T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ

MATEMATİKSEL DÜŞÜNME ODAKLI ÖĞRETİM: ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ PLANLAMA BECERİLERİ VE GÖRÜŞLERİ

DOKTORA TEZİ

GÜLCAN ÖZTÜRK

BALIKESİR, KASIM - 2013

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ

MATEMATİKSEL DÜŞÜNME ODAKLI ÖĞRETİM: ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ PLANLAMA BECERİLERİ VE GÖRÜŞLERİ

DOKTORA TEZİ

GÜLCAN ÖZTÜRK

BALIKESİR, KASIM - 2013

KABUL VE ONAY SAYFASI

Gülcan ÖZTÜRK tarafından hazırlanan "**MATEMATİKSEL DÜŞÜNME ODAKLI ÖĞRETİM: ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ PLANLAMA BECERİLERİ VE GÖRÜŞLERİ**" adlı tez çalışmasının savunma sınavı 08.11.2013 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği / ~~oy çokluğu~~ ile Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	**İmza**
Danışman Yrd. Doç. Dr. Gözde AKYÜZ	....
Üye Doç. Dr. Hülya GÜR	....
Üye Doç. Dr. Elif TÜRNÜKLÜ	....
Üye Yrd. Doç. Dr. Sevinç MERT UYANGÖR	....
Üye Yrd. Doç. Dr. Mustafa Tuncay SARITAŞ	....

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez BAÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü
Prof. Dr. Hilmi Namlı ....

ÖZET

MATEMATİKSEL DÜŞÜNME ODAKLI ÖĞRETİM: ORTAÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ PLANLAMA BECERİLERİ VE GÖRÜŞLERİ

DOKTORA TEZİ

GÜLCAN ÖZTÜRK

FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ

(TEZ DANIŞMANI: YRD. DOÇ. DR. GÖZDE AKYÜZ)

BALIKESİR, KASIM – 2013

Bu araştırma ile matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisinin ve uygulamaya katılan öğretmen adaylarının görüşlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla literatürde yer alan öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamalarının karması olma özelliğini taşıyan bir öğretim uygulaması tasarlanmıştır. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmek için yapılması gerekenleri vurgulayan bu öğretim uygulaması 40 ortaöğretim matematik öğretmen adayının katılımı ile gerçekleştirilmiştir.

Araştırma sorularına dayalı olarak araştırma amacının seçimi, araştırma verilerinin toplanması ve araştırma sorularını yanıtlamaya yardımcı olacak şekilde araştırma verilerinin analiz edilmesinde farklı yaklaşımların kullanıldığı tek model ve karma model desenleri araştırmanın modelini oluşturmuştur. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisini belirlemek için öğretim uygulamasının öncesinde, sonrasında ve bir yarıyıl sonrasında, çalışmaya katılan öğretmen adaylarından üst düzey düşünme süreçlerini içeren problemleri kullanarak planlar yapmaları istenmiştir. Bu planlar araştırmanın dayandığı teorik çerçeveye uygun bir araç olan ders planlama öğeleri rubriği ile incelenerek analiz edilmiştir. Öğretim uygulamasına katılan öğretmen adaylarının görüşlerini belirlemek için öğretmen adaylarıyla yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmış ve analiz edilmiştir.

Yapılan analizler sonucunda matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar yapma becerilerine olumlu etkisinin olduğu görülmüştür. Görüşmelerin analizlerinden çalışmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı dersler planlamada önemli olan özellikleri vurgulayan görüşler belirttikleri ve öğretim uygulaması hakkındaki görüşlerinin olumlu olduğu ortaya çıkmıştır.

ANAHTAR KELİMELER: matematiksel düşünme, matematik öğretimi, matematik öğretimini planlama

ABSTRACT

THE INSTRUCTION FOCUSED ON MATHEMATICAL THINKING: PRESERVICE SECONDARY MATHEMATICS TEACHERS' SKILLS IN PLANNING AND OPINIONS
PH.D THESIS
GÜLCAN ÖZTÜRK
BALIKESIR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
SECONDARY SCIENCE AND MATHEMATICS EDUCATION
MATHEMATICS EDUCATION
(SUPERVISOR: ASSIST. PROF. DR. GÖZDE AKYÜZ)
BALIKESİR, NOVEMBER – 2013

In this study, it is aimed to determine the effect of the instruction focused on mathematical thinking on preservice teachers' skills in planning mathematics teaching and the opinions of the preservice teachers who participated in the instruction. For this purpose an instructional programme, which is a mixed model of the instructional practices that focused on students' mathematical thinking in the literature, was designed. This instructional programme emphasizing what needs to be done to improve students' mathematical thinking was implemented with 40 preservice secondary mathematics teachers.

The research model consisted of monomethod and mixed model designs involving different approaches of selecting the research objective based on the research questions, collecting research data and analyzing the research data to help answer the research questions. In order to determine the effect of the instruction focused on mathematical thinking on preservice teachers' skills in planning mathematics teaching, the preservice teachers, who participated in the instruction, were asked to plan lessons that used tasks with a high level of cognitive demand before, right after and one semester after the instruction. These plans are assessed and analyzed with scoring rubric for attention to students' thinking which is a tool compatible with the theoretical framework of the research. In order to determine the opinion of the preservice teachers who participated in the instruction, semi-structured interviews were conducted and analyzed.

As a result of analysis, it was observed that the instruction had positive effect on the preservice teachers' skills in planning mathematics teaching focused on students' mathematical thinking. From the analysis of the conducted interviews, it came out that the preservice teachers participated in the study emphasized the features that are important for planning lessons focused mathematical thinking and their opinions about the instruction were positive.

KEYWORDS: mathematical thinking, mathematics teaching, planning of mathematics instruction.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET i
ABSTRACT ii
İÇİNDEKİLER iii
ŞEKİL LİSTESİ vi
TABLO LİSTESİ vii
KISALTMA LİSTESİ ix
ÖNSÖZ x
1. GİRİŞ 1
1.1 Matematiksel Düşünme 2
1.2 Matematik Öğretimi ve Matematiksel Düşünme 5
1.3 Öğrencilerin Matematiksel Düşünmelerine Odaklanmayı Temel Alan Öğretim Uygulamaları 8
1.4 Araştırmanın Problemi 13
1.4.1 Alt problemler 13
1.5 Teorik Çerçeve 14
1.5.1 Ders Planlarını Analiz Etmek İçin Kullanılan Teorik Çerçeve 14
1.5.2 Matematiksel Görevler Çerçevesi 16
1.6 Araştırmanın Amacı 20
1.7 Araştırmanın Önemi 20
1.8 Sınırlılıklar 21
1.9 Sayıltılar 21
1.10 Tanımlar 21
2. İLGİLİ LİTERATÜR 23
2.1 Matematiksel Düşünme ile İlgili Araştırmalar 23
2.2 Öğrencilerin Matematiksel Düşünmelerine Odaklanmayı Temel Alan Öğretim Uygulamaları ile İlgili Araştırmalar 29
2.2.1 Bilişsel Muhakemeye Dayalı Öğretim ile İlgili Araştırmalar 31
2.2.2 Ders Araştırması ile İlgili Araştırmalar 34
2.2.3 Öğrencilerin Matematiksel Çalışmalarının İncelenmesini İçeren Öğretim Uygulamaları ile İlgili Araştırmalar 36
2.2.4 Öğretmenlerin Videoya Çekilmiş Dersleri İncelemesini İçeren Öğretim Uygulamaları ile İlgili Araştırmalar 38
2.2.5 Matematik Öğretimi ile ilgili Örnek Olayların İncelemesini İçeren Öğretim Uygulamaları ile İlgili Araştırmalar 40
2.2.6 Karma Uygulamalar ile İlgili Araştırmalar 41
2.3 Matematiksel Düşünme Odaklı Planlama ile İlgili Araştırmalar 44
3. YÖNTEM 50
3.1 Araştırma Modeli 50

3.2 Katılımcılar ... 54
3.3 Veri toplama süreci ... 55
3.3.1 Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulaması ... 56
3.3.2 Pilot Çalışma ... 61
3.3.3 Verilerin Toplanması ... 62
3.4 Verilerin Kodlanması ve Analizi ... 64
3.4.1 Ders Planlama Öğeleri Rubriği ... 64
3.4.2 Birinci ve İkinci Alt Problemlere Yönelik Kodlama ve Analiz ... 68
3.4.3 Üçüncü Alt Probleme Yönelik Kodlama ve Analiz ... 69
3.4.4 Dördüncü Alt Probleme Yönelik Kodlama ve Analiz ... 69
3.5 Verilerin Geçerlik ve Güvenirliği ... 70
4. BULGULAR, YORUMLAR VE TARTIŞMA ... 74
4.1 Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar ... 74
4.1.1 Öğretim Öncesindeki Planlardan Elde Edilen Bulgular ... 75
4.1.1.1 "Grafiklerden Açıklamalara" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular ... 75
4.1.1.2 "Özel Tişörtler" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular ... 80
4.1.2 Öğretim Sonrasındaki Planlardan Elde Edilen Bulgular ... 86
4.1.2.1 "Grafiklerden Açıklamalara" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular ... 86
4.1.2.2 "Özel Tişörtler" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular ... 92
4.1.3 Öğretim Öncesindeki ve Sonrasındaki Planların Karşılaştırılması ... 98
4.1.3.1 Öğretim Öncesinde ve Sonrasında "Grafiklerden Açıklamalara" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planların Karşılaştırılması ... 99
4.1.3.2 Öğretim Öncesinde ve Sonrasında "Özel Tişörtler" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planların Karşılaştırılması ... 108
4.2 İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar ... 117
4.2.1 Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular ... 118
4.2.1.1 Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra "Grafiklerden Açıklamalara" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular ... 119
4.2.1.2 Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra "Özel Tişörtler" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular ... 124
4.2.2 Öğretim Sonrasında Yapılan Planlar ile Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra Yapılan Planların Karşılaştırılması ... 130
4.2.2.1 Öğretim Sonrasında ve Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra "Grafiklerden Açıklamalara" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planların Karşılaştırılması ... 130
4.2.2.2 Öğretim Sonrasında ve Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra "Özel Tişörtler" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planların

Karşılaştırılması 134
4.3 Birinci ve İkinci Alt Problemlere Yönelik Bulguların Yorumları 137
4.4 Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar.............................. 143
4.5 Dördüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar 150
4.6 Tartışma.. 154
5. SONUÇ VE ÖNERİLER 158
5.1 Sonuç.. 158
5.2 Öğretmenler veya Öğretmen Adayları için Öneriler................................ 159
5.3 Benzer Öğretim Uygulamaları Yapacaklar için Öneriler.......................... 160
5.4 Gelecek Araştırmalar için Öneriler 160
6. KAYNAKLAR 162
7. EKLER.. 173
EK A Ders Boyunca Düşünme Protokolü.. 173
EK B Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulamasının Üçüncü Haftasında Öğretmen Adaylarına Sunulan Görevler 176
EK C Bilişsel Gereklilik Düzeylerine Göre Görevler.. 177
EK D Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulamasında Kullanılan Örnek Olaylar.. 180
EK E Bilişsel Gerekliliklerle İlgili Sınıf İçi Faktörler ve Modeller..................... 201
EK F Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulamasında Kullanılan Görevler... 203
EK G Ders Planlarını Değerlendirme Rubriği 212
EK H Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulamasında Kullanılan Planlar 216
EK I "Telefonla Arama Planları" Problemi Çerçevesinde Soru Sorma ve Yapılmış Bir Tartışmayı İnceleme Etkinliği 241
EK J Ders Planlama Öğeleri 245
EK K Öğretmen Adaylarını Planlama Becerilerini Belirlemek İçin Kullanılan Problemler 246
EK L Öğretim Uygulaması ve Planlama Hakkındaki Görüşleri Belirlemek İçin Kullanılan Görüşme Soruları ve Analizde Kullanılan Kodlar............ 248
EK M Ders Planlama Öğeleri Rubriği ve Öğretmen Adaylarını Planlarını Analiz Ederken Kullanılan Kodlar.. 251
EK N Çalışmaya Katılan Öğretmen Adaylarının Yaptıkları Planlardan Elde Edilen Bulgular 255

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1: Matematiksel Görevler Çerçevesi 17
Şekil 3.1: Tek-model ve karma model desenleri 50
Şekil 4.1: Öğretim öncesinde "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları 76
Şekil 4.2: Öğretim öncesinde "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları 77
Şekil 4.3: Öğretim öncesinde "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları 81
Şekil 4.4: Öğretim öncesinde "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları 82
Şekil 4.5: Öğretim sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları 87
Şekil 4.6: Öğretim sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları 88
Şekil 4.7: Öğretim sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları 93
Şekil 4.8: Öğretim sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları 94
Şekil 4.9: Öğretimden bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları 119
Şekil 4.10: Öğretimden bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları 121
Şekil 4.11: Öğretimden bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları 125
Şekil 4.12: Öğretimden bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları 126
Şekil 4.13: "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları 138
Şekil 4.14: "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları 139
Şekil 4.15: "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları 141
Şekil 4.16: "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları 142
Şekil 4.17: Öğretmenlik Uygulaması dersinde yapılan planların toplam puanları 151
Şekil 4.18: Öğretmenlik Uygulaması dersinde yapılan planların öğelere göre puanları 152

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 1.1: Matematiksel Görevler Çerçevesine göre bir görevin bilişsel gereklilik düzeylerinin özellikleri 19
Tablo 3.1: Araştırmanın katılımcıları ile ilgili bilgiler.. 54
Tablo 3.2: Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının planı............. 57
Tablo 4.1: "GA" planlarında matematiksel amacı belirleme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları... 99
Tablo 4.2: "GA" planlarında öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları......................... 101
Tablo 4.3: "GA" planlarında öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları......................... 102
Tablo 4.4: "GA" planlarında öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 104
Tablo 4.5: "GA" planlarında öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 105
Tablo 4.6: "GA" planlarında dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları.. 106
Tablo 4.7: "GA" planlarında toplam puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 107
Tablo 4.8: "ÖT" planlarında matematiksel amacı belirleme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları... 109
Tablo 4.9: "ÖT" planlarında öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları......................... 110
Tablo 4.10: "ÖT" planlarında öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları......................... 112
Tablo 4.11: "ÖT" planlarında öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 113
Tablo 4.12: "ÖT" planlarında öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 114
Tablo 4.13: "ÖT" planlarında dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları.. 115
Tablo 4.14: "ÖT" planlarında toplam puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 117
Tablo 4.15: "GA" planlarındaki puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 131
Tablo 4.16: Öğretim öncesi ve bir yarıyıl sonrası "GA" planlarının

Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 133
Tablo 4.17: "ÖT" planlarındaki puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 135
Tablo 4.18: Öğretim öncesi ve bir yarıyıl sonrası "ÖT" planlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları 137
Tablo 4.19: Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşleri 144

KISALTMA LİSTESİ

ABD : Amerika Birleşik Devletleri

BMDÖ : Bilişsel Muhakemeye Dayalı Öğretim

DBDP : Ders Boyunca Düşünme Protokolü

GA : Grafiklerden Açıklamalara

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM : Ulusal Matematik Öğretmenleri Kurulu (National Council of Teachers of Mathematics)

NRC : Ulusal Araştırma Kurulu (National Research Council)

OFMAE : Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi

ÖT : Özel Tişörtler

ÖYEGM : Öğretmen Yetiştirme ve Geliştirme Genel Müdürlüğü

PISA : Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (Programme for International Student Assessment)

TIMSS : Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması (The Third International Mathematics and Science Study)

ÖNSÖZ

Bu heyecan verici ve zorlu çalışmada, matematik öğretmen adaylarına öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini geliştirmede bir anlayış kazandırmak amaçlanmıştır.

Böyle güzel bir konuyu seçip çalışmam için bana yol gösteren ve değerli fikirleriyle daha iyiye ulaşmam için büyük katkılarda bulunan danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Gözde AKYÜZ'e sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Tez izleme komitemde bulunarak çalışmamın başından sonuna değerli görüşlerini ve eleştirilerini sunan hocalarım Yrd. Doç. Dr. Sevinç MERT UYANGÖR ve Yrd. Doç. Dr. Mustafa Tuncay SARITAŞ'a çok teşekkür ediyorum.

Değerli fikirleri ve desteği ile çalışmalarımda hep yanımda olan dostum ve hocam Yrd. Doç. Dr. Ayşen KARAMETE'ye çok teşekkür ediyorum.

Bu günlere gelmeme katkı sağlayan ve beni yetiştiren tüm hocalarıma çok teşekkür ediyorum.

Çalışmamın katılımcısı olan öğrencilerime çalışma boyunca gösterdikleri çaba ve içten katılım için teşekkürü borç biliyorum.

Lisansüstü eğitime başladığım günden beri beni her zaman destekleyen ve ihtiyaç duyduğumda hep yanımda olan sevgili eşim İlhami ÖZTÜRK'e teşekkür borçluyum.

Son olarak "Anne sen şimdi doktor mu olacaksın? Ne doktoru olacaksın?" diye sorup duran ve onunla geçiremediğim zamanları sabır ve anlayışla karşılayan 8 yaşındaki canım oğlum Efe ÖZTÜRK seni çok seviyorum…

1. GİRİŞ

İnsanların hayatında önemli bir yeri olan, onların hayatına doğrudan ya da dolaylı olarak etki eden, bilimsel yaşamın ilerlemesine katkı sağlayan bir bilim dalı olarak matematiğin pek çok tanımı yapılmıştır. Matematik öğretiminin niteliğinin nasıl olması gerektiğini ortaya koyabilmek için bu tanımlara göz atmakta yarar vardır.

Alkan ve Altun (1998)'a göre üzerinde herkesin birleştiği bir matematik tanımı verilememiştir fakat matematiğin konusu sayılar, şekiller, cisimler, uzaylar, fonksiyonlar ve bunlar arasındaki ilişkilerdir. Matematik, günlük yaşamdaki problemleri çözmede başvurulan sayma, hesaplama, ölçme ve çizme işlemleri; bazı sembolleri kullanan bir dil; insanda mantıklı düşünmeyi geliştiren mantıksal bir sistem; dünyayı anlamada ve yaşanılan çevreyi geliştirmede kullanılan bir araç olarak tanımlanmıştır (Baykul, 2009).

Matematik, ardışık soyutlama ve genellemeler süreci olarak geliştirilen fikirler ve bağıntılardan oluşturulan sistemdir (Australian Council for Educational Research, 1972'den aktaran Baykul, 2009). Matematik, bir düşünme yolu; yapıların ve ilişkilerin bir çalışması, bir diziliş ve iç uyum ile karakterize edilen bir sanattır (Pesen, 2008). Matematik sayı, nokta, küme, fonksiyon türünden soyut nesnelere özgü özellikleri ortaya çıkarma, belirleme ve mantıksal olarak kanıtlama bilimidir (Yıldırım, 2008).

Düşüncenin tümdengelimli bir işletim yolu ile sayılar, geometrik şekiller, fonksiyonlar, uzaylar v.b. soyut varlıkların özelliklerini ve bunların arasında kurulan ilişkileri inceleyen bilimler grubuna verilen genel ad matematik olarak belirtilmiştir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 1966'dan aktaran Altun, 2007). Matematik ayrıca, soyut düşüncelerimizi sistematik bilgi olarak ifade edebilmemizi sağlayan formal bir dil; çok ucuz, hızlı ve kesin sonuç veren bir yazılım teknolojisi, bir programlama dili olarak da tanımlanmıştır (MEB, 2005).

Tüm bu tanımlardan matematiğin belirli özellikleri taşıyan düşünme etkinliklerine dayandığı sonucu çıkarılabilir. Bu düşünme etkinlikleri, matematiksel düşünme olarak adlandırılabilir. İzleyen bölümde matematiksel düşünmenin ne olduğu hakkında literatüre dayalı olarak bilgi verilmiştir.

1.1 Matematiksel Düşünme

Büyük Türkçe Sözlük'te, düşünmenin tanımı, zihnin bir konuyla ilgili bilgileri karşılaştırarak, aralarındaki bağlantıları inceleyerek bir yargıya ya da karara varma etkinliği; zihinden geçirme ya da zihin yoluyla arayıp bulma olarak yapılmıştır (Türk Dil Kurumu [TDK], 2010). Yıldırım (2008)'a göre düşünme, herhangi bir konuda veya düzeyde problem çözme etkinliğidir. Düşünme sürecinde birbirinden ayrı iki temel aşama vardır: birinci aşama, sorunu giderici veya açıklayıcı çözüm bulmadır ve buluş, icat veya yaratma olarak nitelenir. İkinci aşama bulunan sonucun doğruluğunu kontrol etmedir ve doğrulama, kanıtlama veya ispatlama olarak nitelenir. Birinci aşamada indüktif (tümevarımlı) düşünme, ikinci aşamada dedüktif (tümdengelimli) düşünme söz konusudur (Yıldırım, 2008).

Bruner (1960) sezgisel düşünme ve analitik düşünme olmak üzere birbirinin tamamlayıcısı iki tür düşünme olduğunu ifade etmiştir. Sezgisel düşünme problemin algılanmasına dayanan eylemleri içermektedir ve bu düşünme biçiminde dikkatle yapılmış herhangi bir planlama yoktur. Analitik düşünme ise dikkatli ve tümdengelimli bir akıl yürütmeyi, matematik ve mantığı kullanmayı, girişimde bulunmak için planlamayı içerir. Ayrıca, araştırma deseni ve istatistiksel analiz ilkelerini kullanarak adım adım tümevarım sürecini ve deneyi kapsayabilir (Bruner, 1960). Mubark (2005)'a göre matematiksel düşünme temelde analitik düşünmeyi içermektedir ancak sezgisel düşünme de matematiksel düşünme içinde yer almaktadır.

Henderson vd. (2001, 2002), matematiksel düşünmenin herhangi bir alanda problemlerin çözümünde yardımcı olduğunu belirtmiş ve problemlerin çözümünde matematiksel teknikleri, kavramları ve süreçleri açık veya kapalı bir şekilde uygulamanın matematiksel düşünme olduğunu ifade etmiştir. Bu tanım kullanılarak her problem çözme etkinliğine bir matematiksel düşünme etkinliği olarak bakılabilir.

Stacey (2006)’e göre matematiksel düşünme oldukça karmaşık bir etkinliktir ve çoğunlukla iki çift süreç halinde ilerlemektedir: (1) özelleştirme ve genelleme (2) tahmin etme ve ispatlama. Özelleştirme özel durumları deneme, örneklere bakma; genelleme ilişkileri ve yapıları arama; tahmin etme ilişkileri ve sonuçları tahmin etme; ispatlama ise bir şeyin neden doğru olduğunu bulma ve ifade etme anlamına gelmektedir. Stacey (2006)’e göre öğretmenlerin matematik problemlerini çözerken çeşitli beceri ve yetenekleri göz önüne alması gerekir. Bu beceri ve yetenekler, derin matematiksel bilgi, genel akıl yürütme becerileri, sezgisel beceriler, olumlu inanç ve tutumlar (matematiğin yararlı olacağı beklentisi gibi), güven, sebat (ısrar etme) ve düzenleme gibi kişisel özellikler ve çözümü ifade etme becerileridir. Stacey (2006), bu becerilerden ilk üç tanesinin matematiksel düşünmenin en açık parçası olduğunu belirtmiştir.

Lim ve Hwa (2006), matematiksel düşünmenin temel bileşenlerinin matematiksel bilgi/içerik, zihinsel işlemler ve yatkınlık olduğunu belirtmiştir. Lim ve Hwa (2006)’ya göre bu bileşenler birbirleri ile ilişkili ve birbirlerinin tamamlayıcısıdırlar. Matematiksel bilgi/içerik, kişinin edindiği veya öğrendiği özel matematik konu alanı, matematiksel kavramlar ve fikirlerdir. Zihinsel işlemler, düşünürken zihnin gerçekleştirmesi gereken bilişsel etkinliklerdir. Yatkınlık ise belirli şartlar altında belirli şekillerde düşünmeye eğilim veya yönelimdir. Duygularla inançlarda mantıklı olma, etkin düşünme ve açık fikirli olma yatkınlık örnekleridir. Lim ve Hwa (2006)’ya göre matematiksel düşünme zihinsel beceri ve stratejilerin kullanımını içerir; düşünen bir kimsenin eğilimleri, inançları ve tutumlarından büyük ölçüde etkilenir; üstbiliş (metacognition) gibi kişinin düşünmesinin farkındalığını ve kontrolünü gösterir; etkinliklere bağlı bir bilgidir. Bütün bu özelliklere dayanarak matematiksel düşünme, problemlerin çözümünü sağlamaya yönelik belirli türde yatkınlık ve matematiksel bilgi tarafından desteklenen zihinsel bir işlem olarak tanımlanmıştır (Lim ve Hwa, 2006). Lim ve Hwa (2006) içerik bilgisinin elde edilmesinin matematiksel düşünmeyi gerçekleştirmenin temeli olduğunu ve içeriği anlamanın, kişinin problem durumuna uygun bilişsel becerileri ve stratejileri seçmesini destekleyip yönlendirdiğini belirtmiştir. Lim ve Hwa (2006)’ya göre bilgi edinme, kişinin arayıp keşfetmesini, düşünsel riskleri almasını, yaratıcı ve eleştirel bir şekilde düşünmesini de gerektirir. Bu nedenle içerik bilgisi kazanmada doğru tutum ile eğilim çok önemlidir ve matematikte problem çözmede bilişsel beceriler ile stratejileri uygulamak için temel güç olarak hizmet eder. Kısacası başarılı ve etkili bir matematik düşünürü olmak için içerik bilgisine, bilişsel beceriler ile stratejilere ve düşünme eğilimlerine sahip olunması ve bunların içselleştirilmesi gerekir (Lim ve Hwa, 2006).

Mubark (2005)'a göre matematiksel düşünme, genelleme, tümevarım, tümdengelim, sembollerin kullanımı, mantıksal düşünme ve matematiksel ispat olmak üzere altı temel unsura sahiptir ve bu unsurlar öğrenci tarafından gerçekleştirildiğinde ortaya çıkar.

Yıldırım (2008), günlük ve bilimsel düşünmeden farklı olmayan matematiksel düşünmenin başta gelen amacının doğruya ulaşmak olduğunu; bu doğruluğun günlük ve bilimsel düşünmede gözlem ya da deney verilerine, matematik ve mantıkta ise ispata bağımlı olduğunu ifade etmiştir. Alkan ve Altun (1998) ise matematiksel bilginin üretilmesinde izlenen yolun matematiğe has olduğunu ve ispatlama olarak adlandırıldığını belirtmiştir. Matematiksel düşüncenin geliştirilmesine hakim olan yaklaşımın adı tümdengelimdir. Alkan ve Altun (1998)'a göre tümevarım ile yapılan matematik ispatlar da vardır. Bunlar ya elemanlarının tamamı incelenebilecek kadar az olan sonlu kümelerle ilgilidir ya da tümdengelimle ispatın mümkün olmadığı durumlardır.

MEB (2005)'de keşfetme, mantıksal ilişkileri bulma ve matematiksel terimlerle ifade etme sürecinin matematiksel düşünmenin temelini oluşturduğu belirtilmiş ve matematiksel düşünme, somut olgusal ilişkileri soyut terimlerle ifade edebilme ve genele ulaşabilme olarak tanımlanmıştır. Ayrıca analiz, sentez, değerlendirme, ilişkilendirme, sınıflandırma, genelleme ve sonuç çıkarmanın yüksek düzeyde matematiksel düşünme becerileri olduğu ifade edilmiştir (MEB, 2005).

Tüm bu tanımlardan, matematiksel kavramlar, teknikler ve süreçler kullanılarak gerçekleştirilen problem çözme etkinliğinin matematiksel düşünme olduğu ve matematiksel düşünmenin temelinde keşfetme, mantıksal ilişkileri bulma ve matematiksel terimlerle ifade etme süreci bulunduğu sonucu çıkarılabilir.

Stacey (2006) matematiksel düşünmenin üç açıdan önemli olduğunu belirtmiştir: (1) matematiksel düşünme öğretimin önemli bir amacıdır; (2) matematiksel düşünme matematiği öğrenmenin bir yolu olarak önemlidir ve (3) matematiksel düşünme matematiği öğretmek için önemlidir. İzleyen bölümde matematiksel düşünme ile matematik öğretimi ilişkisi ele alınmıştır.

1.2 Matematik Öğretimi ve Matematiksel Düşünme

MEB (2005)'e göre matematik derslerinin anlatımı genel olarak, "Tanım → Teorem → İspat → Uygulamalar ve Test" biçiminde geleneksel yolla yapılmaktadır. Bu tür derslerde öğrencilerin büyük çoğunluğu, matematiksel düşünme becerileri kazanmak yerine, belirli sayıdaki kuralları ezberlemekte, bu kurallara dayalı anlamını bilmeden semboller üzerinde işlem yapmayı tercih etmeye yönelmektedirler (MEB, 2005).

Sıradan matematik dersinin oldukça açık olduğu ifade edilerek bu tür derste çözmek için problemler; açıklamak için bir hesaplama yöntemi veya ispatlamak için teoremler bulunduğu ve temel çalışmanın genellikle yazı tahtasına yazarak yapıldığı belirtilmiştir (Davis ve Hersh, 1981). Öğretmen ve öğrenciler, problemler çözüldüğü, teoremler ispatlandığı veya hesaplamalar tamamlandığında günlük görevlerinin tamamlandığını bilirler. Öğrenciler anlamazlarsa zihin karışıklıkları, öğretmenin adımları çok ince ayrıntılarıyla daha yavaş bir şekilde ve bazen daha yüksek sesle tekrar etmesi ile giderilmeye çalışılır (Davis ve Hersh, 1981).

Stigler ve Hiebert (1997), Amerika Birleşik Devletleri [ABD]'ndeki geleneksel matematik öğretiminin anlama ve uygulama olmak üzere iki aşamada gerçekleştiğini ifade etmiştir. Bu aşamalardan birincisi olan anlama aşamasında öğretmen, örnek bir problemin nasıl çözüleceğini gösterir veya çözüm hakkında bir tartışma yönetir. Amaç, aynı yöntemi öğrencinin kendi başına uygulayabilmesi için işlem adımlarını açıklamaktır. Uygulama aşamasında, öğrenci örnek probleme benzer problemler çözerek yöntemi kullanmanın pratiğini yapar. Türkiye'deki geleneksel yollarla yapılan matematik dersleri de yukarıda bahsedilen şekillerde gerçekleşmektedir (Berberoğlu, Çelebi, Özdemir, Uysal ve Yayan, 2003; MEB, 2005; Eraslan, 2008).

Bahsedilen özellikleri taşıyan derslerin bulunduğu geleneksel öğretim, öğrencilere matematiksel akıl yürütme, iletişim kurma, tahminde bulunma ve doğrulama ile uğraşma fırsatlarını sunmaz; sadece yöntemleri gerçekleştirmede ustalaşma fırsatını verir (Hughes, 2006). Geleneksel öğretim öğrencilere kavramsal düşünceleri geliştirme ve öğrendikleri yöntemler ile o yöntemlerin neden işe yaradığını gösteren kavramlar arasında bağ kurma fırsatı da vermez (Hughes, 2006). Öğrencilerin sadece hesaplama, sınıflandırma ve tanımlama süreçlerinde değil, akıl yürütme, iletişim kurma, tahminde bulunma ve ispatlama gibi diğer matematiksel süreçlerde de ustalaşması gerekmektedir (National Research Council [NRC], 2001).

Matematik öğretimindeki yeni yaklaşımlar, kontrol edilemeyen kurallar yerine kavramsal öğrenmeye dayalı, "Problem → Keşfetme → Hipotez Kurma → Doğrulama → Genelleme → İlişkilendirme" biçimindeki yaklaşımı öne çıkarmıştır (MEB, 2005). Bu kavramsal öğrenme süreci, bireyin keşfederek algıladığı bilginin algoritmik düzen içinde zihinde yapılandırıldığını kabul eder. Bu sürece her bir öğrencinin aktif olarak katılma zorunluluğu vardır (MEB, 2005).

Matematik öğretiminin amacı, matematiksel düşünce sistemini öğrenmek ve öğretmek; temel matematiksel becerilerin (problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, genelleme, iletişim kurma, duyuşsal ve psikomotor gelişim) ve bu becerilere dayalı yeteneklerin gerçek hayat problemlerine uygulanmasını sağlamak olarak belirtilmiştir (MEB, 2005). Ayrıca matematiksel çalışmanın esasları; mantıksal ilişkileri bularak bu ilişkileri anlamak, bulunan ilişkileri sınıflandırarak bu ilişkilerin doğruluğunu kanıtlamak ve doğruluğu kanıtlanan ilişkileri genelleyerek hayata taşıyıp uygulayabilmek olarak ifade edilmiştir (MEB, 2005).

Ortaöğretim Matematik Dersi Programında, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmelerini, matematiksel düşünme becerisi kazanmalarını, matematik terminolojisini doğru ve etkili bir şekilde kullanabilmelerini sağlama amaçlarına yer verilmiştir. Program matematiksel kavramlara, bu kavramlar arasında bulunan ilişkilere, temel matematiksel işlemler ve bu işlemlerin barındırdığı matematiksel anlamlara vurgu yapmıştır. Programın uygulanmasında matematik öğrenmenin aktif bir süreç olarak ele alınması; öğrencilere araştırma yapma, matematiksel ilişkileri keşfetme ve ispatlama, modelleme ve problem çözme, çözüm yaklaşımlarını sınıf ortamında paylaşma ve tartışma olanakları sunulması gerektiği ifade edilmiştir (MEB, 2013).

Öğretmen Yetiştirme ve Geliştirme Genel Müdürlüğü [ÖYEGM] (2008) tarafından belirlenen (ilköğretim) matematik öğretmeni özel alan yeterlikleri içerisinde matematiksel düşünmeye ilişkin olarak, öğrencilerin problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme ve iletişim becerilerini geliştirmeye yönelik uygulamaları kapsayan matematik dersi becerileri yer almaktadır. ÖYEGM (2009)'da ortaöğretim öğretmenleri için belirlenen özel alan yeterlikleri arasında matematiksel düşünme ile ilgili olarak "matematiksel düşünceleri doğru bir şekilde gösterme veya alternatif gösterimler oluşturma ve inceleme, sıkça rastlanan kural ve işlemlere matematiksel açıklamalar getirme, öğrencilerin alışılmadık çözüm ve yaklaşımlarını değerlendirme ve anlama" konularını içeren özel uzmanlık alanı bilgisine yer verilmiştir. Ayrıca "matematik alanı bilgisi yeterlikleri ve ilgili matematik öğretmeni nitelikleri" alanı içerisinde yer alan "matematiksel süreçleri bilme" yeterliğinde, "matematik öğretmeni, matematik öğretim programının bir amacı olarak matematiksel problem çözmek, akıl yürütmek ve ispat etmek, matematiksel dili kullanmak ve farklı matematiksel gösterimler yapmak için matematiksel süreçleri bilir" ifadesi yer almaktadır. "Matematik öğretimi ve öğrenimi uygulamaları ve ilgili matematik öğretmeni nitelikleri" alanı içerisinde yer alan "matematik dersinde öğrenmeye uygun ortam oluşturabilme" yeterliğinde "matematik öğretmeni, derslerde ezber yerine anlamaya ve fikir yürütmeye değer verilen, öğrencilerin matematiğe karşı sevgi ve özgüven geliştirdiği ve gayretle her öğrencinin başarılı olacağına inanılan ve öğrencilerin aktif olduğu bir sınıf atmosferi oluşturur" denmektedir.

Ortaöğretim Matematik Dersi Programında belirtilen matematik öğretiminin amaçları ve ÖYEGM tarafından belirlenen matematik öğretmeni yeterliklerinden öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini dikkate almaları ve geliştirmeleri gerektiği sonucu çıkarılabilir.

Hughes (2006)'ya göre, matematik öğretiminin etkili bir şekilde uygulanması için öğretmenler, öğrencilerinin matematik içeriğini nasıl öğrendiklerinin ve bu içerik hakkında nasıl düşündüklerinin bilgisine yani öğrencilerinin matematiksel düşünmelerinin bilgisine sahip olmalıdırlar. Ayrıca, öğretmenler olası çözüm stratejilerini veya süreçlerini öğrencilerin nasıl kullandığını ve öğrencilerin sahip olabileceği olası ön kavramalarının ve kavram yanılgılarının da bilgisine sahip olmalıdırlar. Öğretmenlerin, ders esnasında öğrencilerin düşüncelerini anlamlandırıp değerlendirmek için yöntemleri bilmesi gerektiği ve matematiksel olarak verimli tartışmalar gerçekleştirmek için öğrencilerinin düşüncelerini kullanma hakkında kararlar vermesi gerektiği konusunda görüş birliği vardır (Hughes, 2006).

Argün (2008)'e göre matematiksel düşünme ile ilgili olan matematiksel davranışlar, öğretme işinde önemlidirler ve öğretmen adayları tarafından bilinmeleri gerekmektedir. Bunlar derslerin planlama aşamasında, değerlendirme için öğrencilere görevler verilmesinde, içerik hakkında öğrencilerle doğrudan etkileşimde, öğrencilerin sorularını cevaplamada ve onların çalışmalarının düzeltilmesinde gündeme gelirler. Bu amaçla öğretmenleri matematiksel olarak hazırlamada, sınıflarda video kayıtları, öğrenci çalışmaları ve örnek olaylar gibi öğretim ile ilgili gerçek çalışmaların kullanılması gerekir ve bu konuda araştırmalara ihtiyaç vardır (Argün, 2008).

Bu bölümün başında ifade edilen özellikleri taşıyan geleneksel ya da sıradan yollarla yapılan matematik öğretimi sonucunda öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişmesi mümkün olmayabilir. Aynı şekilde geleneksel öğretimi gerçekleştirmek için yetiştirilen öğretmenlerin, öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini geliştirmelerini beklemek de anlamsız olabilir. Etkili matematik öğretimi yapabilmek için öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşümlerini nasıl geliştireceklerini öğrenmeleri gerekebilir.

Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmeyi öğrenmeleri için çeşitli öğretim uygulamaları geliştirilmiş ve uygulanmıştır. İzleyen bölümde öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının, öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını temel alan öğretim uygulamalarına genel bir çerçeveden bakılmıştır. Bu uygulamalarla ilgili araştırmaların sonuçları "İlgili Literatür" bölümünde yer almaktadır.

1.3 Öğrencilerin Matematiksel Düşünmelerine Odaklanmayı Temel Alan Öğretim Uygulamaları

Yapılan literatür taraması sonucunda, öğretmenlere veya öğretmen adaylarına öğretimlerinde öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarının ve öğrencilerinin matematiksel düşünmeleri hakkında bilgilerini arttırmalarının çeşitli yollarını göstermek için düzenlenmiş öğretim uygulamaları olduğu görülmüştür. Bu uygulamalar, bilişsel muhakemeye dayalı öğretim [BMDÖ] (Cognitively Guided Instruction [CGI]) (Fennema, Carpenter, Franke, Levi, Jacobs ve Empson, 1996; Swafford, Jones ve Thornton, 1997; Vacc ve Bright, 1999; Warfield, 2001); ders araştırması (lesson study) (Lewis ve Tsuchida, 1998; Yoshida, 1999; Lesson Study Research Group, 2002; Wang-Iverson, 2002; Fernandez ve Chokshi, 2002); öğrencilerin matematiksel çalışmalarını incelemeyi içeren öğretim uygulamaları (Crespo, 2000; Franke ve Kazemi, 2001; Little, Gearhart, Curry ve Kafka, 2003; Kazemi ve Franke, 2004); öğretmenlerin videoya çekilmiş dersleri incelemesini içeren öğretim uygulamaları (Masingila ve Doerr, 2002; Sherin ve Han, 2004); matematik öğretimi ile ilgili örnek olayların incelenmesini içeren öğretim uygulamaları (Barnett, 1998; Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006) ve karma uygulamalar (Schifter, 1998; Hughes, 2006; Stein, Engle, Hughes ve Smith, 2008) şeklindedir.

Bilişsel muhakemeye dayalı öğretim [BMDÖ] (Cognitively Guided Instruction [CGI]), öğrencilerin matematiksel düşünmeleri üzerine öğretmenlerin araştırma temelli bilgilerini fark etme ve kullanma yeteneklerini geliştirmeye odaklanmış bir uygulamadır (Fennema vd., 1996). BMDÖ'in amacı, öğretmenlerin kendi öğrencilerinin matematiksel düşünmeleri hakkında ve matematiksel düşünmenin gelişimi hakkında bir anlayış geliştirmelerine yardım etmektir. Bu uygulamaya katılan öğretmenlerin daha ileri matematiksel fikirlerin gelişimi için öğrencilerinin düşüncesinin nasıl temel oluşturabileceğinin bir anlayışını geliştirmeleri de hedeflenmektedir (Fennema vd., 1996). Bu anlayışları geliştirmenin sonucu olarak, öğretmenlerden öğrencilerine problem çözdürmeye daha fazla zaman ayırmaları, öğrencilerinin farklı çözüm stratejilerini öngörmeleri ve öğrencilerinin düşüncelerini anlamlandırmak için öğrencilerini dinlemeleri beklenir (Hughes, 2006). BMDÖ uygulamasına katılan öğretmenler, düşüncelerinin mantığını anlamak için öğrencilerinin stratejilerini dinleme, matematiksel düşüncelerini açıkça ifade etmeleri için öğrencilere fırsatlar yaratma, öğrencilerinin kullanabileceği farklı problem çözme yollarını öngörme, farklı çözüm yollarının kullanımı için öğrencilerini cesaretlendirme, öğrencilerinin anlayışlarını geliştirmek ve değerlendirmek için onlara sorular sorma gibi etkinliklerde bulunurlar (Fennema vd., 1996).

Ders araştırması terimi, Japonca “jugyokenkyuu” kelimesinden Yoshida tarafından türetilmiştir (Yoshida, 1999). Ayrıca Lewis tarafından bireysel derslere uygulanmış araştırma aşamalarını gösteren araştırma dersi (research lesson) olarak da tercüme edilmiştir (Lewis ve Tsuchida, 1998; Wang-Iverson, 2002). Ders araştırması, Japon öğretmenlerin kendi uygulamalarını sistematik olarak incelemelerini içeren bir profesyonel gelişim programıdır. Bu programa katılan öğretmenler işbirliği ile çalışarak derslerin planlamasını, öğretimini, gözlemlenmesini ve eleştirilmesini içeren araştırma derslerine odaklanırlar. Öğretmenler çalışmalarına yön vermek için kapsamlı bir hedef ve keşfetmek istedikleri konu ile ilişkili bir araştırma sorusu belirlerler (Lesson Study Research Group, 2002; Fernandez ve Chokshi, 2002). Gruptaki öğretmenlerden birinin gerçek bir sınıf ortamında uygulayacağı; uygularken de diğer grup üyelerinin gözlemleyeceği bir derste kullanmak üzere detaylı bir plan hazırlarlar. Planının uygulamasından sonra grup ders gözlemlerini tartışmak için bir araya gelir ve çoğunlukla planı tekrar gözden geçirip düzeltir. Daha sonra gruptan bir başka öğretmen bir başka sınıfta uygularken grup üyeleri tekrar gözlemler. Grup, tekrar gözlenen dersi tartışmak üzere bir araya gelir. Yapılan tüm bu çalışmalar sonunda öğretmenler araştırılan derslerinin onlara öğrettikleri hakkında bir rapor hazırlarlar (Lesson Study Research Group, 2002; Fernandez ve Chokshi, 2002).

Öğretmenlere öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanma yollarını gösteren öğretim uygulamalarından bir diğeri öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel çalışmalarını incelemesini içeren öğretim uygulamalarıdır. Öğrencilerin matematiksel çalışmalarını incelemeyi içeren öğretim uygulamalarında, öğretmenlerin öğrencilerinin yazılı çalışmalarını analiz etmeleri söz konusudur. Öğretmenler kendi sınıflarındaki öğrencilerin bir problem üzerinde yapmış oldukları yazılı çalışmaları grup halinde çalışarak inceleyerek ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerini nasıl ilerletebilecekleri konusunda tartışarak analizleri gerçekleştirmektedir (Crespo, 2000; Franke ve Kazemi, 2001; Little vd., 2003; Kazemi ve Franke, 2004). Burada amaç belirli bir matematiksel alanda öğrencilerinin matematiksel düşünmelerinin daha derin bir anlayışını geliştirmek ve olası yanlış yanıtları görmektir (Little vd., 2003).

Öğretmenlerin videoya çekilmiş dersleri incelemesi ile ilgili çalışmalarda, öğretmenler öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini ifade etmelerine yönelik olarak kendilerinin veya başkalarının video kaydı yapılmış derslerini incelemektedirler (Masingila ve Doerr, 2002; Sherin ve Han, 2004). Amaç uygulamaya katılan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının, öğrenci etkinliklerine, düşüncelerine ve öğrencilerin derslerinde karşılaştıkları zorluklara odaklanmalarını sağlamaktır (Masingila ve Doerr, 2002; Sherin ve Han, 2004).

Matematik öğretimi ile ilgili örnek olayların incelenmesini içeren öğretim uygulamalarında ise öğretmenlere veya öğretmen adaylarına, sınıf içi matematik öğretimini uygulama öyküleri sunulmaktadır. Onlardan örnek olayları incelemeleri ve tartışmaları istenmektedir. Sunulan örnek olaylar bir ders esnasında öğretmenin öğrencilerinin matematiksel düşünmesini kullanma ve değerlendirmesinin önemini vurgulama özeliğine sahiptir. Örnek olayların incelenmesi uygulamalarının amacı uygulamaya katılan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dikkat etmelerini ve öğretimlerini planlarken öğrencilerin bakış açılarını ele almalarını sağlamaktır (Barnett, 1998; Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006).

Karma uygulamalar ise içerisinde yukarıda belirtilen uygulamaların çeşitli öğelerini taşıyan uygulamalardır (Schifter, 1998; Boston, 2006; Hughes, 2006; Metz, 2007). Boston (2006) tarafından öğretmenlerle gerçekleştirilen çalışma, örnek olay incelemesi, öğrenci çalışmalarının incelenmesi, öğretim yapılıp bu öğretimlerin incelenmesi özelliklerini taşıyan bir öğretim uygulamasını içermiştir. Hughes (2006) tarafından öğretmen adaylarıyla gerçekleştirilen çalışmada, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini planlamanın temel unsuru olarak vurgulayan, örnek olay ve öğretim videosu incelemesi, öğrenci çalışmalarının incelenmesi, planlama ve öğretim yapılıp, öğretimler hakkında yansıtma yapılması özelliklerini taşıyan bir öğretim uygulaması söz konusudur. Metz (2007) tarafından öğretmenlerle gerçekleştirilen çalışma, öğrenci çalışmalarını inceleme ve örnek olayları okuyup tartışma özelliklerini taşıyan bir öğretim uygulamasıdır. Schifter (1998) tarafından öğretmenlerle gerçekleştirilen çalışma, öğrenci çalışmalarını inceleme, video kayıtlarını inceleme, örnek olayları okuyup tartışma özelliklerini taşıyan bir öğretim uygulamasını içermiştir.

Öğrencilerin matematiksel düşünme konusunda yeterli olmadıkları çeşitli araştırmalarla ortaya konulmuştur (Umay, 1992; Lutfiyya, 1998; Cai, 2003; Mubark, 2005; Duran, 2005; Yeşildere, 2006; Ovayolu, 2010). Ayrıca öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel düşünme konusunda ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan matematik öğretimini gerçekleştirme konusundaki eksiklikleri de araştırmalarda ortaya çıkmıştır (Weiss, Pasley, Smith, Banilower ve Heck, 2003; Alkan ve Güzel, 2005; Hughes, 2006). Öğretmenlere veya öğretmen adaylarına öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarının ve öğrencilerinin matematiksel düşünmeleri hakkında bilgilerini arttırmalarının çeşitli yollarını göstermek için düzenlenmiş öğretim uygulamalarının, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmaları konusunda yol gösterici olduğu da görülmüştür (Fennema vd., 1996; Swafford vd., 1997; Barnett, 1998; Schifter, 1998; Vacc ve Bright, 1999; Crespo, 2000; Warfield, 2001; Masingila ve Doerr, 2002; Fernandez, Cannon ve Chokshi, 2003; Kazemi ve Franke, 2004; Sherin ve Han, 2004; Fernandez, 2005; Hughes, 2006; Boston, 2006; Metz, 2007).

İncelenen araştırmalara ve ÖYEGM (2008, 2009) tarafından belirlenen öğretmen yeterliklerine dayanarak, matematik öğretmen adaylarının planladıkları öğretim etkinliklerinde öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerine dikkat etmelerini sağlamak için lisans düzeyinde bir ders almaları gerektiği sonucu çıkarılmıştır. Bu sonuçtan hareketle gerçekleştirilen bu çalışmada, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını temel alan öğretim uygulamalarının karması olma özelliğine sahip bir öğretim olan matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması planlanmıştır. Bu araştırma matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılan öğretmen adaylarının yapmış oldukları planların incelenmesi ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması hakkındaki görüşlerinin belirlenmesi amacıyla gerçekleştirilmiştir. Buna göre araştırmanın problem ve alt problemleri izleyen bölümde ifade edilmiştir.

1.4 Araştırmanın Problemi

Araştırmanın problem cümlesi şu şekilde ifade edilmiştir:

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılan ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerinde nasıl bir değişim olmuştur ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşleri nelerdir?

1.4.1 Alt problemler

Yukarıda belirtilen araştırma problemine göre araştırmada şu sorulara yanıt aranmıştır:

1. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar yapma becerilerinde nasıl bir değişim olmuştur ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması öncesinde yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?

2. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının kalıcılığı nasıldır ve öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?

3. Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşleri nasıldır?

4. Öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersinde katıldıkları okul uygulamalarında matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerileri nasıldır?

1.5 Teorik Çerçeve

Araştırmaya, Hughes (2006) tarafından belirlenen teorik çerçeve yön vermiştir. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında bu teorik çerçevenin öğeleri vurgulanmış ve çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yapma becerilerini belirlemek için bu teorik çerçeve kullanılmıştır.

Bu çalışmada gerçekleştirilen matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması esnasında öğretmen adaylarına Matematiksel Görevler Çerçevesi (Stein, Grover ve Henningsen, 1996; Henningsen ve Stein, 1997; Stein, Smith, Henningsen ve Silver, 2000) tanıtılmıştır. Matematiksel Görevler Çerçevesi öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarında, matematik dersleri ve derslerde kullanılan matematiksel görevler ile özelliklerini incelemek, tartışmak ve dersler üzerine yansıtmalarda bulunmak için ortak bir dil sağlamaktadır. İzleyen bölümlerde bu çerçeveler sunulmuştur.

1.5.1 Ders Planlarını Analiz Etmek İçin Kullanılan Teorik Çerçeve

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında öğeleri vurgulanan ve çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yapma becerilerini belirlemek için kullanılan teorik çerçeve, öğretimde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dikkat etmede önemli olan dört öğeye sahiptir (Hughes, 2006). Çerçevedeki öğeler (1) dersin matematiksel amacını belirleme; (2) öğrencilerin doğru çözümlerini ve olası kavram yanılgılarını veya hatalı çözümlerini öngörme; (3) öğrenciler çalışırlarken anlayışlarını değerlendirip ilerletecek sorular belirleme; (4) öğrenci düşünmesine dayandırılan ve dersteki matematiksel anlayışları belirginleştirecek tartışma düzenleme şeklindedir.

Teorik çerçevede yer alan birinci öğe olan dersin matematiksel amacını belirleme, öğretmenin ders esnasında öğrencilerin meşgul olacağı belirli matematiksel kavramları belirlemesini, öğrencilerin önceki bilgi ve deneyimleriyle dersteki kavramların nasıl ilişkilendireceğini saptamasını ve öğrencilerin bu kavramlarla dersten hangi matematiksel anlayışları kazanacak olduğunu tespit etmesini içerir (Hughes, 2006). Ders planı ve sonraki öğretime yol gösterebilmesi için matematiksel amacın açık bir şekilde tanımlanması önemlidir. Amaçlar, öğrencilerin sergileyecekleri becerilerden veya başaracakları görevlerden ziyade matematiksel kavramlar hakkında kazanacakları anlayış(lar)ı anlaşılır hale getirmelidir. Bu öğeye göre öğretmen ders planında, öğrencilerin anlayacağı belirli matematiksel kavramları ve belirli bir kavramı "anlamanın" ne demek olduğunu tanımlamalıdır (Hughes, 2006).

Teorik çerçevenin ikinci öğesi olan öğrencilerin yanıtlarını ve olası kavram yanılgıları ile hatalarını öngörme, öğretmenin öğrencilerin bir problemi matematiksel olarak nasıl yorumlayabileceklerini, öğrencilerin problemi çözmek için kullanabilecekleri hem doğru hem de yanlış stratejilerin sırasını ve bu stratejilerle yorumların öğretmenin öğrencilerinden öğrenmelerini istediği matematiksel kavramlar, gösterimler ve süreçlerle nasıl ilişkilendirileceğini dikkate almasını kapsar (Hughes, 2006). Bu ders planlama öğesi öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme ve öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme olmak üzere iki ayrı kategoriden oluşmuştur. Bu öğeye göre öğretmenin ders planında, öğrencilerin problem üzerinde beklenen doğru ve yanlış düşüncelerini açıkça tanımlaması gerekir (Hughes, 2006).

Teorik çerçevede yer alan üçüncü öğe olan öğrenciler çalışırlarken anlayışlarını değerlendirip ilerletecek sorular belirleme, öğretmenin öğrencilerin düşüncelerini ortaya çıkaracak ve öğrencileri dersin matematiksel yörüngesinde ilerletecek belirli soruları belirlemek için beklenen çözüm stratejileri ve bu stratejilerin içindeki matematik üzerinde çalışmasını gerektirir (Hughes, 2006). Bu öğeye göre öğretmen ders planında, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını değerlendirip ilerletmek için belirli soru örnekleri bulmalı ve soru soracağı koşulları yaratmalıdır (Hughes, 2006).

Teorik çerçevenin dördüncü öğesi olan öğrenci düşünmesine dayanan ve dersteki matematiksel anlayışları belirginleştirecek tartışma düzenleme, öğretmenin sınıf önünde sunulmak üzere öğrenci yanıtlarını amaçlı olarak seçmesini, bu yanıtların sunulma sırasına karar vermesini ve öğrencilerin matematiksel kavramlarla çözümler arasında bağlantı kurmalarını sağlayacak sorular belirlemesini içerir (Hughes, 2006). Bu öğeye göre öğretmenin ders planında, genel tartışma için öğrenci çözümlerini amaçlı olarak seçmesi, çözümlerin tartışılma sırasına karar vermesi ve belirli bir öğrenci çözümü içerisindeki matematiği vurgulayan belirli sorular tanımlaması gerekir (Hughes, 2006).

Teorik çerçeve, öğretmenlere veya öğretmen adaylarına öğrenci düşünmesine nasıl odaklanılacağı konusunda fikir sunmakta ve öğrenci düşünmesine odaklı etkinliklerden öğretmenlerin neler öğrendiğini değerlendirme için yol göstermektedir (Hughes, 2006).

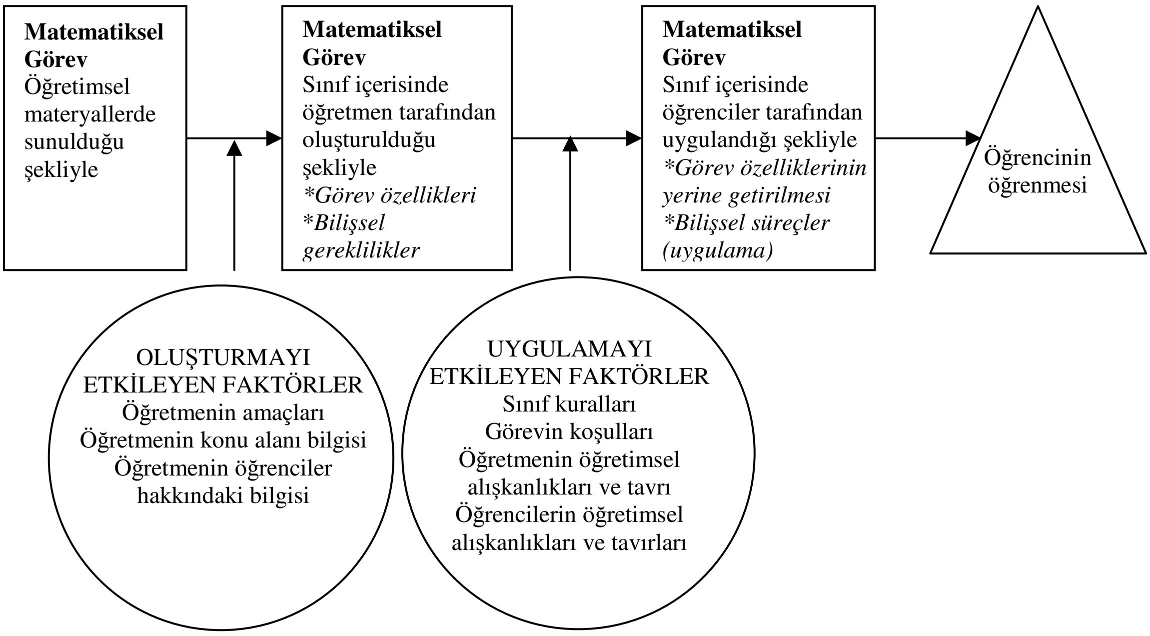
Bu çalışmada gerçekleştirilen matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında yukarıda tanıtılmış olan teorik çerçevedeki öğeler vurgulanmıştır. Ayrıca matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması esnasında öğretmen adaylarına izleyen bölümde sunulmuş olan Matematiksel Görevler Çerçevesi (Stein vd., 1996; Henningsen ve Stein, 1997; Stein vd., 2000) de tanıtılmıştır.

1.5.2 Matematiksel Görevler Çerçevesi

Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarında, matematik dersleri ve derslerde kullanılan matematiksel görevler ile özelliklerini incelemek, tartışmak ve dersler üzerine yansıtmalarda bulunmak adına ortak bir dil sağladığı için matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması esnasında Matematiksel Görevler Çerçevesinin (Stein vd., 1996; Henningsen ve Stein, 1997; Stein vd., 2000) çeşitli yönlerden tanıtımı yapılmıştır. Bu bölümde Matematiksel Görevler Çerçevesi açıklanmıştır.

Matematiksel görev, amacı öğrencilerin dikkatini belirli bir matematiksel düşünceye odaklamak olan bir sınıf etkinliği olarak tanımlanmıştır (Stein vd., 2000). Öğrencilerin üzerinde çalıştıkları matematiksel görevler, öğrendikleri içeriği belirleyerek onların matematik hakkında düşünmeye, matematiği geliştirmeye, matematiği kullanmaya, matematiğe anlam vermeye başlamalarını sağlar (Stein vd., 1996).

Matematiksel Görevler Çerçevesine göre matematiksel görevlerin sınıftaki öğretim esnasında üç aşamadan geçtiği varsayılmıştır (Stein vd., 1996; Hennigsen ve Stein, 1997, Stein vd., 2000). Matematiksel görev bu aşamalardan (Şekil 1.1'de dikdörtgenlerle gösterilmiştir) birincisinde öğretim programı veya eğitsel materyallerdeki haliyle, ikincisinde sınıfta öğretmen tarafından oluşturulduğu şekliyle ve üçüncüsünde ders esnasında öğrenciler tarafından uygulandığı haliyle ele alınır (Stein vd., 1996). Stein vd. (2000)'e göre bu aşamaların tümünün, özellikle de üçüncü aşama olan uygulama aşamasının, öğrencilerin gerçekte ne öğrendikleri (Şekil 1.1'de üçgen ile gösterilmiştir) üzerine etkileri önemlidir.



Şekil 1.1: Matematiksel Görevler Çerçevesi

Matematiksel Görevler Çerçevesine göre görevin oluşturulması, görevin öğretmen tarafından öğrencilere açıklanması olarak tanımlanmıştır (Stein vd., 1996). Bu aşama sözlü yönergeleri, çeşitli materyallerin ve araçların dağıtımını, öğrencilerden beklenenlerin uzun açıklamalarını içerecek şekilde oldukça ayrıntılı olabilir ya da öğrencilere yazı tahtasında sergilenen bir dizi problem üzerinde çalışmaya başlamalarının söylenmesi kadar kısa ve basit de olabilir. Görevin uygulanması ise öğrencilerin görev üzerinde çalışma biçimleri olarak tanımlanmıştır (Stein vd., 1996; Stein vd., 2000).

Stein vd. (1996)'ne göre, görevler herhangi iki ardışık aşama arasında birtakım faktörlerden etkilenebilirler. Şekil 1.1'deki ilk iki dikdörtgen arasındaki çember, öğretmenin sınıfta öğretimsel görevleri nasıl oluşturduğunu etkileyebilecek faktörleri göstermektedir. Bunlar, öğretmenin amaçları, öğretmenin konu alanı bilgisi, öğretmenin öğrenciler hakkındaki bilgisi şeklindedir. Görevi oluşturma ve görevi uygulama arasındaki çember ise görevlerin sınıftaki uygulanma şeklini etkileyebilecek çeşitli faktörleri belirtmektedir. Bunlar, sınıf normlarını, görev koşullarını, öğretmenin ve öğrencilerin alışkanlıklarını ile eğilimlerini kapsamaktadır. Sınıf normları, akademik çalışmanın nasıl, kiminle, hangi nitelikte ve sorumluluk derecesinde yaptırılacağı hakkındaki beklentileri ifade etmektedir. Görev koşulları, görevlerin öğrencilerin belirli bir grubu ile ilgili olan özelliklerini (örneğin, öğrencilerin ön bilgilerinin kapsamını; görevleri tamamlamak için öğrencilere verilen zaman miktarının uygunluğunu) belirtmektedir. Öğretmen ve öğrencilerin alışkanlıkları ile eğilimleri, onların sınıf olaylarına nasıl yaklaştığını etkilemeye neden olan öğrenme davranışlarının özelliklerini ifade etmektedir.

Öğretmenlerin derslerde kullandığı matematiksel görevler, yukarıda söz edilen her bir aşamada, görev özellikleri ve bilişsel gereklilik düzeyleri olmak üzere birbirleri ile ilişkili olan iki boyut açısından incelenmiştir (Stein vd., 1996; Stein vd., 2000). Öğrencinin düşünme, akıl yürütme ve anlamlandırma yapması için görevde çeşitli çözüm stratejilerinin olması, görevin çeşitli sunumlara elverişli olma derecesi ve görevin öğrencilerden açıklamalar ve/veya gerekçeleri isteme derecesi gibi özellikler, görev özellikleridir. Bilişsel gereklilik düzeyleri ise öğrencilerin görev üzerinde başarılı bir şekilde çalışmaları veya görevi başarıyla çözmeleri için gereken düşünme türleri ve düzeyleridir (Stein vd., 2000). Matematiksel bir görevin bilişsel gereklik düzeyleri Tablo 1.1'de gösterilmiştir (Stein ve Smith, 1998).

Matematiksel Görevler Çerçevesi, QUASAR (Quantitative Understanding: Amplifying Student Achievement and Reasoning) Projesine katılan matematik sınıflarındaki dersleri analiz etmek ve öğretim ile öğrencilerin düşünmesi arasındaki ilişkiyi araştırmak için geliştirilmiştir (Stein vd., 1996; Stein vd., 2000). QUASAR Projesi, ekonomik olarak gelişmemiş bölgelerdeki ortaokul öğrencileri için geliştirilmiş matematik öğretimi programlarını uygulamayı ve araştırmayı amaçlayan, 1990–1993 yılları arasında gerçekleştirilmiş bir öğretim reformu projesidir (Stein vd., 1996).

Tablo 1.1: Matematiksel Görevler Çerçevesine göre bir görevin bilişsel gereklilik düzeylerinin özellikleri

Düşük düzey gereklilikler	Yüksek düzey gereklilikler
Ezberleme görevleri • önceden öğrenilmiş olguları, kuralları, formülleri veya tanımları kopya etmeyi ya da olguları, kuralları, formülleri veya tanımları ezberlemeyi kapsar. • bir işlem adımı var olmadığından veya görevin tamamlandığı zaman dilimi işlem adımlarını kullanmak için fazla kısa olduğundan işlem adımları kullanılarak çözülemez. • belirsiz değildir─böyle görevler, önceden görülmüş materyalin tam kopyasını içerir ve kopyalanacak şey açıkça ve doğrudan belirtilmiştir. • öğrenilen veya kopyalanan olguların, kuralların, formüllerin veya tanımların, temeli oluşturan kavramlar veya anlamlarla hiçbir bağlantısı yoktur.	**Bağlantılı işlem yolu görevleri** • matematiksel kavramların ve fikirlerin daha derin anlayış düzeylerini geliştirmek amacıyla, öğrencilerin dikkatini işlem adımlarının kullanımına odaklar. • temeli oluşturan kavramlara göre anlaşılmaz olan sınırlı algoritmaların aksine temeli oluşturan kavramsal fikirlerle yakın bağlantılara sahip genel işlem adımlarını izlemek için gidiş yollarını açıkça veya dolaylı olarak önerir. • genellikle görsel diyagramlar, manipülatifler, simgeler ve problem durumları gibi çeşitli şekillerde sunulur. Çeşitli sunumların arasındaki bağlantıları kurmak için anlam geliştirmeye yardım eder. • bir ölçüde bilişsel çaba gerektirir. Genel işlem adımları izlenebilir fakat düşünmeden izlenmez. Başarılı bir şekilde görevi tamamlamak için ve anlayış geliştirmek için öğrencilerin işlem adımlarının temelini oluşturan kavramsal fikirler üzerinde çalışmaları gerekir.
Bağlantısız işlem yolu görevleri • algoritmaya sahiptir. Özellikle işlem adımlarının kullanımını gerektirir ya da işlem adımlarının kullanımı önceki öğretim, deneyim veya görevin uygulanması nedeniyle açıktır. • başarılı tamamlama için sınırlı düzeyde düşünmeyi gerektirir. Ne yapılması gerektiği ve nasıl yapılacağı hakkında ufak bir belirsizlik vardır. • kullanılan işlem yolunun temeli oluşturan kavramlar veya anlamlarla hiçbir bağlantısı yoktur. • matematiksel anlayış geliştirmekten ziyade doğru cevaplar vermeye odaklanmıştır. • hiçbir açıklama istemez veya sadece kullanılan işlem adımlarını tanımlamaya odaklanan açıklamaları ister.	**Matematik yapma görevleri** • karmaşık ve algoritması olmayan düşünceyi gerektirir — görev, görev yönergeleri veya çözülmüş bir örnek tarafından gösterilen, tekrar edilen bir yaklaşım veya gidiş yolu yoktur. • matematiksel kavramların, süreçlerin ya da ilişkilerin doğasını, öğrencilerin keşfetmesini ve anlamasını gerektirir. • bir kimsenin kendi bilişsel süreçlerini kendisinin düzenlemesini veya kendisinin izlemesini gerektirir. • öğrencilerin ilgili konu ve deneyimlere erişimini ve görev yoluyla çalışmada bu konu ve deneyimleri kullanmasını gerektirir. • öğrencilerin görevi analiz etmesini ve olası çözüm stratejilerini veya çözümleri sınırlayabilen görev kısıtlamalarını etkin bir şekilde kontrol etmesini gerektirir. • büyük ölçüde bilişsel çaba gerektir ve gereken çözüm sürecinin tahmin edilemeyen doğasından dolayı, öğrencide biraz endişeye yol açabilir.

1.6 Araştırmanın Amacı

Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının planladıkları öğretim etkinliklerinde öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerine ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmeye odaklanmalarını sağlamak için öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını temel alan öğretim uygulamalarının karması olma özelliğine sahip bir öğretim uygulaması olan matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması planlanmıştır. Bu araştırma ile matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılan ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde, sonrasında ve bir yarıyıl sonrasında yapmış oldukları planların incelenerek değişimin nasıl olduğunun belirlenmesi ve çalışmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşlerinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

1.7 Araştırmanın Önemi

Öğrencilerin matematiksel düşünme konusunda yeterli olmadıkları çeşitli araştırmalarla ortaya konulmuştur (Umay, 1992; Lutfiyya, 1998; Cai, 2003; Mubark, 2005; Duran, 2005; Yeşildere, 2006; Ovayolu, 2010). Ayrıca öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel düşünme konusunda ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan matematik öğretimini gerçekleştirme konusundaki eksiklikleri araştırmalarda ortaya çıkmıştır (Weiss vd., 2003; Alkan ve Güzel, 2005; Hughes, 2006) ve Türkiye'de öğretmenlerin öğretimlerinde öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını ele alan bir araştırmaya rastlanmamıştır. Ortaöğretim Matematik Öğretimi Programının (MEB, 2013) "öğrencilerin matematiksel düşünme becerisi kazanmalarını sağlamak" şeklindeki amacını öğretmenlerin nasıl gerçekleştirecekleri konusunda Türkçe bir kaynak yoktur. İncelenen araştırmalara ve ÖYEGM (2008, 2009) tarafından belirlenen öğretmen yeterliklerine dayanarak, matematik öğretmen adaylarının planladıkları öğretim etkinliklerinde öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerine dikkat etmelerini sağlamak için matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması yapılması ve bu öğretim uygulamasının etkililiğinin araştırılması gerektiğine karar verilmiştir. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması, öğretmen adaylarına öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini dikkate alan dersler planlamalarında yol gösterici ve öğrencilerde matematiksel düşünmenin geliştirilmesi konusunda matematik eğitimi ve öğretmen eğitimine önemli katkısı olan bir öğretim uygulamasıdır. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının etkililiğinin araştırıldığı bu çalışmanın Türkiye'de matematik öğretimine farklı bir bakış açısı getirerek matematik eğitimi ve öğretmen yetiştirme alanında literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

1.8 Sınırlılıklar

Araştırma; 2010–2011 Eğitim–Öğretim Yılında Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi [OFMAE] Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı 4. sınıfa devam eden 40 öğretmen adayı; uygulanan matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması; ulaşılabilen literatür; kullanılan ölçme araçları ile sınırlıdır. Çalışmada bir kontrol grubunun olmaması da bir sınırlılıktır.

1.9 Sayıltılar

Araştırma için seçilen araştırma yönteminin amaca uygun olarak belirlendiği, araştırma katılımcısı öğretmen adaylarının uygulama sürecine tam katılım sağladıkları, elde edilen verilerin yansız ve doğru beyanlara dayandıkları, verilerin çözümlenmesi ve analizinin araştırma amacına uygun olarak yapıldığı ve ulaşılan örneklemin amacına uygun olduğu varsayılmıştır.

1.10 Tanımlar

Matematiksel düşünme: Matematiksel kavramlar, teknikler ve süreçler kullanılarak gerçekleştirilen problem çözme etkinliği matematiksel düşünmedir. Matematiksel düşünmenin temelinde keşfetme, mantıksal ilişkileri bulma ve matematiksel terimlerle ifade etme süreci vardır.

Matematiksel görev: Amacı öğrencilerin dikkatini belirli bir matematiksel düşünceye odaklamak olan bir sınıf etkinliğidir (Stein vd., 2000). Öğrencilerin üzerinde çalıştıkları matematiksel görevler, öğrendikleri içeriği belirleyerek onların matematik hakkında düşünmeye, matematiği geliştirmeye, matematiği kullanmaya, matematiğe anlam vermeye başlamalarını sağlar.

Bilişsel gereklilik düzeyleri: Öğrencilerin matematiksel bir görev üzerinde başarılı bir şekilde çalışmaları veya görevi başarıyla çözmeleri için gereken düşünme türleri ve düzeyleridir. Düşük düzey gerekliliklere sahip matematiksel görevler, ezberleme görevleri ve bağlantısız işlem yolu görevleri; yüksek düzey gerekliliklere sahip görevleri bağlantılı işlem yolu görevleri ve matematik yapma görevleri olarak sınıflandırılır (Stein vd., 2000).

2. İLGİLİ LİTERATÜR

Bu bölümde yapılan literatür taraması ışığında alt bölümler halinde matematiksel düşünme ile ilgili araştırmalar, öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamaları ile ilgili araştırmalar ve matematiksel düşünme odaklı planlama ile ilgili araştırmalar hakkında bilgi verilerek incelenen çalışmaların sonuçları sunulmuştur.

2.1 Matematiksel Düşünme ile İlgili Araştırmalar

Bu bölümde öğrencilerin ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerindeki durumlarını belirlemek için Türkiye ve Dünya'da matematiksel düşünme ile ilgili araştırmalara yer verilerek sonuçları hakkında bilgi verilmiştir.

Song ve Ginsburg (1987), çalışmalarında 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıf düzeylerindeki Koreli ve ABD'li öğrencilere biçimsel ve biçimsel olmayan matematiksel düşünmeyi ölçmek üzere düzenlenmiş Erken Matematiksel Yetenek Testini (Test of Early Mathematical Ability) uygulamıştır. Araştırma sonucunda 7 ve 8 yaşlardaki Koreli öğrencilerin biçimsel matematikte üstün performans sergiledikleri fakat Koreli okulöncesi öğrencilerin biçimsel olmayan matematikteki performanslarının ABD'li öğrencilerden daha düşük düzeyde olduğu ortaya çıkmıştır. Koreli okulöncesi öğrencilerinin düşük matematiksel düşünme performanslarının nedeninin evde anne babalardan zihinsel teşvik eksikliğini de içeren çeşitli çevresel faktörlerle açıklanabileceği ancak Koreli öğrencilerin okula girişteki bu dezavantajlarını kısa sürede gidererek okul aritmetiğinde başarı gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. Araştırma sonuçları ayrıca kavramsal ve işlemsel alanlarda Koreli öğrencilerin performanslarının ABD'li öğrencilerin performanslarından daha üst düzeyde olduğunu da göstermiştir. Koreli öğrencilerin ABD'li öğrencilere göre başarılı olma nedeninin, sınıf uygulamaları, öğretmen tutum ve becerileri, beklentiler, ailelerin istekleri, değerleri ve yardımları gibi çevresel-kültürel faktörlere bağlı olduğu yorumu yapılmıştır (Song ve Ginsburg, 1987).

Umay (1992) tarafından 81 ortaöğretim 10. sınıf öğrencisi ile yürütülen araştırmada, matematiksel düşünmede süreci izlemek amacıyla geliştirilen bir test ile sonucu ölçen bir testte öğrencilerin farklı davranışlar gösterip göstermediğinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Matematiksel düşünmede süreci izlemek amacıyla geliştirilen testte beş davranış yer almıştır ve test her davranışa ait 10' ar soru olmak üzere toplam 50 maddeden oluşturulmuştur. Testte yer alan davranışlar, düşünme süreci içindeki yanlışı bulma, süreç içinde izlenmesi gereken yolda boş bırakılan ya da kritik adımı bulma, belli bir düşünme sürecindeki ilk ya da sonraki adımı bulma, verilen bir çözüm yoluna uygun problemi seçme ve verilen çözüm yollarından probleme en uygun olanı seçme şeklindedir. Sonucu ölçen testte, süreci izlemek amacıyla geliştirilen testte yer alan aynı 50 maddeye problemlerin sonucunu ölçmek için çoktan seçmeli olarak yer verilmiştir. Araştırma sonucunda; matematiksel düşünmede süreci izlemek amacıyla geliştirilen test puanlarının ortalaması ve sonucu ölçen test puanlarının ortalamasından daha düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Süreci ve sonucu yoklayan testler arasında test geliştirme açısından istatistiksel olarak anlamlı fark bulunmamıştır. Matematiksel düşünmede, öğrencilerin problemi çözüp sonucu bulmayı, aynı problemin çözüm sürecini izlemekten daha kolay bulduğu ve sonucu doğru olarak bulabilen pek çok öğrencinin süreci aynı doğrulukla izleyemedikleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca elde edilen bulgular problem çözmede sürecin yoklanmasının, sonucun yoklanmasına göre farklı davranışlar ortaya çıkarmadığı şeklinde yorumlanmış ve matematiksel düşünme sürecinin çoktan seçmeli testlerle de ölçülebileceği sonucuna ulaşılmıştır (Umay, 1992).

Lutfiyya (1998), 9–12. sınıfa devam eden 239 lise öğrencisinin matematiksel düşünmelerinin belirlenmesi amacıyla yaptığı çalışmada, lise öğrencilerinde matematiksel düşünmenin ölçülmesi için bir araç geliştirmeyi ve matematiksel düşünme üzerine sınıf düzeylerinin ve öğrenci cinsiyetlerinin etkilerini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonucunda sınıf seviyesi yükseldikçe matematiksel düşünme düzeyinin arttığı görülmüş fakat 11. sınıf öğrencilerinin ortalama puanlarının 12. sınıf öğrencilerinden daha yüksek ortaya çıkmıştır. Ayrıca hiçbir sınıf düzeyinde cinsiyet açısından matematiksel düşünme ortalamalarının farklılaşmadığı belirlenmiştir (Lutfiyya, 1998).

Cai (2000), ABD ve Çin'deki 6.sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütmelerini incelemek üzere 6 kapalı uçlu (process-constrained) ve 6 açık uçlu (process-open) soru yöneltmiştir. Çalışmada, öğrencilerin problemlere verdiği yanıtlar, nicel ve nitel analize tabi tutulmuştur. Verilerin nicel analizi için Cai (2000) tarafından geliştirilmiş dört düzeyli bir rubrik kullanılmıştır. Problemlerin çözümünde gereken matematiksel düşünme ve akıl yürütmenin anlaşılması için öğrencilerin yanıtlarının nitel analizi gerçekleştirilirken, çözüm stratejileri, matematiksel hatalar ve matematiksel gösterimler gibi bilişsel yönlere odaklanılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, kapalı uçlu sorularda Çin'deki öğrenciler lehine anlamlı fark oluşurken, açık uçlu sorularda ABD'li öğrenciler lehine fark oluşmuştur. Nitel veriler, Çinli öğrencilerin rutin algoritmaları ve sembolik gösterimleri kullanmayı, ABD'li öğrencilerin ise somut görsel gösterimleri kullanmayı tercih ettiklerini göstermiştir (Cai, 2000).

Cai (2003) Singapurlu 4., 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve problem kurma durumlarındaki matematiksel düşünmelerini, çözüm stratejileri, matematiksel doğrulama, çözümün gösterimi ve matematiksel problem kurma kategorileri açısından incelemiştir. Bu amaçla öğrencilere çözmeleri için dört tane matematiksel görev (problem) verilmiştir. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin çoğunun problemleri çözmek için, çözüm stratejilerini ve çözüm stratejilerini açık bir biçimde anlatmak için uygun çözüm gösterimlerini seçebildiklerini göstermiştir. Ayrıca araştırmanın sonuçları sınıf düzeyi yükseldikçe doğru cevap verme oranın yükseldiğini de göstermiştir. 3. sınıf öğrencileri ile 4. ve 5. sınıf öğrencileri arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık bulunurken 5. sınıf ile 6. sınıf öğrencileri arasında ise istatistiksel olarak anlamlı farklılık oluşmamıştır (Cai, 2003).

Alkan ve Güzel (2005), çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme gelişimini ölçmeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın ilk aşamasında öğretmen adaylarının matematiksel düşünme gelişimini ölçmek için bir araç geliştirilmiştir. İkinci aşamada ise oluşturulan ölçme aracı, 64 öğretmen adayına uygulanmış ve çözüm yaklaşımları, matematiksel düşünme ölçütlerine uygun biçimde sınıflandırılarak değerlendirilmiştir. Analiz sonuçları, matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme gelişmişliğinin düşük düzeyde olduğunu ortaya çıkarmıştır. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının matematiksel düşünme düzeylerinin cinsiyete göre anlamlı farklılık göstermediği; mezun oldukları okulların bulunduğu bölgelere göre anlamlı farklılık gösterdiği; üniversiteye giriş sınavında aldıkları puanlara göre anlamlı farklılık gösterdiği gibi sonuçlara da ulaşılmıştır (Alkan ve Güzel, 2005).

Duran (2005)’ın çalışmasında 15 yaş grubu öğrencilere PISA (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı) 2003 kapsamında uygulanan testlerden Türkiye’den elde edilen veriler kullanılarak bazı değişkenlerin matematiksel düşünme becerileri başarısını yordama gücü incelenmiştir. Bu değişkenler; öğrencilerin matematiğe ilişkin kaygıları, matematiğe yönelik tutumları, çalışma stratejileri, ders dışı çalışmaya ayrılan süre, okulöncesi eğitime katılım durumları ve cinsiyetleri şeklindedir. Okulöncesi eğitime katılım durumu ve cinsiyete göre matematiksel düşünme becerilerine ilişkin başarının farklılık gösterip göstermediği incelenmiş; diğer matematiksel başarı ile ilişkili olduğu düşünülen değişkenlerin PISA matematik başarısını açıklama gücü araştırılmıştır. Yapılan t-testi analizinde okulöncesi eğitim alan öğrencilerin okulöncesi eğitim almayan öğrencilere göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Ayrıca erkek öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin kız öğrencilerden daha iyi olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin matematiğe ilişkin kaygılarının matematiksel düşünmeye ilişkin başarıyı en çok yordayan değişken olduğu ortaya çıkmıştır. Matematiğe ilişkin kaygı tüm grup için matematik başarısının %15’ini; alt grup için %7’sini; üst grup içinse %3’ünü açıklamıştır. Öğrencilerin kullandıkları çalışma stratejileri alt grup ve tüm grup için önemli iken üst başarı grubu öğrencileri için istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur (Duran, 2005).

Mubark (2005), Ürdün’de 11. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği çalışmasında, matematiksel düşünmenin önemli yönlerini tanımlayarak, matematiksel düşünmenin çeşitli yönleri ile matematiksel başarıları arasında ilişki olup olmadığını, cinsiyete ve okulun bulunduğu bölgeye göre matematiksel düşünmenin çeşitli yönleri ile matematiksel başarının farklılaşıp farklılaşmadığını araştırmıştır. Araştırmada veriler araştırmacı tarafından geliştirilen bir matematiksel düşünme ve başarı testi aracılığı ile 500’den fazla 11. sınıf öğrencisinden elde edilmiştir. Ayrıca matematikte farklı düşünme yöntemleri hakkında ve öğrencilerin kendi fikirleri hakkında bilgi sağlamak için 13 öğretmen ile bireysel görüşmeler ve dört öğrenci grubu ile odak grup görüşmeleri yapılmıştır. Çalışmada matematiksel düşünmenin altı yönü tanımlanmıştır: Genelleme, tümevarım, tümdengelim, sembolleri kullanma, mantıksal düşünme ve matematiksel ispat. Matematiksel ispat en zor özellik, mantıksal düşünme ise en kolay özellik olarak belirtilmiştir. Kızlar, matematiksel düşünmenin altı yönünün üçünde ve toplam test puanlarında erkeklerden daha yüksek ortalama göstermişleridir. Banliyödeki okullara devam eden öğrenciler, matematiksel düşünmenin altı yönünün dördünde ve toplam test puanlarında şehir merkezi ve kırsal bölgedeki okullara devam eden öğrencilerden oldukça yüksek ortalama elde etmişlerdir. Altı matematiksel düşünme yönünün, hepsinin matematik başarısında önemli olduğu ortaya çıkmıştır. Matematiksel ispat ile genelleme en önemli yönler; sembolleri kullanma ile mantıksal düşünme sonraki önemli yönler ve tümevarım ile tümdengelim en az önemli yönler olarak bulunmuştur. Öğretmenlerin, matematiksel düşünmenin yönlerinin göreceli önemi hakkındaki fikirleri ve test sonuçları arasında yüksek düzeyde tutarlılık olduğu gözlenmiştir. Bununla birlikte, altı özelliğin göreceli zorluk düzeyleri hakkındaki test sonuçları ile öğretmenlerin fikirleri arasında tutarsızlık olduğu ortaya çıkmıştır (Mubark, 2005).

Yeşildere (2006), tarafından yapılan araştırmada farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Matematiksel gücü yüksek ve düşük olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinin birbirleriyle karşılaştırılması ve öğrencileri matematiksel olarak güçlü yapan yönlerin tartışılması amaçlanmıştır. Ayrıca bilgi oluşturma ve matematiksel düşünme sürecini etkileyen matematiksel güç fikrinde yer alan en önemli becerilerin neler olduğunu ortaya koymak hedeflenmiştir. Araştırma sonucunda, 798 öğrenciden matematiksel güç ölçeği aracılığı ile toplanan veriler, öğrencilerin matematiksel güçlerinin düşük olduğunu göstermiştir. Bu duruma neden olan faktörler, öğrencilerin verilenlerden hareketle değil öznel görüşlerine dayanarak akıl yürütmeleri, düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edememeleri ve verilenler arasında ilişkilendirme yaparak problemleri çözmemeleri olarak özetlenmiştir. Matematiksel gücü belirlenen 798 öğrenci içerisinden 6., 7. ve 8. sınıf düzeylerinin her birinden matematiksel gücü düşük ve yüksek olan ikişer öğrenci seçilerek oluşturulan 12 kişilik örneklem ile örnek olay çalışması gerçekleştirilmiştir. Örnek olay çalışmasından elde edilen verilerden farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında farklılıklar olduğu tespit edilmiştir. Gerçekleştirilen örnek olay çalışmalarında düşük matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturmada yavaş ve sorunlu bir süreçten geçtikleri gözlemlenmiştir. Yüksek matematiksel güce sahip öğrencilerin önceden oluşturulan bilgileri tanımada, kullanmada ve oluşturmada daha başarılı olduğu görülmüştür (Yeşildere, 2006).

Yeşildere (2007), 120 ilköğretim matematik öğretmen adayının katılımıyla yürüttüğü araştırmasında matematiksel düşünmeye ulaşmanın temel öğelerinden biri olarak belirttiği matematiksel alan dilini kullanma yeterliklerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmada veriler bazı temel matematiksel kavram ve kuralların hem kavramsal hem de terminolojik olarak uygun şekilde ifade edilmesinin istendiği ve matematiksel sembollerle verilen matematiksel kural ve ilkelerin uygun matematiksel dil ile ifade edilmesinin istendiği 15 açık uçlu problem kullanılarak toplanmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda örneklemde yer alan öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini yeterli şekilde kullanamadıkları belirlenmiştir (Yeşildere, 2007).

Yeşildere ve Türnüklü (2007)'nün, ilköğretim sekizinci sınıftan mezun 262 öğrencinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini incelemeyi amaçladıkları araştırmalarında on tane açık uçlu problem kullanılmıştır. Açık uçlu problemlerin analizi ile elde edilen veriler, İzmir evreninde yer alan ilköğretim sekizinci sınıftan yeni mezun öğrencilerin problem çözmede matematiksel bilgilerle ilişkilendirme yapmada ve mantıksal akıl yürütmede sorun yaşadıklarına göstermiştir. Bu duruma neden olan faktörlerin, Yeşildere (2006)'nın çalışmasında öğrencilerin matematiksel güçlerinin düşük olmasına neden olan faktörlerle aynı olduğu belirtilmiştir (Yeşildere ve Türnüklü, 2007).

Ovayolu (2010) tarafından yapılan araştırmada, PISA 2006 matematik alt testine ilişkin düşünme süreçleri açısından Türkiye'deki 15 yaş grubu öğrencilerin puanlarının dağılımlarının belirlenmesi amaçlanmıştır. Örneklemin PISA'daki matematiksel düşünme süreçlerini oluşturan yeniden oluşturma, ilişkilendirme ve derinlemesine düşünme boyutları açısından puan dağılımları belirlenmiş, bu boyutlara ilişkin puan ortalamaları arasında matematik okuryazarlığı puanı, okul türü ve bölge değişkenleri açısından anlamlı bir farkın bulunup bulunmadığı tek yönlü varyans analiziyle; cinsiyet değişkeni açısından anlamlı bir farkın bulunup bulunmadığı ise t-testi ile analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular Türkiye'deki öğrencilerin PISA 2006 matematik testinde, üst düzey düşünme süreçleri açısından elde ettikleri puanların oldukça düşük olduğunu göstermiştir. Ayrıca matematiksel düşünme süreçlerine ilişkin puan ortalamalarının okul türü ve bölge değişkenlerine göre farklılaştığı, erkek öğrenciler ve kız öğrenciler arasında matematiksel düşünme becerileri açısından, erkek öğrenciler lehine fark olduğu belirlenmiştir (Ovayolu, 2010).

İncelenen araştırmalara göre hem Türkiye'de hem de Dünya'da öğrencilerin ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerinin zayıf olduğu ve öğrencilerin matematiği kavramasında önemli bir yere sahip olan matematiksel düşünmenin geliştirilmesi gerektiği sonucu çıkarılabilir. Bunda öğretmenlerin rolü tartışmasızdır. Bu nedenle öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğretimlerinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanma durumlarını belirlemek ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını sağlamak için yapılan öğretim uygulamaları ile ilgili araştırmalar incelenmiştir. İzleyen bölümde bu araştırmalarla ilgili olarak incelenen literatüre yer verilmiştir.

2.2 Öğrencilerin Matematiksel Düşünmelerine Odaklanmayı Temel Alan Öğretim Uygulamaları ile İlgili Araştırmalar

Ulaşılan literatür kapsamında, Türkiye'de öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğretimlerinde öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını temel alan öğretim uygulamaları ve etkilerini gösteren bir araştırmaya rastlanmamıştır. Fakat öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini dikkate almaları gerektiğini vurgulayan çalışmalar vardır (Olkun ve Altun, 2007; Argün, 2008; Çimen, 2008; Eraslan, 2008; Işıksal ve Çakıroğlu, 2008; ÖYEGM, 2008, 2009).

ABD'de on ikinci sınıf düzeyinde 350'den fazla matematik ve fen bilimleri dersi örneği üzerinde gerçekleştirilen araştırmada, gözlenen derslerin %15'i matematiksel düşünme açısından yüksek nitelikli, %27'si orta nitelikli, %59'u ise düşük nitelikli olarak değerlendirilmiştir (Weiss vd., 2003). Araştırmada öğretmenlerin öğretimlerini öğrencilerin anlayışlarına göre uyarlama puanlarının ortalaması, en yüksek puanın 5 olduğu beş dereceli bir ölçekte 2,42 olarak bulunmuştur. Öğretmenlerin öğrencilerinin anlayışlarının geliştirmek için soru sorma puanlarının ortalamasının ise 2,15 olduğu ortaya çıkmıştır. Buna göre ABD'ndeki öğretmenlerin ders esnasında öğrencilerinin düşünmelerini etkili bir şekilde kullanmadıkları sonucu çıkarılabilir (Weiss vd., 2003).

Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması [TIMSS] video çalışması analiz edilerek yapılan uluslararası karşılaştırma araştırmasında, ABD'deki sekizinci sınıf derslerinin sadece %10'nun "öğrenci kontrollü" dersler olduğu, Almanya'daki oranın iki kat ve Japonya'daki oranın ise dört kat kadar fazla olduğu belirlenmiştir (Stigler ve Hiebert, 1999). Buradaki "öğrenci kontrollü" dersler, öğretmenin öğrencilerin daha sonra izleyeceği işlem adımlarını sunmadığı, öğrencilerin çeşitli çözüm yöntemlerinin araştırmasını yapmaktan sorumlu oldukları ve öğretmenin matematiksel olarak anlamlı tartışmalar düzenlemek için öğrencilerin üzerinde çalıştıkları çözüm yöntemlerini kullanabildiği derslerdir. Sonuç olarak öğretmenlerin öğrencilerine problemleri çözmek için sorumluluk vermektense öğrencileri için matematik yaptığı ABD sınıflarında matematik üzerinde düşünen çok az öğrenci vardır (Hughes, 2006).

Hughes (2006)'e göre matematik eğitimi zümresi, öğretmenlerin öğretimlerinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dikkat etmelerinin ve bunlara dayalı eğitimsel kararlar almalarının önemi konusunda hemfikirdir ancak büyük ölçekli araştırmalar (Stigler ve Hiebert, 1999; Weiss vd., 2003) ABD'deki matematik öğretmenlerinin etkili bir şekilde öğrencilerin matematiksel düşünmelerini kullanmadığını göstermiştir. Hughes (2006) öğrencilerinin matematiksel düşünmelerinin farkında olan öğretmenlerin bile öğretim sürecinde matematiksel düşünmelerin kullanımını gerçekleştirmeyi uğraştırıcı bulduklarını ifade etmiştir.

Öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarındaki eksiklikler dolayısı ile öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğretim yaparken öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmaları ve öğrencilerinin matematiksel düşünmeleri hakkında bilgilerini arttırmaları için çeşitli öğretim uygulamaları geliştirilmiştir. Yapılan literatür taraması sonucu bu uygulamaların, bilişsel muhakemeye dayalı öğretim, ders araştırması, öğrencilerin matematiksel çalışmalarının incelenmesini içeren öğretim uygulamaları, öğretmenlerin videoya çekilmiş dersleri incelemesini içeren öğretim uygulamaları, matematik öğretimi ile ilgili örnek olayların incelenmesini içeren öğretim uygulamaları ve karma uygulamalar şeklinde olduğu görülmüştür. İzleyen bölümlerde öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğretimlerinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmaları için geliştirilen bu öğretim uygulamaları ile ilgili ulaşılan literatürdeki araştırmalar hakkında bilgi verilmiştir.

2.2.1 Bilişsel Muhakemeye Dayalı Öğretim ile İlgili Araştırmalar

Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang ve Loef (1989) tarafından yapılan araştırmada, bilişsel muhakemeye dayalı öğretim [BMDÖ]'e katılan öğretmenlerin öğretim uygulamalarını değiştirdiği ve BMDÖ'e katılmayan öğretmenlere kıyasla öğrencilerinin daha yüksek matematiksel başarıya sahip olduğu görülmüştür. BMDÖ'i öğrenmek için 4 haftalık yaz kursuna katılan 20 birinci sınıf öğretmenin deney grubu, rutin olmayan problem çözme konusunda iki saatlik bir yaz kursuna katılan 20 birinci sınıf öğretmeninin kontrol grubu olduğu deneysel çalışmada kursları izleyen öğretim yılında çalışmaya katılan 40 öğretmen ve öğrencileri matematik derslerinde gözlenmiştir. Yıl sonunda, öğretmenlerin öğrencileri hakkındaki bilgileri, sınıflarındaki öğrencilerin belirli bir problemi nasıl çözeceği ve öğrencilerin doğru cevabı bulup bulamayacağı sorularak ölçülmüştür. Daha sonra öğretmenlerin tahminleri ile öğrencilerinin mevcut yanıtları eşleştirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin matematik başarılarını ölçmek için bir ön test ve son test uygulanmıştır. Sonuçlar, BMDÖ'e katılan öğretmenlerin öğrencilerinin problemleri çözmek için kullandıkları stratejileri dinlemeleri ile kontrol grubu öğretmenlerinin dinlemeleri arasında anlamlı fark olduğunu göstermiştir. BMDÖ'e katılan öğretmenler, kontrol grubu öğretmenlerine kıyasla problem çözmeyi daha fazla öğretmiş; farklı problem çözme stratejilerini kullanmaları için öğrencilerini daha çok cesaretlendirmiştir. Ayrıca BMDÖ'e katılan öğretmenlerin öğrencilerinin problem çözme stratejileri hakkında daha fazla bilgileri olduğu ortaya çıkmıştır. BMDÖ'e katılan öğretmenlerin sınıflarındaki öğrencilerin matematik bilgilerinin ve problem çözme becerilerinin kontrol grubu öğretmenlerinin sınıflarındaki öğrencilerden daha iyi olduğu da belirlenmiştir (Carpenter vd., 1989).

Fennema vd. (1996) tarafından gerçekleştirilen dört yıllık boylamsal bir araştırmada BMDÖ'in etkililiği araştırılmıştır. Araştırmada, dört işlem problemleri ile ilgili BMDÖ uygulamasına katılan 21 tane 1–3. sınıf öğretmeninin dört yıllık süreçte BMDÖ'i kullanma düzeyleri gözlenmiştir. Dört yıl boyunca, 18 öğretmenin öğretimlerinde önemli değişiklikler olmuştur. Öğretmenlerin davranışları, öğrencilere işlem yollarını göstermekten, öğrencileri farklı problemler üzerinde çalıştırarak onların matematiksel düşüncelerini genişletmeye yardım etmeye ve matematiksel düşüncelerinin hakkında konuşmak için onları cesaretlendirmeye doğru değişmiştir. Öğretmenlerin öğretimlerindeki değişiklikler, öğrencilerinin başarısında değişime neden olmuştur. Her öğretmen için, kavramlar ve problem çözmedeki sınıf başarısı, çalışmanın sonunda başlangıçtakine oranla daha yüksek olmuştur. Becerilerden kavramlara ve problem çözmeye vurgudaki değişime rağmen, hesaplamaya dayalı performansta bir değişiklik olmamıştır. Fennema vd. (1996)'ne göre bulgular, öğrencilerin matematiksel düşüncesinin bir anlayışını geliştirmenin, geçerli reform önerilerinin gerektirdiği önemli değişiklikleri yapmada öğretmenlere yardım etmek için iyi bir temel olabileceğini göstermiştir.

Swafford vd. (1997) tarafından öğrencilerin bir matematik konusundaki bilişsel muhakemeleri hakkında öğretmenlerin bilgileri arttırılarak öğretim iyileştirilebilir düşüncesini savunan BMDÖ temeline dayandırılan araştırmada, 49 ortaokul (4–8. sınıf) öğretmeni ile dört haftalık geometri yaz okulu ve bir haftalık van Hiele geometri semineri gerçekleştirilmiştir. Ayrıca geometri içeriği ile ilgili ön-test ve son-testler uygulanarak öğretim öncesinde ve sonrasında katılımcılardan geometri ders planları yapmaları istenmiştir. Planlar van Hiele düzeyleri açısından incelenmiştir. Öğretimden sonraki öğretim yılında öğretime katılan öğretmenlerden sekizi gözlenmiş ve üçünün dersleri videoya kaydedilmiştir. Gözlemlerden hemen sonra görüşmeler yapılmıştır. Ön-test ve son-test sonuçları, içerik bilgisi ve van Hiele düzeylerinde önemli artışlar olduğunu göstermiştir. Ders planlarının analizi sonucunda, amaçlarda önemli bir değişim ve daha yüksek van Hiele düzeyi için beklentiler ortaya çıkmıştır. Sekiz öğretmenin sonraki gözlemleri, ne öğretildiği, nasıl öğretildiği ve öğretmenlerin sergilediği özelliklerde belirgin değişiklikler olduğunu ortaya koymuştur. Swafford vd. (1997), öğretmenlerin, bu değişikliklerin artan geometrik içerik bilgisi ve öğrenci kavramasının araştırma-temelli bilgisinden kaynaklandığını ifade ettiklerini belirtmişlerdir.

Vacc ve Bright (1999) tarafından yapılan çalışmada, 34 sınıf öğretmen adayına matematik öğretimi dersinde BMDÖ tanıtılmıştır. Çalışma sonunda öğretmen adaylarının öğrencilerin düşünmesine dayanan matematik öğretimini gerçekleştirme becerilerinde ve matematik öğretimi hakkındaki inanç puanlarında anlamlı farklılık görülmüştür. Çalışmaya katılan 34 öğretmen adayından iki tanesi seçilmiş ve öğrencileriyle yaptıkları öğretim uygulamaları derinlemesine incelenmiştir. Her iki öğretmen adayı da matematik öğretimi hakkındaki inançlarını değiştirmiş ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin öğretimin önemli bir parçası olması gerektiğine inanmıştır. Bu öğretmen adaylarının aralarındaki tek fark okul uygulamalarında birinin danışman öğretmeninin BMDÖ ile öğrenim görmüş olması, diğerinin danışman öğretmeninin ise BMDÖ ile öğrenim görmemiş olması olarak belirtilmiştir (Vacc ve Bright, 1999). Danışman öğretmeni BMDÖ ile öğrenim görmüş olan öğretmen adayı, öğretimini problem çözmeye dayandırarak ve yüksek düzey soru sorma yoluyla öğrenci anlayışını kolaylaştırarak BMDÖ ilkelerini kullanma işaretlerini göstermiş ve bu davranışları okul uygulamaları boyunca sergilemiştir. Danışman öğretmeni BMDÖ ile öğrenim görmemiş olan öğretmen adayı ise başlangıçtaki derslerde soru sorma tekniklerinde BMDÖ ilkelerini kullanma işaretlerini göstermiş ancak okul uygulamaları ilerledikçe öğretim stili öğretmen merkezli öğretime dönüşmüş, soruları doğru cevaplara ve problem çözme için önceden belirlenmiş stratejilere odaklanmıştır. Bu öğretmen adayı görüşme ve yansıtmalarda, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı istediğini ve öğrencilerin ne düşündüğünü anlamanın en iyi yolunun soru sorma olduğunu ifade etmiştir. Ancak yapmış olduğu öğretim uygulamaları, okul uygulamalarının başından sonuna bu inancı göstermemiştir.

Warfield (2001), örnek olay çalışması biçimindeki araştırmasında BMDÖ kursu almış olan bir beşinci sınıf öğretmeninin derslerinde öğrencilerinin düşünmesine odaklanmasında olumlu gelişme gösterdiğini ifade etmiştir. Warfield (2001) yaptığı çalışma sonucunda şu sonuçları çıkarmıştır: öğrencilerinin düşünmeleri ve öğrettikleri matematik hakkında bilgili olan öğretmenler; öğrencilerden kendi çözüm stratejilerini açıklamalarını istemenin ötesine geçen sorular sorabilirler; öğrencilerin düşünmesinde araştırma temelli bilgiye dayalı olarak beklenenden farklılaşan matematiksel düşünceleri anlayabilirler; öğrencilerin düşünmelerinin matematiksel olarak geçerli olup olmadığını kontrol edebilirler; öğrencilerinin düşünmeleri hakkında öğrendiklerini onların düşünmelerini genişletmeyi sağlayacak görevler oluşturmak için kullanabilirler.

Hughes (2006), BMDÖ ile ilgili yapılan araştırmaların çoğunun ilköğretimin ilk beş sınıfında öğretim yapmakta olan öğretmenlerle gerçekleştirildiğini çok azının ortaöğretimde öğretim yapan öğretmeler ve öğretmen araştırmaların adayları ile gerçekleştirildiğini belirtmiştir. Ayrıca yapılan araştırmaların çoğu, tamsayılarda toplama ve çıkarma gibi belirli konularda yapılmış ve öğretiminden sorumlu oldukları tüm ders programı için öğretmenlerin uygulamalarına etkisinin nasıl olacağı sorusunu yanıtsız bırakmıştır.

İncelenen çalışmalardan, bilişsel muhakemeye dayalı öğretim uygulamalarına katılan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının, öğrencilerine sorular sorarak, öğrencilerinin problem çözmelerini sağlayarak, öğrencileri matematiksel düşünceleri hakkında konuşma konusunda cesaretlendirerek, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını arttırdıkları sonucu çıkarılabilir (Carpenter vd., 1989; Fennema vd., 1996; Swafford vd., 1997; Vacc ve Bright, 1999; Warfield, 2001).

2.2.2 Ders Araştırması ile İlgili Araştırmalar

Fernandez vd. (2003), ders araştırması oturumlarında rehberlik yapan 12 Japon öğretmen ile ders araştırması konusunda çalışan ABD'deki bir devlet okulundan 16 öğretmen ve yöneticinin katılımıyla deneysel bir araştırma gerçekleştirmiştir. Çalışmadaki ders araştırması oturumlarında, ABD'li öğretmenlerin özelikle derslerinin planlama süreçlerinde öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanma ile ilgilenmediklerini veya bu konuda tartışmadıklarını gösteren pek çok örnek ile karşılaşılmıştır. Öğretmenler öğrencileri gruplama, derste kullanılacak materyaller gibi dersin diğer yönlerine daha çok odaklanmışlardır. Rehberlik yapan Japon öğretmenler, ABD'li öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmeleri ile ilgili belirli konulara odaklanmaları için sorular sormuş ve öneriler sunmuştur. Rehber öğretmenlerin müdahalesinin sonucu olarak, ABD'li öğretmenlerin planladıkları derslerde, dersin matematiksel amacını belirleme, işlenecek konu ile önceki bilgilerin ilişkilendirilmesi, olası öğrenci yanıtlarını öngörme ve bu yanıtları kolaylaştırma gibi konulara odaklanarak öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ele almaya başladıkları ve bu konuda ilerleme kaydettikleri görülmüştür (Fernandez vd., 2003).

Fernandez (2005) tarafından yapılan çalışmada, Japon ders araştırmasını temel alan bir mikro öğretim uygulamasına katılan 18 ortaöğretim öğretmen adayının öğretimlerinin gelişimi incelenmiştir. Çalışmada öğretmen adayları üçer kişilik gruplar halinde çalışmışlar ve videoya çekilmiş dersler, yazılı ders planları, yansıtmalar, gözlemler veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Verilerin nitel analizi ile elde edilen bulgular, öğretimi anlama ve yürütme ile konu içeriği bilgisinin gelişiminde artış olduğunu göstermiştir. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının, ifade etmiş oldukları amaçların öğrencilerin anlamları oluşturup bağlantıları keşfetmede modelleri incelemelerine ve akıl yürütme yeteneklerini geliştirmeye odaklandığı da görülmüştür. Katılımcılar, katıldıkları öğretim uygulaması ve bileşenlerinin öğretmen olarak gelişimlerinde yararlı olduğunu ifade etmişlerdir. (Fernandez, 2005).

Parks (2008) tarafından yapılan çalışmada, matematik öğretim yöntemleri dersine katılan 27 ilkokul öğretmen adayına ders araştırması konusunda öğretim yapılmıştır. Çalışmada daha sonra ders araştırması aşamalarını gerçekleştirmeleri için öğretmen adaylarından gruplar oluşturmaları ve belirledikleri matematik konularında belirledikleri hedefler çerçevesinde planlar yaparak uygulamaları istenmiştir. Araştırmada veriler, tüm sınıfın katıldığı tartışmaların ses kayıtlarından, gruplarla yapılan toplantıların ses kayıtlarından, araştırmacı tarafından tutulan alan notlarından, gruplarda yapılan tartışmaların ses kayıtlarından, gruplar tarafında yapılan planlardan ve öğretmen adaylarının yapmış olduğu yansıtmalardan elde edilmiştir. Elde edilen verilerin analizleri, ders araştırması yapısının çalışmaya katılan öğretmen adaylarında öğretime karşı matematiksel bir bakış açısı geliştirmelerini desteklediğini, bu bakış açısının verimli öğrenmeye neden olduğunu göstermiştir (Parks, 2008).

Perry, Lewis, Friedkin ve Baker (2009), tarafından yapılan araştırmada, ders araştırması uygulamasını desteklemek için hazırlanan uygulama materyallerinin öğretmenlerin matematik öğretimi bilgilerinin gelişimine etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışmaya katılan 109 katılımcının bir bölümüne (44 öğretmen ve 8 grup) orantısal akıl yürütme konusunda hazırlanmış ders araştırması uygulama materyalleri, bir bölümüne (37 öğretmen ve 8 grup) çokgenlerin alanları konusunda hazırlanmış ders araştırması uygulama materyalleri verilmiştir ve katılımcıların bir bölümü (28 öğretmen) kontrol grubu olarak belirlenmiştir. Uygulama materyallerinin kullanımı öncesinde ve sonrasında matematik öğretimi bilgilerini ölçmek için öğretmenlere bir anket uygulanmıştır. Ayrıca ders araştırması uygulamaları esnasında kullanılanlar veya üretilenler, grupların toplantı raporları, ders araştırması uygulaması için yapılan yansıtmalar da veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Ses ve video kayıtları ile araştırmacı alan notları ekstra veri olarak toplanmıştır. Verilerin analizi sonucunda, ders araştırması uygulama materyallerinin kullanımı sonrasında kullanım öncesine kıyasla öğretmenlerin matematik öğretimi bilgilerinde istatistiksel olarak anlamlı bir artış olmadığı görülmüş ancak öğretmenlerin uygulama materyallerindeki matematiksel konularda bilgilerinin arttığını belirttikleri ifade edilmiştir. Araştırma sonucunda ders araştırması uygulama materyallerini kullanan öğretmenlerin matematik öğrenmeye devam etmeye ilgi ölçümlerinde, öğrencilerin öğrenme kapasiteleri hakkındaki inanç ölçümlerinde ve öğrencilerinin başarılarının öğretimdeki değişimden etkileneceği konusundaki inanç ölçümlerinde kontrol grubu öğretmenlerine kıyasla artış olduğu da görülmüştür (Perry vd., 2009).

İncelenen çalışmalardan, ders araştırması uygulamasına katılan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının, derslerinde dersin matematiksel amacını belirleyerek, işlenecek konu ile önceki bilgilerin ilişkilendirerek, olası öğrenci yanıtlarını bekleyip bu yanıtları kolaylaştırarak öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklandıkları ve matematiksel düşünme odaklı öğretimlerinde ilerlemeler olduğu sonucu çıkarılabilir (Fernandez vd., 2003; Fernandez, 2005; Parks, 2008; Perry vd., 2009).

2.2.3 Öğrencilerin Matematiksel Çalışmalarının İncelenmesini İçeren Öğretim Uygulamaları ile İlgili Araştırmalar

Crespo (2000) tarafından yapılan çalışmada, 20 öğretmen adayının 4. sınıf öğrencileri ile matematik problemlerinin çözümü hakkında yapmış oldukları yazışmalar incelenmiştir. Çalışmada öğretmen adayları devam ettikleri 11 haftalık matematik öğretim yöntemleri dersi kapsamında dörder kişilik gruplar halinde çalışarak bir matematik probleminin çözümünü yaptıktan sonra aynı ya da benzer bir problemi çözmesi için 4. sınıf öğrencilerine mektup yazmışlardır. 4. sınıf öğrencileri de matematik derslerinde dörder kişilik gruplar halinde çalışarak problemi çözüp öğretmen adaylarına çalışmalarını anlatmak için cevap yazmışlardır. Sonrasında öğretmen adayları öğrencilerin çalışmalarını inceleyerek onlara cevap yazmışlardır. Araştırmada, dersteki tüm yazılı çalışmalar, derslerde yapılan video kayıtları, öğrencilerle gerçekleşen etkileşimler üzerine yapılan yansıtmaları içeren günlükler, öğretmen adaylarının yazmış oldukları raporlar veri olarak kullanılmıştır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda, öğretmen adaylarının öğrenci yanıtlarını yorumlarken başlangıçta yanıtların doğruluğuna odaklandıkları, hızlı ve kesin yorumlar yaptıkları, matematik öğretim yöntemleri dersinin son haftalarında ise öğrencilerin anlamasına odaklandıkları, sorgulayıcı ve gözden geçirip düzeltici yorumlar yaptıkları görülmüştür (Crespo, 2000).

Little vd. (2003) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, ABD'de üç bölgede bulunan okullardaki öğretmen gruplarıyla yapılan öğrencilerin matematiksel çalışmalarının incelenmesini içeren örnek olay incelemesi şeklindeki araştırmalardan çıkarılan sonuçlar aktarılmıştır. Bu araştırmaların ortak yönlerinin, öğrenci öğrenmesine ve öğretim uygulamalarına odaklanmaları için öğretmenlerle toplantı düzenlemek; öğrenci çalışmalarını görüşüp tartışmak için toplantılara getirmek; öğrencilerin anlayışları ve öğretim uygulamaları hakkında öğrenci çalışmalarının ortaya çıkarabileceklerine öğretmenlerin odaklanmaları için tasarlanmış protokolleri kullanarak görüşmeleri yapılandırmak olduğu ifade edilmiştir. Little vd. (2003)'ne göre, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel çalışmalarını incelemesini içeren uygulamalar, öğretmenlerin öğrenme fırsatlarını genişletme; öğretim uygulamalarını araştırmaya istekli olmayı ve uygulamaları araştırabilmeyi geliştirme; öğretmenlerin okul hakkındaki konuşmalarını doğrudan öğretimin ve öğrenmenin düzeltilmesi üzerine odaklama potansiyeline sahiptir.

Kazemi ve Franke (2004), tarafından yapılan çalışmada, 13 ilkokul öğretmeninden oluşan bir çalışma grubu ile aylık toplantılar gerçekleştirilmiştir. Her ay öğretmenlere öğrencilerine sormaları için bir matematik problemi verilmiştir ve öğretmenler problemlerin yapısını değiştirmeden sınıflarındaki öğrencilere göre problemleri uyarlayabilmişlerdir. Daha sonra öğretmenler, öğrencilerinin çözümlerini paylaştıkları, problemleri çözerken kullandıkları stratejileri karşılaştırdıkları ve belirli stratejilerin nasıl ortaya çıkıp birbiri üzerine temellendirildiğini tartıştıkları grup toplantılarına öğrenci çalışmalarını getirmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerden öğrencilerinin matematiksel düşüncelerini anlamlandırmaları istenmiştir. Çalışmaya katılan öğretmen grubunun bir öğretim yılı boyunca yapmış oldukları toplantıların ses kayıtları, öğretmenlerin yazmış oldukları yansıtmaların metinleri, öğretmenler tarafından paylaşılan öğrenci çalışmalarının kopyaları ve yılsonunda öğretmenlerle yapılan görüşmeler veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Elde edilen verilerin analizinden, çalışmaya katılan öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine daha ayrıntılı bakmaya başladıkları ve bunun sonucu olarak öğrenci düşünmesini destekleyen uygulamalar ile öğrenci düşünmesini ortaya çıkarmak için soruları içeren bir öğretim anlayışı geliştirdikleri sonucu çıkarılmıştır.

İncelenen çalışmalardan, öğrencilerin matematiksel çalışmalarını incelemeyi içeren öğretim uygulamalarına katılan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının, öğrencilerin düşüncelerinin ayrıntılarına bakarak, öğrenci yanıtlarını anlamaya odaklanarak, öğrenci yanıtlarını hızlı bir şekilde yorumlamaktan ziyade sorgulayıcı ve gözden geçirip düzeltici yorumlamaya daha fazla önem vererek öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanabildikleri ve matematik öğretimi anlayışlarında gelişmeler olduğu sonucu çıkarılabilir (Crespo, 2000; Little vd., 2003; Kazemi ve Franke, 2004).

2.2.4 Öğretmenlerin Videoya Çekilmiş Dersleri İncelemesini İçeren Öğretim Uygulamaları ile İlgili Araştırmalar

Masingila ve Doerr (2002) tarafından yapılan çalışmada, 9 tane ortaöğretim (7–12. sınıf) matematik öğretmen adayı ile öğrencilerin aktif olduğu, öğretmenin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini geliştirmeye çalıştığı öğretim uygulamalarını içeren multimedya kayıtlarının izlenip tartışıldığı beş haftalık bir öğretim uygulaması gerçekleştirilmiştir. Bu uygulamada öğretmen adayları haftalık seminerlere katılmışlar, kendi öğretim deneyimlerini gerçekleştirmişler ve beş haftalık öğretim uygulamasının sonuna doğru öğretmen adaylarına kendi multimedya kayıtları sunulmuştur. Sınıf tartışmalarının yazılı dökümleri, multimedya kayıtlarındaki öğretmenlerin düşündüklerini tanımlamak amacıyla öğretmen adaylarının yazdıkları günlükler, öğretmen adaylarının kendi uygulamalarındaki çalışmaları tartıştıkları yansıtma yazıları, seminerin öğreticisi tarafından tutulan günlük ve araştırmacılardan birinin alan notları veri kaynakları olarak kullanılmış ve analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda, öğretmen adaylarının öğretim uygulamalarında, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını kontrol ettikleri, uygun soruları kullanarak öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirdikleri, matematiksel planlarını gerçekleştirmede öğrenci yanıtlarını kullandıkları görülmüştür (Masingila ve Doerr, 2002).

Sherin (2003) tarafından yapılan çalışmada, iki lise öğretmeni ve araştırmacının katılımıyla yapılan video inceleme toplantılarının, öğretmenler ile araştırmacı arasındaki görüşmeleri nasıl verimli hale getirdiği incelenmiştir. Çalışmada öğretmenlerin kendi sınıflarında yapılmış video kayıtlarının incelendiği altı toplantı yapılmış ve sınıf öğretimleri ile video inceleme toplantılarının kayıtları veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Verilerin analizi sonucunda öğretmenler ile araştırmacının sınıfta ne olduğunu ve öğrenci öğrenmesine ilişkin hangi konular olduğunu anlamak için ortak bir amaç doğrultusunda çalışmaya başladıkları görülmüştür.

Sherin ve Han (2004) tarafından yapılan çalışmada, bir video inceleme toplantısına katılan dört ortaokul öğretmeninin öğretimsel bakış açılarının nasıl değiştiği tanımlanmıştır. Video inceleme toplantılarında öğretmenler ve araştırmacılar, öğretmenlerin kendi sınıflarında çekilen video kayıtlarını inceleyip tartışmışlardır. Çalışmanın başlangıcında öğretmenler, video kaydındaki öğretmenin hareketlerine, kullandığı öğretim stratejilere, hangi alternatif stratejileri kullanabileceğine odaklanmışlardır. Toplantıları yöneten araştırmacı, aslında sınıfta ne olduğuna ve öğrencilerin matematiksel olarak ne düşündüğüne dikkat çeken bir soru sorarak öğretmenlerle çalışmaya başlamıştır. Araştırmacılar, video inceleme toplantılarındaki tartışmaların analizi sonucunda, öğretmenlerin dersler esnasında ortaya çıkan öğrenci fikirlerine ve tartışılan matematiğe odaklanmaya başladıklarının görüldüğünü belirtmişlerdir. Çalışmada, öğretmenlerin öğrenci düşünmesini tartışmaları, başlangıçta öğrencilerin fikirlerini basitçe tekrar ifade etme şeklindeyken sonraları öğrenci düşünmesinin ayrıntılı analizleri biçiminde olmuştur. Ayrıca öğretmenler, öğrenci düşünmesi hakkındaki fikirleri ile öğretimsel konuları analizlerini ilişkilendirmeye başlamışlardır (Sherin ve Han, 2004).

İncelenen çalışmalardan, video kayıtlarının incelenmesi ile ilgili öğretim uygulamalarına katılan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının, öğrenci yanıtlarına, etkinliklerine, düşüncelerine ve öğrencilerin derslerde karşılaştıkları zorluklara odaklanarak ve uygun sorular kullanarak öğrencilerin matematiksel düşünmesini geliştirdikleri sonucu çıkarılabilir (Masingila ve Doerr, 2002; Sherin, 2003; Sherin ve Han, 2004).

2.2.5 Matematik Öğretimi ile ilgili Örnek Olayların İncelemesini İçeren Öğretim Uygulamaları ile İlgili Araştırmalar

Barnett (1998) tarafından yapılan çalışmada, 27 ilk ve ortaokul öğretmeni ile üç grup halinde matematik öğretimi ile ilgili örnek olayları tartışmak üzere bir öğretim yılının yaklaşık olarak 30 saatlik süresini kapsayan aylık toplantılar gerçekleştirmiştir. Her örnek olay tartışmasından önce öğretmenlerden örnek olaydan alınan bir matematik problemini veya örnek olaydaki probleme benzer bir problemi çözmeleri istenmiştir. Ayrıca öğretmenlerden problemi öğrencilerinin bakış açısından ele almaları ve öğrenciler problemi çözerken karşılaşabilecekleri herhangi bir kavram yanılgısı ya da zorluğu düşünmeleri de istenmiştir. Çalışmada örnek olay incelemesi toplantılarındaki tartışmalar analiz edilmiştir. Barnett (1998) çalışma sonucunda, öğretmenlerin örnek olay incelemesi toplantıları esnasında öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dikkat ettikleri ve çeşitli öğretim seçeneklerini açıklarken öğrencilerin bakış açılarını ele aldıkları ilgili bulgular elde edildiğini ifade etmiştir.

Stein vd. (2003) tarafından gerçekleştirilen çalışmada, matematik öğretim yöntemleri dersine katılan iki ilkokul öğretmeni, iki ortaokul öğretmeni, 12 ilkokul aday öğretmeni, bir lise aday öğretmeninden oluşan 17 kişilik bir grubun öğrenmesinde örnek olay tartışmasının rolü araştırılmıştır (Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006). Çalışmada, öğrencilerinin yanıtlarını matematiksel olarak yaratıcı tartışmalarda kullanmak için öğretmenlerin öğrenebilecekleri beş temel uygulamayı içeren bir öğretim modeli kullanılmıştır. Bu uygulamalar, bilişsel olarak çaba gerektiren matematiksel görevler için olası öğrenci yanıtlarını öngörmek; keşfetme aşamasında öğrencilerin göreve verdikleri yanıtları izlemek; tartışma ve özetleme aşaması esnasında sınıfta sunmak için öğrencilerin belirli matematiksel yanıtlarını seçmek; olası öğrenci yanıtlarını amaçlı olarak sıralamak ve farklı öğrenci yanıtları arasındaki ve öğrenci yanıtları ile anahtar düşünceler arasındaki matematiksel bağlantıları kurmada sınıfa yardım etmek olarak belirtilmiştir (Stein vd., 2008). Öğretmenin öğrencilerin matematiksel düşünmesine dikkat etmesine odaklanan matematik öğretimi ile ilgili örnek olay ve planlama ödevinin tartışması yapılarak bahsedilen beş temel uygulamanın katılımcılar tarafından öğrenilmesi sağlanmıştır. Çalışmada, örnek olay tartışmasının katılımcılara, matematiksel olarak verimli tartışmaları düzenlemek için öğrencilerin düşünmesini açıklayarak bu düşüncenin nasıl kullanılacağını ve öğrencilerin düşünmesine dikkat etmenin önemini öğrenme fırsatını verdiği ifade edilmiştir (Hughes, 2006).

İncelenen çalışmalardan, matematik öğretimi ile ilgili örnek olayların incelenmesini içeren öğretim uygulamalarına katılan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dikkat ettikleri ve öğretimlerini planlarken öğrencilerin bakış açılarını ele aldıkları sonucu çıkarılabilir (Barnett, 1998; Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006).

2.2.6 Karma Uygulamalar ile İlgili Araştırmalar

Schifter (1998) tarafından 36 ilkokul öğretmeninin katılımıyla yapılan çalışmada, katıldıkları dört yıllık profesyonel gelişim programındaki etkinliklerin bir sonucu olarak katılımcıların öğretimlerinde önemli değişiklikliler olduğu belirtilmiştir. Söz konusu programdaki etkinliklerin, başka öğretmenlerin öğrencilerini analiz etme, görüşmelerin ve sınıf tartışmalarının video kayıtlarını inceleme, öğrencilerin yazılı çalışmalarını inceleme, öğrencilerin matematiksel düşünmeleri ile ilgili araştırma makalelerini okuma, matematik öğretimini uygulama öykülerini okuma ve tartışma ve "olay (episode) yazma" ile uğraşma şeklinde olduğu belirtilmiştir. Sınıf diyaloglarının yazılı kayıtlarının ve öğrencilerin yazılı çalışmalarının örneklerini kullanarak bir veya daha fazla öğrencinin matematiksel düşünmesinin bazı yönlerini ifade eden 2–5 sayfalık hikâyeler yazmayı içeren "olay yazma" ödevinin, öğretmenlerin öğrencilerinin düşünmelerini öğrenmek için kendi sınıflarının temel bir kaynak olmasını sağladığı ifade edilmiştir. Schifter (1998), öğrencilerin matematiksel düşünmelerini araştırmayı içeren bu programa devam etmiş iki öğretmenin durum çalışmasını sunduğu araştırmasında, örnek olayların, araştırma makalelerinin, derslerin video kayıtlarının ve öğrencilerin yazılı çalışmalarının kullanımı yoluyla öğrencilerin matematiksel düşünmelerinin tartışılmasının, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine nasıl odaklanılacağını öğrenmeye başlayan öğretmenler için iyi bir yol olduğunu ifade etmiştir.

Hughes (2006) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini planlamanın temel unsuru olarak vurgulayan bir derse (Öğretim Laboratuvarı) devam eden 10 ortaöğretim öğretmen adayının öğrencilerin matematiksel düşüncelerine dikkat etme yollarının araştırılması amaçlanmıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adayları, matematik öğretimi ile ilgili örnek olayları inceleme, matematik öğretimi uygulamalarının video kayıtlarını inceleme, öğrenci çalışmalarını inceleme, ders planları yapma, yapılan planları uygulayarak bu uygulamaların video kayıtlarını inceleme ve bunlar üzerinde yansıtmalarda bulunma etkinliklerini gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada veriler Öğretim Laboratuvarı dersine devam etmeden önce ve devam ettikten hemen sonra, alan uygulamalarının yapıldığı ilk dönem esnasında ve alan uygulamalarının yapıldığı ilk dönem sonundan bir süre sonra olmak üzere öğretmen adaylarının öğretmen eğitimi programları boyunca çeşitli zamanlarda toplanmıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının yazılı ders planları ve ders planlama hakkında öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmeler veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Çalışma sonucunda Öğretim Laboratuvarı dersine katılan öğretmenlerin, ders planlama süreçlerinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dikkat etme yeteneklerindeki ölçümlerinin ders öncesinden sonrasına önemli gelişim kaydettiğinin görüldüğü ifade edilmiştir. Ayrıca öğretim uygulamasından birkaç ay sonra, öğretmenlerin ders planlarında bu fikirleri uygulamaya devam edebildikleri gözlendiği belirtilmiştir. Hughes (2006), danışman öğretmen ve/veya üniversite danışmanı tarafından yapılan desteğin, öğretmen adayının öğrencinin düşüncesine dikkat etme bilgisini kendi planlamasında kullanıp kullanmamasını belirlemede önemli bir faktör olabileceğini ifade etmiştir.

Boston (2006) tarafından yapılan çalışmada, 18 ortaöğretim matematik öğretmeni ile matematiksel görevlerin bilişsel gerekliliklerine odaklanan, örnek olay incelemesi, öğrenci çalışmalarının incelenmesi, öğretim yapılıp bu öğretimlerin incelenmesi özelliklerini taşıyan altı oturumluk bir profesyonel gelişim çalıştayı gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, çalıştay oturumlarının video kayıtları, öğretmenlerin çalıştay öncesindeki ve sonrasındaki matematiksel görevlerin bilişsel gereklilikler hakkındaki bilgilerinin ölçümleri, öğretmenlerin sınıflarında kullandıkları görevler ve bu görevler üzerine öğrenci çalışmaları, ders gözlemleri, görüşmeler veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Çalışmada, bir ders gözlemine katılmış ve bunun öncesinde ve sonrasında matematiksel görevlerin bilişsel gereklilikleri hakkındaki bilgilerinin ölçümü yapılmış, çalıştay katılımcısı olmayan 10 öğretmen kontrol grubu olarak yer almıştır. Boston (2006), elde edilen verilerin analizi sonucunda çalıştaya katılan öğretmenlerin matematiksel görevlerin bilişsel gereklilikleri hakkındaki bilgilerinin arttığı, kendi sınıflarında yüksek düzey matematiksel görevleri daha sık seçtikleri, uygulama esnasında yüksek düzey bilişsel gereklilikleri koruyabildikleri sonucunu çıkarmıştır.

Metz (2007) tarafından yapılan çalışmada, bilişsel olarak zorlayıcı görevlere ağırlık verilen dersleri planlamaya, planlanan derslerin öğretimini gerçekleştirmeye ve öğretim uygulamaları üzerine yansıtmalarda bulunmaya odaklanan bir profesyonel gelişim programına katılan lise matematik öğretmenlerinin, öğrencilerin matematiksel anlayışını destekleyen soruları tanımlama ve oluşturma becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin matematiksel çalışmalarının incelenmesi ve matematik öğretimi ile ilgili örnek olayların incelenmesi özelliklerini taşıyan öğretim uygulamasına 35 lise matematik öğretmeni katılmıştır. Çalışmada, öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmenlerin belirli türde soruları tanımlama ve oluşturma becerilerini ve belirli türdeki soruların neden matematiksel anlayışı arttırdığını açıklama becerilerini değerlendirmek için tasarlanmış bir ölçme aracı temel veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Metz (2007) verilerin analizinin, katılımcıların matematiksel anlayışı destekleyen soruları tanımlama ve oluşturma becerilerinin geliştiğini gösterdiğini belirtmiştir. Metz (2007)'e göre, öğretmenlerin özellikle öğrencilerin matematiksel fikirleri ve bağlantıları keşfetmesini destekleyen ve öğrenci başarısının artmasına neden olan sorular sorma becerileri gelişmiştir.

Öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmasını temel alan öğretim uygulamaları ile ilgili çalışmalarda öğrencilerde matematiksel düşünmenin geliştirilmesi için izlenmesi gereken yollar olarak şunlar ortaya konulmuştur: öğrencilerin ders boyunca geliştireceği matematiksel kavramları anlamak (Swafford vd., 1997; Schifter, 1998; Warfield, 2001; Masingila ve Doerr, 2002); öğrencilerin bir problemi çözmek için kullanacakları farklı stratejileri öngörmek (Fennema vd., 1996; Barnett, 1998; Stein vd., 2008); öğrencilerin olası yanlış yanıtlarını veya kavram yanılgılarını öngörmek (Masingila ve Doerr, 2002; Little vd., 2003; Sherin ve Han, 2004; Hughes, 2006); öğrencilere kendi düşüncelerini anlamlandırmaları için sorular sormak (Fennema vd., 1996; Vacc ve Bright, 1999; Masingila ve Doerr, 2002; Kazemi ve Franke, 2004; Metz, 2007); öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ilerletmek için sorular sormak (Fennema vd., 1996; Vacc ve Bright, 1999; Masingila ve Doerr, 2002; Kazemi ve Franke, 2004; Metz, 2007). Öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanması ile ilgili çalışmalarda öğrencilerde matematiksel düşünmenin geliştirilmesi için gerektiği vurgulanan bir başka özellik de bu çalışmalardaki öğretim uygulamaları ve etkinliklere rehberlik edecek nitelikte öğretmen eğitimcilerinin bulunmasıdır (Barnett, 1998; Franke ve Kazemi, 2001; Fernandez vd., 2003; Sherin ve Han, 2004; Hughes, 2006).

2.3 Matematiksel Düşünme Odaklı Planlama ile İlgili Araştırmalar

Bu bölümde öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye odaklanan dersler planlamalarını inceleyen araştırmalar ve sonuçları açıklanmıştır. Öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamaları ile ilgili çalışmalardan bazılarında öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı planlama becerileri üzerinde durulduğu için bu bölümde daha önceki bölümlerde yer alan çalışmalardan yeniden bahsedilmiştir.

Öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamaları ile ilgili araştırmalar bölümündeki çalışmalardan biri olan Swafford vd. (1997) tarafından yapılan çalışmada, 49 ortaokul (4–8. sınıf) öğretmeni ile dört haftalık geometri yaz okulu ve bir haftalık van Hiele geometri semineri gerçekleştirilmiştir. Bu uygulamanın öğretmenlerin, öğrencilerinin geometriyi kavramaları üzerine araştırma temelli bilgilerini arttırmasını hedefleyen bir BMDÖ uygulaması olduğu belirtilmiştir. Çalışmada geometri içeriği ile ilgili ön-test ve son-testler uygulanarak öğretim öncesinde ve sonrasında katılımcılardan geometri ders planları yapmaları istenmiştir. Katılımcılardan ders planlarını yaparken dersin amaçlarını ve ders için öğrencilerden beklentilerini ifade etmeleri istenmiştir. Planlar van Hiele düzeyleri açısından da incelenmiştir. Öğretimden sonraki öğretim yılında öğretime katılan öğretmenlerden sekizi gözlenmiş ve üçünün dersleri videoya kaydedilmiştir. Gözlemlerden hemen sonra görüşmeler yapılmıştır. Ön-test ve son-test sonuçları, içerik bilgisi ve van Hiele düzeylerinde önemli artışlar olduğunu göstermiştir. Ders planlarının analizi sonucunda, amaçlarda önemli bir değişim ve daha yüksek van Hiele düzeyi için beklentiler ortaya çıkmıştır.

Önceki bölümlerde incelenen araştırmalardan bir diğeri olan Fernandez vd. (2003) tarafından yapılan çalışmaya, ders araştırması oturumlarında rehberlik yapan 12 Japon öğretmen ile ders araştırması konusunda çalışan ABD'deki bir devlet okulundan 16 öğretmen ve yönetici katılmıştır. Çalışmada rehberlik yapan Japon öğretmenler, ABD'li öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmaları için gerekli görülen konularda sorular sormuş ve önerilerde bulunmuştur. Rehber öğretmenlerin uygulamasının sonucu olarak, ABD'li öğretmenler ders planlarında öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ele almaya başlamış ve bu konuda ilerleme kaydetmişlerdir. Fernandez vd. (2003), ABD'li öğretmenlerin planladıkları derslerde, dersin matematiksel amacını belirleme, işlenecek konu ile önceki bilgilerin ilişkilendirilmesi, olası öğrenci yanıtlarını öngörme ve bu yanıtları kolaylaştırma konularına odaklanarak öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ele almaya başladıkları ve bu konuda ilerleme kaydettikleri görüldüğünü belirtmiştir.

Hughes ve Smith tarafından yapılan çalışmada (Hughes ve Smith, 2004'ten aktaran Hughes, 2006), öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamalarının karması olma özelliğini taşıyan bir öğretim uygulamasına katılan 21 öğretmenden bir planlama aracı olan Ders Boyunca Düşünme Protokolünü (DBDP) kullanarak ders planlamaları istenmiştir. DBDP, öğrencilerin düşünmelerine odaklanan bir dersi planlarken ele alınacak bir dizi soru içermektedir. Araştırmada veriler, öğretmenlerin öğretim uygulaması sonrasındaki yazılı ders planları ile planlama hakkında öğretmenlerle yapılan görüşmelerden elde edilmiştir. Çalışmada elde edilen verilerden, çalışmaya katılan öğretmenlerin tamamının planlarında farklı öğrenci çözümlerine yer verdikleri; %95'inin öğrencilere sorulacak özgün sorular belirledikleri ve %68'inin öğrencilerin çözümleri arasında bağlantılar kuracak bir sınıf tartışmasını nasıl düzenleyeceklerini ifade ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Hughes ve Smith (2004), planlama hakkında yapılan görüşmelerde öğretmenlerden öğrencilerin düşünmelerini ele almalarını açıkça istenmediğini belirtmiştir. Bu durumda öğretmenlerin %43'ünün öğrencilerden farklı çözümler bekledikleri, %29'unun öğrencilere sorulacak özgün sorular belirledikleri ve %86'sının sınıf tartışmasını nasıl düzenleyeceklerini tanımladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Hughes ve Smith'e göre, öğretmenler hem yönlendirilmiş hem de yönlendirilmemiş şartlar altında öğrenci düşünmesine odaklanan planlamanın temel öğelerini gerçekleştirmişlerdir (Hughes ve Smith, 2004'ten aktaran Hughes, 2006).

Önceki bölümlerde incelenen çalışmalardan biri olan Fernandez (2005) tarafından yapılan çalışmada, Japon ders araştırmasını temel alan bir mikro öğretim uygulamasına katılan 18 ortaöğretim öğretmen adayının öğretimlerinin gelişimi incelenmiştir. Çalışmada katılımcılar ders araştırması uygulamasının bir gereği olarak planlar yapmış, bu planların uygulandığı derslerin kayıtlarını inceledikten ve öğretim uygulamasını yürüten öğretim elemanından planları hakkında dönüt aldıktan sonra ikinci defa planlar yapmışlardır. Katılımcıların ilk planları ile ikinci planları karşılaştırıldığında, ikinci planların daha az öğretmen merkezli olduğu ve öğrenci deneyimini, analizini ve akıl yürütmesini daha fazla içerdiği görülmüştür. İkinci ve üçüncü planlarda öğretmen adaylarının ifade etmiş oldukları amaçların öğrencilerin anlamları oluşturup bağlantıları keşfetmede modelleri incelemelerine ve akıl yürütme yeteneklerini geliştirmeye odaklandığı da görülmüştür.

Önceki bölümlerde incelenen çalışmalardan bir başkası olan Hughes (2006) tarafından yapılan çalışmada 10 ortaöğretim öğretmen adayı ile öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamalarının karması olma özelliğini taşıyan bir öğretim uygulaması gerçekleştirilmiştir. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının yazılı ders planları ve ders planlama hakkında öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmeler veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Çalışma sonucunda, öğretim uygulamasına katılan öğretmenlerin, uygulama sonrasında ders planlama süreçlerinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dikkat etme yeteneklerindeki ölçümlerinin uygulama öncesine göre önemli gelişim kaydettiğinin görüldüğü ifade edilmiştir. Çalışmada ayrıca, düşük düzey bilişsel gerekliliklere sahip matematiksel görevler kullanılan bir dersle karşılaştırıldığında öğretmen adaylarının yüksek düzey bilişsel gerekliliklere sahip matematiksel görevler kullanılan bir dersi planlarken öğrenci düşünmesine daha fazla dikkat etikleri sonucu çıkarılmıştır. Hughes (2006), danışman öğretmen ve/veya üniversite danışmanı tarafından yapılan desteğin, öğretmen adayının öğrencinin düşüncesine dikkat etme bilgisini kendi planlamasında kullanıp kullanmamasını belirlemede önemli bir faktör olabileceğini ifade etmiştir.

Lee (2006) tarafından yapılan araştırmada, 9 ortaokul matematik öğretmenine öğrencilerin cebir problemlerindeki düşüncelerini nasıl yorumladıklarını belirlemek için bir anket verilmiştir. Anketten elde edilen verilerin analizi sonucunda dört öğretmenin dersleri gözlenmiş ve öğretmenlerle görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilerin cebir problemlerini çözmedeki matematiksel düşünmelerinin anlayışına sahip olan ve cebir problemlerini sınıflarında öğretmek için planlama yaparken bu bilgileri nasıl kullandıklarını tanımlayabilen iki öğretmen belirlenmiştir. Bu iki öğretmenin ayrıntılı sınıf gözlemleri sonucunda, öğrencilerin cebir problemlerini çözmede öğretmenlerin anlayışlarının açık olduğu görülmüştür. Lee (2006), ayrıca öğretmenlerin derslerini planlayıp öğretim yaparken çoğul yaklaşım ve çözümlere sahip problemleri seçtiklerinin, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dayandırdıkları ön öğrenmelerini kullandıklarının, derslerini etkili bir şekilde planlamak için öğrenci stratejilerini dikkate aldıklarının, öğrencilerin düşünmelerini ortaya çıkarmak için soru sormayı kullandıklarının ve öğrencileri risk almada desteklemeye çalıştıklarının ortaya çıktığını ifade etmiştir.

Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye odaklanan dersler planlamalarını içeren araştırmalarda matematiksel düşünmeye odaklanan planlarda bulunan özelliklerin şunlar olduğu belirtilmiştir: derste öğrencilerin öğrenecekleri kavramlara yönelik olarak anlamları oluşturup bağlantıları keşfetmelerini sağlayacak amaçların belirlenmesi (Swafford vd., 1997; Fernandez vd., 2003; Fernandez 2005; Hughes, 2006), işlenecek konu ile önceki bilgilerin ilişkilendirilmesi (Fernandez vd., 2003; Lee, 2006), farklı öğrenci yanıtlarının beklenmesi (Fernandez vd., 2003; Hughes ve Smith, 2004'ten aktaran Hughes, 2006; Lee, 2006), öğrencilerin düşünmelerini ortaya çıkarmak ve öğrenci düşünmesini ilerlemek için soru sormanın kullanılması (Fernandez vd., 2003; Hughes ve Smith, 2004'ten aktaran Hughes, 2006; Lee, 2006).

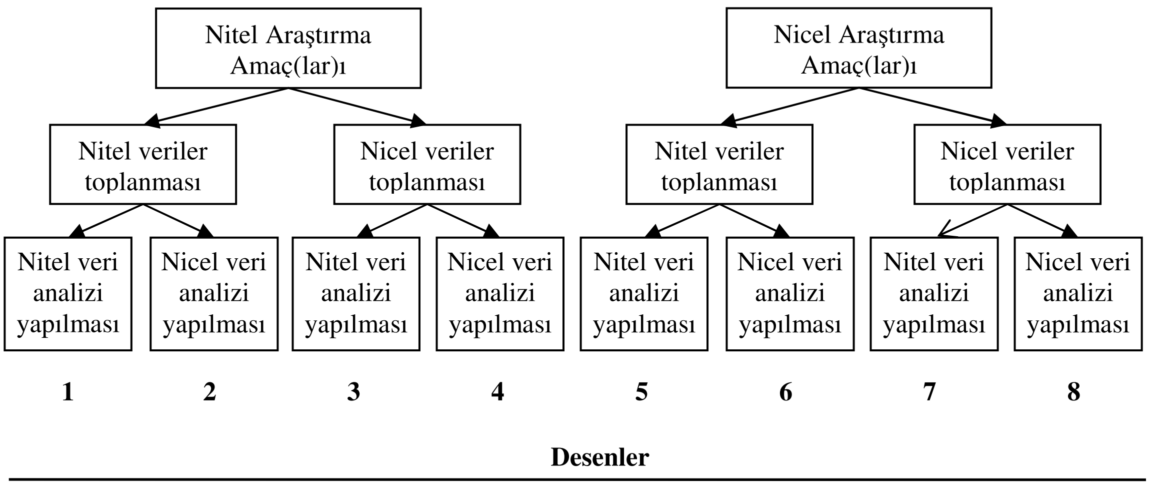
Sonuç olarak, matematiksel düşünme ile ilgili incelenen araştırmalara (Song ve Ginsburg, 1987; Umay, 1992; Lutfiyya, 1998; Cai, 2000, 2003; Alkan ve Güzel, 2005; Duran, 2005; Mubark, 2005; Yeşildere, 2006; Yeşildere, 2007; Yeşildere ve Türnüklü, 2007; Ovayolu, 2010) göre hem Türkiye'de hem de Dünya'da öğrencilerin ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerinin zayıf olduğu ve öğrencilerin matematiği kavramasında önemli bir yere sahip olan matematiksel düşünmenin geliştirilmesi gerektiği ifade edilebilir. Öğrencilerde matematiksel düşünmenin geliştirilmesinde, öğretmenlerin bilgileri önemli faktördür ve öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmelerini sağlamak için öğretmenler veya öğretmen adayları için öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamaları ile ilgili incelenen araştırmalardan, öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmek için öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının, öğrencilerin ders boyunca geliştireceği matematiksel kavramları anlamaları (Swafford vd., 1997; Schifter, 1998; Warfield, 2001; Masingila ve Doerr, 2002); öğrencilerin bir problemi çözmek için kullanacakları farklı stratejileri öngörmeleri (Fennema vd., 1996; Barnett, 1998; Stein vd., 2008); öğrencilerin olası yanlış yanıtlarını veya kavram yanılgılarını öngörmeleri (Masingila ve Doerr, 2002; Little vd., 2003; Sherin ve Han, 2004; Hughes, 2006); öğrencilere kendi düşüncelerini anlamlandırmaları için sorular sormaları (Fennema vd., 1996; Vacc ve Bright, 1999; Masingila ve Doerr, 2002; Kazemi ve Franke, 2004; Metz, 2007); öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ilerletmek için sorular sormaları (Fennema vd., 1996; Vacc ve Bright, 1999; Masingila ve Doerr, 2002; Kazemi ve Franke, 2004; Metz, 2007) gerektiği sonucu çıkarılabilir. Ayrıca matematiksel düşünme odaklı planlama ile ilgili incelenen araştırmalardan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye odaklanan dersler planlayabilmeleri için derste öğrencilerin öğrenecekleri kavramlara yönelik olarak anlamları oluşturup bağlantıları keşfetmelerini sağlayacak amaçları belirlemeleri (Swafford vd., 1997; Fernandez vd., 2003; Fernandez 2005; Hughes, 2006), işlenecek konu ile önceki bilgilerin ilişkilendirmeleri (Fernandez vd., 2003; Lee, 2006), farklı öğrenci yanıtlarının beklemeleri (Fernandez vd., 2003; Hughes ve Smith, 2004'ten aktaran Hughes, 2006; Lee, 2006), öğrencilerin düşünmelerini ortaya çıkarmak ve öğrenci düşünmesini ilerlemek için soru sormayı kullanmaları (Fernandez vd., 2003; Hughes ve Smith, 2004’ten aktaran Hughes, 2006; Lee, 2006) gerektiği sonucuna ulaşılabilir. Yapılan literatür taramasından ulaşılan tüm bu sonuçlara dayanarak matematik öğretmen adaylarına öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmeye odaklanan planlamayı öğretmek amacıyla bir öğretim uygulaması planlanmıştır. Planlanan bu öğretim uygulaması, ilgili literatürde öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesi için gerekli olduğu vurgulanan özellikleri taşımaktadır ve öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını temel alan öğretim uygulamalarının karması olma özelliğine sahiptir. İzleyen bölümde bu öğretim uygulamasına katılan öğretmen adaylarının yapmış oldukları planların incelenmesi ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması hakkındaki görüşlerinin belirlenmesi amacıyla gerçekleştirilen araştırmanın yöntemi tanıtılmıştır.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma modeli; katılımcılar; veri toplama süreci; verilerin kodlanması ve analizi; verilerin geçerliği ve güvenirliği bölümlerine yer verilmiştir.

3.1 Araştırma Modeli

Johnson ve Christensen (2004), bir araştırma çalışmasının temel aşamaları olan araştırma sorularına dayalı olarak karma model desenlerinin kullanılabileceğini belirtmiştir. Karma model desenleri, araştırma sorularına dayalı olarak araştırma amacının seçimi, araştırma verilerinin toplanması ve araştırma verilerinin analiz edilmesinde araştırma sorularını yanıtlamaya yardımcı olacak şekilde farklı yaklaşımların kullanıldığı araştırma modelleridir. Johnson ve Christensen (2004) ve Johnson ve Onwuegbuzie (2004) tarafından belirlenen tek model ve karma model desenleri Şekil 3.1'de verilmiştir. Johnson ve Christensen (2004)'e göre karma araştırma desenlerinde araştırmacı belirli bir felsefe, stil veya yöntemle sınırlı değildir; araştırma soruları için uygun ve yararlı deseni oluşturmada özgürdür.



Not: Desen 1 ve 8 tek-model desenlerdir. Desen 2, 3, 4, 5, 6 ve 7 karma model desenleridir.

Şekil 3.1: Tek-model ve karma model desenleri

Araştırmanın birinci alt problemi “matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar yapma becerilerinde nasıl bir değişim olmuştur ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması öncesinde yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?” şeklindedir. Bu problem cümlesinin ilk bölümünde nicel araştırma amacı olduğu, nitel veriler toplanması ve nitel veri analizi gerçekleştirilmesi gerektiğinden Johnson ve Onwuegbuzie (2004)’nin belirttiği karma model desenlerinden biri olan Desen 5 kullanılmıştır. Katıldıkları öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar yapma becerilerindeki değişimi belirlemek şeklindeki nicel araştırma amacını gerçekleştirmek için öğretmen adaylarının yaptıkları planlar incelenmiştir. Planların incelenmesi söz konusu olduğundan nitel veri toplama yöntemlerinden doküman incelemesi kullanılmıştır. Doküman incelemesi, araştırılması hedeflenen olgu veya olaylar hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsayan nitel veri toplama yöntemidir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Yıldırım ve Şimşek (2006)’e göre dokümanlar nitel araştırmalarda etkili olarak kullanılması gereken önemli bilgi kaynaklarıdır ve araştırmacının ihtiyacı olan verileri gözlem veya görüşme yapmaya gerek kalmadan elde etmesini sağlarlar. Öğretmen adaylarının yapmış oldukları planların analizi için nitel veri analizi yöntemlerinden betimsel analiz kullanılmıştır. Yıldırım ve Şimşek (2006)’e göre betimsel analiz yaklaşımında elde edilen veriler, belirlenen temalara göre özetlenir ve yorumlanır. Betimsel analizde katılımcıların görüşlerini çarpıcı bir şekilde yansıtmak için doğrudan alıntılara sık sık yer verilir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Betimsel analizi gerçekleştirmek için Verilerin Kodlanması ve Analizi bölümünde ayrıntıları tanıtılmış olan Ders Planlama Öğeleri Rubriğinde (Hughes, 2006) yer kategoriler tema olarak kullanılmış ve katılımcıların yapmış oldukları planlara göre kodlamalar yapılarak veriler özetlenmiştir. Analiz sonucunda elde edilen bulgular, katılımcıların planlarından alıntılar kullanılarak desteklenmiş ve yorumlanmıştır.

Araştırmanın birinci alt probleminin ikinci bölümü, “öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması öncesinde yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?” şeklindedir. Bu araştırma sorusunda nicel bir araştırma amacı olduğu, nicel veriler toplanması ve nicel veri analizi gerçekleştirilmesi gerektiğinden Johnson ve Onwuegbuzie (2004)'nin belirttiği tek-model desenlerinden Desen 8 kullanılmıştır. Katıldıkları öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlardan aldıkları puanlar arasında anlamlı fark olup olmadığını belirlemek şeklindeki nicel araştırma amacını gerçekleştirmek için deneysel araştırma desenlerinden denekler-içi ya da gruplar-içi (within subject/variables design) desen kullanılmıştır (Büyüköztürk, Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2008). Büyüköztürk vd. (2008)'ne göre deneysel araştırmalarda aynı katılımcıların farklı deneme koşullarında karşılaştırıldığı desenlere denekler-içi ya da gruplar-içi desen denir ve gruplar-içi desenler tekrarlı ölçümler desenleri (repeated mesurament) olarak da bilinmektedir. Nicel veriler toplanması için öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriği kullanılarak puanlanmıştır. Katıldıkları öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlardan almış oldukları puanların karşılaştırması, nicel veri analizi yöntemlerinden Wilcoxon işaretli sıralar testi ile gerçekleştirilmiştir. Büyüköztürk (2003)'e göre Wilcoxon işaretli sıralar testi iki ilişkili ölçüm setine ait puanlar arasındaki farkın anlamlılığını, puanlar normal dağılım göstermediği zaman test etmek için kullanılmaktadır.

Araştırmanın "Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının kalıcılığı nasıldır ve öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?" şeklindeki ikinci alt problem için de birinci alt problemde olduğu gibi Johnson ve Onwuegbuzie (2004)'nin belirttiği karma ve tek desen modellerinden Desen 5 ve Desen 8 kullanılmıştır.

Araştırmanın birinci ve ikinci alt problemleri beraber ele alındığında araştırmanın modelinin yarı deneysel öntest-sontest-gecikmiş son test modeli olduğu ifade edilebilir (Gall, Gall ve Borg, 2003). Öntest-sontest-gecikmiş son test modelinde, araştırmanın katılımcılarına yapılan uygulamadan önce, uygulamadan hemen sonra ve uygulamadan bir süre sonra aynı ölçme aracı kullanılarak veri toplanması söz konusudur (Gall vd., 2003).

"Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşleri nasıldır?" şeklindeki araştırmanın üçüncü alt problem cümlesinde nitel araştırma amacı olduğu, nitel veriler toplanması ve nitel veri analizi gerçekleştirilmesi gerektiğinden Johnson ve Onwuegbuzie (2004)'nin belirttiği tek-model desenlerinden Desen 1 kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının katıldıkları öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşlerinin belirlenmesi şeklindeki nitel araştırma amacını gerçekleştirmek için nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılan bir veri toplama yöntemi olan yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır. Ekiz (2003)'e göre görüşme yöntemi insanların neyi neden düşündüklerini, duygu ve tutumlarının neler olduğunu, davranışlarını yönlendiren faktörleri ortaya çıkarmayı sağlayan bir veri toplama aracıdır. Yarı yapılandırılmış görüşme yönteminde görüşme soruları önceden hazırlanır, ancak görüşme esnasında soruların yeniden düzenlenmesine izin verilerek görüşmeciye esneklik sağlanır (Ekiz, 2003). Öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler esnasında öğretmen adaylarından gerekli izin alınarak ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Görüşme kayıtları daha sonra yazılı hale getirilmiştir. Nitel veri analizi yöntemlerinden içerik analizi kullanılarak, yazılı hale getirilen görüşme verileri incelenip kodlanmış ve kodlamalara göre sınıflandırılmıştır. Yıldırım ve Şimşek (2006)'e göre içerik analizinde temel amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere ulaşmaktır.

Araştırmanın dördüncü alt problemi "Öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersinde katıldıkları okul uygulamalarında matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerileri nasıldır?" şeklindedir. Bu problem cümlesinde nitel araştırma amacıyla nitel veriler toplanmış ve nicel veri analizi gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle Johnson ve Onwuegbuzie (2004)'nin belirttiği karma model desenlerinden biri olan Desen 2 kullanılmıştır. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılmış olan öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersinde katıldıkları okul uygulamalarında matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerilerini belirlemek şeklindeki nitel araştırma amacını gerçekleştirmek için planların incelenmesi söz konusu olduğundan nitel veri toplama yöntemlerinden doküman incelemesi kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının matematik öğretimi için yaptıkları planlar, Ders Planlama Öğeleri Rubriği (Hughes, 2006) ile puanlanarak nicel veri analizi gerçekleştirilmiştir.

3.2 Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları ile ilgili bilgiler Tablo 3.1'de özetlenmiştir. Tablo 3.1'de de görüldüğü üzere araştırmanın pilot çalışmasının katılımcıları, Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi OFMAE Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı 5. sınıf öğrencilerinden oluşan bir gruptur. 2010–2011 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında Seçmeli III adlı derse devam eden 19 öğretmen adayından meydana gelen "kolay ulaşılabilir durum örneklemesi" (Yıldırım ve Şimşek, 2006) ile oluşturulmuştur. Pilot çalışmaya katılan öğretmen adaylarının 15'i kız, 4'ü erkektir.

Tablo 3.1: Araştırmanın katılımcıları ile ilgili bilgiler

İlgili Araştırma bölümü	Öğretim yılı	Yarıyıl	Sınıf	Katılımcı sayıları Kız	Erkek	Toplam
Pilot çalışma	2010–2011	Güz	5	15	4	19
Birinci alt problem İkinci alt problem Üçüncü alt problem	2010–2011	Bahar	4	21	19	40
Dördüncü alt problem	2011–2012	Bahar	5	13	7	20*

*Öğretim uygulamasına katılmış olan 40 öğretmen adayından seçilmiştir.

Araştırmanın katılımcıları, Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi OFMAE Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı 4. sınıf öğrencilerinden oluşan bir gruptur. 2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında Problem Kurma ve Çözme adlı derse devam eden 40 öğretmen adayından meydana gelen grup, "kolay ulaşılabilir durum" örneklemesi (Yıldırım ve Şimşek, 2006) ile oluşturulmuştur. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının 21'i kız, 19'u erkektir (bkz. Tablo 3.1).

Araştırmanın katılımcısı olan öğretmen adaylarının eğitimsel altyapılarının belirlenmesi için devam etmekte oldukları ortaöğretim matematik öğretmenliği programı incelenmiştir. Ortaöğretim matematik öğretmenliği programında 4. sınıf bahar yarıyılına kadar matematik alan dersleri olarak Analiz, Soyut Matematik, Analitik Geometri, Diferansiyel Denklemler, Nümerik Analiz, Karmaşık Analiz, Soyut Cebir, Doğrusal Cebir, Genel Topolojiye Giriş, Olasılık, İstatistik, Fonksiyonel Analize Giriş, Diferansiyel Geometri ve Geometri dersleri yer almaktadır. Programda 4. sınıf bahar yarıyılına kadar matematik alan eğitimi dersleri olarak Matematik Öğretmenliğine Giriş, Matematik ve İletişim, Matematik Eğitiminde Öğrenme-Öğretme Kuram ve Yaklaşımları, Matematik Eğitiminde İstatistik, Matematik Eğitiminde Duyuşsal Alan Becerileri dersleri yer almaktadır. Programda 4. sınıf bahar yarıyılına kadar eğitim dersleri olarak Eğitim Bilimine Giriş, Gelişim Psikolojisi, Ergen Psikolojisi, Öğrenme-Öğretme Kuram ve Yaklaşımları, Program Geliştirme ve Öğretim, Ölçme ve Değerlendirme, Türk Eğitim Sistemi ve Okul Yönetimi, Sınıf Yönetimi dersleri yer almaktadır. Programda 4. sınıf bahar yarıyılında ise matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının yapıldığı Problem Kurma ve Çözme dersinin yanı sıra matematik alan eğitimi dersleri olarak Karşılaştırmalı Matematik Eğitimi, Matematik Özel Öğretim Yöntemleri I dersleri ve eğitim dersleri olarak Öğrenme Psikolojisi ve Rehberlik dersleri yer almaktadır. Programda yer alan derslerden çalışmaya katılan öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılarak matematik derslerini planlama ve uygulama için yeterli eğitimsel alt yapıya sahip oldukları sonucu çıkarılmıştır.

Araştırmanın "Öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersinde katıldıkları okul uygulamalarında matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerileri nasıldır?" şeklindeki araştırmanın dördüncü alt problemi için öğretim uygulamasına katılmış olan öğretmen adaylarından gönüllülük esasına göre belirlenmiş 20 tanesi ile 2011–2012 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında Öğretmenlik Uygulaması dersi yürütülmüştür. 20 kişilik bu gruptaki öğretmen adaylarının 13'ü kız, 7'si erkektir (bkz. Tablo 3.1).

3.3 Veri toplama süreci

Bu çalışmada matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması gerçekleştirilmiştir ve bu öğretim uygulaması literatürdeki öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamalarının karması olma özelliğine sahiptir. 2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında gerçekleştirilen öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında katılımcı öğretmen adaylarına veri toplamak amacıyla problemler verilerek bu problemler çerçevesinde planlar yapmaları istenmiştir. Öğretim uygulaması sonrasında öğretmen adayları ile görüşmeler yapılmıştır. Öğretim uygulamasının kalıcılığını belirlemek için 2011–2012 eğitim öğretim yılının (öğretim uygulamanın gerçekleştiği öğretim yılını izleyen öğretim yılının) güz yarıyılı sonunda öğretmen adaylarının aynı problemlerle tekrar planlar yapmaları istenmiştir. 2011–2012 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında öğretmen adaylarından ortaöğretim kurumlarındaki öğretim uygulamaları için kendi seçtikleri konularda planlar yapmaları istenmiştir. İzleyen bölümlerde gerçekleştirilen öğretim uygulamasının planı, asıl uygulamadan bir yarıyıl önce yapılan pilot çalışma, verilerin toplanması, verilerin kodlanıp analiz edilmesi, verilerin geçerlik ve güvenirliği hakkında bilgilere yer verilmiştir.

3.3.1 Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulaması

Bu çalışmada gerçekleştirilen matematiksel düşünme odaklı öğretim haftada 4 saat olmak üzere 12 haftalık bir sürede uygulanmıştır. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması (Tablo 3.2), öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan öğretim uygulamalarını içeren çeşitli çalışmalar (Boston, 2006; Hughes, 2006; Metz, 2007) incelenerek oluşturulmuştur.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim, öğretmen adaylarının matematik öğretimi ile ilgili örnek olayları, videoya çekilmiş bir matematik dersini, sınıf tartışmalarını, örnek planları incelemelerini içeren bir uygulamadır. Öğretim uygulaması esnasında öğretmen adaylarına, planlama yapmaları için düzenlenmiş bir araç olan Ders Boyunca Düşünme Protokolü (DBDP) (Hughes, 2006) tanıtılmıştır (EK A). Araştırmaya katılan öğretmen adaylarından bu aracı kullanarak matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının planında belirlenmiş matematiksel görevlere ve kendi belirledikleri matematiksel görevlere dayalı olarak bireysel ve işbirlikli planlar yapmaları istenmiştir. Öğretmen adayları farklı görevlere dayanarak hazırlanmış örnek planları inceleyerek bireysel olarak yapmış oldukları planlar üzerinde yansıtmalarda bulunmuşlar; işbirlikli olarak yaptıkları planlar için sınıflarında mikro öğretim uygulaması yapmışlardır.

Tablo 3.2: Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının planı

Hafta	Süre	Derste yapılan çalışmalar	Ders sonrası yapılan çalışmalar
1 **2**	8 saat	• Matematiksel düşünme ve öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanma ile ilgili kavramsal yapının oluşturulması	• Matematiksel düşünme konusunda yapılan araştırmalar ile ilgili makalelerin araştırılması.
3	4 saat	• Matematiksel Görevler Çerçevesinin tanıtılması • 1. Örnek Olayda kullanılan görevin çözümü	• Görevlerin sınıflandırılması etkinliği • 1. Örnek Olayın okunup tartışma sorularını cevaplanması
4	4 saat	• 1. Örnek Olayın tartışılması • Yüksek düzey bilişsel gerekliliklerin sürdürülmesi ve gerilemesi ile ilgili faktörlerin tanıtılması • Bir ders planında neyin olması gerektiğinin tartışılması ve DBDP'nün sunulması	• "İkinci Dereceden Fonksiyonların Grafikleri" problemi çerçevesinde bir ders planının yazılması
5	4 saat	• Matematiksel amaçların yazımı ve matematiksel düşünmeyi ilerletmek için sorulacak soruların belirlenmesi etkinliği • 2. Örnek Olayda kullanılan görevin çözülmesi ve bilişsel gerekliliklerinin tartışılması	• 2. Örnek Olayın okunup tartışma sorularının cevaplanması
6	4 saat	• 2. Örnek Olayın tartışılması • Ders planlarını değerlendirme rubriğinin tanıtılması	
7		• İki örnek planının rubrik ile incelenip nasıl düzeltilebileceği hakkında tartışılması. • "İnanılmaz Ayla" problemi için hazırlanmış bir ders planın sunumu	• "İkinci Dereceden Fonksiyonların Grafikleri" problemi için yapılan ders planının keşfetme aşamasının gözden geçirilip düzeltilmesi. • İlk yapılan plan ile düzeltilen plan arasındaki farklılıkları özetleyen bir yansıtma yazılması
8	4 saat	• "Telefonla Arama Planları" probleminin gruplarca çözülmesi ve öğrencilerin bu görevi çözebilme yollarının tartışılması • "Telefonla Arama Planları" problemi hakkında yapılmış bir tartışmanın incelenmesi ve bu problem çerçevesinde bir ders planı yazılması	• Planlama, öğretme ve yansıtma ödevi için yüksek düzey bir görev ve ders için matematiksel bir amaç hazırlanması
9.	4 saat	• Yüksek düzey görev olan "Dik Üçgenlerin Kenar Uzunlukları" probleminin çözümü • Öğretim uygulaması videosunun incelenmesi	• Planlama, öğretme ve yansıtma ödevi için bir ders planının yazılması
10 **11** **12**	12 saat	• Grupların planladıkları dersleri sınıf arkadaşlarına uygulaması	• Öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri öğretim hakkında yansıtmalar yapması

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında, Stein vd. (2000) tarafından matematik öğretmen adaylarının eğitiminde kullanılmak üzere ders kitabı olarak hazırlanmış kaynaktan da yararlanılmıştır. Söz konusu kitaptan matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında yer alan matematiksel görevler, matematik öğretimi ile ilgili örnek olaylar ve Matematiksel Görevler Çerçevesi ile ilgili bölümlerin Türkçe çevirisi yapılmıştır. Çevirilerin uygun olduğu danışılan İngilizce alan eğitimcisi tarafından onaylanmıştır.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında ders içinde yapılan etkinliklerin yanı sıra ders dışında yapılan bir takım etkinlikler de vardır. Ders dışında yapılan etkinlikler ile derste yapılan çalışmaların pekiştirilmesi ve sonraki ders için hazırlıklı olunması amaçlanmıştır. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında yer alan etkinlikler, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını temel alan öğretim uygulamalarını içeren çalışmalarda (bilişsel muhakemeye dayalı öğretim, ders araştırması, matematik öğretimi ile ilgili örnek olayların incelenmesini, öğretmenlerin videoya çekilmiş dersleri incelemesini ve öğrencilerin matematiksel çalışmalarının incelenmesini içeren öğretim uygulamaları) bulunan özelliklere sahip olduğu için, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması karma bir uygulamadır. Öğretim uygulamasının planı (bkz.Tablo 3.2) izleyen paragraflarda hafta hafta açıklanarak tanıtılmıştır.

Öğretim uygulaması öğretmen adaylarında, matematiksel düşünme ve öğretmenlerin öğretimlerinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmaları ile ilgili kavramsal yapının oluşturulması amacı ile yapılan ve iki hafta süren sunumlar ile başlamıştır. Sunumların içeriğinde matematiksel düşünme, matematiksel düşünmenin özellikleri, matematiksel düşünme ile ilgili araştırmalar, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğretimlerinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını sağlamak için yapılan öğretim uygulamaları hakkında bilgiler yer almıştır. Birinci hafta ders sonrası çalışma olarak yapılan matematiksel düşünme konusunda yapılan araştırmalar ile ilgili makalelerin araştırılması ödevinden sonra, ikinci hafta derste incelenen makalelerle ilgili bir tartışma yapılmıştır (bkz. Tablo 3.2).

Üçüncü hafta, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarında, matematik dersleri ile derslerde kullanılan matematiksel görevleri ve özelliklerini incelemek, tartışmak ve dersler üzerine yansıtmalarda bulunmak için ortak bir dil sağlayan Matematiksel Görevler Çerçevesi (Stein vd., 1996; Henningsen ve Stein, 1997; Stein vd., 2000)'nin tanıtımı yapılmıştır. Çerçevenin tanıtımından sonra öğretmen adaylarına düşük bilişsel gereklilik düzeyinde ve yüksek bilişsel gereklilik düzeyinde olduğu belirtilmiş aynı içerikte iki görev (EK B) (Stein vd., 2000) sunulmuştur. Öğretmen adaylarından bu görevleri çözmeleri istenmiş ve iki görevin aynı ve/veya farklı yönlerinin karşılaştırmalarını yaparak tartışmaları sağlanmıştır. Matematiksel Görevler Çerçevesine göre matematiksel görevlerin bilişsel gereklilikleri anlatılmış ve her bir gereklilik düzeyinden problem örnekleri (EK C.1) (Stein vd., 2000) sunularak incelemeleri istenmiştir. Daha sonra bilişsel gereklilik düzeylerine göre görevlerin sınıflandırılması etkinliği yapılmıştır. Görevleri Sınıflama etkinliği için öğretmen adaylarına EK C.2'de yer alan 8 görev (Stein vd., 2000) verilmiş ve bu görevleri bilişsel gereklilik düzeylerine göre sınıflandırmaları istenmiştir. Üçüncü hafta öğretmen adaylarından 1. Örnek Olayda (Stein vd., 2000) (EK D.1) kullanılan görevin çözümünü yapmaları da istenmiştir. Ders dışı çalışma olarak öğretmen adaylarına lise ders kitaplarından matematiksel görevlerin bilişsel gereklilik düzeylerine uygun örnek problemler bulma ödevi verilmiştir. Bu haftada, bir başka ders dışı çalışma olarak öğretmen adaylarına 1. Örnek Olayın okunması ve tartışma sorularını cevaplanması ödevi de verilmiştir (bkz. Tablo 3.2).

Dördüncü hafta, öğretmen adaylarından öncelikle 1. Örnek Olayı tartışmaları istenmiştir. Tartışma, örnek olaydaki öğretmenin öğrencilerin öğrenmesini nasıl desteklediği ve/veya engellediğine öğretmen adayların odaklanmalarını sağlayacak şekilde yürütülmüştür. Tartışmadan sonra öğretmen adaylarına yüksek düzeyli görevlerin bilişsel gerekliliklerin sürdürülmesi ve gerilemesi ile ilgili sınıf içi faktörler (EK E.1) ile görev oluşturma ve uygulamanın yaygın modelleri (EK E.2) (Henningsen ve Stein, 1997; Stein vd., 2000) tanıtılmıştır. Dördüncü haftadaki dersin son iki saatinde öğretmen adaylarıyla bir ders planında neler bulunması gerektiği tartışılmış ve Ders Boyunca Düşünme Protokolü (DBDP) (Hughes, 2006; Smith, Bill ve Hughes, 2008) sunulmuştur. Bu hafta, ders dışı çalışma olarak öğretmen adaylarından yüksek düzey bir görev olan "İkinci Dereceden Fonksiyonların Grafikleri" problemi (EK F.1) çerçevesinde DBDP'nün bütün öğelerine hitap eden bir ders planı yazmaları istenmiştir. Bu planda öğretmen adaylarının DBDP'nde önerilen düzeyde öğrencilerin düşünmelerine dikkat etmeyecekleri beklenmiştir (bkz. Tablo 3.2).

Beşinci hafta, bir dersi planlarken öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate almanın iki önemli unsuru olan, bir ders için matematiksel amaçların yazımı ve matematiksel düşünmeyi ilerletmek için sorulacak soruların belirlenmesi etkinliği gerçekleştirilmiştir. Bu hafta, "İkinci Dereceden Fonksiyonların Grafikleri" problemi çerçevesinde hazırlandıkları planlar incelenmek üzere öğretmen adaylarından alınarak toplanmıştır. Bu hafta yapılan bir başka etkinlik, 2. Örnek Olayda (Stein vd., 2000) (EK D.2) kullanılan görevin çözülmesi ve bilişsel gerekliliklerinin tartışılması olmuştur. Beşinci hafta, ders dışı çalışma olarak öğretmen adaylarından 2. Örnek Olayı okuyup tartışma sorularını yanıtlamaları istenmiştir (bkz. Tablo 3.2).

Altıncı hafta sınıfta öncelikle 2. Örnek Olayın tartışılması yapılmıştır. Bu tartışmada örnek olayda yer alan 2. ve 6. saatteki matematik dersleri arasındaki benzerlikler ve farklar üzerinde durulmuştur. Bu haftada ayrıca öğretmen adaylarına Hughes (2006) tarafından hazırlanan, Ders Boyunca Düşünme Protokolünün bütün yönlerini dikkate alan ders planlarını değerlendirme rubriğinin (EK G) tanıtımı da yapılmıştır (bkz. Tablo 3.2).

Yedinci hafta, beşinci haftada toplanan "İkinci Dereceden Fonksiyonların Grafikleri" problemi için hazırlanmış ders planlarından iki tanesi sunularak öğretmen adaylarından rubrik ile incelemeleri istenmiş ve nasıl düzeltebilecekleri hakkında tartışmaları sağlanmıştır. Daha sonra DBDP'nün tüm gereklerini karşılayan "İnanılmaz Ayla" (EK F.2) (High-Level, 2008'den Türkçeye uyarlamıştır) problemi için hazırlanmış bir ders planının (EK H.1) (High-Level, 2008'den Türkçeye uyarlamıştır) sunumu yapılarak öğretmen adaylarının incelemeleri sağlanmıştır. Bu hafta, ders dışı çalışma olarak öğretmen adaylarından "İkinci Dereceden Fonksiyonların Grafikleri" problemi için yaptıkları planların keşfetme aşamasını gözden geçirip düzeltmeleri ve ilk yapılan plan ile düzeltilen plan arasındaki farklılıkları özetleyen bir yansıtma yazısı yazmaları istenmiştir (bkz. Tablo 3.2).

Sekizinci hafta, öğretmen adayları grupla çalışarak yüksek düzey bir görev olan "Telefonla Arama Planları" problemini (EK F.3) (Metz, 2007) çözerek öğrencilerin bu görevi doğru ve yanlış bir şekilde çözebilme yolları hakkında tartışmışlardır. Sonra öğretmen adaylarına “Telefonla Arama Planları” problemi hakkında öğretmenini sorduğu soruları ve öğrencilerin verdikleri yanıtları içeren bir sınıf tartışmasının yer aldığı, belirtilen matematiksel amaçlara yönelik olarak öğrencilere yöneltilebilecek soruları belirleme ve öğretmen sorularını değerlendirme etkinliği (EK I) (Metz, 2007) yaptırılmıştır. Daha sonra, öğretmen adayları grupla çalışarak “Telefonla Arama Planları” problemi çerçevesinde bir ders planı yazmış ve bu planların ders planlarını değerlendirme rubriği ile değerlendirilmesini yapmışlardır. Sekizinci hafta, ders dışı çalışma olarak öğretmen adaylarından planlama, öğretme ve yansıtma çalışması için istedikleri bir konuda yüksek düzey bir görev ile ders için matematiksel bir amaç hazırlamaları istenmiştir (bkz. Tablo 3.2).

9. hafta, öğretmen adaylarından önce yüksek düzey bir görev olan “Dik Üçgenlerin Kenar Uzunlukları” probleminin (EK F.4) (High-Level, 2008) çözümünü yapmaları istenmiştir. Ardından “Dik Üçgenlerin Kenar Uzunlukları” problemi çerçevesinde hazırlanmış planın (EK H.2) (High-Level, 2008’den Türkçeye uyarlamıştır) bir öğretmen tarafından uygulamasını içeren video kaydı öğretmen adaylarıyla beraber izlenerek öğretmenin öğretimi hakkında tartışmalar yapılmıştır. Bu hafta ayrıca, sekizinci haftada planlama, öğretme ve yansıtma çalışması için hazırlanan matematiksel görevler ve amaçlar gözden geçirilerek uygun olanlar belirlenmiştir. Ders dışı çalışma olarak öğretmen adaylarına planlama, öğretme ve yansıtma çalışması için belirlenen görevleri ve amaçları kullanarak grupça bir ders planı yazma ödevi verilmiştir (bkz. Tablo 3.2).

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının son üç haftalık bölümünde öğretmen adayları, dokuzuncu hafta ödev olarak verilen ders planlarını kullanarak mikro öğretim tekniği ile arkadaşlarına öğretim yapmışlardır ve yaptıkları öğretim hakkında yansıtmalarda bulunmuşlardır (bkz. Tablo 3.2).

3.3.2 Pilot Çalışma

Araştırmanın pilot çalışması 2010–2011 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında haftalık ders sayısı 3 saat olan Seçmeli III adlı derse devam eden OFMAE Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı 5. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. 19 öğretmen adayından oluşan katılımcılara matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılmadan önce ve katıldıktan sonra, ders planlama öğelerinin kısa açıklamalarını içeren bir belge ile birlikte (EK J) (Hughes, 2006) "Grafiklerden Açıklamalara [GA]" problemi (EK K.1) (Friel, Rachlin, Doyle, Nygard, Pugalee ve Ellis, 2001) verilerek planlama yapmaları istenmiştir. Yapılan planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriği (Hughes, 2006) ile incelenerek analiz edilmiştir.

Pilot çalışma esnasında matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında yer alan etkinlikleri yapmak için haftada 3 saatlik ders süresi yeterli olmamış ve ek dersler yapılmak zorunda kalınmıştır. Bu nedenle asıl uygulamanın haftalık ders sayısı daha fazla olan bir derste yapılmasına karar verilmiştir.

Öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında planlama yapmaları için pilot uygulamaya katılan öğretmen adaylarına verilen "GA" problemi öğretmen adaylarının öğretim hayatlarında karşılaştıkları problemlerden farklı bir yapıya sahiptir. Bu nedenle asıl uygulamada, "GA" probleminin yanı sıra öğretmen adaylarının öğretim hayatlarında karşılaştıkları problemlere daha çok benzeyen yapıdaki "Özel Tişörtler [ÖT]" (EK K.2) (High-Level, 2008'den Türkçeye uyarlamıştır) probleminin kullanılmasına karar verilmiştir.

3.3.3 Verilerin Toplanması

Araştırmanın birinci alt problemi "matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar yapma becerilerinde nasıl bir değişim olmuştur ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması öncesinde yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?" şeklindedir. Bu probleme yönelik olarak veri toplamak amacıyla öğretmen adaylarına öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında problemler verilerek planlamalar yapmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarına planlamalarını yaparken dikkate almaları için Hughes (2006) tarafından belirlenmiş olan ders planlama öğeleri ve kısa açıklamalarını içeren bir belge verilmiştir (EK J).

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması 2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında gerçekleştirilmiştir. Öğretim uygulaması öncesinde öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerini belirlemek için iki farklı problem verilerek planlama yapmaları istenmiştir. Matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlamayı gerçekleştirebilmek için yüksek bilişsel gereklilik düzeylerine sahip problem seçimi önemli olduğundan (Henningsen ve Stein, 1997; Stein vd., 2000) planlama yapmaları için öğretmen adaylarına verilen problemlerin her ikisi de yüksek bilişsel gereklilik düzeylerine sahiptir. Bu problemlerden birincisi olan "Grafiklerden Açıklamalara [GA]" problemi (EK K.1) (Friel vd., 2001) ile 2010–2011 eğitim öğretim yılı güz yarıyılı sonunda, ikincisi olan "Özel Tişörtler [ÖT]" problemi (EK K.2) (High-Level, 2008'den Türkçeye uyarlamıştır) ile 2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılı başında planlama yapılması istenmiştir. Planlamalar için öğretmen adaylarına 70 dakikalık süre verilmiştir. "GA" problemi öğretmen adaylarının öğretim hayatlarında karşılaştıkları problemlerden farklı bir yapıya sahiptir. "ÖT" problemi "GA" problemine göre öğretmen adaylarının öğretim hayatlarında karşılaştıkları problemlere daha çok benzemektedir.

2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılı sonunda, öğretim uygulaması bittikten sonra öğretmen adaylarına "GA" ve "ÖT" problemleri bir kez daha verilerek planlamalar yapmaları istenmiştir.

Araştırmanın ikinci alt problemi "Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının kalıcılığı nasıldır ve öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?" şeklindedir. Bu probleme yönelik olarak öğretim uygulamasının kalıcılığını belirlemek amacıyla 2011–2012 eğitim öğretim yılının güz yarıyılı sonunda yani matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması tamamlandıktan bir yarıyıl sonra katılımcı öğretmen adaylarına "GA" ve "ÖT" problemleri tekrar verilerek planlamalar yapmaları istenmiştir. Planların incelenmesi söz konusu olduğundan nitel veri toplama yöntemlerinden doküman incelemesi kullanılmıştır.

Araştırmanın üçüncü alt problemi olan "Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşleri nasıldır?" sorusuna yanıt bulmak için nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılan bir veri toplama yöntemi olan yarı yapılandırılmış görüşme kullanılmıştır. Ekiz (2003)'e göre görüşme yöntemi insanların neyi neden düşündüklerini, duygu ve tutumlarının neler olduğunu, davranışlarını yönlendiren faktörleri ortaya çıkarmayı sağlayan bir veri toplama aracıdır. Yarı yapılandırılmış görüşme yönteminde görüşme soruları önceden hazırlanır, ancak görüşme esnasında soruların yeniden düzenlenmesine izin verilerek görüşmeciye esneklik sağlanır (Ekiz, 2003). Katıldıkları matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili öğretmen adaylarının görüşlerinin belirlenmesi amacıyla yarı yapılandırılmış bir görüşme formu (EK L.1) hazırlanmış ve 2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılı sonunda, öğretim uygulaması bittikten sonra öğretmen adayları ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Öğretmen adayları ile yapılan görüşmeler esnasında öğretmen adaylarından gerekli izin alınarak ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Görüşme kayıtları daha sonra yazılı hale getirilmiştir.

Araştırmanın dördüncü alt problemi "Öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersinde katıldıkları okul uygulamalarında matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerileri nasıldır?" şeklindedir. Bu probleme yanıt bulmak amacıyla öğretim uygulamasına katılmış olan öğretmen adaylarından gönüllülük esasına göre belirlenmiş 20 tanesi ile 2011–2012 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında Öğretmenlik Uygulaması dersi yürütülerek bu ders kapsamında öğretmen adaylarından ortaöğretim kurumlarındaki okul uygulamaları için kendi seçtikleri konularda planlar yapmaları istenmiştir. Planların incelenmesi söz konusu olduğundan nitel veri toplama yöntemlerinden doküman incelemesi kullanılmıştır.

3.4 Verilerin Kodlanması ve Analizi

Öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerini, nitel ve nicel olarak belirlemek için araştırmanın dayandığı teorik çerçeveye uygun olarak Hughes (2006) tarafından geliştirilmiş bir araç olan Ders Planlama Öğeleri Rubriği (EK M.1) kullanılmıştır. İzleyen bölümde Ders Planlama Öğeleri Rubriği ayrıntılarıyla tanıtılmıştır. Sonraki bölümlerde ise araştırmanın alt problemlerine yönelik olarak yapılan kodlama ve analizler hakkında bilgi verilmiştir.

3.4.1 Ders Planlama Öğeleri Rubriği

Rubrikte ders planlama sürecinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmanın dört temel öğesi; (1) dersin matematiksel amacını belirleme, (2) öğrencilerin doğru çözümlerini ve hatalı çözümlerini öngörme, (3) öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma ve (4) öğrencilerin düşünmelerine dayandırılan tartışma ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme olarak belirtilmiştir. Rubriğin amacı öğretmen adaylarının yapmış oldukların planların bu öğelere göre açık ve anlaşılır olup olmadığını belirlemek, dolayısı ile öğretmen adaylarının planladıkları derslerde öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alma derecelerini ortaya çıkarmaktır. Bu nedenle rubrikle öğretmen adaylarının yapmış oldukları önerilerin belirgin bir şekilde ifade edilip edilmemesi değerlendirilmiştir (Hughes, 2006).

Ders Planlama Öğeleri Rubriğinde, dersin matematiksel amacını belirleme öğesi, öğretmenin, derste öğrencilerin hangi matematiksel kavramları öğreneceğini ya da bu kavramlarla öğrencilerin dersten hangi matematiksel anlayışları kazanacağını belirlemesini içerir. Ders planına ve sonraki öğretime yol gösterebilmesi için matematiksel amacın açıkça tanımlanması önemlidir. Amaçlar, öğrencilerin sergileyecekleri becerilerden veya görevi tamamlamak için yapacaklarından ziyade anlayacakları matematiksel kavramları ve kavramları anlamanın ne demek olduğunu anlaşılır hale getirmelidir. Bu planlama öğesi üç derecelik bir ölçekle kodlanmıştır (0, 1 veya 2 puan). Öğretmen, öğrencilerin anlayacağı matematiksel kavramları ve belirli bir kavramı anlamanın ne demek olduğunu tanımlamışsa planlar, dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 2 puan olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin kazanacağı anlayışın matematiksel kavramlarını belirsiz bir şekilde tanımlayan veya öğrencilerin sergileyeceği becerilere veya öğrencilerin görevi tamamlamak için yapacaklarına odaklanan matematiksel amaç, 1 puan olarak kodlanmıştır. Öğretmen dersin matematiksel amacı hakkında herhangi bir bilgi vermemişse planlar, matematiksel amacı belirleme öğesine göre 0 puan olarak kodlanmıştır (Hughes, 2006).

Öğrencilerin doğru çözümlerini ve hatalı çözümlerini öngörme öğesi, öğrencilerin bir problemi çözerken kullanabilecekleri doğru ve yanlış stratejileri öğretmenin dikkate almasını içerir. Bu ders planlama öğesi öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme ve öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme olmak üzere iki alt öğeden oluşmuştur. Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesi, öğrencilerin bir problemi çözmek için kullanabilecekleri çeşitli yolların tanımlanmasını ölçmeyi amaçlamıştır. Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesi, öğrencilerin görevi çözerken karşılaşabilecekleri zorlukların, yapabilecekleri hataların ve sahip olabilecekleri kavram yanılgılarının öngörülmesini ölçmeye yönelik bir öğedir. Bu alt kategorilerin her biri dört derecelik bir ölçekle kodlanmıştır (0, 1, 2 ya da 3 puan). Öğretmen, öğrencilerin problemi çözerken kullanabileceği doğru stratejileri/yaklaşımların çoğunu ve öğrencilerin karşılaşabilecekleri sorunların ve kavram yanılgılarının çoğunu tanımlamaya çalışmışsa planlar, öğrencilerin doğru çözümlerini ve hatalı çözümlerini öngörme öğelerine göre 3 puan olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin problem üzerinde doğru ve yanlış düşünebilme yollarının çoğunun tanımlanmaya çalışıldığının gösterilmemesi ve problemin çözüm yollarındaki çeşitliliğin az olması 2 puan olarak kodlanmıştır. Öğrencilerin problem üzerinde doğru ve yanlış düşünebilme yolları belirsiz bir şekilde tanımlanması 1 puan olarak kodlanmıştır. Öğretmen öğrencilerin problem üzerinde doğru ve yanlış düşünebilme yollarını öngörme konusunda herhangi bir çaba göstermemişse planlar, öğrencilerin doğru çözümlerini ve hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 0 puan olarak kodlanmıştır (Hughes, 2006).

Öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesi için her bir veri kaynağı, öğretmenin öğrencilerin matematiksel anlayışlarını değerlendirip ilerletecek soru örnekleri bulup bulmaması ve soru soracağı koşulları yaratıp yaratmaması açısından üç derecelik bir ölçekle kodlanmıştır (0, 1 ya da 2 puan). Planların bu öğeye göre 2 puan olarak kodlanması için, öğretmenin sorulacak en az iki belirli soru örneği sunması kadar soruları hangi koşullarda soracağını belirtmesi gerekir. Öğretmen, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını değerlendirip ilerletmek için en az bir soru örneği sunmuş fakat sorunun hangi koşulda sorulabileceğini tanımlamamış veya koşul(lar) öğrencilerin dersteki matematiksel görev hakkında matematiksel olarak düşünmelerine dayandırılmamış ise öğrencilerin anlayışlarını değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde planlar 1 puan olarak kodlanmıştır. Öğretmen, öğrenciler matematiksel görev üzerinde bireysel ya da grupla çalıştıkça onlara sorulacak herhangi bir soru örneği sunmamışsa planlar bu öğeye göre 0 puan olarak kodlanmıştır. Bütün sınıfa sorulacak sorular bu planlama öğesinde değil dördüncü ders planlama öğesinde ele alınmıştır (Hughes, 2006).

Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesi, bütün sınıfın katıldığı anlamlı bir sınıf tartışmasını düzenlemede iki alt öğeyi içermektedir. Bu öğelerden birincisi olan öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesi, bütün sınıfın katıldığı tartışma için öğrenci çözümlerinin amaçlı olarak seçilmesi, çözümlerin tartışılma sırasının belirlenmesi ve öğrencilerin problem üzerinde çalışmaları veya düşünmelerini açıkça ifade eden belirli soruların ifade edilmesini ölçmeyi amaçlamıştır. İkinci öğe olan dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesi, bir öğrenci çözümü içerisindeki matematiksel fikirleri vurgulayan belirli sorular tanımlanmasını ölçmek amacıyla kullanılan öğedir (Hughes, 2006). Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğelerinin her biri 3 puanlık bir ölçekle (0, 1 veya 2 puan) kodlanmıştır. Ders planında sorulan bir soru, dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirmenin yanı sıra öğrencilerin çalışması veya düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme amacına hizmet edebilir. Bu nedenle bir soru, hem öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme puanını hem de matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme puanını belirlemede kullanılabilir (Hughes, 2006).

Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 2 puanlık kodlama için ders planda, öğrenci düşüncelerine dayandırılan bütün sınıfın katıldığı bir tartışmanın nasıl düzenleneceğine yönelik olarak belirli bir öğrenci çözümü çerçevesinde matematiksel fikirleri vurgulayan belirli sorular tanımlanmalıdır. Öğretmen planında, tartışmak için öğrencilerin çözümlerini seçer ve/veya sıralar fakat öğrenci çalışmasıyla ilgili sorulacak belirli soruları sormaz veya sorulacak bir soru belirler ama soru için hangi öğrenci çözümünün uygun olduğunu belirtmez veya matematiksel fikirleri vurgulayan belirli sorular olmaksızın öğrencilerden çözümlerini açıklamalarını ve paylaşmalarını ister ise ders planı bu öğeye göre 1 puan olarak kodlanır. Planlarda öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirmenin bir göstergesi yoksa 0 puan olarak kodlama yapılır.

Öğretmen planında matematiksel fikirleri geliştirecek bir dizi soru tanımlarsa dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirme potansiyeli olan tüm sınıfın katıldığı bir tartışmayı planlamanın göstergesi, 2 puan düzeyinde olur. Öğretmen, belirsiz sorular sorar veya bir matematiksel düşüncenin iyi geliştirilmiş olması için çok az soru tanımlarsa, bu ders planlama öğesine göre ders planı 1 puan olarak kodlanır.

Öğretmenin tartışmada ele almayı istediği belirli matematiksel düşünceleri ifade eden ama matematiksel amaçlara ulaşmak için sorulacak belirli hiçbir soru önermeyen ders planları da 1 puan olarak kodlanır. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirme üzerine düşünmenin göstergesi var olmadığında 0 puan olarak kodlama yapılır (Hughes, 2006).

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının yapmış oldukları ders planları yukarıda tanımlanan öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmanın altı boyutuna sahip Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre puanlanmıştır. Ders Planlama Öğeleri Rubriği, matematiksel amacı belirleme (2 puan), öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme (3 puan), öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme (3 puan), öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma (2 puan), öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme (2 puan) ve dersteki matematiksel düşünceleri belirginleştirecek tartışma düzenleme (2 puan) şeklinde ders planlama öğelerinden oluşan toplam 14 puanlık bir rubriktir (Hughes, 2006). Rubrikte yer alan öğeleri ve öğelere verilen puanların açıklamalarını içeren bir puanlama matrisine EK M.1'de yer verilmiştir.

3.4.2 Birinci ve İkinci Alt Problemlere Yönelik Kodlama ve Analiz

Araştırmanın birinci alt problemi "matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar yapma becerilerinde nasıl bir değişim olmuştur ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması öncesinde yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?" şeklindedir. Bu problem cümlesinin ilk bölümü için öğretmen adaylarının yapmış oldukları planların analizi söz konusu olduğundan nitel veri analizi yöntemlerinden betimsel analiz kullanılmıştır. Betimsel analizi gerçekleştirmek için Ders Planlama Öğeleri Rubriğinde (Hughes, 2006) yer alan öğeler tema olarak kullanılmış ve katılımcıların yapmış oldukları planlar "GA" ve "ÖT" problemlerine özgü olacak şekilde kodlanmıştır (EK M.2 ve EK M.3). Analiz sonucunda elde edilen bulgular, katılımcıların planlarından alıntılar kullanılarak desteklenmiş ve yorumlanmıştır.

Araştırmanın birinci alt probleminin ikinci bölümü, "öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması öncesinde yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?” şeklindedir. Bu araştırma sorusunda nicel veriler toplanması gerektiği için öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriği kullanılarak puanlanmıştır. Katıldıkları öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlardan almış oldukları puanlara SPSS 12.0 programı ile normallik testi yapılmış ve öğretim uygulaması öncesindeki “ÖT” problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanlarının normal dağılım gösterdiği, diğer verilerin normal dağılım göstermediği görülmüştür. Bu nedenle katıldıkları öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlardan almış oldukları puanların karşılaştırması, nicel veri analizi yöntemlerinden Wilcoxon işaretli sıralar testi ile gerçekleştirilmiştir.

Araştırmanın “matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının kalıcılığı nasıldır ve öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?” şeklindeki ikinci alt problem için de birinci alt problemde olduğu gibi kodlamalar ve veri analizleri yapılmıştır.

3.4.3 Üçüncü Alt Probleme Yönelik Kodlama ve Analiz

Araştırmanın üçüncü alt problemi olan “Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşleri nasıldır?” sorusuna yanıt bulmak için öğretim uygulamasına katılan öğretmen adayları ile EK L.1’de yer alan görüşme formu kullanılarak görüşmeler yapılmıştır. Görüşme esnasında öğretmen adaylarından izin alınarak ses kayıt cihazı kullanılmıştır. Görüşme kayıtları daha sonra yazılı hale getirilmiştir. Nitel veri analizi yöntemlerinden içerik analizi kullanılarak, yazılı hale getirilen görüşme verileri incelenip kodlanmış (EK L.2) ve kodlamalara göre sınıflandırılmıştır.

3.4.4 Dördüncü Alt Probleme Yönelik Kodlama ve Analiz

Araştırmanın dördüncü alt problemi olan “Öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersinde katıldıkları okul uygulamalarında matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerileri nasıldır?" sorusuna yanıt bulmak için 2011–2012 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında öğretim uygulamasına katılmış olan öğretmen adaylarından 20 tanesi ile Öğretmenlik Uygulaması dersi yürütülmüştür. Bu ders kapsamında öğretmen adaylarından ortaöğretim kurumlarındaki okul uygulamaları için kendi seçtikleri konularda planlar yapmaları istenmiş ve öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriği (Hughes, 2006) ile puanlanarak nicel veri analizi gerçekleştirilmiştir.

3.5 Verilerin Geçerlik ve Güvenirliği

Yıldırım ve Şimşek (2006), geçerliğin araştırma sonuçlarının doğruluğunu konu edindiğini belirtmiştir. Nicel araştırmada geçerlik ölçme aracının ölçmeyi amaçladığı olguyu doğru ölçmesi ile ilişkili iken nitel araştırmada geçerlik, araştırmacının araştırdığı olguyu olduğu biçimiyle ve olabildiğince yansız gözlemesi anlamına gelir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisini ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması ile planlama hakkındaki görüşlerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen bu araştırma genelde nitel araştırma özelliğine sahip olduğundan araştırmada nitel araştırmalardaki geçerlik ölçütleri dikkate alınmıştır. Araştırma alanına yakınlık, yüz yüze görüşmeler yoluyla ayrıntılı ve derinlemesine bilgi toplama, uzun süreli bilgi toplama, elde edilen bulguların teyit edilebilmesi için alana geri gidebilme, toplanan verilerin ayrıntılı olarak rapor edilmesi, veriler yorumlanırken doğrudan alıntılara yer verilmesi, nitel araştırmalardaki geçerlik ölçütleri olarak belirtilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

İç geçerlik, araştırmada elde edilen bulgulara ve sonuçlara ulaşırken izlenen sürecin gerçeği ortaya çıkarmadaki yeterliğidir (Yıldırım ve Şimşek, 2006). İç geçerliği sağlamak için verilerin elde edildiği ortama bağlı olarak bulguların anlamlı bir şekilde tanımlanması, bulguların kendi içinde tutarlı olması, bulguların farklı analiz stratejileri ile doğrulanması, bulguların araştırmaya yön veren teorik çerçeveyle uyumlu olması, teorik çerçevenin veri toplamada rehber olması gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2006; Miles ve Huberman, 1994). Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisini belirlemek için öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlar araştırmaya yön veren teorik çerçeveyle uyumlu Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenerek kodlanmıştır. Bu da verilerin anlamlı bir şekilde tanımlanmasını ve bulguların kendi içinde tutarlı olmasını sağlamıştır. Planlar analiz edilirken sadece rubrik puanı kullanılmamış ayrıca planlardan alıntılar yapılarak analizler ayrıntılandırılmıştır. Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması ve planlama hakkındaki görüşlerini belirlemek amacıyla öğretmen adayları ile gerçekleştirilen görüşmelerin geçerliği için yazılı hale getirilen görüşme kayıtları öğretmen adaylarına gösterilerek doğruluğu için onayları alınmıştır.

Dış geçerlik araştırmada elde edilen sonuçların benzer ortamlara ve durumlara genellenebilirliği olarak tanımlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Dış geçerliği sağlamak için araştırma örnekleminin, ortamının, süreçlerinin ayrıntılı olarak tanımlanması, örneklemin genellemeye izin verecek ölçüde çeşitlendirilmiş olması, araştırma sonuçlarının araştırma sorusu ile ilgili kuramlarla tutarlı olması, araştırma bulgularının benzer ortamlarda kolaylıkla test edilebilir olması gerektiği ifade edilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2006; Miles ve Huberman, 1994). Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisini ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması ile planlama hakkındaki görüşlerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen bu araştırmada, katılımcılar 40 kişilik bir grup olduğundan örneklemin genellemeye izin verecek ölçüde çeşitlendirilmiş olduğu ifade edilebilir. Araştırma ortam ve süreçleri ayrıntılı olarak tanımlanmış ve araştırma bulguları ile sonuçları araştırmaya yön veren teorik çerçeveye göre ayrıntılı olarak açıklanmıştır. Bu nedenle araştırma bulguları benzer ortamlarda test edilebilir.

Yıldırım ve Şimşek (2006), güvenirliğin araştırma sonuçlarının tekrar edilebilirliği ile ilgili olduğunu ifade etmiştir. Araştırma sonuçlarının benzer ortamlarda aynı şekilde elde edilip edilemeyeceğine ilişkin olan dış güvenirliğin sağlanması için araştırmacının, araştırma sürecinde kendi konumunu açıklaması, araştırma yöntemlerini ve aşamalarını ayrıntılı bir şekilde tanımlaması, veri kaynağı olan bireyleri açıkça tanımlaması, elde edilen verilerin analizinde kullanılan teorik çerçeveyi açıklaması, veri toplama ve analiz yöntemleri ile ilgili ayrıntılı açıklamaları yapması, araştırmanın ham verilerinin başkaları tarafından incelenebilecek biçimde saklaması gerektiği belirtilmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2006;

Miles ve Huberman, 1994). Başka araştırmacıların aynı veriyi kullanarak aynı sonuçlara ulaşılıp ulaşılamayacağına ilişkin olan iç güvenirliği sağlamak için araştırma sorularının açık bir şekilde ifade edilmesi, verilerin araştırma sorularının gerektirdiği biçimde ayrıntılı bir şekilde toplanması, toplanan verilerin doğrudan alıntılarla zenginleştirilerek betimsel bir yaklaşımla sunulması, elde edilen verilerin analizinde bir başka araştırmacının kullanılması ve sonuçların doğrulanması, ayrıntılı olarak tanımlanmış bir teorik çerçeveye bağlı olarak veri analizi yapılması, verilerin analizinde kodlama kontrolünün yapılması ve kodlama uyuşumunun yeterli olması gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2006; Miles ve Huberman, 1994). Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisini ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması ile planlama hakkındaki görüşlerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen bu araştırmada, güvenirliğin sağlanması için gereken ölçütler dikkate alınmıştır.

Güvenirlik ölçütlerinden biri olan verilerin analizinde kodlama kontrolünün yapılması ve kodlama uyuşumunun yeterli olması ölçütünü gerçekleştirmek için matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlardan rasgele seçilen 10 tanesinin Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelemesi ikinci araştırmacı tarafından da yapılmıştır. Kodlayıcılar arası uyuşum şu formülle (Miles ve Huberman, 1994) hesaplanmıştır: Güvenirlik=(uyuşum olan kategorilerin sayısı)/(uyuşum olan ve olmayan kategorilerin toplam sayısı). Buna göre, Güvenirlik=48/60=0,80 olarak hesaplanmıştır. İki farklı kodlayıcının uyuşumu için %70 üzerindeki değerlerin kodlayıcılar arası güvenirlik için yeterli olduğu ifade edilmiştir (Miles ve Huberman, 1994). Tüm verilerin kodlamasını gerçekleştiren araştırmacının kodlamalarının güvenirliği için, rastgele seçilen 10 öğretmen adayının planı öğretim uygulaması sonrasında yapılan planların analizinden 4 ay sonra aynı araştırmacı tarafından tekrar kodlanmış ve yukarıdaki formül ile Güvenirlik=59/60=0,98 olarak hesaplanmıştır. İç tutarlık katsayısı anlamına gelen bu oranın %90 civarında olmasının yeterli olduğu ifade edilmiştir (Miles ve Huberman, 1994).

İzleyen bölümde matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının matematik öğretimini planlama becerilerine etkisini ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması ile planlama hakkındaki görüşlerini belirlemek amacıyla gerçekleştirilen araştırmanın bulgularına ve yorumlarına yer verilmiş; bulgular ilgili araştırmaların sonuçları ile karşılaştırılarak tartışılmıştır.

4. BULGULAR, YORUMLAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiş ve bulgular yorumlanmıştır. Bulgular ve yorumlar araştırmanın alt problemlerine uygun olarak alt bölümler halinde sunulmuştur. Alt bölümlerin sonuncusunda ise araştırmada elde edilen bulguların ilgili araştırmaların sonuçlarıyla karşılaştırılarak tartışılması yapılmıştır.

4.1 Birinci Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın birinci alt problemi "Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar yapma becerilerinde nasıl bir değişim olmuştur ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması öncesinde yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?" şeklindedir. Bu soruya yanıt bulmak için öğretmen adaylarına öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "Grafiklerden Açıklamalara [GA]" ve "Özel Tişörtler [ÖT]" problemleri verilmiş ve bu problemler çerçevesinde planlamalar yapmaları istenmiştir. Yapılan planlar Hughes (2006) tarafından geliştirilen Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenerek analiz edilmiştir. Ders Planlama Öğeleri Rubriği 6 boyutlu toplam 14 puanlık bir rubriktir ve planlarda açıkça ifade edilmiş öneriler ile belirsiz bir şekilde yapılmış planları ayırt etmek amacıyla tasarlanmıştır (Hughes 2006). Rubriğe göre, dersin matematiksel amacını belirleme 2 puan, öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme 3 puan, öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme 3 puan, öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletme 2 puan, öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme 2 puan ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme 2 puan olarak kodlanmıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenmesi sonucu elde edilen puanlar EK N'deki tablolarda yer almaktadır. Burada alt bölümler halinde öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında her bir problem çerçevesinde yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre aldıkları puanların toplamlarının dağılımına, öğelere göre dağılımlarına ve karşılaştırmalarına yer verilmiş ve planlardan alıntılarla yorumlanmıştır. Elde edilen bulgularla öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamalarını konu edinen araştırmalarda ulaşılan sonuçların karşılaştırmalarına da yer verilmiştir.

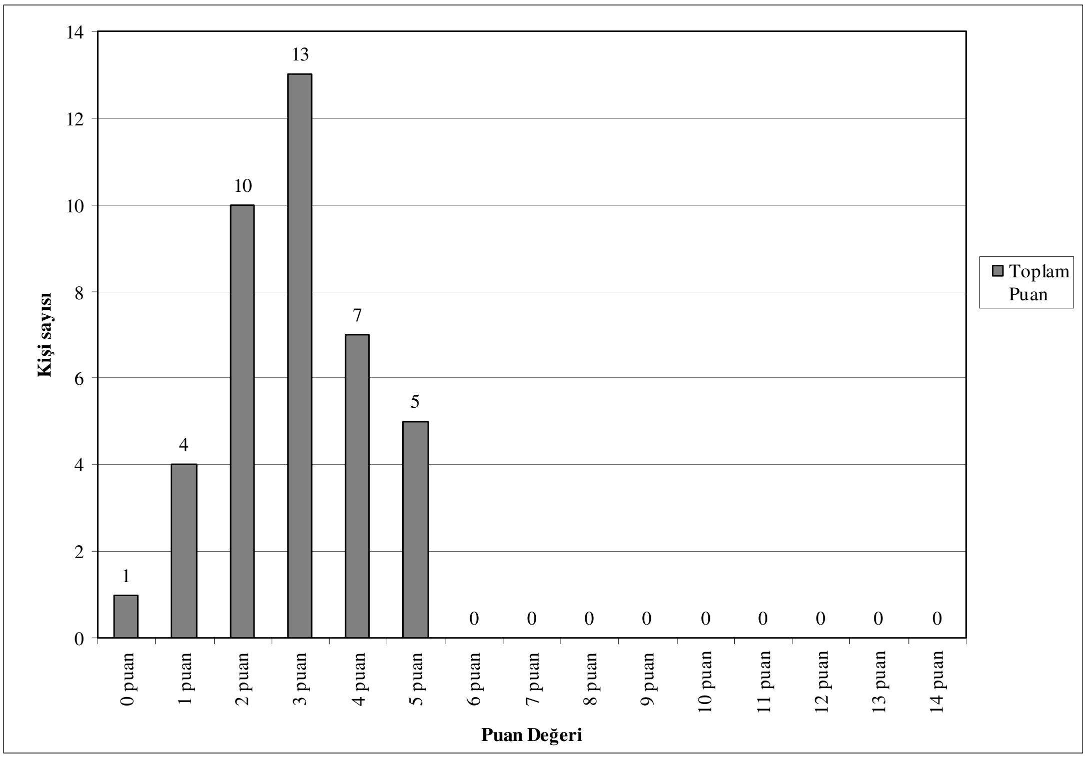
4.1.1 Öğretim Öncesindeki Planlardan Elde Edilen Bulgular

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde çalışmanın katılımcısı olan öğretmen adaylarına “GA” ve “ÖT” problemleri verilerek planlamalar yapmaları istenmiştir. İzleyen iki bölümde bu planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği (Hughes, 2006) ile puanlanması sonucu elde edilen puanların toplamlarının dağılımına ve öğelere göre dağılımlarına yer verilmiştir. Bulgular planlardan alıntılarla yorumlanmıştır.

4.1.1.1 “Grafiklerden Açıklamalara” Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular

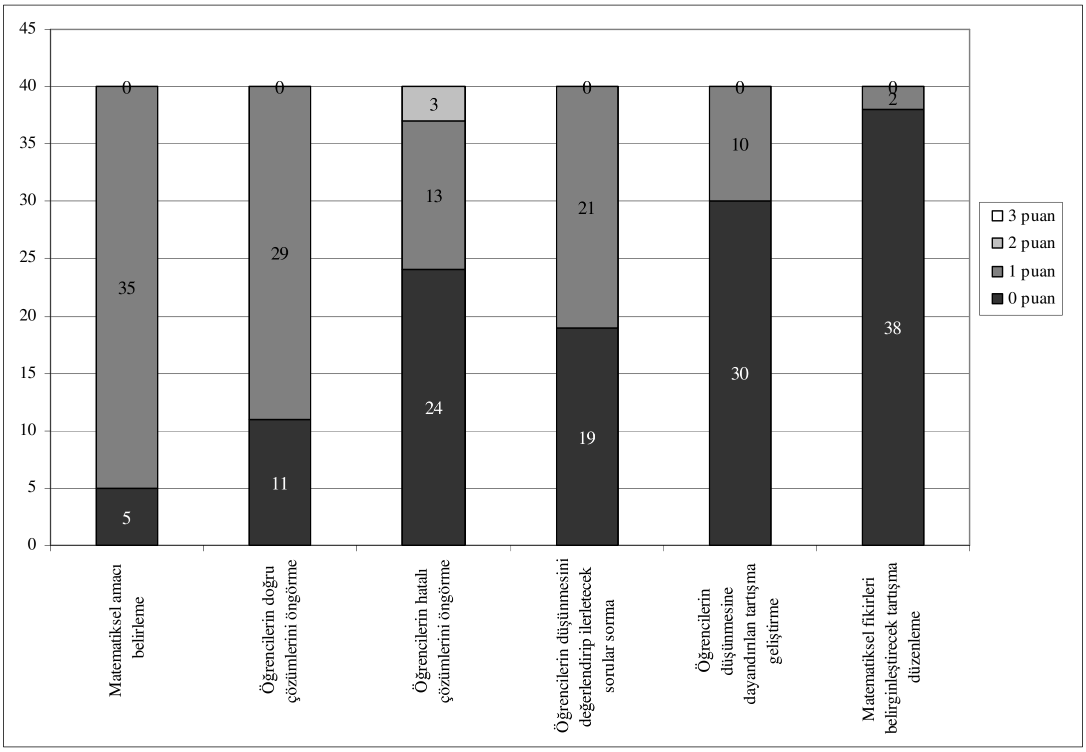
Öğretim uygulaması öncesinde “GA” problemi çerçevesinde yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile puanlanması sonucu elde edilen bulgular ile Şekil 4.1 ve Şekil 4.2’de yer alan grafikler oluşturulmuştur.

Şekil 4.1’deki grafikte görüldüğü üzere matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılmadan önce öğretmen adaylarının “GA” problemi çerçevesinde yapmış oldukları planlar, Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre toplamda en fazla 5 puan almıştır. 40 öğretmen adayından sadece 5 tanesinin planları bu puana sahiptir. 7 öğretmen adayının planı toplamda 4 puan, 13 öğretmen adayının planı toplamda 3 puan, 10 öğretmen adayının planı toplamda 2 puan, 4 öğretmen adayının planı toplamda 1 puan ve 1 öğretmen adayının planı toplamda 0 puan olarak kodlanmıştır. “GA” problemi çerçevesinde yapılan planların almış oldukları toplam puanların ortalaması 2,90’dir. Toplamda alınabilecek en yüksek puan olan 14 puan düşünüldüğünde bu puanın düşük olduğu ifade edilebilir. Buna göre öğretim uygulaması öncesinde “GA” problemi çerçevesinde yapılan planlar matematiksel düşünmeye odaklanmada yetersiz kalmıştır yorumu yapılabilir.



Şekil 4.1: Öğretim öncesinde "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları

Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi için yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre puan dağılımları Şekil 4.2'de verilmiştir. Şekil 4.2'de de görüldüğü üzere öğretmen adaylarının planları hiçbir öğede tam puan olarak kodlanmamıştır. Bunun nedeni, öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlarda Ders Planlama Öğeleri Rubriğinde yer alan öğelere yönelik olarak belirgin önerilerde bulunmamış olmalarıdır ve çoğu öğede öğretmen adaylarının aldıkları puanlar 1 ya da 2'dir. Öğretmen adayları dikkate almadıkları planlama öğeleri için 0 puan almıştır. Örneğin; 38 öğretmen adayı planında dersteki matematiksel fikirleri belirginleştiren tartışmanın düzenlenmesi ile ilgili herhangi bir şey belirtmediğinden bu öğede 0 puan almıştır. 30 öğretmen adayının planı öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 0 puan ile kodlanmıştır. En çok kişinin 0 puan aldığı öğelerden biri de 23 öğretmen adayı ile öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesi olmuştur. 19 öğretmen adayının planı, öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletmek için sorular sorma öğesinde 0 puan almıştır. 11 öğretmen adayı planında öğrencilerin problemi doğru bir şekilde hangi yollarla çözecekleri ile ilgili herhangi bir şey belirtmediğinden bu öğede 0 puan almışlardır. En az kişinin 0 puan aldığı öğe, 5 öğretmen adayı ile dersin matematiksel amacını belirleme öğesi olmuştur. Bu bulgulara dayanarak öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi çerçevesinde yaptıkları planlarda matematiksel düşünme odaklı planlamada önemli olan öğelere yönelik olarak belirsiz önerilerde bulundukları veya öğeleri dikkate almadıkları için planların matematiksel düşünmeye odaklanmada yetersiz kaldığı yorumu yapılabilir.



Şekil 4.2: Öğretim öncesinde "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları

Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi için yapılan planlarda 35 öğretmen adayı, dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 1 puan almıştır (Şekil 4.2). Bu öğeden 1 puan alan öğretmen adaylarının hepsi planlarında dersin matematiksel amaçlarını yazarken, "*öğrencilerin grafik yorumlama becerilerini geliştirmek*" (30. Öğretmen adayı) örneğindeki gibi öğrencilerin sergileyeceği becerilere odaklanmışlardır. Ayrıca 7 öğretmen adayının planlarında yazmış oldukları amaçlarda, "*grafiklerde eğrilerin ne anlama geleceği, yatay ve dikey eksenleri dikkate alarak amaca uygun yorumlayabilme*" (39. Öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi kavramlar belirsiz bir şekilde tanımlanmıştır. 3 öğretmen adayı planlarında matematiksel amaçları daha belirgin bir şekilde ifade etmiştir. Aslında bu öğretmen adayları da planlarında kavramları belirsiz bir şekilde tanımlamışlardır fakat diğer arkadaşlarına göre daha fazla kavramdan bahsetmişlerdir. Örneğin 7. öğretmen adayı planında amaçları "*grafikteki değişkenlerin aralarındaki ilişkinin nasıl kurulması gerektiğini; nelerin grafikte bulunduğu, nelerin bulunmadığı; zaman mesafe arasındaki ilişki; grafik yorumlamayı sağlamak; hız, zaman, uzaklık gibi kavramları ilişkilendirmelerini sağlamak*" şeklinde ifade etmiştir. Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi için öğretmen adaylarının yaptıkları planlarda dersin matematiksel amacını belirleme öğesi için 2 puan ile kodlanabilecek bir ifadeye rastlanmamıştır. Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adayları dersin matematiksel amacını belirleme öğesindeki başarıları düşüktür şeklinde yorum yapılabilir.

Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi için yapılan planlarda öğrencilerin gösterebileceği çözüm stratejilerinin çeşitleri ele alınmadığı için öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 29 öğretmen adayı 1 puan almıştır (bkz. Şekil 4.2). Bu öğede öğrencilerin problemler üzerinde çalışma yolları 1. problem için "*Ali ile babasının hızlarının formülle ifade edilmesi*"*;* 2. problem için "*çeşitli sorularla problemi yorumlatma*"; 3. problem için "*bayrağı göndere çekme hareketi ile grafik ilişkilendirmesi"* ve 4. problem için *"çeşitli sorularla problemi yorumlatma*" (28. Öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi belirsiz bir şekilde ifade edilmiştir. Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde başarısız olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi için yaptıkları planlarda öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde tam puan (3 puan) alan öğretmen adayı yoktur. Bu öğede 11 öğretmen adayının planı 1 puan; 3 öğretmen adayının planı 2 puan almıştır (bkz. Şekil 4.2). Planları 1 puan olarak kodlanan öğretmen adayları "*yanlış cevaplarda ve düşüncelerde hemen dönüt verilmeli ve düzeltme yapılmalı*" (19. öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi öğrencilerin yapabilecekleri hataları belirli bir şekilde ifade etmemişlerdir. Bu öğede planları 2 puan olarak kodlanan öğretmen adayları ise "*öğrenci sıfırın altında kalan bölgeyi tanımlayamaz*" (2. problem için belirtilmiştir) (17. öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi sadece bir hata belirtmişlerdir. Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde başarısız olduğu belirtilebilir.

Öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde de 2 puan (tam puan) alan olmamıştır. 21 öğretmen adayı planlarında dört grafik için genel olarak sorulacak 1–2 soru veya her bir grafik için sorulacak birer soru düşünerek çok az soru sormayı önerdiğinden ve sorulacak soruların hangi koşullarda sorulacağını belirtmediğinden bu öğe için 1 puan almıştır (bkz. Şekil 4.2). Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi çerçevesinde yapılan planlardan elde edilen bulgulardan çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde başarısız oldukları sonucu çıkarılabilir.

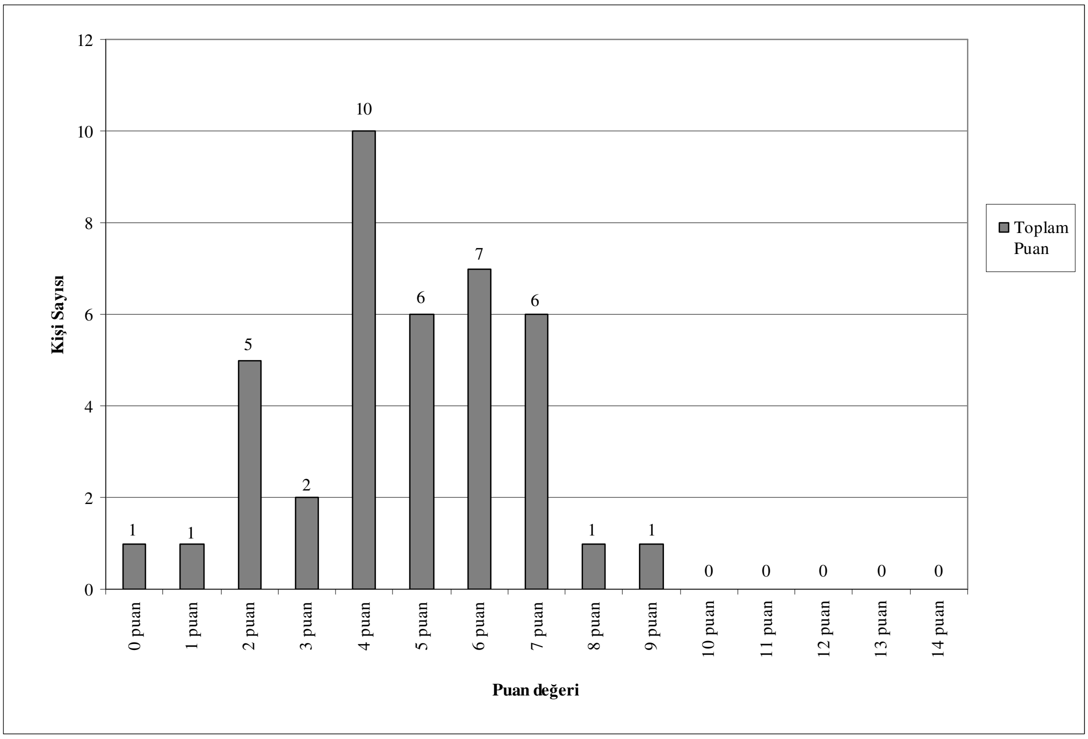
Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi çerçevesinde yapılan planlarda en düşük puanlar öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğelerinde verilmiştir. 10 öğretmen adayı planlarında, "*yapılan yorumların doğruluğu hakkında öğrencilerin tartışmaları istenir*" (7. öğretmen adayı) örneğindeki gibi belirli sorular olmadan çözümlerin açıklanmasını istediği için öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 1 puan almıştır (bkz. Şekil 4.2). Burada 2. öğretmen adayı "*bir öğrencinin problemi*[-nin çözümü] *tahtada yazılır ve çözümü tartışılır. Aynı hızda koşan yarışmacıların olduğu bir yarışta kaç farklı sonuç elde edilebileceği tartışılır*." ve 4. problemde "*verilen grafiğin bu şekilde olmasına uygun nedenler bulup yarışı kazananın kim olduğuna dair fikir yürütmeleri ve kimin ne kadar süre yüzdüğü ile ilgili tartışma düzenlenir*" şeklinde daha ayrıntılı bir ifade kullanmıştır fakat belirli bir öğrenci çözümündeki matematiksel fikirleri vurgulayan belirli sorular tanımlanmadığı için 1 puan ile değerlendirilmiştir. Öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planlarda öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde düşük puanlar almalarının nedeninin, planlarında öğrencilerin doğru çözümleri ve hatalı çözümleri ile ilgili ayrıntılı bilgi vermemiş olmaları, dolayısı ile bu yanıtlara göre tartışılacak çözümler belirlememiş olmaları olduğu ifade edilebilir. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 2 puan (tam puan) alan hiçbir öğretmen adayı çıkmamış, sadece 2 öğretmen adayı 1 puan almıştır.

1 puan verilen öğretmen adayları ise planlarında “ *grafiği V-t grafiği yapınca nasıl kullanacaklarının tartışılması*” (31. öğretmen adayı) örneğindeki gibi belirli bir matematiksel düşüncenin iyi geliştirilmiş olması için çok az soru sordukları için bu puanı almışlardır. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesindeki puanların düşük olmasının nedeninin, planlarda dersin matematiksel amacının uygun bir şekilde belirtilmemiş olması, dolayısı ile derste hangi matematiksel fikirlerin geliştirileceğinin açık olmaması olduğu ifade edilebilir. Öğretim uygulaması öncesinde “GA” problemi çerçevesinde yapılan planlardan öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğelerine göre elde edilen bulgulardan öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı planlama yaparken nasıl tartışma geliştirileceği konusunda fikirlerinin olmadığı ifade edilebilir.

4.1.1.2 “Özel Tişörtler” Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular

Matematiksel düşünme odaklı öğretimin uygulandığı 2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılının ilk haftasında öğretmen adaylarına “GA” probleminden farklı bir problem olan “ÖT” problemi verilerek planlamalar yapmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının yaptıkları planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenerek analiz edilmiştir ve elde edilen puanlar ile Şekil 4.3 ve Şekil 4.4’daki grafikler oluşturulmuştur.

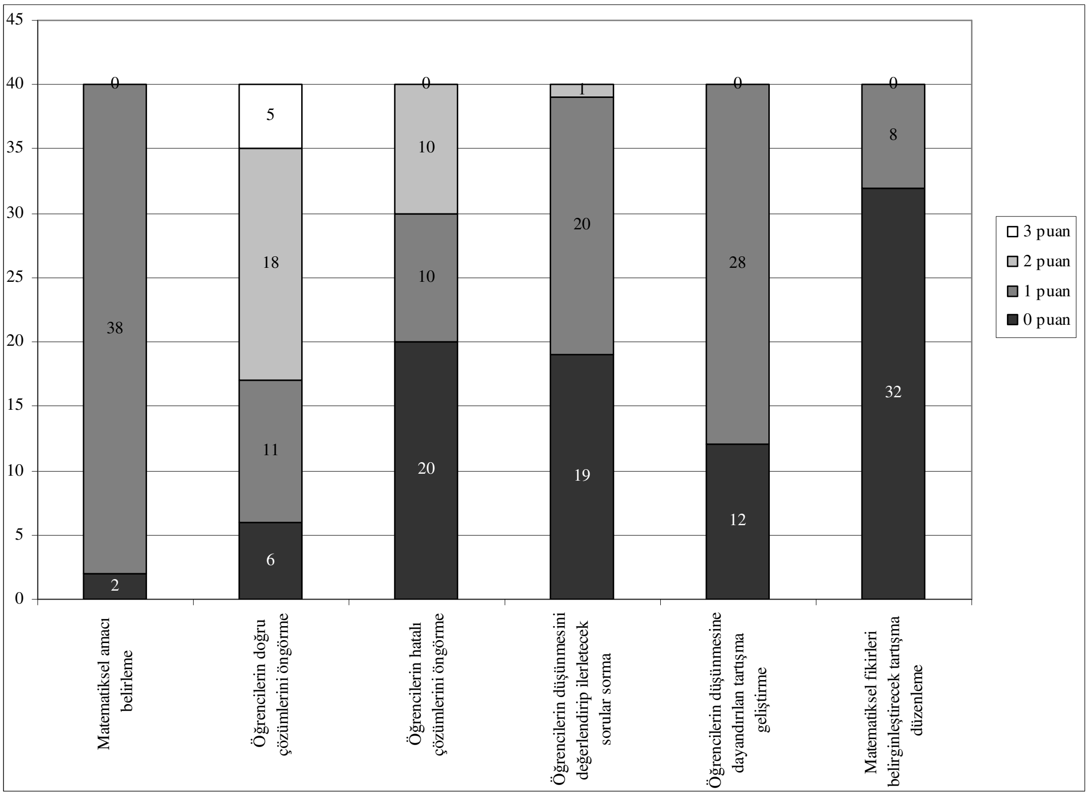
Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılmadan önce öğretmen adaylarının “ÖT” problemi çerçevesinde yapmış oldukları planlar, Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre toplamda en fazla 9 puan almıştır (Şekil 4.3). Çalışmaya katılan 40 öğretmen adayından 1 tanesinin planı toplamda 9 puan, 1 öğretmen adayının planı toplamda 8 puan, 6 öğretmen adayının planı toplamda 7 puan, 7 öğretmen adayının planı toplamda 6 puan, 6 öğretmen adayının planı toplamda 5 puan, 10 öğretmen adayının planı 4 puan, 2 öğretmen adayının planı toplamda 3 puan, 5 öğretmen adayının planı toplamda 2 puan, 1 öğretmen adayının planı toplamda 1 puan ve 1 öğretmen adayının planı 0 puan almıştır. Öğretim uygulaması öncesinde “ÖT” problemi çerçevesinde yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre aldıkları toplam puanların ortalaması olan 4,70’tir. Bu ortalama, “GA” problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanlarının ortalaması olan 2,90’a göre daha yüksektir ancak toplamda alınabilecek en yüksek puan olan 14 puan göz önüne alındığında her iki ortalamanın da düşük olduğu ifade edilebilir. Başka bir deyişle, öğretim uygulaması öncesinde “GA” ve “ÖT” problemleri çerçevesinde yapılan planlardan elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama yapamadıkları şeklinde yorumlanabilir.



Şekil 4.3: Öğretim öncesinde “ÖT” problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları

Öğretim uygulaması öncesinde öğretmen adaylarının “ÖT” problemi için yapmış oldukları ders planlarının Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre puan dağılımları Şekil 4.4’te gösterilmiştir. Şekil 4.4 incelenirse “öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme” ve “öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma” öğeleri hariç hiçbir öğede tam puan alınmadığı görülebilir. Bunun nedeni, öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlarda Ders Planlama Öğeleri Rubriğinde yer alan öğelere yönelik olarak belirgin önerilerde bulunmamış olmalarıdır. 32 öğretmen adayı planında dersteki matematiksel fikirleri belirginleştiren tartışmanın düzenlenmesi ile ilgili herhangi bir şey belirtmediğinden bu öğe için 0 puan almıştır.

Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesi için 20 öğretmen adayının planı, öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletmek için sorular sorma öğesi için 19 öğretmen adayının planı ve öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesi için 12 öğretmen adayının planı, 0 puan olarak kodlanmıştır. Planların bu öğelerde 0 puan ile kodlanmasının nedeni öğretmen adaylarının öğelerdeki özellikleri dikkate almamış olmalarıdır. 6 öğretmen adayı öğrencilerin problemi doğru bir şekilde hangi yollarla çözecekleri ile ilgili herhangi bir şey belirtmediğinden bu öğede 0 puan almıştır. En az kişinin 0 puan aldığı öğe, 2 öğretmen adayı ile dersin matematiksel amacını belirleme öğesi olmuştur. Bu bulgulara dayanarak öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planlarda matematiksel düşünme odaklı planlamada dikkate alınan öğelere yönelik olarak belirsiz önerilerde bulundukları veya öğeleri dikkate almadıkları için planların matematiksel düşünmeye odaklanmada yetersiz kaldığı yorumu yapılabilir.



Şekil 4.4: Öğretim öncesinde "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları

Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi için yapılan planlar, belirsiz önerilerde bulunulan öğeler için tam puandan düşük puanlarla kodlanmıştır. Örneğin dersin matematiksel amacını belirleme öğesi için 38 öğretmen adayının planı 1 puan almıştır. Bu öğe için 1 puan alan 22 öğretmen adayı dersin matematiksel amaçlarını yazarken, "*Doğrusal fonksiyonu anlama ve bu konuyla ilgili verilen bir problemi çözebilme*" (4. Öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi kavramları belirsiz bir şekilde tanımlamıştır. Ayrıca 16 öğretmen adayının yazmış olduğu amaçlar, "*İki farklı doğrusal fonksiyonun grafiğini çizdirmek. Grafiği çeşitli x (tişört sayısı) değerlerine göre değerlendirmelerini istemek.*" (24. Öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi öğrencilerin sergileyeceği becerilere odaklanmıştır. Bu öğede 1 puan verilen 2 öğretmen adayı planlarında öngörülen birer matematiksel amacı belirgin bir şekilde ifade etmiştir. Örneğin 13. öğretmen adayı "*öğrencilerin zihinsel düşünme yeteneklerini kullanarak doğrusal fonksiyonun f(x)=ax+b şeklinde özel bir fonksiyon olduğunu anlamaya çalışmalarını sağlamak*" şeklinde plan için öngörülen amaçlardan birini ifade etmiştir. Öngörülen amaçların çoğu "ÖT" problemi için yapılan planlarda belirgin bir şekilde ifade edilmediğinden dersin matematiksel amacını belirleme öğesi için 2 puan ile kodlanabilecek plan olmamıştır. Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adayları dersin matematiksel amacını belirleme öğesindeki başarıları düşüktür şeklinde yorum yapılabilir.

Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi için yapılan planlarda, öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde öğrencilerin problem üzerinde çalışma yollarını "*Problem verilir, öğrencilerin çözmesi beklenir. Öğrenciler fikirlerini öğretmen ile paylaşır.*" (36. Öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi belirsiz bir şekilde tanımladığı için 11 öğretmen adayı 1 puan almıştır. Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesi için planına 1 puan verilen öğretmen adaylarının 8 tanesi, plan yapmaya başlamadan önce yaptıkları problem çözümlerinde denklem ile çözüm, tablo ile çözüm ve grafik ile çözüm yollarından bir ya da ikisini ifade etmiş fakat çözümü öğrencilerin nasıl göstereceğini ifade etmemiştir. 18 öğretmen adayı planlarında öğrencilerin problem üzerinde çalışma yollarını ifade ettikleri için öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 2 puan almıştır. 2 puan alan öğretmen adaylarından 5 tanesi "*Öğrenci baskı yapılacak tişört sayısını değişken olarak alabilir. Bundan yararlanarak doğrusal fonksiyon elde eder.*" (10. öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi en az bir çözüm yolunu öğrencinin göstereceğini ifade etmişlerdir. Planına 2 puan verilen öğretmen adaylarından 5 tanesi de "*Öğrenciler bu* *problemi okudukları zaman ilk olarak deneme yanılma yoluyla bir çözüm yolu geliştirmeyi düşünebilirler. İlk denedikleri tişört sayısı "1" olduğu zaman ödenecek tutarın eşit olduğunu fark ederler, daha sonra tişört sayısı arttıkça 2. şirkete ödenecek tutarın daha az olduğunu dolayısı ile 2. şirketi seçmenin daha avantajlı olduğunu fark ederler. …arkasından doğrusal fonksiyonun tanımı, içindeki kavramlar da verildikten sonra, verdiğimiz problemlerde hangisinin a,b, x olduğuna karar verilir.*" (14. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi öğrencilerin değer vererek ve denklem ile çözüm yollarını göstereceğini ifade etmiş fakat denklemi nasıl oluşturacaklarını açıkça ifade etmemiştir. 6 öğretmen adayı ise öğrencilerin denklem ve grafik ile çözüm yapacağını ifade etmiş fakat denklemi ya da grafiği nasıl oluşturacaklarını ifade etmemiştir. 1 öğretmen adayı öğrencilerin değer vererek ve grafik ile çözüm yapacağını ifade etmiş fakat grafik ile çözümün nasıl yapılacağını ifade etmemiştir. 1 öğretmen adayı ise öğrencilerin denklem, tablo ve grafik ile çözüm yapacağını ifade etmiş fakat bu çözümlerin nasıl yapılacağını ifade etmemiştir. "ÖT" problemi çerçevesinde öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlarda, öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 5 öğretmen adayına 3 puan (tam puan) verilmiştir. Bu puanı alan öğretmen adayları öğrencilerin en az iki farklı çözüm stratejisini göstereceğini ifade etmişlerdir. Örneğin, 8. ve 28. öğretmen adayı öğrencilerin tablo (değer vererek), denklem ve grafik ile çözüm yapacaklarını ifade etmişlerdir. 8. öğretmen adayı denklemin ve grafiğin; 28. öğretmen adayı da grafiğin nasıl oluşturulacağını belirtmemiştir. 26. ve 30. öğretmen adayları ise öğrencilerin tablo ve denklem ile çözüm yapacaklarını ifade etmişlerdir. 31. öğretmen adayı öğrencilerin denklem ve grafik ile çözüm yapacaklarını ifade etmiştir. Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının öğrencilerin doğru düşünmelerini öngörme öğesindeki başarılarının düşük olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda, Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 3 puan (tam puan) alan öğretmen adayı olmamıştır. Bu öğede 10 öğretmen adayının planı 1 puan; 10 öğretmen adayının planı 2 puan almıştır. 1 puan alan öğretmen adayları "*denklem kurmada bazı hataları olabilir. Bir seferlik ödemeyi farklı algılayabilir.*" (30. öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yollarını planlarında belirli bir şekilde ifade etmemişlerdir. Bu öğe için planı 2 puan olarak kodlanan 5 öğretmen adayı "*öğrenci tasarım ücretinin problemde nasıl kullanılabileceğini kavrayamayabilir. Bu ücreti her tişört için ödenecek diye düşünebilir.*" (10. öğretmen adayı) örneğindeki gibi sadece bir hata belirtmiştir. 4 öğretmen adayı ise planlarında 2 hata belirtmiştir. Öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yollarını "*İki tişört parası verilmeyecek olarak ele alabilirler. Dört işlem konusunda zorluklar yaşanabilir. Kar ve zarar kavramları anlaşılmamış olabilir. Fonksiyona dönüştürmede zorluk çekilebilir ve belki de doğrusal fonksiyon olduğu görülmeyebilir.*" şeklinde ifade eden 20. öğretmen adayının planı da 2 puan olarak kodlanmıştır. Bu öğretmen adayı planında öngörülen hataların çoğunu ifade edememiştir fakat ifade etmek için bir çabası vardır. Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde başarısız olduğu ifade edilebilir.

Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda, öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde bir öğretmen adayı (26. öğretmen adayı) her bir sorunun hangi koşullarda sorulacağını belirttiği için 2 puan (tam puan) almıştır. 20 öğretmen adayı sorulacak soruların hangi koşullarda sorulacağını belirtmeden farklı sayılarda (1–9) soru örneği verdikleri için bu öğede 1 puan almıştır. Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre çalışmaya katılan öğretmen adayları, öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sormada başarısız olmuşlardır denilebilir.

Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlar için en düşük puanlar, öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğelerinde ortaya çıkmıştır. Planında öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesi için 2 puan (tam puan) alabilen öğretmen adayı olmamıştır. 28 öğretmen adayının planı, "*öğrenciler düşündüklerini örneklerini tartışarak gösterirler*" (6. öğretmen adayı) örneğindeki gibi belirli sorular olmadan çözümlerin açıklanmasını istediği için 1 puan ile kodlanmıştır. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde de 2 puan (tam puan) alabilen hiçbir öğretmen adayı çıkmamış, 8 öğretmen adayı 1 puan almıştır. Bu öğe için planlarına 1 puan verilen öğretmen adayları ise "*f(x)=ax+b şeklinde doğrusal fonksiyon ile özdeşleştirilir. Başka nerelerde kullanılabileceği ve grafiklerinin nasıl olabileceği ile ilgili yorumlar yapıldıktan sonra ders bitirilir*" (1. öğretmen adayı) örneğindeki gibi belirli matematiksel fikirler ifade etmişler fakat bu fikirlerdeki matematiksel amaçlara ulaşmak için hiçbir örnek soru önermemişlerdir. Öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlardan öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğelerine göre elde edilen bulgulardan öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı planlama yaparken nasıl tartışma geliştirileceği konusunda fikirlerinin olmadığı ifade edilebilir.

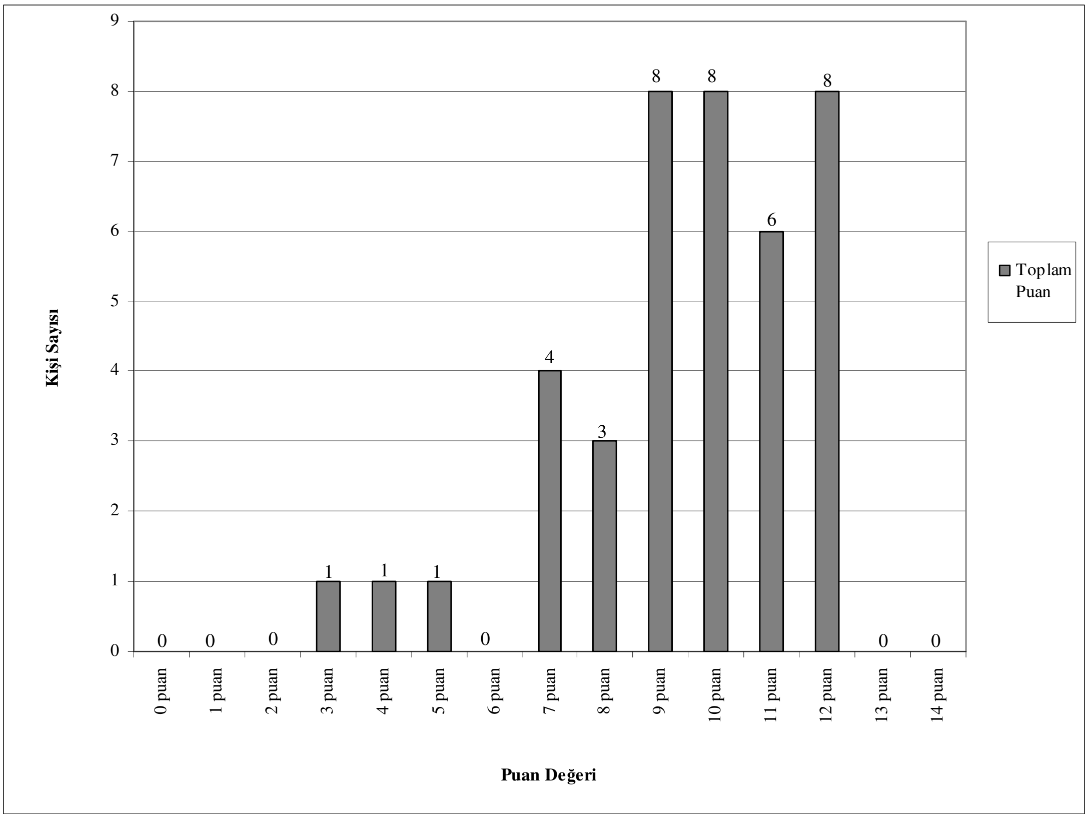
4.1.2 Öğretim Sonrasındaki Planlardan Elde Edilen Bulgular

2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında gerçekleştirilen matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması tamamlandıktan hemen sonra öğretmen adaylarına "GA" ve "ÖT" problemleri tekrar verilerek planlamalar yapmaları istenmiştir. Yapılan planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriği (Hughes, 2006) ile incelenerek analiz edilmiştir. İzleyen iki bölümde bu planların analizinden elde edilen puanların toplamlarının dağılımı ve öğelere göre dağılımları verilmiştir. Bulgular planlardan alıntılarla yorumlanmıştır.

4.1.2.1 "Grafiklerden Açıklamalara" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular

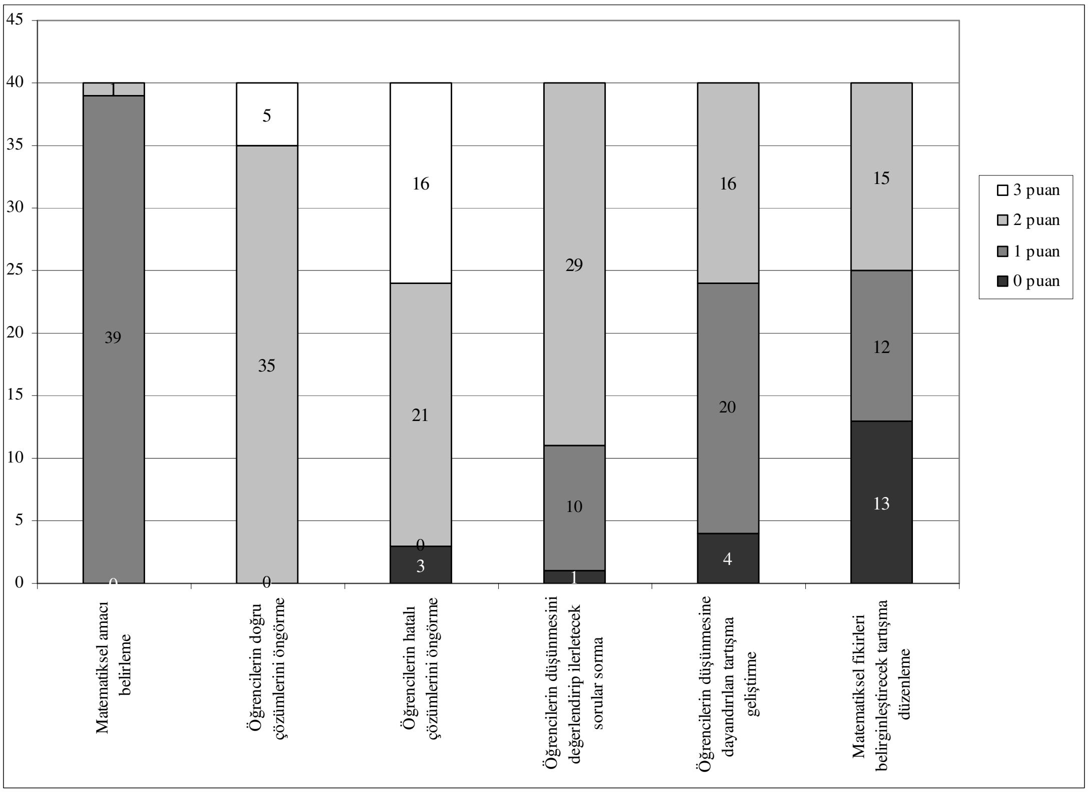
Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile puanlanması sonucu elde edilen bulgular ile Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'de yer alan grafikler oluşturulmuştur.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katıldıktan sonra, öğretmen adaylarının "GA" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planlar, Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre değerlendirildiğinde 8 öğretmen adayı toplamda en fazla 12 puan almıştır. 6 öğretmen adayının planı toplam 11 puan, 8 öğretmen adayının planı toplam 10 puan, 8 öğretmen adayının planı toplam 9 puan, 3 öğretmen adayının planı toplam 8 puan, 4 öğretmen adayının planı toplam 7 puan, 1 öğretmen adayının planı toplam 5 puan, 1 öğretmen adayının planı toplam 4 puan ve 1 öğretmen adayının planı toplam 3 puan almıştır (Şekil 4.5). Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların almış oldukları puanların ortalaması 9,45'dir. Toplamda alınabilecek en yüksek puan olan 14 puan düşünüldüğünde bu puanın oldukça yüksek olduğu ifade edilebilir. Buna göre öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların matematiksel düşünmeye odaklanmada başarılı olduğu yorumu yapılabilir.



Şekil 4.5: Öğretim sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları

Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi için yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanların dağılımı Şekil 4.6'da verilmiştir. Şekil 4.6 incelediğinde, öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasındaki ders planlarının Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki tüm öğelerde tam puanlar almış olduğu görülebilir. En az kişinin tam puan aldığı öğe, 1 kişi ile dersin matematiksel amacını belirleme; en çok kişinin tam puan aldığı öğe 29 kişi ile öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletmek için sorular sorma olmuştur. Öğretmen adayları öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planlardan dikkate almadıkları planlama öğeleri için 0 puan almıştır. 13 öğretmen adayı planında dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenlenmesi ile ilgili herhangi bir şey belirtmediğinden bu öğede 0 puan almıştır. 4 öğretmen adayının planı öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 0 puan ile kodlanmıştır. 3 öğretmen adayının planı, öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 0 puan almıştır. 1 öğretmen adayının planı öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletmek için sorular sorma öğesinde 0 puan ile kodlanmıştır (bkz. Şekil 4.6). Bu bulgulara dayanarak öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yaptıkları planlarda matematiksel düşünme odaklı planlamada önemli olan öğeleri dikkate aldıkları için planların matematiksel düşünmeye odaklanmış olduğu yorumu yapılabilir.



Şekil 4.6: Öğretim sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları

Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi için yapılan planlarda 39 öğretmen adayı dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 1 puan almıştır. Bu öğeden 1 puan alan öğretmen adaylarından 26 tanesi planlarında dersin matematiksel amaçlarını yazarken, "*doğruların grafiklerini yorumlama, eğim ifade edebilme*" (1.

Öğretmen adayı) örneğindeki gibi kavramların ne anlama geldiğini belirsiz bir şekilde ifade etmiştir. 21 öğretmen adayı planlarında yazdıkları amaçlarda, "*matematiksel olarak akıl yürütme ve çeşitli matematiksel gösterimler arasında bağlantı kurma*" (33. Öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi öğrencilerin sergileyeceği becerilere odaklanmıştır. Dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 1 puan alan 11 öğretmen adayı planlarında matematiksel amaçları daha açık bir şekilde ifade etmiştir (bkz. Şekil 4.6). Aslında bu öğretmen adayları da kavramları belirsiz bir şekilde tanımlamışlar ve öğrencilerin sergileyeceği becerilere odaklanmışlardır fakat diğer arkadaşlarına göre daha fazla kavramdan bahsetmişler; dersin öngörülen matematiksel amaçlarına (5 tane amaç öngörülmüştür) yakın ifadelerle amaçlarını yazmışlardır. Örneğin 19. öğretmen adayı amaçları "*grafiklerde x ve y eksenlerinin anlamlarını ve grafik için ne ifade ettiğini fark edebilme; doğrusal olan ve olmayan grafikleri anlamlandırabilme*" şeklinde ifade etmiştir. Bir öğretmen adayı planında "*grafik üstünde çizilen doğru ve eğrilerin birbiriyle karşılaştırılıp ilişkilendirilmesi, grafikleri sözlü ve görsel olarak yorumlayabilme, x ve y eksenlerinin kavranması, eksenlerdeki "-" ve "+" değerlerin anlamlarının kavranması*" (20. öğretmen adayı) şeklinde planda olması beklenen amaçların çoğunu ifade ettiği için dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 2 puan almıştır. Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi için yapılan planlarda dersin matematiksel amacını belirleme öğesindeki bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğede başarılarının çok yüksek olmadığı söylenebilir.

Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi için yaptığı planda öğrencilerin problem üzerinde çalışırken kullanabileceği uygun düşünceleri belirsiz bir şekilde tanımlayan öğretmen adayı olmadığı için öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 1 puan verilmemiştir. 35 öğretmen adayı planlarında öğrencilerin problem üzerinde çalışırken kullanabileceği en az bir doğru yaklaşımı belirli bir şekilde tanımladığı fakat bu yaklaşımlar sınırlı kaldığı için 2 puan almıştır (bkz. Şekil 4.6). Örneğin 9. öğretmen adayı planında her bir problem için bir çözüm yolu önermiş fakat 1. problemdeki grafikte hız eğim ilişkisini kurmamış, 2. problemdeki grafikte kârdaki ani düşüş nedenini açıklamamış, 3. problemdeki grafikte gönderin yüksekliğinin hesaplanması için herhangi bir strateji önermemiş ve 4. problemdeki grafik için hızlar sabit olmadığından grafiğin doğrusal olmadığından bahsetmemiştir. 5 öğretmen adayı ise planlarında problemlerin çözümü için birden fazla yol önererek, problemlerin çözümüne sınırlı bir şekilde yaklaşmadıkları, çözümlerin çoğunu tanımlamak için çaba gösterdikleri için 3 puan almıştır. Öğretim uygulaması sonrasında “GA” problemi için yapılan planlarda öğrencilerin doğru düşünmelerini öngörme öğesinden elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğede başarılı oldukları söylenebilir.

Öğretim uygulaması sonrasında “GA” problemi için yapılan planlarda öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yolları tüm öğretmen adayları tarafından açık bir şekilde ifade edildiği için Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 1 puan alan öğretmen adayı yoktur. Bu öğede 21 öğretmen adayının planı 2 puan; 16 öğretmen adayının planı 3 puan (tam puan) almıştır (bkz. Şekil 4.6). Planı 2 puan olarak kodlanan öğretmen adayları her bir problem için öğrencilerin yapabileceği birer hata öngörerek ifade etmiştir. Bu öğede planına 3 puan verilen öğretmen adayları 6 ile 9 arasında değişen sayılarda öğrenci hatası ifade etmişlerdir. Örneğin bu öğe için planı 3 puan olarak kodlanan 28. öğretmen adayı öğrencilerin yapabilecekleri hataları, 1. problem için “*Ali’nin yarışa geç başlamasını göz ardı edebilirler. Yarışın kesişim noktasından önce bittiğini düşünebilirler. Ali’nin doğrusunun eğimini bulurken* $\frac{y}{x-3}$ *yerine* $\frac{y}{x}$ *alabilirler.*”, 2. problem için “*Doğrunun x eksenini kesmesini zarar etme* olarak *algılayabilirler. Grafikte y eksenine paralel kısmı satıcıya veya kiraya verilen para olarak düşünebilirler.*”, 3. problem için “*x eksenine paralel kısımları göz ardı edebilir.*” 4. problem için “*Ayşe ile Fatma’nın havuzda karşı kıyıya kadar gidip orada yarışı tamamladığını düşünebilirler. İlk yarıda hızlı olanın yarışı kazandığını düşünebilirler.*” şeklinde açıkça ifade etmiştir ve hataların çoğunu ifade etmek için bir çaba göstermiştir. Öğretim uygulaması sonrasında “GA” problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki başarılarının oldukça yüksek olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulaması sonrasında “GA” problemi için yapılan planlarda 10 öğretmen adayı hangi matematiksel anlayışı ortaya çıkartmak için olduğunu belirtmeden sorular sormayı önerdiği ve öğrencilerin yapacaklarını düşündüğü hatalar için soru önermediğinden öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde 1 puan almıştır. 29 öğretmen adayının planına, öğrencilerin doğru ve yanlış çözümlerine yönelen sorular sorulması önerildiği diğer bir deyişle öğrencilerin problem hakkında düşünmelerine dayalı koşullar altında sorulacak sorular önerildiği için bu öğede 2 puan verilmiştir (bkz. Şekil 4.6). Örneğin, bu öğede 2 puan alan 1. öğretmen adayı planında 1. problem için üç ayrı çözüm önermiş; 1. çözümü sunan öğrencilere 4 soru, 2. çözümü sunan öğrencilere 5 soru, 3. çözümü sunan öğrencilere 3 soru yazmış ayrıca hatalar için 2 soru belirtmiştir. 2. problemde doğru çözüm için soru sormayı önermemiş fakat hatalar için 4 soru; 3. problemde doğru çözüm için 4 soru, yanlış çözüm için 1 soru; 4. problemde 2 doğru çözüm için 4 soru, yanlış çözümler için 1 soru ifade etmiştir. Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planlardan elde edilen bulgulardan çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesindeki başarılarının yüksek olduğu ifade edilebilir.

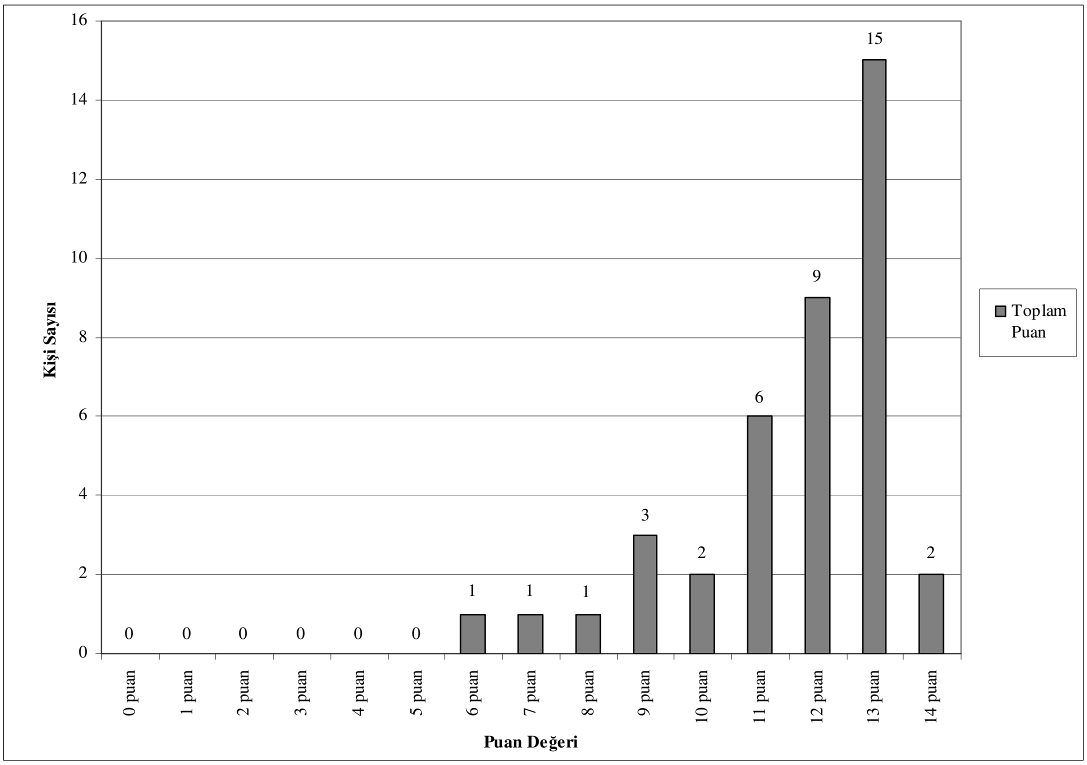
Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planlarda öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 20 öğretmen adayının planı 1 puan; 16 öğretmen adayının planı ise 2 puan almıştır (bkz. Şekil 4.6). Bu öğe için planları 1 puan olarak kodlanan öğretmen adaylarından 15 tanesi "*öğrenci cevapları grup sözcüleri tarafından tahtada gösterilerek çözülmesi istenir. Farklı çözümleri olan gruplar belirlenip onların da çözümleri sınıfa sunmaları istenir………. Bu şekilde öğrencilerden soruların çözümlerini tartışmalarını isteyiniz.*" (7. öğretmen adayı) örneğindeki gibi belirli sorular olmadan öğrencilerden çözümlerini açıklamalarını ya da paylaşmalarını istemiştir. Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesi için planları 1 puan olarak kodlanan öğretmen adaylarından 3 tanesi planlarında tartışma için sorular (3–4 soru) belirlemiş fakat soruya hangi öğrenci çözümünün uygun olduğunu belirtmemiştir; 3 tanesi de planlarında herhangi bir tartışma sorusu belirtmeden öğrenci yanıtlarını listelemiştir. Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde planları 2 puan olarak kodlanan öğretmen adayları öğrenci yanıtlarının hangi sıra ile tartışılacağını belirterek olası çözümler için sorular sormayı önermişlerdir. Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planlardan öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde elde bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının oldukça yüksek olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planlarda en düşük puanlar, dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde alınmıştır. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 12 öğretmen adayı 1 puan ve 15 öğretmen adayı 2 puan almıştır (bkz. Şekil 4.6). Bu öğe için planları 1 puan olarak kodlanan öğretmen adaylarından 8 tanesi "*bu tartışma grafik okuma becerilerini ve akıl yürütme becerilerini geliştirecektir. Analitik düzlem ile grafik arasındaki bağıntılar tartışılmalıdır*" (27. öğretmen adayı) örneğinde olduğu gibi belirli matematiksel fikirleri ifade etmiş fakat bu fikirlerin matematiksel amaçlarına ulaşması için sorulacak hiçbir belirli soru önermemiştir. Planları 1 puan olarak kodlanan 2 öğretmen adayı hangi matematiksel düşünceyi geliştireceğini belirtmeden soru sormayı önerdiği için bu puanı almıştır; 2 öğretmen adayı ise örnek soru sormadan matematiksel anlayışı geliştirecek soru soracağını belirtmiştir. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde planlarına 2 puan verilen öğretmen adayları ise tartışma ile ortaya çıkarılacak matematiksel fikirleri ifade ederek sorular sormayı önermişlerdir. Bu öğede 2 puan alan öğretmen adaylarından 9 tanesi planlarında matematiksel fikirleri ifade ederek bunlara uygun sorular sormayı önermişler ve soruların yanıtlarına da yer vermişlerdir. 5 öğretmen adayı ise planlarında matematiksel fikirleri ifade etmiş fakat bu fikirleri ortaya çıkarmak için uygun olmayan sorular önermişler ve önerdikleri soruların yanıtlarına yer vermişlerdir. 1 öğretmen adayı ise planında matematiksel fikirleri belirtmiş ve yanıtları olmadan 4 soru önermiştir. Öğretim uygulaması sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planlardan dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının çok yüksek olmadığı söylenebilir.

4.1.2.2 "Özel Tişörtler" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının gerçekleştirildiği 2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılının final haftasında öğretmen adaylarına "ÖT" problemi verilerek planlamalar yapmaları istenmiştir. Yapılan planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenerek analiz edilmiştir ve elde edilen puanlar ile oluşturulan grafikler Şekil 4.7 ve Şekil 4.8'de verilmiştir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katıldıktan sonra öğretmen adaylarının "ÖT" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planlar, Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile kodlanarak toplamda en fazla 14 puan almıştır. 40 öğretmen adayından 2 tanesinin planı toplamda 14 puan, 15 öğretmen adayının planı toplamda 13 puan; 9 öğretmen adayının planı toplamda 12 puan, 6 öğretmen adayının planı toplamda 11 puan, 2 öğretmen adayının planı toplamda 10 puan, 3 öğretmen adayının planı toplam 9 puan, 1 öğretmen adayının planı toplamda 8 puan, 1 öğretmen adayının planı toplamda 7 puan ve 1 öğretmen adayının planı toplamda 6 puan almıştır (Şekil 4.7).

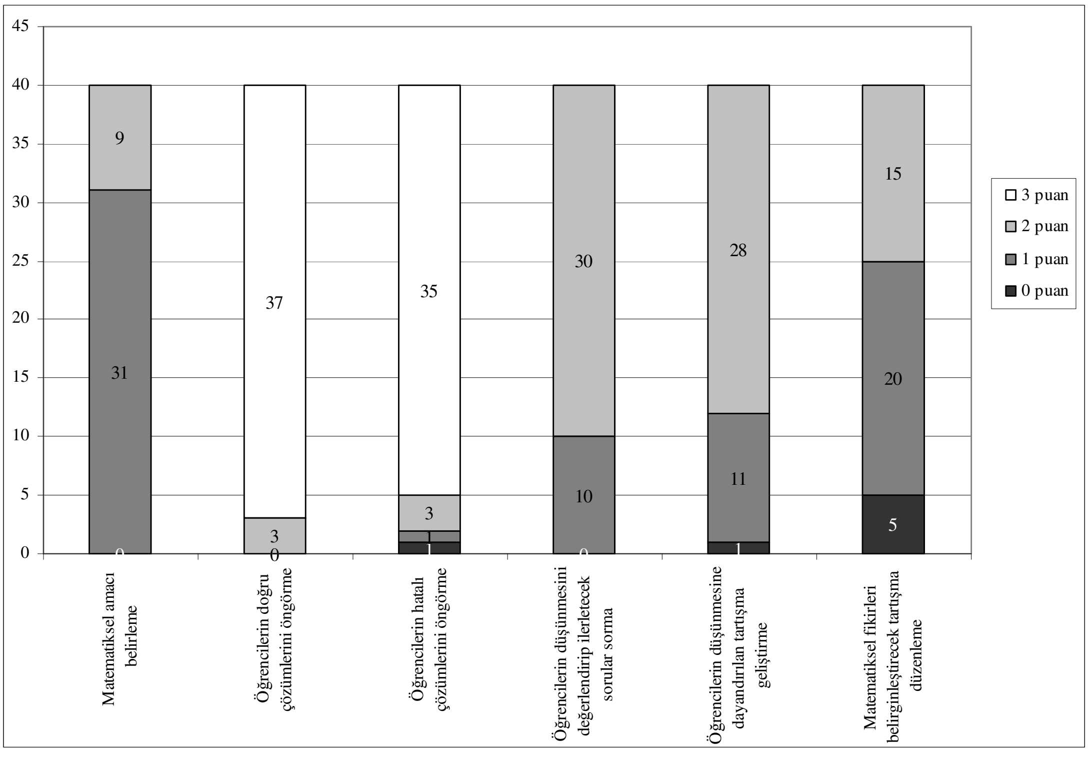


Şekil 4.7: Öğretim sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları

Öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlara verilen toplam puanların ortalaması 11,63'tür. Bu ortalama, "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanlarının ortalaması olan 9,45'e göre daha yüksektir ancak toplamda alınabilecek en yüksek puan olan 14 puan göz önüne alındığında her iki ortalamanın da oldukça yüksek olduğu ifade edilebilir. Başka bir deyişle, öğretim uygulaması sonrasında "GA" ve "ÖT" problemleri çerçevesinde yapılan planlardan elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye odaklanmada başarılı oldukları şeklinde yorumlanabilir.

Öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi için yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanların dağılımı Şekil 4.8'deki grafikte gösterilmiştir. Şekil 4.8 incelediğinde, öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasındaki ders planlarının Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki tüm öğelerde tam puanlar almış olduğu görülebilir. En az kişinin tam puan aldığı öğeler, 9 kişi ile dersin matematiksel amacını belirleme ve 15 kişi ile matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğeleri olmuştur.

Öğretmen adayları öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planlarda dikkate almadıkları planlama öğeleri için 0 puan almıştır. 5 öğretmen adayı planında dersteki matematiksel fikirleri belirginleştiren tartışmanın düzenlenmesi ile ilgili herhangi bir şey belirtmediğinden bu öğede 0 puan almıştır. 1 öğretmen adayının planı öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 0 puan ile kodlanmıştır (Şekil 4.8). Bu bulgulara göre öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planlarda matematiksel düşünme odaklı planlamada önemli olan öğeleri dikkate aldıkları için planların matematiksel düşünmeye odaklanmış olduğu yorumu yapılabilir.



Şekil 4.8: Öğretim sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları

Öğretim uygulaması sonrasında “ÖT” problemi çerçevesinde yapmış oldukları planlarda, 31 öğretmen adayı dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 1 puan almıştır (bkz. Şekil 4.8). Bu öğede 1 puan alan öğretmen adaylarından 12 tanesi öngörülen amaçlardan birini; 19 tanesi öngörülen amaçlardan ikisini uygun bir şekilde ifade etmiştir. Dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 1 puan verilen bu öğretmen adayları planlarında uygun bir şekilde ifade ettikleri amaçlar yanında kavramları belirsiz bir şekilde tanımlayan ve öğrencilerin sergileyeceği becerilere odaklanan amaçlar da ifade etmişlerdir. “ÖT” problemi için yapılan planlarda yer alması olası amaçların (4 tane amaç öngörülmüştür) çoğunu ifade eden 9 öğretmen adayına dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 2 puan (tam puan) verilmiştir. Örneğin 9. öğretmen adayı “*ax+b ifadesinde a’nın artan değerlerinin fonksiyonu nasıl etkilediğini fark etme, b ifadesinin fonksiyondaki işlevini görüp anlama ve kullanabilme*” şeklinde plan için öngörülen 3. amacı ifade etmiştir. Ayrıca “*doğrusal fonksiyonun özelliklerini öğrenme ve kullanma*” şeklinde planın 2. amacına benzer bir ifade belirtmiştir. Bu öğretmen adayı plan için öngörülen 1. amaca benzer “*öğrencilerin günlük yaşam problemini matematiksel ifadeye çevirebilme, iki durumu birbiri ile ilişkilendirebilme*” şeklindeki ifadelerle de amaçlar yazmıştır. Öğretim uygulaması sonrasında “ÖT” problemi için yapılan planlarda dersin matematiksel amacını belirleme öğesindeki bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğede başarılarının çok yüksek olmadığı söylenebilir.

Öğretim uygulaması sonrasında “ÖT” problemi çerçevesinde yapılan planlarda hiçbir öğretmen adayı öğrencilerin problem üzerinde çalışırken kullanabileceği doğru çözüm yolları için belirsiz önerilerde bulunmamıştır. Bu nedenle öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 1 puan alan plan olmamıştır. Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 3 öğretmen adayının planı 2 puan, 37 öğretmen adayının planı 3 puan (tam puan) olarak kodlanmıştır (bkz. Şekil 4.8). Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 2 puan alan 3 öğretmen adayından biri (37. öğretmen adayı) probleme denklem ile çözüm, biri (9. öğretmen adayı) denklem ve tablo ile çözüm, biri (23. öğretmen adayı) ise tablo ve grafik ile çözüm önermiştir. 3 puan alan öğretmen adayları planlarında öğrencilerin tablo, denklem ve grafik çözümlerini göstereceklerini ifade etmişlerdir. Öğretim uygulaması sonrasında “ÖT” problemi için yapılan planlarda öğrencilerin doğru düşünmelerini öngörme öğesinden elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının çok yüksek olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlar için öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 1 öğretmen adayı 1 puan; 3 öğretmen adayı 2 puan ve 35 öğretmen adayı 3 puan almıştır (bkz. Şekil 4.8). 1 puan alan tek kişi olan 32. öğretmen adayı öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yollarını belirgin bir şekilde ifade edememiştir. Bu öğede 2 puan alan öğretmen adayları öğrencilerin problem üzerinde çalışırlarken yapabilecekleri hataları yazarken öngörülen hatalardan sadece bir tanesini ifade edebilmişlerdir ve öğretmen adaylarının "*denklemin kurulmasından kaynaklanabilecek kavram yanılgısı*" (9. öğretmen adayı) örneğindeki gibi belirgin bir şekilde ifade edemedikleri hatalar da olmuştur. Öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planlarda öğrencilerin problem üzerinde çalışırken karşılaşabilecekleri zorlukları belirli bir şekilde tanımlayan 35 öğretmen adayı öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 3 puan almıştır. Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 3 puan alan öğretmen adaylarından 6 tanesi öğrencilerin karşılaşabilecekleri 2 zorluğu, 9 tanesi öğrencilerin karşılaşabilecekleri 3 zorluğu, 10 tanesi öğrencilerin karşılaşabilecekleri 4 zorluğu, 6 tanesi öğrencilerin karşılaşabilecekleri 5 zorluğu, 2 tanesi öğrencilerin karşılaşabilecekleri 6 zorluğu ve 1 tanesi öğrencilerin karşılaşabilecekleri 8 zorluğu ifade etmiştir. Bu öğretmen adaylarından 25 tanesi öngörülen hatalardan farklı hatalar da ifade etmişlerdir. Örneğin öngörülen 8 hatayı ve daha fazlasını ifade eden 5. öğretmen adayı, hataları "*Denklemi yazarken 15x+8=18x+5* [şeklinde] *yazabilir. Sabit ücreti hesaba katmayabilir. x ifadesinin katsayısını yazmayabilir. Toplama çıkarma işlemlerinde hatalar yapabilir. Sabit ücretlere bakarak Seçkin Tişörtler şirketinin daha pahalı olacağını düşünebilir. Denklemi kurarken yanlış kurabilir. Sabit değeri tabloya başlarken dikkate almayabilir. Eşit olduğu noktanın ne anlama geldiğini algılamayabilir. İlk değerin aynı olduğunu görerek hep aynı olacağını sorabilir. Doğrular çizilirken sabit ücret dikkate alınmadan 0 noktasından başlatılabilir. Koordinat düzlemi çizerken eksenleri yanlış adlandırabilir. Koordinat düzleminde x eksenine ücretleri, y eksenine tişörtlerin sayı değerini yazabilir ancak grafiği çizerken çözümdeki gibi çizebilir.*" şeklinde ifade etmiştir. Öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki başarılarının yüksek olduğu söylenebilir.

Yapılan öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda, öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde 10 öğretmen adayı 1 puan, 30 öğretmen adayı 2 puan (tam puan) almıştır (bkz. Şekil 4.8). Öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde 1 puan alan öğretmen adaylarının hepsi planlarında olası doğru çözümler için olduklarını belirttikleri çeşitli sayılarda (3–11 arası) sorular sormayı önermişler fakat öğrencilerin karşılaşabileceğini düşündükleri zorluklar ya da yapabilecekleri hatalar için belirli örnek soru önermemişlerdir. Öğretmen adayları olası doğru çözümler için olduklarını belirttikleri çeşitli sayılarda (4–14 arası) sorular sormayı ve öğrencilerin yapabilecekleri hatalar için olduklarını belirttikleri çeşitli sayılarda (3–13 arası) sorular sormayı önererek her bir sorunun hangi koşullarda sorulacağını ifade ettikleri için öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde 2 puan almışlardır. Öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlardan elde edilen bulgulardan çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesindeki başarılarının oldukça yüksek olduğu ifade edilebilir.

Gerçekleştirilen öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 11 öğretmen adayı 1 puan, 28 öğretmen adayı ise 2 puan almıştır (bkz. Şekil 4.8). Planları öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 1 puan olarak kodlanan öğretmen adaylarından 6 tanesi "*Doğru çözüme ulaşan öğrencilerden bazılarını tahtaya kaldırarak çözümü anlatmalarını isterim.*" (37. öğretmen adayı) alıntısındaki gibi matematiksel fikirleri vurgulayan belirli sorular olmadan öğrencilerden çözümlerin açıklamasını isteyeceğini ifade etmiş; 3 tanesi öğrenci yanıtlarının hangi sıra ile tartışılacağını belirlemiş fakat tartışma için soru belirtmemiş; 2 tanesi ise tartışma için soru tanımlamış fakat sorulara hangi yanıtların verileceğini belirtmemiştir. Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 2 puan alan öğretmen adayları ise öğrenci yanıtlarının hangi sıra ile tartışılacağını belirterek olası çözümler için sorular sormayı önermişlerdir. Öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlardan öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde elde bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının oldukça yüksek olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulaması sonrası "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda da en düşük puanlar dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde verilmiştir. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 20 öğretmen adayının planları 1 puan, 15 öğretmen adayının planları 2 puan olarak kodlanmıştır (bkz. Şekil 4.8). Bu öğe için planları 1 puan olarak kodlanan öğretmen adaylarından 13 tanesi hangi matematiksel düşünceyi geliştireceğini belirtmeden çeşitli sayıda (3–15 arası) soru ifade etmiş ve bu öğretmen adaylarından 10 tanesi tartışma için yazdıkları soruların yanıtlarını da yazmıştır. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 1 puan alan 7 öğretmen adayı ise "*bu tartışmanın öğrencilerin eğim ve doğrunun y eksenini kestiği noktayı anlaması açısından bir temel oluşturması amaçlanır*" (4. öğretmen adayı) örneğindeki gibi matematiksel fikirleri ifade etmiş fakat öğrencilerin bu fikirlerdeki matematiksel amaçlara ulaşmaları için sorulacak hiçbir soru önermemiştir. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 2 puan alan öğretmen adayları planlarına tartışılacak matematiksel fikirleri belirterek, bu fikirleri ortaya çıkarmak için sorular ve yanıtlarını yazmışlardır. Bu öğretmen adaylarından 4 tanesi planlarında belirtmiş oldukları matematiksel fikirlere pek uygun olmayan sorular ve yanıtlarını ifade etmişlerdir. Öğretim uygulaması sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlardan dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının çok yüksek olmadığı söylenebilir.

4.1.3 Öğretim Öncesindeki ve Sonrasındaki Planların Karşılaştırılması

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlardan almış oldukları puanlara SPSS 12.0 programı ile normallik testi yapılmış ve öğretim uygulaması öncesindeki "ÖT" problemi için yapılan planların toplam puanlarının normal dağılım gösterdiği, diğer tüm puanların normal dağılım göstermediği görülmüştür. Puanlar normal dağılım göstermediği zaman iki ilişkili ölçüm setine ait puanlar arasındaki farkın anlamlılığını test etmek için Wilcoxon işaretli sıralar testi kullanıldığı (Büyüköztürk,

2003) için öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında öğretmen adaylarının yapmış oldukları planlardan almış oldukları puanların karşılaştırması, Wilcoxon işaretli sıralar testi ile gerçekleştirilmiştir.

4.1.3.1 Öğretim Öncesinde ve Sonrasında "Grafiklerden Açıklamalara" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planların Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "GA" problemi için yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre almış oldukları puanlar, SPSS 12.0 programı kullanılarak Wilcoxon işaretli sıralar testi ile karşılaştırılmıştır. İzleyen paragraflarda öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "GA" problemi için yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi ile karşılaştırmaları verilmiş ve bulgular ilgili literatür ışığında yorumlanmıştır.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "GA" problemi için öğretmen adaylarının yaptıkları planların matematiksel amacı belirleme öğesindeki puanlarında anlamlı farklılık olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.1'de verilmiştir.

Tablo 4.1: "GA" planlarında matematiksel amacı belirleme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	2,12*	0,034
Pozitif Sıra	5	3,00	15,00		
Eşit	35				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Analiz sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yaptıkları planlarda matematiksel amacı belirleme öğesinde almış oldukları puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=2,12$; $p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu fark pozitif sıralar lehindedir. Başka bir deyişle öğretim uygulamasından sonraki planlar için matematiksel amacı belirleme öğesindeki puanlar lehine anlamlı fark söz konusudur. Bu sonuca göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının planlarında matematiksel amacı belirlemelerinde etkisinin olduğu ifade edilebilir. Ayrıca matematiksel amacı belirleme öğesinde 35 öğretmen adayının planları öğretim uygulaması öncesindeki ve sonrasında eşit puanlı, 5 öğretmen adayının planlarını ise öğretim uygulaması sonrasında öncesine göre yüksek puanlı olmuştur (bkz. Tablo 4.1). Bunun nedeni, öğretmen adaylarının yazmış oldukları planlarda matematiksel amaçları belirgin bir şekilde ifade edememiş olmalarıdır. Öğretmen adayları amaç yazarken derste öğrencilerin öğreneceği kavramlara ve kavramları anlamanın ne demek olduğuna odaklanmak yerine ya çok genel ifadelerle kavramları belirsiz bir şekilde tanımlayarak amaç yazmışlar ya da öğrencilerin görevi çözmek için yapacaklarına odaklanmışlardır. Matematiksel amacı belirleme öğesinde öğretim uygulaması öncesine göre puanı düşen öğretmen adayı olmadığı ve öğretim uygulaması öncesi ile sonrasında yapılan planların puanları arasında öğretim uygulaması sonrasındaki planlar lehine istatistiksel olarak anlamlı ($p<0,05$) fark olduğu için öğretmen adaylarının bu öğede başarılı olduğu ifade edilebilir. Öğretmen adaylarının matematiksel amacı belirleme öğesinde başarılı olmalarının nedeninin gerçekleştirilen öğretim uygulamasında matematik derslerini planlarken amaç belirlemenin öneminin vurgulanması ve 5. haftada matematiksel amaç yazma etkinliği yapılması olduğu ifade edilebilir. Bu öğede başarının düşük olmasının nedenin ise "GA" problemi ile geliştirilmesi olası matematiksel kavramları belirlemede öğretmen adaylarının zorluk yaşamaları olabilir. Çünkü "GA" problemi öğretmen adaylarının öğretim hayatlarında karşılaştıkları problemlerden farklı bir yapıya sahiptir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planlarında matematiksel amacı belirlemelerine pozitif etkisi olduğu bulgusu ile Swafford vd. (1997); Fernandez vd. (2003); Hughes ve Smith (2004); Fernandez (2005); Hughes (2006)'in çalışmalarının bulguları arasında benzerlik vardır. Bu çalışmalarda da öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamalarına katılan öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin yapmış oldukları planlarda matematiksel amacı ifade etme konusunda gelişmeler kaydettiği ortaya çıkmıştır. Fernandez vd. (2003)'nin çalışmasına katılan öğretmenler ise kendilerine rehberlik eden öğretmenler tarafından vurgulandıktan sonra dersin matematiksel amacını belirlemeye dikkat etmişlerdir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında “GA” problemi için yaptıkları planların öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde aldıkları puanlarda anlamlı farklılık olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçlarına Tablo 4.2’de yer verilmiştir.

Tablo 4.2: “GA” planlarında öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	0,57*	0,000
Pozitif Sıra	40	20,50	820,00		
Eşit	0				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4.2’de gösterilen test sonuçları öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yaptıkları planlarda öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesindeki puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=0,57$; $p<0,05$). Fark puanların sıra toplamları dikkate alınırsa, gözlenen bu farkın pozitif sıralar lehinde olduğu görülebilir. Yani öğretim uygulamasından sonraki planların öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesindeki puanları lehine anlamlı fark söz konusudur. Ayrıca çalışmaya katılan tüm öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasındaki planlarının öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesindeki puanları öğretim uygulaması öncesine göre daha yüksek puana sahiptir (bkz. Tablo 4.2). Bu bulgulara göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının planlarında öğrencilerin problemlerde kullanabilecekleri farklı çözüm stratejilerini dikkate almaları anlamına gelen öğrencilerin doğru çözümlerini öngörmelerinde önemli bir etkisinin olduğu ifade edilebilir. Bunun nedeninin, gerçekleştirilen öğretim uygulamasında matematik derslerini planlarken planlama için seçilen matematiksel görevlerin çeşitli çözüm yollarına sahip görevler diğer bir deyişle yüksek bilişsel gereklilik düzeylerine sahip görevler olması ve plan yaparken kullanılan görevlerin farklı çözüm yollarının planda yer alması gerektiğinin vurgulanması ve bunları içeren örnek planların sunulması olduğu ifade edilebilir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planlarda öğrencilerin problemlerde kullanabilecekleri farklı çözüm stratejilerini daha fazla dikkate aldıkları bulgusu ile öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarını içeren çalışmalardaki (Carpenter vd., 1989; Fennema vd., 1996; Barnett, 1998; Masingila ve Doerr, 2002; Fernandez vd., 2003; Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006; Hughes ve Smith, 2004; Hughes, 2006; Lee, 2006) bulgular arasında paralellik vardır. Çünkü öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarına katılan öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin yaptıkları planlarda öğrencilerin problemleri çözerken kullanabilecekleri farklı çözüm stratejilerini ele alma konusunda ilerleme kaydettikleri görülmüştür (Carpenter vd., 1989; Fennema vd., 1996; Barnett, 1998; Masingila ve Doerr, 2002; Fernandez vd., 2003; Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006; Hughes ve Smith, 2004; Hughes, 2006; Lee, 2006).

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yaptıkları planların öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki puanlarının öğretim uygulaması öncesinden sonrasına anlamlı farklılık gösterip göstermediğine ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.3'te verilmiştir.

Tablo 4.3: "GA" planlarında öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	5,34*	0,000
Pozitif Sıra	36	18,50	666,00		
Eşit	4				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4.3'te gösterilen test sonuçlarına göre araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yaptıkları planların öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde aldıkları puanlar arasında anlamlı bir fark vardır ($z=5,34$; $p<0,05$). Fark puanların sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu fark pozitif sıralar lehindedir. Başka bir deyişle öğretim uygulamasından sonraki planların öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki puanları lehine anlamlı farklılık söz konusudur. Ayrıca öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 4 öğretmen adayının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında planlarının puanları eşit iken, 36 öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasında öncesine göre planlarının puanları daha yüksektir (Tablo 4.3). Bu bulgulara dayanarak matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planladıkları derste öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörmelerinde etkili olduğu ifade edilebilir. Öğretmen adayları öğretim uygulaması öncesinde yaptıkları planlarda öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yollarını belirli bir şekilde ifade etmemişlerdir; ifade ettikleri hatalar sınırlı kalmıştır. Öğretim uygulaması sonrasındaki planlarda ise öğrencilerin yanlış düşünebilme yolları daha ayrıntılı bir şekilde ifade edilmiştir. 36 öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasındaki planlarında öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki puanlarını arttırmış olmasının nedeninin, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında, öğrencilerin yapabilecekleri hataların, düşebilecekleri kavram yanılgılarının öngörülüp planlamada dikkate alınması gerektiğinin vurgulanması ve öğrencilerin yapabilecekleri hataları, düşebilecekleri kavram yanılgılarını içeren örnek planların incelemeleri için öğretmen adaylarına sunulması olduğu söylenebilir. Hughes (2006)'in çalışmasına katılan öğretmen adayları da öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde ilerleme göstermişlerdir ancak öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında düşük puanlar alarak en az ilerlemeyi bu öğede göstermişlerdir. Öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını temel alan öğretim uygulamalarını ele alan başka çalışmalarda da öğretmenlerin derslerinde öğrencilerinin karşılaştıkları zorluklara, yaptıkları hatalara odaklandıkları görülmüştür (Barnett, 1998; Masingila ve Doerr, 2002; Sherin ve Han, 2004). Bunlara dayanarak bu çalışmada gerçekleştirilen matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının benzer öğretim uygulamalarında olduğu gibi öğretmen adaylarının planladıkları derste öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörmelerinde etkili olduğu ifade edilebilir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "GA" problemi için yaptıkları planların öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde aldıkları puanlarda anlamlı farklılık olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.4'te verilmiştir. Test sonuçları öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yapmış oldukları planların öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde aldıkları puanlar arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=5,27$; $p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen fark pozitif sıralar lehindedir. Yani öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde öğretim uygulamasından sonraki planların puanları lehine anlamlı fark vardır.

Tablo 4.4: "GA" planlarında öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	5,27*	0,000
Pozitif Sıra	34	17,50	595,00		
Eşit	6				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde 34 öğretmen adayının puanı öğretim uygulaması sonrasında artmış 6 öğretmen adayının puanı ise öğretim uygulaması öncesinden sonrasına değişmemiştir (bkz. Tablo 4.4). Buna dayanarak matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planladıkları derste öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sormalarında etkili olduğu ifade edilebilir. Hughes (2006)'in çalışmasına katılan öğretmen adayları da öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde ilerleme kaydetmişlerdir. Hughes ve Smith (2004)'in çalışmasına katılan öğretmenler yazılı ders planlarında öğrencilere sorulacak özgün sorular belirleyebilmişlerdir. Masingila ve Doerr (2002)'in çalışmasına katılan öğretmen adaylarında da soru sormayı tasarlama konusunda pozitif yönde gelişmeler gözlenmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarını ele alan başka çalışmalarda (Vacc ve Bright, 1999; Warfield, 2001; Fernandez vd., 2003; Kazemi ve Franke, 2004; Lee, 2006) da öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının derslerinde öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sormalarında ilerlemeler olduğu ortaya çıkmıştır. Bu sonuçlara dayanarak benzer öğretim uygulamalarında olduğu gibi matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planladıkları derslerde öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sormalarını arttırdığı ifade edilebilir. Bunun nedeninin öğretim uygulamasında, planlanan derslerde öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular belirlenmesi gerektiğinin vurgulanması ve öğrencilere sorulabilecek sorular içeren örnek planların incelemeleri için öğretmen adaylarına sunulması olduğu söylenebilir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "GA" problemi için yaptıkları planların öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma düzenleme öğesindeki puanlarının anlamlı farklılık gösterip göstermediğine ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçlarına Tablo 4.5'te yer verilmiştir.

Tablo 4.5: "GA" planlarında öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	**n**	**Sıra Ortalaması**	**Sıra Toplamı**	**z**	**p**
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	4,94*	0,000
Pozitif Sıra	30	15,50	465,00		
Eşit	10				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4.5'te yer verilen test sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yapmış oldukları planlarda öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde aldıkları puanlar arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=4,94$; $p<0,05$). Fark puanların sıra toplamları dikkate alınırsa, gözlenen farkın pozitif sıralar lehinde olduğu görülür. Başka bir deyişle öğretim uygulamasından sonraki planlarda öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesindeki puanlar lehine anlamlı fark vardır. Ayrıca Tablo 4.5 incelenirse, öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 10 öğretmen adayının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasındaki puanlarının eşit olduğu, 30 öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasındaki puanları öğretim uygulaması öncesine göre yüksek olduğu görülebilir. Bu bulgulara benzer bulgular öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarını içeren çalışmalarda (Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006; Hughes ve Smith, 2004; Hughes, 2006) da ortaya çıkmıştır. Buna dayanarak benzer öğretim uygulamalarında olduğu gibi matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planladıkları derste öğrencilerin düşünmesine dayandırılan bir tartışma geliştirmelerinde etkili olduğu ifade edilebilir. Öğretmen adaylarının öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde başarılı olmalarının nedeninin gerçekleştirilen öğretim uygulamasında matematik derslerini planlarken öğrencilerin çözümlerine dayalı olarak tartışma düzenlemek için yapılması gerekenlerin vurgulanması, 8. haftada örnek bir problem hakkındaki bir sınıf tartışmasının incelenmesi etkinliğinin yapılması ve öğrenci düşünmesine dayalı olarak tartışma düzenlemeyi içeren örnek planların incelemeleri için öğretmen adaylarına sunulması olduğu ifade edilebilir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "GA" problemi için yaptıkları planların dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde aldıkları puanlarda anlamlı farklılık olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.6'da verilmiştir.

Tablo 4.6: "GA" planlarında dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	**n**	**Sıra Ortalaması**	**Sıra Toplamı**	**z**	**p**
Negatif Sıra	1	6,50	6,50	4,52*	0,000
Pozitif Sıra	26	14,29	371,50		
Eşit	13				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Test sonuçları öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yaptıkları planların dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesindeki puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=4,52$; $p<0,05$). Fark puanların sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen farkın pozitif sıralar lehinde olduğu görülebilir. Yani öğretim uygulamasından sonraki planların dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesindeki puanları lehine farklılık söz konusudur. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 13 öğretmen adayının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasındaki puanlarının eşit, 26 öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasındaki puanlarının öğretim uygulaması öncesine göre yüksek ve bir öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasındaki puanlarının öğretim uygulaması öncesine göre düşük olduğu Tablo 4.6'da görülebilir. Bu bulgulara göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planladıkları dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenlemelerinde etkili olduğu ifade edilebilir. Benzer şekilde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarını içeren araştırmalara katılan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme konusunda gelişmeler gösterdikleri ortaya çıkmıştır (Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006; Hughes ve Smith, 2004; Hughes, 2006; Metz, 2007). Öğretmen adaylarının dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde başarılı olmalarının nedeninin gerçekleştirilen öğretim uygulamasında matematik derslerini planlarken dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenlemek için yapılması gerekenlerin vurgulanması, 8. haftada örnek bir problem hakkındaki bir sınıf tartışmasının incelenmesi etkinliğinin yapılması ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenlemeyi içeren örnek planların incelemeleri için öğretmen adaylarına sunulması olduğu ifade edilebilir. Bu öğede başarının düşük olmasının nedeni ise "GA" problemi ile geliştirilmesi olası matematiksel kavramları belirlemede öğretmen adaylarının zorluk yaşamalarından dolayı bu kavramları açığa çıkaracak şekilde tartışma düzenlemek için gerekli olan soruları ve yanıtlarını ifade etmemiş olmalarıdır.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre incelenmesi ile bulunan toplam puanların anlamlı farklılık gösterip göstermediğine ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.7'de verilmiştir.

Tablo 4.7: "GA" planlarında toplam puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	5,52*	0,000
Pozitif Sıra	40	20,50	820,00		
Eşit	0				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Analiz sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yaptıkları planların toplam puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=5,52$; $p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, ortaya çıkan farkın pozitif sıralar lehinde olduğu görülebilir. Başka bir deyişle öğretim uygulamasından sonra yapılan planların toplam puanları lehine anlamlı farklılık vardır. Ayrıca tüm öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasındaki planlarının toplam puanlarının, öğretim uygulaması öncesindeki planların toplam puanlarından yüksek olduğu Tablo 4.7'de görülebilir. Bu bulgulara göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yapmalarında önemli bir etkisinin olduğu ifade edilebilir.

Sonuç olarak, öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde "GA" problemi için yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanlar ve toplam puanların, öğretim uygulaması sonrasındaki puanlar ile karşılaştırılması sonucunda, öğretim uygulaması sonrasındaki planların tüm öğelerdeki puanları lehine ve toplam puanları lehine anlamlı fark olduğu ortaya çıkmıştır. Buna dayanarak matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesini dikkate alan planlar yapmalarına olumlu etkisinin olduğu yorumu yapılabilir.

4.1.3.2 Öğretim Öncesinde ve Sonrasında "Özel Tişörtler" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planların Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi için yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanlar, SPSS 12.0 programı kullanılarak Wilcoxon işaretli sıralar testi ile karşılaştırılmıştır. İzleyen paragraflarda öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi için yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi ile karşılaştırmaları verilmiş ve bulgular ilgili literatür ışığında yorumlanmıştır.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde öğretmen adaylarının yapmış oldukları planların matematiksel amacı belirleme öğesindeki puanlarında anlamlı farklılık olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.8'de verilmiştir. Analiz sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yapmış oldukları planlarda matematiksel amacı belirleme öğesindeki puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=3,05$; $p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu fark pozitif sıralar lehindedir. Başka bir deyişle öğretim uygulamasından sonraki planlar için matematiksel amacı belirleme öğesindeki puanlar lehine anlamlı fark söz konusudur. Bu sonuca göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının planlarında matematiksel amacı belirlemelerinde etkisinin olduğu ifade edilebilir.

Tablo 4.8: "ÖT" planlarında matematiksel amacı belirleme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	3,05*	0,002
Pozitif Sıra	10	5,50	55,00		
Eşit	30				

* Negatif sıralar temeline dayalı

30 öğretmen adayının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasındaki planlarının matematiksel amacı belirleme öğesindeki puanlarının eşit olduğu ve 10 öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasındaki planlarının matematiksel amacı belirleme öğesindeki puanlarının öğretim uygulaması öncesine göre daha yüksek olduğu Tablo 4.8'de görülebilir. Bunun nedeni öğretmen adaylarının yazmış oldukları planlarda matematiksel amaçları belirgin bir şekilde ifade edememiş olmalarıdır. Öğretmen adayları amaç yazarken derste öğrencilerin öğreneceği kavramlara ve kavramları anlamanın ne demek olduğuna odaklanmak yerine ya çok genel ifadelerle kavramları belirsiz bir şekilde tanımlayarak amaç yazmışlar ya da öğrencilerin görevi çözmek için yapacaklarına odaklanmışlardır. Matematiksel amacı belirleme öğesinde öğretim uygulaması öncesine göre puanı düşen öğretmen adayı olmadığı ve öğretim uygulaması öncesi ile sonrasında yapılan planların puanları arasında öğretim uygulaması sonrasındaki planlar lehine istatistiksel olarak anlamlı ($p<0,05$) fark olduğu için öğretmen adaylarının bu öğede başarılı olduğu ifade edilebilir. Öğretmen adaylarının matematiksel amacı belirleme öğesinde başarılı olmalarının nedeninin gerçekleştirilen öğretim uygulamasında matematik derslerini planlarken amaç belirlemenin öneminin vurgulanması ve 5. haftada matematiksel amaç yazma etkinliği yapılması olduğu ifade edilebilir. Bu öğe için "ÖT" problemi için yapılan planlardaki başarı, "GA" problemi için yapılan planlardan daha

yüksektir. Buna rağmen 30 öğretmen adayının puanı değişmediğinden "ÖT" problemi için yapılan planlardaki başarının da düşük olduğu söylenebilir. Başarının düşük olmasının nedeninin geliştirilmesi olası matematiksel kavramları belirlemede öğretmen adaylarının zorluk yaşamaları olduğu ifade edilebilir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planlarında matematiksel amacı belirlemelerine pozitif etkisi olduğu bulgusu ile Swafford vd. (1997); Fernandez vd. (2003); Hughes ve Smith (2004); Fernandez (2005); Hughes (2006)'in çalışmalarının bulguları arasında benzerlik vardır. Bu çalışmalarda da öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamalarına katılan öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin yapmış oldukları planlarda matematiksel amacı ifade etme konusunda gelişmeler kaydettiği ortaya çıkmıştır. Fernandez vd. (2003)'nin çalışmasına katılan öğretmenler ise kendilerine rehberlik eden öğretmenler tarafından vurgulandıktan sonra dersin matematiksel amacını belirlemeye dikkat etmişlerdir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planların öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde aldıkları puanlarda anlamlı farklılık olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.9'da verilmiştir.

Tablo 4.9: "ÖT" planlarında öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	5,20*	0,000
Pozitif Sıra	34	17,50	595,00		
Eşit	6				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4.9'da verilmiş olan analiz sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yapmış oldukları planlarda öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesindeki puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=5,20$; $p<0,05$). Fark puanların sıra toplamları dikkate alınırsa, gözlenen bu farkın pozitif sıralar lehinde olduğu görülebilir. Yani öğretim uygulamasından sonraki planların öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesindeki puanları lehine anlamlı fark söz konusudur. Ayrıca çalışmaya katılan 34 öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde öğretim uygulaması öncesine göre daha yüksek puanlar aldıkları, 6 öğretmen adayının öğretim uygulaması öncesindeki ve sonrasındaki puanlarının eşit olduğu da Tablo 4.9'da görülebilir. Buna dayanarak matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının planlarında öğrencilerin problemlerde kullanabilecekleri farklı çözüm stratejilerini dikkate almaları anlamına gelen öğrencilerin doğru çözümlerini öngörmede önemli bir etkisinin olduğu ifade edilebilir. Bunun nedeninin, gerçekleştirilen öğretim uygulamasında matematik derslerini planlarken planlama için seçilen matematiksel görevlerin çeşitli çözüm yollarına sahip görevler diğer bir deyişle yüksek bilişsel gereklilik düzeylerine sahip görevler olması ve plan yaparken kullanılan görevlerin farklı çözüm yollarının planda yer alması gerektiğinin vurgulanması ve bunları içeren örnek planların sunulması olduğu ifade edilebilir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planlarda öğrencilerin problemlerde kullanabilecekleri farklı çözüm stratejilerini daha fazla dikkate aldıkları bulgusu ile öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarını içeren çalışmalardaki (Carpenter vd., 1989; Fennema vd., 1996; Barnett, 1998; Masingila ve Doerr, 2002; Fernandez vd., 2003; Hughes ve Smith, 2004; Hughes, 2006; Lee, 2006) bulgular arasında paralellik vardır. Çünkü öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarına katılan öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin yaptıkları planlarda öğrencilerin problemleri çözerken kullanabilecekleri farklı çözüm stratejilerini ele alma konusunda ilerleme kaydettikleri görülmüştür (Carpenter vd., 1989; Fennema vd., 1996; Barnett, 1998; Masingila ve Doerr, 2002; Fernandez vd., 2003; Hughes ve Smith, 2004; Hughes, 2006; Lee, 2006).

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi için yaptıkları planların öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki puanlarının anlamlı farklılık gösterip göstermediğine ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.10'da verilmiştir. Test sonuçlarına göre araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yaptıkları planların öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde aldıkları puanlar arasında anlamlı bir fark vardır ($z=5,50$; $p<0,05$). Fark puanların sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu fark pozitif sıralar lehindedir. Başka bir deyişle öğretim uygulamasından sonraki planların öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki puanları lehine anlamlı farklılık söz konusudur.

Tablo 4.10: "ÖT" planlarında öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	1	7,50	7,50	5,50*	0,000
Pozitif Sıra	39	20,83	812,50		
Eşit	0				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesi için 39 öğretmen adayının puanlarının öğretim uygulaması sonrasında artmış olduğu, bir öğretmen adayının planlarının puanlarının öğretim uygulaması sonrasında azalmış olduğu da Tablo 4.10'da görülebilir. Bu bulgulara dayanarak matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planladıkları derste öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörmelerinde etkili olduğu ifade edilebilir. Öğretmen adayları öğretim uygulaması öncesinde yaptıkları planlarda öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yollarını belirli bir şekilde ifade etmemişlerdir; ifade ettikleri hatalar sınırlı kalmıştır. Öğretim uygulaması sonrasındaki planlarda ise öğrencilerin yanlış düşünebilme yolları daha ayrıntılı bir şekilde ifade edilmiştir. Öğretmen adaylarının neredeyse tamamının (39 kişi) öğretim uygulaması sonrasındaki planlarında öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki puanlarını arttırmış olmasının nedeninin, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında, öğrencilerin yapabilecekleri hataların, düşebilecekleri kavram yanılgılarının öngörülüp planlamada dikkate alınması gerektiğinin vurgulanması ve öğrencilerin yapabilecekleri hataları, düşebilecekleri kavram yanılgılarını içeren örnek planların incelemeleri için öğretmen adaylarına sunulması olduğu söylenebilir. Hughes (2006)'in çalışmasına katılan öğretmen adayları da öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde ilerleme göstermişlerdir ancak öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında düşük puanlar alarak en az ilerlemeyi bu öğede göstermişlerdir. Öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını temel alan öğretim uygulamalarını ele alan başka çalışmalarda da öğretmenlerin derslerinde öğrencilerinin karşılaştıkları zorluklara, yaptıkları hatalara odaklandıkları görülmüştür (Barnett, 1998; Masingila ve Doerr, 2002; Sherin ve Han, 2004). Bunlara dayanarak bu çalışmada gerçekleştirilen matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının benzer öğretim uygulamalarında olduğu gibi öğretmen adaylarının planladıkları derste öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörmelerinde etkili olduğu ifade edilebilir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi için yaptıkları planların öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde aldıkları puanların anlamlı farklılık gösterip göstermediğine ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.11'de verilmiştir.

Tablo 4.11: "ÖT" planlarında öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	$5{,}45^{*}$	0,000
Pozitif Sıra	36	18,50	666,00		
Eşit	4				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4.11'de verilen test sonuçları öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yapmış oldukları planların öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde aldıkları puanlar arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=5{,}45$; $p<0{,}05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen fark pozitif sıralar lehindedir. Yani öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde öğretim uygulamasından sonraki planların puanları lehine anlamlı fark vardır. Ayrıca öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde 36 öğretmen adayının puanı öğretim uygulaması sonrasında artmış 4 öğretmen adayının puanı ise öğretim uygulaması öncesinden sonrasına değişmemiştir (Tablo 4.11). Elde edilen bulgulara göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planladıkları derste öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sormalarında etkili olduğu ifade edilebilir. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarını ele alan çalışmalarda (Vacc ve Bright, 1999; Warfield, 2001; Masingila ve Doerr, 2002; Fernandez vd., 2003; Hughes ve Smith, 2004; Kazemi ve Franke, 2004; Hughes, 2006; Lee, 2006) da öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının derslerinde öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sormalarında ilerlemeler olduğu ortaya çıkmıştır. Bu sonuçlara dayanarak benzer öğretim uygulamalarında olduğu gibi matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının da öğretmen adaylarının planladıkları derste öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sormalarını geliştirdiği ifade edilebilir. Bunun nedeninin öğretim uygulamasında, planlanan derslerde öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular belirlenmesi gerektiğinin vurgulanması ve öğrencilere sorulabilecek sorular içeren örnek planların incelemeleri için öğretmen adaylarına sunulması olduğu söylenebilir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi için yaptıkları planların öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde aldıkları puanlarda anlamlı farklılık olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.12'de verilmiştir.

Tablo 4.12: "ÖT" planlarında öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	1	15,00	15,00	5,29*	0,000
Pozitif Sıra	34	18,09	615,00		
Eşit	5				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4.12'de verilen test sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yapmış oldukları planlarda öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesindeki puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=5,29$; $p<0,05$). Fark puanların sıra toplamları dikkate alınırsa, gözlenen farkın pozitif sıralar lehinde olduğu görülür. Başka bir deyişle öğretim uygulamasından sonraki planlarda öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesindeki puanlar lehine anlamlı fark vardır. Ayrıca Tablo4.12 incelendiğinde öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 5 öğretmen adayının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasındaki puanlarının eşit olduğu, 34 öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasındaki puanlarının öğretim uygulaması öncesine göre yüksek olduğu, bir öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasındaki puanlarının öğretim uygulaması öncesine göre düşük olduğu görülebilir. Bu bulgulara benzer bulgular öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarını içeren çalışmalarda (Hughes ve Smith, 2004; Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006; Hughes, 2006) da ortaya çıkmıştır. Buna dayanarak benzer öğretim uygulamalarında olduğu gibi matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının planladıkları derste öğrencilerin düşünmesine dayandırılan bir tartışma geliştirmelerinde etkili olduğu ifade edilebilir. Öğretmen adaylarının öğrencilerin düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde başarılı olmalarının nedeninin gerçekleştirilen öğretim uygulamasında matematik derslerini planlarken öğrencilerin çözümlerine dayalı olarak tartışma düzenlemek için yapılması gerekenlerin vurgulanması, 8. haftada örnek bir problem hakkındaki bir sınıf tartışmasının incelenmesi etkinliğinin yapılması ve öğrenci düşünmesine dayalı olarak tartışma düzenlemeyi içeren örnek planların incelemeleri için öğretmen adaylarına sunulması olduğu söylenebilir.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planların dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde aldıkları puanlarda anlamlı farklılık olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.13'te verilmiştir.

Tablo 4.13: "ÖT" planlarında dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme puanlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	**n**	**Sıra Ortalaması**	**Sıra Toplamı**	**z**	**p**
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	5,05*	0,000
Pozitif Sıra	31	16,00	496,00		
Eşit	9				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4.13'te verilen test sonuçları öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında yaptıkları planların dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesindeki puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=5,05$; $p<0,05$). Fark puanların sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen farkın pozitif sıralar lehinde olduğu görülebilir. Yani öğretim uygulamasından sonraki planların dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesindeki puanları lehine farklılık vardır. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 9 öğretmen adayının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasındaki puanlarının eşit, 31 öğretmen adayının öğretim uygulaması sonrasındaki puanlarının öğretim uygulaması öncesine göre yüksek olduğu Tablo 4.13'te görülebilir. Bu bulgulara göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının planladıkları derslerdeki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenlemelerinde etkili olduğu ifade edilebilir. Benzer şekilde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklı öğretim uygulamalarını içeren araştırmalara katılan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme konusunda gelişmeler gösterdikleri ortaya çıkmıştır (Stein, Hughes, Engle ve Smith, 2003'ten aktaran Hughes, 2006; Hughes ve Smith, 2004; Hughes, 2006; Metz, 2007). Öğretmen adaylarının dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde başarılı olmalarının nedeninin gerçekleştirilen öğretim uygulamasında matematik derslerini planlarken dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenlemek için yapılması gerekenlerin vurgulanması, 8. haftada örnek bir problem hakkındaki bir sınıf tartışmasının incelenmesi etkinliğinin yapılması ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenlemeyi içeren örnek planların incelemeleri için öğretmen adaylarına sunulması olduğu ifade edilebilir. Bu öğedeki başarı oranının diğer öğelere (matematiksel amacı belirleme öğesi hariç) göre daha düşük olmasının nedeni ise öğretmen adaylarının geliştirilmesi olası matematiksel kavramları belirlemede zorluk yaşamalarından dolayı bu kavramları açığa çıkaracak şekilde tartışma düzenlemek için gerekli olan soruları ve yanıtlarını ifade edememiş olmalarıdır.

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi için yaptıkları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre incelenmesi ile bulunan toplam puanlarında anlamlı farklılık olup olmadığına ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları Tablo 4.14'te verilmiştir. Analiz sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planların toplam puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=5.53$, $p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, ortaya çıkan farkın pozitif sıralar lehinde olduğu görülebilir. Başka bir deyişle öğretim uygulamasından sonra yapılan planların toplam puanları lehine anlamlı farklılık vardır.

Tablo 4.14: "ÖT" planlarında toplam puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Negatif Sıra	0	0,00	0,00	5,53*	0,000
Pozitif Sıra	40	20,50	820,00		
Eşit	0				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Tüm öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasındaki planlarının toplam puanlarının, öğretim uygulaması öncesindeki planların toplam puanlarından yüksek olduğu Tablo 4.14'te görülebilir. Bu bulgulara göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yapmalarında önemli bir etkisinin olduğu söylenebilir.

Sonuç olarak, öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde "ÖT" problemi için yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanlar ve toplam puanların öğretim uygulaması sonrasındaki puanlar ile karşılaştırılması sonucunda, öğretim uygulaması sonrasındaki planların tüm öğelerdeki puanları lehine ve toplam puanları lehine anlamlı fark olduğu ortaya çıkmıştır. Buna dayanarak matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesini dikkate alan planlar yapmalarına olumlu etkisinin olduğu yorumu yapılabilir.

4.2 İkinci Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın ikinci alt problemi "Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının kalıcılığı nasıldır ve öğretmen adaylarının öğretim uygulaması tamamlandıktan bir yarıyıl sonra yaptıkları planların puanları ile öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planların puanları arasında anlamlı fark var mıdır?" şeklindedir. Bu soruya yanıt bulmak için öğretmen adaylarına öğretim uygulaması bittikten bir yarıyıl sonra "Grafiklerden Açıklamalara [GA]" ve "Özel Tişörtler [ÖT]" problemleri verilmiş ve bu problemler çerçevesinde planlamalar yapmaları istenmiştir. Yapılan planlar Hughes (2006) tarafından geliştirilen Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenerek analiz edilmiştir. Ders Planlama Öğeleri Rubriği 6 boyutlu toplam 14 puanlık bir rubriktir ve planlarda açıkça ifade edilmiş öneriler ile belirsiz bir şekilde yapılmış planları ayırt etmek amacıyla tasarlanmıştır (Hughes 2006). Rubriğe göre, dersin matematiksel amacını belirleme 2 puan, öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme 3 puan, öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme 3 puan, öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletme 2 puan, öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme 2 puan ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme 2 puan olarak kodlanmıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenmesi sonucu elde edilen puanlar EK N'deki tablolarda yer almaktadır. İzleyen bölümlerde matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre aldıkları puanların toplamlarının dağılımına, öğelere göre dağılımlarına ve öğretim uygulaması sonrasında yapılan planlar ile öğretim uygulamasının kalıcılığını belirlemek için yapılan planların karşılaştırmalarına yer verilmiştir. Bulgular planlardan alıntılarla yorumlanmıştır.

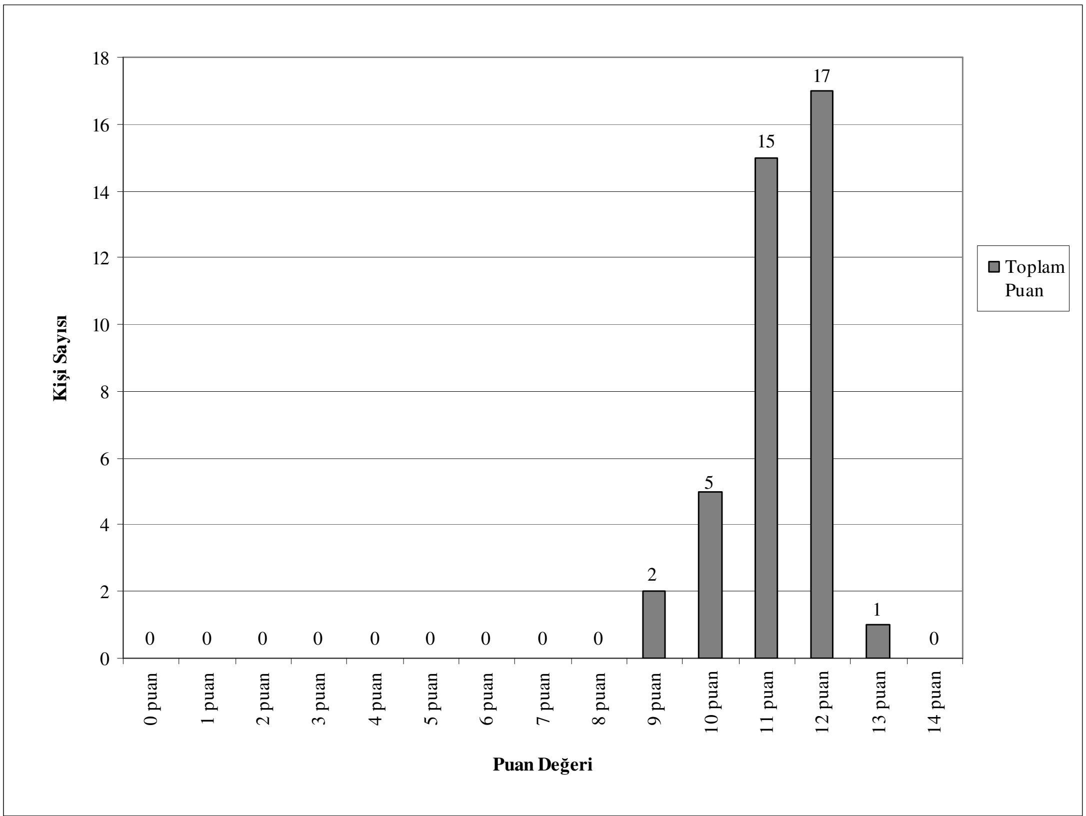
4.2.1 Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular

Matematiksel düşünme odaklı öğretim 2010–2011 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında uygulanmıştır. Bu yarıyılı izleyen yarıyıl olan 2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında çalışmaya katılan öğretmen adaylarının 38 tanesi Matematik Özel Öğretim Yöntemleri II dersini almıştır. Matematik Özel Öğretim Yöntemleri II dersi kapsamında öğretmen adaylarından matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında öğrenmiş oldukları planlama anlayışına uygun planlar yapmaları ve yaptıkları planları sınıfta arkadaşlarına sunmaları istenmiştir. Ayrıca, 2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında çalışmaya katılan 40 öğretmen adayından gönüllü olan 23'ü ile Okul Deneyimi dersi yürütülmüştür. Okul deneyimi dersine devam eden öğretmen adayları, bu ders kapsamında uygulamaya gittikleri okullarda işleyebilecekleri konular içerisinden seçim yaparak 2–3 kişilik gruplar halinde matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında öğrenmiş oldukları planlama anlayışına uygun planlar yapmışlardır. Her gruptan bir kişi yaptıkları planı Okul

Deneyimi dersi kapsamında uygulamaya gittikleri okuldaki sınıfta uygulamıştır ve grubun çalışmaları dersin teorik kısmında (fakültedeki derste) paylaşılmıştır. 2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılı sonunda (matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra) çalışmaya katılan öğretmen adaylarına (40 kişi) "GA" ve "ÖT" problemleri tekrar verilerek planlamalar yapmaları istenmiştir. Yapılan bu planlar da Hughes (2006) tarafından geliştirilen Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenerek analiz edilmiştir. Aşağıdaki bölümlerde elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

4.2.1.1 Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra "Grafiklerden Açıklamalara" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile puanlanması sonucu elde edilen bulgular ile Şekil 4.9 ve Şekil 4.10'da yer alan grafikler oluşturulmuştur.

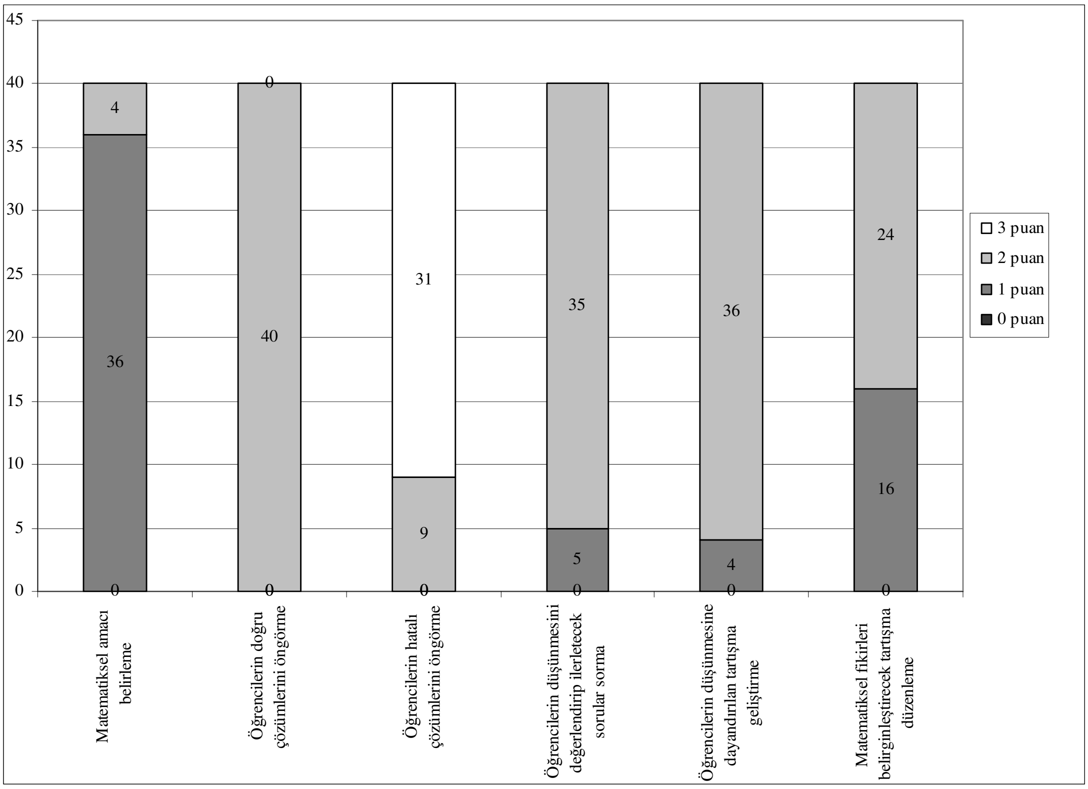


Şekil 4.9: Öğretimden bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra, öğretmen adaylarının "GA" problemi için yaptıkları planlar, Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre toplamda en fazla 13 puan almıştır (Şekil 4.9). 1 öğretmen adayının planı toplamda 13 puan, 17 öğretmen adayının planı toplamda 12 puan, 15 öğretmen adayının planı toplamda 11 puan, 5 öğretmen adayının planı toplamda 10 puan, 2 öğretmen adayının planı toplamda 9 puan almıştır. "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların almış oldukları puanların ortalaması 11,25'tir. Toplamda alınabilecek en yüksek puan olan 14 puan düşünüldüğünde bu puanın oldukça yüksek olduğu ifade edilebilir. Buna göre öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların matematiksel düşünmeye odaklanmada başarılı olduğu yorumu yapılabilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre aldıkları puanların öğelere göre dağılımı Şekil 4.10'da verilmiştir. Şekil 4.10'da görüldüğü üzere öğretmen adaylarının planlarından öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 3 puan (tam puan) alan olmamış; diğer öğelerde tam puan alınamaması gibi bir durum ortaya çıkmamıştır. Öte yandan öğretmen adaylarının planları hiçbir öğede 0 puan ile değerlendirilmemiştir. Bunun nedeni öğretmen adaylarının planlarında tüm planlama öğelerini dikkate almış olmalarıdır. Buna göre öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yaptıkları planlarda matematiksel düşünme odaklı planlamada önemli olan öğeleri dikkate aldıkları için planların matematiksel düşünmeye odaklanmış olduğu yorumu yapılabilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi için yapılan planlar, belirsiz önerilerde bulunulan öğeler için tam puandan düşük puanlarla kodlanmıştır. Örneğin 36 öğretmen adayı dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 1 puan almıştır (Şekil 4.10). Bu öğede 1 puan alan öğretmen adayları dersin matematiksel amaçlarını yazarken, "*grafikleri okuma, yorumlama ve tanımlama*" (11. Öğretmen adayı) örneğindeki gibi kavramların ne anlama geldiğini belirsiz bir şekilde ifade etmişler ya da "*problem çözme ve muhakeme etme becerisini geliştirme*" (16. Öğretmen adayı) örneğindeki gibi öğrencilerin sergileyeceği becerilere odaklanmışlar ya da "*iki grafiğin kesişiminin anlamını ifade edebilme, grafik*(ğin) *yatay ekseni kesmesi ile limon standı karı arasında ilişki kurabilme,* *yüzme yarışında kazananı zamandan yola çıkarak bulabilme*" (27. Öğretmen adayı) örneğindeki gibi öğrencilerin görevi tamamlamak için yapacaklarına odaklanmışlardır. 4 öğretmen adayı "*öğrencilerin verilen grafikleri doğru okuyabilmesi, öğrencilerin grafikleri verilere uygun yorumlayabilmesi; grafikleri sabit, artan, parabol oluşlarına göre farklılıklarını belirleyebilmesi, doğruların eğimi ile hız ilişkisini kavrayabilmesi*" (14. Öğretmen adayı) örneğindeki gibi plan için öngörülen amaçların çoğunu ifade ettiğinden dersin matematiksel amacını belirleme öğesi için 2 puan (tam puan) almıştır. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi için yapılan planlarda dersin matematiksel amacını belirleme öğesindeki bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğede başarılarının çok yüksek olmadığı söylenebilir.



Şekil 4.10: Öğretimden bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemleri için yaptıkları planlarda öğrencilerin problem üzerinde çalışırken kullanabilecekleri en az bir doğru yaklaşımı belirli bir şekilde tanımladıkları fakat bu yaklaşımlar sınırlı kaldığı için, bütün öğretmen adayları öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 2 puan almıştır (bkz. Şekil 4.10). Tüm öğretmen adayları her bir problem için birer çözüm yolu önermiş fakat ya 1. problemdeki grafikte hız eğim ilişkisini kurmamış ya da 2. problemdeki grafikte kârdaki ani düşüş nedenini açıklamamış ya da 3. problemdeki grafikte gönderin yüksekliğinin hesaplanması için herhangi bir strateji önermemiş ya da 4. problemdeki grafik için hızlar sabit olmadığından grafiğin doğrusal olmadığından bahsetmemiştir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi için yapılan planlarda öğrencilerin doğru düşünmelerini öngörme öğesinden elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının çok yüksek olmadığı söylenebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemleri için yaptıkları planlarda öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde, öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yollarını açık bir şekilde ifade ettiği için 9 öğretmen adayı 2 puan; 31 öğretmen adayı 3 puan (tam puan) almıştır (bkz. Şekil 4.10). 2 puan alan öğretmen adayları her bir problem için öğrencilerin yapabileceği birer hata ifade etmişlerdir. Bu öğede 3 puan alan öğretmen adayları 6 ile 15 arasında değişen sayıda öğrencilerin yapabileceğini öngördükleri hataları ifade etmişlerdir. Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 3 puan verilen öğretmen adayları, 1. problem için "*grafiğin kesim noktasında Ali ile babasının yan yana geldiğini anlamayabilir. Ali yarışa geç başladığı için yarışı geç bitireceğini düşünebilir.*", 2. problem için "*Doğrunun sıfırın altında olmasının sebebinin maliyet olduğunu düşünemeyebilirler. Limon*(ata) *satmaya başlamadan limonatacının zarar ettiğini anlamayabilirler. Doğrunun x eksenini kestiği noktanın* (noktada) *kar elde etmeye başlandığını anlamayabilirler.*", 3. problem için "*bayrağın hareketini açıklayamayabilirler. Bayrağın yükselmesinin zaman içinde değişmemesini dikkate almayabilirler*" 4. problem için "*İlk 30 metreyi Ayşe daha önce bitirdiği için yarışı Ayşe'nin kazanacağını düşünebilirler.*" (24. Öğretmen adayı) örneğindeki gibi öğrencilerin yapabilecekleri hataları açıkça ifade ederek hataların çoğunu ifade etmek için bir çaba göstermişlerdir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki başarılarının çok yüksek olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemleri için yapılan planlar için öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde 5 öğretmen adayı 1 puan; 35 öğretmen adayı 2 puan (tam puan) almıştır (bkz. Şekil 4.10). Bu öğe için 1 puan alan öğretmen adayları ya hangi matematiksel anlayışı ortaya çıkartmak için olduğunu belirtmeden sorular sormayı önermiş ya da sadece öğrencilerin yapacaklarını düşündüğü hatalar için soru önermiştir. Öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde 2 puan alan öğretmen adayları ise öğrencilerin doğru ve yanlış çözümlerine yönelen sorular sormayı önermişlerdir yani öğrencilerin problem hakkında düşünmelerine dayalı koşullar altında sorulacak sorular belirlemişlerdir. Örneğin, 28. öğretmen adayı planında görev oluşturma başlığı altında 4 soru; öğrenciler göreve başlayamazlarsa 3 soru; öğrenciler erken bitirirlerse 2 soru; 1. problemin doğru çözümü için 3 soru, yanlış çözümü için 3 soru; 2. problemin doğru çözümü için 3 soru, yanlış çözümü için 3 soru; 3. problemin doğru çözümü için 4 soru, yanlış çözümü için 3 soru; 4. problemin doğru çözümü için 2 soru, yanlış çözümü için 3 soru yazarak ifade etmiştir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra “GA” problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulardan öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesindeki başarılarının yüksek olduğu ifade edilebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra “GA” problemi çerçevesinde yapılan planlarda öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesi için 4 öğretmen adayı 1 puan; 36 öğretmen adayı ise 2 puan almıştır (bkz. Şekil 4.10). 1 puan alan öğretmen adayları her bir probleme yönelik olarak tartışma için sorular (1–7 soru) belirlemiş fakat sorulara hangi öğrenci yanıtının uygun olduğunu belirtmemişlerdir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra “GA” problemi çerçevesinde yapılan planlardan öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde elde bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının yüksek olduğu söylenebilir.

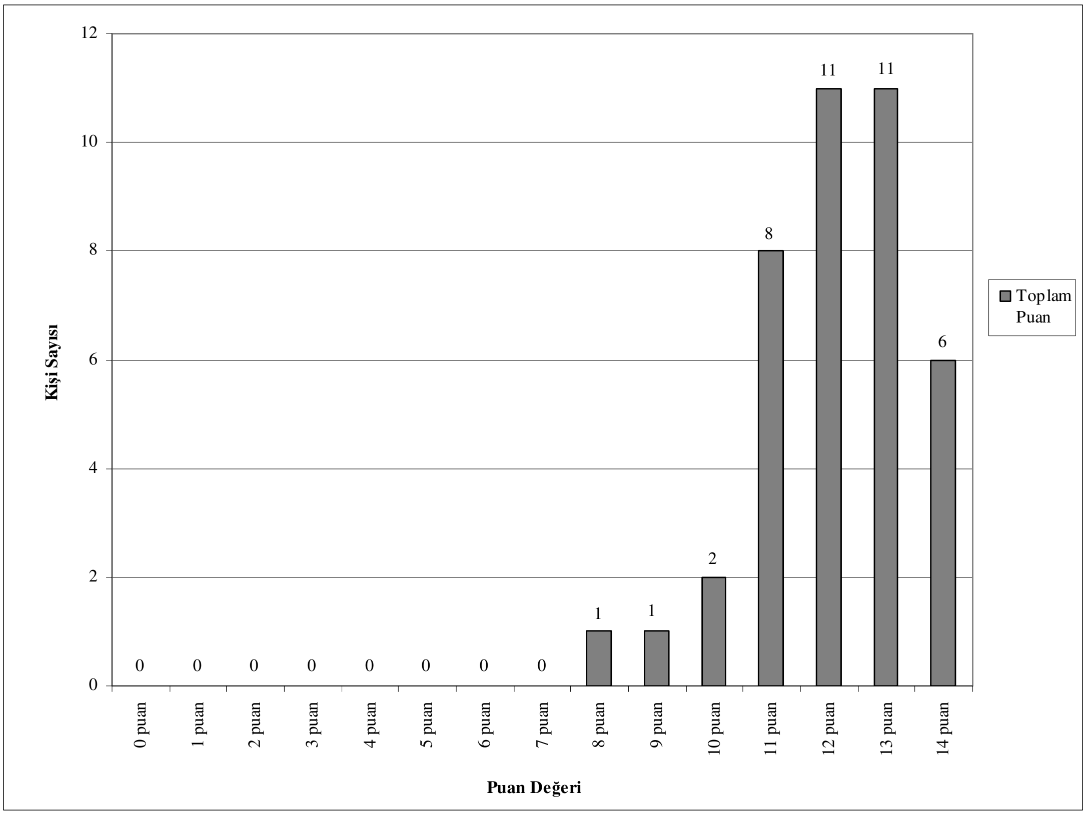
Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra “GA” problemleri için yapılan planlarda dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesi için 16 öğretmen adayı 1 puan ve 24 öğretmen adayı 2 puan almıştır (bkz. Şekil 4.10). Bu öğede 1 puan alan öğretmen adaylarından bir tanesi “Bu ders *problem çözme, grafik okuma ve yorumlama becerilerini geliştirmek için kullanılmıştır. Ayrıca öğrenciler, grafikteki doğruların birbirleriyle kesiştiği noktanın, eksenlerle kesiştiği noktaların ve doğruların eğimlerinin ne ifade ettiğini kavrar.* ” (16.

öğretmen adayı) şeklinde belirli matematiksel fikirleri ifade etmiş fakat bu fikirlerin matematiksel amaçlarına ulaşması için sorulacak hiçbir belirli soru önermemiştir. 1 puan verilen diğer 15 öğretmen adayı hangi matematiksel düşünceyi geliştireceğini belirtmeden soru sormayı önermişlerdir. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 2 puan verilen öğretmen adayları ise tartışma ile ortaya çıkarılacak matematiksel fikirleri ifade ederek sorular sormayı önermişlerdir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapılan planlardan dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının yüksek olduğu söylenebilir.

4.2.1.2 Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra "Özel Tişörtler" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular

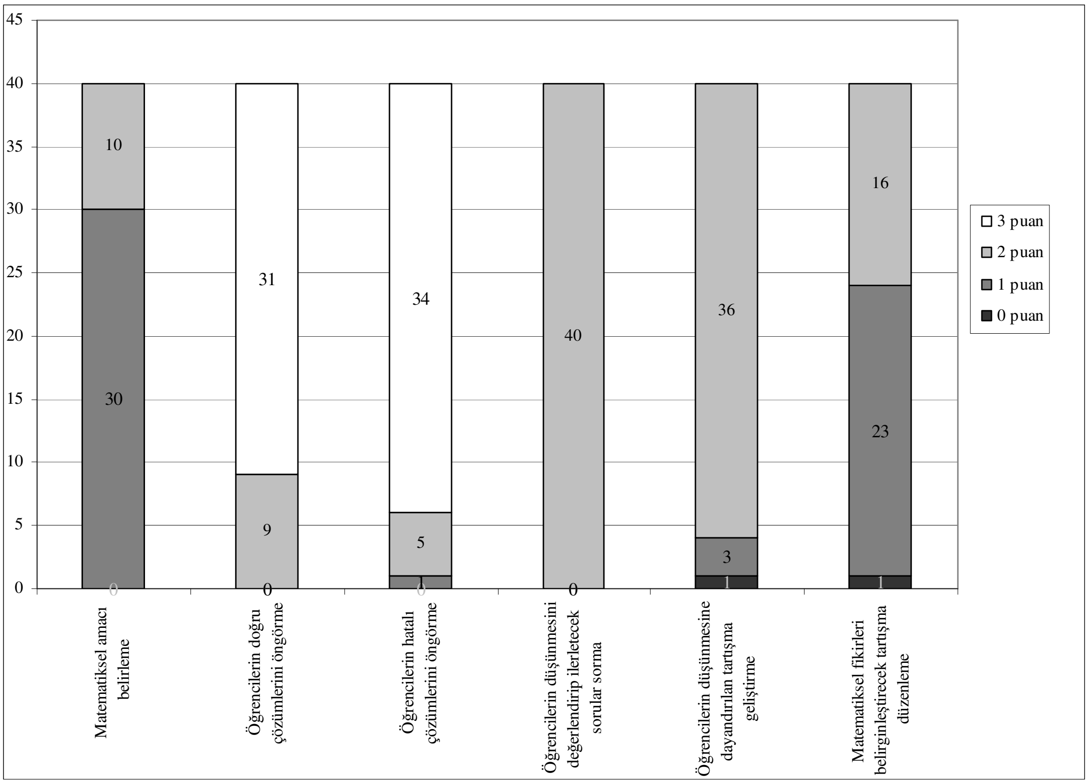
Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi için yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenerek analizinden elde edilen puanlar ile oluşturulan grafikler Şekil 4.11 ve Şekil 4.12'de verilmiştir.

Şekil 4.11'de de görüldüğü üzere matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra, öğretmen adaylarının "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planlar, Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre toplamda en fazla 14 puan almıştır. 40 öğretmen adayından 6 tanesinin planı toplamda 14 puan; 11 öğretmen adayının planı toplamda 13 puan; 11 öğretmen adayının planı toplamda 12 puan; 8 öğretmen adayının planı toplamda 11 puan, 2 öğretmen adayının planı toplamda 10 puan ve birer öğretmen adayının planı toplamda 9 puan ile 8 puan almıştır (Şekil 4.11). Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlara verilen toplam puanların ortalaması 12,10'dur. Bu ortalama, öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanlarının ortalaması olan 11,25'e göre daha yüksektir ancak toplamda alınabilecek en yüksek puan olan 14 puan göz önüne alındığında her iki ortalamanın yüksek olduğu ifade edilebilir. Başka bir deyişle, öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planlardan elde edilen bulgular, yapmış oldukları planlarda öğretmen adaylarının öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine daha çok odaklandıkları şeklinde yorumlanabilir.



Şekil 4.11: Öğretimden bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanların dağılımı Şekil 4.12'deki grafikte gösterilmiştir. Şekil 4.12 incelendiğinde, öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonrasındaki planları için Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelerde tam puan alınamaması gibi bir durum ortaya çıkmamıştır. En az öğretmen adayının tam puan aldığı öğe, 10 kişi ile dersin matematiksel amacını belirleme ve 16 kişi ile matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesi olmuştur. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planlarda, bir öğretmen adayı (40. öğretmen adayı) öğrenci düşünmesine bağlı tartışma geliştirmeyi ifade etmediği ve bir öğretmen adayı (39. öğretmen adayı) matematiksel düşüncenin geliştirilmesi için soru belirtmediği için bu öğelerde 0 puan almıştır (Şekil 4.12). Buna göre öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planlarda matematiksel düşünme odaklı planlamada önemli olan öğeleri dikkate aldıkları için planların matematiksel düşünmeye odaklanmış olduğu yorumu yapılabilir.



Şekil 4.12: Öğretimden bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planlarda, öğretmen adayları belirsiz önerilerde bulundukları öğeler için tam puandan düşük puanlar almıştır (Şekil 4.12). Örneğin dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 30 öğretmen adayı 1 puan almıştır. Bu öğede 1 puan alan öğretmen adaylarından 15 tanesi öngörülen bir amacı; 15 tanesi öngörülen iki amacı uygun bir şekilde ifade etmiştir. 1 puan öngörülen bu öğretmen adayları uygun bir şekilde ifade ettikleri amaçlar yanında kavramları belirsiz bir şekilde tanımlayan ve öğrencilerin sergileyeceği becerilere odaklanan amaçlar da ifade etmişlerdir. "ÖT" problemi için yapılan planlar için öngörülen amaçların (4 amaç) çoğunu ifade eden 10 öğretmen adayının planları dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 2 puan (tam puan) almıştır. Örneğin 8. öğretmen adayı "*verilen bir problemi cebirsel olarak ifade edebilme ve açıklayabilme, eğimim cebirsel gösteriminde x'in katsayısı olduğunu açıklayabilme, doğruların x ve y eksenlerini kestiği noktaları ifade edebilme, eğim kavramını açıklayabilme ve doğrunun eğimini hesaplayabilme, bir problem durumunun farklı çözümleri arasındaki ilişkiyi görebilme*" şeklinde plan için öngörülen amaçların çoğunu ifade etmiştir. Bu bulgulara dayanılarak öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi için yapılan planlarda dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde öğretmen adaylarının başarılarının çok yüksek olmadığı söylenebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda hiçbir öğretmen adayı öğrencilerin problem üzerinde çalışırken kullanabileceği doğru çözüm yolları için belirsiz önerilerde bulunmamıştır. Bu nedenle öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 1 puan alan plan olmamıştır. Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde 9 öğretmen adayının planı 2 puan, 31 öğretmen adayının planı 3 puan (tam puan) almıştır (bkz. Şekil 4.12). Bu öğede 2 puan alan öğretmen adaylarından ikisi (2. ve 39. öğretmen adayları) problem için tablo ve grafik ile çözüm; yedisi ise problem için denklem ve tablo ile çözüm önermiştir. 3 puan alan 31 öğretmen adayı planlarında öğrencilerin tablo, denklem ve grafik çözümlerini göstereceklerini ifade etmişlerdir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi için yapılan planlarda öğrencilerin doğru düşünmelerini öngörme öğesinden elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının yüksek olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda, öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 1 öğretmen adayı 1 puan; 5 öğretmen adayı 2 puan ve 34 öğretmen adayı 3 puan almıştır (bkz. Şekil 4.12). Bu öğede 1 puan alan tek kişi olan 9. öğretmen adayı öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yollarını "*öğrenciler soruyu deneme yanılma ile çözmeye çalışabilirler. İşlem hatasından (dikkatsizlikten) kaynaklanan hatalar.*" olarak belirsiz bir şekilde ifade etmiştir. Bu öğede 2 puan alan öğretmen adayları öğrencilerin problem üzerinde çalışırlarken yapabilecekleri hataları yazarken öngörülen hatalardan sadece bir tanesini ifade edebilmişlerdir ve öngörülen hatalar dışında hatalar belirtmişlerdir. Öngörülen hatalar dışındaki hataları "*öğrenciler denklem kurmada problem yaşayabilirler*" (18. öğretmen adayı) örneğindeki gibi belirgin bir şekilde ifade edememiştir. 20. öğretmen adayı planında öngörülen hatalar dışında 6 hata ifade etmiştir ve hataları ifade etme çabası olduğundan öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 2 puan ile değerlendirilmiştir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planlarda öğrencilerin problem üzerinde çalışırken karşılaşabilecekleri zorlukları belirli bir şekilde tanımlayan 34 öğretmen adayı 3 puan almıştır. Planları öğrencilerin yanlış düşünmelerini öngörme öğesinde 3 puan olarak kodlanan öğretmen adayları 3 ile 8 arasında değişen sayıda hatayı öğrencilerin yapabileceğini öngördüğünü ifade etmişlerdir. Bu öğretmen adaylarından 30 tanesi öngörülen hatalardan farklı hatalar da ifade etmişlerdir. Örneğin öngörülen 5 hatayı ve daha fazlasını ifade eden 36. öğretmen adayı, hataları "*sistematik tablo yapma yönteminde 0. adımı sadece tasarım ücreti alacağını düşünmeyebilir. Tasarım ücretine bakarak özel tişörtler şirketinin daha avantajlı olduğunu düşünebilir. Grafiğin başlangıç noktasını 0 alabilir. İki doğrunun çakıştığı durumu doğru şekilde yorumla*(ma)*yabilir. Grafiği çizerken doğruların eğimleri*(ni) *göz ardı edebilir. Birimlerinin farklı olduğu durumda dikkat etmeyebilir. I. Dereceden denklem kurmada zorluk çekebilir. 2 denklemin* (denklemi) *birbirine eşitleyeceğini fark etmeyebilir. x=1 değerini işlemin sonucu olarak düşünebilir. Sistematik liste yönteminde 0. adımı sadece tasarım ücreti olacağını düşünmeyebilir.*" şeklinde ifade etmiştir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi için yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesindeki başarılarının yüksek olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda, öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde tüm öğretmen adayları sorular sormayı önererek her bir sorunun hangi koşullarda sorulacağını ifade ettikleri için 2 puan (tam puan) almıştır (bkz. Şekil 4.12). Bu öğede 2 puan alan öğretmen adaylarından bir tanesi öğrencilerin başlamada güçlük yaşamaları ve olası doğru çözümler için 15 soru sormayı; dört tanesi öğrencilerin başlamada güçlük yaşamaları, erken bitirmeleri durumunda ve yapabilecekleri hatalara yönelik olarak (8–12 soru) soru sormayı; yedi tanesi olası doğru çözümler için olduklarını belirttikleri çeşitli sayılarda (3–9 arası) sorular sormayı ve öğrencilerin yapabilecekleri hatalar için olduklarını belirttikleri çeşitli sayılarda (2–15 arası) sorular sormayı; 28 tanesi ise öğrencilerin başlamada güçlük yaşamaları, erken bitirmeleri durumunda çeşitli sayılarda (1–4 arası) sorular sormayı, doğru çözümler için olduklarını belirttikleri çeşitli sayılarda (3–15 arası) sorular sormayı ve öğrencilerin yapabilecekleri hatalar için olduklarını belirttikleri çeşitli sayılarda (2–15 arası) sorular sormayı önererek her bir sorunun hangi koşullarda sorulacağını ifade etmişlerdir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlardan elde edilen bulgulara göre çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesindeki başarılarının çok yüksek olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 3 öğretmen adayı 1 puan, 36 öğretmen adayı ise 2 puan almıştır (bkz. Şekil 4.12). Bu öğede 1 puan alan öğretmen adaylarından biri olan 39. öğretmen adayı "*çözümü bitiren gruplardan farklı çözüm yapanlardan birer öğrenci tahtaya kaldırarak çözüm yapmalarını ve sınıfa sunmalarını isterim. Bu aşamada açıklama yaparken matematiksel olarak ifade etmesini ve açıklama yapmasını özellikle isterim*" şeklinde matematiksel fikirleri vurgulayan belirli sorular olmadan öğrencilerden çözümlerin açıklamasının isteneceğini ifade etmiştir. 1 puan verilen bir diğer öğretmen adayı olan 18. öğretmen adayı ise tartışma için 3 soru belirtmiş fakat sorulara hangi çözümlerin uygun olduğunu ifade etmemiştir. 1 puan verilen üçüncü öğretmen adayı olan 33. öğretmen adayı tartışma için çok az soru (2 soru) belirtmiştir. 2 puan verilen öğretmen adayları ise öğrenci yanıtlarının hangi sıra ile tartışılacağını belirterek olası çözümler için (3–22 arası sayıda) sorular sormayı önermişler ve sorulara uygun öğrenci çözümlerini belirtmişlerdir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlardan öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde elde bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının yüksek olduğu söylenebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 23 öğretmen adayı 1 puan, 16 öğretmen adayı ise 2 puan (tam puan) almıştır (bkz. Şekil 4.12). Bu öğe için 1 puan alan öğretmen adaylarından 21 tanesi hangi matematiksel düşünceyi geliştireceğini belirtmeden çeşitli sayıda (3–13 arası) soru ve yanıtını ifade etmiştir. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 1 puan alan öğretmen adaylarından biri olan 18. öğretmen adayı belirli bir matematiksel düşüncenin iyi geliştirilmiş olması için çok az soru (3 soru) ifade ederek yanıtlarını yazmamıştır. 1 puan alan öğretmen adaylarından biri olan 40. öğretmen adayı ise matematiksel fikirleri ifade etmiş fakat öğrencilerin bu fikirlerdeki matematiksel amaçlara ulaşmaları için sorulacak hiçbir soru önermemiştir. Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 2 puan (tam puan) alan öğretmen adayları tartışılacak matematiksel fikirleri belirterek çeşitli sayılarda (4–22 arası) sorular ve yanıtlarını belirtmişlerdir. Bu öğretmen adaylarından 6 tanesi belirtmiş oldukları matematiksel fikirlere pek uygun olmayan sorular ve yanıtlarını ifade etmiştir. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlardan dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde elde edilen bulgulara göre öğretmen adaylarının bu öğedeki başarılarının çok yüksek olmadığı söylenebilir.

4.2.2 Öğretim Sonrasında Yapılan Planlar ile Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra Yapılan Planların Karşılaştırılması

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının kalıcılığını belirlemek için öğretmen adaylarına uygulamadan bir yarıyıl sonra (2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılı sonunda) "GA" ve "ÖT" problemleri tekrar verilerek planlamalar yapmaları istenmiş ve yapılan planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenerek kodlanmıştır. Öğretim uygulamasının kalıcılığını belirlemek üzere yapılan planların puanlarına SPSS 12.0 programı ile normallik testi yapılmış puanların normal dağılım göstermediği görülmüştür. Puanlar normal dağılım göstermediğinde iki ilişkili ölçüm setine ait puanlar arasındaki farkın anlamlılığını test etmek için Wilcoxon işaretli sıralar testi kullanıldığı (Büyüköztürk, 2003) için öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonrasında öğretmen adaylarının yaptıkları planların puanların karşılaştırması, Wilcoxon işaretli sıralar testi ile gerçekleştirilmiştir.

4.2.2.1 Öğretim Sonrasında ve Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra "Grafiklerden Açıklamalara" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planların Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "GA" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenmesi sonucu öğelere göre aldıkları puanlar ve toplam puanlar arasında anlamlı farklılık olup olmadığı belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testinin sonuçları Tablo 4.15'te verilmiştir.

Tablo 4.15'te görüldüğü üzere analiz sonucunda, araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planlarda matematiksel amacı belirleme ve öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğelerinde almış oldukları puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığı ortaya çıkmıştır (p>0,05). Bunun anlamı "GA" problemi çerçevesinde öğretim uygulaması sonrasında yapılan planlar ile öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planlarda söz konusu öğelerdeki puanlarda herhangi bir düşme ya da yükselme olmamış olmasıdır.

Tablo 4.15: "GA" planlarındaki puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Öğeler	Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
	Negatif Sıra	1	3,00	3,00	1,342*	0,180
1	Pozitif Sıra	4	3,00	12,00		
	Eşit	35				
	Negatif Sıra	5	3,00	15,00	2,236**	0,025
2	Pozitif Sıra	0	0,00	0,00		
	Eşit	35				
	Negatif Sıra	0	0,00	0,00	3,753*	0,000
3	Pozitif Sıra	16	8,50	136,00		
	Eşit	24				
	Negatif Sıra	2	5,00	10,00	1,941*	0,052
4	Pozitif Sıra	8	5,63	45,00		
	Eşit	30				
	Negatif Sıra	0	0,00	0,00	4,523*	0,000
5	Pozitif Sıra	22	11,50	253,00		
	Eşit	18				
	Negatif Sıra	2	9,50	19,00	3,740*	0,000
6	Pozitif Sıra	20	11,70	234,00		
	Eşit	18				
	Negatif Sıra	2	6,00	12,00	4,671*	0,000
Toplam	Pozitif Sıra	29	16,69	484,00		
	Eşit	9				

* Negatif sıralar temeline dayalı ** Pozitif sıralar temeline dayalı

Öğeler için açıklamalar: 1. Matematiksel amacı belirleme, **2.** Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme, **3.** Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme, **4.**Öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma, **5.** Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme, **6.** Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme

Öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planlarda öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme, öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğelerindeki puanlar arasında anlamlı bir fark olduğu ortaya çıkmıştır ($p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen fark pozitif sıralar lehindedir. Buna göre öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapmış oldukları planlar, öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme, öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğelerinde öğretim uygulaması sonrasındaki planlardan daha fazla puan almıştır (bkz Tablo 4.15).

Analiz sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planlarda öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde almış oldukları puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=2,236$; $p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu fark negatif sıralar lehindedir (bkz Tablo 4.15). Buna göre, öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planların, öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde öğretim uygulaması sonrasındaki planlardan daha az puan aldığı yorumu yapılabilir.

Öğretim uygulaması sonrasında yapılan planlar ile öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre incelenmesi ile elde edilen toplam puanların anlamlı farklılık gösterip göstermediğine ilişkin Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları da Tablo 4.15'te verilmiştir. Analiz sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planların toplam puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=4,671$; $p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, ortaya çıkan farkın pozitif sıralar lehinde olduğu görülebilir. Yani öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planların toplam puanları lehine anlamlı farklılık vardır. Ayrıca Tablo 4.15 incelendiğinde 29 öğretmen adayının toplam puanının arttığı, 9 öğretmen adayının toplam puanının değişmediği ve 2 öğretmen adayının ise toplam puanının düştüğü görülebilir. Öğretmen adaylarının kalıcılığın belirlenmesi için genel olarak daha yüksek puan almış olmalarının nedeninin 2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında almış oldukları Özel Öğretim Yöntemleri II dersinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yaparak sınıfta arkadaşlarına sunmaları ve planların grupça değerlendirilmesi olduğu ifade edilebilir.

Tablo 4.15 incelenirse öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra “GA” problemi çerçevesinde yapılan planların analizleri sonucunda kalıcılık puanlarının düştüğü tek öğenin öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesi olduğu görülebilir. Öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planlarda problemin farklı çözüm yollarını ele almada yetersiz kalmış olmaları bu öğedeki düşüşün nedeni olduğu ifade edilebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra “GA” problemi çerçevesinde yapılan planların öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesindeki puanların öğretim uygulaması öncesinde yapılan planlardaki puanlardan daha düşük olup olmadığını belirlemek için bu puanlar için Wilcoxon işaretli sıralar testi yapılmıştır. Tablo 4.16’da verilen test sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planlarda öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde almış oldukları puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir (z=5,798; p<0,05). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu fark pozitif sıralar lehindedir.

Tablo 4.16: Öğretim öncesi ve bir yarıyıl sonrası “GA” planlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Öğeler	Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme	Negatif Sıra	0	0	0,00	5,798*	0,000
	Pozitif Sıra	40	20,50	820,00		
	Eşit	0				

* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4.16’daki test sonuçlarına göre, öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planların, öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde öğretim uygulaması öncesindeki planlardan daha yüksek puanlar aldığı yorumu yapılabilir. Buna göre öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planların öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesindeki puanları öğretim uygulaması öncesine göre düşmediğinden matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının bu öğede de kalıcılığının olduğu ifade edilebilir.

4.2.2.2 Öğretim Sonrasında ve Öğretimden Bir Yarıyıl Sonra "Özel Tişörtler" Problemi Çerçevesinde Yapılan Planların Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenmesi sonucu öğelere göre aldıkları puanlar ve toplam puanlar arasında anlamlı farklılık olup olmadığı belirlemek için yapılan Wilcoxon işaretli sıralar testinin sonuçları Tablo 4.17'de verilmiştir.

Tablo 4.17'de görüldüğü üzere Wilcoxon işaretli sıralar testi, öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planlarda öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde almış oldukları puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=2,121$; $p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu fark negatif sıralar lehindedir. Başka bir deyişle öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planlar, öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde öğretim uygulaması sonrasındaki planlardan daha az puan almıştır. Aslında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların analizleri sonucu kalıcılık puanlarının düştüğü tek öğe öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesi olmuştur. Bu bulgu ile "GA" problemi çerçevesinde yapılan planlardan söz konusu öğede elde edilen bulgu tutarlılık göstermektedir.

Tablo 4.17'de görüldüğü üzere analiz sonuçları, araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planlarda öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde almış oldukları puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir ($z=3,162$; $p<0,05$). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu fark pozitif sıralar lehindedir. Yani öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesi için öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planlar, öğretim uygulaması sonrasında yaptıkları planlardan daha fazla puan almıştır. Öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planların puanları, sadece öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde artmıştır. Bunun nedeni öğretmen adaylarının 2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında almış oldukları Özel Öğretim Yöntemleri II dersinde hazırlamış oldukları planlar ve bu planları incelemeleri olabilir.

Tablo 4.17: "ÖT" planlarındaki puanların Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Öğeler	Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
1	Negatif Sıra	8	9,00	72,00	0,243*	0,808
	Pozitif Sıra	9	9,00	81,00		
	Eşit	23				
2	Negatif Sıra	7	4,50	31,50	2,121**	0,034
	Pozitif Sıra	1	4,50	4,50		
	Eşit	32				
3	Negatif Sıra	4	4,00	16,00	0,302*	0,763
	Pozitif Sıra	4	5,00	20,00		
	Eşit	32				
4	Negatif Sıra	0	0,00	0,00	3,162*	0,002
	Pozitif Sıra	10	5,50	55,00		
	Eşit	30				
5	Negatif Sıra	4	7,50	30,00	1,886*	0,059
	Pozitif Sıra	11	8,18	90,00		
	Eşit	25				
6	Negatif Sıra	5	8,00	40,00	1,291*	0,197
	Pozitif Sıra	10	8,00	80,00		
	Eşit	25				
Toplam	Negatif Sıra	8	16, 50	132,00	1,401*	0,161
	Pozitif Sıra	19	12,95	246,00		
	Eşit	13				

* Negatif sıralar temeline dayalı ** Pozitif sıralar temeline dayalı

Öğeler için açıklamalar: 1. Matematiksel amacı belirleme, **2.** Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme, **3.** Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme, **4.**Öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma, **5.** Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme, **6.** Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme

Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planlarda matematiksel amacı belirleme, öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme, öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğelerinde almış oldukları puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığı ortaya çıkmıştır (p>0,05) (bkz. Tablo 4.17). Buna göre "ÖT" problemi çerçevesinde öğretim uygulaması sonrasında yapılan planlar ile öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planlarda söz konusu öğelerdeki puanlarda herhangi bir düşme ya da yükselme olmamıştır.

Tablo 4.17'de görüldüğü üzere Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları, "ÖT" problemi çerçevesinde öğretim uygulaması sonrasında yapılan planlar ile öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre incelenmesi ile bulunan toplam puanlar arasında anlamlı bir fark olmadığını göstermiştir (z=1,401, p>0,05). Yani öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planların toplam puanları, öğretim uygulaması sonrasındaki planların toplam puanlarına yakındır. Tablo 4.17 incelendiğinde 19 öğretmen adayının toplam puanının arttığı, 13 öğretmen adayının toplam puanının değişmediği ve 8 öğretmen adayının ise toplam puanının düştüğü de görülmektedir.

Tablo 4.17 incelenirse öğretim uygulaması sonrasında ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların analizleri sonucunda kalıcılık puanlarının düştüğü tek öğenin öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesi olduğu görülmüştür. "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların bu öğesinden elde edilen bulgularla paralellik gösteren bu durumun öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planlarda problemin farklı çözüm yollarını ele almada yetersiz kalmış olmalarından kaynaklandığı ifade edilebilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesindeki puanların öğretim uygulaması öncesinde yapılan planlardaki puanlardan daha düşük olup olmadığını belirlemek için bu puanlar için Wilcoxon işaretli sıralar testi yapılmıştır. Tablo 4.18'de verilen test sonuçları araştırmaya katılan öğretmen adaylarının öğretim uygulaması öncesinde ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planlarda öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde almış oldukları puanları arasında anlamlı bir fark olduğunu göstermiştir (z=4,969; p<0,05). Fark puanlarının sıra toplamları dikkate alındığında, gözlenen bu fark pozitif sıralar lehindedir.

Tablo 4.18: Öğretim öncesi ve bir yarıyıl sonrası "ÖT" planlarının Wilcoxon işaretli sıralar testi sonuçları

Öğe	Sontest-Öntest	n	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	z	p
Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme	Negatif Sıra	1	9,50	9,50	4,969*	0,000
	Pozitif Sıra	32	17,23	551,50		
	Eşit	7				

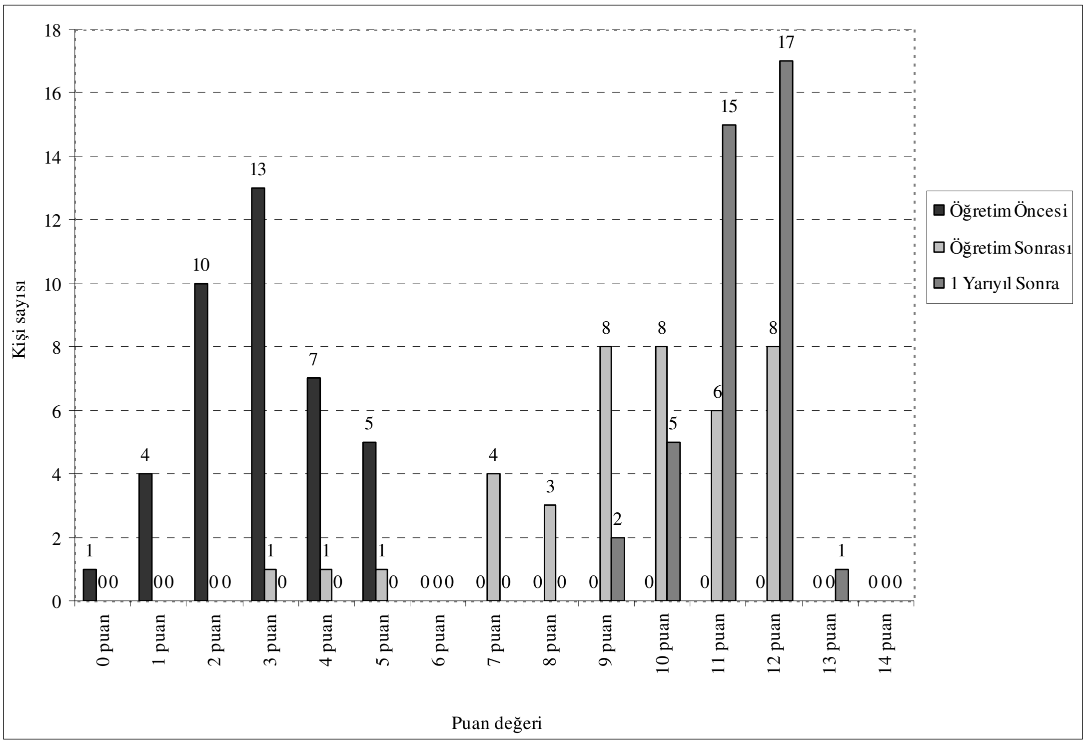
* Negatif sıralar temeline dayalı

Tablo 4.18'deki test sonuçlarına göre, öğretmen adaylarının öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yaptıkları planların, öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde öğretim uygulaması öncesindeki planlardan daha yüksek puanlar aldığı yorumu yapılabilir. Buna göre öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra yapılan planların öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesindeki puanları öğretim uygulaması öncesine göre düşmediğinden matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının bu öğede de kalıcılığının olduğu ifade edilebilir.

4.3 Birinci ve İkinci Alt Problemlere Yönelik Bulguların Yorumları

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde, sonrasında ve bir yarıyıl sonrasında öğretmen adaylarının "GA" ve "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile puanlanması sonucu elde edilen bulgular EK N'deki Tablo N.1 ve Tablo N.2'de verilmiştir. Her bir öğretmen adayının yaptıkları planlardan aldıkları puanların öğretim uygulaması öncesinden sonrasına ve bir yarıyıl sonrasına nasıl değiştiği bu tablolarda görülebilir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde, sonrasında ve bir yarıyıl sonrasında öğretmen adaylarının "GA" problemi çerçevesinde yaptıkları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile puanlanması sonucu elde edilen bulgular ile Şekil 4.13'teki grafik oluşturulmuştur. Öğretim uygulamasına katılmadan önce öğretmen adaylarının "GA" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planların toplam puanlarının, öğretim uygulaması sonrasındaki puanlar ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonraki puanlardan daha düşük olduğu Şekil 4.13'teki grafikte görülebilir.



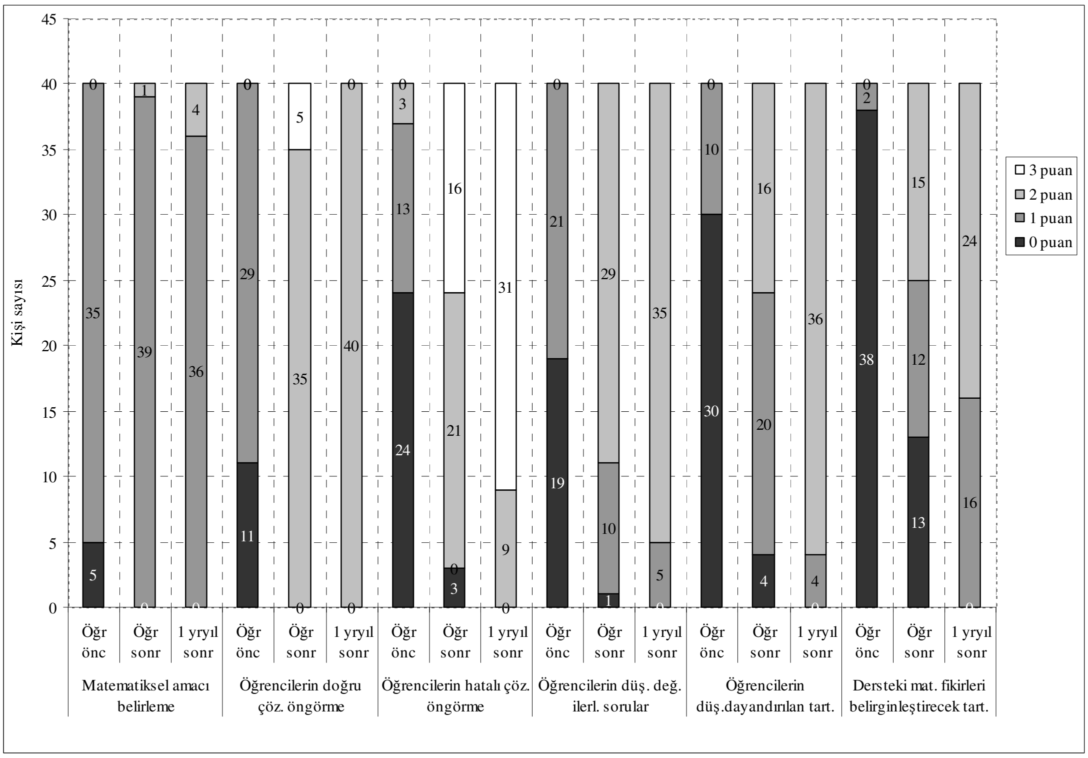
Şekil 4.13: "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları

Öğretim uygulaması öncesinde öğretmen adaylarının "GA" problemi çerçevesinde yaptıkları planlar, Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre toplamda en az 0 puan ve en fazla 5 puan almıştır (Şekil 4.13). 3 puan, en çok kişi (13 öğretmen adayı) tarafından alınan puan olmuştur. Öğretim uygulaması sonrasında öğretmen adaylarının "GA" problemi çerçevesinde yaptıkları planlar, toplamda en az 3 puan en fazla 12 puan almıştır. Buna göre, öğretmen adaylarının "GA" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planların toplam puanları, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması sonrasında artmıştır yorumu yapılabilir.

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonraki planlar toplamda en az 9 puan ve en fazla 13 puan almıştır (Şekil 4.13). Bu bulguya dayanarak öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonraki planların toplam puanları (kalıcılık puanları) da artmıştır yorumu yapılabilir. Buna göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye odaklanan planlamada kalıcılığının yüksek olduğu ifade edilebilir. Öğretmen adaylarının kalıcılık puanlarının daha yüksek olmasının nedeni, 2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında almış oldukları Özel Öğretim Yöntemleri II dersinde, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında öğrenmiş oldukları anlayışla öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yaparak sınıfta arkadaşlarına sunmalarıdır ve planların grupça değerlendirilmesidir şeklinde yorumlanabilir.

Öğretim uygulaması öncesinde, sonrasında ve bir yarıyıl sonrasında "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanlarla Şekil 4.14'deki grafik oluşturulmuştur.

Şekil 4.14'teki grafik incelendiğinde, öğretmen adaylarının yapmış oldukları planların tüm öğelerdeki puanlarının öğretim uygulamasından sonra artmış olduğu görülebilir. Öğretim uygulaması sonrasında en çok artışın öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme, öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme, öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma, öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğelerinde olduğu da grafikte görülebilir. Öğelerdeki artışın nedeninin matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında matematiksel düşünmeye odaklanan derslerin planlanması için bu öğelere yapılan vurgu ve yapılan etkinlikler olduğu ifade edilebilir.

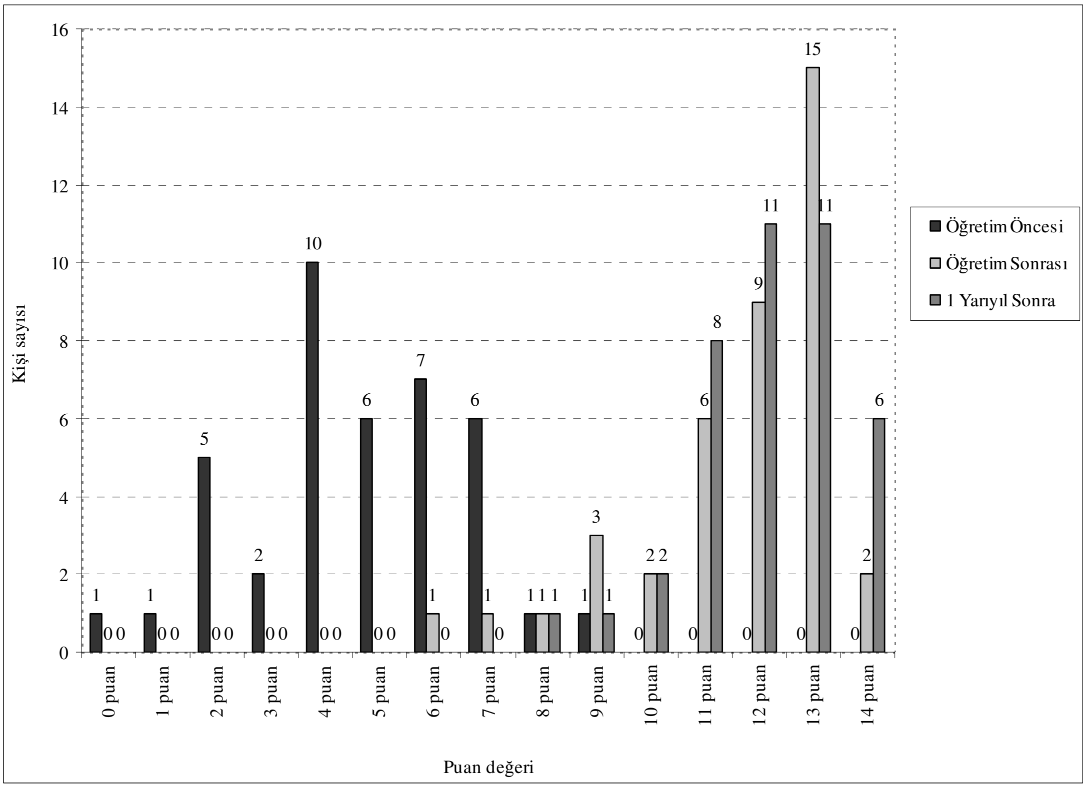


Şekil 4.14: "GA" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları

Şekil 4.14'teki grafikte görüldüğü üzere öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonraki puanlar öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde düşmüş diğer öğelerde artmıştır. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra en çok artış öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme, öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma ve öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğelerinde olmuştur. Öğretmen adaylarının kalıcılık puanlarının yüksek olmasının nedeni, 2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında almış oldukları Özel Öğretim Yöntemleri II dersinde, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında öğrenmiş oldukları anlayışla öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yaparak sınıfta arkadaşlarına sunmalarıdır ve planların grupça değerlendirilmesidir şeklinde yorumlanabilir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde, sonrasında ve bir yarıyıl sonrasında öğretmen adaylarının "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planların Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile puanlanması sonucu elde edilen bulgular ile Şekil 4.15'teki grafik oluşturulmuştur. Öğretim uygulamasına katıldıktan sonra ve öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra öğretmen adaylarının "ÖT" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planların toplam puanlarının, öğretim öncesindeki puanlardan daha yüksek olduğu Şekil 4.15'teki grafikte görülebilir.

Öğretim uygulaması öncesinde öğretmen adaylarının "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre toplamda en az 0 puan ve en fazla 9 puan almıştır (Şekil 4.15). 4 puan, en çok kişi (10 öğretmen adayı) tarafından alınan puan olmuştur. Öğretim uygulaması sonrasında öğretmen adaylarının "ÖT" problemi çerçevesinde yaptıkları planlar, toplamda en az 6 puan en fazla 14 puan almıştır. Buna göre öğretmen adaylarının "ÖT" problemi çerçevesinde yapmış oldukları planların toplam puanları, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması sonrasında artmıştır yorumu yapılabilir.

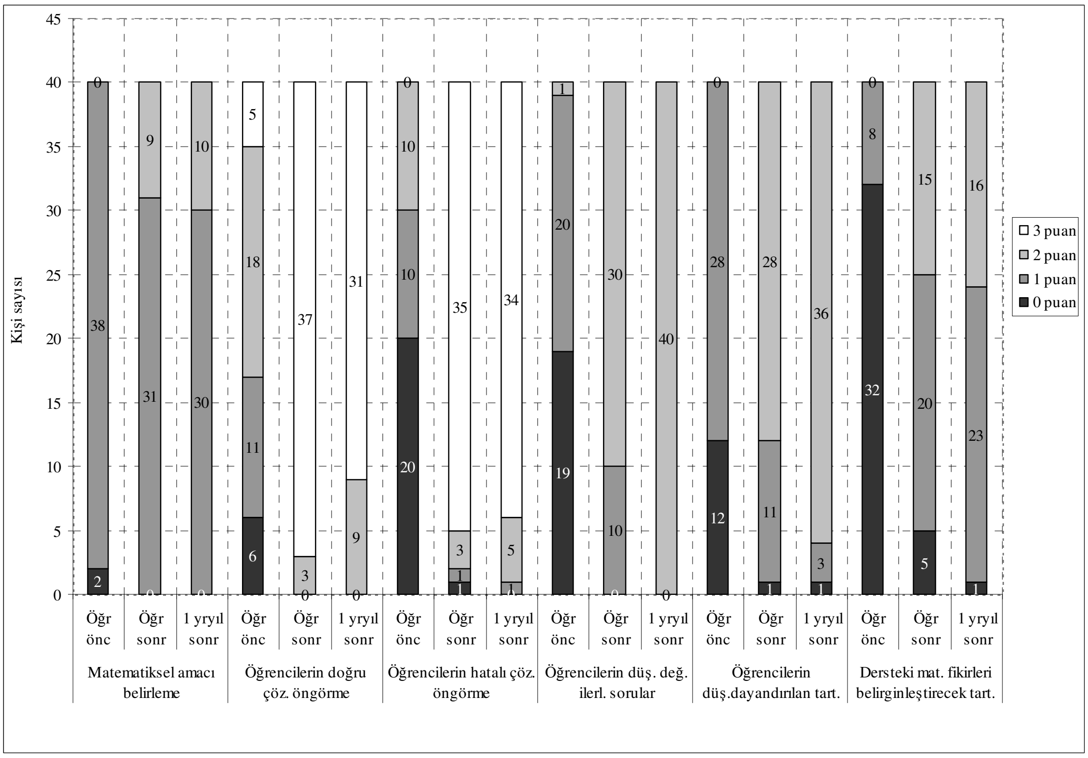


Şekil 4.15: "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları

Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonraki planlar toplamda en az 8 puan ve en fazla 14 puan almıştır (Şekil 4.15). Bu bulguya dayanarak öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra"ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların toplam puanları (kalıcılık puanları) da artmıştır yorumu yapılabilir. Buna göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye odaklanan planlamada kalıcılığının yüksek olduğu ifade edilebilir. Öğretmen adaylarının kalıcılık puanlarının daha yüksek olmasının nedeninin 2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında almış oldukları Özel Öğretim Yöntemleri II dersinde öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yaparak sınıfta arkadaşlarına sunmaları ve planların grupça değerlendirilmesi olduğu ifade edilebilir.

Öğretim uygulaması öncesinde, sonrasında ve bir yarıyıl sonrasında "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların Ders Planlama Öğeleri Rubriğindeki öğelere göre aldıkları puanlarla Şekil 4.16'daki grafik oluşturulmuştur. Şekil 4.16 incelendiğinde, öğretmen adaylarının yapmış oldukları planların tüm öğelerdeki puanlarının öğretim uygulamasından sonra artmış olduğu görülebilir. Öğretim uygulaması sonrasında en çok artışın öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme, öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme, öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma ve öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğelerinde olduğu da grafikte görülebilir. Öğelerdeki artışın nedeninin matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında matematiksel düşünmeye odaklanan derslerin planlanması için öğelere yapılan vurgu ve yapılan etkinlikler olduğu ifade edilebilir.

Şekil 4.16'daki grafikte görüldüğü üzere öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonraki puanlar ise öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde düşmüş diğer öğelerde ise artmıştır. Öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra en çok artış öğrencilerin öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma ve öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğelerinde olmuştur. Öğretmen adaylarının kalıcılık puanlarının yüksek olmasının nedeninin 2011–2012 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında almış oldukları Özel Öğretim Yöntemleri II dersinde, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında öğrenmiş oldukları anlayışla öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yaparak sınıfta arkadaşlarına sunmaları ve planların grupça değerlendirilmesi olduğu ifade edilebilir.



Şekil 4.16: "ÖT" problemi çerçevesinde yapılan planların öğelere göre puanları

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması öncesinde, sonrasında ve bir yarıyıl sonrasında öğretmen adaylarının "GA" ve "ÖT" problemleri çerçevesinde yaptıkları planlardan elde edilen bulgularla oluşturulan grafiklerde (bkz. Şekil 4.13, Şekil 4.14, Şekil 4.15 ve Şekil 4.16) "ÖT" planlarının puanlarının "GA" planlarının puanlarından daha yüksek olduğu görülebilir. Bunun nedeni "GA" probleminin öğretmen adaylarının öğretim hayatlarında karşılaştıkları problemlerden farklı bir yapıda olması ve "ÖT" probleminin öğretim hayatlarında karşılaştıkları problemlere daha çok benzeyen yapıda olması olabilir. Buradan seçilen problemlerin veya görevlerin öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerilerini etkileyebildiği yorumu yapılabilir.

4.4 Üçüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın üçüncü alt problemi "Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşleri nasıldır?" şeklindedir. Bu soruya yanıt bulmak için öğretim uygulamasına katılan öğretmen adayları ile EK L.1'de yer alan görüşme formu kullanılarak yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Yazılı hale getirilen görüşme verileri incelenip kodlanmış ve kodlamalara göre sınıflandırılarak analiz edilmiştir. Görüşme verilerinin analizi ile elde edilen veriler Tablo 4.19'da özetlenmiştir. Yapılan analizlere göre yorumlar yapılmıştır. Araştırmacı tarafından yapılan yorumları desteklemek ve öğretmen adaylarının bakış açılarını yansıtmak için görüşme verilerinden alıntılara yer verilmiştir.

Görüşmede, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında vurgulanan ders planlama öğeleri hakkındaki bilgi ve görüşlerini sormak amacıyla öğretmen adaylarına ilk olarak "Matematik derslerini planlarken dikkate almanız gerekenler nelerdir? Açıklar mısınız?" sorusu yöneltilmiştir. Bu soruda "*Dersin amaçları ve hedefleri belirlenmelidir.*" (2. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 37 öğretmen adayı, matematik derslerini planlarken dersin matematiksel amacının veya dersin amaçlarının belirlenmesi gerektiğini ifade etmiştir. "*Bir ders planında … öğrencilerin düşebileceği kavram yanılgıları, … bulunmalıdır.*" (6. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 30 öğretmen adayı öğrencilerin olası kavram yanılgıları veya problem üzerinde çalışırken yapabilecekleri hataların ya da yaşadıkları zorlukların öngörülüp matematik derslerini planlarken dikkate alınması gerektiğini belirtmiştir (Tablo 4.19).

Tablo 4.19: Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşleri

Sorular	İfade edilen görüş	Kişi sayısı
1	Matematiksel amaç	37
	Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme	24
	Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme	30
	Öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma	29
	Derste yapılan tartışma	24
	Önbilgi hatırlatması	28
2	Ders programı	29
	Öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri	27
	Zaman	24
	Materyaller	24
	Almış olduğunuz eğitim	19
	Ders kitapları	19
	Yöntem	17
	Matematik öğretimi kitapları	6
3	Ders planlama	35*
	Kavram yanılgıları ve hatalar	15
	Görevler için farklı çözüm yollarını ele alma	13
4	Planlamaya katkı	25
	Öğretimi uygulamaya katkı	20
	Matematik öğretimini etkili hale getirme	9
5	Matematiksel bir görevin bilişsel gereklilikleri	40*
	Ders Boyunca Düşünme Protokolü	39*
	Örnek olaylar	38*
	Matematiksel görevler çerçevesi	36*
6	Matematiksel düşünme	39*
7	Keşfetmeye dayalı etkinlikler	14
	Soru sormayı kullanma	11
	Matematiksel dilin kullanımına önem verme	9
	Yüksek düzey bilişsel gerekliliklere sahip görevler seçme	8

* Olumlu görüş bildiren kişi sayısı

Birinci soruya verilen yanıtlarda "*Öğrenci düşünmesini odaklama, değerlendirme ve ilerletme potansiyeline sahip çeşitli sorular listelenmeli.*" (24. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 29 öğretmen adayı, matematik derslerini planlarken öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek soruların belirlenmesi gerektiğini ifade etmiştir. "*…problemin olası çözümleri … bulunmalı.*" (5. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 24 öğretmen adayı, matematik derslerini planlarken derste kullanılan problem(ler)in çözüm yollarının belirlenmesi gerektiğini belirtmiştir. 24 öğretmen adayı "*…bir sınıf tartışması düzenlenecek şekilde sorular yer almalıdır.*" (13. öğretmen adayı) alıntısındaki gibi derste yapılacak tartışma ile ilgili ifadelerle tartışma yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Ayrıca 28 öğretmen adayı (öğretmen adaylarının çoğunluğu) "*Konu ile ilgili önbilgilerin hatırlatılması gerekir.*" (15. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi matematik derslerini planlarken öğrencilerin önbilgilerinin dikkate alınması gerektiğini belirtmiştir (bkz. Tablo 4.19).

Öğretmen adaylarının birinci soruya vermiş olduğu yanıtlardan, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında vurgulanan öğeler hakkında bilgilerinin olduğu ve bu öğelerin ders planlarında dikkate alınması gerektiğini ifade ettikleri sonucu çıkarılabilir. Çünkü matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması esnasında bir ders planında olması gereken öğeler amaç, olası çözüm yolları ve kavram yanılgıları, öğrencilerin düşünmesini ilerletecek sorular ve tartışma düzenlenmesi olarak belirtilmiştir. Öğrencilerin sahip olduğu önbilgilerin dikkate alınması gerektiği öğretim uygulaması esnasına üzerinde durulan bir başka özelliktir.

Çalışmaya katılan öğretmen adaylarının görüşmedeki birinci soruya verdikleri yanıtların, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye odaklanan dersler planlamalarını içeren araştırmalarda matematiksel düşünmeye odaklanan planlarda bulunan özellikleri içerdiği ifade edilebilir. Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeye odaklanan dersler planlamalarını içeren araştırmalarda matematiksel düşünmeye odaklanan planlarda bulunan özellikler, derste öğrencilerin öğrenecekleri kavramlara yönelik olarak anlamları oluşturup bağlantıları keşfetmelerini sağlayacak amaçların belirlenmesi (Fernandez 2005; Fernandez vd., 2003; Hughes, 2006; Swafford vd., 1997), işlenecek konu ile önceki bilgilerin ilişkilendirilmesi (Fernandez vd., 2003; Lee, 2006), farklı öğrenci yanıtlarının beklenmesi (Fernandez vd., 2003; Hughes ve Smith, 2004; Lee, 2006), öğrencilerin düşünmelerini ortaya çıkarmak ve öğrenci düşünmesini ilerlemek için soru sormanın kullanılması (Fernandez vd., 2003;

Hughes ve Smith, 2004; Lee, 2006) şeklindedir.

Görüşme esnasında öğretmen adaylarına yöneltilen ikinci soru "Hangi faktörler ders planlama sürecinizi etkiler?" şeklindedir. Bu soruya verilen yanıtlarda ders planlama sürecini etkileyen faktör olarak en çok öğretmen adayı (29 öğretmen adayı) tarafından belirtilen faktör "*Ders planlama sürecini etkileyen en önemli faktör ders programıdır.*" (4. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi ders programı olmuştur. 24 öğretmen adayı ise "*Ders planını hazırlarken … zamanı iyi ayarlamak gerekir.*" (11. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi zamanın ders planlama sürecini etkileyen bir faktör olduğunu ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.19).

İkinci soruya verilen yanıtlarda 24 öğretmen adayı "*Materyaller öğrencilerin keşfetmesini sağlamak için önemli.*" (23. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi materyallerin ders planlama sürecinde etkili olduğunu belirtmiştir. "*Ders planlamada ... , bize uygulanan eğitim etkilidir.*" (3. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 19 öğretmen adayı almış oldukları eğitimi ders planlama sürecini etkileyen bir faktör olarak ifade etmiştir. "*Ders planı yaparken … ders kitapları içerik açısından önemlidir.*" (21. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 19 öğretmen adayı ders kitaplarının ders planlama sürecini etkileyen faktörler içinde yer aldığını belirtmiştir. Ders planlama sürecini etkileyen faktör olarak "*…kullanılacak yöntemler öğrencilerin daha kalıcı öğrenmelerini sağlayacak unsurlar olduğundan… öğretim yöntemleri plan hazırlanırken kullanılmalıdır.*" (31. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 17 öğretmen adayı tarafından belirtilen faktör derste uygulanan yöntem olmuştur (bkz. Tablo 4.19).

İkinci soruya verilen yanıtlarda ders planlama sürecini etkileyen faktörler arasında en az öğretmen adayı (6 öğretmen adayı) tarafından belirtilen faktör "*…matematik öğretimi kitapları incelenip konuya uygun bir ders planı yapılmalıdır.*" (30. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi matematik öğretimi kitapları olmuştur. "*Ders planlama sürecini etkileyen diğer bir faktör öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyidir.*" (2. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 27 öğretmen adayı ders planlama sürecini etkileyen diğer faktörler içinde öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeylerini belirtmiştir (bkz. Tablo 4.19).

Görüşmede öğretmen adaylarına sorulan üçüncü soru "Bu öğretim uygulaması sonucunda dönem başına göre ders planlama ile ilgili düşüncelerinizde ve etkinliklerinizde neler değişti? Açıklar mısınız?" şeklindedir. Bu soruda "*En başta ders planlamaya ait bilgilerim neredeyse yoktu. Ama artık öğretmen olduğumuzda da kullanabileceğimiz gerekli ve yeterli bilgiler edindik.*" (7. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 35 öğretmen adayı ders planlama ile ilgili genel ve olumlu görüşler ifade etmiştir. "*… öğrencilerin soru ve çözümlerinde hangi kavram yanılgılarına sahip olabileceklerini, hangi hata ve yanlış çözüm yollarına düşebileceklerini ve de bunları gidermek için öğrencilere hangi soru ve uygulamaları yöneltebileceğimizi de planlarımızda yer vermenin dersin daha başarılı olması için gerekli ve önemli olduğunu öğrendim. …*" (16. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi 15 öğretmen adayı öğrencilerin kavram yanılgıları veya yapabilecekleri hatalar hakkında görüş belirtmiştir (bkz. Tablo 4.19).

Öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamalarını içeren çalışmalardaki (Masingila ve Doerr, 2002; Little vd., 2003; Sherin ve Han, 2004; Hughes, 2006; Metz, 2007) öğretmen adayları da planlama sürecinde öğrencilerin kavram yanılgılarının öngörülüp dikkate alınması gerektiğini ifade etmiştir. Üçüncü soruya verilen yanıtlarda en çok öğretmen adayı (13 kişi) tarafından görüş ifade edilen bir başka konu da "*... farklı çözüm yolları içeren etkinlikler tasarlamaya çalıştım. …*" (1. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi öğrencilere sunulan görevler için farklı çözüm yollarını ele almak olmuştur. Bu bulgu ile benzer çalışmalardaki bulgular paralellik göstermektedir (Fennema vd., 1996; Barnett, 1998; Hughes, 2006; Stein vd., 2008). Bu soruda ayrıca etkinlikler, keşfetme, önbilgi, amaç, öğrencilere sorulabilecek sorular konularında da görüş bildiren öğretmen adayları da vardır.

Görüşmede öğretmen adaylarına yöneltilen dördüncü soru "Bu öğretim uygulaması mesleki gelişiminize nasıl bir katkı sağlamıştır? Açıklayınız." şeklindedir. Bu soruda 25 öğretmen adayı "*Ders planlamayı daha verimli bir öğretim yapacak şekilde öğrenmiş oldum. Daha sistematik bir yapı kazandım.*" (1. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi gerçekleştirilen öğretim uygulamasının planlama konusunda katkı sağladığını ifade etmiştir. 20 öğretmen adayı "*Ders esnasında yaptığımız uygulamalı eğitim sayesinde işin teorik kısmından öte uygulamada nasıl olduğunu öğrendik. Dersin… uygulamaya yer vermesi en önemli ve yegâne* *katkısıdır.*" (17. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi öğretim uygulamasının öğretimi uygulamaya katkı getirdiğini belirtmiştir. 9 öğretmen adayı "*Almış olduğumuz bu ders… matematik öğretimini nasıl etkili hale getirebileceğimizi öğretti ve farklı bir bakış açısı kazandırdı.*" (16. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının matematik öğretimini etkili hale getirme konusunda katkı sağladığını ifade etmiştir (bkz. Tablo 4.19).

Görüşme esnasında öğretmen adaylarına sorulan beşinci soru "Bu öğretim uygulaması esnasında size bir takım öğeler tanıtılmış veya sunulmuştur. Bu öğeler ders planlama ve uygulama sürecinizi nasıl etkiledi? Öğeler: Ders Boyunca Düşünme Protokolü, örnek olaylar, Matematiksel Görevler Çerçevesi, matematiksel bir görevin bilişsel gereklilikleri" şeklindedir. 39 öğretmen adayı "*Bir dersi nasıl en iyi şekilde ve en verimli olarak gerçekleştirebileceğimi öğretti.*" (32. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi Ders Boyunca Düşünme Protokolünün ders planlama ve uygulama sürecinde olumlu yönde katkısı olduğunu ifade etmiştir. Bir öğretmen adayı ise "*Planımı hazırlarken yeterli ve kolay gelmedi.*" (22. öğretmen adayı) şeklinde bir açıklama yaparak olumsuz görüş belirtmiştir (bkz. Tablo 4.19).

Beşinci soruya verilen yanıtlarda 38 öğretmen adayı "*Bize sunulan örnek olaylar ders planlama ve uygulama konusunda fikir edinmemi sağladı. Örnek olaydaki öğretmenlerin yaptığı hataları gördüm… Ayrıca örnek olayda öğrencilerin matematiksel düşünmelerini sağlayan olumlu yanları da planlama yaparken yer vermeye çalıştım.*" (4. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi derste sunulan örnek olayların ders planlama ve uygulama sürecine olumlu yönde katkı sağladığını ifade etmiştir. İki öğretmen adayı ise "*Örnek olayların bana pek bir şey katmadığını söyleyebilirim. Çünkü onları anlamak bana çok karmaşık gelmişti.*" (13. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi örnek olaylar hakkında olumsuz görüş belirtmiştir. 36 öğretmen adayı "*Bir ders planının teoride, öğretmenin planladığı ve uyguladığı ile öğrencilerin algılayış biçimlerinin her zaman aynı olamayabileceğini gösterdi.*" (31. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi Matematiksel Görevler Çerçevesinin ders planlama ve uygulama sürecine katkısının olumlu yönde olduğunu belirtmiştir. 4 öğretmen adayı ise Matematiksel Görevler Çerçevesi hakkında bir fikirleri olmadığını ifade etmiştir. Öğretmen adaylarının hepsi "*Matematik dersini planlamada bilişsel gerekliliklerin farkında olmamızı öğretti. Yaptığımız planlarda* *bunları göz önünde bulundurmamızı ve uygularken öğrencilere matematiksel akıl yürütme becerilerini kullandırmamızı sağladı.*" (7. öğretmen adayı) alıntısındaki gibi matematiksel bir görevin bilişsel gerekliliklerinin ders planlama ve uygulama sürecine katkısının olumlu yönde olduğunu belirtmiştir (bkz. Tablo 4.19).

Görüşmede öğretmen adaylarına yöneltilen altıncı soru "Bu öğretim uygulaması matematiksel düşünmenize nasıl bir katkı sağlamıştır?" şeklindedir. Bu soruda 39 öğretmen adayı "*Matematiksel düşünmemizi geliştirdiğini düşünüyorum. Çünkü bu konuda pek çok etkinlik yaptık. Bunlar da bazen matematiksel ispat, tümevarım, genelleme bazen de mantıksal düşünme ve muhakeme etme gibi matematiksel düşünmeyi geliştiren uygulamalar yaptık. Daha doğrusu bunları yaparken matematiksel düşünme çerçevesinde düşündük.*" (15. öğretmen adayı) alıntısındaki gibi olumlu görüş bildirmiştir. Bir öğretmen adayı ise "*Bu dersin matematiksel düşüncemi geliştirmek adına bir katkıda bulunduğunu düşünmüyorum. Ancak benim öğrencilerin matematiksel düşüncelerini geliştirmelerinde onlara katkıda bulunmamı sağladığını düşünüyorum.*" (11. öğretmen adayı) şeklinde bir açıklama yaparak olumsuz görüş belirtmiştir (bkz. Tablo 4.19).

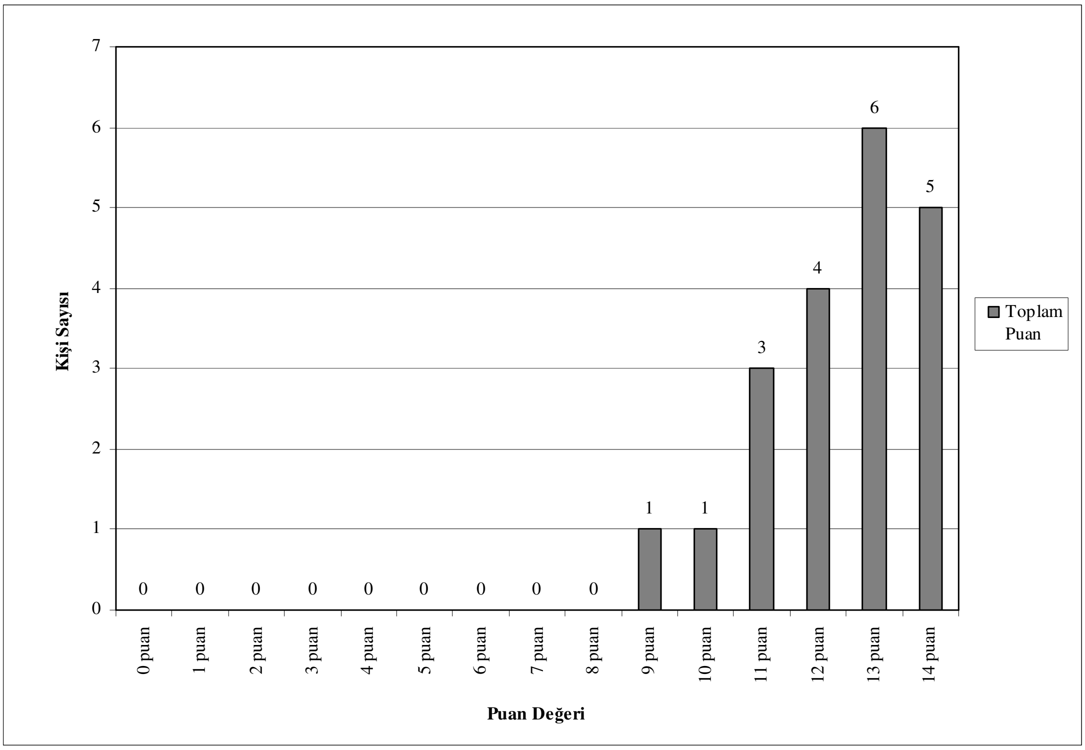
Görüşme esnasında öğretmen adaylarına sorulan yedinci soru "Öğrencilerinizin matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesi için neler yaparsınız?" şeklindedir. Bu soruda 14 öğretmen adayı "*Bir etkinlikte birden fazla keşifler yapmalarını sağlarım. Çok çözüm yolu içeren soruları etkinliklerimde kullanırım.*" (23. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi öğrencilerim matematiksel düşünmelerini geliştirmek için derslerinde keşfetmeye dayalı etkinlikler kullanacağını ifade etmiştir. Bu bulgu, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan çalışmalarda bulunan bir özellik olan öğrencilerin bir problemi çözerken kullanabilecekleri çeşitli yolları öngörmek (Fennema vd., 1996; Barnett, 1998; Stein vd., 2008) özelliğinin bu çalışmada gerçekleştiğini göstermektedir. 11 öğretmen adayı "*Öğrencilere çözümü hemen söylemek yerine onlara sorular sorarak cevaba kendilerinin ulaşmasını isterim.*" (10. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi öğrencilerim matematiksel düşünmelerini geliştirmek için soru sormayı kullanacağını belirtmiştir. Bu bulgu ile öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan çalışmalardaki bir özellik olan öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ilerletmek için sorular sormak (Fennema vd., 1996; Vacc ve Bright, 1999; Masingila ve Doerr, 2002; Kazemi ve Franke, 2004) özelliğinin gerçekleştiğini ifade edilebilir. 9 öğretmen adayı "*Öğrenciler çözümleri paylaşırken ve tartışmayı yürütürken matematiksel dili iyi kullanmalıdır. Buna dikkat ederim ve öğrencilerin matematiksel dilleri ile matematiksel düşüncelerini geliştirmeye çalışırım.*" (8. öğretmen adayı) alıntısındaki gibi öğrencilerim matematiksel düşünmelerini geliştirmek için matematiksel dilin kullanımına önem vereceğini ifade etmiştir. 8 öğretmen adayı "*İlk olarak yüksek düzey bir görev ve matematiksel açıdan uygun bir amaç belirlerdim. Hazırladığım bu plan ile öğrencimin çeşitli sorularla görevi keşfetmesini sağlayarak akıl yürütme becerilerinin gelişmesini sağlardım.*" (27. öğretmen adayı) alıntısında olduğu gibi öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmek için yüksek düzey bilişsel gerekliliklere sahip görevler seçip kullanacağını belirtmiştir (bkz. Tablo 4.19).

4.5 Dördüncü Alt Probleme Yönelik Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın dördüncü alt problemi "Öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersinde katıldıkları okul uygulamalarında matematiksel düşünme odaklı öğretimi planlama becerileri nasıldır?" şeklindedir. Bu probleme yanıt bulmak için matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılmış olan öğretmen adaylarından gönüllülük esasına göre belirlenmiş 20 tanesi ile 2011–2012 eğitim öğretim yılı bahar yarıyılında Öğretmenlik Uygulaması dersi yürütülmüştür. Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında öğretmen adaylarından ortaöğretim kurumlarındaki okul uygulamaları için kendilerinin belirledikleri konularda planlar yapmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında yapmış oldukları planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriği ile incelenerek analiz edilmiştir ve elde edilen puanlar ile oluşturulan grafikler Şekil 4.17 ve Şekil 4.18'de verilmiştir. Elde edilen puanlar EK N'deki Tablo N.3'te yer almaktadır.

Şekil 4.17'de de görüldüğü üzere öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında yapmış oldukları planlar Ders Planlama Öğeleri Rubriğine göre toplamda en fazla 14 puan almıştır. 20 öğretmen adayından 5 tanesinin planı toplamda 14 puan; 6 tanesinin planı toplamda 13 puan; 4 tanesinin planı toplamda 12 puan; 3 tanesinin planı toplamda 11 puan, bir tanesinin planı toplamda 10 puan ve bir tanesinin planı toplamda 9 puan almıştır. Öğretmenlik

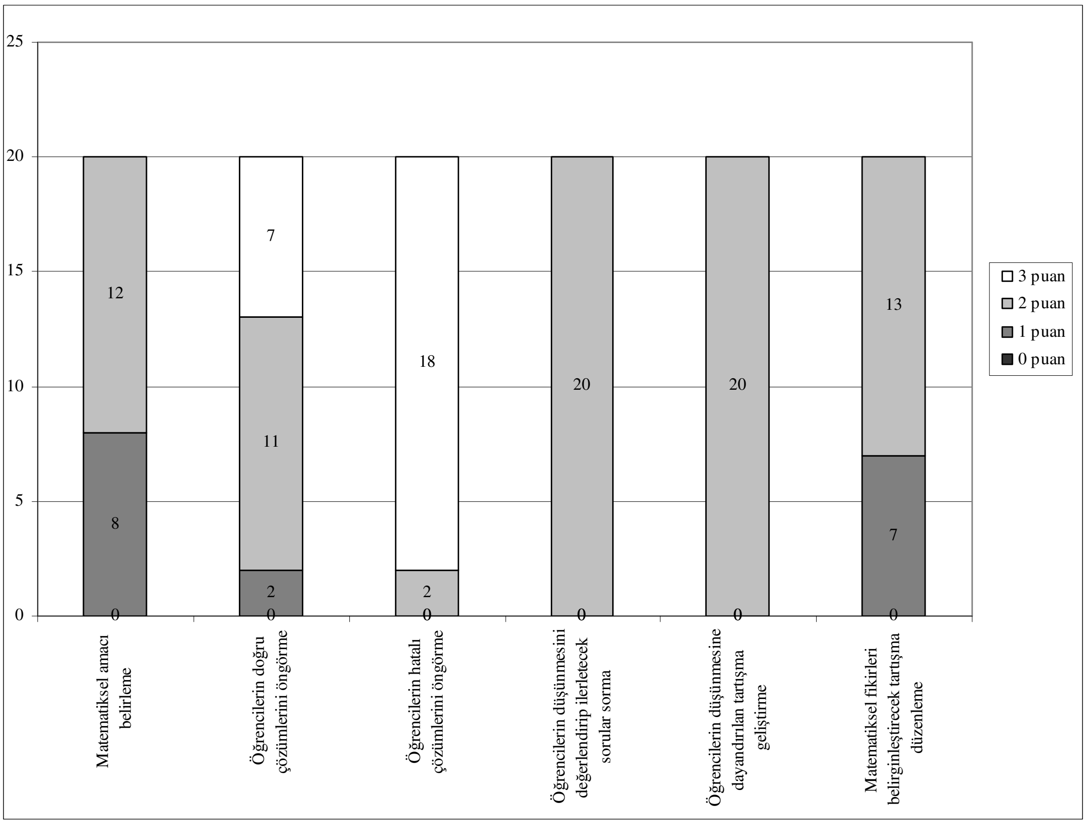
Uygulaması dersi kapsamında yapılan planlara verilen toplam puanların ortalaması 12,4'tür. Toplamda alınabilecek en yüksek puan olan 14 puana göre bu puanların yüksek olduğu ifade edilebilir. Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında yapmış oldukları planlardan elde edilen bulgulara göre, öğretmen adayları yapmış oldukları planlarda öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklandıkları ifade edilebilir.



Şekil 4.17: Öğretmenlik Uygulaması dersinde yapılan planların toplam puanları

Öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında yaptıkları ders planlarının öğelere göre almış oldukları puanların dağılımı incelendiğinde (Şekil 4.18) dersin matematiksel amacını belirleme öğesinde 8 kişinin 1 puan, 12 kişinin ise 2 puan (tam puan) almış olduğu görülebilir. Bu bulguya göre öğretmen adaylarının çoğunluğunun uygulama dersleri için planlama yapmak üzere seçtikleri görevlere uygun matematiksel amaçlar yazabildiği ifade edilebilir.

Şekil 4.18'de bulunan, öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında yaptıkları ders planlarının öğelere göre almış oldukları puanların dağılımı incelendiğinde en az kişinin tam puan aldığı öğe, 7 kişi ile öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesi olduğu görülür. Bu öğede 2 puan alan öğretmen adayları, uygulama dersleri için planlama yapmak üzere seçtikleri görevlere birden fazla çözüm yolu önermemişlerdir. 1 puan alan öğretmen adayları ise plan yapmak üzere seçtikleri problemler üzerinde öğrencilerin doğru düşünmelerini belirsiz bir şekilde tanımlamışlardır.



Şekil 4.18: Öğretmenlik Uygulaması dersinde yapılan planların öğelere göre puanları

Öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yolları tüm öğretmen adayları tarafından açık bir şekilde ifade edildiği için öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme öğesinde 1 puan alan öğretmen adayı yoktur (Şekil 4.18). Bu öğede 2 öğretmen adayı 2 puan; 18 öğretmen adayı 3 puan (tam puan) almıştır. 2 puan alan öğretmen adayları uygulama derslerinde planlama yapmak için seçtikleri problemler üzerinde öğrencilerin yanlış düşünebilme yollarını sınırlı bir şekilde ifade etmişlerdir. 3 puan alan öğretmen adayları ise planlama yapmak için seçtikleri problemlerle çalışırken öğrencilerin yapabileceği hatalara planlarında belirgin bir şekilde yer vermişlerdir.

Öğretmen adaylarının hepsi uygulama dersleri için planlama yaparken önermiş oldukları doğru çözüm yolları ve hatalı çözümler için olduğunu ifade ettikleri çeşitli sayılarda sorular belirterek öğrenci düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular sorma öğesinde 2 puan (tam puan) almışlardır (bkz. Şekil 4.18). Öğretmen adaylarının planlarında belirttikleri öğrenciler başlamada zorluk yaşarsa, öğrenciler erken bitirirse ve ön bilgileri açığa çıkarmak için sorulacak sorular da bu kapsamda değerlendirilmiş ve çoğu öğretmen adayının planında bu tür sorular görülmüştür.

Öğretmen adaylarının tümü öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirme öğesinde 2 puan (tam puan) almıştır (bkz. Şekil 4.18). Öğretmen adayları uygulama dersleri için planlama yaparken tartışma için sorular belirleyerek sorular uygun öğrenci yanıtlarını belirtmişlerdir.

Şekil 4.18'te bulunan, öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında yaptıkları ders planlarının öğelere göre almış oldukları puanların dağılımı incelendiğinde dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme öğesinde 7 kişinin 1 puan, 13 kişinin ise 2 puan (tam puan) almış olduğu görülebilir. Buna göre öğretmen adaylarının çoğunluğunun uygulama dersleri için planlama yaparken dersteki matematiksel fikirleri ifade ederek bu fikirleri açığa çıkaracak şekilde sorular ve yanıtlarını yazabildikleri ifade edilebilir. Bu öğe için 1 puan almış olan öğretmen adayları ise dersteki matematiksel fikirleri seçtiği probleme uygun bir şekilde ifade edememiş, çeşitli sorular ve yanıtlarla tartışma düzenlemek için çaba göstermişlerdir.

Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında yapmış oldukları planlardan elde edilen bulgulara dayanarak öğretmen adaylarının matematiksel düşünme odaklı matematik öğretimini planlama becerilerinin olduğu sonucuna ulaşılabilir. Öğretmen adayları, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlar yapma konusunda en büyük eksikliği öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme öğesinde yaşamışlardır. Bu bulgu daha önceki araştırma problemindeki bulgu ile paralellik göstermiştir.

4.6 Tartışma

Bu çalışmada matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması gerçekleştirilmiştir. Uygulamaya katılan öğretmen adayları matematiksel görevleri, bir matematik problemi hakkında yapılmış sınıf tartışmasını, matematik öğretimi ile ilgili örnek olayları ve bir matematik dersinin video kaydını incelemişlerdir. Ayrıca inceledikleri matematiksel görevleri, sınıf tartışmasına konu olan problemi, örnek olaylardaki problemleri, video kaydındaki problemleri çözmüşler ve öğrencilerin bu problemleri doğru ve yanlış bir şekilde çözebilme yolları hakkında tartışmışlardır.

Öğretim uygulamasına katılan öğretmen adaylarının matematiksel görevleri incelemeleri, derslerde kullanacakları görevleri sınıflandırmalarını ve görevleri dersin amacına uygun olarak seçmelerini; bir matematik problemi hakkında yapılmış sınıf tartışmasını incelemeleri, belirtilen matematiksel amaçlara yönelik olarak öğrencilere yöneltilebilecek soruları belirlemelerini ve öğretmen sorularını değerlendirmelerini sağlamıştır. Çalışmaya katılan öğretmen adayları, örnek olayları ve bir matematik dersi videosunu inceleyerek örnek olaylarla videodaki öğretmenlerin ve öğrencilerin dersteki hareketlerine odaklanmışlardır. Öğretim uygulamasında matematiksel görevleri ve problemleri çözerek bu problemler hakkında tartışan öğretmen adayları, öğrencilerin bir problemi çözmek için kullanabilecekleri stratejileri ve yaşayabilecekleri zorlukları dikkate almışlardır. Buna göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılmak öğretmen adaylarının, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmasını temel alan çalışmalarda bulunan şu özellikleri geliştirmelerine olanak vermiştir: öğrencilerin bir problemi çözerken kullanabilecekleri çeşitli yolları öngörmek (Fennema vd., 1996; Barnett, 1998; Lee, 2006; Stein vd., 2008); öğrencilerin olası yanlış yanıtlarını veya kavram yanılgılarını öngörmek (Masingila ve Doerr, 2002; Little vd., 2003; Sherin ve Han, 2004; Hughes, 2006); öğrencilere kendi düşüncelerini anlamlandırmaları için sorular sormak (Fennema vd., 1996; Vacc ve Bright, 1999; Masingila ve Doerr, 2002; Kazemi ve Franke, 2004; Metz, 2007); öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ilerletmek için sorular sormak (Fennema vd., 1996; Vacc ve Bright, 1999; Masingila ve Doerr, 2002; Kazemi ve Franke, 2004; Metz, 2007). Öğretmen adayları, kendileriyle yapılan görüşmelerde de bu özelliklere dikkat ettiklerini ortaya koyan görüşler belirtmişlerdir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması esnasında öğretmen adaylarına planlama yapmaları için bir araç olarak Ders Boyunca Düşünme Protokolü (Hughes, 2006; Smith, Bill ve Hughes, 2008) tanıtılmıştır. Öğretmen adayları, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar yapmalarında önemli olan özellikleri vurgulayan bu protokolü kullanarak, öğretim uygulamasının planında belirlenmiş olan matematiksel görevlere dayalı olarak bireysel planlar yapmışlar ve farklı matematiksel görevler için DBDP kullanılarak hazırlanmış örnek planları inceleyerek yapmış oldukları bu planlar üzerinde yansıtmalarda bulunmuşlardır. Planlama ile ilgili olarak yapmış oldukları etkinlikler öğretmen adaylarının, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanmayı temel alan öğretim uygulamalarını içeren çalışmalarda bulunan önceki paragrafta yer alan özelliklere odaklanmalarını sağlamanın yanı sıra öğrencilerin ders boyunca geliştireceği matematiksel kavramları anlama (Swafford vd., 1997; Schifter, 1998; Warfield, 2001; Masingila ve Doerr, 2002) yani derste öğrencilerin öğrenecekleri kavramlara yönelik olarak anlamları oluşturup bağlantıları keşfetmelerini sağlayacak amaçları belirleme (Swafford vd., 1997; Fernandez vd., 2003; Fernandez 2005; Hughes, 2006) özelliğine de odaklanmalarını sağlamıştır.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılan öğretmen adayları kendilerinin belirledikleri matematiksel görevlere dayalı olarak işbirlikli planlar da yapmışlardır. Öğretim uygulamasının son üç haftasında yaptıkları bu planları mikro öğretim yöntemi ile sınıflarında uygulamışlardır. Bu uygulamalar, öğretmen adaylarına öğrenmiş oldukları anlayış ve planlama yöntemini kullanarak yaptıkları planların pratikte nasıl uygulandığını görme fırsatını vermiştir. Bu da matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının, öğretmen adaylarının uygulamada yer alan etkinliklere aktif olarak katılmasını gerektiren uygulama temelli bir öğretim özelliğine sahip olmasını sağlamıştır. Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının uygulama temelli olması, uygulamanın en güçlü yönüdür. Bu nedenle matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması, benzer öğretim uygulamalarında (Boston, 2006; Hughes, 2006; Metz, 2007) olduğu gibi çalışmaya katılan öğretmen adaylarının öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar yapma becerilerinde gelişmeye neden olmuştur. Üstelik öğretim uygulamasından bir yarıyıl sonra öğretmen adayları tarafından yapılan planlar, matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının kalıcılığının da oldukça yüksek olduğunu göstermiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında yapmış oldukları planlardan elde edilen bulgular, matematiksel düşünmeye odaklanan matematik öğretimini planlama becerilerinin gelişmiş olduğunu ortaya koymuştur.

Sahip olduğu özellikler göz önüne alındığında matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması, öğretmen adaylarına öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini dikkate alan dersler planlamalarında yol gösterici ve öğrencilerde matematiksel düşünmenin geliştirilmesi konusunda matematik eğitimi ve öğretmen yetiştirme alanlarına önemli katkısı olan bir öğretim uygulamasıdır. Bu çalışma ortaya koymuştur ki uygulanan öğretim uygulamasına katılan öğretmen adayları, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanması ile ilgili çalışmalarda yer alan özelliklere sahip planlar yapma konusunda başarılı olmuşlardır. Bu durum literatürde yer alan öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını sağlamak için geliştirilmiş uygulamalardan elde edilen sonuçlarla paralellik göstermektedir (Hughes, 2006; Metz, 2007). Buna göre gerçekleştirilen öğretim uygulamasının amacına ulaştığı ifade edilebilir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının başarıya ulaşmasındaki etkenlerden biri de, uygulamayı yürüten öğretim elemanının öğretmen adaylarına öğrencilerin matematiksel düşünmelerini dikkate alan planlar ve uygulamalar yapmaları konusunda rehberlik etmiş olmasıdır. Bu, öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanması ile ilgili çalışmalarda öğrencilerde matematiksel düşünmenin geliştirilmesi için gerektiği vurgulanan başka bir özelliktir (Barnett, 1998; Franke ve Kazemi, 2001; Fernandez vd., 2003; Sherin ve Han, 2004).

Öğrencilerin ve öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerinin zayıf olduğu çeşitli araştırmalarla ortaya konulmuştur (Umay, 1992; Lutfiyya, 1998; Cai, 2000; Alkan ve Güzel, 2005; Mubark, 2005; Yeşildere, 2006; Ovayolu, 2010). Matematiğin kavranmasında önemli bir yere sahip olan matematiksel düşünmenin geliştirilmesi, sınıf uygulamaları, öğretmen tutum ve becerileri, beklentiler, ailelerin istekleri, değerleri ve yardımları gibi çevresel-kültürel faktörlere bağlıdır (Song ve Ginsburg, 1987). Bu faktörler içinde sınıf uygulamaları ile öğretmen tutum ve becerileri önemli bir role sahiptir. Öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının matematiksel düşünmeyi sağlayacak öğretimi gerçekleştirme becerilerini geliştirmek için matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması gibi uygulamalara ihtiyaç olduğu ifade edilebilir.

İzleyen bölümde araştırmadan elde edilen sonuçlara yer verilerek öğretmenler veya öğretmen adayları, benzer öğretim uygulamaları yapacaklar ve gelecek araştırmalar için öneriler sunulmuştur.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde alt bölümler halinde araştırmanın sonuçlarına ve önerilere yer verilmiştir. Öneriler öğretmenler veya öğretmen adaylarına, benzer öğretim uygulamaları yapacaklara ve gelecek araştırmalara yönelik olacak şekilde sunulmuştur.

5.1 Sonuç

Geleneksel öğretim yöntemiyle işlenen sıradan matematik dersleri, öğrencilerin sadece hesaplama, sınıflandırma ve tanımlama süreçlerinde ustalaşmalarını sağladığından öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmede yetersiz kalır. Öğrencilere matematiksel akıl yürütme, iletişim kurma, tahminde bulunma, ispatlama, kavramsal düşünceleri geliştirme ve öğrendikleri yöntemler ile bu yöntemlerin neden işe yaradığını gösteren kavramlar arasında bağ kurma fırsatlarının sunulduğu dersler, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesine katkıda bulunur. Bu özellikleri taşıyan derslerin nasıl planlanıp uygulanabileceği konusunda matematik eğitimcilerine, öğretmenlere veya öğretmen adaylarına yol gösterici bir uygulama olarak matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması, Türkiye'de başka örneği olmayan bir uygulamadır ve öğretmen eğitimine önemli katkısı olmuştur.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının etkililiğinin araştırıldığı bu çalışma Türkiye'de matematik öğretimine farklı bir bakış açısı getirerek matematik eğitimi ve öğretmen yetiştirme alanında literatüre katkı sağlamıştır.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasında yer alan etkinlikler, vurgulanan özellikler ve incelenen örnek olaylar ile planlar, uygulamaya katılan öğretmen adaylarının, araştırmanın dayandığı teorik çerçevede ve literatürde belirtilen öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini dikkate alan dersler planlamaları için gereken özellikleri taşıyan planlar yapmada başarılı olmalarını sağlamıştır.

Öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini dikkate alan dersler planlamaları için gereken özellikler, öğrencilerin ders boyunca geliştireceği matematiksel kavramları anlayarak bu kavramlara yönelik olarak anlamları oluşturup bağlantıları keşfetmelerini sağlayacak amaçları belirlemek, öğrencilerin bir problemi çözerken kullanabilecekleri çeşitli yolları öngörmek; öğrencilerin olası yanlış yanıtlarını veya kavram yanılgılarını öngörmek; öğrencilere kendi düşüncelerini anlamlandırmaları için sorular sormak; öğrencilerin matematiksel düşünmelerini ilerletmek için sorular sormak şeklindedir. Buna göre matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılan öğretmen adaylarının öğretmen olduklarında öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini geliştirecek dersler planlamalarında onlara yol gösterecek bir anlayış geliştirmiş oldukları sonucu çıkarılabilir.

Öğretmen adayları iki farklı problem çerçevesinde planlar yapmışlardır. Problemlerden biri öğretmen adaylarını öğretim hayatlarında karşılaştıkları problemlerden farklı bir yapıya sahiptir ve bu problem çerçevesinde yapılan planların matematiksel düşünme odaklı planlama açısından daha düşük başarıya sahip olduğu ortaya çıkmıştır. Buradan problem seçiminin matematiksel düşünme odaklı planlamayı etkileyebildiği sonucuna ulaşılabilir.

5.2 Öğretmenler veya Öğretmen Adayları için Öneriler

Öğrencilerinin matematiksel düşünmelerini geliştirmek isteyen öğretmenler veya öğretmen adayları, bilişsel gereklilik düzeyi yüksek olan problemler seçerek planlama yapmalıdırlar. Planlama yaparken öncelikle öğrencilerin ders boyunca geliştireceği matematiksel kavramları anlamalı ve öğrencilerin bu kavramlara yönelik olarak anlamları oluşturup bağlantıları keşfetmelerini sağlayacak amaçları belirlemelidirler. Bu amaçlara ulaşmak için öğrencilerin bir problemi çözerken kullanabilecekleri çeşitli yolları ve verebilecekleri olası yanlış yanıtları veya düşebilecekleri kavram yanılgılarını öngörerek planlarında ifade etmelidirler. Daha sonra öğrencilerin matematiksel düşünmelerini değerlendirip ilerletmek için soru sormayı planlamalıdırlar. Ayrıca kendi düşüncelerini anlamlandırmaları ve dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirmeleri için öğrencilere sorular sorarak bütün sınıfın katıldığı tartışma düzenlemeyi de planlamalıdırlar.

5.3 Benzer Öğretim Uygulamalarına Yönelik Öneriler

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasının ulaştığı başarı göz önüne alındığında, öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının planladıkları öğretim etkinliklerinde öğrencilerinin matematiksel düşünme süreçlerinin gelişimine dikkat etmelerini sağlamak için bu çalışmada ele alınan matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına benzer uygulamalar yapılması gerektiği ifade edilebilir.

Benzer öğretim uygulamalarında öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının öğrencilerinin matematiksel düşünmelerine odaklanmalarını sağlamak için matematiksel görevleri, matematik problemleri hakkında yapılmış sınıf tartışmalarını, matematik öğretimi ile ilgili örnek olayları ve matematik dersi uygulamalarının video kayıtlarını incelemeleri sağlanmalıdır. İncelenen matematiksel görevler ve sınıf tartışmalarındaki, örnek olaylardaki, video kayıtlarındaki problemler uygulamanın katılımcısı olan öğretmenler veya öğretmen adayları tarafından çözülmelidir. Ayrıca öğrencilerin bu problemleri doğru ve yanlış bir şekilde çözebilme yolları hakkında tartışılmalıdır.

Benzer öğretim uygulamalarında bulunması gereken bir başka özellik de uygulamaya katılan öğretmenler veya öğretmen adaylarının işbirlikli planlar yapmaları ve bu planları uyguladıkları dersleri gözlemleyip incelemeleridir. Bu nedenle benzer öğretim uygulamalarında grupla çalışılarak işbirlikli ders planlamaları yapılmalı ve planlanan dersler ya mikro öğretim yöntemi ile ya da gerçek sınıf ortamında uygulanmalıdır. Uygulamalar planı yapan grup tarafından gözlenmeli ve değerlendirilmelidir.

5.4 Gelecek Araştırmalar için Öneriler

Bu araştırmada gerçekleştirilen matematiksel düşünme odaklı öğretim daha küçük bir katılımcı grubuna (15–20 öğretmen adayı) uygulanarak ve veri toplamak için bu çalışmada kullanılan problemlerden farklı problemler kullanılarak tekrarlanabilir.

Bu araştırma başka bir öğretmen adayı grubu örneğin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümündeki öğretmen adayları veya sınıf öğretmeni adayları ile matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması gerçekleştirilerek tekrarlanabilir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması görev yapan matematik öğretmenlerine hizmet içi eğitim şeklinde uygulanarak ulaşılabilecek sonuçlar araştırılabilir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılmış olan öğretmen adayları, gerek uygulamanın yapıldığı yarıyılda gerekse uygulamadan sonra aldıkları derslerde yüksek düzey bilişsel gerekliliklere sahip matematiksel görevler veya problemleri incelemişler ve çözmüşlerdir. Bu şekilde problem çözmüş olmaları öğretmen adaylarının matematiksel düşünmelerini geliştirmiş olabilir. Bu nedenle yapılacak benzer bir çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi de araştırılabilir.

Matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulamasına katılan öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşünmelerine odaklanan planlarını uyguladıkları gerçek sınıf ortamındaki öğretimleri incelenebilir. Öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin gerçek sınıf ortamındaki öğretim uygulamalarının incelenmesi öğretimin etkililiğinin belirlenmesinde önemli bir etken olacaktır.

6. KAYNAKLAR

Alkan, H. ve Altun, M. (1998). *Matematik Öğretimi*. Eskişehir: T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No: 1072, Açıköğretim Fakültesi Yayınları No: 591.

Alkan, H. ve Güzel, E. B. (2005). Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 25 (3), 221–236.

Altun, M. (2007). *Ortaöğretimde Matematik Öğretimi*. Bursa: Aktüel Alfa Bas. Yay. Ltd. Şti.

Argün, Z. (2008). Lise Matematik Öğretmenlerinin Yetiştirilmesinde Mevcut Yargılar, Yeni Fikirler. *TÜBAV Bilim Dergisi,* 1 (2), 89–95.

Barnett, C. (1998). Mathematics Teaching Cases as a Catalyst for Informed Strategic Inquiry. *Teaching and Teacher Education,* 14(1), 81–93.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde Matematik Öğretimi (6–8. sınıflar).* Ankara: PegemA Yayıncılık.

Berberoğlu, G., Çelebi, O., Özdemir, E., Uysal, E. ve Yayan, B. (2003). Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Çalışmasında Türk Öğrencilerin Başarı Düzeylerini Etkileyen Etmenler. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 2(3), 3–14.

Boston, M. D. (2006). Developing Secondary Mathematics Teachers' Knowledge of and Capacity to Implement Instructional Tasks with High Level Cognitive Demands. Unpublished Ph.D. Thesis, *University of Pittsburgh, School of Education, Department of Instruction and Learning,* Pittsburgh.

Bruner, J. (1960). *The Process of Education*. Cambridge: Harvard University Press.

Büyüköztürk, Ş. (2003). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı*. Ankara: Pegem Akademi Yay.

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2008). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi Yay.

Cai, C. (2000). Mathematical Thinking Involved in U.S. and Chinese Students' Solving of Process-Constrained and Process-Open Problems. *Mathematical Thinking and Learning*, 2 (4), 309–340.

Cai, J. (2003). Singaporean Students' Mathematical Thinking in Problem Solving and Problem Posing: an Exploratory Study. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology,* 34(5), 719–737.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., Chiang, C. P. and Loef, M. (1989). Using Knowledge of Children's Mathematics Thinking in Classroom Teaching: An Experimental Study. *American Educational Research Journal,* 26(4), 499–531.

Crespo, S. (2000). Seeing More Than Right and Wrong Answers: Prospective Teachers' Interpretations of Students' Mathematical Work. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 3(2), 155–181.

Çimen, E. E. (2008). Matematik Öğretiminde Bireye "Matematiksel Güç" Kazandırmaya Yönelik Ortam Tasarımı ve Buna Uygun Öğretmen Etkinlikleri Geliştirilmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İzmir.

Davis, P. J. and Hersh, R (1981).*The Mathematical Experience*. Boston: Mariner Books.

Duran, N (2005). Matematiksel Düşünme Becerilerine İlişkin Bir Araştırma. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, *Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü*, Ankara.

Ekiz, D. (2003). *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metodlarına Giriş*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Eraslan, A. (2008). Japanese Lesson Study: Can it Work in Turkey. *Eğitim ve Bilim*, 33, 62–67.

Fennema, E., Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Jacobs, V. B. and Empson, S. B. (1996). A Longitudinal Study of Learning to Use Children's Thinking in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education,* 27(4), 403–434.

Fernandez, M. L. (2005). Exploring "Lesson Study" in Teacher Preparation. (Eds: Chick, H. L. and Vincent, J. L.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *Vol. 2*, Melbourne: PME, 305–312.

Fernandez, C., Cannon, J. and Chokshi, S. (2003). A US-Japan Lesson Study Collaboration Reveals Critical Lenses for Examining Practice. *Teaching and Teacher Education,* 19, 171–185.

Fernandez, C. and Chokshi, S. (2002). A Practical Guide to Translating Lesson Study for a U.S. Setting. *Phi Delta Kappan*, 84 (2), 128–134.

Franke, M. L. and Kazemi, E. (2001). Learning to Teach Mathematics: Focus on Student Thinking. *Theory into Practice,* 40(2), 102–109.

Friel, S., Rachlin, S., Doyle, D., Nygard, C., Pugalee, D. and Ellis, M. (2001). *Navigating thtough Algebra in Grades 6–8*. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics Reston.

Gall, M. D., Gall, J. P. and Borg, W. R. (2003). *Educational Research: An Introduction* (7^{th} ed.). Boston, MA: Allyn and Bacon.

Henderson, P.B., Baldwin, D., Dasigi, V., Dupras, M., Fritz, S. J., Ginat, D. vd. (2001). Striving for Mathematical Thinking. *The 6th Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education, Working Group Report, ACM SIGCSE Bulletin*, 33 (4), 114–124. (30 Mart 2010), blue.butler.edu/~phenders/striving.doc

Henderson, P. B., Fritz, S. J., Hamer, J., Hitcher, L., Marion, B., Riedesel, C. and Scharf, C. (2002). Materials Development in Support of Mathematical Thinking. *The 7th Annual Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education, Working Group Report, ACM SIGCSE Bulletin*, 35 (2), 185–190. (30 Mart 2010), http://www.cs.geneseo.edu/~baldwin/math-thinking/iticse2002-paper.pdf

Henningsen, M. and Stein, M. K. (1997). Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom Based Factors that Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education,* 28(5), 524–549.

High-Level Algebra and Geometry Tasks: Resources for Both Student and Teacher Learning (2008). Institute for Learning. (03 Kasım 2010), http://cnx.org/content/m15958/latest/

Hughes, E. K. (2006). Lesson Planning as a Vehicle for Developing Pre-Service Secondary Teachers' Capacity to Focus on Students' Mathematical Thinking. Unpublished Ph.D. Thesis, *University of Pittsburgh, School of Education, Department of Instruction and Learning,* Pittsburgh.

Hughes, E. K. and Smith, M. S. (2004). Thinking through a Lesson: Lesson Planning as Evidence of and a Vehicle for Teacher Learning. *American Educational Research Association-AERA 2004 Annual Meeting*, San Diego, CA.

Işıksal, M. and Çakıroğlu, E. (2008). Preservice Teachers' Knowledge of Students' Cognitive Processes about the Division of Fractions. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (H. U. Journal of Education),* 35, 175–185.

Johnson, B. and Christensen, L. (2004). *Educational Research: Quantitative, Qualitative and Mixed Approaches (Second Edition).* Boston: Pearson Education, Inc.

Johnson, R. B., and Onwuegbuzıe, A. J. (2004). Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time has Come. *Educational Researcher***,** 33(7), 14–26.

Kazemi, E. and Franke, M. L. (2004). Teacher Learning in Mathematics: Using Student Work to Promote Collective Inquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 7, 203–235.

Lee, K. (2006). Teacher's Knowledge of Middle School Students' Mathematical Thinking in Algebra Word Problem Solving. Unpublished Ph.D. Thesis, *Oregon State University,* Corvallis.

Lesson Study Research Group (2002). Teachers College, Columbia University. (15 Nisan 2010), http://www.tc.columbia.edu/lessonstudy/lessonstudy.html

Lewis, C. and Tsuchida, I. (1998). A Lesson is Like a Swiftly Flowing River: Research Lessons and the Improvement of Japanese Education. *American Educator, 22*(4), 14–17 and 50–52.

Lim, C. S. and Hwa, T. Y. (2006). Promoting Mathematical Thinking in the Malaysian Classroom: Issues and Challenges. *APEC-Tsukuba International Conference,* Tokyo and Sapporo, Japan. (30 Mart 2010), http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/paper_pdf/Lim%20Chap%20Sam.pdf

Little, J., Gearhart, M., Curry, M. and Kafka, J. (2003). Looking at Student Work for Teacher Learning, Teacher Community and School Reform. *Phi Delta Kappan,* 85(3), 185–192.

Lutfiyya, A.L. (1998). Mathematical Thinking of High School Students in Nebraska. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* 29 (1), 55–64.

Masingila, J. and Doerr, H. M. (2002). Understanding Pre-Service Teachers' Emerging Practices through Their Analyses of a Multimedia Case Study Of Practice. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 5, 235–263.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2005). *Ortaöğretim Matematik (9,10,11 ve 12. Sınıflar) Dersi Öğretim Programı*. Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaöğretim Matematik Dersi (9,10,11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı*. Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara.

Metz, M. L. D. (2007). A Study of High School Mathematics Teachers' Ability to Identify and Create Questions that Support Students' Understanding of Mathematics. Unpublished Ph.D. Thesis, *University of Pittsburgh, School of Education, Department of Instruction and Learning,* Pittsburgh.

Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis. Second Edition*. London: SAGE.

Mubark, M. (2005). Mathematical Thinking and Mathematical Achievement of Students in the Year of 11 Scientific Stream in Jordan. Unpublished Ph.D. Thesis, *University of Newcastle*, *School of Education and Arts,* Callaghan.

National Research Council [NRC]. (2001). *Adding it up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, D. C.: National Academy Press. (30 Mart 2010), http://www.nap.edu/openbook.php?record_id=9822vepage=315

Olkun, S. ve Altun, A. (2007). Öğretmen ve Öğretmen Adayları için İlköğretim Düzeyinde Matematiksel Düşünce Gelişim Sürecini Anlamaya Yönelik Bilgi Teknolojilerine Dayalı Öğretim Materyallerinin Geliştirilmesi. *Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK), Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma Grubu Proje Raporu,* Ankara. PROJE NO: 104K–114

Ovayolu, Ö.(20010). Türkiye'deki Öğrencilerin PISA 2006 Matematik Alt Testindeki Düşünme Süreçlerine İlişkin Puan Dağılımları. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, Ankara.

Öğretmen Yetiştirme ve Geliştirme Genel Müdürlüğü [ÖYEGM] (2008). *Matematik Öğretmeni Özel Alan Yeterlikleri.* Milli Eğitim Bakanlığı Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü, Ankara. (30 Mart 2010), http://otmg.meb.gov.tr/alanmatematik.html#

Öğretmen Yetiştirme ve Geliştirme Genel Müdürlüğü [ÖYEGM] (2009). *Özel Alan Yeterlikleri Matematik Komisyonu 2.Dönem Raporu*. Milli Eğitim Bakanlığı Öğretmen Yetiştirme ve Eğitimi Genel Müdürlüğü, Ankara. (30 Mart 2010), http://otmg.meb.gov.tr/belgeler/raporlar/matematik%20rapor%202.pdf

Parks, A. N. (2008). Messy Learning: Preservice Teachers' Lesson-Study Conversations about Mathematics and Students. *Teaching and Teacher Education,* 24, 1200–1216.

Perry, R., Lewis, C., Friedkin, S. and Baker, E. (2009). Teachers' Knowledge Development During Lesson Study: Impact of Toolkit Supported Lesson Study on Teachers' Knowledge of Mathematics for Teaching. *American Educational Research Association-AERA 2009 Annual Meeting*, San Diego, CA. (30 Mayıs 2010), http://www.lessonresearch.net/AERA2009_draft7textonly.pdf

Pesen, C. (2008).*Yapılandırmacı Yaklaşıma göre Matematik Öğretimi (4. Baskı).* Ankara: PegemA Yayıncılık.

Schifter, D. (1998). Learning Mathematics for Teaching: From a Teachers' Seminar to the Classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 1(1), 55–87.

Sherin, M. G. (2003). Using Video Clubs to Support Conversations among Teachers and Researchers. *Action in Teacher Education*, 4, 33–45.

Sherin, M. and Han, S. Y. (2004). Teacher Learning in the Context of a Video Club. *Teaching and Teacher Education*, 20, 163–183.

Smith, M.S., Bill, V. and Hughes, E.K. (2008). Thinking through a Lesson Protocol: A Key for Successfully Implementing High-Level Tasks. *Mathematics Teaching in the Middle School,* 14(3), 132–138.

Song, M.J. and Ginsburg. H.P. (1987). The Development of Informal and Formal Mathematical Thinking in Korean and U S Children. *Child Development*, 58, 1286–1296.

Stacey, K. (2006). What is Mathematical Thinking and Why is it Important? *APEC-Tsukuba International Conference,* Tokyo and Sapporo, Japan. (30 Mart 2010), http://www.apecneted.org/resources/files/12_3-4_06_1_Stacey.pdf

Stein, M. K., Engle, R. A., Hughes, E. K. and Smith, M. S. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313–340.

Stein, M. K., Grover, B. W. and Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. *American Education Research Journal,* 33, 455–488.

Stein, M. K.and Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: from Research to Practice. *Mathematics Teaching in The Middle School*, 3, 268–75.

Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. and Silver, E. A. (2000). *Implementing Standards Based Mathematics Instruction: A Casebook for Professional Development*. New York: Teachers College Press.

Stigler, J. and Hiebert, J. (1997). Understanding and Improving Classroom Mathematics Instruction: An Overview of the TIMSS Video Study. *Phi Delta Kappan,* 79(1), 14–21.

Stigler, J. and Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York: The Free Press.

Swafford, J., Jones, G. and Thornton, C. (1997). Increased Knowledge in Geometry and Instructional Practice. *Journal for Research in Mathematics Education,* 28(4), 467–483.

Türk Dil Kurumu [TDK] (t.y.). Büyük Türkçe Sözlük, BSTS / Eğitim Terimleri Sözlüğü 1974. (19.10.2013), http://www.tdk.gov.tr/index.php?option=com_bts&view=bts

Umay, A. (1992). Matematiksel Düşünmede Süreci ve Sonucu Yoklayan Testler Arasında Bir Karşılaştırma. Yayınlanmamış Doktora Tezi, *Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü*, Ankara.

Vacc, N. N. and Bright, G. W. (1999). Elementary Preservice Teachers' Changing Beliefs and Instructional Use of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(1), 89–110.

Wang-Iverson, P. (2002). What is Lesson Study? *Research for Beter Schools* **-** *RBS Currents*, 5 (2), 1–2.

Warfield, J. (2001). Where Mathematics Content Knowledge Matters: Learning about and Building on Children's Mathematical Thinking. (Eds: Wood, T., Nelson, B. S. and Warfield, J.), *Beyond Classical Pedagogy: Teaching Elementary School Mathematics,* Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates,135–155.

Weiss, I. R., Pasley, J. D., Smith, P. S., Banilower, E. R. and Heck, D. J. (2003). *Looking inside the Classroom: A Study of K–12 Mathematics and Science Education in the United States*. Chapel Hill, NC: Horizon Research. (30 Mart 2010), http://www.horizon-research.com/insidetheclassroom/reports/highlights/highlights.pdf

Yeşildere, S. (2006). Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi. Yayınlanmamış Doktora Tezi, *Dokuz Eylül Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü*, İzmir.

Yeşildere, S. (2007). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Alan Dilini Kullanma Yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Egitim Dergisi*, 24 (2), 61–70.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. B. (2007). Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Akıl Yürütme Süreçlerinin İncelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 40 (1), 181–213.

Yıldırım, C. (2008). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitapevi.

Yıldırım, A. ve Simsek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yoshida, M. (1999). Lesson Study: A Case Study of a Japanese Approach to Improving Instruction through School-Based Teacher Development. Unpublished Ph.D. Thesis, *University of Chicago*, Chicago.

EKLER

7. EKLER

EK A Ders Boyunca Düşünme Protokolü

Yüksek düzey görevler içeren bir öğretimin daha kontrollü olabilmesinin bir yolu dersten önce detaylı planlamadır. Ders Boyunca Düşünme protokolü bilişsel olarak zorlayıcı görevlere dayalı dersleri tasarımını kolaylaştırmayı amaçlar.

<u>Bölüm 1: Bir matematiksel görev (problem) seçme ve oluşturma</u>

- Ders için matematiksel amacınız nedir (yani, bu dersin bir sonucu olarak öğrencilerin matematik hakkında ne anlamalarını ve bilmelerini istiyorsunuz)?
- Görev, öğrencilerin önbilgileri, yaşam deneyimleri ve kültürleri üzerine nasıl yapılandırılabilir? Görev üzerinde çalışmaya başlamak için, öğrenciler hangi tanımlar, kavramlar ya da fikirleri bilmelidir? Öğrencilerin önbilgileri, konuyla ilgili yaşamları ve kültürel deneyimlerine erişmenize yardımcı olacak hangi soruları soracaksınız?
- Görevin çözülebilmesi için tüm yollar nelerdir?
  - Öğrencilerinizin bu yöntemlerin hangilerini kullanacağını düşünüyorsunuz?
  - Öğrenciler hangi kavram yanılgılarına sahip olabilirler?
  - Öğrenciler hangi hataları yapabilirler?
- Görev, çabalayan veya dil konusunda zorluk yaşayan öğrencilerde hangi sorunları ortaya çıkarabilir? Görevin zorluğunu azaltmadan ve görevi işlem yolu ile ilgili bir uygulamaya dönüştürmeden bu sorunları nasıl ele alacaksınız?
- Bu görev üzerinde çalışırlarken ve görevi tamamlarlarken öğrencilerden beklentileriniz neler olacak?
  - Öğrenciler, görevi tamamlatacak ve görev yoluyla akıl yürütmelerine yardımcı olacak hangi kaynak ve araçları çalışmalarında kullanacaklar?

- Öğrenciler bu görevi keşfetmek için nasıl (bağımsız olarak, küçük gruplar halinde ya da çift olarak) çalışacaklar? Bireysel olarak ya da küçük gruplar ya da çiftler halinde ne kadar süre çalışacaklar? Öğrencilere belirli bir şekilde eşlik edilecek mi? Eğer eşlik edilecek ise ne şekilde?
- Öğrenciler çalışmalarını nasıl kaydedecekler ve raporlaştıracaklar?

➢ Görevin gereklilik düzeyini azaltmayacak şekilde öğrencilere etkinliği nasıl tanıtacaksınız ve bütün öğrenciler için katılımı nasıl sağlayacaksınız? Öğrencilerden duyacağınız hangi şey görevi anladıklarını fark etmenizi sağlar?

<u>Bölüm 2: Öğrencilerin Görevi Keşfetmesini Destekleme</u>

➢ Öğrenciler bağımsız olarak veya küçük gruplar halinde çalıştıkça:
  - Bir grup görev üzerinde herhangi bir ilerleme kaydetmemişse ne yapacak ya da ne söyleyeceksiniz?
  - Öğrenciler görevdeki temel fikirlerle uğraşmazlarsa düşünmelerini odaklamak için hangi soruları soracaksınız?
  - Öğrencilerin temel matematiksel düşünceleri, problem çözme stratejileri veya gösterimleri anlamasını değerlendirmek için hangi soruları soracaksınız?
  - Öğrencilerin matematiksel düşünceleri anlamalarını ilerletmek için hangi soruları soracaksınız?
  - Bütün öğrencileri düşüncelerini diğerleri ile paylaşmaya veya arkadaşlarının düşüncelerini anlamalarını değerlendirmeye teşvik etmek için hangi soruları soracaksınız?

➢ Öğrencilerin görevle meşgul olmaya devam etmesini nasıl sağlayacaksınız?
  - Bir öğrenci (veya bir grup) görevi çözmede cesaretini hemen kaybederse ve daha fazla yönlendirme ve rehberlik isterse ne yapacaksınız?
  - Bir öğrenci (veya bir grup) görevi hemen bitirirse ve sıkılır ya da dikkati dağılırsa ne yapacaksınız? Zorlayıcı ek çalışma sağlamak için görevi nasıl genişleteceksiniz?
  - Bir öğrenci (veya bir grup) etkinliğin matematiksel olmayan yönlerine (örneğin vakitlerinin çoğunu çalışmalarının güzel bir posterini yapmaya harcamaya) odaklanırlarsa ne yapacaksınız?

Bölüm 3: Görevi Paylaşma ve Tartışma

- Hedeflerinize ulaşmak için bütün sınıfın katıldığı bir tartışmayı nasıl düzenleyeceksiniz? Özellikle:
    - Bütün sınıfın katıldığı bir tartışma esnasında hangi çözüm yollarının paylaşılmasını istiyorsunuz? Çözümler hangi sırayla sunulacak? Neden?
    - Çözümlerin sunulma sırası, dersinizin odağı olan matematiksel fikirleri öğrencilerin anlamalarını geliştirmeye hangi şekillerde yardımcı olacak?
    - Öğrencilerin,
        - onlardan öğrenmelerini istediğiniz matematiksel fikirleri anlamlandırmaları için
        - paylaşılan çözümleri genişletmeleri, tartışmaları ve araştırmaları için
        - farklı çözüm stratejileri arasında bağlantı kurmaları için
        - modeller (örüntüler) aramaları için
        - genellemeler oluşturmaya başlamaları için

      hangi belirli soruları soracaksınız?
- Zaman içerisinde bütün öğrencilerin katılma fırsatının olmasını ve yeterli olarak kabul edilmesini nasıl sağlayacaksınız?
- Göreceğiniz veya duyacağınız hangi şey sınıftaki öğrencilerin öğrenmelerini hedeflediğiniz matematiksel düşünceleri anladığını fark etmenizi sağlar?

Gelecekte (yarın) bu ders üzerine temellendirilecek ne yapacaksınız?

EK B Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulamasının Üçüncü Haftasında Öğretmen Adaylarına Sunulan Görevler

Düşük bilişsel gereklilik düzeyine sahip görev:

Fatma'nın Halısı Görevi (Stein vd., 2000)
Fatma, 5 m. boyunda ve 4 m. enindeki yatak odasına halı döşeyecektir. Kaç metrekare halı satın alması gerekir?

Yüksek bilişsel gereklilik düzeyine sahip görev:

Çit Görevi (Stein vd., 2000)

Ayşe Öğretmen'in sınıfı, bahar bilim fuarı için tavşan yetiştirecektir. Tavşanları koyacak dikdörtgen şeklinde bir kümes yapmak için 24 metrelik bir çite sahiptirler.

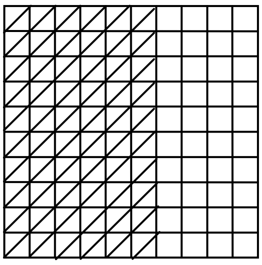
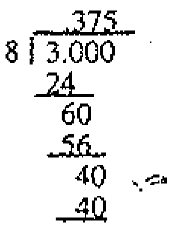
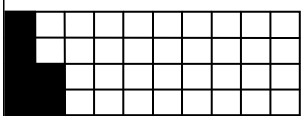
a) Ayşe Öğretmen'in öğrencileri, tavşanlarının mümkün olduğu kadar büyük yere sahip olmasını istiyorlarsa, kümesin her bir kenarının uzunluğu ne kadar olmalıdır?

b) Onların sadece 16 metrelik bir çitleri olsaydı kümesin her bir kenarının uzunluğu ne kadar olurdu?

c) Herhangi bir uzunluktaki çit için en büyük alana sahip kümesi nasıl belirlerdiniz? Okuyan başka birisinin anlayacağı şekilde çalışmanızı düzenleyiniz.

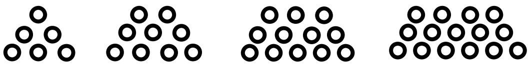
EK C Bilişsel Gereklilik Düzeylerine Göre Görevler

C.1 Dört bilişsel gereklilik düzeyin her birindeki matematiksel görevlerin özellikleri (Stein ve Smith, 1998; Stein vd., 2000)

Düşük düzey gereklilikler	**Yüksek düzey gereklilikler**
Ezberleme $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{4}$ kesirlerinin eşiti olan ondalık sayılar ve yüzde oranları nedir? *Beklenen öğrenci yanıtı:* $\frac{1}{2}$ = 0,5 = %50 $\frac{1}{4}$ = 0,25 = %25	***Bağlantılı işlem yolları*** 10'a 10'luk bir grid kullanarak, $\frac{3}{5}$'e eşit olan ondalık sayıyı ve yüzde oranını tanımlayınız. *Beklenen öğrenci yanıtı:*  Kesir Ondalık sayı Yüzde oranı **$\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$ $\frac{60}{100} = 0{,}60$ 0,60 = %60**
Bağlantısız işlem yolları $\frac{3}{8}$ kesrini ondalık sayıya ve yüzde oranına dönüştürünüz. *Beklenen öğrenci yanıtı:* Kesir Ondalık sayı Yüzde oranı **$\frac{3}{8}$**  **0,375 = %37,5**	***Matematik yapma*** 4 x10'luk bir dikdörtgende 6 küçük kareyi karalayınız. Dikdörtgeni kullanarak; a) karalanan alanın yüzde olarak gösterimini b) karalanan alanın ondalık olarak gösterimini ve c) karalanan alanın kesir olarak gösterimini nasıl yapacağınızı açıklayınız. *Olası bir öğrenci yanıtı:*  a) 10 sütun olduğu için bir sütun %10 olacaktır. Bu nedenle dört kare % 10'dir. O halde 2 kare bir sütunun yarısı ve %10'un yarısı % 5 olacaktır. Bundan dolayı 6 karalanmış kare %10 artı % 5 veya %15'e eşit olur. b) 10 sütun olduğu için bir sütun 0,10 olacaktır. İkinci sütunun karalanmış 2 karesi vardır bundan dolayı 0,10'un yarısı 0,05'tir. Bu nedenle 6 karalanmış kare 0,1 artı 0,05 veya 0,15'e eşit olur. c) 40 kareden altısı karalanmış ise bu 6/40'a eşittir. Bu da 3/20 olarak sadeleşir.

C.2 Sınıflama etkinliğinde kullanılan örnek görevler (Stein vd., 2000)

GÖREV A
Manipülatifler / Araçlar: Fişler
Öğretmeni ödev olarak Mark'tan, aşağıdaki modele bakmasını ve sonra gelmesi gereken şekli çizmesini istemiştir.



Mark sonraki şekli nasıl bulacağını bilmiyor.
A. Mark için sonraki şekli çiziniz.
B. Mark için sonra hangi şeklin geleceğini nasıl bulduğunuzu yazınız.
QUASAR Projesi — QUASAR Bilişsel Değerlendirme Aracı— Release Görevi

GÖREV B
Manipülatifler / Araçlar: Yok

Bölüm A: Sezonun ilk iki oyunundan sonra, kız basketbol takımının en iyi oyuncusu, 20 serbest atıştan 12'sini sayı yapmıştı. Erkek basketbol takımının en iyi oyuncusu, 25 serbest atıştan 14'ünü sayı yapmıştı. Hangi oyuncunun serbest atışlarının yüzdesi büyüktür?

Bölüm B: "Daha iyi" olan oyuncu, bir sakatlık yüzünden üçüncü oyunda oturmak zorunda kalmıştı. Serbest atışların yüzdesinin büyüklüğü açısından liderliği almak için, diğer oyuncunun ekstra 10 serbest atış denemesinden kaç basket atması gerekir?

Investigating Mathematics, Glencoe'den uyarlanmıştır
Macmillan / McGraw–Hill, New York, New York, 1994.

GÖREV C
Manipülatifler / Araçlar: Hesap Makinesi

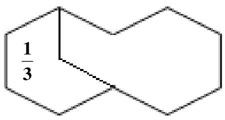
Okulunuzun bilim kulübü, doğa fotoğrafçılığı üzerine özel bir proje yapmaya karar verdi. Onlar, çeşitli doğal ortamlarda ve bütün farklı hava tiplerinde 300'den fazla açık hava fotoğrafı çekmeyi kararlaştırdı. Sonuç olarak, en iyi fotoğraflardan bir sergi düzenlemek ve Eyalet doğa fotoğrafçılık yarışmasına girmek istiyorlar. Kulüp, 35mm bir fotoğraf makinesi satın almayı düşünüyordu, ama kulüpten biri, tek kullanımlık fotoğraf makinelerini satın almanın daha iyi olabildiğini ileri sürdü. Otomatik zoom ve otomatik ışık duyarlığı olan normal fotoğraf makinesi yaklaşık 40.00 $'dır ve 24 pozluk film 3.98 $ ve 36 pozluk film 5.95 $'a mal olacaktır. Tek kullanımlık fotoğraf makineleri üçlü paketler halinde 20.00 $'dır ve bu üç makinenin ikisi 24'er resim ve biri 27 resim çekiyor. Tek kullanımlık makinelerin tekli paketi 8.95 $'a satın alınabiliyor. Kulüp memurları, en iyi seçeneğin hangisi olacağını kararlaştırmak ve kulüp danışmanına kararlarının nedenini açıklamak zorundadırlar. Onların, normal fotoğraf makinesi mi tek kullanımlık fotoğraf makinelerini mi satın alması gerektiğini düşünüyorsunuz? Düşüncenizi açıklayan bir gerekçe yazınız.

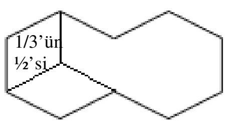
GÖREV D
Manipülatifler / Araçlar: Yok

J.C. Penney'de bir süveterin fiyatı, 45.00 $'dı. "Gece gündüz" indiriminde, orijinal fiyattan %30 indirim yapıldı. İndirim esnasında süveterin fiyatı nedir? Satış fiyatını bulmak için kullandığınız işlemi açıklayınız.

GÖREV E
Manipülatifler / Araçlar: Örüntü Blokları

$\frac{1}{3}$'ün $\frac{1}{2}$'si üçte bir'in iki eşit parçasından biri anlamına gelmektedir.

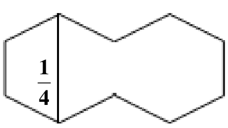


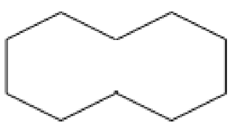


Üçte bir $\frac{1}{3}$'ün $\frac{1}{2}$'si ya da $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{4}$'ün $\frac{1}{3}$'ünü bulunuz. Örüntü bloklarını kullanınız.

Cevabınızı çiziniz.

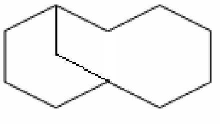


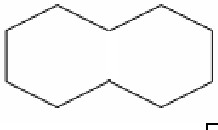


Dörtte bir $\frac{1}{4}$'ün $\frac{1}{3}$'ü ya da $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \square$

$\frac{1}{3}$'ün $\frac{1}{4}$'ünü bulunuz. Örüntü bloklarını kullanınız.

Cevabınızı çiziniz.

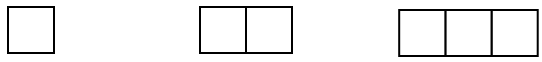




Üçte bir $\frac{1}{3}$'ün $\frac{1}{4}$'ü ya da $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \square$

GÖREV F
Manipülatifler / Araçlar: Kare Şekilli Karolar

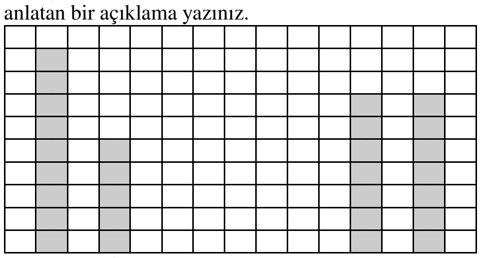
Ölçü olarak kare şekilli karonun kenarını kullanarak, aşağıda yer alan örüntü bloğu şeklindeki her bir trenin çevresini (yani etrafındaki uzaklık) bulunuz.



Tren 1 Tren 2 Tren 3

GÖREV G
Manipülatifler / Araçlar: Kareli Kâğıt (Grid Kâğıdı)

Aşağıda a–d'deki sayı çiftleri, düzeltilmiş küp yığınlarının yüksekliklerini temsil etmektedir. Küp sütunlarının düzeltilmeden önce ve sonraki ön yüzlerinin taslağını kareli kâğıt üzerine çiziniz. Taslaklar altına, düzeltme yönteminizin iki sayının ortalamasını bulmak ile nasıl ilişkilendirileceğini anlatan bir açıklama yazınız.



9 5 7 7

a) 14 ve 8 b) 16 ve7 c) 7 ve12 d) 13 ve l5
İlk yığından 2 küpü alıp ikinci yığına vererek, iki yığını aynı yaptım. Bundan dolayı küplerin tümü, eşit yükseklikte 2 sütuna dağıldı. Ve bu ortalama demektir.
[Visual Mathematics'ten alınmıştır (Bennett and Foreman, 1989)]

GÖREV H
Manipülatifler / Araçlar: Yok

Her bir ondalık sayının eşiti olan kesir ve yüzde oranını yazınız.
0,20=…………=………..
0,25=…………=………..
0,33=…………=………..
0,50=…………=………..
0,66=…………=………..
0,75=…………=………..

Sekiz görevin bilişsel gereklikleri ve özellikleri (Stein vd., 2000)

Görev	Bilişsel gereklilik düzeyi	Sınıflandırmanın açıklaması	Özellikler
A	Matematik yapma	Görev tarafından önerilen hiçbir gidiş yolu yoktur. Temeli oluşturan matematiksel yapıyı aramaya odaklanır.	• Bir açıklama gerektirir • Manipülatifleri kullanır • Çeşitli adımları içerir • Bir diyagram kullanır • Simgeseldir / soyuttur • “Ders kitabı örneği” dir
B	Bağlantılı işlem yolları	Görev, yüzdeleri bulmak için dikkati işlem yoluna odaklar, ama anlamlı bir bağlamda.	• “Gerçek dünya” bağlamına sahiptir • Çeşitli adımları içerir • “Ders kitabı örneği” dir
C	Matematik yapma	Görev tarafından önerilen hiçbir tahmin edilebilir işlem yolu yoktur ve görev karmaşık düşünme gerektirir.	• Bir açıklama gerektirir • “Gerçek dünya” bağlamına sahiptir • Çeşitli adımları içerir • Hesap makinesi kullanır • “Ders kitabı örneği” dir
D	Bağlantısız işlem yolları	Görev, satış fiyatını bulmak için iyi kurulmuş bir işlem yolunun kullanımını gerektirir. Anlam için hiçbir bağlantı yoktur.	• Bir açıklama gerektirir • “Gerçek dünya” bağlamına sahiptir • Çeşitli adımları içerir • “Ders kitabı örneği” dir
E	Bağlantılı işlem yolları	Görev, bir kesrin bir kesrini almak için bir işlem yolunu sağlar ama anlamla işlem yolunu ilişkilendirir.	• Manipülatifleri kullanır • Çeşitli adımları içerir • Bir diyagram kullanır • Simgeseldir / soyuttur
F	Bağlantısız işlem yolları	Görev, çevreyi bulmak için işlem yolunu sağlar ama anlam için hiçbir bağlantıyı gerektirmez.	• Manipülatifleri kullanır • Bir diyagram kullanır • Simgeseldir / soyuttur
G	Bağlantılı işlem yolları	Görev, ortalamayı bulmak için ortalamanın altında yatan anlamına odaklanan işlem yolunu sağlar.	• Bir açıklama gerektirir • Çeşitli adımları içerir • Bir diyagram kullanır • Simgeseldir / soyuttur
H	Ezberleme	Görev, önceden öğrenilmiş bilginin anımsamasını gerektirir. Hiçbir anlayış gerektirmez.	• “Ders kitabı örneği” dir

EK D Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulamasında Kullanılan Örnek Olaylar

D.1 Örnek Olay 1

Tek Terimli ve İki Terimli İfadeleri Çarpmak İçin Cebir Karoları Kullanma (Stein vd., 2000)

Aşağıdaki çarpımları göstermek ve modelinizin bir taslağını yapmak için cebir karolarını kullanınız. Çarpımı yazınız.

1. $2x\ (x-1)$
2. $(x+1)\ (x+2)$
3. $(x-2)\ (3x+3)$
4. $(x-3)\ (x+3)$
5. $(2x+2)\ (2x-2)$
6. $(x+3)\ (x+3)$

Şekil D.1 Monique Butler'in örnek olayını okumadan önce tamamlanacak açılış etkinliği.

Monique Butler'in Örnek Olayı

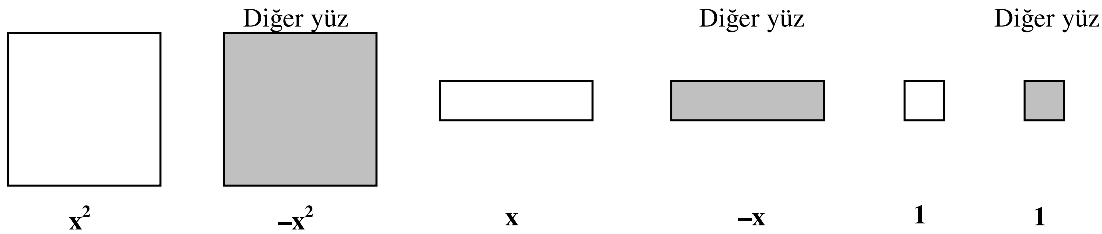
Monique Butler, güneydoğuda büyük bir kentsel bölgedeki bir ortaokulda sekizinci sınıf matematiği öğretmektedir. Öğrenciler, genellikle iki büyük toplu konut bölgesinden gelmektedirler ve standartlaştırılmış test başarıları düşüktür. Bu durum karşısında okul idarecileri ve matematik öğretmenleri, okuldaki bütün öğrenciler için matematik öğretim programını düzeltmek üzere 5 yıllık bir proje başlattılar. Reform çabasının bir temel ilkesi, okulun bütün öğrencilerinin cebir ve diğer kolej hazırlık derslerini içeren herhangi bir lise matematik dersini başarılı bir şekilde tamamlamaya hazırlanmasıdır. Monique ve meslektaşları, işlem yollarını hızla ve yanlışsız bir şekilde ezberlemekten ve yapmaktan ziyade düşünme, akıl yürütme ve problem çözmeye odaklanan öğretimi öğrencilere sağlamayı üstlenmişlerdi. Bununla birlikte, bölge hala aşırı derecede "temel becerilere" yönelen ve öğrencilerin kavramsal matematik anlayışını değerlendiren neredeyse hiçbir maddeyi içermeyen değerlendirmeleri uygulamalarını istiyordu.

Okuldaki reform çabasının ilk yılı, Monique'in öğretmenlikteki ilk yılıydı. Öğretmenlik belgesini elde etmek için fakülteye dönmeden önce 4 yıl boyunca büyük bir şirket için bir bilgi sistem analisti olarak çalışmıştı. İş dünyasında birkaç yıl çalışmış olan Monique, ekip çalışmasına değer veriyordu ve öğrencilerine önemli yaşam becerilerini geliştirmeleri için fırsatlar vermek istiyordu. Monique, kentsel bir bölgede öğretmelik yapmaktan memnundu ve benzer bir geçmişten geldiği için öğrencilerine pozitif bir rol modeli olabileceğini hissediyordu.

Monique Dersi Hakkında Konuşuyor

Sekizinci sınıf sömestr sınavı yaklaşıyor ve sınav işlemlerden cebirsel ifadelere kadar olan bölümü kapsayacak, bu yüzden öğrencilerimle en azından tek terimli ve iki terimli ifadelerle dört işlemi bitirmek zorundayım. Bir cebir dersi olmamasına rağmen sekizinci sınıfta cebir konularını işliyoruz. Bölgede zorunlu olarak yapılan sömestr sınavında çoğunlukla sayısal problemler olmasına rağmen, öğrencilerimin ne yaptıklarını anlamalarını ve açıklayabilmelerini istiyorum. Diğer bir deyişle, onların sadece semboller hakkında nasıl konuşulacağından daha fazlasını bilmelerini istiyorum. Her zaman bölgenin verdiği sınava ek olarak kendi sömestr sınavımı da uygularım. Bu yolla, önemli olduğunu düşündüğüm şeyler hakkında soru sorabilirim ve sadece öğrencilerin bir test kitapçığını ne kadar hızlı bitirebildikleri hakkında değil, ne bildikleri hakkında daha iyi bir fikir edinebilirim.

Bu yıl okulumuz, her sekizinci sınıf matematik öğretmeni için cebir karoları – sınıf setleri ve tepegöz uyarlamaları – satın aldı. Karolar, soyut sembollerle yapılanın görsel bir ifadesini sunmak için harikadır. Örneğin, x bir dikdörtgen (1 birime x birim) ile gösterilir ve x^2 bir kare (x birime x birim) ile gösterilir. Bu ders için gereken parçalar aşağıdadır (Şekil D.2'ye bakınız).



Şekil D.2 Monique'in dersinde kullanılan cebir karosu parçaları

Her birinin bir tarafı kırmızı diğer tarafı siyahtır, böylece bir renkle pozitif terimleri ve diğeriyle de negatif terimleri gösterebiliriz. Birkaç hafta önce, çokterimli ifadelerle toplama ve çıkarma yapmak için onları kullandık ve öğrencilerin çoğu konuyu oldukça kolay bir şekilde anlamış gibi görünüyordu. Daha önce cebir karolarını görmemiş olmalarına rağmen, altıncı ve yedinci sınıf öğretmenleri kesir takımı gibi şeyleri kullandıkları için öğrenciler sayılarla işlemleri sunmak için manipülatifleri kullanarak birkaç uygulama yapmışlardı.

Sömestr sınavları, sembol kullanımını vurguladığı ve zaman kısaldığı için, dün, öğrencilere 3w (5w+3) gibi sembolik ifadeleri kullanarak tek terimli ve iki terimli ifadelerin nasıl çarpılacağını gösterdim. 3w ve 5w gibi iki terim çarpıldığı zaman kat sayıların nasıl çarpılacağını ve sonra değişken için çarpımın derecesini bulmak için üslerin nasıl toplanacağını konuştuk. Öğrencilerimin sınavda yapmak zorunda olacağı başlıca şey iki tane iki terimli ifadeyi çarpmak olacaktı ve bu nedenle İDİS – İlk, Dış, İç, Son– (FOIL method — First, Outside, Inside, Last) yöntemini gözden geçirdik (Şekil D.3’e bakınız).

(2x +1) (x + 3)

İlk		**Dış**		**İç**		**Son**
(2x) (x)	**+**	**(2x) (3)**	**+**	**(1) (x)**	**+**	**(1) (3)**
$2x^2$	**+**	**6x**	**+**	**x**	**+**	**3**

Şekil D.3 İDİS yöntemini kullanarak tamamlanan örnek [(2x+ l) (x+3)].

Ayrıca bir dikdörtgen alanı için formülün nasıl uzunluk çarpı genişlik olduğunu konuşmuştuk. İki terimli ifadelerin bir dikdörtgenin kenarlarının ölçüleri olarak ve alanın kenarların uzunluklarının çarpımı olarak nasıl düşünülebileceğine de değinmiştik. Bu bölüm, bugün yapacağımız derste öğrencileri başarılı bir şekilde karoları kullanmaya hazırlamada özel olarak önemliydi. Gerçekten zamanım olmadığı halde, bugün yaptığımız derste, iki terimli ifadelerin çarpımının, uzunluk ve genişliği gösteren iki çarpanlı bir dikdörtgen oluşturma olarak nasıl düşünülebildiğini anlayabilmeleri için karoları öğrencilere kullandırtmak istedim. Karolarla çarpmayı modellemelerini ve çarpımdaki terimlerin nereden geldiğini anlayabilmeleri için karoların yanındaki sembollere bakmalarını istedim. Bunun öğrencilerin işlem yollarını hatırlamasına yardım edeceğini ve onlara biraz anlam sağlayacağını düşünüyordum.

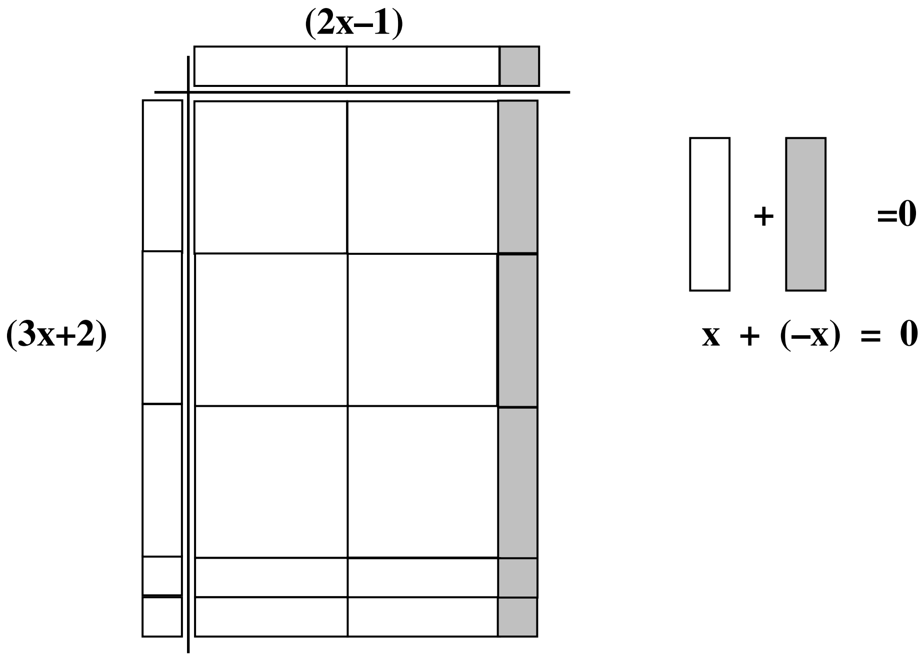
Oluşturma

Öğrencilerin belirli değerleri değişkenlerde yerine yazarak çeşitli ifadelerin değerlerini bulmalarını isteyen ödevi inceledikten sonra, öğrencilere önceki gün yapmış oldukları gibi tek terimli ve iki terimli ifadelerin çarpımlarını bulma üzerinde çalışacaklarını ama bu defa karoları kullanacaklarını söyledim.

Öğrenciler gruplarını oluşturdu ve grupta yapacakları işin (rol) kartlarını dağıttım ve yapacakları işler aldıkları kartın rengine bağlı olduğu için tahtaya bakmalarını onlara söyledim. İşlerin ne olduğunu inceledik: Mimar (karoları tasarlama, düzenleme); Zaman Kaydedici (grubu görev üzerinde çalıştırmaya devam ettirme, zamanı yeterli bir şekilde kullanma); Grup Lideri (grubun herhangi bir sorusunu sorma, grubu görev üzerinde çalıştırmaya devam ettirme); ve İçişleri Bakanı (materyalleri alma ve yerine kaldırma, grup alanının temiz kaldığını kontrol etme). Öğrencilerin daha verimli takım üyeleri olmasına yardım etmek için bu roller sistemini geliştirmiştim. Her öğrenci için grupta iyi tanımlanmış bir sorumluluğa sahip olmanın önemli olduğunu düşünüyorum. İçişleri Bakanları grupları için karoları aldıktan sonra, bir örneğe geçtim. Her grupta mimarların, tepegözde yapmakta olduğum şeyi grupları için yapmaları gerekiyordu.

Sınıfça hep beraber (3x+2) (2x–1) çarpımını yaptık (Şekil D.4’e bakınız). Mimarlar, yaptığım şeyi izledi ve 3x+2’yi sol kenar boyunca ve 2x–1’i üst kenar boyunca yerleştirdiler (bunlar, dikdörtgenin parçası değildi; bunları boyutların ne olduğunu hatırlamak için bir yol olarak kullandık).

Sonra onlara bu boyutlara sahip olan dikdörtgenin alanın nasıl dolduracağımızı gösterdim. x^2 karosuyla üst sol köşeden başlayarak her defasında bir karo ile üç satır oluşturarak iki tane x^2 karosunu yerleştirdim. Çarptığım çarpanlara bağlı olarak hangi karoyu kullanmam gerektiğini söyleyen öğrencilerim vardı. Böylece, örneğin, 3x çarpı eksi 1’i yaptığım zaman onlar, bir eksi x’in bir x karosunun karalanmış yüzünü kullanarak gösterildiğini bilmeleri gerekiyordu. Devam ettikçe sembolleri kullanarak çarpım ile dikdörtgenin nasıl ilgili olduğunu göstermek için, İDİS yöntemini kullanarak onlara çarpımı hesaplattım. $6x^2$ 3x+ 4x–2’yi buldular. Sonra her sembolü ve dikdörtgende ona ilişkin parçayı gösterdim. Örneğin, altı tane x^2 karoya baktık ve onların boyutlardaki x terimlerini çarpmaktan nasıl elde edildiğini gösterdik. Ayrıca x karolarının, bir boyutta sabit terimler (birim karolar) ile diğer boyutlarda x terimlerini çarpmaktan nasıl geldiğine vb. de baktık.



$$(3x+2)\ (2x-1)=6x^2-3x+4x-2=6x^2+x-2$$

Şekil D.4 Görev üzerinde çalışmaya başlamadan önce bütün sınıfın beraber tamamladığı örnek [(2x–1) (3x+2)]

Negatif terimlerin ve terslerinin toplamının nasıl sıfır ettiğini göstermek için bir x parçasıyla bir – x parçasından çift oluşturdum. Bütün çiftler oluşturulduğu zaman kaç tane kaldığını izlemelerine yardım etmek için öğrencilere pozitif ve negatif çiftleşmiş terimler arasına çizgiler çizdirttim. Bunun —3x+ 4x ile aynı olduğuna karar verdik. Bu iki boyutlu karolar ile oluşturulan dikdörtgensel alanın, İDİS yöntemini kullanarak bulduğumuz sembolik ifadeye eşit olduğunu anladık. Öğrencilerin çoğunun beni izlediğini ve Mimarların gruplarında karolarla aynı şeyi yapmayı çalıştıklarını düşünüyorum. Sallanan birçok baş gördüm ve “Oh, onu şimdi anlıyorum” gibi ifadeler duydum. Bu gösterimden sonra, her grup masasında bulunan çalışma yaprağındaki problemleri grupların yapmasını istedim. Çalışma yaprağı aşağıdaki yönergelere sahip altı çarpma problemini kapsıyordu:

> Aşağıdaki çarpımları göstermek için karoları kullanınız. Modelinizin bir taslağını yapınız. Boyutları açıkça belirtiniz. Toplamı sıfır eden karoları göstermek için oklar çiziniz. Çarpımı yazınız.
>
> **1.** 2x (x–l)
>
> **2.** (x+l) (x+2)
>
> **3.** (x–2) (3x+3)
>
> **4.** (x–3) (x+3)

5. (2x+2) (2x –2)

6. (x+3) (x+3)

Problemler, ya tek terimli bir ifade çarpı iki terimli bir ifade ya da iki terimli bir ifade çarpı iki terimli bir ifade şeklindeydi. Öğrencilere, her problem için çözümleri üzerine kaydedecek bir tane yaprak verdim. Onlara her zaman olduğu gibi, her problemi çözmek için yaptıkları şeyi neden ve nasıl yaptıklarını hepsinin açıklayabilmelerini beklediğimi hatırlattım. Cevabın ne olduğunu karolarla hesaplamak için işbirliği yapmalarını ama Mimar'ın çözümü geliştiren bir kimse olması gerektiğini öğrencilere söyledim. Her grupta oluşturucu (builder) olarak bir kişiyi belirlemek zorundayım ya da muhtemelen kaos yaşarız. Birlikte bir cevap bulduktan sonra, grup üyeleri bireysel çalışma yaprakları üzerine karo çözümünü çizecekti ve sonra sembollerle çözümü yazacaktı. Beş problem üzerinde çalışmaları için onlara yaklaşık yarım saat verdim.

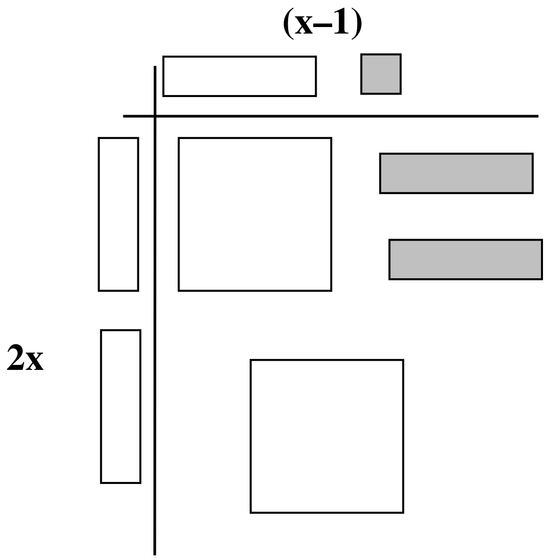
Uygulama

Öğrenciler gruplarında çalışmaya başladığında onların ne yaptıklarını gözlemleyebilmek için sınıfta dolaştım. Öğrenciler problemlerle meşgul oldular ve çoğu işbirlikli bir şekilde çalışıyor gibi görünüyordu. Bir öğrenci, Kwali, resimler çizerek ve grubunun karolarla yaptığı şeye dikkat etmeden sembolleri yazarak kendi başına çalışıyordu. Kwali bütün yıl gruplarda çalışmayı sevmediği için yorum yapmadım. Geçmişte, onu bir gruba katmaya çalıştığım zaman, yararlı olmaktansa rahatsız edici olmuştu. Çatışmalarımı dikkatle seçerim ve bu şu anda önemli görünmüyordu.

Öğrencilerin çoğu, bir problemde her çarpanın gösterildiği karoları bulmada, hatta negatif bir sayı veya değişken olduğunda bile, zorluk yaşamadı. Bununla birlikte, çarpımı göstermek için dikdörtgenin içinde ne olması gerektiğini bulmada zorluk yaşadıklarını fark etmeye başladım. Problemler üzerinde yaklaşık 8 dakikalık çalışmadan sonra, birkaç gruptaki öğrenciler ellerini kaldırdılar ve onlara yardım etmemi istediler. Aslında benden istedikleri şey, tam olarak ne yapılacağını adım adım onlara anlatmamdı. Onlara cevabı henüz vermek istemiyordum, bundan dolayı bu noktada beraber yapmış olduğumuz örneğe yeniden bakmalarını söyledim. Sonra onlara daha çok düşünmelerini ve gruplarında tartışmalarını söyledim.

Birkaç dakika sonra, işler hiç ilerlemiyordu. Sonra, Zaman Kaydedicilerin çoğunun zamanı kaydederek ve grup çabasına katkıda bulunmayarak boş oturduklarını fark ettim. Bütün öğrencilere rollerinin onların özel görevleri olduğu anlamına geldiğini, ama grubun matematiksel çalışmasına katkıda bulunmanın herkesin sorumluluğu olduğunu söyleyerek bir duyuru yaptım.

Birkaç grubun, çarpımlar için doğru karolara benzeyen ama bir dikdörtgene benzemeyen şekilde taslağı vardı. Örneğin, birinci problemde [2x (x–1)], Brianna, Henry, Tyrone ve Whitney'in grubunun, bir dikdörtgen oluşturmamış oldukları bir taslaklarının olduğunu gördüm (Şekil D.5'e bakınız).



Şekil D.5 [2x (x–1)] için Brianna, Henry, Tyrone ve Whitney'in taslağı

Bu, kolay bir problem türüydü, ama eğer onu hemen bir dikdörtgen yapmazlarsa, daha sonra bu kesinlikle bir problem olacaktı. Bundan dolayı onlar için karoları bir araya getirerek bir dikdörtgen yaptım ve onlara boyutlar üzerindeki karoların, çarpımı oluşturan karolarla nasıl ilişkili olduğuna dikkat etmeleri gerektiğini ifade ettim. Parçaları yeniden düzenlediğim için, bunun bir bulmaca gibi olduğu ve üzerinde düşünmelerini söyledim. Ne hakkında konuştuğumu bildiklerinden emin değildim ama en azından, şimdi bir dikdörtgenleri vardı. Onlara çarpımı oluşturarak ellerindeki karolar için sembolleri yazmalarını söyledim. Kayıtlı doğru cevabı elde edinceye kadar onlarla birlikte adım adım işlemi tamamladım. Diğer gruplar bana soru soruyorlardı bu nedenle devam etmek zorundaydım.

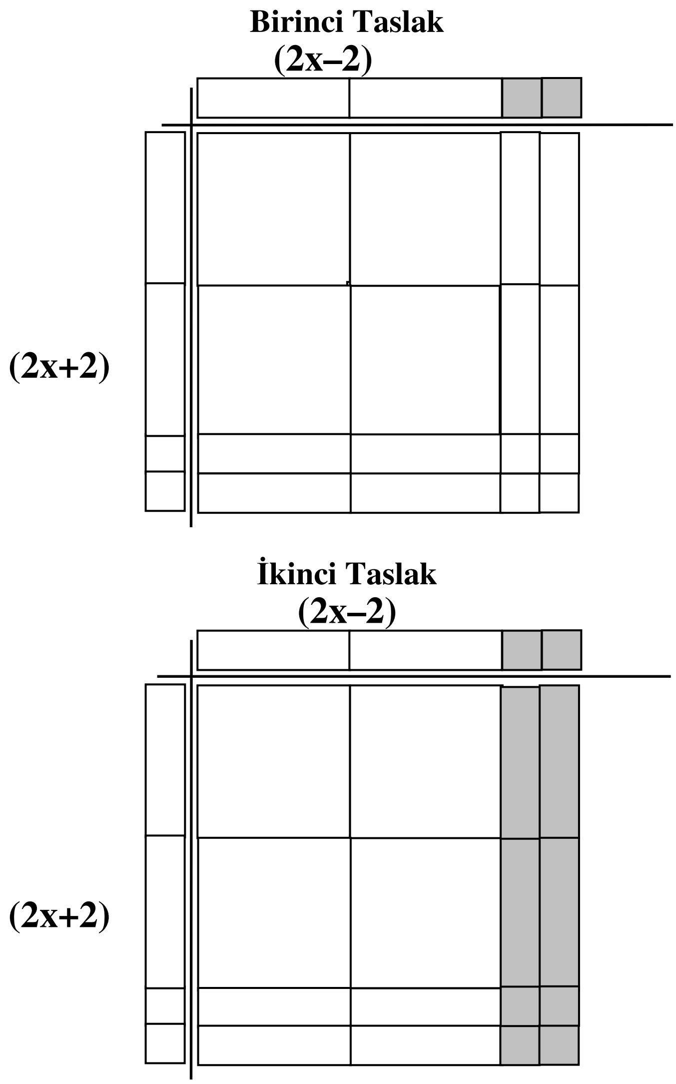
Sinirlenmeye başlıyordum. Gruplar, yaklaşık yarım derstir çalışıyorlardı ve sadece bir grubun çalışma yapraklarında doğru resim ve sembol çözümleriyle problemlerin yarısından fazlasını tamamlamış olduğunu gördüm. İpuçlarım, onları doğru yöne sevk ediyor gibi görünmüyordu. Bir öğrenciye tepegözde problemlerden birinin çözümünü gözden geçirtirsem, işlemi bir daha görmek için öğrencilere bir fırsat sağlayacağımı düşündüm. En ileride olan grubun cevaplarını nasıl bulduklarını sınıfa açıklayıp açıklayamayacaklarını sorduğum zaman Malcolm, grup lideri, dünden İDİS yöntemini kullanarak problemleri çalışmış olduklarını ve sonra deneme yanılma ile bir dikdörtgen yapmak için karoların bir araya nasıl getirileceğini hesapladıklarını bana açıkladı. Bunu duyduğumda bir yanım bağırmak istiyordu. Onlar, karoları beklediğim şekilde kullanmıyordu. Onlara önceden çarpımı bilmeden resimleri nasıl elde edebildikleri üzerinde biraz daha düşünmelerini söyledim. Bana uzaydan gelmişim gibi baktılar. Kendi kendime "Oh, harika, bağlantıları kurduğunu düşündüğüm tek grup tamamen bilgisiz!" diye düşündüm.

Dersin yaklaşık olarak son 15 dakikasındaydık; zamanımız kalmamıştı. O sırada, herkesten ilgi göstermesini istedim ve öğrencilere karoların birçok güzel çizimini gördüğümü ama çözümleri sağlamak için parçaları gerektiği şekilde kullanıyor gibi görünmediklerini söyledim. Vanetta, elini kaldırdı ve yapılacaklar için adımları yeniden gösterip gösteremeyeceğimi sordu. Ondan başka en az 15 öğrenci hemfikir bir şekilde mırıldanıyordu, bu nedenle pes ettim ve onlarla başka bir örneği yapmaya ve onlara nasıl yapılacağını göstermeye karar verdim.

Grupların çoğu henüz bakmamış olduğu için Problem 5'i yapmaya karar verdim. Problem (2x+2) (2x–2) idi. Sonra öğrencilere ilk olarak ne yapmam gerektiğini sordum. Hakeem, "ilk olarak 2x artı 2 için ve 2x eksi 2 için bütün parçaları almalısın" dedi. Bu nedenle tepegöze uygun parçaları yerleştirdim ve herkese yaptığım gibi yapmalarını söyledim. Sonraki adımın ne olduğunu sordum. Tonya, parçaları kenarlara yerleştirmeliyim diye bağırdı: "ilk parantezi aşağıya doğru olan kenara ve ikinci parantezi üst kenar boyunca yerleştirin". Bunu yaptım ve sonra üçüncü adımın ne olacağını sordum. Malcolm, elini kaldırdı ve neredeyse yerinden fırlıyordu. "Bayan Butler, onu şimdi çözdüm. Gösterebilir miyim, gösterebilir miyim, gösterebilir miyim?" dedi. Bu nedenle Malcolm'un gelip örneği tamamlamasına izin verdim.

Acele etmesini söyledim çünkü zil yaklaşık 5 dakika içinde çalacaktı. "Bakın, aşağı inen ve yatay giden uzunlukları eşleştirerek hangi parçaların kullanılacağını anlayabilirsiniz" dedi. Bir x^2 karosu ile bir x karosunu aldı ve uzunluklarıyla eşleştirdi ve "Bakın, aşağı inen buna ve yatay giden buna ihtiyacınız var bu nedenle bu kare şeklindeki karolardan birinin olması gerekiyor. Ve onların hepsini elde edinceye kadar sadece bunu yaparsın." dedi. Sonra dikdörtgeni doldurmaya devam etti (Şekil D.6'daki birinci taslağa bakınız).

Malcolm sonra, cevabın, $4x^2+8x+4$ olması gerektiğini söyledi. +2 ve –2'nin farklı bir şey yapmak gerektiği anlamına gelip gelmediğini sordum. "Oh, evet, bunların ters çevrilmesi gerekiyor çünkü onlar karalanmış blokların altındalar" dedi. Sonra iki negatif birim boyut karosunun altındaki dört x karosunu ve dört birim karoyu ters çevirdi (Şekil D.6'daki ikinci taslağa bakınız).



Şekil D.6 (2x+2) (2x–2) için Malcolm'un çözümü.

Malcolm'a sonuncu cevabını şimdi değiştirmek isteyip istemediğini sordum ve "Evet, bu dört karalanmış karo bu dört tanesini kaldırır böylece $4x^2$ ve eksi (negative) 4 kalır" dedi. Vanetta, "Dört x^2 eksi (minus) 4"diyerek onu düzeltti. Herkesin bunu anlayıp anlamadığını sordum ve öğrencilerin çoğu başlarını sallayarak evet dediler. Öğrencilere, sınıfın karşısına çıkmak için yeteri kadar cesur olduğu için Malcolm'u alkışlamalarını söyledim. Ders bitmek üzere olduğu için İçişleri Bakanları'ndan karoları toplamalarını istedim ve herkese çalışma yapraklarını eve götürmelerini ve ödev olarak onları bitirip bitiremeyeceklerini anlamalarını söyledim.

Bu ders hakkında daha sonra düşündüğü zaman, karışık duygularım vardı. Bir taraftan, Malcolm'un sınıfın karşısına çıktığını gördüğüm özellikle doğru cevabı bulduğu için mutluydum. Diğer taraftan, açıklamasında söylediği şey üzerinde gerçekten düşündüğüm zaman, kendi kendime "Bu ne kadar matematiksel oldu? Malcolm beklediğim bağlantıların herhangi birini kuruyor muydu? Başka herkes yapıyor mu?" diye sormam gerekti.

Tartışma Soruları

1. Bu derste Monique hangi konularla ilgilenmiştir?

a. Monique'in ilgilendiği matematiksel konular neydi?

b. Sizce Monique öğrencilerinin neyi öğrenmelerini istiyor? (*Bu görevi kullanan bir öğretmenin öğrenciler için hangi matematiksel amaçları vardır?)*

c. Monique'i ilgilendiren herhangi bir matematiksel olmayan konu var mıydı?

2. Sizce Monique'in öğrencileri derste ne öğreniyor? (*Bu görevi kullanan öğrencilerden düşünme / akıl yürütmenin hangi türlerini bekleyebiliriz?*)

a. Onlar, alan gösterimleri ve sembolik işlem yolların arasındaki bağlantıları kuruyorlar mıydı? (*Bu görevle birlikte öğrencilerin hangi kavram yanılgıları veya hatalarını bekleyebiliriz? Bu öğrencilerin anlayışları veya yanlış anlayışları hakkında hangi çıkarımlarda bulunabilirsiniz? Monique, öğrenci anlayışları veya yanlış anlayışlarını değerlendirmek için ne yaptı?*)

b. Malcolm'un dersin sonundaki açıklaması iyi bir matematiksel açıklama mıydı? Neden veya neden değil?

3. Monique'in öğrencilerin kurmasını beklediği bağlantıları kurup kurmadığını hangi faktörler etkilemiş olabilir?

a. Yüksek düzey düşünme içinde öğrencilerin meşguliyetini desteklemek veya engellemek için Monique'in yaptığı şeyler var mıydı? (*Bu bölümde Monique öğretimsel kararlarını tanımlayınız ve bu kararların, görevlerin gerekliliğini sürdürmeye ya da geriletmeye nasıl yardım ettiğini ifade ediniz.)*

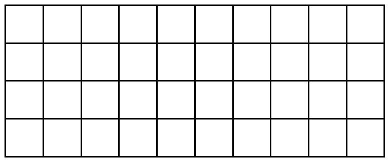
b. Öğrencilerin yaptığı hangi şey öğrenmelerini etkilemiş olabilir? (*Monique'in çeşitli öğrenci çözüm yaklaşımlarını kullanımını ve dersin matematiksel amacıyla ilişkisini açıklamak için kullandığı mantığı tahmin ediniz.)*

4. Sizce Monique sonra ne yapmalıdır? (Veya eğer Monique'in ders için daha çok zamanı olsaydı, sizce Malcolm'a nasıl yanıt vermiş olmalıydı?)

D.2 Örnek Olay 2

Bir Alan Modeli Kullanarak Kesirleri, Ondalık Sayıları ve Yüzdeleri İlişkilendirme (Stein vd., 2000)

Aşağıda gösterilen dikdörtgendeki küçük karelerin 6 tanesini karalayınız.



Diyagramı kullanarak,

a) karalanan alanın yüzde olarak gösterimini

b) karalanan alanın ondalık olarak gösterimini ve

c) karalanan alanın kesir olarak gösterimini

nasıl yapacağınızı açıklayınız.

Şekil D.7 Ron Castleman'ın örnek olayını okumadan önce tamamlanacak başlangıç etkinliği

Ron Castleman'ın Örnek Olayı

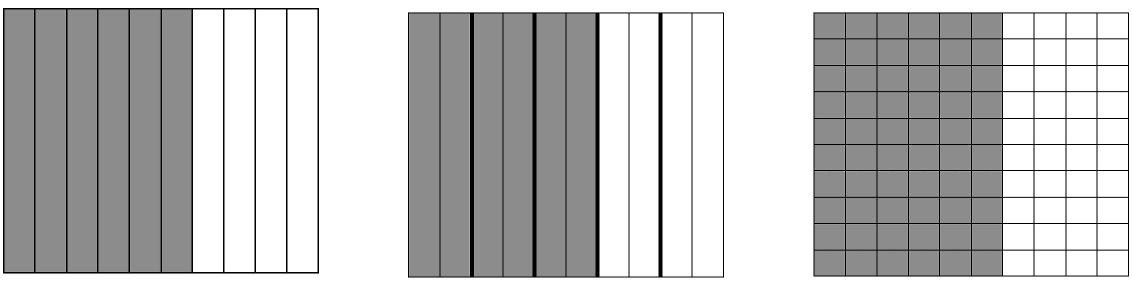
Ron Castleman, öğrencilerinden çok şey bekleyen deneyimli bir öğretmendir. Öğretmenlik yapmaya başlamadan önce, büyük bir şirkette mühendisti. İşinde başarılı sayılmasına rağmen, kendini bazı açılardan tatmin olmamış hissederek kariyerin ortasında, öğretmenlikte yüksek lisans yapmak için üniversiteye dönmüştü. Altyapısı ve matematik sevgisi göz önüne alındığında, ortaöğretim matematiğinde uzmanlaşması doğal bir seçenekti. Ortaokulda öğretmenlik yapmaya başladığı zaman matematikteki doğal yeteneği, ilginç bir şekilde, bir yararlı bir şey olmaktan ziyade bir zorluğa dönüşmüştü. Ron, anlamsız algoritmaları gösteren bir öğretmen olmamakla övünüyordu. Ancak, kavramlar ve işlem yolları üzerinde kendisinin düşünme yolları ile yedinci sınıf öğrencilerinin düşünme yollarının çok az ilişkili olduğunu keşfetmişti. Öğrencileri "anlamadığı" zaman çoğunlukla sinirlenip onları dikkat etmemekle veya yeterince sıkı çalışmamakla suçluyordu.

Öğrencileriyle iletişim kurmasının neden bu kadar zor olduğunu anlaması Ron'un uzun zamanını almıştı. Ancak, öğretmenlikte geçirdiği birkaç yıldan sonra, *öğrencileriyle sadece konuşmayı değil aynı zamanda onları dinlemeyi de öğrenmişti. Bu, öğrencilerinin matematiği nasıl kavrıyor (veya yanlış kavrıyor) olduklarını Ron'un anlamaya başlamasını sağlamıştı. Yıllar içerisinde, öğrencilerini matematik hakkında konuşmaya cesaretlendirmek için en yararlı bulduğu stratejilerden biri, diyagramların kullanmak olmuştu. Ron, herhangi bir şekilde bütün problemleri çözecek tek şey olmamakla beraber, diyagramların akıl yürütme için bir araç sağladığına inanıyordu. Öğrencileri için matematiğin diyagramlarla hayat bulduğunu anlamıştı.*

Ron, son birkaç yıldır, görsel diyagramların kullanımını savunan bir öğretim programından öğretim yapmıştı. Kendisinin ve öğrencilerinin önemli matematiksel kavramlar hakkında birbirleriyle anlamlı şekilde iletişim kurmaya başladığını düşünüyor, ama bazen, işlem yollarının (A noktasından B noktasına gitmenin olağanüstü bir şekilde çabuk ve etkili yolları) süreç içinde kaybolabileceğinden endişeleniyor. Geçen yıl boyunca temel çabası, kavramsal anlayışın gelişimi ile etkili işlem yollarının ustaca kullanımı arasında bir denge aramak olmuştu.

Ron Castleman Dersleri Hakkında Konuşuyor

Yedinci sınıf öğrencilerimle birkaç haftadır kesirlerle ve ondalık sayılarla çalışıyorduk. Geleneksel dönüşüm algoritmalarını (örneğin, 3/5=3 bölü 5=0,6) öğrenerek başladık, sonra kesir ve ondalık sayı kavramlarının anlamlarını araştırmaya devam ettik. Bunu, bir birim bütünün parçaları (portions of a unit whole) ve basamak değeri üzerine odaklanmak için manipülatifleri ve görsel diyagramları kullanarak yaptık. Örneğin, 3/5; 6/10; 0,6; 60/100 ve 0,60'ın belirttiği alanların nasıl hep aynı olduğunu göstermek için 10'a ve 100'e bölünmüş ondalık kareleri (Şekil D.8'e bakınız) kullandık.



6/10 = 0,6 | 6/10=0,6=3/5 | 6/10=60/100=0,60

Şekil D.8 3/5; 6/10; 0,6; 60/100 ve 0,60'ın belirttiği alanların eşit olduğunu gösteren ondalık kareler

Son zamanlarda, yüzdelerle çalışmaya başladık. Zamanımızın çoğunu, çeşitli manipülatifler ve görsel diyagramlar kullanarak yüzde anlamını vurgulayarak geçirdik.

Yedinci sınıf derslerimin her ikisi de, ünitenin sonuna yaklaşıyordu ve derslerdeki çalışmaların hepsinin rasyonel sayılar üzerine toplanmaya başladığından endişeliydim. O gün, öğrencileri aynı anda üç gösterimle (kesirler, ondalık sayılar ve yüzdeler) çalıştırmaya karar verdim. Öğrenciler için amacım, bir dizi dikdörtgenin karalanmış kısımlarının yüzde, ondalık sayı ve kesir gösterimlerini bulmaktı. Sayısal cevapları belirlemek için ünite başlangıcında öğrenmiş olduğumuz geleneksel algoritmalara dayanmak yerine öğrencilerin görsel diyagramları kullanmasını özellikle istedim. Bunun, kesirli çokluklar ve aralarındaki ilişkileri ifade etme biçimlerinin kavramsal anlayışlarını geliştirmeye yardım etmesini bekliyordum.

İkinci ve altıncı saatlerdeki sınıflarımda aynı konuyu işlemeyi düşündüm. Bu, daha önceki ders üzerinde yansıtma yapıp işe yarayan ve işe yaramayan şeylere göre düzenlemeler yapmam için öğle yemeği saatini kullanmamı sağlıyor. İki sınıf düzenlenme şekilleri ve öğrencilerin derslere tepki gösterme biçimleri açısından çok benzerdir, bu yüzden çoğunlukla bu stratejinin iyi işlediğine inanıyorum (bazen, dersi ilk olarak altıncı saatteki sınıfta denerim böylece ikinci saatteki öğrenciler her zaman kobay olmaz!).

İkinci Saatteki Matematik Dersi

Oluşturma. Dersin başlangıcında, üç problem dağıttım ve öğrencilerin birinciye (bu bölümün başlangıcında Şekil D.7'de gösterilen) odaklanmalarını istedim.

Öğrenciler 10x10'luk olmayan bir grid üzerinde ilk kez çalıştıkları için bu problemin öğrencileri uğraşmaya sevk etmesini bekledim. Bu, bir karmaşıklık yaratacaktı çünkü onda birleri veya yüzde birleri oluşturan alt bölgeler kendiliğinden ortaya çıkmıyordu ama öğrencilerin kesirlere ait bağıntıları anlayışlarına dayalı olarak bu alt bölgeler çözümlenmek zorundaydılar.

Problemi tartışırken, her bölümün cevaplarını anlamaları için öğrencilerimden diyagramı gerçekten kullanmalarını istediğimi ve bunu yapmak için bir yoldan daha fazla yol olduğunu gösterdim. Sözlü yönergelerimde, açıklamalarda bulunmak ve / veya açıklamalarının neden anlam ifade ettiğini grafiksel olarak göstermek için öğrencilerin hazırlanmalarını istediğimi açıkça belirttim. Öğrencilere grup arkadaşlarıyla yaklaşık 10 dakika boyunca birinci problem üzerinde çalışmalarını söyledim. Sonra, problemi çözmek için diyagramı nasıl kullandığını gösteren öğrencilerin çalışmalarını sınıfça gözden geçirdik.

Uygulama. Çiftler halinde çalışmaya başladıklarında, öğrencilerin probleme yaklaşımlarını gözleyerek sınıfta dolaştım. Bütün öğrenciler 6 kareyi kolayca karaladılar. Öğrencilerin yaşadığı zorluk konusundaki ilk gözlemim, 6 karenin bütün diyagramın yüzde kaçı olduğunu hesaplamadaki başarısızlıktı. Bazıları karelerin toplam sayısının 100 değil 40 olduğunu fark etmede başarısız olarak, neşeli bir şekilde, %6 yazmıştı. Bununla birlikte, çoğu diyagramın, olağan 10x10'luk grid olmadığını ve %6'nın doğru cevap olmayacağını fark etti. "6, 40'ın %x'idir" için cevabı belirlemek için bir algoritma öğrenmemiştik ve nasıl devam edileceği konusunda öğrencilerin kafaları karışmış görünüyordu. Kısa bir süreliğine çabalamalarına izin verdim ama ilerlememelerinden gittikçe rahatsız oldum. Hızlı cevap verememekten hayal kırıklığına uğramış hisseden birkaç öğrenci, doğru yüzdeyi hesaplamak için kullanılacak bir algoritma için bana baskı yapmaya başladı. Tereddüt ettim. Yüzdeyi bulmak için öğrencilere bir yöntem (örneğin, 6/40=x/100) vermek istemiyordum; diyagramı kullanmalarını istiyordum, ama bunu yapmaya onları nasıl yönlendireceğimden emin değildim. Birçok öğrenci, bir duvara çarpmış gibi görünüyordu ve belirsizlikle giderek daha çok tedirgin oluyordu.

Problemin hızlı bir değerlendirmesinden sonra, belki c Bölümünden (karalanan alanın kesir olarak gösterimi nasıldır?) başlamanın daha kolay olacağını fark ettim. Grupları gezerken, ilk olarak kesri hesaplayarak başlamalarını önerdim. Sezgilerim doğruydu; öğrencilerin çoğu 6 karalanmış karenin 3/20'ye sadeleştirilebilen 6/40 kesri ile gösterileceğini bulmak için dikdörtgeni başarılı bir şekilde kullandı. Ancak, sonra olan şey, kesinlikle hareket planım dahilinde değildi ve onu durmaya gücümün yetmeyeceğini fark ettim. Öğrenciler, sadece 3'ü 20'ye bölerek ve ondalık yanıt 0,15'i bularak b Bölümünü (karalanan alanın ondalık olarak gösterimi nasıldır?) yapabileceklerini heyecanlı bir şekilde fark ettiler. Ve ondalık gösterimin 0,15 olduğunu fark ettikleri zaman ondalık sayılardan yüzdelere dönüştürmek için virgülü iki basamak sağa kaydırmanın "doğru ve güvenilir" yöntemine başvurdular. Bu aşamada, problemi tamamlamış olduklarına inanarak hesaplamalarının doğru olduğunu onaylamak için onların grubuna gitmem için beklediler. Ancak, ne yaptıkları dönüşümlerin arkasındaki akıl yürütmeyi ne de kesir/ondalık sayı/yüzde ile dikdörtgenin karalamış bölgesi arasındaki ilişkiyi anladıklarına inanmıyordum. Diyagramı kullanıyor gibi görünmüyorlardı, hatta cevaplarının uygunluğunu kontrol ediyor gibi de görünmüyorlardı.

Dersin 15. dakikasıydı ve ilerlememiz gerekiyordu. Her masaya gidip cevaplarını doğru veya yanlış olarak işaretledikten sonra, cevapları bütün sınıfla paylaşma zamanı olduğunu söyledim. Gruplardan birindeki öğrencilerden, Jena ve Ray, yöntemlerini ve cevaplarını göstermesini istedim. Bu iki öğrencinin bir hesaplama hatasını yapmış olduğunu fark etmiştim ve böylece cevaplarının uygunluğunu kontrol etmek için diyagramı tekrar kullanmak için bir fırsat yaratmayı planladım. Jena ve Ray, c Bölümü için cevap olarak 3/20'yi doğru şekilde hesaplamıştı, ama bölme işlemini yanlış bir şekilde yapıp b Bölümü için 0,015 cevabını bulmuşlardı. a Bölümü için cevapları, %1,5 olmuştu. Hesaplamalarını ve cevaplarını gösterdikten sonra, "diyagrama bakın. Dikdörtgenin sadece %1,5'u karalanmış gibi mi görünüyor?" dedim. Jena ve Ray cevaplamadan önce, birkaç öğrenci, bölme problemindeki ondalık virgülünü yerleştirme hatalarını göstermeye başladı. Bunu görmezlikten gelemeyeceğimi de hissettim, böylece ondalık sayılarla uzun bölme için işlem yolunun hızlı bir gözden geçirmesini yaptım. Doğru cevap olan 0,15 hesaplandığında, Jena ve Ray yüzde cevaplarını hızlı bir şekilde %15 olarak değiştirdiler ve yerlerine döndüler. İlk %1,5 cevabına göre %15'in, karalanmış alanın yüzdesinin kesinlikle daha mantıklı bir tahmini gibi göründüğüne sınıfın dikkatini çektim.

Tek bir problemde şimdiden 20 dakika harcamış ve üç Bölümün doğru cevaplarını göstermiş olmamıza rağmen, problemi bırakmak için isteksizdim. Çünkü doğru cevaplarla işlem yollarını düşünerek çok fazla ve akıl yürütmek için diyagramı gerçekten kullanarak çok az zaman harcamış olduğumuzun rahatsız edici hissine kapılmıştım. Bir risk almaya ve Sharice ve Krystal'ı (sınıfta problemi çözmek için algoritmalara başvurmamış tek grubun iki öğrencisini) tahtaya çağırmaya karar verdim. Doğru cevabı bulamamış olmalarına rağmen, en azından, diyagramı kullanarak akıl yürütmeye çalışmışlardı. Sharice ve Krystal, ilk sütunda 4 kare ve ikinci sütunda 2 kare karalayıp sonra karelerin %6'sının karalandığını belirterek başladılar (Cevaplarının yanlış olduğunu biliyordum, ama cevabı tekrar gözden geçirtmek için ne yapılacağından emin değildim. Bu önemli olmadı, ne söyleyeceğimi düşünürken onlar problemin sonraki bölümü için çalışmalarını göstermek için istekli devam ettiler). b Bölümü için belirli bir cevapları olmadığını söylediler, ama onların bir fikri vardı. Krystal dikdörtgeni işaret etti ve "her biri 1/10 değerinde olan toplam 10 sütun vardır. Eğer bir sütun karalansaydı, cevap 0,1 olurdu ve eğer her iki sütun karalansaydı cevap 0,2 olurdu. Bu nedenle, cevap ikisi arasındadır." dedi. 1/10'un 1/2'sinin bir ondalık sayı olarak nasıl hesaplayabileceklerini veya nasıl yazabileceklerini sorduğum zaman, omuzlarını silktiler. Bu noktada, diğer öğrencilerden herhangi birinin, 1/10'un 1/2'sinin bir ondalık sayı olarak nasıl yazılabileceğini bilip bilmediğini sorarak sınıfa döndüm. Birkaç öğrenci, yanlış cevaplar verdi. Zaman azlığının baskısını hissederek, önceden yaptığımız, *kesrin kesri* ifadesinin çarpma olarak yorumlandığı bir çalışmayı sınıfa hatırlattım. Yazı tahtasına yazarak, "1/2×1/10'un 1/20'ye eşit olduğunu ki bu kesrin kendisine denk 5/100 kesri veya 0,05 ondalık sayısı ile yazılmış olabileceğini" açıkladım. Karalanmış 6 kare için, ondalık gösterimin 0,15 (1/10+5/100) olacağını açıklamaya devam ettim.

Saatimi kontrol ederek, 45 dakikalık dersimizin neredeyse 30. dakikasında olduğumuzu gördüm. Bu problemde yeterli zaman geçirmiş olduğumuza ve öğrencilerin, kalan iki problem üzerinde çalışmaya başlamaları gerektiğine karar verdim.

İkinci Saat Üzerine Yansıtma

Öğle yemeği boyunca, ikinci saatte gerçekleşenler hakkında düşündüm. Ayrıca öğrencilerin üç problem üzerinde çalışma raporlarını inceleme fırsatım oldu. Çoğu, aslında problemlerin üçünü de tamamlamıştı. Bununla birlikte öğrencilerin büyük çoğunluğu, diyagramlara gerçekten çok az dikkat ederek doğrudan algoritmaların kullanımına geçmişti. Üstelik bazen yanlış işlem yollarını kullanmışlardı; çoğunlukla, işlem yolları yanlış bir şekilde uygulanmıştı. Birçok öğrencinin cevaplarının uygunluğunu kontrol etmede açıkça başarısız olduğu gerçeğine kıyasla özensiz uygulama ile kendimi daha az rahatsız hissetmeme çok şaşırdım.

Ders hakkında düşünürken, hedeflerimin mantıklı olduğuna ve iyi görevler seçip oluşturmuş olduğuma karar verdim. Ve öğrenciler istediğim şeyi yapma yeteneğine kesinlikle sahiptiler, fakat sadece yavaştılar ve yaptıkları şey üzerinde gerçekten düşünmek zamanlarını alıyordu. Altıncı saatteki dersimde tekrar denemeye karar verdim ama bu sefer zamanın ilerleme hızımızı yönetmesine izin vermeyecektim. Öğrencilerin nasıl ilerleneceği hakkındaki kaygılarının beni rahatsız etmesine de izin vermemeye karar verdim. Keşke, nasıl yapılacağını söylemeden onları desteklemek için bir yol bulabilseydim….

Altıncı Saatteki Matematik Dersi

Oluşturma. Öğrencilerin cevapları bulmak için diyagramı kullanmaları gerektiğini yeniden vurgulayarak ikinci saatteki dersimdekiyle tam olarak aynı tarzda görevi oluşturdum. Bir kez daha, doğru cevapları bulup bulmadıklarına ek olarak, açıklamalarının niteliği ve görsel akıl yürütme süreçleri ile öğrencilerimi değerlendireceğimi belirttim.

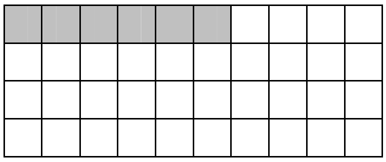
Uygulama. Öğrenciler çiftler halinde çalışmaya başladığında, probleme yaklaşımlarını gözleyerek sınıfta dolaştım. İkinci saatteki derste olduğu gibi, öğrenci zorluğu konusundaki ilk gözlemim, 6 karenin toplam diyagramın yüzde kaçı olduğunu hesaplamadaki başarısızlıktı. Birkaç öğrenci, karelerin toplam sayısının 100 değil 40 olduğunu fark etmede başarısız olarak yine %6 yazmıştı. Bununla birlikte çoğu, diyagramın olağan 10x10'luk grid olmadığını ve %6'nın doğru cevap olmadığını fark etmişti. Bu sınıf, "40'ın % kaçı 6'dır?"a cevap vermek için bir algoritma öğrenmemişti ve nasıl ilerleneceği ile ilgili olarak öğrencilerin kafaları karışmış gibiydi. Kendimi tutum ve onların çabalamalarına imkân verdim.

Karelerin sayısı 100 olmadığı zaman doğru yüzdeyi hesaplama kuralı onlara öğretilmemiş olduğundan, birkaç öğrencinin hesaplamanın çok zor olduğundan şikâyet etmeye başlaması uzun sürmedi. Karşılık olarak, dikkatlerini yeniden diyagrama çekmeye çalıştım. Hem karelerin sütunlar ve satırlar halinde düzenlenme şekillerine hem de karelerin toplam sayısına dikkat ederek dikdörtgene dikkatle bakmaları gerektiğini anımsattım. "Yüzdeyi hesaplamanıza yardım etmesi için bu bilgiyi nasıl kullanabilirsiniz?" diye sordum. Bu, kısa bir süre devam etti. Bir formül için beni rahatsız etmeyi durdurdular ve sessiz konuşma vızıltılarını duymaya başladım çünkü öğrenciler konuşurlarken diyagramlarını işaret ederek grup arkadaşlarıyla olasılıkları tartışmaya başlamışlardı.

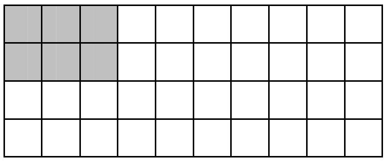
Neredeyse 10 dakika geçmişti ve sinirlenmeye başlıyordum. Öğrencilerin çoğu hala, karalanmış karelerin yüzdesini doğru şekilde hesaplamamıştı. Bununla birlikte öğrencilerin görevle meşgul olduğunu fark ettim ve birkaçı grup arkadaşıyla oldukça hararetli tartışmalar sürdürüyor gibiydi görünüyordu. Kendi kendime verdiğim sözü hatırlayarak, birkaç dakika daha devam etmeleri için onlara izin vermeye karar verdim.

Grupları dolaşarak, dikkatle öğrencilerin problemle uğraşmalarının çeşitli yollarına baktım. En çok ilerleme kaydeden öğrencilerin, dikdörtgenin her sütunun 1/10'u gösterdiğini ve 6 karenin 1½ sütunu "dolduruyor" gibi görülebileceğini fark etmiş olduğunu gözlemledim. Bir sütun 1/10 veya %10 ise, bir "sütun ve yarısı" %15 olur, şeklinde akıl yürüttüler.

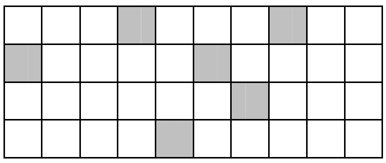
En fazla zorluk yaşayan öğrenciler, kareleri yatay bir şekilde satırlar halinde, 2x3'lük dikdörtgenler halinde ya da dağınık bir düzen halinde karalanmış dikdörtgenlerle çalışıyordu (Şekil D.9'a bakınız). Bu, dikdörtgeni 10'a bölünmüş olarak görmede zorluklara neden olmuş gibi görünüyordu. Bu öğrenciler için, yüzdeyi hesaplamak için karalamış oldukları belirli biçime dayalı olarak diğer yolları bulmalarına yardım edecek sorular sormaya çalıştım.



Her satır yüzde kaçtır?



Dikdörtgenin içine kaç tane benzer grubu sığdırabilirsiniz?



Her kare, bütün dikdörtgenin yüzde kaçıdır?

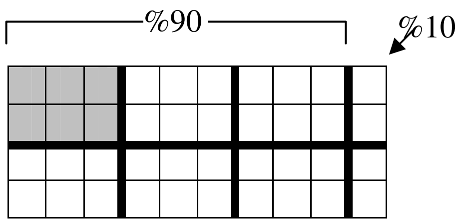
Şekil D.9 Altı karenin farklı karalamalarına dayanan öğretmen soruları (Stein ve Smith, 1998). (NCTM tarafından 1998 telif hakkı korunarak Mathematics Teaching in the Middle School dergisinin izniyle yeniden basılmıştır. Bütün hakları korunmuştur.)

Her örnekte, "Bunun üzerinde düşünün. Yüzdeyi anlamanıza nasıl yardım edebilir?" dedim. Sonra üzerinde çalışmaları için bir süre daha onları kendi hallerine bıraktım.

Dersin yaklaşık 20. dakikasındaydık ve öğrencilerin çoğunun en azından problemin üç Bölümünü çalışmış olduğunu fark ettim. Stratejiler ve mantıklı açıklamaları bütün sınıfla paylaşma zamanı geldiğine karar verdim. Diğer öğrencilerin çok azının kullanmış olduğu bir strateji (bence mükemmel düşünme ve akıl yürütmeyi gösteren bir strateji) ile a Bölümüne yaklaşmış oldukları için tahtaya Jaleesa ve Rachel'i çağırdım ve a Bölümü için akıl yürütme biçimlerini açıklamalarını istedim. Jaleesa, tepegöz slâydına "6x%2,5=%15" yazdı ve sonra iki kız yerlerine dönmeye başladılar. Tepegöz projektörüne dönüp yöntemleri ve açıklamaları için bir mantık sunmalarını isteyerek hızlı bir şekilde araya girdim. Rachel, diyagramda 40 kare olduğundan ve tüm diyagram, %100'ü ifade etmesi gerektiğinden dolayı her küçük karenin %2½'ye eşit olması gerektiğini belirtti. 6 karalanmış kare olduğundan yüzde kaçın karalandığını bulmak için 2,5 ile 6'yı çarpmışlardı. Diğer öğrencilerin, çözüm yöntemleri hakkında kızlara soracakları olup olmadığını sordum.

Jaleesa ve Rachel, diğer öğrencilerden gelen sorulara yanıt olarak kendi yöntemlerini açıkladıktan sonra, öğrencilerin çoğunun onların yaklaşımını anladığını düşündüm. "Hepimizin aynı fikirde olduğu" sezgisi tarafından yaratılan bu fırsatı, Jaleesa ve Rachel'in akıl yürütme stratejileri ile önemli bir matematiksel düşünceyi ilişkilendirmek için kullandım. Kızların açıklamalarına, dikdörtgenin %100'e eşit olduğunu göstererek başladıklarını belirttim. Michael, "100'e bölünmemiş bir şey nasıl %100'e eşit olabilir?" diye sordu. Derrick "%100=1 olduğunu mu iddia ediyorsunuz? %100=100 olduğunu düşünüyordum!" diye ekledi. Öğrenciler bu sorular hakkında görüşlerini sundukça, %100=1=1,00 düşüncesi üzerinde yoğunlaştık. Kullanılan probleme göre, bütünün bölündüğü parçaların sayısına bakılmaksızın bütün dikdörtgeni göstermek için %100'ün kullanılabileceğini belirttik.

Dersin 30. dakikasında olmamıza rağmen, sınıfça problemin bir bölümü için sadece bir stratejiyi incelemiştik. Problem üzerinde biraz daha çalışmaya karar verdim ve karalanmış karelerin yüzdesini hesaplamanın başka bir yolunu göstermek için ikinci bir grubun tahtaya gelmesini istedim. Ömer ve Marcus, dikdörtgenin sol üst köşesinde 6 kare karalamışlardı ve yüzde hesaplamaya Şekil D.10'da gösterildiği gibi başlamışlardı. Diğer öğrenciler dinleyip birkaç soru sorunca stratejilerini ve neden anlam ifade ettiğini açıkladılar.



%90÷6=%15

Şekil D.10 Ömer ve Marcus tarafından gösterilen diyagram

b Bölümüne devam ederek, Tim ve Daniel'i tahtaya çağırmaya karar verdim.

Oldukça özenle çalışmışlar ama henüz bir cevaba ulaşmamışlardı. Daniel, dikdörtgeni işaret ederek ve “Toplam 10 sütun var ki bu da her bir sütunun 1/10 ettiğini gösterir. Eğer bir sütun karalansaydı cevap 0,1 ve eğer iki sütun karalansaydı cevap 0,2 olurdu. Bundan dolayı, cevap ikisinin arasındadır.” diyerek başladı. Onlara 1/10’un 1/2’sinin ne olduğunu nasıl anlayabildiklerini sorduğum zaman, emin olmadılar. Bu noktada, onlara 2 ondalık kare verdim (Şekil D.10’a bakınız) ve karelerin 1/10’un 1/2’sinin ne olduğunu onların anlamasına yardım edip edemeyeceğini sordum. Tim, 100’e bölünmüş ondalık kareyi kullanarak 1/10’un, bir tane 10 küçük kare sütunu (10 tane yüzde bir) olduğu sonucunu çıkardı. 1/10’un yarısının bir sütunun 1/2’si veya 5 küçük kare (5 tane yüzde bir) olacağını ifade etti. Daniel, 40 karelik diyagrama dönerek, bir sütunun, 1/10 veya 10 tane yüzde bir (4 karesi olsa da!) olduğunu ve bir sütunun 1/2’sinin hala onun yarısı (yani, 10 tane yüzde birin 1/2’si) veya 5 tane yüzde bir (2 karesi olsa da!) olduğunu ekledi. Tim ve Daniel, cevaplarının 15 tane yüzde bir (0,15) için 10 tane yüzde bir (0,10) artı 5 tane yüzde bir (0,05) olması gerektiği sonucuna vardılar.

Zamanımız kalmamıştı! Bu ilk problemde tasarladığımdan daha fazla zaman harcanmasına rağmen, kalan problemler için öğrencileri doğru yola sevk etmenin gerekli olduğunu düşünüyordum. Öğrencilere, kalan iki problemi ödev olarak tamamlamalarını ve cevaplarını hesaplamak için dikdörtgeni nasıl kullandıkları hakkında açıklamalar yazmalarını söyledim.

Tartışma Soruları

İkinci Saatteki Dersin Ardından

1. Ron’un ders esnasında ilgilendiği matematiksel konular nelerdir? Bunlar neden önemli konulardır? Ron hangi matematiksel olmayan konularla ilgileniyor gibi görünüyordu?

2. Ron görevi oluşturduğunda öğrencilerin meşgul olmalarını istediği düşünceyi nasıl tanımlarsınız? Öğrenciler görev üzerinde çalışmaya başladıktan sonra Ron’un amaçları değişti mi? Ron’un amaçları gerçekleşti mi?

Altıncı saatteki dersin ardından

3. Altıncı saatteki ders için görevi oluşturduğu zaman Ron’un öğrencilerin meşgul olmalarını istediği düşünceyi nasıl tanımlarsınız?

a. Ron’un, her iki sınıf için aynı başlangıç amaçları varmış gibi görünüyor muydu?

b. Altıncı saatteki öğrenciler, ikinci saattekilerle aynı şekilde görevle meşgul oldular mı? Her bir sınıfta ne öğrenildi?

4. İki derste, hangi sınıf temelli faktörler farklı türlerde öğrenci meşguliyetine katkıda bulunmuştur?

a. Tasarladığı gibi görevde öğrencilerin meşgul olmasını destekleyebilmiş (veya destekleyememiş) olan Ron, iki derste neyi farklı şekilde yaptı? Bir fark varsa, neyi aynen yaptı?

b. Görevle kendi meşguliyetlerini ve öğrenimleri etkileyebilmiş olan öğrenciler derslerin her birinde ne yaptılar?

EK E Bilişsel Gerekliliklerle İlgili Sınıf İçi Faktörler ve Modeller

E.1 Bilişsel Gerekliliklerin Sürdürülmesi ve Gerilemesi ile İlgili Sınıf İçi Faktörler (Stein ve Smith, 1998; Stein vd., 2000)

Yüksek Düzey Bilişsel Gerekliliklerin Gerilemesi İlgili Faktörler	Yüksek Düzey Bilişsel Gerekliliklerinin Sürdürülmesi İle İlgili Faktörler
1. Görevin problemli yönleri sıradan hale gelir (örneğin, öğrenciler, gerçekleştirilecek işlem yollarını veya adımları açıkça belirterek görevin karmaşıklığını azaltması için öğretmene baskı yaparlar; öğretmen düşünme ve akıl yürütme "sorumluluğunu alır" ve öğrencilere problemin nasıl çözüleceğini söyler). 2. Öğretmen, dikkati anlamlar, kavramlar veya anlayıştan cevabın doğruluğuna veya tamlığına yöneltir. 3. Görevin çaba gerektiren yönleriyle uğraşmak için yeteri kadar zaman verilmez ya da çok fazla zaman verilir ve öğrenciler, konuyla ilgisiz davranışlara yönelirler. 4. Sınıf yönetimi problemleri, yüksek düzey bilişsel etkinliklerinde sürekli meşguliyeti engeller. 5. Öğrencilerin belirli bir grubu için görev uygunsuzluğu (örneğin, öğrenciler, ilgi, motivasyon veya ön bilgi eksikliği yüzünden gerçekleştirilmesi gereken yüksek düzey bilişsel etkinliklerle meşgul olmazlar; görev beklentileri öğrencilerin doğru bilişsel alan içinde olmaları için yeteri kadar açık değildir). 6. Öğrenciler, yüksek düzey ürünler veya süreçler için sorumlu tutulmazlar (örneğin, her ne kadar düşüncelerini açıklamaları istense de, karışık veya yanlış öğrenci açıklamaları kabul edilir; öğrencilere çalışmalarının, bir başarı derecesi ile ilgili olarak "önemli" olmadığı izlenimi verilir).	1. Öğrenci düşünmesi ve akıl yürütmesini destekleme (scaffolding) 2. Öğrencilere, kendi ilerlemelerini izleme olanağı sağlanır 3. Öğretmen veya yetenekli öğrenciler, yüksek düzey performansı modellerler. 4. Açıklamalar, gerekçeler ve / veya anlam için sürekli baskı öğretmenin soru sorması, yorumları ve / veya geri bildirim yoluyladır. 5. Görevler, öğrencilerin önceki bilgisine dayandırılır. 6. Öğretmen, sık görülen kavramsal bağlantıları gösterir. 7. Keşfetmek için yeterli zaman (çok az değil, çok fazla değil).

E.2 Görev Oluşturma ile Uygulamanın Yaygın Modelleri ve En Sık İlişkilendirilen Faktörler (Stein ve Smith, 1998; Stein vd., 2000).

MODELLER Görev Oluşturma → Görevi Uygulama	Yüksek düzey gereklilikler	Çoğunlukla Sürdürme ve Gerilemenin Belirli Modelleri İle İlişkilendirilen Faktörler
Matematik yapma → Matematik yapma	Sürdürüldü	Görev Öğrencilerin önceki bilgisine dayandırılır Destekleme (Scaffolding) Yeterli miktarda Zaman Modellenen yüksek düzey performans Açıklama ve anlama için sürdürülen baskı
Matematik yapma → Anlamlı bağlantılar olmadan işlem yolları	Geriledi	Görevin problemli yönleri sıradanlaşır Odak doğru yanıta kayar Çok fazla ya da çok az zaman
Matematik yapma → Sistematik olmayan keşif	Geriledi	Görevin Öğrenciler için uygunsuzluğu Çok fazla ya da çok az zaman Görevin problemli yönleri sıradanlaşır
Matematik yapma → Matematiksel olmayan etkinlik	Geriledi	Görevin Öğrenciler için uygunsuzluğu Sınıf yönetimi problemleri Çok fazla ya da çok az zaman
Bağlantılı işlem yolları → Bağlantılı işlem yolları	Sürdürüldü	Görev Öğrencilerin önceki bilgisine dayandırılır Modellenen yüksek düzey performans Yeterli miktarda Zaman Açıklama ve anlama için sürdürülen baskı Destekleme (Scaffolding)
Bağlantılı işlem yolları → Bağlantısız işlem yolları	Geriledi	Görevin problemli yönleri sıradanlaşır Odak doğru yanıta kayar Görevin Öğrenciler için uygunsuzluğu

Not: Her model için faktörler, en az sıklıkla gözlenenden en çok sıklıkla gözlenene doğru sıralanmıştır.

EK F Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulamasında Kullanılan Görevler

F.1 İkinci Dereceden Fonksiyonların Grafikleri

Araştırma 1: Denklemlerden Grafiklere
Aşağıdaki fonksiyonların grafikleri için grafiğin görünümünü ve koordinat düzlemindeki yerini keşfedeceksiniz. Temel fonksiyon $y=x^2$ nin grafiği ile bu fonksiyonlar nasıl ilişkilendirilebilir?

$y=ax^2$ **$y=x^2+c$** **$y=ax^2+c$**

Üç ifadenin fonksiyonlarının grafiğini çizmek için grafik çizer hesap makinesi ya da bilgisayarda grafik çizme programı kullanınız ya da her hangi bir araç kullanmadan çizim yapınız. a ve / veya c yerine farklı değerleri yazınız. 1'den büyük, 0 ile 1 arasında, pozitif ve negatif olan çeşitli değerleri kullanınız. Gözleminizi **"**Araştırma 1" Kayıt Yaprağına kaydediniz.
İş yükünü grup üyeleriniz arasında paylaştırınız. Denklemleri hesap makinesinin "y=" listesine girerek grafiklerini aynı ekranda çiziniz ya da denklemlerin grafiklerini aynı koordinat düzleminde çiziniz. "$y=x^2$" yi listede ilk denklem olarak alınız. Standart ekran görünümünü kullanınız.
Bir grup olarak, aşağıdaki soruları cevaplamak için grafiklerinizi kullanınız:
1) Grafikler, temel fonksiyon "$y=x^2$" in grafiğine ne kadar benzerdir ve farklıdır?
2) Bu grafikler birbirlerine ne kadar benzerdir ve farklıdır?
3) a ve c nin değerlerindeki değişiklikler koordinat düzleminde
— grafiğin görünümünü (şeklini) ve
— grafiğin tepe noktasının yerini
nasıl etkilemektedir?

Çıkardığınız sonuçları kontrol ediniz. Aynı biçimde başka bir fonksiyonunu yazınız ve hesap makinenizde grafiğini çizmeden önce grafiğin neye benzeyeceğini tahmin ediniz.
Sonuçlarınızı sınıfta tartışmak için hazırlanınız.

Araştırma 2: **Denklemlerden Grafiklere: İkinci Dereceden Denklemler**
Bölüm 1: Grafik çizer bir hesap makinesi ya da bilgisayarda grafik çizme programı kullanarak, $y=x^2+bx$ biçimindeki fonksiyonların grafiklerini araştırınız. "b", koordinat düzleminde grafiklerin yerini nasıl etkiler?
Yapabildiğiniz kadar çok bağıntı tanımlayınız.
Bulgularınızı tartışmak ve iddialarınızı savunmak için hazırlanınız.

Bölüm 2: Grafik çizer bir hesap makinesi ya da bilgisayarda grafik çizme programı kullanarak, $y=x^2+bx+c$ biçimindeki denklemlerinin grafiklerini araştırınız. "b" ve "c" birlikte grafiğin konumuna hangi etkiyi yapmaktadır?
Bulgularınızı tartışmak ve iddialarınızı savunmak için hazırlanınız.

F.2 İnanılmaz Ayla

Ayla, inanılmaz bir yeteneği olduğunu iddia ediyor. "Herhangi bir çokgen çizin ve bana göstermeyin. Sadece kenar sayısını söyleyin ve size şunları söyleyebilirim:

- İç açılarının toplamı!
- Dış açılarının toplamı!

Çokgen düzgün çokgen ise her bir iç ve dış açının ölçüsünü de söyleyebilirim! Şaşırtıcı bir yeteneğim var."

Ayla'nın iddiaları doğru mudur? Gerçekten inanılmaz bir yeteneği mi var veya herhangi birisinin aynı şeyi yapması mümkün müdür?
Bu derste, hangi tahminlerin olası olduğunu araştıracaksınız.

Başlangıç: Açılar hakkında neler biliyorsunuz?

Öncelikle açı ölçüleri ile ilgili bir takım özellikleri araştıracaksınız. Gurup üyelerinizle beraber konu hakkında ne bildiğinizi listeleyiniz:

1. Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı. • Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı, her üçgen için aynı mıdır, ya da farklı türdeki üçgenler (örneğin, eşkenar, ikizkenar, çeşitkenar) için farklı mıdır?	
2. Bir düzlemde ortak bir nokta etrafındaki açılar.	
3. Düz bir çizgi (doğru açı) oluşturan açılar	
4. Diğer:	

Cevaplarınızı resimler, sözcükler ya da semboller kullanarak doğrulamak için hazırlanınız.

Araştırma 1. Herhangi bir konveks (dışbükey) çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını tahmin etme.

Herhangi bir konveks (dışbükey) çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı için bir formül bulmak için açı ölçüleri hakkında bildiklerinizi kullanınız.

Bireysel çalışarak, 4, 5, 6, 7 veya 8 kenarlı en az iki çokgenin iç açılarının toplamını araştırınız. Birkaç çokgen çizmek için cetvel kullanınız. Bazılarının düzgün olmayan çokgenler olduğundan emin olunuz. Her bir çokgeni üçgensel alt bölgelere ayırınız böylece çokgeninizin iç açılarının toplamını belirlemek için açı ölçüleri hakkında daha önceden bildiklerinizi kullanabilirsiniz. Sonuçlarınızı Kayıt Yaprağınıza kaydediniz.

Bir grup olarak, sonuçlarınızı tek kayıt yaprağında birleştiriniz ve şu soruları cevaplayınız:

1) Grup üyeleri çokgenlerini üçgensel alt bölgelere nasıl bölmüş? Herkes aynı şekilde mi yapmış? Farklıysa, hesaplarınızı nasıl etkilemiş?
2) Çokgenin, düzgün olup olmadığı açı ölçülerinin toplamını etkiler mi? Neden etkiler veya neden etkilemez?
3) Bu problemi araştırırken hangi modelleri fark ettiniz?
4) Çokgenin kenarlarının sayısı ile çokgenin iç açılarının ölçülerinin toplamı arasındaki bağıntı nedir? Bu bağıntıyı cebirsel olarak ifade ediniz ve ifadenizin herhangi bir dışbükey çokgende işe yarayacağını nereden bildiğinizi açıklayınız.

Araştırma 2. Herhangi bir konveks (dışbükey) çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamını tahmin etme.
Herhangi konveks (dışbükey) bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı için bir formül bulmak için Araştırma 1'de bulduklarınızı kullanınız.

Grup üyelerinizle beraber, Araştırma 1'de oluşturduğunuz çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamını araştırınız. Her bir köşedeki dış açıyı çizmek için cetvel kullanınız. Her bir çokgenin dış açılarının toplamını belirlemek için çizimlerinizdeki açılar hakkında bildiklerinizi kullanınız. Sonuçlarınızı kayıt yaprağında uygun sütuna yazınız.

Bir grup olarak şu soruları cevaplayınız:
1) Bu problemi araştırırken hangi modelleri fark ettiniz?
2) Düzgün çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı ile düzgün olmayan çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı aynı mıdır? Neden aynıdır veya neden aynı değildir?
3) Konveks (dışbükey) bir çokgenin kenar sayısı ile çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı arasındaki bağıntı nedir? Bu bağıntıyı cebirsel olarak ifade ediniz ve ifadenizin herhangi bir dışbükey çokgen için işe yarayacağını nereden bildiğinizi açıklayınız.

Araştırma 3. Herhangi bir konveks (dışbükey) çokgenin tek bir iç açısının ölçüsünü ya da tek bir dış açısının ölçüsünü tahmin etme.
1) Araştırma 1 ve 2'de keşfettiklerinizi kullanarak herhangi bir düzgün çokgenin bir açısı için bir formül bulmak mümkün müdür? Mümkünse formül nedir? Mümkün değilse neden değildir?
2) Düzgün olmayan bir çokgenin bir iç ya da dış açısı için bir formül bulmak mümkün müdür? Neden mümkündür veya neden mümkün değildir?

Özet
Araştırma 1,2 ve 3'e dayanarak:
1) Ayla sadece kenar sayısını bildiği bir konveks çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını nasıl tahmin edebilir?
2) Ayla sadece kenar sayısını bildiği bir konveks çokgenin dış açılarının toplamını nasıl tahmin edebilir?
3) Düzgün çokgenler için başka hangi bağıntılar vardır?

Ek soru
Konkav çokgenlerin (dışbükey) kenar sayıları ile açı ölçüleri arasında hangi bağıntılar vardır?

Bireysel kayıt yaprağı

Kenar sayısı	Her bir çokgeni çizip adlandırınız • Çokgeni üçgenlere nasıl böleceğinizi gösteriniz (Araştırma 1) • Dış açıları gösteriniz (Araştırma 2)	Düzgün çokgen ya da düzgün çokgen değil	Üçgenlerin sayısı	İç açılarının ölçüleri toplamı (Araştırma 1) hesaplamalarınızı gösteriniz	Dış açılarının toplamı (Araştırma 2) hesaplamalarınızı gösteriniz

Grup kayıt yaprağı (gerekliyse ek kâğıt kullanınız)

Çokgenin adı	Kenar sayısı	Çokgenin taslağı	Düzgü çokgen olup olmadığı	Üçgenlerin sayısı	İç açılarının toplamı (Araştırma 1) (hesaplamaların izi gösteriniz)	Dış açılarının toplamı (Araştırma 2) (hesaplamaların izi gösteriniz

Modeller:

Herhangi bir konveks çokgenin iç açılarının toplamı için formül(ler):

Herhangi bir konveks çokgenin dış açılarının toplamı için formül(ler):

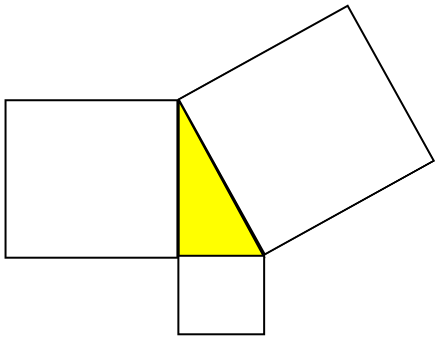
F.3 Telefonla Arama Planları

Bir **A Şirketi (Company A)** telefonla görüşme tarifesi olarak aylık **5 TL** sabit ücret, telefonla konuşulan her dakika için **4 kr.** ücret belirlemiştir. Bir **B Şirketi (Company B)** telefonla görüşme tarifesi olarak aylık **2 TL** sabit ücret, telefonla konuşulan her dakika için **10 kr.** ücret belirlemiştir.

A Şirketine abone olmanın daha kazançlı olması için her ay telefonla en az kaç dakika süre konuşmanız gerekir?

F.4 Dik Üçgenlerin Kenar Uzunlukları

Sağdaki şekil, bir dik üçgenin kenarlarına çizilen karelerin alanları arasındaki matematiksel bağıntıyı açıklamak için kullanılmıştır — Pisagor teoremi. MÖ VI. yüzyılda yaşamış Yunanlı matematikçi Pisagor'dan sonra adlandırılmasına rağmen, Çinliler, Mısırlılar ve Babillileri içeren eski uygarlıkların bu bağıntıyı bilip kullandığı ortaya çıkmıştır. Bu teoremin 300'den fazla farklı ispatı vardır. Bu derste, en iyi bilinen ispatlardan ikisini inceleyeceksiniz.



Başlangıç: Pisagor teoremi hakkında bildiklerinizi gözden geçiririniz.

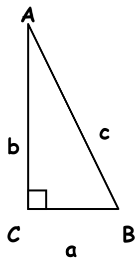
- Pisagor teoremi hakkında bildiğiniz her şeyi bireysel olarak yazınız.
- Gruplarınızda, ortak bir grup listesi oluşturunuz:
  - Bir kişiyi kaydedici olarak seçiniz.
  - Grup üyeleri olarak yazdığınız bir şeyi sırayla paylaşınız.
  - Kaydedici sadece Pisagor teoremi ile ilgili bütün grup üyelerinin hemfikir olduğu ifadeleri yazsın.
  - Bütün grup üyelerinin fikirleri tartışılıncaya kadar devam ediniz.

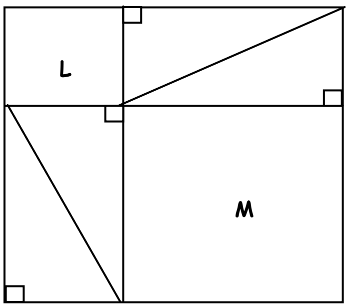
Araştırma 1: Pisagor teoremini kanıtlamanın birçok yolu vardır!

Aşağıdaki Şekil 1 ve 2, Pisagor teoreminin en çok bilinen görsel kanıtlarından birini göstermek için kullanılır. **Bu nasıl yapılabilir?**

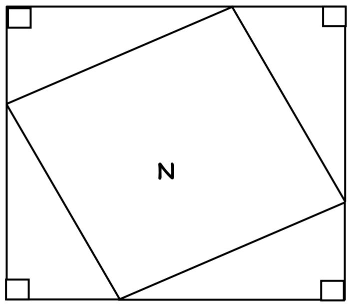
Dik kenar uzunlukları a ve b, hipotenüs uzunluğu c olan herhangi bir ABC dik üçgenini düşününüz**.**

Verilen: Şekil 1 ve Şekil 2'deki bütün dik üçgenler ABC dik üçgeni ile eştir. Şekil 1 ve Şekil 2'nin dışındaki kenarları düz birer çizgidirler.





Şekil 1



Şekil 2

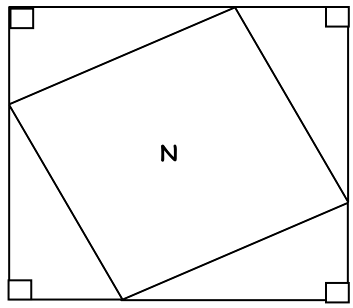
1. grubunuzla birlikte çalışarak: yukarıda verilen bilgiyi kullanarak Şekil 1 ve Şekil 2'deki şekiller ve alanlar hakkında ne sonuç çıkarırsınız? Çıkarımlarınızın her biri için bir açıklama yapmaya çalışınız.

Çıkarımlar	Açıklama

2. Ana soru: Pisagor Teoreminin bir ispatını yapmak için Şekil 1 ve 2 hakkında belirlediğinizi kullanınız. İfadelerinizi sadece farz etmeyeceksiniz, onların hepsini doğrulamanız gerekecek. İpucu: hem görsel ispatlar hem de cebirsel ispatlar mümkündür.

Ek:

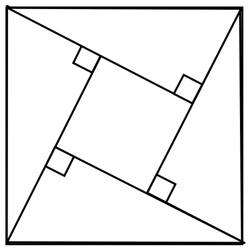
3. Hindu matematikçisi Bhaskara (1114–1185), Pisagor teoreminin birkaç ispatını geliştirmiştir. Bu ispatlardan birini yalnız Şekil 2'den geliştirmiştir. Teoremin bir ispatını yapmak için Şekil 2'deki şekiller hakkında belirlediğinizi kullanınız.



Şekil 2

Araştırma 2: Bir Çin ispatı

Eski bir Çin metni, birbirine eş 4 dik üçgenden oluşan şu şekli içermektedir:



1) Şekil 3'teki büyük dörtgen ve içindeki şekiller hakkında ne sonuç çıkarabilirsiniz?
Çıkarımlarınızı sadece ifade etmeniz değil aynı zamanda ispatlamanız gerektiğini hatırlayınız.

2) Bu şekil, Pisagor Teoremini kanıtlamak için nasıl kullanılabilir?

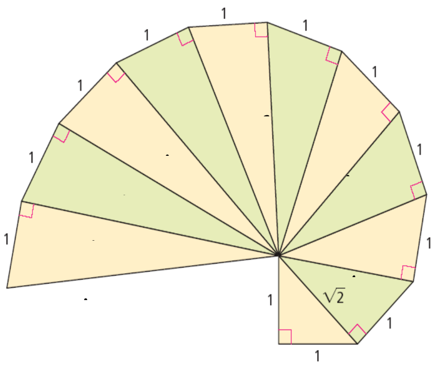
Ev ödevi: Pisagor Teoremini kullanma

İrrasyonel sayıları tamamen devirli veya devirsiz ondalık sayılar olarak göstermenin mümkün olmadığını önceki çalışmalardan biliyorsunuz. İrrasyonel sayılar için yaklaşık ondalık değerleri bulma, sayıların ayırt edilebilir modelleri olmayan sınırsız dizileridir.

Bununla birlikte, uzunluğu irrasyonel sayı olan doğru parçalarını çizmek mümkündür. Bu ödevde, böyle doğru parçalarını çizmek için Pisagor'un takipçisi olan Yunanlı Theodorus tarafından oluşturulan yöntemi kullanacaksınız.

Dik kenar uzunlukları 1 santimetre olan bir ikizkenar dik üçgenle başlayınız. Hipotenüsün uzunluğunu (a) bulunuz ve hipotenüs üzerine yazınız.

Şimdi, tabanı a, yüksekliği 1 santimetre olan yeni dik bir üçgen çiziniz (şekle bakınız). Yeni üçgenin hipotenüs uzunluğu olan b'yi bulup yazınız.



Yeni üçgenin tabanı olarak bir önceki üçgenin hipotenüsünü kullanarak devam ediniz (şekle bakınız).

1. c'den k'ye kadar doğru parçaların uzunluklarını bulup şeklin üzerine yazınız.
2. Dik üçgenlerin hipotenüslerinin uzunluklarında nasıl bir model fark ettiniz? 20'inci üçgenin hipotenüs uzunluğu nedir? 100'üncü üçgen? n'inci üçgen?
3. Bir sayı doğrusu üzerinde $\sqrt{\mathbf{2}}$ 'nin yerini bulmak için Theodorus'un yöntemini nasıl kullanabilirsiniz? $\sqrt{\mathbf{3}}$? $\sqrt{\mathbf{5}}$? Tam kare olmayan herhangi bir sayının karekökü?

EK G Ders Planlarını Değerlendirme Rubriği

Görevi çözmek **3 puan**

3 puan: Kapsamdaki çözümler, göreve uygun gösterim veya strateji ile çeşitlenen yaklaşımları ifade etmektedir.
Çözümler, tam olarak gelişmiş ve açıktır.
Çözümler, yanlış işlem yollarını kapsar/olası kavram yanılgılarını belirtmektedir.

2 puan: Kapsamdaki çözümler göreve uygun gösterim veya strateji ile biraz çeşitlenen yaklaşımları ifade etmektedir.
Çözümler, tam olarak gelişmiş ve açıktır.
Çözümler, yanlış işlem yollarını kapsamaktadır/olası kavram yanılgılarını belirtmektedir.

1 puan: Kapsamdaki çözümler, göreve uygun gösterim veya strateji ile çok az çeşitlenen yaklaşımları ifade etmektedir VEYA yanlış işlem yolları / kavram yanılgıları, kapsama alınmamıştır VEYA çözümler, tam olarak gelişmiş çözümleri sunmaktan ziyade bir genel şekilde tanımlanmıştır.

0 puan: Çözümler belirtilmemiştir.

Matematiksel Amaç **2 puan**

2 puan: Uygun bir matematiksel amaç belirtilmiştir ve öğrencilerin anlaması gereken belirli matematiksel düşünceler ve "bu düşünceleri anlamanın" ne demek olduğu tanımlanmıştır.

1 puan: Uygun bir matematiksel amaç belirtilmiş olmasına rağmen öğrencilerin anlaması gereken belirli matematiksel düşünceler ve "bu düşünceleri anlamanın" ne demek olduğunu tanımlamada belirsizlik vardır.

0 puan: Matematiksel amaç, uygun değildir (kavramlardan ziyade işlemler veya konulara odaklanmıştır) veya belirtilmemiştir.

Önbilgiye Dayandırmak **2 puan**

2 puan: Öğrencilerin, sahip olması gereken önbilgiler tanımlanmıştır ve matematiksel görev ve matematiksel amaçla ilişkilendirilmiştir
Öğrencilerin uygun önbilgilerine erişmelerine yardım edecek sorular belirtilmiştir.

1 puan: Öğrencilerin, sahip olması gereken önbilgiler tanımlanmıştır, fakat matematiksel görev ve matematiksel amaçla ilişkiler zayıftır veya belirtilmemiştir VEYA
Öğrencilerin uygun önbilgilerine erişmelerine yardım edecek sorular belirtilmemiştir.

0 puan: Görevin, önbilgilere nasıl dayandırıldığı hakkında hiçbir bilgi yoktur.

Öğrenciler İçin Beklentiler **1 Puan**

1 puan: Öğrencilerin kullanacağı kaynaklar tanımlanmıştır.
Gruplama stratejileri / biçimleri ve çalışmayı rapor etme yolları belirtilmiştir.

0 puan: Ne kaynaklar ne de gruplama stratejileri ve rapor etme yolları belirtilmemiştir ya da hepsi belirtilmiş fakat açık değildir VEYA öğrenciler için beklentiler hakkında hiçbir bilgi yoktur.

Görev Oluşturmak **2 Puan**

2 puan: Öğretmenin, görevi nasıl oluşturacağı hakkında bilgi ifade edilmemiştir. Bu bilgi, görev için yüksek düzey bir bilişsel gerekliliği (örneğin, belirli bir çözüm yolu verilmez, benzer örnekler gösterilmez) sürdürmeyle açıkça ilişkilendirilmiştir.
Görevin ne istediğini öğrencilerinin anlayıp anlamadıklarını belirlemek için öğretmenin öğrencilere ne soracağı ve onlardan ne duyacağı açıkça belirtilmiştir.

1 puan: Öğretmenin, görevi nasıl oluşturacağı hakkında bilgi ifade edilmiş ama görev için yüksek düzey bir bilişsel gerekliliği sürdürmeye iyi ilişkilendirilmemiştir VEYA
Görevin ne istediğini öğrencilerinin anlayıp anlamadıklarını belirlemek için öğretmenin öğrencilere ne soracağı ve onlardan ne duyacağı açıkça belirtilmemiştir.

0 puan: Görev oluşturma hakkında hiçbir bilgi yoktur.

Sorular: Odaklama, Değerlendirme, İlerletme **4 puan**

4 puan: Öğrenci düşünmesini odaklama, değerlendirme ve ilerletme potansiyeline sahip çeşitli sorular listelenmiştir.
Sorular, belirli stratejiler veya yaklaşımlara bağlıdır.
Sorular, ders için hedeflenen matematiksel amaçla açıkça ilişkilendirilmiştir.

3 puan: Öğrenci düşünmesini odaklama, değerlendirme ve ilerletme potansiyeline sahip çeşitli sorular listelenmiştir, ama bir kategori dar bir şekilde sunulmuştur.
Sorular, belirli stratejiler veya yaklaşımlara kabaca bağlıdır.
Sorular, ders için hedeflenen matematiksel amaçla ilişkilendirilmiştir.

2 puan: Öğrenci düşünmesini odaklama, değerlendirme ve ilerletme potansiyeline sahip çeşitli sorular listelenmiştir, ama bir kategori yoktur veya çeşitli kategoriler dar bir şekilde sunulmuştur.
Sorular, genellikle belirli stratejilere bağlı değildir.
Sorular, ders için hedeflenen matematiksel amaçla ilişkilendirilmiştir.

1 puan: Sorular listelenmiştir, ama soruların öğrenci düşünmesini odaklama, değerlendirme ve ilerletme potansiyeline nasıl sahip olduğu açık değildir.
Sorular, belirli stratejilere bağlı değildir.
Sorular, ders için hedeflenen matematiksel amaçla açıkça ilişkilendirilmemiştir.

0 puan: Hiçbir soru, listelenmemiştir.

Öğrenci Meşguliyetini Sağlamak **2 Puan**

2 puan: Öğrenciler göreve başlayamazlarsa, hemen bitirirlerse ve görevin matematiksel olmayan yönlerine odaklanırlarsa öğretmenin ne yapacağını ele alan stratejiler tartışılmıştır.
Sunulan stratejiler, görevin gerekliliklerini azaltmaması bakımından yeterince açıktır.

1 puan: Puan 2'deki kategorilerin biri ele alınmamıştır VEYA sunulan stratejiler görevin bilişsel gerekliliklerini azaltmıştır VEYA stratejilerin, görevle öğrencilerin meşguliyetini nasıl destekleyeceği açık değildir.

0 puan: Öğrenci meşguliyetini sağlama ele alınmamıştır.

Öğrenci Yanıtlarını Seçmek ve Sıralamak **3 Puan**

3 puan: Paylaşma ve Tartışma esnasında paylaşmak için belirli öğrenci yanıtları tanımlanmıştır.
Yanıtların paylaşılması için belirli bir düzenleme belirtilmiştir.
Seçme ve düzenleme için mantık açıkça ifade edilmiştir ve öğrencilerin matematiksel anlayışlarının gelişmesi ile ilişkilendirilmiştir.
Her bir yanıtla ilgili olan sorular veya konular belirlenmiştir.

2 puan: Paylaşma ve Tartışma esnasında paylaşmak için belirli öğrenci yanıtları tanımlanmıştır.
Yanıtların paylaşılması için belirli bir düzenleme belirtilmiştir.
Seçme ve düzenleme için mantık ifade edilmiştir ve öğrencilerin matematiksel anlayışlarının gelişmesini ile kabaca ilişkilendirilmiştir.
Bazı yanıtlarla ilgili olan sorular veya konular belirtilmiştir.

1 puan: Paylaşma ve Tartışma esnasında paylaşmak için belirli öğrenci yanıtları tanımlanmıştır.
Yanıtların paylaşılması için belirli bir düzenleme belirtilmiştir.
Seçme ve düzenleme için mantık açık değildir
Bazı yanıtlarla ilgili olan sorular veya konular belirtilmiştir.

0 puan: Paylaşma ve Tartışma esnasında paylaşmak için belirli öğrenci yanıtları tanımlanmamıştır.

Fikirleri ilişkilendirmek ve matematiği anlamlandırmak **2 puan**

2 puan: Paylaşılan yanıtlarla matematiksel fikirleri ilişkilendiren belirli sorular veya diğer yorumlar sunulmuştur.
İlişkilendirici soruların veya yorumların, matematiksel amaç ile bağlantısı kurulmuştur.

1 puan: Paylaşılan yanıtlarla matematiksel fikirleri ilişkilendiren belirli sorular veya diğer yorumlar sunulmuştur.
İlişkilendirici soruların veya yorumların, matematiksel amaç ile yüzeysel olarak bağlantısı kurulmuştur.

0 puan: Hiçbir ilişkilendirme fikri sunulmamıştır.

Öğrencilerin Matematiksel Fikirleri Anlayışı **2puan**

2 puan: Öğrencilerin matematiksel fikirleri anlayıp anlamadığını öğretmenin bilmesine yardım edecek belirli sözcükler veya çalışma (öğretmenin görebileceği veya duyabileceği şeyler) tanımlanmıştır

1 puan: Öğrencilerin matematiksel fikirleri anlayıp anlamadığını öğretmenin bilmesine yardım edecek konuşma ve çalışmanın belirsiz tanımlamaları sunulmuştur.

0 puan: Öğretmenin, öğrencilerin matematiksel fikirlerinin anlayışlarını nasıl değerlendireceği ile ilgili hiçbir bilgi verilmemiştir.

Sonraki dersle ilişkilendirmek **2 puan**

2 puan: Ders için hedeflenen matematiksel amacı daha derin meşguliyete teşvik eden bir görev ya da tartışma veya dersteki anlayışlardan yeni fakat ilişkili matematiksel amaca yönlendiren bir sonraki ders çalışması için bir görev ya da tartışma tanımlanmıştır.

1 puanı: Bir sonraki ders çalışması için bir görev veya tartışma tanımlanmıştır, ama bu görevin matematiksel fikirlerle daha derin meşguliyete nasıl teşvik edeceği ya da yeni matematiksel bir amaca nasıl bağlantı kuracağı açık değildir.

0 puan: Bir sonraki dersin çalışması hakkında hiçbir bilgi yoktur.

Ders planlarını değerlendirme rubriği

	Kategori	**Puan değeri**	**Alınan puan**
1	Görevi çözmek	**3**	
2	Matematiksel Amaç	**2**	
3	Önbilgiye Dayandırma	**2**	
4	Öğrenciler İçin Beklentiler	**1**	
5	Görev Oluşturmak	**2**	
6	Sorular: Odaklama, Değerlendirme, İlerletme	**4**	
7	Öğrenci Meşguliyetini Sağlamak	**2**	
8	Öğrenci Yanıtlarını Seçmek ve Sıralamak	**3**	
9	Fikirleri ilişkilendirmek ve matematiği anlamlandırmak	**2**	
10	Öğrencilerin Matematiksel Fikirleri Anlayışı	**2**	
11	Sonraki dersle ilişkilendirmek	**2**	
	Toplam Puan	**25**	

EK H Matematiksel Düşünme Odaklı Öğretim Uygulamasında Kullanılan Planlar

H.1 İnanılmaz Ayla

Kavramsal Ders işleme kılavuzu

Derse **Genel bakış:** Bu, herhangi bir çokgenin açı ölçülerinin toplamını tahmin edebildiğini iddia eden Ayla bağlamında oluşturulmuş üç bölümlük bir derstir. "Başlangıç"ta, öğrenciler, üçgenlerin iç açıları ölçülerinin toplamı, birlikte doğru açı oluşturan açıların ölçülerinin toplamı ve bir noktanın etrafındaki açıların ölçülerinin toplamı hakkında bildiklerini gözden geçirmektedirler. Araştırma 1'de, öğrenciler bireysel olarak çokgenleri çizip onları çeşitli şekillerde üçgensel bölgelere bölerek ve sonra çokgenlerin iç açılarının ölçülerinin toplamını bularak dışbükey çokgenlerin iç açılarının toplamını bulmak için bu bilgiyi kullanmaktadırlar. Öğrenciler gruplarında kendi çözüm yollarını karşılaştırıp sonra oluşturulacak ve doğrulanacak için çeşitli çözüm yollarından cebirsel denklemlere genelleme yaparlar. Bu denklemler herhangi bir dışbükey çokgenin iç açılarının ölçülerinin toplamını ile kenarların sayısını arasındaki bağıntıyı tanımlar. Öğrenciler sonra, ifadelerin hepsinin eşit olduğunu cebirsel olarak doğrularlar.

Araştırma 2'de öğrenciler, Araştırma 1'de herhangi bir dışbükey çokgenin dış açılarının ölçülerinin toplamı için bir formül bulmak için keşfettiklerini kullanmaktadırlar. Araştırma 2'den hemen sonra Araştırma 3 gelmektedir. Öğrencilerden herhangi bir düzgün çokgenin tek bir iç veya dış açısının ölçüsü için bir formül bulmaları istenmektedir. Öğrencilere herhangi bir düzgün olmayan çokgenin tek bir iç veya dış açısının ölçüsü için bir formül bulmanın mümkün olup olmadığı ve eğer mümkün değilse, neden mümkün olmadığı da sorulmaktadır. Araştırma 2 ve 3'ün her ikisi de aynı zamanda tartışılmaktadır. Özette, öğrenciler görevi açıklayan bağlama dönmektedirler ve Ayla'nın yöntemlerini açıklamaktadırlar.

Bir Uzatma Görevi, öğrencilere keşiflerini içbükey çokgenlerde iç ve dış açıların toplamını düşünmeye genişletmeleri fırsatını vermektedir. Öğretmen notları, olası çözüm yolları yanında içbükey çokgenlerin iç ve dış açılarını düşünürken ortaya çıkabilecek olası hatalar ve kavram yanılgılarını sunmaktadır.

Ele alınan NCTM standartları:

- İki ve üç boyutlu geometrik şekillerin özelliklerini analiz etme ve geometrik bağıntılar hakkında matematiksel tartışmalar yapma.
- Matematiksel varsayımlarda bulunup araştırma.
- Matematiksel önermeleri ve ispatları geliştirip değerlendirme.
- Problem çözme yoluyla yeni matematiksel fikirler geliştirme.

Dersin matematiksel amaçları:

- Çokgenlerin açılarının ölçüleri toplamlarını içeren teoremler geliştirebilme.
- Geometride sayısal, geometrik ve cebirsel modeller arasındaki bağlantıların bir anlayışını geliştirebilme.
- Cebirsel-geometrik akıl yürütme becerilerini geliştirebilme.
- Geçerli informal gerekçeler ve / veya onların matematiksel genellemeleri için ispatlar geliştirebilme.
- Herhangi bir dışbükey çokgenin kenar sayısı ile dış ve iç açılarının ölçüleri toplamı arasındaki bağıntıyı tanımlayan denklemleri yazabilme.

• Matematiksel olarak akıl yürütebilme ve çeşitli matematiksel gösterimler arasında bağlantıları kurup kullanabilme.

Dersin matematiksel iletişim amaçları:

• Tanımlarda kullanılacak akademik sözcük dağarcığını geliştirebilme.
• Cebirsel modelleri sözlü veya yazılı olarak tanımlayabilme.
• Görevi çözmede kullanılan süreci sözlü veya yazılı olarak açıklayabilme.

Varsayılan Ön Bilgiler:

• Çokgenin tanımı
• "Dışbükey" (Ve "İçbükey") çokgenin anlamı
• Çokgenin "iç" ve "dış" açılarının ne demek olduğu
• Düzgün ve düzgün olmayan çokgenler ile dışbükey ve içbükey çokgenler dahil çokgen türlerinin ve özelliklerinin bilgisi
• Bir üçgenin iç açılarının ölçülerinin toplamının 180º olduğu.
• Doğru açı oluşturan komşu iki açının ölçülerinin toplamının 180° olduğu.
• Bir çemberde 360° olduğu.

Akademik Dil:

• Çokgen
• Dışbükey çokgen
• Bir açının ölçüsü
• İç açı
• Dış açı
• Düzgün çokgen
• Düzgün olmayan çokgen
• İçbükey çokgen (isteğe bağlı)
• Bütünler açılar
• Doğrusal çiftler
• Komşu açılar
• Çokgen adları: Üçgen, Dörtgen, Beşgen, Altıgen, Yedigen, Sekizgen

Materyaller:

• Görev
• Kayıt Yaprakları (önceden hazırlanmış)
• Cetvel
• Hesap makineleri

Açıklamalar:
Önerilen öğretmen soruları, koyu renk (bold type) yazılmıştır.
Dil konusunda zorluk yaşayan öğrencilerin öğrenmesini destekleyen sorular ve stratejilerin altı çizilmiştir ve bir yıldız ([*]) ile tanımlanmıştır.
Olası öğrenci yanıtları, italik olarak gösterilmiştir.

Aşama	**OLUŞTURMA AŞAMASI: Matematiksel Görevi Oluşturma**
OLUŞTURMA	**GÖREVİ SUNMA** • Bir öğrenciden giriş ve “Başlangıç”ı yüksek sesle okumasını ve diğerlerinin de dinlemesini isteyiniz. Grup halinde çalışarak “Başlangıç”ı tamamlamaları için öğrencilere 5 dakika veriniz. • Öğrencilerden cevaplarını sözcükler, semboller veya resimlerle doğrulamalarını isteyen kısa bir sınıf tartışması olarak soruları cevaplayınız. • Öğretmen, asetat, karatahta veya şema kâğıdı üzerinde öğrencilerin hatırlayacağı önemli noktaları açıklamak için diyagramları sağlayacak temel bir sınıf listesi oluşturmalıdır. • Bir öğrenciden Araştırma 1’i yüksek sesle okumasını ve diğerlerinin de dinlemesini isteyiniz. • Öğrencilerin yaşayabileceği herhangi bir kafa karışıklığını gideriniz, ama problemleri çözmek için bir yöntem göstermeyiniz. Öğrencilerin anlamadığı herhangi bir sözcük veya terimin olup olmadığını sorunuz. Görevin bütün öğrenciler için açık olması için anlamları netleştiriniz.[*] • Birkaç öğrenciden, kendilerinden ne istendiğini kendi sözleriyle açıklamalarını isteyiniz.[*] • Özellikle, “İç açı nedir?” “Düzgün çokgen nedir?” “Düzgün olmayan çokgen nedir?” “Dışbükey çokgen nedir?” sorularını sorunuz. • Kayıt yaprağını sınıfça inceleyiniz. Öğrencilerin, her öğrencinin bireysel bir kayıt yaprağını tamamlayacağını ve grup çalışmasını derleyen bir grup kayıt yaprağı da olacağını anladığından emin olunuz.

Sınıf tartışmasında dil konusunda zorluk yaşayan öğrencilerin katılımına yardım etmek:[*]
• Öğrencilerin ilk olarak gruplarda (çiftler) konuşmaları için zaman veriniz ve sonra grup raporlarını tüm sınıfa sundurunuz.[*]
• Öğrenciler fikirlerini ifade ettikçe uygun dili destekleyiniz (örneğin, bir öğrencinin katkısını matematiksel ve gramere uygun şekilde, doğru dille tekrar ifade ediniz). Öğrencilerin ne dediklerini anlayıp anlamadığınızı sorunuz.[*]
• Bir sözcük yapısı geliştiriniz ve sunuldukça yeni terminolojiyi yerleştiriniz. Sözcükler, öğrenci diyalogunun bir parçası oluncaya kadar devamlı olarak yeni terminolojiden bahsediniz.[*]
• Terminoloji sunulduğu andan itibaren tartışmalarında öğrencilerden uygun matematiksel sözcük bilgilerini edinmelerini bekleyiniz.[*]

<table>
<tr><th>Aşa ma</th><th>KEŞFETME AŞAMASI: Öğrencilerin Görevi Keşfini desteleme
YAPI (Araştırma 1 ve 2 aynı yapıyı izleyecektir)</th></tr>
<tr><td rowspan="4">K E Ş F E T M E

K E Ş F E T M E

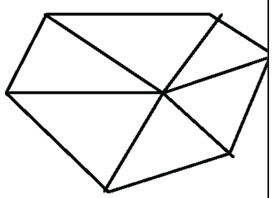
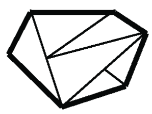
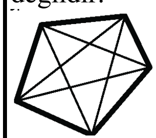
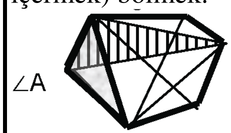
K E Ş F E T M E</td><td><u>KİŞİSEL DÜŞÜNME ZAMANI</u>
• Grup üyeleri, gruptaki her bir öğrenciye iki veya üç farklı çokgen verir ve sonra öğrenciler yaklaşık 10 dakika bireysel olarak çalışırlar böylece probleme kendi kendilerine anlam verebilirler.
• Her öğrenci, kendi bireysel kayıt yaprağına çalışmasını (çokgeni çizme, çokgeni nasıl üçgenlere böldüğünü gösterme ve iç açıların ölçüleri toplamını hesaplama yöntemini gösterme) kaydetmelidir.
• Sınıfta dolaşınız ve karışıklıklara açıklık getiriniz. Çok fazla bilgi VERMEME veya problemi çözmek için bir yol ÖNERMEME konusunda dikkatli olunuz.</td></tr>
<tr><td><u>KÜÇÜK GRUP ÇALIŞMASI</u>
• Yaklaşık 10 dakika sonra, öğrencilerden çokgen bilgilerini bir grup-kayıt yaprağında derlemek için gruplarıyla çalışmalarını isteyiniz. Öğrenciler grup olarak, modelleri aramalıdırlar ve tablolarını altına modellerini kaydetmeliler. 1’den 4’e kadar olan sorulara cevapları gruplarda tartışınız.
• Öğrenciler çalışırlarken sınıfta dolaşınız.
-Matematiksel fikirler, problem-çözme stratejileri ve gösterimler arasındaki bağlantılarla ilişkili sorular sormada ısrarcı (kararlı) olunuz.
-Öğrencilerden düşünmelerini ve akıl yürütmelerini açıklamalarını istemede ısrarcı (kararlı) olunuz.
-Öğrencilerden diğer öğrencilerin ne dediğini kendi sözcükleriyle açıklamalarını istemede ısrarcı (kararlı) olunuz.
-Öğrencilerden uygun matematiksel dili kullanmalarını istemede ısrarcı (kararlı) olunuz: Çokgen adları, İç açılar, Dış açılar, Düzgün ya da Düzgün olmayan, Dışbükey ya da İçbükey çokgen
-Öğrencilerden bağıntıları tanımlamak için oluşturdukları formüller için doğru matematiksel ifadeleri kullanmalarını istemede ısrarcı (kararlı) olunuz.</td></tr>
<tr><td><u>Öğrenciler başlamada zorluk yaşarsa ne yaparım?</u>
• Öğrencilerden kendilerine verilen çokgeni çizmelerini isteyiniz. “Çizdiğin çokgenin kaç kenarı var?” “Bana çokgenin iç açılarını gösterir misin?” “Çokgeni üçgenlere nasıl bölebilirsin?” “Çokgende üst üste binmeyen (çakışmayan) kaç tane üçgen var?” “İç açıların ölçüleri toplamını hesaplamak için tablomuzda açı toplamları hakkındaki bilgiyi nasıl kullanabilirsin?”diye sorunuz.
<u>Öğrenciler zamanından önce bitirirlerse ne yaparım?</u>
• Hem düzgün hem de düzgün olmayan şekilleri deneyip denemediklerini belirlemek için öğrencilerin kayıt yapraklarına bakınız.
• Öğrencileri formüllerinin, hem içbükey hem de dışbükey çokgenler için işe yarayıp yaramadığını araştırmaya teşvik ediniz.
• “Sessiz” bir grup üyesinden grubun çalışmasını açıklamasını isteyiniz. Eğer açıklayamazsa, her grup üyesinin anladığından emin olmak için grubu teşvik ediniz, bırakıp daha sonra yeniden sormak için dönünüz.</td></tr>
<tr><td><u>ÖĞRENCİLERİN YANITLARINI İZLEME</u>
• Paylaşma, Tartışma ve Analiz aşaması esnasında paylaşılacak yanıtları belirlemek için, sınıfta dolaşırken öğrencilerin matematiksel düşünmelerine ve kullandıkları stratejilere ve gösterimlere dikkat ediniz. Bu aşamada, gruplar hem iç hem de dış açıların ölçüleri toplamını nasıl oluşturduklarını tanımlayacaklar. Bu görev için, şunları yapmanız gerekecek:
- Herhangi bir dışbükey çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı için bir formülü doğru şekilde açıklayıp gösterebilen öğrencileri belirlemek. Üçgenlere bölmenin farklı yöntemleri dâhil farklı yöntemleri kullanan öğrencileri bulmak ve farklı formülleri olan öğrencileri bulmak.
- Her bir soruya cevapları açıklayabilen bir grup üyesini veya birkaç farklı grubu belirlemek.</td></tr>
</table>

Araştırma 1: İç açıların toplamı

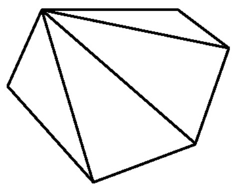
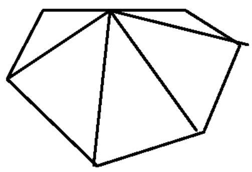
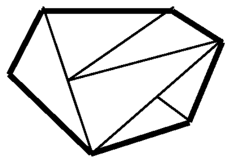
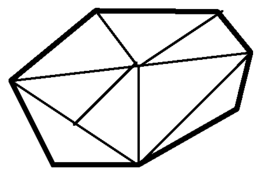
<table>
<tr><td>Aşama</td><td colspan="4">GÖREV SORULARI 1-4
Grup olarak, bir tek kayıt yaprağında sonuçlarınızı birleştiriniz ve şu soruları cevaplayınız:
1. Grup üyeleri, çokgenleri nasıl üçgensel altbölümlere ayırmış? Herkes aynı şekilde mi yapmış? Farklıysa, hesaplamalarınızı nasıl etkilemiş?
2. Çokgenin, düzgün olup olmadığı açı ölçülerinin toplamını etkiler mi? Neden etkiler veya neden etkilemez?
3. Bu problemi araştırırken hangi modelleri fark ettiniz?
4. Çokgenin kenarlarının sayısı ile iç açıların ölçülerinin toplamı arasındaki bağıntı nedir? Bu bağıntıyı cebirsel olarak ifade ediniz ve ifadenizin HERHANGİ bir dışbükey çokgende işe yarayacağını nereden bildiğinizi açıklayınız.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">KEŞFETME

KEŞFETME

KEŞFETME</td><td>Olası Çözümler</td><td>Olası Sorular</td><td>Kavram yanılgıları/ Hatalar</td><td>Kavram yanılgıları/ Hatalara Yönelen Sorular</td></tr>
<tr><td>Öğrencilerin anlayışlarının göstergelerini arayınız:
• Verilen çokgenleri doğru olarak çizmek ve üçgenlere bölmek.
• Üst üste binmeyen (çakışmayan) üçgenleri doğru olarak saymak.
• Çokgenlerinin iç açılarını doğru olarak tanımlamak ve üçgenlerde çokgenin iç açılarını oluşturan (ve oluşturmayan) açıları tanımlamak.

<u>Ortak bir iç noktadan köşelere doğru parçalarını çizmek.</u>

Yöntem 1
$S=6\times180-360=180n-360$
Kenarların sayısı gibi her zaman aynı sayıda üçgen çizebilirim ve bu üçgenlerin her birinde 180° var. Fakat 360°'yi çıkarmam gerekir çünkü ortadaki açıları da toplama dahil ettim.</td><td>Şunlar gibi soruları sorunuz:
• Çokgeninizi üçgenlere nasıl böldünüz? Kaç üçgen oluşturdunuz?
• Çokgenin iç açılarının toplamını nasıl buldunuz?
• Herhangi bir dışbükey çokgende iç açıların ölçüleri toplamını bulmak için tekniğinizi nasıl kullanabilirsiniz?
• Yönteminizin her zaman işe yarayacağını nereden biliyorsunuz?
• ………. (başka bir öğrenci)'nin dediklerini kendi sözcüklerinizle açıklayınız.*</td><td>• Üçgenlerindeki açıların bazılarının çokgenin iç açılarında kapsanmadığını fark etmemek.

Yani, S=6x180 (bu şekli kullanarak doğru hesaplama, "fazladan" açılar olduğu için S=6x180–2(180) şeklinde olur).
• Çokgenleri üst üste binmeyen (çakışmayan) şekillere bölmek, ama iç şekillerin hepsi üçgen değildir.

Yani, S=10x180-????
• Çokgenleri üst üste binen (çakışan) üçgenlere (yani, birkaç üçgende aynı açıyı içermek) bölmek.

Yani, S= 8x180</td><td>• (Hepsi için) Kaç üçgen oluşturdunuz? Üçgenlerin her birini gösteriniz.
• İç açıların toplamını nasıl hesapladınız?
• Açılardan hangisi, iç açılarını kapsayacağımız çokgenin "iç açıları"nın parçasıdır?
• Toplamınızı nasıl hesapladınız?
• Bu toplamda hangi açılar kapsanmaktadır? Bu açıların hepsi iç açılar mıdır?
• Toplamınızı nasıl düzeltebilirsiniz (öğrenciler "fazladan" açıların hepsini yok edemeyeceklerini anlayacaklar)?

• (Bir iç açıyı gösteriniz, örneğin A açısı) Üçgenlerinizden hangisi bu açıyı içeriyor? Bu açıyı içeren her üçgen parçasını gösteriniz. Ne fark ettiniz?</td></tr>
</table>

Aşama	**GÖREV SORULARI 1-4** **Grup olarak, bir tek kayıt yaprağında sonuçlarınızı birleştiriniz ve şu soruları cevaplayınız:** **1. Grup üyeleri, çokgenleri nasıl üçgensel altbölümlere ayırmış? Herkes aynı şekilde mi yapmış? Farklıysa, hesaplamalarınızı nasıl etkilemiş?** **2. Çokgenin, düzgün olup olmadığı açı ölçülerinin toplamını etkiler mi? Neden etkiler veya neden etkilemez?** **3. Bu problemi araştırırken hangi modelleri fark ettiniz?** **4. Çokgenin kenarlarının sayısı ile iç açıların ölçülerinin toplamı arasındaki bağıntı nedir? Bu bağıntıyı cebirsel olarak ifade ediniz ve ifadenizin HERHANGİ bir dışbükey çokgende işe yarayacağını nereden bildiğinizi açıklayınız.**			
	Olası Çözümler	**Olası Sorular**	**Kavram yanılgıları ⁄ Hatalar**	**Kavram yanılgıları ⁄ Hatalara Yönelen Sorular**
KEŞFETME KEŞFETME KEŞFETME	Bir köşeden bitişik olmayan köşelere köşegenleri çizmek  **Yöntem 2** S=4×180=180(n-2) *Her zaman, iç açıları toplamı 180° olan ve çokgenin kenar sayısından 2 eksik sayıda üçgen çizebilirim.* Bir kenardan ortak bir noktadan bitişik olmayan köşelere köşegenler çizmek.  **Yöntem 3** S=5×180-180=180(n-1)-180 *Her zaman, iç açılarının toplamı 180° olan çokgenin kenar sayısından 1 eksik sayıda üçgen çizebilirim. Başka bir 180° çıkarmam gerekir çünkü çok fazla açı (noktanın etrafında olanlar) var.*	**Şunlar gibi soruları sorunuz:** **• Çokgeninizi üçgenlere nasıl böldünüz? Kaç üçgen oluşturdunuz?** **• Çokgenin iç açıları toplamını nasıl buldunuz?** **• Herhangi bir dışbükey çokgenin iç açıları toplamını bulmak için tekniğinizi nasıl kullanabilirsiniz?** **• ………. (başka bir öğrenci)'nin dediklerini kendi sözcüklerinizle açıklayınız.***	Bunlar, kavram yanılgılar veya hatalar değildir, fakat sistematik olmayan doğaları, sonuçlarını genellemeyi öğrenciler için zor hale getirecektir. • Çokgenlerini bölmek için n-genlere kolayca genellenebilen sistematik bir yol kullanmamak.  S=6(180)-180-180  S=8(180)-360-180	**• Çokgeninizi üçgenlere nasıl böleceğinize nasıl karar verdiniz?** **• Herhangi bir çokgen için kaç üçgen oluşturacağınızı önceden anlayabilir misiniz?** **• Herhangi bir çokgeni üçgenlere bölmek için kullanabileceğiniz sistematik bir yöntem hakkında düşünebilir misiniz? (Öğrenciler bir yöntem bulamazsa, diğer yöntemleri gruplarında çalışırken göreceklerdir.)**

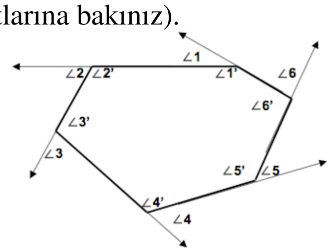
Paylaşma, Tartışma ve Analiz
Araştırma 1

Matematiksel tartışma düzenleme: Öğrenci çalışmasını paylaşmak için olası bir sıralama, dersin amaçlarını gerçekleştirmek için mantık ve matematiksel fikirler ile anlamayı gösteren olası öğrenci yanıtları.

Aşama	Öğrenci çalışmalarını sıralama	Mantık ve Matematiksel Fikirler	Olası Sorular ve Öğrenci Yanıtları
P A Y L A Ş M A T A R T I Ş M A A N A L İ Z	Her bir grup (veya seçilen gruplar), iç açıların toplamını belirlemek için bir strateji tanımlar ve stratejileri ile üçgenlere bölme yöntemlerini ilişkilendirir. 1. Bir köşeden üçgenlere bölmeyi kullanan bir grup seçilmelidir. 2. Sonra, iç bölgedeki (merkezi) bir noktadan üçgenlere bölmeyi kullanan bir grup seçilmelidir. 3. Sonra, bir kenar üzerindeki bir noktadan üçgenlere bölmeyi kullanan bir grup seçilmelidir. 4. Doğru toplamı veren diğer herhangi bir standart olmayan yöntem de açıklanmalıdır. 5. Grup yöntemleri için genel bir formül yazmadıysa, tüm sınıf, bir n-genin iç açıları toplamını hesaplamak için her bir üçgenlere bölme yönteminin nasıl kullanılacağını	Bu tartışma, bir çokgenin iç açıları toplamı teoremi için temel oluşturacaktır. Şekiller ve matematik arasındaki bağıntılar tartışılmalıdır ve geometrik-cebirsel akıl yürütmeyi güçlendirme gösterilmelidir. Öğrenciler, S=180n- 360 ifadesini elde etmek için her bir ifadeyi cebirsel olarak sadeleştirerek veya 180n-360=180n-180(2)=180(n-2) olduğu için her bir ifadenin S=180(n-2)'e eşit olduğunu göstererek bulunan farklı formüllerin eşitliğini doğrulayabilmelidirler.	**İç açıların toplamını belirlemek için çokgeninizi nasıl böldünüz?** • *Çokgeni üçgenlere bölmek için bir köşeden köşegenler kullandım ve toplamı belirlemek için üçgenlerin iç açıları toplamının 180º olmasını kullandım.* • *Her bir üçgenin başlangıcı olarak çokgenimin her kenarıyla iç bölgedeki (merkezi) bir noktadan çizilen doğru parçalarıyla üçgenler oluşturdum ama toplamımdan 360º'yi çıkarmam gerekiyor.* **360°'yi neden çıkardınız?** • *Çünkü iç bölgedeki (merkezi) noktanın etrafındaki açılar, çokgenin iç açıları değildir. Ve bu açılar bir çember oluşturduğu için ölçüleri toplamının 360° olduğunu biliyorum.* • *Köşelerin hepsine bir kenar üzerindeki bir noktadan çizgiler çizerek üçgenler oluşturdum. 180º ile üçgenlerin sayısını çarptım ama bir de toplamımı bulmak için 180º'i çıkarmam gerekiyor.* **180°'yi neden çıkardınız?** • *Çünkü kenar üzerindeki noktanın etrafındaki açılar çokgenin iç açıları değildir. Ve bu açılar doğru açı (düz bir çizgi) oluşturduğu için ölçüleri toplamının 180° olduğunu biliyorum.* • *Üçgensel olmayan şekillerin hepsi bölününceye kadar çizgiler çizerek üçgenler oluşturdum. Üçgenlerin sayısını 180 ile çarptım fakat sonra çokgenin iç açılarını oluşturmayan bütün açıları çıkarmam gerekiyor.* **Hangi modelleri fark ettiniz?** • *Her zaman kenarların sayısından 2 eksik üçgen oluştu.* • *Kenarların sayısı ile aynı sayıda üçgen aldım ama iki üçgeni çıkarmak gibi 360'ı çıkarmam gerekiyor.* • *Kenarların sayısından bir eksik üçgen aldım ama başka bir üçgeni çıkarmak gibi 180'i çıkarmam gerekiyor.* • *Modelleri bulmak zordu çünkü her bir çokgeni farklı şekilde böldüm. Diğer yöntemlerin (yani, genelleme yapmak için daha sistematik, daha kolay) daha iyi olduğunu anlıyorum.* **Yöntemini kullanarak bir formülü nasıl oluşturdun (veya oluşturabiliriz)?** • *Kenarların sayısı için bir değişken kullandım ve üçgen sayısı kenar sayısından iki eksik olduğu için 2 çıkardım, sonra 180 ile çarptım. S=180(n-2)* • *Kenarların sayısı için bir değişken kullandım sonra 180 ile çarptım ve 360 çıkardım. S=180n-360*

	yansıtan genel bir formül yazmaya zorlanmalıdır. 6. Tüm sınıftan, iç açıların toplamı için eşitliği tanımlayacak cebirsel ifadeleri doğrulamaları istenmelidir. Grup sunumları matematiği yeterince kapsamazsa, Soru 1 ve 2’ye cevaplar sınıfça tartışılabilir.		• *Kenarların sayısı için bir değişken kullandım ve üçgen sayısı kenar sayısından bir eksik olduğu için 1 çıkardım. Sonra 180 ile çarptım ve 180 çıkardım. S=180(n-1)-180* **Bu üç formül eşit midir? Neden veya neden değil?** • *S=180n-360, S=180(n-1)-180 ve S=180(n-2) eşittir, 180’i parantez içine dağıtırsanız ve benzer terimleri toplarsanız her biri 180n-360 olur.* • *360’ı 180(2) olarak da düşünebilirsiniz böylece S=180n-360=180n-180(2)=180(n-2) elde edersiniz.* • *180(1) 180’e eşit olduğu için diğer ifadeyle aynısın yapabilirsiniz.* • *360’ı çıkarmak, toplamdan iki üçgenin iç açıları toplamını çıkarmak gibidir ve 180’i çıkarmak, toplamdan bir üçgenin iç açıları toplamını çıkarmak gibidir - bu nedenle n-2 üçgen gibidir.* **Çokgenleri bölmenin sistematik yöntemlerini kullanarak formülleri bulmak neden daha kolaydır?** • *Çünkü herhangi bir çokgeni nasıl böleceğinizi tanımlayabilirsiniz ve kenar sayısını biliyorsanız her bir yöntemi kullanarak kaç üçgen oluşturacağınızı hesaplayabilirsiniz.* **Çokgenlerin düzgün olup olmaması önemli midir?** • *Hayır, hepsinde aynen işe yaradı.*

Araştırma 2: Dış açıların toplamı

Aşama	**GÖREV SORULARI 1-3** **1. Bu problemi araştırırken hangi modelleri fark ettiniz?** **2. Düzgün çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı ile düzgün olmayan çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı aynı mıdır? Neden aynıdır veya neden aynı değildir?** **3. Dışbükey bir çokgenin kenar sayısı ile dış açıların ölçüleri toplamı arasındaki bağıntı nedir? Bu bağıntıyı cebirsel olarak ifade ediniz ve ifadenizin HERHANGİ bir dışbükey çokgen için işe yarayacağını nereden bildiğinizi açıklayınız.**			
	Olası Çözümler	**Olası Sorular**	**Kavram yanılgıları / Hatalar**	**Kavram yanılgıları / Hatalara Yönelen Sorular**
KEŞFETME KEŞFETME	**Öğrencilerin anlayışlarının göstergelerinin aranması:** • Öğrenciler, her köşede sadece birini çizerek dış açıları doğru şekilde çizerler. • Öğrenciler, her bir dış açının bir iç açıyla doğru açı (180º) oluşturduğunu (yani, dış açı iç açının bütünleridir) fark ederler. • Öğrenciler dış açıların ölçüleri toplamını hesaplamak için bir iç açının ve onun dış açısının ölçüsü arasındaki bağıntıya ek olarak Araştırma 1'de öğrendiklerini kullanabileceklerini fark ederler. • Öğrencilerin hesaplama yöntemleri, her çokgen için 360º'yi verir (Sayfa 10'daki öğretmen notlarına bakınız). 	**Şunlar gibi soruların sorulması:** • **Dış açıları nasıl çizdiğinizi tanımlayınız.** • **Bu açılardan hangisi dış açılardır?** • **Her bir köşedeki iç ve dış açıların ölçüleri arasındaki bağıntı nedir?** • **Dış açıların toplamını nasıl hesapladınız? Bu durum üzerinde düşünmenize yardım etmesi için Araştırma 1'de öğrendiklerinizi nasıl kullanırdınız?** • **………. (başka bir öğrenci)'nin dediklerini kendi sözcüklerinizle açıklayınız.***	• Her köşede iki dış açı kullanmak. • Dış açıları doğru şekilde çizmemek (bazı öğrenciler iç açıyla eşleşen dik açı çizer). • Durumu cebirsel olarak gösterememek.	• Her köşede sadece bir dış açı kullandınız mı? • Dış açınız iç açının bütünleri midir? • Çokgeninizde kaç çift bütünler açı var? • Çokgeniniz için sayısal bir ifade (sayı ifadesi) yazabilir misiniz? • Herhangi bir dışbükey çokgen için cebirsel bir ifade yazabilir misiniz?

Araştırma 3: Düzgün çokgenler

<table>
<tr>
<td>A
şa
m
a</td>
<td colspan="4">GÖREV SORULARI 1 ve 2
Herhangi bir düzgün çokgenin bir iç ya da dış açısının ölçüsünü tahmin edebilir misiniz?
1. Araştırma 1 ve 2’de keşfettiklerinizi kullanarak, herhangi bir düzgün çokgenin bir iç ya da dış açısının ölçüsü için bir formül bulmak mümkün müdür? Mümkünse formül nedir? Değilse neden mümkün değildir?
2. Düzgün olmayan bir çokgenin bir iç ya da dış açısının ölçüsü için bir formül bulmak mümkün müdür? Neden mümkündür veya neden mümkün değildir?</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="2">K
E
Ş
F
E
T
M
E</td>
<td>Olası Çözümler</td>
<td>Olası Sorular</td>
<td>Kavram yanılgıları/ Hatalar</td>
<td>Kavram yanılgıları/ Hatalara Yönelen Sorular</td>
</tr>
<tr>
<td>Öğrencilerin anlayışlarının göstergelerinin aranması:
• Öğrenciler, düzgün çokgenlerin açı ölçülerini belirlemek için Araştırma 1 ve 2’deki çalışmalarını kullanırlar.
• Öğrenciler düzgün çokgenlerin iç ve dış açıları için bir formül yazabilirler.
İç açı: 180(n-2)/n
Dış açı: 360/n
• Öğrenciler, bunun düzgün olmayan bir çokgende mümkün olmadığını fark ederler.</td>
<td>Şunlar gibi soruların sorulması:
• Düzgün çokgen, nedir? Düzgün olmayan çokgen nedir?
• İlk olarak düzgün veya eşkenar bir üçgeni düşünebilir misiniz? İç açılarının ölçüleri toplam nedir? Her bir açının ölçüsü nedir? Dış açılarının ölçüleri toplam nedir? Bir dış açının ölçüsü nedir? İki açı, bütünler midir? Bu neden önemlidir?
• Kayıt yaprağınızda düzgün çokgenlerin her birini kullanın — açıların biri için iç açı ölçüsünü belirleyebilir misiniz? Açıların biri için dış açı ölçüsünü belirleyebilir misiniz?
• ………. (başka bir öğrenci)’nin dediklerini kendi sözcüklerinizle açıklayınız.*</td>
<td>•Düzgün olmayan çokgenlerde iç ve dış açıların ölçülerini tahmin edebileceğinizi düşünmek.
• Genel bir formüle ulaşamamak.</td>
<td>• Düzgün olmayan bir çokgende her bir açının ölçüsünü her zaman belirleyebilir misiniz?
• Düzgün çokgeniniz için bir sayısal ifade (sayı ifadesi) yazabilir misiniz?
• Herhangi bir düzgün çokgen için cebirsel bir ifade yazabilir misiniz?</td>
</tr>
</table>

Paylaşma, Tartışma ve Analiz
Araştırma 2 ve 3

Matematiksel tartışma düzenleme: öğrenci çalışmasını paylaşmak için olası bir Sıralama, dersin amaçlarını gerçekleştirmek için Mantık ve Matematiksel Fikirler ile anlamayı gösteren olası Öğrenci Yanıtları.

Aşama	**Öğrenci çalışmalarını sıralama**	**Mantık ve Matematiksel Fikirler**	**Olası Sorular ve Öğrenci Yanıtları**
PAYLAŞMA TARTIŞMA ANALİZ	**Araştırma 2:** Her bir grup (veya seçilen gruplar) herhangi bir dışbükey çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamını belirlemek için bir strateji tanımlar. 1) Sınıfa farklı stratejiler gösterilmelidir. 2) Gruplar fark ettikleri modelleri açıklamalıdırlar ve dış açıların toplamı için eşitliği tanımlayacak cebirsel ifadelerini karşılaştırmalıdırlar. **Araştırma 3:** Farklı açıklamaları olan gruplar, düzgün (ve düzgün olmayan) çokgenlerin tek bir iç ve dış açısı için Araştırma 1 ve 2'deki çalışmalarını kullanarak, düşüncelerini açıklamalıdırlar ve formüllerini ve onları nasıl elde ettiklerini göstermelidirler.	Bu tartışma, bir çokgenin dış açıları toplamı teoremi için temel oluşturacaktır. Öğrenciler, farklı gruplar tarafından bulunan farklı formüllerin eşitliğini açıklayabilmelidirler. Şekiller ve matematik arasındaki bağıntılar geometrik-cebirsel akıl yürütmeyi güçlendirerek tartışılmalı ve gösterilmelidir. Düzgün ve düzgün olmayan çokgenler karşılaştırılır.	**Dış açıların toplamını nasıl belirlediniz?** • *Her dış açının, bir iç açıyla doğrusal bir açı oluşturması durumunu kullandım, yani aynı köşedeki iç açı ile dış açı bütünlerdir ve toplamları 180^o'dir. Bu nedenle kenarların sayısı ile 180'i çarptım, sonra iç açıların ölçüleri toplamını çıkardım.* • *Her bir dış açıyı bir iç açının bütünleri olarak yazdım ve sonra toplamı yazdım. Sonra terimleri tekrar grupladım ve sadeleştirdim. İç açıların toplamının 180n–360 olduğunu da biliyordum.* **Hangi modelleri fark ettiniz?** • *Her zaman 360^o buldum.* **Formülü nasıl oluşturdunuz?** • *180 ile çarpılan köşe sayısı için bir değişken kullandım ve sonra çarpımdan iç açıların ölçüleri toplamını çıkardım.* *180n–(n-2)x180=2x180=360.* • *İfademi sadeleştirdiğim zaman 180n bulacağımı biliyordum ve sonra bundan 180n–360 olan iç açıların toplamını çıkarmam gerekti.* *180n–(180n-360)=180n–180n+360=360.* **Çokgenlerin düzgün olup olmaması önemli midir?** • *Hayır, hepsinde aynen işe yaradı.* **Düzgün ve düzgün olmayan çokgenlerin bir iç ve dış açısının ölçüsünü bulabilir misiniz? Açıklayınız.** • *Düzgün çokgenlerin bir iç ve dış açısının ölçüsünü bulabilirim çünkü tanımı gereği düzgün çokgenlerde bütün açılar eşittir. Bundan dolayı onların bütünlerleri de eşit olacaktır.* • *Düzgün olmayan çokgenlerde açılar eşit değildir, bu nedenle bir açının ölçüsünü belirlemek imkânsızdır.* **Açı ölçülerini belirlemek için hangi formülleri kullandınız?** • *İç açılar için 180(n-2)/n kullandım.* • *Dış açılar için 360/n'yi kullandım. Burada **n** çokgenin kenarlarının veya açılarının sayısıdır.*

Paylaşma, Tartışma ve Analiz
Görevin Özeti

Öğretmenin tartışmayı yönlendirdiği finalden önce öğrenciler ilk olarak gruplarında kayıt yapraklarını kullanarak iki soruyu cevaplamalı ve tartışmalıdırlar.

Matematiksel tartışma düzenleme: öğrenci çalışmasını paylaşmak için olası bir Sıralama, dersin amaçlarını gerçekleştirmek için Mantık ve Matematiksel Fikirler ile anlamayı gösteren olası Öğrenci Yanıtları.

Dersin matematiksel amaçlarını tekrar incelemek:

- Çokgenlerin açılarının ölçüleri toplamlarını içeren teoremler geliştirebilme.
- Geometride sayısal, geometrik ve cebirsel modeller arasındaki bağlantıların bir anlayışını geliştirebilme.
- Cebirsel-geometrik akıl yürütme becerilerini geliştirebilme.
- Herhangi bir dışbükey çokgenin kenar sayısı ile dış ve iç açılarının ölçüleri toplamı arasındaki bağıntıyı tanımlayan denklemleri yazabilme.
- Matematiksel olarak akıl yürütebilme ve çeşitli matematiksel gösterimler arasında bağlantıları kurup kullanabilme.

Araştırma 1, 2 ve 3'e dayanarak: 1) Ayla, sadece kenar sayısını biliyorsa bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını nasıl tahmin edebilir? 2) Ayla, sadece kenar sayısını biliyorsa dışbükey bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamını nasıl tahmin edebilir? 3) Düzgün dışbükey çokgenler için ek olarak hangi bağıntılar vardır?

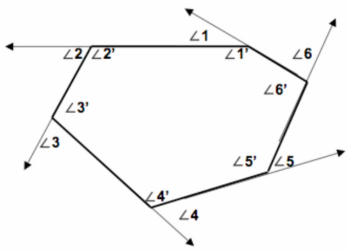
Sınıftaki herhangi bir öğrenci Araştırma 1'e ve / veya Araştırma 2'ye bir ek olarak içbükey çokgenleri keşfederse, özet tamamlandıktan sonra çalışmasını sınıfa açıklamalıdır. Açıklamalar, şekiller ve sembolleri içermelidir.

Hiçbir öğrenci içbükey çokgenlerin iç açı veya dış açı ölçüleri toplamlarını keşfetmezse öğretmen sınıfla içbükey çokgenlerin bir sınıf keşfini de yönlendirebilir.

Aşama	**Öğrenci çalışmalarını sıralama**	**Mantık ve Matematiksel Fikirler**	**Olası Sorular ve Öğrenci Yanıtları**
PAYLAŞMA **TARTIŞMA** **ANA**	Bu, bütün görevin öğretmen-güdümlü bir tartışmasıdır. Öğrencilerden görevdeki çalışmalarını tekrarlamaları ve düşüncelerini özetlemeleri istenmelidir.	Öğrenciler, kayıt yapraklarını kullanarak her soruya cevaplarını ve cevaplarını destekleyecek matematiksel akıl yürütmelerini açıklamalıdırlar. Geometrik şekiller, ölçüler, toplamlar ve cebirsel formüllerin arasında belirli bağlantılar kurumalıdır. Farklı formüller ve formüllerin eşitliklerini tartışmanın bir tekrarı olmalıdır.	Bu aşama, bütün görevin bir sorgulamasıdır. "Temel Sorular" sınıf tartışması için düzenleme sorularıdır. **Q1: Ayla, sadece kenar sayısını biliyorsa bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını nasıl tahmin edebilir?** İç açıların ölçüleri toplamını tahmin edebilir. Formül, 180(n-2)'dir. Burada n çokgenin kenar sayısıdır. **Q2: Ayla, sadece kenar sayısını biliyorsa dışbükey bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamını nasıl tahmin edebilir?** Kenar sayısı ne olursa olsun dış açıların ölçüleri toplamının 360° olacağını tahmin edebilir. **Q3: Düzgün dışbükey çokgenler için ek olarak hangi bağıntılar vardır?** Çokgen düzgün bir çokgense, çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını açıların sayısı olan n'ye bölebilir ve bir iç açı ölçüsünü tahmin edebilirsiniz. 180(n-2)/n Çokgen düzgün bir çokgense, 360'ı n'ye bölebilir ve bir dış açı ölçüsünü belirleyebilirsiniz. 360/n

Uzatma sorusu
İçbükey çokgenlerin açı ölçüleri ile kenar sayısı arasında hangi bağıntılar vardır?
KAPANIŞ
Öğrencilere dersin matematiği üzerine yansıtma yaptırınız; Buluş, onların, daha önce keşfettikleri matematikle yani, çokgenler, bütünler açılar, iç açılar, dış açılar, düzgün ve düzgün olmayan şekillerle bağlantıları kurdurunuz.
Öğrenciler için ortaya çıkan fikirler üzerinde yansıtma yapmak ve öğrenimlerini geçmiş deneyimler içine yerleştirerek gelecek görevlerinde bu fikirlere dayalı olabilecek yollara düşüncelerini ilerletmek önemlidir. Bu, öğrencilerin matematiksel fikirlerin karşılıklı bağlantısına odaklanmasına yardım eder.
ÖDEV
• Hangi düzgün çokgenler düzlemi boşluk kalmayacak şekilde kaplar (tessellate) ve neden? Neden diğerleri yapmaz?

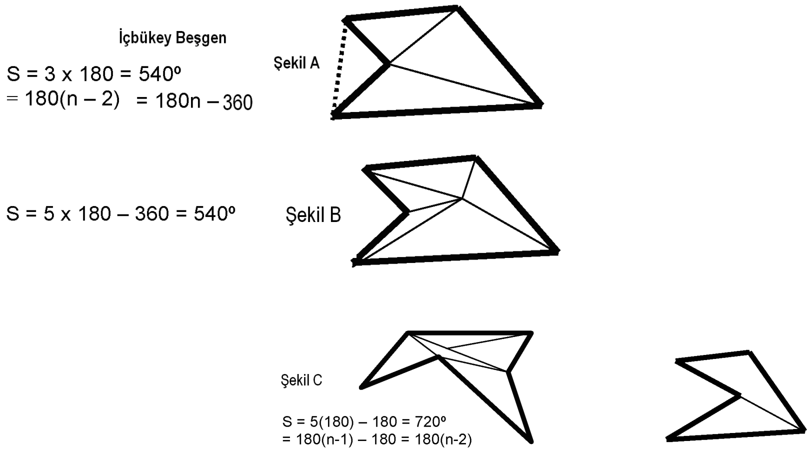
Öğretmen notları: Dışbükey çokgenlerin dış açıları
Bir çokgenin bir dış açısı, iç açılarından biriyle doğru açı oluşturan komşu açıyı (bütünler açılar)oluşturacak şekilde çokgenin kenarı uzatılarak oluşturulur. Bir çokgenin her köşesinde iki (eş) dış açı çizmek mümkündür fakat dış açıların toplamında, her bir köşedeki bir dış açı kullanılır. Kural, bütün dış açıları saat yönünde veya saat yönünün tersi yönde giderek çizmektir.
Her dış açı, ilgili iç açının bütünleri olduğundan öğrenciler, dış açıların ölçüleri toplamını bulmak için iç açıların ölçüleri toplamı için buldukları ifadeyi kullanabilirler:



Yöntem 1:
Hem iç hem de dış açıları içeren doğrusal çiftlerin ölçüleri toplamını gösteriniz ve sonra, Araştırma 1'de bulunan iç açıların ölçüleri toplamını çıkarınız.
$S=180n-180(n-2)=180n-180n+360=360^o$
Yöntem 2:
Dış açıların toplamı, her bir dış açı kendisiyle eşleşen iç açının bütünleri olarak gösterilerek ve sonra sadeleştirilerek belirlenebilir:
$S=(180-m\angle 1')+(180-m\angle 2')+(180-m\angle 3')+(180-m\angle 4')+(180-m\angle 5')+(180-\angle m6')=6(180)-(m\angle 1'+m\angle 2'+m\angle 3'+m\angle 4'+m\angle 5'+m\angle 6')\rightarrow$ □n(180)–180(n-2)=2(180)=360^o.

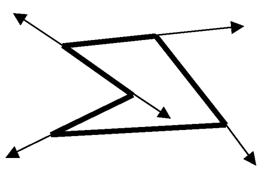
Ek öğretmen notları: İçbükey çokgenler

Öğretmenler sınıflarına bağlı olarak, öğrencilere Araştırma 1 ve / veya 2'de sadece dışbükey çokgenlerin veya hem dışbükey hem de içbükey çokgenlerin araştırmasını yaptırma seçeneğine sahiptirler. Bir köşegen çokgenin dışındaki noktaları içerecek şekilde çizilebilirse (Şekil A'daki kesikli çizgi ile çizilen köşegene bakınız) çokgen içbükeydir. Araştırma 1'de, herhangi bir çokgenin iç açılarının toplamını araştırmak için dışbükey veya içbükey çokgenleri üçgenlere bölmek, aynı formülleri verecektir. Bununla birlikte, öğrenciler, üçgenlere bölme işleminde içbükey bir çokgenin iç açılarının hepsinin içerildiğini göstermeye zorlanmalıdırlar. Şekil A, B ve C bütün iç açıları içermektedir. Şekil C iç açıların hepsini içerir, fakat çıkarılması gereken bir doğrusal çifti de içerir.



Tersine Araştırma 2'de içbükey bir çokgenin dış açılarını çizmek karmaşık olabilir çünkü dış açı aslında çokgenin içinde bulunabilir ve bu durumda açı ölçüsü negatiftir (bu bağlamda zorluk, verilen köşede iç ve dış açıların ölçüleri toplamının her zaman 180° olduğunu görmek ve anlamaktır). Bu fikri ikna edici bir örneği, http://www.mathopenref.com/polygonanglerelation.html adresinde görülebilir. Sayısal olarak, dış açıları toplarsanız, onlar hala 360 fazladır, sadece negatif açıları doğru olarak toplamayı hatırlamanız gerekir. Cebirsel olarak, 180n–180(n-2) formülü, öğrenci bütün dış açıların doğru ölçülerini kullandığı zaman hala geçerli olur. Ayrıca http://mathforum.org/library/drmath/view/62228.html adresindeki Dr. Math'e bakınız.

Çizilmiş 5 Dış Açısıyla İçbükey Beşgen



Böylece, öğretmenler, hem Araştırma 1'de hem de Araştırma 2'deki ya da Araştırma 2'deki uzatma etkinlikleri için içbükey çokgenlerle yedek çalışmayı seçebilir veya erken bitiren öğrencilere bu etkinlikleri verebilirler ve sonra bu öğrencilerin, sınıfa içbükey çokgen toplamlarındaki çalışmaları göstertebilirler. (Bu seçenek, öğretim programı veya uygun standartlara bağlı olabilir).

H.2 Dik Üçgenlerin Kenar Uzunlukları

Kavramsal Ders işleme kılavuzu

Derse Genel bakış: Bu ders, öğrencilere Pisagor teoreminin dört ispatını yapma fırsatını vermektedir. Öğrencilerin dik kenar uzunlukları a ve b, hipotenüs uzunluğunun c olan bir dik üçgende teoremi $a^2+b^2=c^2$ olarak ifade edebildiği farz edilmektedir. "Başlangıç olarak" öğrenciler Pisagor teoremi hakkında bildiklerini gözden geçirmektedirler. Bu ön koşul bilgiyi hatırlayamayan öğrenciler, bu derse başlamadan önce teorem hakkında bir derse ihtiyaç duymaktadırlar.

"Araştırma 1"de öğrenciler, teoremin aynı şekillere dayalı üç ispatını yapacaklardır: bu ispatlardan biri görsel ispattır; diğer ikisi cebirsel ispatlardır. "Araştırma 2"de öğrenciler, teoremin farklı bir şekle dayanan aynı zamanda cebirsel olan dördüncü bir ispatını yapacaklardır. Çeşitli ispatların ayrıntılı bir tartışması için öğretmen notlarına bakınız. Öğrencilerden, şekiller hakkında varsayımlarda bulunmaları ve verilen bilgiye ve şekiller ile açıların özellikleri bilgilerine dayanarak varsayımlarını kanıtlamaları beklenecektir. Öğrenciler sonra, gözlemlerine ve kanıtlamaya çalıştıkları cebirsel bağıntı bilgilerine dayanarak Pisagor teoreminin sözlü ve/veya yazılı ispatını yapmak için birlikte çalışacaklardır.

Bütün sınıfın katıldığı tartışma, öğrenciler her iki araştırmayı tamamladıktan sonra gerçekleşmelidir.

Dersin matematiksel amaçları:

- Cebirsel, sözlü veya görsel ispatları yapabilme.
- Alan kavramını kullanarak Pisagor teoreminin görsel ispatını yapabilme.
- Alan kavramını kullanarak Pisagor teoreminin cebirsel ispatını yapabilme.
- Verilen şekillerin kareler olduğunu kanıtlamak için bütünler, tümler ve dik açıları içeren teoremleri kullanabilme.
- Cebirsel-geometrik akıl yürütme becerilerini geliştirebilme.
- İspat yaparken verilen koşullara dayandırılan mantıklı bir önerme oluşturabilme ve önermedeki her ifade için geçerli bir gerekçeyi açıklayabilme.
- Öğrenciler, matematiksel olarak akıl yürütecekler; çeşitli matematiksel gösterimler arasında bağlantıları kuracaklar ve çeşitli matematiksel gösterimleri kullanacaklardır.
- Öğrenciler, seçilen irrasyonel sayıları dik üçgenlerin kenarlarının uzunlukları olarak göstereceklerdir ve / veya bir sayı doğrusunda yerlerini belirteceklerdir (Ödev).

Dersin matematiksel iletişim amaçları:

- İspatlarda kullanılacak akademik sözcük dağarcığını geliştirebilme.
- Bir durumdaki bağıntıları cebirsel, sözlü veya yazılı olarak tanımlayabilme.
- Görevi çözmede kullanılan süreci sözlü veya yazılı olarak açıklayabilme.

Akademik dil:
- Pisagor teoremi
- Dik üçgen
- Dik kenar
- Hipotenüs
- Bütünler açılar
- Tümler açılar
- Doğru açılar
- Çokgenlerin karşılıklı parçaları
- Alan
- Eş
- İspat
- İrrasyonel sayılar (Ödev)
- Devirli ve devirli olmayan Ondalık sayılar (Ödev)

Materyaller:
- Görev
- Çizim kâğıdı ve işaretleyiciler veya
- Saydamlar (tepegöz asetatları) ve kalemler

Ön bilgi varsayımı:
- Pisagor teoremi bilgisi: dik kenar uzunlukları a ve b, hipotenüsünün uzunluğu c olan bir dik üçgende $a^2+b^2=c^2$ olduğu.
- Dik açı tanımı ve dik açıların eş olduğu.
- Bütünler ve tümler açıların tanımı ve ölçüleri toplamlarının sırasıyla 180° ve 90° olduğu.
- Kare ve üçgen için alan formülleri.
- Temel cebir becerileri, yani, denklemleri sadeleştirme, iki terimli ifadeleri çarpma.
- Bir şeklin, kare olduğunu belirlemek için gerekli ve yeterli şartlar.
- Eş şekillerin tanımı ve eş şekillerin karşılıklı parçalarının eş olduğu.
- Bir üçgenin iç açılarının toplamı, 180°'dir.
- Eş şekillerin alanları eşittir ve eş şekillerden eşit alanlar çıkarıldığı veya eş şekillere eşit alanlar eklendiği zaman, kalan veya toplam alanlar da eşittir.

Açıklamalar: Önerilen öğretmen soruları, koyu renk (bold type) yazılmıştır.
Dil konusunda zorluk yaşayan öğrencilerin öğrenmesini destekleyen sorular ve stratejilerin altı çizilmiştir ve bir yıldız (*) ile tanımlanmıştır.
Olası öğrenci yanıtları, italik olarak gösterilmiştir.

	OLUŞTURMA AŞAMASI: Matematiksel Görevleri Oluşturma
O L U Ş T U R M A	**GÖREVİ SUNMA** • Bir öğrenciden giriş ve Başlangıç'ı yüksek sesle okumasının ve diğerlerinin de dinlemesinin istenmesi. Öğrencilere gruplarında Başlangıç'ta yapılacakların verilmesi. • Öğretmen, slâyt, karatahta veya şema kâğıdı üzerinde Pisagor teoremi hakkında öğrencilerin hatırlayacağı olguların olduğu bir ana liste oluşturmalıdır. Bütün olgular listeleninceye kadar sırayla her gruptan bir olguyu belirtmesinin istemesi. Listelenen tüm olguların ele alındığından emin olunması: teoremin herhangi bir dik üçgene (ve sadece dik üçgenler) uygulanması; dik kenarlarının UZUNLUKLARI $\boldsymbol{a}$ ile $\boldsymbol{b}$ ve hipotenüsün UZUNLUĞU $\boldsymbol{c}$ olan bir dik üçgende teoremin $\boldsymbol{a^2+b^2=c^2}$'yi belirttiği; hipotenüsün dik açının karşısında olduğu ve dik kenarların dik açıyı oluşturduğu. ***a, b, c***'yi kullanarak, bunların kenarların UZUNLUKLARI olduğunu vurgulayarak, bir öğrenciye bir dik üçgen çizdirilip tanımlatılması. • Bir öğrenciden yüksek sesle Araştırma 1'i okumasının ve diğerlerinin de dinlemesinin istenmesi. • Öğrencilerin yaşayabileceği herhangi bir kafa karışıklığının giderilmesi, ama problemleri çözmek için bir yöntem gösterilmemesi. <u>Öğrencilerin anlamadığı herhangi bir sözcük veya terimin olup olmadığının sorulması. Görevin bütün öğrenciler için açık olması için anlamların netleştirilmesi.</u>* • <u>Birkaç öğrenciden, kendilerinden ne istendiğini kendi sözleriyle açıklamalarının istenmesi.</u>* • Özellikle "Şekil 1'de dikkatinizi çeken şey nedir? Onu kanıtlamak için ne yapmanız gerekir? Hangi koşullar sağlanmalıdır?" sorularının sorulması. Bu soruların amacı, öğrencilerin, ne yapacağını netleştirmektir. Bütün sınıfla birlikte Şekil 1'in bir kare olduğunu saptamanın zaman almaması. Bu öğrencilerin anlaması içindir. • Bir öğrenciden yüksek sesle Araştırma 2'yi okumasının ve diğerlerinin de dinlemesinin istenmesi. Yeniden, başka bir öğrenciden kendilerinden ne istendiğini kendi sözleriyle açıklamasının istenmesi. Çünkü Araştırma 2, Araştırma 1'e benzerdir, bu defasında Araştırma 2'nin daha fazla araştırılmasına gerek yoktur.

Sınıf tartışmasında dil konusunda zorluk yaşayan öğrencilerin katılımına yardım etmek:*

• <u>Öğrencilerin ilk olarak gruplarda (çiftler) konuşmaları için zaman verilmesi ve sonra grupların tüm sınıfa raporlarının sundurulması.</u>*
• <u>Öğrenciler fikirlerini ifade ettikçe uygun dilin desteklenmesi (örneğin, bir öğrencinin katkısının matematiksel ve gramere uygun şekilde, doğru dille tekrar ifade edilmesi). Öğrencilerin ne dediklerini anlayıp anlamadığınızın sorulması.</u>*
• <u>Bir sözcük desteğinin geliştirilmesi ve sunuldukça yeni terminolojinin yerleştirilmesi. Sözcükler, öğrenci diyalogunun bir parçası oluncaya kadar devamlı olarak yeni terminolojiden bahsedilmesi.</u>*
• <u>Terminoloji sunulduğu andan itibaren tartışmalarında öğrencilerden uygun matematiksel sözcük bilgilerini edinmelerinin beklenmesi.</u>*

Aşam	**KEŞFETME AŞAMASI: Öğrencilerin Görevi Keşfini desteleme YAPI**
	<u>KİŞİSEL DÜŞÜNME ZAMANI</u> Öğrenciler, yaklaşık 10 dakika bireysel olarak çalışırlar böylece onlar kendi
KEŞFETME **KEŞFETME**	**<u>KÜÇÜK GRUP ÇALIŞMASI</u>** • Yaklaşık 10 dakika sonra, öğrencilerden 1 - 4. Sorulara bireysel cevaplarını tartışmak ve karşılaştırmak için gruplarıyla çalışmalarının istenmesi. Soru 1 ve 2'de zorluk yaşayan Gruplar, Soru 1 üzerinde çalışan grubun yarısı ve Soru 2 üzerinde çalışan diğer yarısı ile çiftler halinde çalışmak isteyebilirler, o zaman Soru 3 - 4'e devam etmeden önce sonuçların karşılaştırılması. • Öğrenciler çalışırlarken sınıfta dolaşılması. -Matematiksel fikirler, problem-çözme stratejileri ve gösterimler arasındaki bağlantılarla ilişkili sorular sormada ısrarcı (kararlı) olunması. -Öğrencilerden düşünmelerini ve akıl yürütmelerini açıklamalarını istemede ısrarcı (kararlı) olunması. -Öğrencilerden diğer öğrencilerin ne dediğini kendi sözcükleriyle açıklamalarını istemede ısrarcı (kararlı) olunması. -Öğrencilerden uygun matematiksel dili (örneğin, tümler, bütünler, dik, doğru ve benzer) kullanmalarını istemede ısrarcı (kararlı) olunması ve onların, Şekil 1 ve Şekil 2 ile L, M ve N şekillerinin kare olduğunu nereden bildikleri hakkında açık olunması. -Öğrencilerden şekillerin alanları arasındaki ilişkileri tanımlamak için oluşturdukları formüller için doğru matematiksel ifadeleri kullanmalarını istemede ısrarcı (kararlı) olunması. • Öğrenciler Araştırma 1'i tamamladıkları zaman, Araştırma 2'ye devam etmelidirler. <u>Öğrenciler başlamada zorluk yaşarsa ne yaparım?</u> • Öğrencilerin ilk olarak Şekil 2'yi düşünmesinin sağlanması, çünkü Şekil 2 görsel olarak daha basittir. "Şekil 2 hakkında verilen bilgi bize ne anlatıyor? Açıları hakkında?" "Kenarlarının uzunlukları hakkında ne biliyoruz? Üçgenlerin kenar uzunlukları, Şekil 2'deki büyük dörtgenin kenar uzunlukları ile nasıl ilişkilendirilebilir? Bunu göstermek için şekli işaretleyebilir misiniz?" diye sorulması. <u>Öğrenciler zamanından önce bitirirlerse ne yaparım?</u> • Yapılan akıl yürütmelerinin matematiksel olarak doğru olduğundan emin olmak için öğrencilerin Şekil 1, Şekil 2 ve Şekil 3 ve L, M ve N şekilleri hakkındaki açıklamalarına bakılması. • Yapılan akıl yürütmelerinin matematiksel olarak doğru olduğundan emin olmak için öğrencilerin teoremleri ispatlarının incelenmesi. Özellikle, teoremi kanıtlarken teoremin doğru olduğunu farz etmediklerinden emin olunması (yani, üçgenler dik üçgenler olduğu için öğrencilerin $a^2+b^2=c^2$'yi bildiğinin ileri sürülmesi). • Öğrencilere ispatlarından birini veya daha fazlasını çizim kâğıdına veya slâytlara yazdırılması. • Öğrenciler Araştırma 2'yi bitirirlerse, ödeve devam edebilirler. • "Sessiz" bir grup üyesinden grubun çalışmasını açıklamasının istenmesi. Eğer açıklayamazsa, her grup üyesinin anladığından emin olmak için grubun zorlanması, sonra bırakılması ve daha sonra yeniden istenmesi.

<table>
<tr>
<td>K
E
Ş
F
E
T
M
E</td>
<td><u>ÖĞRENCİLERİN YANITLARINI İZLEME</u>
• Paylaşma, Tartışma ve Analiz aşaması esnasında paylaşılacak yanıtları belirlemek için, sınıfta dolaşırken öğrencilerin matematiksel düşünmelerine ve kullandıkları stratejilere ve gösterimlere bakılması. Bu aşama esnasında, gruplar Şekil 1 ve Şekil 2'nin eş kareler olduğunu, eşit alanlarının ve L, M ve N şekillerinin kare olduğunu nasıl belirlediklerini ve Pisagor teoreminin cebirsel bir ispatı ve görsel bir ispatını yapmak için bu bilgiyi nasıl kullandıklarını tanımlayacaktır. Benzer şekilde, Araştırma 2'de, gruplar Şekil 3 ve P'nin kare olduğunu ispatlayacaklardır ve Şekil 3'ün alanı için iki farklı gösterim bulacaklardır.*
• Araştırma 1 için, yapmanız gerekenler:
Şekil 1 ve Şekil 2'nin eş şekiller olduğunu, yani L, M ve N'nin sırasıyla alanları a^2, b^2 ve c^2 olan kareler olduğunu, doğru bir şekilde açıklayabilen ve gösterebilen öğrencilerin belirlenmesi. Bunu yapmak için farklı stratejileri olan grupların aranması.
—Bir alan önermesi kullanarak görsel ispatı açıklayabilen öğrencilerin belirlenmesi.
—Şekil 1 ve Şekil 2'ye dayanan bir alan önermesi kullanarak cebirsel ispatı açıklayabilen öğrencilerin belirlenmesi.
—Şekil 2'ye dayanan bir alan önermesi kullanarak cebirsel ispatı açıklayabilen öğrencilerin belirlenmesi.
—Her bir soruya cevapları açıklayabilen birkaç farklı gruptan birer üyenin belirlenmesi.
• Araştırma 2 için, yapmanız gerekenler:
-Şekil 3 ve P'nin kare olduğunu, yani P'nin kenar uzunluğunun $b-a$ ve alanının $(b-a)^2$ olduğunu, doğru bir şekilde açıklayabilen ve gösterebilen öğrencilerin belirlenmesi. Bunu yapmak için farklı stratejileri olan grupların aranması.
—Kendisinin Şekil 3 alanını cebirsel olarak iki farklı şekilde gösterebilen sonra da bir denklem oluşturup ispatı tamamlayan öğrencilerin belirlenmesi.
—Her bir soruya cevapları açıklayabilen birkaç farklı gruptan birer üyenin belirlenmesi.</td>
</tr>
</table>

*Not: Tartışmamızdaki çoğu durumda, "Şekil 1, Şekil 2 ve Şekil 3" her şekildeki büyük dörtgenleri işaret etmektedir. Bununla birlikte, öğrencilerle konuşurken, bu dörtgenlerin her birinin içinde yer alan belirli şekiller ve dışarıdaki şekil işaret edildiğinde açık olunuz.

Araştırma 1: Pisagor teoremini kanıtlama: Bir dik üçgeninin kenar uzunlukları arasındaki bağıntıyı göstermenin birçok yolu vardır!

<table>
<tr><td>Aşama</td><td colspan="4">GÖREV SORULARI 1-3
1. Yukarıda verilen bilgiyi kullanarak, Şekil 1 ve Şekil 2’deki şekiller ve alanlar hakkında ne sonuç çıkarabilirsiniz? Çıkardığınız sonuçların her biri için bir açıklama yapmaya çalışınız. 2. Anahtar soru: Pisagor teoremin bir ispatını yapmak için belirlediğiniz bilgiyi kullanınız. İpucu: hem görsel ispatlar hem de cebirsel ispatlar mümkündür. 3. Hindu matematikçisi Bhaskara (1114–1185), Pisagor teoremin birkaç ispatını geliştirmiştir. Bu ispatlardan birini sadece Şekil 2’den geliştirmiştir. Teoremin bir ispatını yapmak için şekil 2’deki şekiller hakkında belirlediklerinizi kullanınız.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">K
E
Ş
F
E
T
M
E

K
E
Ş
F
E
T
M
E</td><td>Olası Çözümler</td><td>Olası Sorular</td><td>Kavram yanılgıları/ Hatalar</td><td>Kavram yanılgıları /Hatalara Yönelen Sorular</td></tr>
<tr><td>Öğrencilerin anlayışlarının göstergelerinin aranması:
• Şekil 1, 2, L, M ve N’nin kare olduğunu ifade etme.
• Şekil 1, 2, L, M ve N’nin kare olduğunu doğru olarak kanıtlama.
• Her bir karenin kenar uzunlukları ve alanını doğru olarak belirleme.
• Şekil 1 ve 2’nin eş ve alanlarının eşit olduğunu fark etme.
• Hem Şekil 1 hem de Şekil 2’nin 4 tane eş dik üçgen içerdiğini fark etme.
• Her bir karenin alanını ve dik üçgeni cebirsel olarak doğru bir şekilde gösterme.
• Şekil 1 ve 2’nin alanları için iki farklı yanlışsız cebirsel ifade oluşturma.
• Şekil 1 ve 2’nin alanları ile ilgili yanlışsız bir denklem yazma.
• Şekil 2’nin alanı için iki farklı ifade ile ilgili yanlışsız bir denklem yazma.
• Öğrenciler varsayımlarının her biri için geçerli bir gerekçe sunabilirler.
Olası çözüm yollarının bir tartışması için sayfa 12’deki öğretmen notlarına bakınız.</td><td>Şunlar gibi soruların sorulması:
• Hangi çözümü düşündünüz?
• Hangi şekil ……… gibi görünüyor?
• Varsayımınızı desteklemek için hangi nedenleri sunabilirsiniz?
• Bu şeklin özellikleri nelerdir?
• Açıların ölçüsü hakkında ne biliyorsunuz?
• Diğer açıların ölçülerini bulmak için bildiklerinizi nasıl kullanabilirsiniz?
• Kenarların uzunluklarını nasıl bulabilirsiniz?
• Karelerin kenar uzunlukları, dik üçgenin kenar uzunlukları ile nasıl ilişkilendirilir?
• Kenar uzunluklarını biliyorsanız, başka neyi belirleyebilirsiniz?
• Şekil 1 ve 2 ne kadar benzerdir? Onlar ne kadar farklıdır?
• Kanıtlamaya çalıştığınız teoremde bakınız. Değişkenler nasıl ilişkilendirilir? Bunu geometrik olarak nasıl gösterebilirsiniz?
• ………. (başka bir öğrenci)’nin dediklerini kendi sözcüklerinizle açıklayınız.*</td><td>• Kareye benzediği için bir şeklin kare olduğunu belirleyebildiğini düşünme.

• Teoremdeki ilişkileri kanıtlamak yerine onların doğru olduğunu varsayma (Yani, a, b ve c, bir dik üçgenin kenar uzunlukları olduğu için L ve M’in toplam alanının N’nin alanına eşit olduğu).

• Cebirsel gösterim (a^2) ve geometrik gösterim (kenar uzunluğu a olan bir karenin alanı) arasındaki bağlantıyı fark etmeme.</td><td>• Şekil .... nın bir kare olduğunu matematiksel olarak nasıl doğrulayabilirsiniz?
• Kenarları ve açıları hakkında ne kanıtınız var?
• Her kenarın uzunluğu nedir?
• Doğru olduğunu nereden biliyorsun? Verilenler neler? Neyi ispatlamaya çalışıyorsunuz?
• Şekil 1 ve 2 nasıl ilişkilendirilebilir? Bunu cebirsel olarak nasıl tanımlayabilirsiniz?
• İspatınızdaki her adımı matematiksel olarak nasıl doğrulayabilirsiniz?
• İspatlamaya çalıştığınız teoreme bakınız. Değişkenler nasıl ilişkilendirilebilir? Bunu geometrik olarak nasıl gösterebilirsiniz?</td></tr>
</table>

Araştırma 2: Bir Çin ispatı

<table>
<tr><td>Aşama</td><td colspan="4">GÖREV SORULARI 1-2
1. Şekil 3’teki büyük dörtgen ve içindeki şekiller hakkında ne sonuç çıkarabilirsin? 2. Bu şekil, Pisagor Teoremini kanıtlamak için nasıl kullanılabilir?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">KEŞFETME KEŞFETME</td><td>Olası Çözümler</td><td>Olası Sorular</td><td>Kavram yanılgıları ⁄Hatalar</td><td>Kavram yanılgıları ⁄ Hatalara Yönelen Sorular</td></tr>
<tr><td>Öğrencilerin anlayışlarının göstergelerinin aranması:
• Şekil 3 ve P’nin kare olduğunu ifade etme.
• Şekil 1, 2, L, M ve N’nin kare olduğunu doğru olarak ispatlama.
• Şekil 3’ün kenar uzunluğunu ve alanını doğru bir şekilde belirleme.
• Şekil 1 ve 2’nin eş ve alanlarının eşit olduğunu fark etme.
• Hem Şekil 1 hem de Şekil 2’nin 4 tane eş dik üçgen içerdiğini fark etme.
• Her bir karenin alanını ve dik üçgeni cebirsel olarak doğru bir şekilde gösterme.
• Şekil 3’ün alanı için iki farklı yanlışsız cebirsel ifade oluşturma.
• Şekil 1 ve 2’nin alanları ile ilgili yanlışsız bir denklem yazma.
• Şekil 2’nin alanı için iki farklı ifade ile ilgili yanlışsız bir denklem yazma.
• Öğrenciler varsayımlarının her biri için geçerli bir gerekçe sunabilirler.
Olası çözüm yollarının bir tartışması için sayfa 12’deki öğretmen notlarına bakınız.</td><td>Şunlar gibi soruların sorulması:
• Hangi çözümü düşündünüz?
• Hangi şekil ……… gibi görünüyor?
• Varsayımınızı desteklemek için hangi nedenleri sunabilirsiniz?
• Bu şeklin özellikleri nelerdir?
• Açıların ölçüsü hakkında ne biliyorsunuz?
• Diğer açıların ölçülerini bulmak için bildiklerinizi nasıl kullanabilirsiniz?
• Kenarların uzunluklarını nasıl bulabilirsiniz?
• Karelerin kenar uzunlukları, dik üçgenin kenar uzunlukları ile nasıl ilişkilendirilir?
• Kenar uzunluklarını biliyorsanız, başka neyi belirleyebilirsiniz?
• Şekil 3’ün alanını göstermenin bir yolu nedir?
• Alanı göstermek için kenarların uzunluğunu nasıl kullanabilirsiniz?
• Şekil 3’ün alanını göstermenin başka bir yolu var mıdır?
• ………. (başka bir öğrenci)’nin dediklerini kendi sözcüklerinizle açıklayınız.*</td><td>• Kareye benzediği için bir şeklin kare olduğunu belirleyebildiğini düşünme.

• P’nin kenar uzunluğunun b–a olduğunun fark edilmemesi.

• Cebirsel gösterim(a^2) ve geometrik gösterim (kenar uzunluğu a olan bir karenin alanı) arasındaki bağlantıyı fark etmeme.</td><td>• Şekil .... nın bir kare olduğunu matematiksel olarak nasıl doğrulayabilirsininiz?
• Kenarları ve açıları hakkında ne kanıtınız var?
• Şekildeki hangi doğru parçalarının uzunluklarını biliyorsunuz?
• Bilmediğiniz uzunlukları göstermek için bildiğiniz uzunlukları nasıl kullanabilirsiniz?
• P’in kenarının uzunluğu, dik üçgenin dik kenarlarıyla nasıl ilişkilendirilebilir?</td></tr>
</table>

Paylaşma, Tartışma ve Analiz

Matematiksel tartışma düzenleme: dersin amaçlarını gerçekleştirmek için öğrenci çalışması, mantığı ve Matematiksel Fikirleri paylaşmak için olası bir Sıralama ve anlamayı gösteren olası Öğrenci Yanıtları.

Dersin matematiksel amaçları:

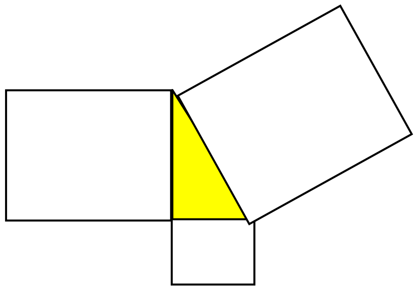
- Cebirsel, sözlü veya görsel ispatları yapabilme.
- Alan kavramını kullanarak Pisagor teoreminin görsel ispatını yapabilme.
- Alan kavramını kullanarak Pisagor teoreminin cebirsel ispatını yapabilme.
- Verilen şekillerin kareler olduğunu kanıtlamak için bütünler, tümler ve dik açıları içeren teoremleri kullanabilme.
- Cebirsel-geometrik akıl yürütme becerilerini geliştirebilme.
- İspat yaparken verilen koşullara dayandırılan mantıklı bir önerme oluşturabilme ve önermedeki her ifade için geçerli bir gerekçeyi açıklayabilme.
- Öğrenciler, matematiksel olarak akıl yürütecekler; çeşitli matematiksel gösterimler arasında bağlantıları kuracaklar ve çeşitli matematiksel gösterimleri kullanacaklardır.
- Öğrenciler, seçilen irrasyonel sayıları dik üçgenlerin kenarlarının uzunlukları olarak göstereceklerdir ve / veya bir sayı doğrusunda yerlerini belirteceklerdir (Ödev).

Aşama	Öğrenci çalışmalarını sıralama	Mantık ve Matematiksel Fikirler	Olası Sorular ve Öğrenci Yanıtları
PAYLAŞMA TARTIŞMA ANALİZ	Her grup (veya seçilen gruplar), ilk koşulların yani, Şekil 1, 2, 3, L, M, N'nin kare olduğunun doğrulamalarını içeren ispatlarından birini gösterir. Mümkünse, her ispat için, ispatları, ilk koşulları nasıl belirlediklerinde farklılaşan en az iki grup seçilmesi. İspatlar, araştırmadaki sıralamasına göre sunulmalıdır, görsel ispat, Araştırma 1 ve 2'deki cebirsel ispatlar tarafından izlenmelidir.	Bu tartışma Pisagor teoreminin dört ispatını yapacaktır. Bir ispatın görsel olduğunu açıkça tartışmak için de bir fırsattır; cebirsel veya sözlü olmak zorunda değildir. Şekiller ve cebir arasındaki ilişkiler tartışılmalıdır ve geometrik-cebirsel akıl yürütmeyi güçlendirme gösterilmelidir.	**Şekil 1, L ve M hakkında ne sonuç çıkardınız?** • *Onların hepsi karedir.* **Onların, kare olduğunu nasıl kanıtlayabilirsiniz? (Cevaplar çeşitli olacaktır)** • *İki üçgen tarafından oluşturulan şekillerdeki bütün açılar, dik açıdırlar (tümler açılar nedeniyle). L ve M karedir çünkü onların dört dik açısı (bütünler açıları kullanarak) ve dört eş kenarı vardır.* • *L ve M, eşkenar dörtgendir çünkü dört eş kenarı vardır. L ve M'nin ayrıca iki dik açısı (bütünler açılar) da vardır. Çünkü eşkenar dörtgenin karşılıklı açıları eştir, L ve M'nin dört dik açısı vardır, bundan dolayı karedirler.* **Şekil 2 ve N hakkında ne sonuç çıkardınız?** • *Şekil 2 bir karedir çünkü dört dik açısı vardır ve bütün kenarları, a+b'ye eşittir* • *N bir karedir. Kenarlarının hepsinin uzunluğu c'dir. Bütün açıları 90° dir çünkü N'in her köşedeki açısı artı iki üçgendeki açılar toplamı 180'dir. Üçgenlerin iki açısının toplamı 90°'dir, bu nedenle N'in her köşesi 90° olmak zorundadır.* **Şekil 1 ve 2 nasıl ilişkilendirilebilir?** • *Şekiller eştir çünkü her ikisinin de kenar uzunlukları a+b'dir. Ayrıca her ikisi de 4 eş dik üçgen içermektedir. Her şekilden 4 dik üçgen çıkarıldığı zaman, Şekil 1'de L ve M kareleri Şekil 2'de N karesi kalır. bunlar eşit olmalıdır çünkü her iki büyük kareden aynı miktarda alan alınmıştır. Bu nedenle M'in alanı artı L'in alanı, eşittir N'nin alanı olur.* **Bu, Pisagor teoremi ile nasıl ilişkilendirilebilir? (Bunun her ispat için sorulması.)** • *a ve b, dik üçgenin dik kenar uzunlukları ve c hipotenüsün uzunluğudur. Dolayısı ile $a^2+b^2=c^2$'dir. Bu nedenle dik kenar uzunluklarının karelerinin toplamı = hipotenüsün uzunluğunun karesidir***.** **Bunu cebirsel olarak nasıl gösterebilirsiniz?** *Şekil 1'in alanı, $a^2+b^2+4*(1/2)ab$'dir. (1)* *Şekil 2'nin alanı, $c^2+4*(1/2)ab$'dir. (2)* *(1) ve (2) birbirlerine eşittir ve her iki taraftan 4*(1/2)ab çıkarılırsa, $a^2+b^2=c^2$ elde edilir.* ("a^2 nereden geldi" diye de sorulabilir, vb.) **Görsel ispat ve cebirsel ispatın arasındaki ilişki nedir?** • *Görsel ispat ve cebirsel ispat aynıdır. Her ikisinde de, 4 eş dik üçgen alanı iki eş kareden çıkarılınca kalanın eşit olduğu görülür***.** İspat 3 ve 4 hakkında benzer soruların sorulması. İspat 4'te, öğrencilerin, P karesinin kenar uzunluğunun b–a olduğunu nereden bildiklerini sorduğunuzdan emin olun. (Şekil 3 ve P'nin kare olduğunu belirlemek için yöntemler, araştırma 1'deki şekiller için kullanılanlara benzerdir). **İspat 3 ve 4 bakınız. Ne kadar benzerdirler? Ne kadar farklıdır?** • *İspat 3 ve 4 benzerdir çünkü her ikisinde de, bir karenin alanı için iki farklı ifade yazılıp birbirlerine eşitlenir, sonra, denklemler sadeleştirilir.* • *İspat 3 ve 4 dik üçgenlerin konumu bakımından farklıdırlar. Bu nedenle, Şekil 2'de, N'nin kenar uzunluğu c'dir ki bunu görmek kolaydır. Şekil 3'te, P'nin kenar uzunluğu a, b veya c değildir, bu nedenle, anlamak o kadar kolay değildir.*

Görevi Paylaşma, tartışma ve analiz etme
ÖZET: Hep Beraber (topluca) Çalışma

KAPANIŞ

Öğrencilere dersin matematiği ve yaptıkları farklı ispatlar üzerinde yansıtma yaptırılması.



"en kolay hangi ispatı anladınız? Anlaması en zor olan hangisiydi? Neden?"

"Dört ispatın hepsine bakınız. Hepsinde kullanılan herhangi bir genel strateji veya gelecekte faydalı olabilecek çok ispat var mı?"

"Görev yaprağındaki şekil Pisagor teoremi ile nasıl ilişkilendirilebilir?"

Öğrenciler için geri adım atıp ortaya atılan fikirler üzerinde yansıtma yapmak ve öğrenmelerini geçmiş deneyimlerin içine yerleştirip gelecek görevlerde bu fikirler üzerine temellendirebildikleri yolları ileriye götürmek önemlidir. Bu, öğrencilerin matematiksel fikirlerin karşılıklı bağlantısına odaklanmalarına yardım eder.

ÖDEV

Görev sonunda Theodorus'un Çarkı ödevi.

Uzatma: Pisagor teoreminin diğer ispatları

Pisagor teoremi videosunun (T. Apostol series, Cal Tech) izlenmesi

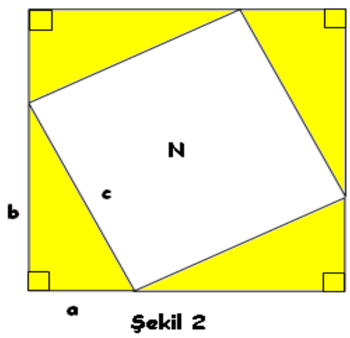
Bu video, birkaç farklı ispatı göstermektedir. Doğrudan ispata odaklanmanın dikkate alınması. Ayrıntıların tartışılması; bunun neden işe yaradığının açıklanması, vb.

Daha fazla uzatma

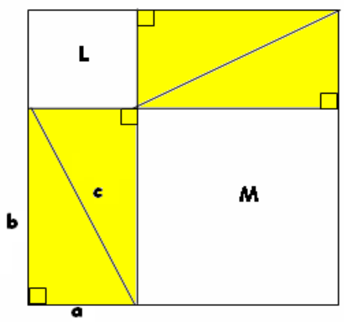
Özel üçgenler

Geoboard üzerinde bütün olası karelerin ve alanlarının bulunması.

Uzaklık formülünün belirlenmesi.



Şekil 2



Şekil 1

Öğretmen notları:

Öğrencilerin, bu derste yapabileceği üç ispat aşağıdadır:

Verilenler: Dik kenar uzunlukları a ve b ve hipotenüs uzunluğu c olan bütün dik üçgenler eştir; büyük karelerin dış kenar sınırları düz çizgilerdir.

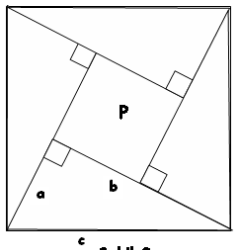
Öğrenciler ilk olarak Şekil 1 ve 2'nin eş kareler olduğunu belirlemelidirler. Öğrenciler bir de, Şekil L, M ve N'nin kenar uzunlukları sırasıyla a, b ve c olan kareler olduğunu belirlemelidirler (dik, bütünler ve tümler açılar ve karelerin özelliklerine ek olarak verilmiş bilgiyi kullanarak bunu yapmanın çeşitli yolları vardır).

İspat 1: Görsel ispat: Şekil 1 ve 2 eş olduğu için alanları eşittir. Her iki şekil dört eş dik üçgen içermektedir. bu üçgenler, her şekilden çıkarılırsa, Şekil 1 ve 2'nin kalan alanları (beyaz bölgeler) eşit olur. Yani,

M'nin alanı +L'nin alanı = N'in alanı veya $a^2+b^2=c^2$.

İspat 2: Bu, Şekil 1 ve 2'yi temel alan görsel ispatın cebirsel bir gösterimidir:
$a^2+b^2+4*(1/2)ab=c^2+4*(1/2)ab$
Her iki taraftan 4*(1/2)ab çıkarılırsa
$a^2+b^2=c^2$ bulunur.

İspat 3: Bu ispat, Şekil 2'nin alanı için iki farklı gösterimi oluşturmayı temel alır: $(a+b)^2$ (uzunluğu a+b olan kenarın karesi) ve $c^2+4*(1/2)ab$ (N'nin alanı + dört üçgenin alanları). Bunlar eşitlenir ve cebirsel prosedürler uygulanırsa:
$(a+b)^2=c^2+4*(1/2)ab$
$a^2+2ab+b^2=c^2+2ab$
Her iki taraftan 2ab çıkarılırsa: $a^2+b^2=c^2$ bulunur.



Şekil 3

İspat 4: Verilenler: Dik kenar uzunlukları a ve b ve hipotenüs uzunluğu c olan bütün dik üçgenler eştir.
Bu ispat, Şekil 3'te dıştaki karenin alanı için iki farklı gösterimi oluşturmayı temel alınır: c^2 (kenar uzunluğu "c"olan dıştaki kare) ve P karesinin alanı + dört üçgenin alanları (bunlar alternatif olarak, P karesinin alanı için iki farklı gösterimi oluşturabilir).
Öğrenciler ilk olarak P'nin ve dıştaki dörtgenin kare olduğunu belirlemelidirler. Dik, bütünler ve tümler açılar ve karelerin özelliklerini kullanarak bunu yapmanın çeşitli yolları vardır
Öğrenciler sonra P karesinin kenar uzunluğunun b–a olduğunu bu nedenle alanının $(a-b)^2$ olduğunu belirlemelidirler.
Seçenek 1: Büyük karenin alanı için iki gösterim oluşturulabilir: c2 ve (b - a)2 + 4*(1/2)ab.
Bunlar eşitlenir ve cebirsel prosedürler uygulanırsa:
$c^2=(b-a)^2+4*(1/2)ab$
$c^2=b^2-2ab+a^2+2ab=b^2+a^2$
Böylece $c^2=b^2+a^2$ olur
Seçenek 2: Alternatif olarak P'nin alanı için iki gösterim oluşturulabilir: (a - b)2 and c2 - 4(1/2)ab.
İlk ifade açılır bunlar eşitlenir ve cebirsel prosedürler uygulanırsa:
$a^2-2ab+b^2=c^2-2ab$ bu nedenle $c^2=b^2+a^2$

Uygulama önerisi:
1) Görevin sununuz, Başlangıç'ın tartışınız ve Araştırma 1 ve 2'nin sununuz. Grup etkileşimini izleyerek öğrencilerin her iki araştırmayı gruplarıyla yapmalarını sağlayınız. Araştırma 2'deki ispatın Araştırma 1'deki üçüncü ispata benzer olduğuna dikkat ediniz: burada verilen şeklin alanı için iki farklı cebirsel gösterimi oluşturma, bunları birbirlerine eşitleme sonra da ortaya çıkan denklemi sadeleştirme söz konusudur. Her grubun ispatlarından en az birini Şekil 1, 2, L, M ve N'nin kare olduğunu nasıl kanıtladıklarını içerecek şekilde, sınıf tartışması esnasında açıklamak üzere asetat, tahta ya da grafik kâğıdına kaydettiriniz.
2) Öğrenciler her iki araştırmayı tamamladıktan sonra, ispatlarının sunumları ve soruları için bütün sınıfın katıldığı bir tartışma düzenleyiniz.

Alternatif olarak, eğer tüm sınıf, çabalıyor gibi görünüyorsa, öğretmen devam etmek için herkesin beklentiler ve olası yolları anlamasına yardım etmek için ilk ispatın bir sınıf tartışmasını yaptırmak isteyebilir.

EK I “Telefonla Arama Planları” Problemi Çerçevesinde Soru Sorma ve Yapılmış Bir Tartışmayı İnceleme Etkinliği

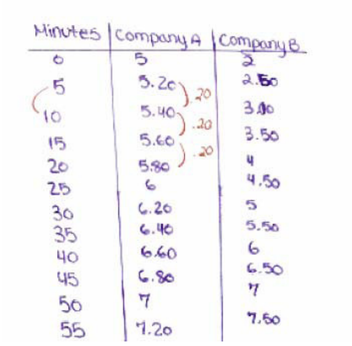
Bir **A Şirketi (Company A)** telefonla görüşme tarifesi olarak aylık **5 TL** sabit ücret, telefonla konuşulan her dakika için **4 kr.** ücret belirlemiştir. Bir **B Şirketi (Company B)** telefonla görüşme tarifesi olarak aylık **2 TL** sabit ücret, telefonla konuşulan her dakika için **10 kr.** ücret belirlemiştir.

A Şirketine abone olmanın **daha kazançlı** olması için her ay telefonla **en az** kaç dakika konuşmanız gerekir?

Bölüm 1

Öğrenciler, problemi çözmek için gruplar halinde çalışmışlardır ve sınıfın önünde sergilenmek üzere posterler oluşturmuşlardır. Görevin çözümü için tüm grubun katıldığı bir tartışma yürüttüğünüzü varsayın.

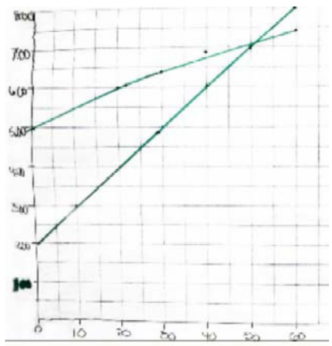
A. Matematiksel amaçlarınızdan biri, öğrencilerin farklı planlar açısından eğimi ve doğrunun y eksenini kestiği noktayı anlaması olsun. A Grubu yandaki tabloyu sınıf önünde sergilemiş olsun.



Minutes	Company A	Company B
0	5	2
5	5.20	2.50
10	5.40	3.00
15	5.60	3.50
20	5.80	4
25	6	4.50
30	6.20	5
35	6.40	5.50
40	6.60	6
45	6.80	6.50
50	7	7
55	7.20	7.60

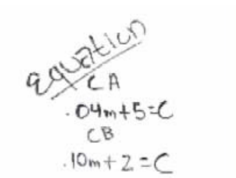
Öğrencilerin matematik anlayışlarını geliştirmek için sormak üzere 5 soru yazınız:

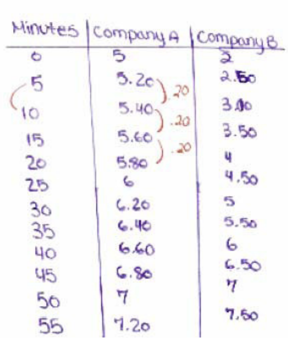
B. Matematiksel amaçlarınızdan biri, öğrencilerin farklı planlar açısından eğimi ve doğrunun y eksenini kestiği noktayı anlaması olsun. B Grubu yandaki tabloyu sınıf önünde sergilemiş olsun.



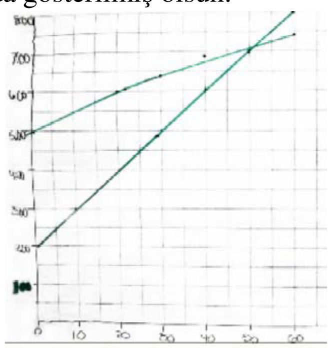
Öğrencilerin matematik anlayışlarını geliştirmek için sormak üzere 5 soru yazınız:

C. Amaçlarınızdan biri, öğrencilerin farklı gösterimler içinde eğimi ve doğrunun y eksenini kestiği noktayı anlaması olsun. Aşağıdaki çözümler, tahtada gösterilmiş olsun.





Minutes	Company A	Company B
0	5	2
5	5.20	2.50
10	5.40	3.00
15	5.60	3.50
20	5.80	4
25	6	4.50
30	6.20	5
35	6.40	5.50
40	6.60	6
45	6.80	6.50
50	7	7
55	7.20	7.60



Öğrencilerin matematik anlayışlarını geliştirmek için sormak üzere 5 soru yazınız:

Bölüm 2

Bir öğretmenin öğrencileriyle Telefonla Arama Planları görevini tartışmasının aşağıdaki kopyasını okuyunuz. Öğrencilerin matematik anlayışlarını geliştireceğini düşündüğünüz soruları seçiniz (altını çiziniz). Sonra sorunun matematiksel anlayışı geliştirdiğini neden düşündüğünüzü açıklayınız. Öğretmenin matematiksel amaçları, öğrencilerin eğimi ve doğrunun y eksenini kestiği noktayı anlayışını geliştirmek ve kuvvetlendirmektir.
(Ö: Öğretmen)

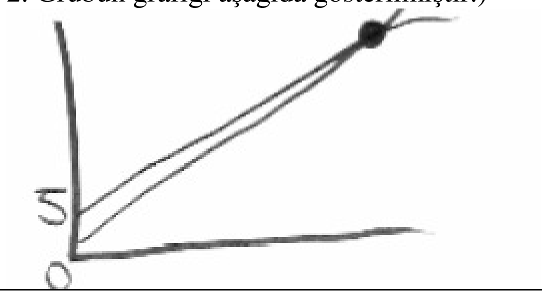
Tartışmanın başlangıcı:

<table>
<tr><th></th><th></th><th>Bu soru neden matematik anlayışını geliştirir?</th></tr>
<tr><td>1 Ö:</td><td>Kim doğru tabloyu oluşturduğunu düşünüyor?
(Grup1 ellerini kaldırıyor.)</td><td></td></tr>
<tr><td>2 Ö:</td><td>Lütfen tablonuzu sınıfa gösterir misiniz?
(Grup1 aşağıdaki tabloyu gösteriyor:)
<table><tr><th>M</th><th>A</th><th>B</th></tr><tr><td>0</td><td>5.00</td><td>2.00</td></tr><tr><td>10</td><td>5.40</td><td>3.00</td></tr><tr><td>20</td><td>5.80</td><td>4.00</td></tr><tr><td>30</td><td>6.20</td><td>5.00</td></tr><tr><td>40</td><td>6.60</td><td>6.00</td></tr><tr><td>50</td><td>7.00</td><td>7.00</td></tr><tr><td>51</td><td>7.04</td><td>7.10</td></tr></table></td><td></td></tr>
<tr><td>3 Ö:</td><td>Cevap olarak ne buldunuz?
(1. Gruptan bir öğrenci “51 7.04 7.10” satırını işaret ediyor)</td><td></td></tr>
<tr><td>4 Ö:</td><td>1. Grupta olmayan birisine, onların çözümü bulmak için tabloyu nasıl kullandığını düşünüyorsun? Gel ve bize göster.
(Joe, tahtaya çıkar ve tabloyu işaret eder.)</td><td></td></tr>
<tr><td>5 Joe:</td><td>Arkadaşlarımız cevabı bulmak için 10’ar 10’ar gittiler. Ve her iki sayı aynı oluncaya kadar gitmeyi sürdürdüler ve sonra 1 daha gittiler. Bu A’nın daha ucuz olduğu zamandır.</td><td></td></tr>
<tr><td>6 Ö:</td><td>“A daha ucuz oldu” ile ne demek istiyorsun?</td><td></td></tr>
<tr><td>7 Joe:</td><td>50 dakika görüşmede A Şirketinin ve B Şirketinin fiyatı aynıdır ve A Şirketi 51 dakika görüşmede daha ucuz oldu.</td><td></td></tr>
<tr><td>8 Ö:</td><td>Tamam. Bunu merak ediyordum. Problem, A şirketinin telefonla görüşülen her dakikada için 4 kr. ve B Şirketinin telefonla görüşülen her dakika için 10 kr. ücret belirlediğini anlatıyor. Telefonla görüşülen her dakikada için ücreti tabloda nasıl görebiliriz?</td><td></td></tr>
</table>

Tartışmada daha sonrası:

		Bu soru neden matematik anlayışını geliştirir?
11 Ö:	A Şirketi ve B Şirketi için hangi denklemleri buldunuz?	
12 Maria:	C=0,04.m+5 ve C=0,10.m+2.	
13 Ö:	Aynı denklemleri başka kim buldu? (Öğrencilerin çoğu ellerini kaldırıyor.)	
14 Ö:	Tamam. İyi. Şimdi, tabloda telefonla görüşülen her dakika için ücret hakkında konuştuk. Telefonla görüşülen her dakika için ücreti denklemlerde nasıl görüyoruz? (Birkaç öğrenci, hemen yanıt veriyor.)	
15 Jose:	"sıfır" virgül "4" ve "sıfır" virgül "10" gibi.	
16 Anita:	Katsayıdır.	
17 Joe:	Evet, ama aylık ücretle toplaman gerekiyor.	
18 Ö:	Tamam, bir dakika bekle. Jose, "sıfır virgül 4 ve sıfır virgül 10" ile ne demek istiyorsun?	
19 Jose:	Telefonla konuşulan her dakika için ücret… A Şirketinde her dakika için 4 kr.'tur ve m'nin önünde 0,04 var.	
20 Ö:	Tamam. Anita "katsayı" dedin. Katsayı nedir?	
21 Anita:	x'in önündeki sayıdır.	
22 Ö:	Kim Anita'nın, söylediğine bir şey ekleyebilir? (Hiç kimse yanıt vermiyor.)	
23 Ö:	Bu problem için katsayı ne anlama geliyor? Neden önemlidir?	

Yukarıdaki tartışmadan sonra olanlar:

		Bu soru neden matematik anlayışını geliştirir?
41 Ö:	2. Grup, grafiğiniz nerede? (2. Grup grafiklerinin, oluşturdukları tablonun altında olduğunu söylüyor. 2. Grubun grafiği aşağıda gösterilmiştir.) 	
42 Ö:	Tamam…… 2. Grupta olmayan birisinin, 2. Grubun grafiğini nasıl çizdiğini düşündüğünü açıklamasını istiyorum?	
43 Jon:	Bence arkadaşlarımız her çizginin nerede başladığını ve nerede bittiğini biliyorlar.	
44 Ö:	"Her çizginin nerede başladığı ve nerede bittiği" ile ne demek istiyorsun?	

		Bu soru neden matematik anlayışını geliştirir?
45 Jon:	A şirketinin 5'te başlaması ve B Şirketinin 2'de başlaması gibi.	
46 Marci:	Ve onların ikisi de, 50'de bitiyor… Aslında onlar 50'de bitmiyor. Orada ikisinin de ücreti aynı oluyor.	
47 Ö:	Bu nedenle haydi, Jon'un söylediği şeyle başlayalım, "Onlar, …'da başladı" ile ne demek istiyorsun?	
48 Jon:	y ile kesiştiği noktadır.	
49 Tony:	y eksenini kestiği yerlerdir.	
50 Ö:	Peki, bu problem açısından, y ile kesiştiği nokta ne anlama gelmektedir? "y eksenini kestiği yerlerdir" ne anlama gelmektedir?	
51 Deshay:	O tarifeye sahip olmak için ne kadar ödemeniz gerektiğidir.	
52 Ö:	Bir şey eklemek isteyen başka bir kimse?	
53 Joe:	Her tarifenin 0 (sıfır) dakikalık ücretidir.	
54 Marci:	"y ile kesiştiği nokta" x, 0 (sıfır) olduğu zaman y'nin ne kadar olduğu anlamına gelir. Bu nedenle bu problem için 0 (sıfır) dakika için A Şirketinin ücreti 5 TL ve B Şirketinin ücreti 2 TL'dir.	
55 Ö:	Tamam. Daha önce bir tablo ve bir denkleme bakmıştık. Tablodan y ile kesiştiği noktayı nasıl söyleyebilirim?	
	Tartışmada daha sonra	
60 Ö:	Marci'nin iki tarifenin ücretinin aynı olduğunu söylediğine dönmek istiyorum. Marci, bunun hakkında ne düşündüğünü söyleyebilir misin? Gel ve bize göster.	
61 Marci:	(Marci, kesişme noktasını işaret ediyor) iki tarifenin 50. dakikada aynı ücrete sahip olduğunu söyledim ve bunu tam burada görebilirsiniz.	
62 Tony:	Onların, kesiştiği yerdir.	
63 Ö:	"Kesişme" ile ne demek istiyorsun?	
64 Tony:	İki doğrunun, birbirlerini kestiği yerdir, onları ikisi de aynı noktadan geçer.	
65 Ö:	Yani, iki doğru aynı noktadan geçtiği zaman bu ne anlama geliyor? Ne oluyor söyler misin?	
66 Joe:	Her iki doğrunun, x'leri ve y'leri aynı olan ortak bir noktası vardır anlamına gelir.	
67 Ö:	Bu problem için o nokta hangisidir? Tami, bu problem için kesişme noktası nedir?	
68 Tami:	50, 7'dir.	
69 Ö:	Yani bu problem açısından bu ne anlatır? "50, 7" ne anlama geliyor?	

EK J Ders Planlama Öğeleri

Planlamasını yaptığınız ders için aşağıda yer alan planlama öğelerini dikkate alarak planlama yapmanız istenmektedir.

Ders planlama öğeleri (Hughes, 2006)

1. Dersin matematiksel amacını belirlemek: Bu ders planlama öğesi, öğretmenlerin, ders esnasında öğrencilerin meşgul olacağı belirli matematiksel kavramları ya da öğrencilerin bu kavramlarla dersten hangi matematiksel anlayışları kazanacak olduğunu belirlemelerini içerir. Yani öğretmenlerin, öğrencilerin anlayacağı belirli bir matematiksel kavram(lar)ın ve kavram(lar)ı "anlamanın" ne demek olduğunu tanımlamaları kastedilmektedir. Matematiksel amacın ders planı ve sonraki öğretime yol gösterebilmesi için matematiksel amacı tanımlamanın açık olması önemlidir. Amaçlar, öğrencilerin sergileyecekleri becerilerden ya da problemi çözmek için yapacaklarından ziyade matematiksel kavramlar hakkında kazanacakları anlayış(lar)ı anlaşılır hale getirmelidir.

2. Öğrencilerin matematiksel bir görev hakkında düşünmelerini öngörmek: Öğretmenler, bu ders planlama öğesinde, öğrencilerin bir problemi matematiksel olarak nasıl yorumlayabileceklerini veya problemi çözmek için kullanabilecekleri stratejileri düşündüklerini gösterir. Öğretmenler, öğrencilerin problem üzerinde çalışırken göstereceği hem doğru hem de yanlış stratejilere/düşüncelere yer vermelidirler. Öğretmenler, öğrencilerin beklenen düşüncelerini açıkça tanımlamalıdırlar ve bir öğrencinin problem üzerinde düşünebilme yollarını tanımlamaya çalışmalıdırlar. Bu ders planlama öğesi "öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme" ve "öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme" olmak üzere iki ayrı kategoriden oluşur. "Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme" kategorisinde öğrencilerin problem üzerinde çalışırken kullanabileceği doğru stratejiler / yaklaşımlar belirli bir biçimde tanımlanmalı ve çözüm stratejilerinin veya gösterimlerin çoğunu tanımlamak için bir çaba gösterilmelidir. "Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme" kategorisinde öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilmelerinin yolları ya da öğrencilerin sorabileceği belirli sorular ya da problem üzerinde çalışırlarken öğrencilerin karşılaşabilecekleri zorluklar belirli bir şekilde tanımlanmalıdır ve verilen matematiksel görevde karşılaşabilecekleri sorunların ve kavram yanılgılarının çoğunu tanımlamak için bir çaba gösterilmelidir.

3. Matematiksel bir görev üzerinde çalışırlarken öğrencilerin anlayışlarını değerlendirip ilerletmek için belirli sorular sormak: Bu ders planlama öğesi, öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını değerlendirmek veya ilerletmek için belirli soru örnekleri bulmalarını içerir. Ayrıca sorulacak soruların hangi durumlarda (öğrencilerin yaptığı çalışmalar, sordukları sorular, verdikleri cevaplar, vb. gibi matematiksel düşünmelerine dayandırılan durumlarda) sorulacağı da belirtilmelidir.

4. Öğrencilerin düşünmelerine dayanan dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirecek bütün sınıfın katıldığı bir tartışma düzenlemek: Bu ders planlama öğesi, öğretmenlerin bütün sınıfın katıldığı anlamlı bir sınıf tartışmasını düzenleme ile ilgili yapacaklarını içerir. Bu öğede iki önemli durum söz konusudur: (1) tartışmanın öğrencilerin problemi çözmedeki matematiksel düşünmelerine ve/veya çalışmalarına dayandırılması ve (2) öğrencilerin çözümler arasındaki bağlantıları kurmalarını veya dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirmelerini sağlayacak belirli örnek soruların ortaya konulması. Öğretmenler öğrencilerin matematiksel düşünmelerine bir şekilde dayanan bir tartışma planlayabilirler: (a) genel tartışma için öğrenci çözümlerini amaçlı olarak seçme, (b) çözümlerin tartışılma sırasını belirleme veya (c) öğrencilere sormak için öğrencilerin problem üzerinde çalışmaları veya düşünmelerini açıkça ifade eden belirli sorular bulma.

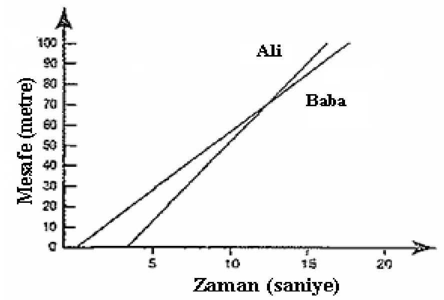
EK K Öğretmen Adaylarını Planlama Becerilerini Belirlemek İçin Kullanılan Problemler

K.1 Grafiklerden Açıklamalara Problemleri Çerçevesinde Bir Ders Planlama*

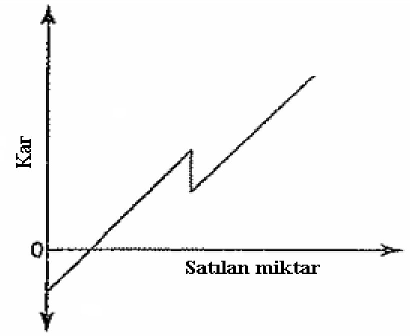
Öğrencilerinizle grafik okuma ve yorumlama konusunda çalıştığınızı düşününüz. İşleyeceğiniz derste kullanmak için Grafiklerden Açıklamalara Problemlerini seçtiniz.
Grafiklerden Açıklamalara Problemlerini temel alan bir ders planlayınız. Lütfen planınızı mümkün olduğunca ayrıntılarıyla tanımlayınız.
Planlamasını yaptığınız ders için ekte yer alan planlama öğelerini dikkate alarak planlama yapınız.

Grafiklerden Açıklamalara
İsim: ________________________

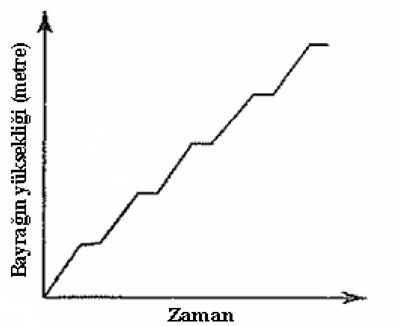
1. Ali ve babası, bir 100 metre yarışına katılmıştır. Ali, babası koşmaya başladıktan 3 saniye sonra, yarışa başladı. Grafik, Ali'nin ve babasının zaman içinde ne kadar mesafe koştuğu hakkında bilgi vermektedir. Yarışı kimin kazandığı ile ilgili bir açıklama yazınız; yarışın nasıl kazanıldığını tanımlayınız. Her birinin nasıl koştuğunu tanımlayan iki doğru paralel olsaydı, yarışı kimin kazandığı konusunda grafik size ne anlatırdı?



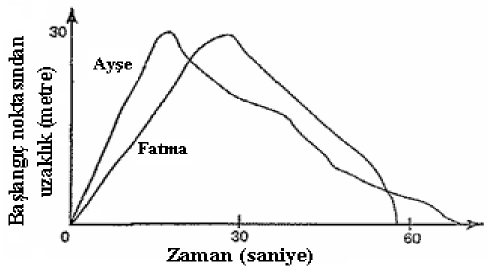
2. Grafik, bir limonata standında satılan limonata miktarı ve kar arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Limonata standı karının, nasıl belirlendiği konusunda bir açıklama yazınız. Doğru sıfırın altında olduğunda ve doğru yatay ekseni kestiğinde ne gösterildiğini ifade ediniz (Bu grafik, satıcıya ücret ödenmediğini ve stant için kira ücreti verilmediğini farz etmektedir).



3. Grafik, bir göndere çekilen bir bayrağı göstermektedir. Bayrağın hareketini tanımlayan bir açıklama yazınız, gönderin yüksekliğinin (bayrağın çıktığı en yüksek nokta) hesaplaması için ne düşünüyorsunuz? Grafiğin şeklini açıklayınız.



4. Grafikler, bir yarış açıklamasını betimlemek için kullanılabilir. Burada grafik iki ortaokul öğrencisi (Ayşe ve Fatma) arasında gerçekleşen bir yüzme yarışını göstermektedir. Bu yarışta ne olduğunu tanımlayan bir açıklama yazınız.



* Grafiklerden Açıklamalara problemi Navigating through Algebra in Grades 6–8 (Friel vd., 2001) adlı ders kitabından Türkçeye uyarlanmıştır.

K.2 Özel Tişörtler Problemi Çerçevesinde Bir Ders Planlama[†]

Öğrencilerinizle doğrusal fonksiyonlar konusunda çalıştığınızı düşününüz. İşleyeceğiniz derste kullanmak için **Özel Tişörtler** Problemini seçtiniz.

Özel Tişörtler Problemini temel alan bir ders planlayınız. Gereksinimlerinize uyması için problemde isteğiniz değişiklikleri yapabilirsiniz. Lütfen planınızı mümkün olduğu kadar çok ayrıntılarıyla tanımlayınız.

Planlamasını yaptığınız ders için ekte yer alan planlama öğelerini dikkate alarak planlama yapınız.

Özel Tişörtler

Yerel spor takımları için tişörtlere yazı ya da resim basan bir şirket olan **Özel Tişörtler Şirketi** tasarım yapmak için bir defalık ücret olarak 15 TL **artı** baskı yapılan her tişört için ücret olarak 8 TL almaktadır.

Bir başka şirket olan **Seçkin Tişörtler Şirketi** bastığı tasarımı yapmak için bir defalık ücret olarak 18 TL **artı** her tişört için ücret olarak 5 TL almaktadır.

Hangi şirkete sipariş vermek daha avantajlıdır? Gerekçenizi açıklayınız.

[†] Özel Tişörtler Problemi <http://cnx.org/content/m15958/latest/> adresinde yer alan Yüksek Düzey Görevlerden birisidir ve Türkçeye uyarlanmıştır.

EK L Öğretim Uygulaması ve Planlama Hakkındaki Görüşleri Belirlemek İçin Kullanılan Görüşme Soruları ve Analizde Kullanılan Kodlar

L.1 Görüşme formu

Görüşülen kişinin Adı Soyadı:………………………………….
Değerli katılımcı;
Bu formda devam ettiğiniz matematiksel düşünme odaklı öğretim uygulaması ve planlama ile ilgili görüşlerinizi belirlemek için hazırlanmış sorular yer almaktadır. Her bir soruya içtenlikle yanıt vermeniz yürütülen araştırmanın sonucunu etkileyeceği için önemlidir. Görüşmemiz ses kayıt cihazı ile kaydedilecektir. Görüşmemiz daha sonra yazılı hale getirilecek ve metinler doğruluk için onayınıza sunulacaktır. Verdiğiniz yanıtlar tamamen gizlilikle ele alınıp sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır.
Katılımınız için teşekkürler.
Sorular
1) Matematik derslerini planlarken dikkate almanız gerekenler nelerdir? Açıklar mısınız?
2) Hangi faktörler ders planlama sürecinizi etkiler?

- Ders programı
- Ders kitapları
- Matematik öğretimi kitapları
- Zaman
- Almış olduğunuz eğitim dersleri
- Materyaller
- Yöntem
- Diğer

3) Bu öğretim uygulaması sonucunda dönem başına göre ders planlama ile ilgili düşüncelerinizde ve etkinliklerinizde neler değişti? Açıklar mısınız?
4) Bu öğretim uygulaması mesleki gelişiminize nasıl bir katkı sağlamıştır? Açıklayınız.
5) Bu öğretim uygulaması esnasında size bir takım öğeler tanıtılmış veya sunulmuştur. Bu öğeler ders planlama ve uygulama sürecinizi nasıl etkiledi?

- Ders Boyunca Düşünme Protokolü
- Örnek olaylar
- Matematiksel Görevler Çerçevesi
- Matematiksel bir görevin bilişsel gereklilikleri

6) Bu öğretim uygulaması matematiksel düşünmenize nasıl bir katkı sağlamıştır?
7) Öğrencilerinizin matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesi için neler yaparsınız?

L.2 Görüşme Analizinde Kullanılan Kodlar

Görüşme sorusu	**Kullanılan kod**	**Kodun Açıklaması**
1) Matematik derslerini planlarken dikkate almanız gerekenler nelerdir? Açıklar mısınız?	– Mat Amaç	Dersin matematiksel amacı düşünülmelidir.
	– Öğr doğru çöz öngör	Öğrencilerin derste ele alacakları görevi doğru çözebilme yolları üzerinde düşünülmelidir.
	– Öğr hatalı çöz öngör	Öğrencilerin derste ele alacakları görevi yanlış veya hatalı çözebilme yolları ya da karşılaşabilecekleri kavram yanılgıları üzerinde düşünülmelidir.
	– Öğr düş değ iler soru	Öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek (doğru çözümlere ve yanlış çözümlere yönelen) sorular düşünülmelidir.
	– Derste yap tart	Öğrenci yanıtlarına bağlı olarak gerçekleştirilecek veya matematiksel kavramları belirginleştirecek tartışma için yapılacaklar düşünülmelidir.
	– Önbilgi	Önbilgi düşünülmelidir.
2) Hangi faktörler ders planlama sürecinizi etkiler?	– Ders programı	Ders planlama sürecini etkileyen faktörlerden biri ders programı olarak belirtilmiş.
	– Ders kitapları	Ders planlama sürecini etkileyen faktörlerden biri ders kitapları olarak belirtilmiş.
	– Matematik öğretimi kitapları	Ders planlama sürecini etkileyen faktörlerden biri Matematik öğretimi kitapları olarak belirtilmiş.
	– Zaman	Ders planlama sürecini etkileyen faktörlerden biri zaman olarak belirtilmiş.
	– Almış olduğunuz eğitim	Ders planlama sürecini etkileyen faktörlerden biri alınan eğitim olarak belirtilmiş.
	– Materyaller	Ders planlama sürecini etkileyen faktörlerden biri materyaller olarak belirtilmiş.
	– Yöntem	Ders planlama sürecini etkileyen faktörlerden biri yöntem olarak belirtilmiş.
	– Öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri	Ders planlama sürecini etkileyen faktörlerden biri Öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri olarak belirtilmiş.
3) Bu öğretim uygulaması sonucunda dönem başına göre ders planlama ile ilgili düşüncelerinizde ve etkinliklerinizde neler değişti? Açıklar mısınız?	– Ders planı	Ders planlama ile ilgili genel ve olumlu görüşler ile olumsuz görüşler açısından değerlendirilmiştir.
	– Kavram yanılgıları ve hatalar	Kavram yanılgıları veya hataları ele alma ile ilgili görüşler.
	– Çözümler	Farklı çözüm yollarını ele alma ile ilgili görüşler.
4) Bu öğretim uygulaması mesleki gelişiminize nasıl bir katkı sağlamıştır? Açıklayınız.	– Matematik öğretimi	Matematik öğretimini etkili hale getirme ile ilgili görüşler.
	– Planlama	Planlama ile ilgili görüşler.
	– Öğretimi uygulama	Öğretimi uygulama ile ilgili görüşler.

5) Bu öğretim uygulaması esnasında size bir takım öğeler tanıtılmış veya sunulmuştur. Bu öğeler ders planlama ve uygulama sürecinizi nasıl etkiledi? Öğeler: Ders Boyunca Düşünme Protokolü, Örnek olaylar, Matematiksel Görevler Çerçevesi, Matematiksel bir görevin bilişsel gereklilikleri	– Ders Boyunca Düşünme Protokolü	Ders Boyunca Düşünme Protokolü ile ilgili olumlu görüşler, olumsuz görüşler ve fikri olmadığını söyleme açısından değerlendirilmiştir.
	– Örnek olaylar	Örnek olaylar ile ilgili olumlu görüşler, olumsuz görüşler ve fikri olmadığını söyleme açısından değerlendirilmiştir.
	– Matematiksel görevler çerçevesi	Matematiksel görevler çerçevesi ile ilgili olumlu görüşler, olumsuz görüşler ve fikri olmadığını söyleme açısından değerlendirilmiştir.
	– Matematiksel bir görevin bilişsel gereklilikleri	Matematiksel bir görevin bilişsel gereklilikleri ile ilgili olumlu görüşler, olumsuz görüşler ve fikri olmadığını söyleme açısından değerlendirilmiştir.
6) Bu öğretim uygulaması matematiksel düşünmenize nasıl bir katkı sağlamıştır?	– Matematiksel düşünmeye katkı	Matematiksel düşünme ye katkı sağlama konusunda olumlu görüşler, olumsuz görüşler ve fikri olmadığını söyleme açısından değerlendirilmiştir.
7) Öğrencilerinizin matematiksel düşünmelerinin geliştirilmesi için neler yaparsınız?	– Keşfetmeye dayalı etkinlikler	Keşfetmeye dayalı etkinlikler yaptırma ile ilgili görüşler.
	– Soru sorma	Öğrencilere sorular sorarak anlamlandırması sağlama ile ilgili görüşler.
	– Matematiksel dilin kullanımına önem verme	Matematiksel dilin kullanımına önem verme ile ilgili görüşler.
	– Yüksek düzey bilişsel gerekliliklere sahip görevler seç	Öğrencilerin matematiksel düşünmelerini geliştirmek için yüksek düzey bilişsel gerekliliklere sahip görevler seçip kullanma ile ilgili görüşler.

EK M Ders Planlama Öğeleri Rubriği ve Öğretmen Adaylarını Planlarını Analiz Ederken Kullanılan Kodlar

M.1 Ders Planlama Öğeleri Rubriği (Hughes, 2006)

Planlama Öğesi	Puan = 0	Puan = 1	Puan = 2	Puan = 3
Matematiksel Amaç (2 puan)	Matematiksel bir amaç yoktur	Kavramlar belirsiz bir şekilde tanımlanmıştır **veya** öğrencilerin sergileyeceği becerilere **veya** öğrencilerin görevi tamamlamak için yapacaklarına odaklanılmıştır.	Kavramlar ve kavramı anlamanın ne demek olduğunu belirtilmiştir.	
Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme (3 puan)	Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörmenin bir göstergesi yoktur.	Öğrencilerin problemi çözerken kullanabileceği uygun stratejiler/düşünceler belirsiz bir şekilde tanımlanmıştır.	Öğrencilerin problemi çözerken kullanabileceği en az bir doğru strateji/yaklaşım tanımlanmıştır. Fakat stratejiler/yaklaşımlar öğrencilerin problem(ler)i çözebileceği çoğu yolun tanımlanmaya çalışıldığını göstermemektedir ve problemin doğru çözüm yollarındaki çeşitlilik azdır.	Öğrencilerin problemi çözerken kullanabileceği doğru stratejiler/yaklaşımlar özellikle tanımlanmıştır **ve** çözüm stratejilerinin veya gösterimlerin çoğu tanımlanmaya çalışılmıştır.
Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme (3 puan)	Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörmenin bir göstergesi yoktur.	Öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yolları belirsiz bir şekilde tanımlanmıştır.	Öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilmelerinin en az bir yolu **veya** öğrencilerin sorabileceği en az bir soru **veya** problemi çözerken öğrencilerin karşılaşabileceği en az bir zorluk tanımlanmıştır. Fakat sorunlar ve kavram yanılgıları, öğrencilerin yaşayabilecekleri çoğu zorluğun veya sahip olabilecekleri çoğu kavram yanılgısının tanımlanmaya çalışıldığını göstermemektedir ve problemin yanlış çözüm yollarındaki çeşitlilik azdır.	Öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilmelerinin yolları **veya** öğrencilerin sorabileceği sorular **veya** problemi çözerken öğrencilerin karşılaşabilecekleri zorluklar tanımlanmıştır **ve** verilen matematiksel görevde öğrencilerin karşılaşabilecekleri sorunların ve kavram yanılgılarının çoğu tanımlanmaya çalışılmaktadır.

Öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletecek sorular (2 puan)	Belirli örnek sorular yoktur.	Öğrencilere sorulacak bir örnek soru önerilmiş fakat sorunun hangi koşullar altında uygun olduğu verilmemiştir, koşullar öğrencilerin problem hakkında matematiksel düşünmelerine dayandırılmamıştır **veya** öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dayandırılan sadece bir koşul mevcuttur.	Öğrencilere sorulacak belirli bir örnek soru **ve** sorunun hangi koşullar (öğrencilerin problem üzerinde matematiksel düşünmelerine dayandırılmış koşullar) altında uygun olduğu verilmiştir. Öğrencilerin matematiksel düşünmelerine dayandırılmış uygun sorusu/soruları bulunan en az iki farklı koşul olmalıdır.	
Öğrencilerin düşünmelerine dayandırılan tartışma geliştirme (2 puan)	Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışmanın göstergesi yoktur.	Tartışılacak öğrenci çözümleri seçilmiş ve/veya sıralanmış fakat öğrenci çalışması ile ilişkili sorulacak herhangi bir soru belirtilmemiş **veya** sorulacak bir soru tanımlanmış fakat soruya hangi öğrenci çözümünün uygun olduğu konusunda belirsizlik vardır **veya** matematiksel fikirleri vurgulayan belirli sorular olmaksızın öğrencilerden çözümlerini açıklamaları veya paylaşmaları istenmiştir.	Belirli bir öğrenci çözümündeki matematiği vurgulayan sorular tanımlanmıştır.	
Matematiksel fikirleri belirginleştirecek tartışma düzenleme (2 puan)	Dersteki matematiksel fikirleri belirginleştirme üzerine düşünmenin göstergesi yoktur.	Belirsiz sorular tanımlanmıştır veya o kadar az soru vardır ki bir matematiksel düşünce iyi geliştirilmemiştir **veya** tartışmada ele alınması istenen matematiksel fikirler ifade edilmiştir fakat fikirlerin matematiksel anlamı olması için sorulacak hiçbir soru önerilmemiştir.	Matematiksel fikirleri geliştiren bir dizi soru tanımlanmıştır.	

M.2 Grafiklerden Açıklamalara Ders Planını Değerlendirirken Kullanılan Kodlar

Öğrenci Düş. Dik. Alma Öğesi	Kodun Açıklaması	Kullanılan kod	Kullanıldığı puanlar
1 Matematiksel Amaç (2 puan)	Kavramlar belirsiz bir şekilde tanımlanmıştır	**KBŞT**	**1 Puan** ve **2 puan** için
	Öğrencilerin sergileyeceği becerilere odaklanılmıştır	**ÖSBO**	
	Öğrencilerin görevi tamamlamak için yapacaklarına odaklanılmıştır.	**ÖGTYO**	
2 Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme (3 puan)	**1. Problem** için bazı kelimeleri ile problemin çözümünde kullanılan stratejileri işaret eden kavramlar belirtilmiştir	**Kesişim, Eğim, Tablo, Grafik, Denklem, Hız, Hız Formülü**	**1 Puan** ve **2 puan** için
	Hız ile eğim ilişkilendirilmemiş	**HEİ**	
	2. Problem için **Ani düşüş nedeni yok**	**ADNY**	
	3. Problem için Gönderin yüksekliğinin hesaplanması için herhangi bir strateji yok	**GYHSY**	
	4. Problem için Yarıştaki Etaplarda Olanlardan (gidişte Ayşe önde, dönüşte Fatma atak yapıp öne geçmiş) bahsedilmemiş	**YEOB**	
	"Hızlar sabit olmadığından grafik doğrusal değildir"den bahsedilmemiş	**HSGDB**	
	Öğrenci düşüncesi ile ilgili bir şey yok	**ÖDİBY**	**0 Puan** için
3 Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme (3 puan)	Öğrencilerin hatalı çözümleri ile ilgili bir şey yok	**ÖYDİBY**	**0 Puan** için
	Öğrencilerin problem üzerinde yanlış düşünebilme yolları belirsiz bir şekilde tanımlanmıştır.	**PYDYBT**	**1 Puan** için
4 Öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletmek için sorular (2 puan)	Soruların hangi koşullarda sorulacağı belirtilmemiş	**SHKSB**	**1 Puan** ve **2 puan** için
	Hatalar için sorular sorulmuş	**HİSS**	
	Belirli örnek soru yok	**BÖSY**	**0 Puan** için
5 Öğrencilerin düşünmelerine dayandırılan tartışma (2 puan)	Öğrenci çözümleri belirlenmiş fakat soru yok	**ÖÇBSY**	**1 Puan** için
	Soru tanımlanmış fakat soruya hangi çözümün uygun olduğu belirsiz	**SHÇUB**	
	Matematiksel fikirleri vurgulayan belirli sorular olmadan çözümlerin açıklanması istenmiş	**BSOÇA**	
	Olası çözümler için (ya da verilen cevaplara göre) sorular	**OÇİS**	**2 Puan** için
	Öğrenci yanıtlarının hangi sıra ile tartışılacağı belirtilmiş	**ÖYTSB**	**1 Puan** ve **2 puan** için
	Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirmenin göstergesi yoktur	**ÖDBTGY**	**0 Puan** için
6 Matematiği belirginleştirecek tartışma düzenleme (2 puan)	Belirsiz sorular (Hangi düşünceyi geliştireceği)	**BS**	**1 Puan** için
	Belirli bir matematiksel düşüncenin iyi geliştirilmiş olması için çok az soru	**MGÇS**	
	Belirli matematiksel fikirler ifade edilmiştir fakat onların matematiksel amaçlarına ulaşmaları için sorulacak hiçbir belirli soru önerilmemiştir	**MAUSÖ**	
	Soru belirtilmeden matematiksel anlayışı geliştirecek soru sorulacağı belirtilmiş	**SMAGSB**	
	Dersin matematiğini belirginleştirme üzerine düşünmenin göstergesi yok	**DMBGY**	**0 Puan** için
	Matematiksel düşünce geliştirmek için soru sorulmamış	**MDGSY**	

M.3 Özel Tişörtler Ders Planını Değerlendirirken Kullanılan Kodlar

Öğrenci Düş. Dik. Alma Öğesi	Kodun Açıklaması	Kullanılan kod	Kullanıldığı puanlar
1 Matematiksel Amaç (2 puan) (3 puan)	Kavramlar belirsiz bir şekilde tanımlanmıştır	**KBŞT**	**1 Puan** ve **2 puan** için
	Öğrencilerin sergileyeceği becerilere odaklanılmıştır	**ÖSBO**	
	Öğrencilerin görevi tamamlamak için yapacaklarına odaklanılmıştır.	**ÖGTYO**	
2 Öğrencilerin doğru çözümlerini öngörme (3 puan)	Öğrenci düşüncesi ile ilgili bir şey yok	**ÖDİBY**	**0 Puan** için
	Öğrenci düşüncesi belirsiz bir şekilde tanımlanmış	**ÖDBŞT**	**1 Puan** için
	Denklem ile çözüm fakat bu çözümü öğrencilerin nasıl göstereceği ifade edilmemiş	**DİÇÖGİ**	
	Tablo ile çözüm fakat bu çözümü öğrencilerin nasıl göstereceği ifade edilmemiş	**TİÇÖGİ**	
	Değer vererek çözüm fakat bu çözümü öğrencilerin nasıl göstereceği ifade edilmemiş	**DVÇÖGİ**	
3 Öğrencilerin hatalı çözümlerini öngörme	Öğrencilerin hatalı çözümleri ile ilgili bir şey yok	**ÖYDİBY**	**0 Puan** için
	Öğrencinin problem üzerinde düşünebilme yolları belirsiz bir şekilde tanımlanmış	**PYDYBT**	**0 Puan** ve **1 Puan** için
4 Öğrencilerin düşünmesini değerlendirip ilerletmek için sorular (2 puan)	**Belirli örnek sorular yok**	BÖSY	**0 Puan** için
	Soruların hangi koşullarda kullanılacağı belirtilmemiş	**SHKSB**	**1 Puan** ve **2 puan** için.
	Hatalar için sorular sorulmuş	**HİS**	**2 puan** için
5 Öğrencilerin düşünmelerine dayandırılan tartışma geliştirme (2 puan)	Öğrenci düşünmesine dayandırılan tartışma geliştirmenin göstergesi yok	**ÖDBTGY**	**0 Puan** için
	Öğrenci çözümleri belirlenmiş fakat soru yok	**ÖÇBSY**	**1 Puan** için
	Soru tanımlanmış fakat soruya hangi çözümün uygun olduğu belirsiz	**SHÇUB**	
	Matematiksel fikirleri vurgulayan belirli sorular olmadan çözümlerin açıklanması istenmiş	**BSOÇA**	
	Olası çözümler için (ya da verilen cevaplara göre) sorular	**OÇİS**	**2 Puan** için
	Öğrenci yanıtlarını hangi sıra ile tartışılacağı belirtilmiş	**ÖYTSB**	**1 Puan** ve **2 puan** için
6 Matematiği belirginleştirecek tartışma düzenleme (2 puan)	Dersin matematiğini belirginleştirme üzerine düşünmenin göstergesi yok	**DMBGY**	**0 Puan** için
	Matematiksel düşünce geliştirmek için soru sorulmamış	**MDGSY**	
	Belirsiz sorular (hangi düşünceyi geliştireceği)	**BS**	**1 Puan** için kullanıldı
	Belirli bir matematiksel düşüncenin iyi geliştirilmiş olması için çok az soru	**MGÇS**	
	Belirli matematiksel fikirler ifade edilmiştir fakat onların matematiksel amaçlarına ulaşmaları için sorulacak hiçbir belirli soru önerilmemiştir	**MAUSÖ**	
	Soru sorulmadan matematiksel anlayışı geliştirecek soru sorulacağı belirtilmiş	**SMAGSB**	

EK N Çalışmaya Katılan Öğretmen Adaylarının Yaptıkları Planlardan Elde Edilen Bulgular

Tablo N.1 Öğretim Öncesi, Sonrası ve Bir Yarıyıl sonrası "Grafiklerden Açıklamalara" Planlarından Elde Edilen Puanlar

	Matematiksel amacı belirleme (2p)			**Öğrencilerin doğru çöz. öngörme (3p)**			**Öğrencilerin hatalı çöz. öngörme (3p)**			**Öğrencilerin düş. değ. ilerl. Sorular (2p)**			**Öğrencilerin düş.dayandırılan tart. (3p)**			**Dersteki mat. fikirleri belirginleştirecek tart. (3p)**			**Toplam (14p)**		
Öğretmen Adayları	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**
1	1	1	2	0	3	2	0	3	3	0	2	2	1	2	2	0	0	1	2	11	12
2	1	1	2	1	2	2	0	2	3	1	2	2	1	1	2	0	1	1	4	9	12
3	1	1	1	1	2	2	0	3	3	0	2	2	0	2	2	0	1	1	2	11	11
4	1	1	1	0	2	2	0	2	2	1	2	2	0	1	2	0	1	2	2	9	11
5	1	1	1	1	2	2	2	3	3	0	2	2	0	2	2	0	2	1	4	12	11
6	1	1	1	1	2	2	0	3	3	0	2	2	1	1	2	0	1	1	3	10	11
7	1	1	2	1	2	2	1	2	3	0	2	2	1	1	2	0	0	2	4	8	13
8	0	1	1	0	3	2	0	2	3	0	1	2	0	2	2	0	2	2	0	11	12
9	1	1	1	1	2	2	1	2	2	0	1	2	0	2	2	0	1	2	3	9	11
10	1	1	1	0	3	2	0	2	3	1	2	2	0	2	2	0	2	2	2	12	12
11	1	1	1	1	2	2	0	2	2	1	2	2	1	1	2	0	2	2	4	10	11
12	1	1	1	1	2	2	0	0	3	1	1	2	0	0	1	0	0	1	3	4	10
13	1	1	1	1	2	2	1	3	3	0	2	2	0	1	2	0	0	1	3	9	11
14	1	1	2	0	2	2	0	2	2	1	2	2	1	2	2	0	2	2	3	11	12
15	1	1	1	1	2	2	0	3	3	1	2	2	0	1	2	0	1	2	3	10	12
16	1	1	1	1	3	2	0	2	2	1	2	2	1	1	1	1	0	1	5	9	9
17	1	1	1	1	2	2	2	2	3	1	2	2	0	1	2	0	2	1	5	10	11
18	1	1	1	1	2	2	1	2	3	0	1	1	0	1	2	0	0	1	3	7	10
19	1	1	1	1	2	2	1	3	3	1	2	2	0	1	2	0	0	1	4	9	11
20	0	2	1	1	2	2	0	2	3	1	1	2	0	2	2	0	2	2	2	11	12
21	1	1	1	1	2	2	0	2	3	1	2	2	0	1	2	0	2	2	3	10	12
22	1	1	1	1	2	2	1	3	3	1	2	2	1	2	2	0	2	2	5	12	12
23	1	1	1	1	2	2	0	0	2	1	1	2	0	1	2	0	0	2	3	5	11
24	1	1	1	0	3	2	0	2	3	0	2	2	0	2	2	0	2	2	1	12	12
25	1	1	1	0	2	2	1	2	2	0	2	1	0	2	2	0	2	2	2	11	10
26	1	1	1	1	2	2	1	3	3	1	2	2	1	2	2	0	2	2	5	12	12
27	1	1	1	1	2	2	0	2	3	1	2	2	0	1	2	0	1	2	3	9	12
28	1	1	1	1	2	2	2	3	3	1	2	2	0	2	2	0	2	2	5	12	12
29	1	1	1	1	2	2	0	2	2	0	1	1	0	1	2	0	1	2	2	8	10
30	1	1	1	1	2	2	0	3	3	1	2	2	0	2	2	0	2	2	3	12	12
31	0	1	1	1	2	2	1	3	3	0	2	2	1	1	2	1	1	1	4	10	11
32	0	1	1	1	2	2	0	0	3	0	0	2	0	0	2	0	0	1	1	3	11
33	0	1	1	1	2	2	1	2	3	0	2	1	0	0	2	0	0	1	2	7	10
34	1	1	1	0	2	2	0	3	3	0	2	2	0	1	2	0	1	2	1	10	12
35	1	1	1	0	2	2	0	3	3	0	2	2	0	2	2	0	2	2	1	12	12
36	1	1	1	1	2	2	1	2	3	0	1	2	0	1	2	0	0	2	3	7	12
37	1	1	1	0	2	2	0	2	3	1	2	2	0	1	1	0	1	2	2	9	11
38	1	1	1	1	2	2	1	3	3	1	1	2	0	2	2	0	1	1	4	10	11
39	1	1	1	0	2	2	1	2	2	0	2	2	0	1	2	0	0	2	2	8	11
40	1	1	1	1	2	2	0	3	3	1	1	1	0	0	1	0	0	1	3	7	9

A: Öğretim öncesi; **B:** öğretim sonrası; **C:** öğretimden bir yarıyıl sonrası

Tablo N.2 Öğretim Öncesi, Sonrası ve Bir Yarıyıl sonrası "Özel Tişörtler" Planlarından Elde Edilen Puanlar

	Matematiksel amacı belirleme (2p)			**Öğrencilerin doğru çöz. öngörme (3p)**			**Öğrencilerin hatalı çöz. öngörme (3p)**			**Öğrencilerin düş. değ. ilerl. sorular (2p)**			**Öğrencilerin düş.dayandırılan tart. (3p)**			**Dersteki mat. fikirleri belirginleştirecek tart. (3p)**			**Toplam (14p)**		
Öğretmen Adayları	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**	**A**	**B**	**C**
1	1	1	2	1	3	3	0	3	3	1	2	2	0	2	2	1	2	1	4	13	13
2	1	2	1	2	3	2	2	3	3	0	2	2	0	2	2	0	1	1	5	13	11
3	1	1	1	2	3	3	1	3	3	0	2	2	1	2	2	0	1	1	5	12	12
4	1	1	1	1	3	3	0	3	3	0	2	2	0	1	2	0	1	2	2	11	13
5	1	2	1	2	3	3	0	3	3	0	2	2	0	1	2	1	1	1	4	12	12
6	1	2	1	0	3	3	0	3	3	0	2	2	1	1	2	0	1	2	2	12	13
7	1	1	1	1	3	3	0	3	3	1	2	2	1	2	2	0	2	2	4	13	13
8	1	2	2	3	3	3	1	3	3	1	2	2	1	2	2	0	2	2	7	14	14
9	1	2	1	1	2	2	0	2	1	0	1	2	0	2	2	0	1	2	2	10	10
10	1	1	2	2	3	3	2	3	3	1	2	2	1	2	2	0	2	2	7	13	14
11	1	1	1	1	3	3	0	3	3	1	2	2	1	2	2	1	2	1	5	13	12
12	1	1	2	1	3	3	0	3	3	1	2	2	1	2	2	0	2	2	4	13	14
13	1	2	1	2	3	3	0	3	3	1	2	2	0	1	2	1	1	1	5	12	12
14	1	1	1	2	3	3	0	3	3	1	2	2	1	2	2	1	2	2	6	13	13
15	1	1	1	2	3	3	1	3	3	1	2	2	1	2	2	0	1	1	6	12	12
16	1	1	1	1	3	3	0	3	3	0	1	2	1	2	2	0	1	1	3	11	12
17	1	1	1	0	3	3	2	3	3	1	2	2	1	2	2	0	1	1	5	12	12
18	1	1	1	0	3	2	0	3	2	1	1	2	1	2	1	1	1	1	4	11	9
19	1	1	1	2	3	3	1	2	3	1	1	2	1	1	2	0	0	1	6	8	12
20	1	1	1	1	3	2	2	3	2	1	1	2	1	2	2	0	1	1	6	11	10
21	1	1	1	2	3	3	1	3	3	0	2	2	1	2	2	1	1	1	6	12	12
22	1	2	1	2	3	3	2	3	2	1	2	2	1	2	2	0	2	2	7	14	12
23	1	1	1	2	2	3	1	2	3	1	2	2	0	1	2	0	1	2	5	9	13
24	1	1	1	2	3	3	1	3	3	0	2	2	0	2	2	0	1	2	4	12	13
25	0	1	1	0	3	2	0	3	3	0	2	2	1	2	2	0	2	1	1	13	11
26	1	1	2	3	3	3	2	3	3	2	2	2	1	2	2	0	2	2	9	13	14
27	1	1	2	2	3	3	2	3	3	1	2	2	1	2	2	0	2	1	7	13	13
28	1	1	2	3	3	3	0	3	3	1	2	2	1	2	2	0	2	2	6	13	14
29	1	1	1	2	3	2	0	3	3	0	1	2	1	1	2	0	1	1	4	10	11
30	1	1	2	3	3	3	1	3	3	1	2	2	1	2	2	0	2	2	7	13	14
31	1	2	1	3	3	2	2	3	3	1	2	2	1	2	2	0	1	1	8	13	11
32	1	1	1	0	3	3	0	1	2	0	1	2	1	0	2	0	0	1	2	6	11
33	1	1	1	2	3	3	0	3	3	0	2	2	1	2	1	0	2	1	4	13	11
34	1	1	1	2	3	3	2	3	3	0	2	2	1	1	2	0	1	1	6	11	12
35	1	1	1	2	3	3	2	3	3	0	2	2	1	2	2	1	2	2	7	13	13
36	1	1	2	1	3	3	1	3	3	1	2	2	0	2	2	0	1	1	4	12	13
37	0	2	1	0	2	2	0	3	3	0	1	2	0	1	2	0	0	1	0	9	11
38	1	1	1	1	3	3	0	3	3	0	2	2	1	1	2	0	1	2	3	11	13
39	1	1	1	2	3	2	1	0	2	0	1	2	0	2	1	0	0	0	4	7	8
40	1	1	2	1	3	3	0	3	3	0	1	2	0	1	0	0	0	1	2	9	11

A: Öğretim öncesi; **B:** öğretim sonrası; **C:** öğretimden bir yarıyıl sonrası

Tablo N.3 Öğretmenlik Uygulaması Dersi Kapsamında Yapılan Planlardan Elde Edilen Bulgular

Öğretmen Adayları	**Plan Konusu**	**Mat. amacı belirleme (2p)**	**Öğr. doğru çöz. öngörme (3p)**	**Öğr. hatalı çöz. öngörme (3p)**	**Öğr. düş. değ. ilerl. sorular (2p)**	**Öğr. düş.day .tart. (3p)**	**Dersteki mat. fik. belirg. tart. (3p)**	**Topla m (14p)**
1	Üslü sayılar	**1**	**2**	**3**	**2**	**2**	**1**	**11**
2	Bölünebilme kuralları	**1**	**2**	**3**	**2**	**2**	**1**	**11**
3	Modüler Aritmetik	**1**	**1**	**2**	**2**	**2**	**2**	**10**
4	Grafiklerden açıklamalara	**2**	**2**	**3**	**2**	**2**	**2**	**13**
5	Dik prizmalar	**2**	**2**	**3**	**2**	**2**	**1**	**12**
8	Standart puanlar	**1**	**1**	**2**	**2**	**2**	**1**	**9**
10	Telefonla arama planları	**2**	**3**	**3**	**2**	**2**	**2**	**14**
13	Dönüşümlerle geometri	**2**	**3**	**3**	**2**	**2**	**2**	**14**
15	Çemberde kuvvet alma	**2**	**3**	**3**	**2**	**2**	**2**	**14**
16	Çemberde kiriş ve özellikleri	**2**	**3**	**3**	**2**	**2**	**2**	**14**
17	Grafiklerden Açıklamalara	**2**	**2**	**3**	**2**	**2**	**2**	**13**
22	Çember ile doğrunun birbirine göre durumları	**2**	**2**	**3**	**2**	**2**	**2**	**13**
25	Çemberde Açılar ve yaylar	**1**	**2**	**3**	**2**	**2**	**2**	**12**
26	Çemberde Teğet ve özellikleri	**2**	**3**	**3**	**2**	**2**	**2**	**14**
28	Çemberde kiriş ve özellikleri	**1**	**3**	**3**	**2**	**2**	**1**	**12**
30	Öklid bağıntıları	**2**	**2**	**3**	**2**	**2**	**2**	**13**
31	Çemberde Teğet ve özellikleri	**2**	**2**	**3**	**2**	**2**	**2**	**13**
34	İrrasyonel sayılar	**2**	**2**	**3**	**2**	**2**	**2**	**13**
35	Çemberde kiriş ve özellikleri	**1**	**2**	**3**	**2**	**2**	**1**	**11**
38	Geometrik dizi	**0**	**2**	**3**	**2**	**2**	**1**	**10**