerin çevre-alan ilişkisini gösteren diyagram. b-) Tipik Kalsedon yüzeylerinden K-1 örneğine ait  $\log P(\delta)$ - $\log A(\delta)$  verilerinin grafiği.



**Şekil 4.4:** a-) Şekil.4.2 de gösterilen K-1, BMP formatındaki görüntülerin fraktal boyut grafiği. b-) Tipik Kalsedon yüzeylerinden  $D_2$ 'ye ait  $\log N(\delta)$ - $\log(\delta)$  verilerinin grafiği.

Şekil 4.3 için kritik üs olarak eğim değeri yaklaşık 0,675 olarak hesaplanmıştır.

Şekil 4.4 için kritik fraktal boyut olarak eğim değeri 1,481 olarak hesaplanmıştır.

**Tablo 4.1:** Kalsedon yüzeyi depozitlerine ait istatistiksel şekil parametre değerleri.

Örnek	Kaplama oranı ( $\phi$ )	Kritik üs ( $\gamma$ )	Regresyon Sabiti ( $R^2$ )	Fraktal boyut ( $D_1$ )	Fraktal boyut ( $D_2$ )*	Parçacık boyutu
K-1	13,271	0,675±0,011	0,98925	1,675±0,011	1,481	19,322
K-2	39,269	0,657±0,021	0,98424	1,657±0,021	1,722	318,075
K-3	52,719	0,676±0,011	0,99014	1,676±0,011	1,844	230,824
K-4	49,981	0,682±0,014	0,98884	1,682±0,014	1,848	257,047

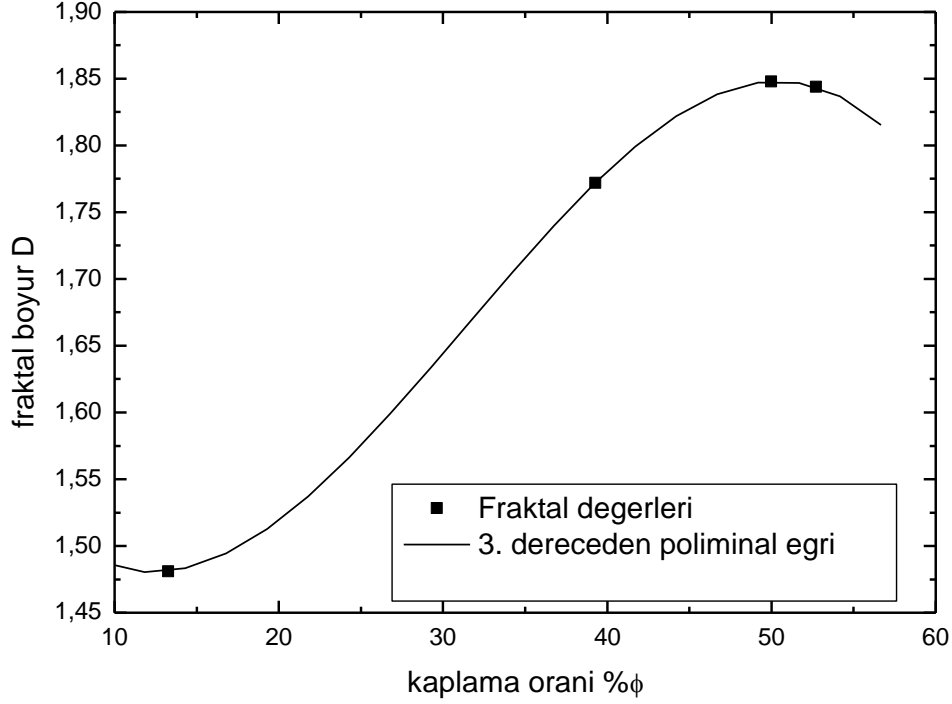
Parçacık yoğunluğu arttıkça çevre alan ilişkisini tanımlayan kritik üs değeri artmaktadır. Regresyon işlemindeki güvenilirliği belirleyen regresyon katsayısı değeri tüm örnekler için  $0,98424 \leq R^2 \leq 0,99014$  aralığında değiştiği bulunmuştur. Dolayısı ile hesaplamalar oldukça güvenilir ve önerilen uyum denklemi sonuçları kabul edilebilir seviyededir.

Kalsedon yüzeyi parçacık kaplama oranı ile fraktal boyut değeri arasındaki ilişki lineer olmayan regresyon yöntemi ile belirlenmiş ve nümerik hesaplamanın güvenilirliği regresyon katsayı değeri ile kontrol edilmiştir. Buna göre bu ilişki 3. dereceden polinom bir fonksiyon ile tanımlamak mümkündür. Böylece kaplama oranı ile fraktal boyutun değişimini temsil eden diyagram Şekil 4.5’de gösterilmektedir. Buna göre 3. dereceden polinom fonksiyon

$$D(\phi) = c_0 + c_1\phi^1 + c_2\phi^2 + c_3\phi^3 \quad (4.7)$$

bağıntısı ile tanımlanabilir. Burada  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  ve  $c_3$  değerleri sistemi tanımlayan sabit değerlerdir. Bu yaklaşıma göre bağıntı sabitleri sırası ile  $c_0=1,32954E-5$ ,  $c_1=-0,00125$ ,  $c_2=-0,02478$  ve  $c_3=1,620580$  olarak hesaplanmıştır. Sisteme ait regresyon katsayısı  $R^2=1$  elde edilmiş ve nümerik ilişkiyi belirleyen fonksiyonun tutarlılığını göstermektedir. Sonuç olarak Denklem (4.7) fraktal boyut değerinin kaplama oranına göre değişimini tanımlayabilir.





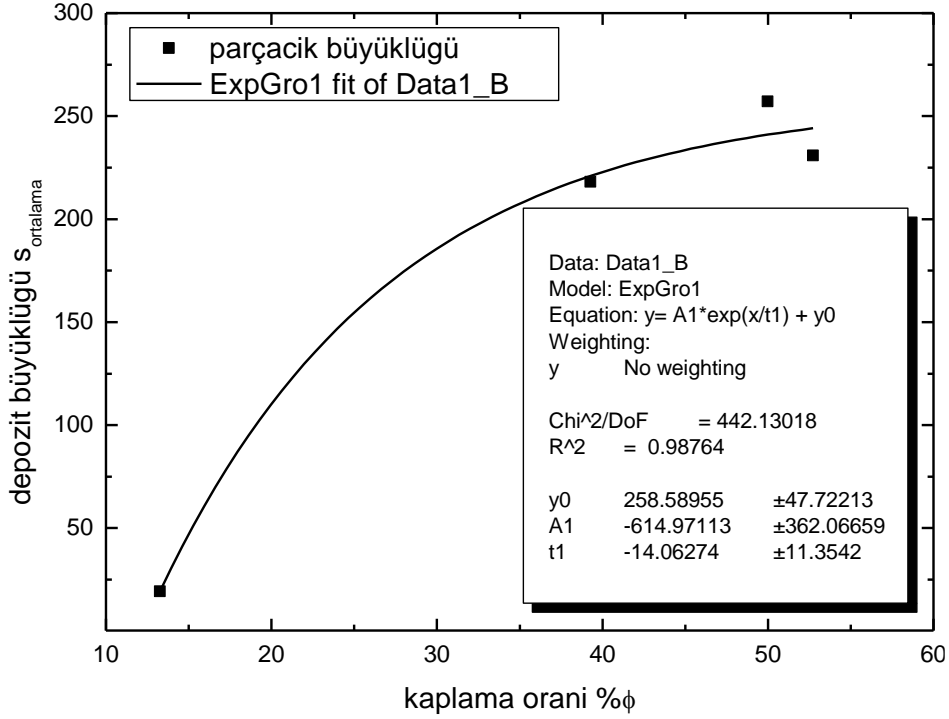
**Şekil 4.5:** Kaplama oranı ile fraktal boyut değeri arasındaki ilişki ve üzerinde lineer olmayan regresyon ile hesaplanan 3. dereceden polinom eğrisi gösterilmiştir.

Buna göre kalsedon yüzeyinde bulunan depozit büyüklükleri seçilen bölgeye ve kaplama oranına göre değişim gözlenmiştir. Kalsedon yüzeyi depozit büyüklüğü ile kaplama oranı değeri arasındaki ilişki lineer olamayan regresyon yöntemi kullanılarak belirlenmiş ve güvenilirliği regresyon katsayı değeri ile kontrol edilmiştir. Buna göre bu ilişkiyi üstel büyüme fonksiyonu ile tanımlamak mümkündür. Böylece depozit büyüklüğü ile kaplama oranı değişimini temsil eden diyagram Şekil 4.7’de gösterilmektedir. Buna göre üstel büyüme fonksiyonu

$$s_{ortalama}(\phi) = a_0 + a_1 \exp(\phi/t) \quad (4.8)$$

bağıntısı ile tanımlanabilir. Burada  $a_0$ ,  $a_2$  ve  $t$  değerleri sistemi tanımlayan bağıntının sabit değerlerdir. Burada sunulan yaklaşıma göre bağıntı sabitleri sırası ile  $a_0=258,58955$ ,  $a_1=-614,97113$ ,  $t=-14,06274$  olarak hesaplanmıştır. Ancak standart saplama değerleri ihmal edilmiştir. Sisteme ait regresyon katsayısı  $R^2=0,987641$  elde edilmiş ve nümerik ilişkiyi belirleyen fonksiyonun tutarlılığını göstermektedir.

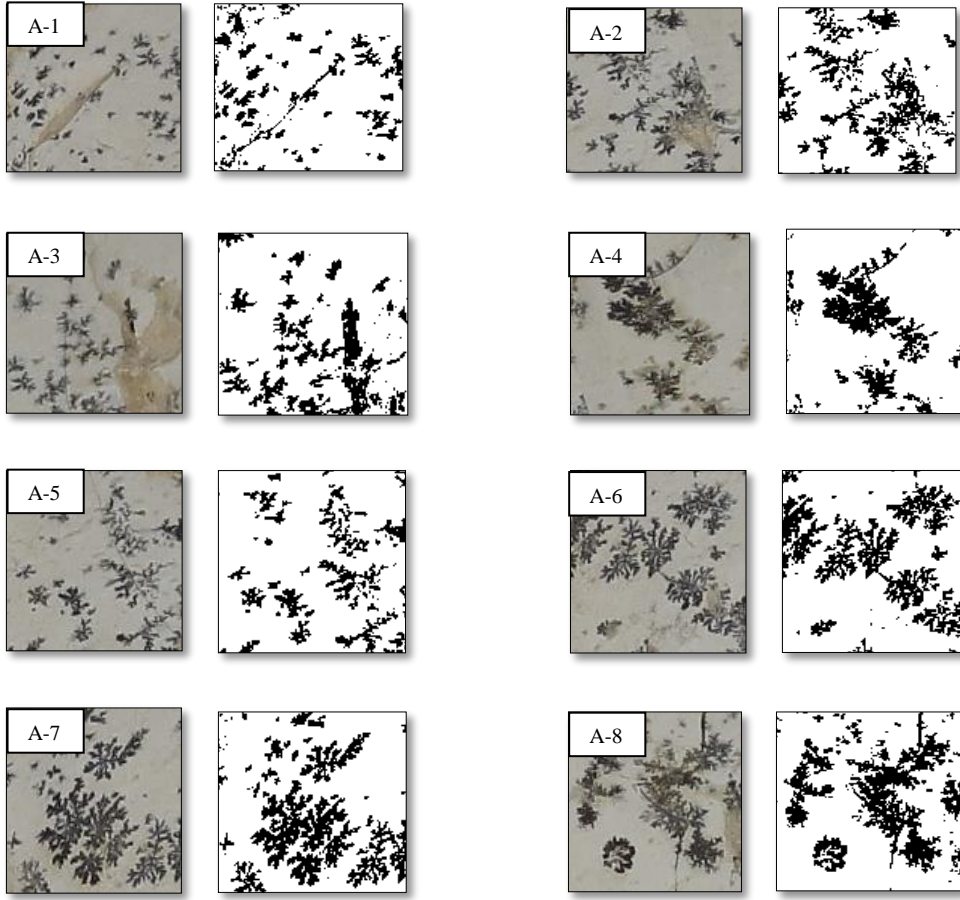
Sonuç olarak Denklem (4.8) depozit büyüklüğünün kaplama oranına göre değişimini tanımlayabilir.



Şekil 4.6: Ortalama depozit büyüklüğü ile kaplama oranı değeri arasındaki ilişkiyi gösteren diyagram.

Ayrıca sonuçları test etmek için aynı yüzeyden farklı depozit sayısına göre kaplama oranı, alan-çevre ilişkisini belirleyen kritik üs ve kutu-sayma yöntemine göre fraktal boyut değerleri Şekil 4.1’de gösterilen kalsedon yüzeyleri için hesaplanmıştır. Numune yüzeyleri için elde edilen değerler tablo 4.2’de özetlenerek verilmiştir. Tablo 4.1’de verilen değerler ile Tablo 4.2’de verilen değerler uyumlu olduğu gözlenmiştir.

Şekil 4.6’da depozit büyüklüğü ile kaplama oranı değeri arasındaki ilişki ve üzerinde lineer olmayan regresyon ile hesaplanan üstel büyüme eğrisi gösterilmiştir. Ayrıca hesaplanan değerler diyagram üzerinde gösterilmemektedir.



Şekil 4.7: Kalsedon taşı üzerinden alınan yüzeyler ve BMP formatında görüntüleri

Tablo 4.2: Kalsedon yüzeyi depozitlerine ait geometrik parametre değerleri.

Örnek	Kaplama oranı (% $\phi$ )	Çevre-Alan İlişkisi ( $\epsilon$ )	Regresyon sabiti ( $R^2$ )	Fraktal boyu ( $D_1$ )	Fraktal boyut ( $D_2$ )*	Parçacık boyutu
a-1	13,271	0,675±0,011	0,98925	1,675±0,011	1,481	19,322
a-2	18,132	0,693±0,014	0,98775	1,693±0,014	1,490	31,274
a-3	14,537	0,697±0,017	0,98874	1,697±0,017	1,497	52,931
a-4	24,899	0,687±0,008	0,99585	1,687±0,008	1,540	33,942
a-5	19,793	0,699±0,015	0,98754	1,699±0,015	1,577	41,904
a-6	16,451	0,687±0,018	0,98832	1,687±0,018	1,618	80,525
a-7	22,752	0,688±0,015	0,9874	1,688±0,015	1,630	62,214
a-8	24,610	0,664±0,011	0,99485	1,664±0,011	1,631	72,195

Tablo 4.1 ve Tablo 4.2 incelendiğinde istatistiksel şekil parametre değerleri yaklaşık olarak uyum içinde olduğu gözlemlendi.

#### **4.2 Literatürdeki Tanımlı Modellerle Kalsedon Yüzeyi Depozitlerinin Karşılaştırılması**

Katı yüzey üzerinde doğal kalsedon metalik katı fazlı depozitler için moleküllerin fiziksel, kimyasal ve jeolojik doğal oluşum koşullarının etkileşmesi ile büyüyen ve ada geometrisine sahip yapıların çok farklı polimorfolojik varyasyonları vardır. Depozitlerin kenarlarında moleküllerin difüzyon, depozisyon ve çökeltme özellikleri ile oluşum mekanizmaları açıklanmaktadır. Oluşum mekanizmasını açıklama ve temsili depozitleri üretmek için birçok bilgisayar simülasyon modeli yada büyüme modelleri önerilmiştir. Bu modeller mimik (olası koşulların etkisi altında depozit oluşumunu temsil eden) algoritma yaklaşımlardır. Bu temel modeller şunlardır;

- (i) Eden Büyüme Modeli [20],
- (ii) Reaksiyonla Sınırlı Kümeleşme [1-3, 12],
- (iii) Yoğun Dallı Kümeleşme [1-3, 12],
- (iv) Difüzyonla Sınırlı Kümeleşme [1-3, 21, 22],

Modellerle tanımlanabilen farklı depozitlerin oluşum mekanizma koşulları yaklaşık olarak algoritmalar ile belirlenmiştir. Ancak bu modeller polimorfolojik depozitlerin temel kimyasal içeriğini ve temel kristal özelliklerini belirlemede yetersizdir. Sadece geometrik yapısını tanımlamada ve reel sistemlerle karşılaştırmada istatistiksel olarak yardımcı olabilmektedir. Eden büyüme modeline göre depozitlerde çökeltme etkindir. RLA büyüme modeli ile tanımlanabilen kümelerin oluşum koşullarında sıcaklık yüksek ve yüzey üzerindeki metalik iyon konsantrasyonu düşük olduğu zaman gözlenir. Moleküllerin küme kenarı civarında difüzyonu etkin ve moleküller arası çarpışmalar daha az olasıdır. Böylece molekül, yüzey üzerinde kolayca hareket edebilir ve nihayetinde durgun kümenin çevresindeki herhangi bir molekül yanına soğrulabilir. Bu oluşum mekanizmasında, oluşan adacık benzeri birikintiler dairesel ya da yaklaşık altıgen formunda olabilir. Aksine DLA modeli ile açıklanabilen sıcaklık oldukça düşük ve yüzey üzerinde ki metal

yoğunluğu oldukça yüksek olduğu durumda elde edilebilir. Ancak moleküller, yüzey anizotropisi ve diğer koşullardan dolayı serbest hareket edemeyebilir. Sonuçta moleküllerin oluşturduğu kümeler metalin katı fazında ve geometrik olarak adacık şeklindeki birikinti görünümündedir. Bunlar huni, dendrit ve iğne şeklinde düzenlenir. Böylece farklı ada büyümesinin farklı şekillerinin gözlenmesi ile mekanizmayı açıklayan ada büyümesini yaklaşık olarak sınıflandırmak mümkündür. Bunun için yoğunluk korelasyon fonksiyon üs değeri ve fraktal boyut değerleri referans alınabilir. Yoğunluk korelasyon fonksiyonunun tanımı aşağıda verilmiştir [17-22].

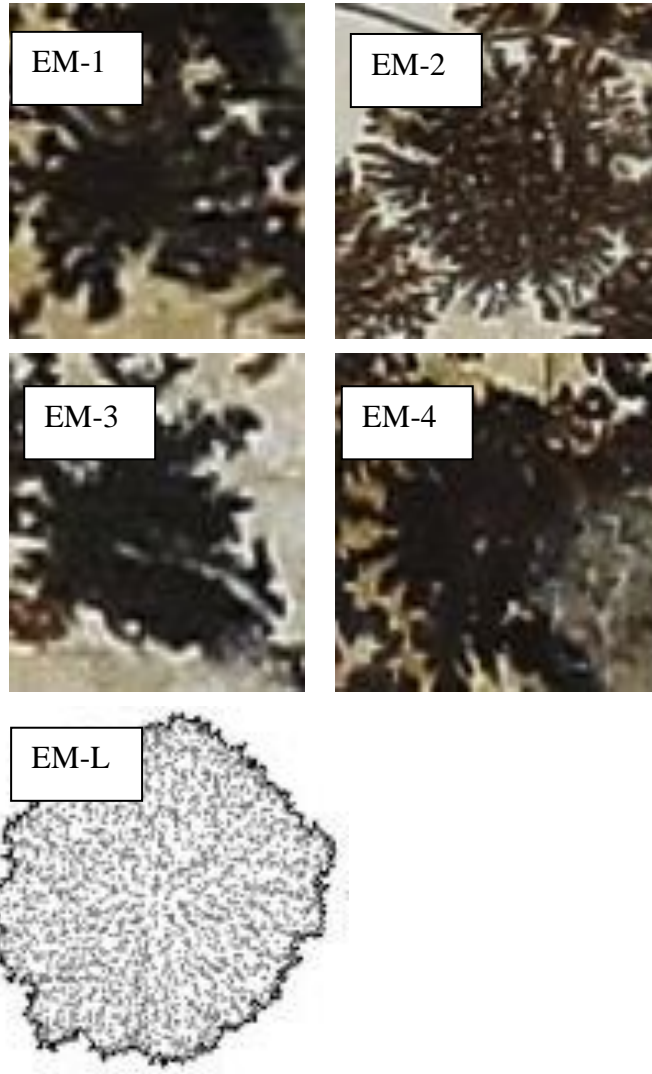
Kalsedon yüzeyi ikincil yapıları fraktal ya da fraktal olmama özelliği gösterir. Matematiksel olarak fraktal yapının ölçek değişmezliği vardır. Yani farklı ölçekte gözlemlendiği zaman aynı yapıdadır. Herhangi fraktal yapı ki burada kalsedon yüzeyi ikincil depozitleridir, farklı ölçeklerde yalnız sınırlı aralık üzerinde ölçek değişmezliğine (simetriye) sahip olacaktır. Bu simetrinin önemli sonucu yoğunluk korelasyon fonksiyonu üs yasasına bağlı olacaktır. Böylece üs-yasa ilişkisi aşağıdaki bağıntı ile tanımlanabilir. Buna göre yoğunluk korelasyon fonksiyonu

$$C(r) = \langle \rho(r_0)\rho(r_0 + r) \rangle \quad (4.5)$$

ve üslü değer ile

$$C(r) = Ar^{-\alpha} \quad (4.6)$$

denklemini yazılabilir. Burada  $C(r)$  yoğunluk korelasyon fonksiyonu,  $\rho(r)$ ,  $r$  konumunda parçacık yoğunluğunu ve braketler ise küme ortalamasını temsil eder. Denklemdaki  $D$  değeri fraktal boyut,  $d$  ise depozitin bulunduğu uzaysal boyut değerlerini ve  $A$  değeri ise normalizasyon sabitidir.



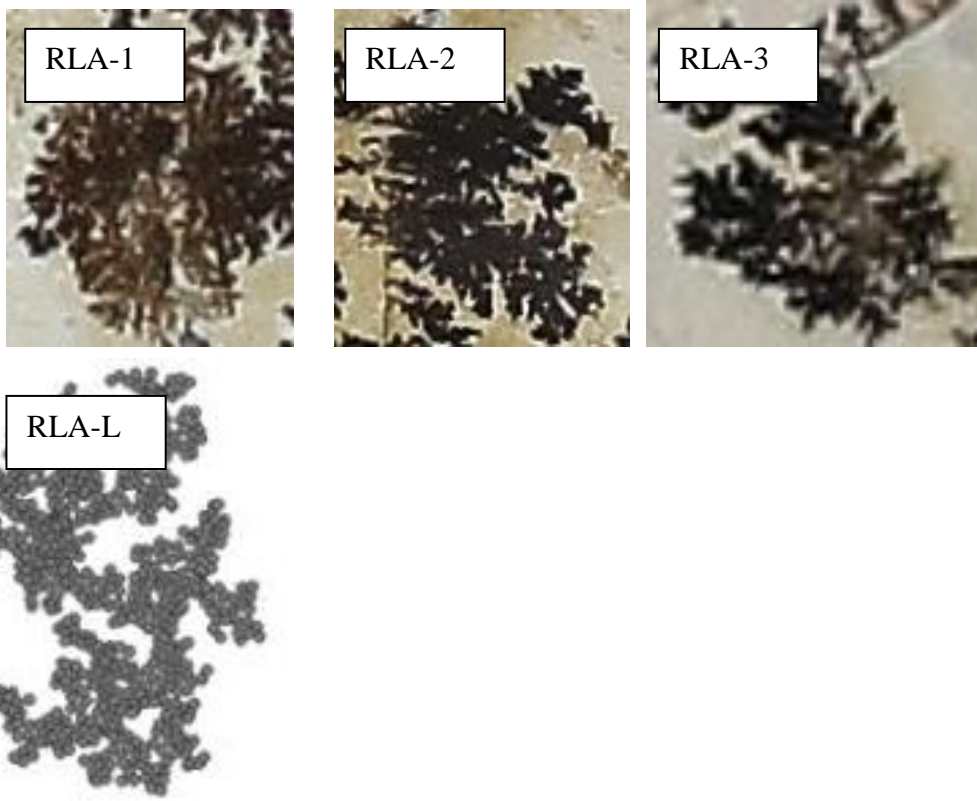
**Şekil 4.8:** Eden Modeli ile tanımlanabilen kalsedon yüzeyi depozit görüntüleri. EM-L ile gösterilen depozit görüntüsü literatürde Eden Modeli algoritması kullanılarak bilgisayar yardımı ile üretilen temsili depozit görüntüsü.

Ayrıca denklem (4.6) monomerik parçacık büyüklüğü ile tanımlanan ve en küçük değer alabilen ölçek değişmezliğinin sınırlarıdır. Sonuçların doğruluğunu test etmek için fraktal boyut değeri ile yoğunluk korelasyon fonksiyonu kritik üs değeri arasındaki ilişkiyi aşağıda tanımlanan bağıntıyı sağlamalıdır. Bu ilişki

$$D = d - \alpha \quad (4.7)$$

denklemini ile tanımlanır.

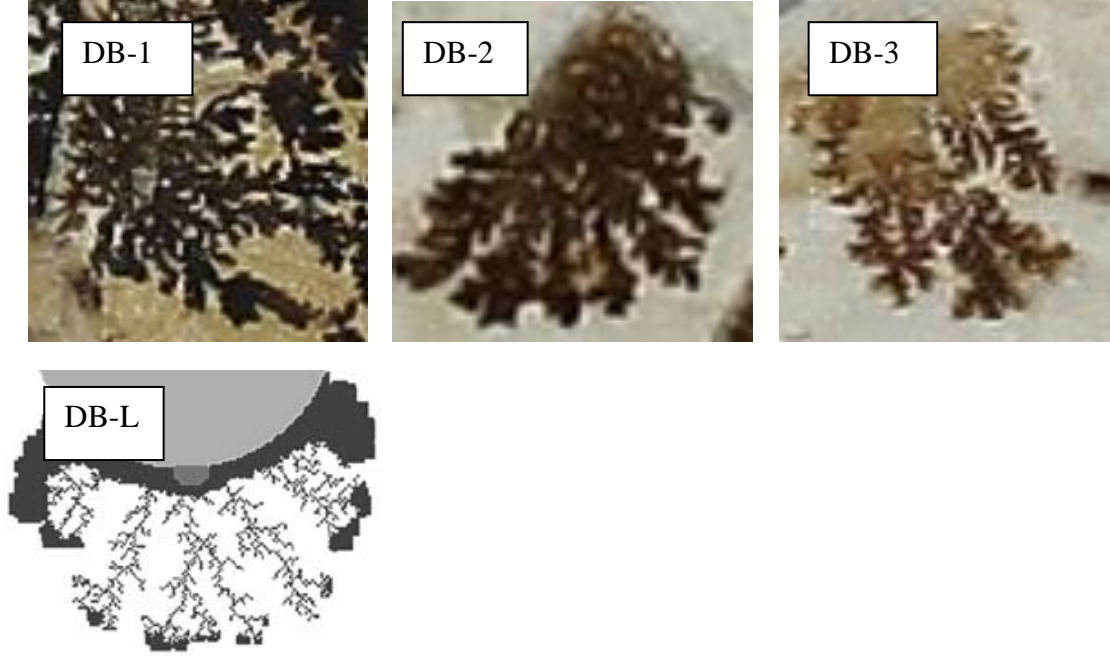
Eden Modeli ile tanımlanabilen Kalsedon yüzeyi depozitleri Şekil 4.8’de gösterilmektedir. Depozitlerin oluşum mekanizması ve süreci jeolojik süreç esnasında yüzeyi sararak sediment sıvı içindeki iyonların çökerek indirgenmesiyle oluşması mümkündür. Oluşum esnasında sıcaklık ve basıncın etkisi ile sıvı buharlaşmakta, sıvı içindeki mineraller çökmektedir [32, 33]. Depozitler incelendiğinde çevrede oluşmuş dal uzunlukları oldukça kısadır. Depozitlerin iç bölgesindeki parçacık yoğunluğu gözlem ölçeği koşullarında en fazla durumdadır. Fraktal boyut değerleri sırası ile EM- için 1,765, EM-2 için 1,644, EM-3 için 1,769, EM-4 için ise 1,661 ve ortalama değer olarak 1,709 olarak hesaplanmıştır.



**Şekil 4.9:** Reaksiyonla sınırlı kümeleşme modeli ile tanımlanabilen bazı kalsedon yüzeyi depozitlerinin görüntüleri..

Ayrıca Reaksiyonla sınırlı kümeleşme modeli algoritması kullanılarak bilgisayar yardımı ile üretilen temsili depozit görüntüsü RDA-L olarak gösterilmiştir RLA modeli ile tanımlanabilen kalsedon yüzeyi depozitleri Şekil 4.8’de üç tipik örneği gösterilmektedir. Poli morfolojik yapı özelliği gösterir ve örgü içinde rastgele

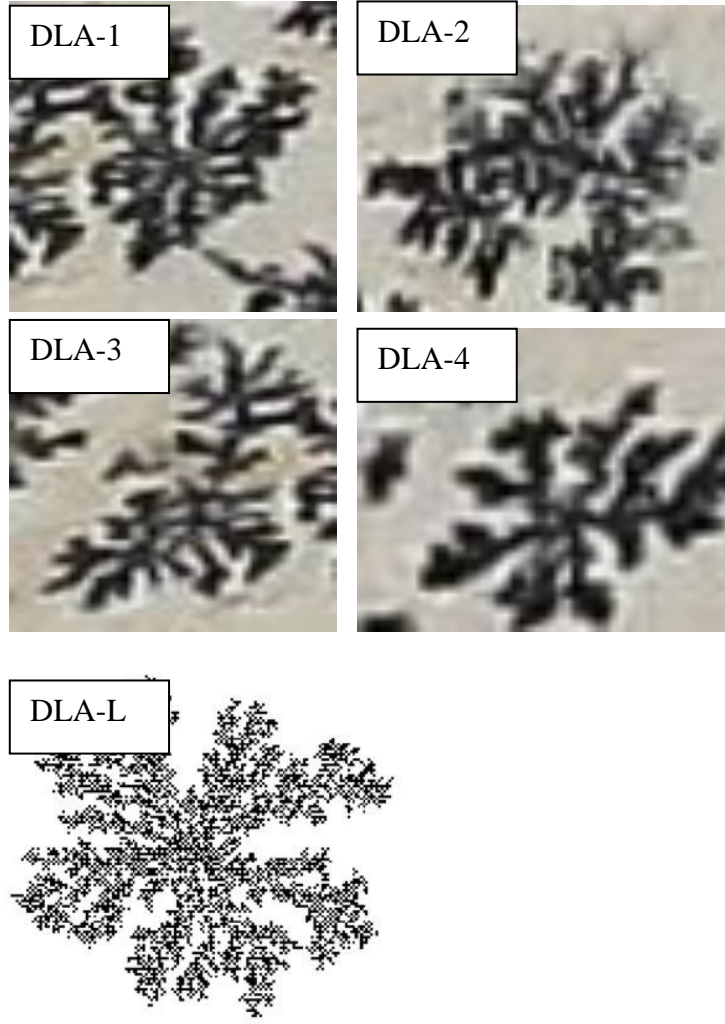
dağılımlıdır. Örneklerin fraktal boyut değerleri sırası ile RLA-1 için 1,715, RLA-2 için 1,727, RLA-3 için 1,598 ve ortalama değer olarak 1,680 olarak hesaplanmıştır.



**Şekil 4.10:** Dallanarak Büyüme modeli ile tanımlanabilen bazı kalsedon yüzeyi depozitlerinin görüntüleri.

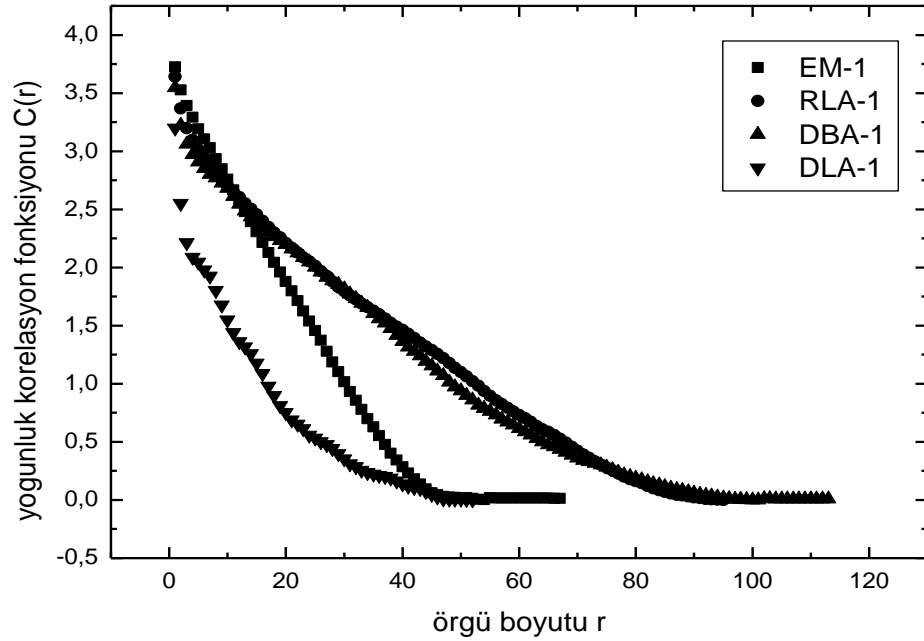
Ayrıca Dallanarak Büyüme algoritması ile bilgisayar kullanılarak üretilen temsili depozit görüntüsü DB-L olarak gösterilmiştir. Şekil 4.9’de gösterilen yoğun dallı model ile açıklanabilen depozitlerin oluşumu kalsedon amorf yapısının yüzey eğriliğinden dolayı biriken sıvının artması ile oluşan akıntı içindeki iyonların yüzeye yapışması ile oluşabilir. Yoğun dalların büyüme doğrultusu sıvının akış yönünü gösterebilir. Eğer dallar ve alt dallar ince ise depoziti oluşturan sıvı kütesinin arttığını ve depozit ana haznesindeki sıvının boşalmasının daha hızlı olduğunu gösterebilir. Eğer depozitteki dallar ve alt dallar daha kalın ise depozit yüzeyinin eğriliğinden dolayı sıvının daha yavaş aktığını gösterebilir. Dolayısı ile depozit hanesi kenarından taşarak akan sıvının depozit oluşum yüzeyinde daha uzun süre kaldığını gösterir. Depozitlere ait fraktal boyut değerleri sırası ile DB-1 için 1,725, DB -2 için 1,566, DB-3 için 1,652 ve ortalama değer olarak 1,648 olarak hesaplanmıştır.

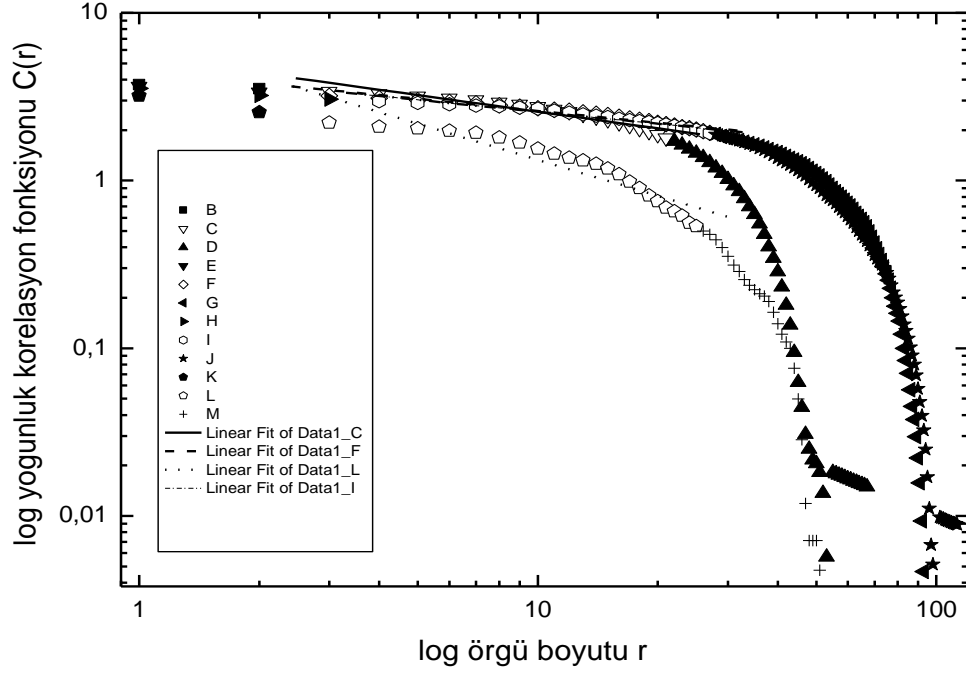




**Şekil 4.11:** Difüzyon ile Sınırlı Kümeleşme modeli ile tanımlanabilen bazı kalsedon yüzeyi depozitlerinin görüntüleri.

DLA-L ile gösterilen depozit temsili DLA algoritmasıyla bilgisayar kullanılarak üretilmiştir. Şekil 4.11’da gözlenen depozitler konum olarak yüzeydeki rastgele yerleşmiş çekirdek etrafında dallanarak oluşmuşlardır. Ana dal ve alt dalların kalınlığı merkezi çekirdekten depozit çevresine doğru kalınlığı azalmaktadır. Bazı depozitler dal kalınlığı daha yoğun olarak gözlenmektedir. Bu tür depozitlerin genel yapısı DLA modeli temsili kümelerine benzemektedir. Şekil 4.10-1, 2, 3 ve 4 depozitler Şekil 4.10-L de gösterilen depozit temsiline benzememektedir. Depozitlere ait fraktal boyut değerleri sırası ile DLA-1 için 1,590, DLA-2 için 1,737, DLA-3 için 1,607, DLA-4 için 1,539 ve ortalama değer olarak 1,618 olarak hesaplanmıştır.





**Şekil 4.12:** A, Yoğunluk korelasyon fonksiyonunun örgü boyutuna bağlı değişimi. B, logaritmik değerlerle değişimi ve doğrusal eğriler diyagram üzerinde verilmiştir.

Metallerin katılaşması ile oluşan polimorfolojik görünümeler pratik veya profesyonel yöntemlerle belirlenip istatistiksel hesaplamalar yapılmaktadır. Elde edilen görüntü üzerinde bulunan depozitler genellikle birbirlerine yaklaşık olarak benzer yapıda olabilirler. Ancak görüntü işleme yöntemi kullanılarak istatistiksel parametre değerleri yaklaşık olarak birbirinden farklıdır. Buna göre kalsedon yüzeyi depozitleri ile literatürdeki diğer jeolojik depozitlere ait fraktal boyut değerleri Tablo 4.3’de karşılaştırılmaktadır.

**Tablo 4.3:** Doğal bazı jeolojik oluşumlar ve yüzeylerinde oluşan depozitlerin yoğunluk korelasyon fonksiyon kritik üs ve fraktal boyut değerleri (Numune ismine ek olarak literatür kaynak numaraları verilmiştir).

Jeolojik numuneler	Kritik üs	Fraktal boyut
Kireç taşı [12]	0,22	1,58-1,77
Quartz [13]	0,12-0,43	1,57-1,88
Manezit cevheri [14-19]	0,41-0,67	1,39-1,67
Tüf yüzeyi [32]	0,51	1,60-1,88
Kalsedon (Bu çalışmada)	0,15-0,33	1,48-1,85

Genelde fraktal boyut değeri kısa ve kalın dallı depozitlerde, ince ve uzun dallı depozitlerle karşılaştırıldığında daha büyüktür [13, 17]. Kalsedon yüzeyi ikincil oluşumları, mangan oksitlerin katı fazı ve benzersiz polimorfolojik depozitleridir. Dendrit yapıdan yoğun yapıya kadar değişim göstermektedir. Sediment sıvı içindeki mangan iyonları doğal kayaç veya yapıların üzerindeki ortamın fiziksel ve kimyasal koşulların etkisiyle indirgenerek birikinti oluştururlar. Bunlar yüzeyde leke şeklinde birbirinden bağımsız farklı morfolojik yapılar olarak gözlenmektedir. Oluşum ortamının farklı koşulları, farklı morfoloji ile sonuçlanır [13, 25]. Soğurulan mangan molekülleri ve soğuran eden alt yüzey arasındaki birinci çekici kuvvet, dispersiyon kuvveti olarak tanımlanır ve moleküller arası iç etkileşmelere göre oldukça zayıftır.

Kalsedon sisteminde ana bileşenleri  $\text{SiO}_2$  ve ikincil katkı olarak  $\text{MnO}$  olup bunların konsantrasyonları birbirinden farklıdır. Eğer ortam sıcaklığı amorf-katı sıcaklığından daha büyükse mangan oksidin çekirdeklenmesi ya da kristalleşmesi daha sıcak yerde başlar. Kristalleşme fazı silisyum dioksit gerçekleştikten sonra konsantrasyon gradiyenti değerinin dalgalanmasından dolayı kalsedon saran hidro termal sıvı içindeki mangan oksit atomları gözenek ve çatlakların içerisine sızar. Hidro termal sıvının buharlaşması sıcaklığın artması ile gerçekleşir ve içyapıdaki anizotropik özellikten dolayı çekirdeklenerek mangan oksit katı kristali oluşturur. Bu nedenle kalsedon içindeki mangan kristalleri ölçek değişmezliğine sahiptir. Ancak kristalleşme sadece yüzey difüzyonu ile gerçekleştiği sonucuna varma yanlış olabilir. Gözlemler kristal büyümenin quasi-statik limitte difüzyonla sınırlandırılmış gerçekleştiğini göstermektedir [36-39].

Katı-katı faz geçişinin gerçekleştiği fiziksel ortamda birçok ilave fiziksel ve kimyasal faktörlerin sonuçları etkilemesi beklenir. Kristal fazdaki bir depozitin öz hacmi amorf durumdan daha küçük ya da daha büyük olabilir. Bundan dolayı uzun aralık (long-range) elastik kuvvetler depozitin büyüme esnasında ortaya çıkar [7]. Bu kuvvetlerin düzensizliğini ve kararsızlığını ortaya çıkarır. Ancak fraktal büyümede önemli rol oynayabilir. Genellikle Kalsedon yüzeyinde bulunan veya saran hidro termal sıvıdaki ağır metal kirliliğinin oluşturduğu heterojenlik, ara yüzeyin morfolojisinin belirlenmesinde etkindir. Ancak, birikme, çökeltme ve difüzyon benzeri rejimde ağır metaller depozit oluşumu için eşik değerine sahip olsa bile, daha sonraki heterojen yapıya öncülük yapması beklenmemelidir [40].



## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Cevher yüzeyi ikincil yapı oluşumları MnO ve Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> içerikli yüzeysel ve hacimsel kuvars kristalleşme katı fazının fraktal desen büyümelili doğal birer depozit örnekleridir. Bu oluşumların bazı makro geometrik ve istatistiksel özelliklerini açıklamak için tarama ve görüntü işleme yöntemi kullanılabilir. Bu tez çalışmasında, doğal kalsedon yüzeyinde bulunan gözenek ve çatlakları belirlemek için dolgu mangan depozitlerin geometrik şekil parametreleri kullanılmaktadır. Bu amaç ile kalsedon yüzeyleri üzerinde gözlenen depozit görüntüleri bilgisayar ile ölçeklenip, bunlara ait kaplama oranı, topolojik fraktal boyut büyüklükleri ve çevre-alan ilişkisine ait kritik üs değerleri nümerik olarak hesaplanmıştır. Çalışmada kullanılan örnekler dört ana gruba ayrılarak incelenmektedir. K-1, K-2, K-3 ve K-4 isimlendirilen bu gruplar için birbirinden bağımsız görüntü yoğunluğuna göre derin gözenekli yapıdan sık yapıya göre değiştiği gözlenmektedir. Bu durum özellikle kaplama oranlarını karşılaştırılması ile belirlenebilir. Bu örneklerin kaplama oranları azalırken topolojik fraktal boyut değerleri artmaktadır. Ancak tüm örneklerin çevre-alan ilişkisine ait kritik üs değerleri ilginç bir şekilde 0,6 civarında dalgalanmaktadır.

Ayrıca bu çalışmada kalsedon yüzeyi depozitlerinin literatürde tanımlanan EM, RLA, DBA ve DLA modeli temsili görüntüleri karşılaştırılmıştır. Bu gözlem, jeolojik mangan ve demir içerikli metallerin fiziksel katı-katı faz geçişi makroskobik olarak belirlenebilen bir durumdur. Bu kalsedon numunesinde düzenli kristalden ziyade rastgele yönelimli içsel anizotropiden dolayı fraktal yapı özelliği gözlenmektedir. Daha önce yapılan deneysel çalışmalarda, fraktal büyümenin diğer tiplerinde fraktal desenler uzun süreli difüzyon ve küçük anizotropik difüzyonla sınırlandırılmış her bölgede oluşabileceğini göstermektedir. Ayrıca yüzeyde oluşan örgü kusurları da depozit oluşumunda etkin bir faktördür.

Bu tez çalışması metodolojik açıdan doğal ve deneysel yüzeylerdeki depozitleri tanımlama konusunda çalışan bilim insanlarına metot kullanma veya karşılaştırma için yardımcı olabilir.

## 6. KAYNAKLAR

- [1] Barbarasi, A. L. and Stanley, H. E., “Fractal Concepts in Surface Growth”, *Cambridge University Press*, (1995).
- [2] Vicsek T., “Fractal Growth Phenomena”, *World scientific*, Singapore, (1992).
- [3] Meakin P., “Fractals, Scaling and Growth Far From Equilibrium”, *Cambridge University Press*, Cambridge, (1998).
- [4] Bayirli M. and Ozbey T., “Numerical approaches about the morphological description parameters for the manganese deposits on the magnesite ore surface”.*Z. Naturforsch*, 68a, 405–411, (2013).
- [5] Schlueter E.M., Zimmerman R.W., Witherspoon P.A. and Cook N.G.W., “The fractal dimension of pores in sedimentary rocks and its influence on permeability”, *Engineering Geology*, 48, 199-215, (1997).
- [6] Zuo, R., Agterberg, F. P., Cheng, Q. and Yao, L., “Fractal characterization of the spatial distribution of geological point processes”, *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 11, 394–402, (2009).
- [7] Mandelbrot, B.B. and Wallis, J.R., “Some long-run properties of geophysical records”, *Water Resources Res.*, 5, 321-340, (1969).
- [8] Fowler, A.D. and Roech, D.E., “A model and simulation of branching mineral growth from cooling contacts and glasses”, *Mineralogical Magazine*, 60, 595-601, (1996).
- [9] Potter M. Russell and Rossman R. G., “Min. of Man. Den. and Coa. *American Min*, 64, 1219, (1979).
- [10] García-Ruiz J. M., Otálora F., Sanchez-Navas A. and Higes-Rolando F., “The formation of manganese dendrites as the material record of flow structures”, In

Fractals and Dynamics Systems in Geosciences, Edited by J.H. Kruhl, Springer Verlag, 307-318, (1994).

- [11] Xu H., Chen T. and Konishi H., “HRTEM investigation of trilling todorokite and nano-phase Mn-oxides in manganese dendrites”, *American Mineralogist*, 95, 556, (2010).
- [12] Chopard, B.H., Herrmann, H.J. and Vicsek, T., “Structure and Growth Mechanism of Mineral Dendrites”, *Nature*, 353, (1991).
- [13] Ng T.F. and Teh G.H., “Fractal and shape analyses of manganese dendrites on vein quartz”, *Geological Society of Malaysia, Bulletin*, 55, 73-79, (2009).
- [14] Ozbey T. and Bayirli M., “A numerical study for the relationship between natural manganese dendrites and dla patterns”. *Z. Naturforsch*, 71(3)a, 225–234, (2016).
- [15] Bayirli, M. and Gulgonul I., “A study of surface morphology of small magnesite ore blocks using numerical computations”, *Zeitschrift für Geomorphologie*, 60:3, (2016).
- [16] Bayirli M. “Amorf dentritik agatta quasi kristallerin fraktal büyümesi”, *BAUN Fen Bilimleri Enstitü Dergisi*, 19(2), 116-122,(2017).
- [17] Bayirli, M. and Kockar, H., “A numerical application using diffusion – limited aggregation for the manganese dendrites”, *Z.Naturforcsh*, 65a, 777-780, (2010).
- [18] Bayirli, M., “the geometrical approach of the manganitive compound deposition on the surface of manganisite ore”, *Physica A*, 353, 1, (2005).
- [19] Merdan Z. and Bayirli M., “Formation of the manganese flowers on the surface of the manganese ore”, *G.U. Journal of Science*, 17, 49, (2004).
- [20] Bayirli M. “Numerical approaches of cluster statistics for stochastic manganese deposits”, *Z. Naturforcsh*, 69a, 581, (2014).



- [21] Eden, M., In Proceedings of the Fourth Berkeley, “symposium on mathematical statistics and probability”, Edited by F. Neyman, Vol. 4, (University of California Press, Berkeley) (1999).
- [22] Witten T.A. and Sander, L.M., “Diffusion limited aggregation, a kinetic critical phenomenon”, *Phys. Rev. Lett.*, 47, 1403, (1981).
- [23] Witten, T.A. and Sander, L.M., “Diffusion limited aggregation”, *Phys. Rev. B.*, 5686, (1983).
- [24] Mandelbrot B. B., “The fractal geometry of nature”, *New York: Freeman*, (1983).
- [25] Wiesenfeld K., “Scaling laws”, *Am. J. Phys.*, 69, 938, (2001).
- [26] Mandelbrot B. B., Passage D. E. and Paullay A. J., “Fractal character of fracture surfaces of metals”, *Nature*, 308, 721, (1984).
- [27] Tapramaz, R., “Sayısal Çözümleme”.*Literatür: Yayıncılık*, Birinci basım, İstanbul, (2002).
- [28] Schneider, C.A., Rasband, W.S. and Eliceiri, K. W. (2012).“NIH Image to ImageJ: 25 years of image analysis”, *Nature Methods*, 9, 671-675
- [29] Alves, L.M., “Foundation of measurement fractal theory for the fracture mechanics, applied fracture mechanics”, 2, 19-66, (2012).
- [30] Hanan W. G. and Heffernan D. M., “Multifractal analysis of the branch structure of diffusion-limited aggregates”, *Phys. Rev. E*, 85, 2, (2012).
- [31] Bayırlı M. ve Pekin A., “Volkanik Tüf Yüzeyi Gözeneklerinin Özelliklerinin Birikinti Geometrisi Kullanarak İncelenmesi”, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 15,2, (2013).
- [32] Stauffer, D., “Scaling theory of percolation clusters”, *Physics Reports*, 54, 1-74, (1974).

- [33] Ozbey T. ve Bayirli M., “Mangan sıvamaları ve DLA modeli için sayısal bir hesaplama”, *BAÜN Fen Bil. Enst. Dergisi*, 18(1), 1-9, (2016).
- [34] Schlueter E.M., Zimmerman R., Witherspoon P.A. and Cook N.G.W., “The fractal dimension of pores in sedimentary rocks and its influence on permeability”, *Engineering Geology*, 48, 199-215, (1997).
- [35] Zuo, R., Agterberg, F. P., Cheng, Q., and Yao, L., “Fractal characterization of the spatial distribution of geological point processes”, *International Journal of Applied Earth Observation and Geo information*, 11, 394–402, (2009).
- [36] Wan, L., Xie D. and Hu, X., “Study of local mineralized intensity using rescaled range analysis and lacunarity analysis”, *Journal of Engineering and Technologies Review*, 6 (2): 105-109, (2013).
- [37] Taylor, H. M. S. and Karlin, S., “A introduction to stochastic modelling”. *Academic Press*. Third Edition San Diego, USA: Elsevier, (1998).
- [38] Paul, B. and Barton, J. R., “Ore textures: problems and opportunities”. *Mineralogical Magazine*, 55, 303-315, (1991).
- [39] Schoedler, F., “Element of geology and mineralogy”, *London: Joseph Griffin and Co.*, 56, (1851).
- [40] <http://rsb.info.nih.gov/ij/> (20.11.2012).[online]
- [41] <https://www.originlab.com/index.aspx?go=Support/ServiceReleases&pid=475> (31.10.2018). [online]
- [42] <https://tr.akpedia.com/Kalsedon> (31.10.2018). [online]