

## YABANI OT VE DİFERANSİYEL EVRİM ALGORİTMALARININ AYLIK KAVRAMSAL BİR YAĞIŞ-AKIŞ MODELİ KALİBRASYONU ÜZERİNDEN PERFORMANSLARININ İRDELENMESİ

Umut OKKAN  
Balıkesir Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 10145, Merkez-BALIKESİR  
umutokkan@balikesir.edu.tr

Oğuz KÖSE  
Balıkesir Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 10145, Merkez-BALIKESİR  
oguzkose@balikesir.edu.tr

Muhammet ÖZSOY  
Balıkesir Üniversitesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 10145, Merkez BALIKESİR mozsoy@balikesir.edu.tr

Halil UYSAL  
Balıkesir Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 10145, Merkez-BALIKESİR  
haliluyisal@balikesir.edu.tr

(Makalenin geliş tarihi: 14.06.2017, Makalenin kabul tarihi: 03.07.2017)

### ÖZ

Kavramsal hidrolojik modeller genelde deterministik ve ortalanmış yapıda olup bu modellerde su bütçesi denklemleri esas alınarak hidrolojik çevrim unsurlarının farklı parametreler vasıtasıyla tanımlanması sağlanmaktadır. Söz konusu modellerin, su kaynakları mühendisliğindeki kullanımı önem taşımaktadır. Bu modeller havzanın yağış-akış ilişkilerinin açıklanması, eksik akım verilerinin tamamlanması, iklim değişikliğinin akımlar üzerindeki olası etkilerinin analizi gibi çeşitli alanlarda kullanılmaktadır. Kavramsal modellerin bir havzanın yağış-akış ilişkisini temsil etmedeki yetkinliği havza çıkışındaki akımın doğru tahmin edilmesine bağlıdır. Bu da hidrolojik modeli kontrol eden parametrelerin kalibrasyonu ile sağlanmaktadır. Bu süreç, model akışları ile gözlenen akışlar arasındaki hataları minimum yapan parametrelerin belirlenmesine dayanan bir optimizasyon problemine dönüşmektedir. Bu nedenle, bazı optimizasyon algoritmalarının kullanılması tahmin edilen parametrelerin güvenilirliğini arttırmaktadır. Hazırlanan bu çalışmada, meta-sezgisel optimizasyon tekniklerinden olan yabancı ot algoritması (YOA) ve diferansiyel evrim algoritması (DEA) seçilmiş ve bunların üç parametrelilik hidrolojik bir modelin kalibrasyonunda değerlendirilmeleri sağlanmıştır. İki algoritmanın yakınsama performansları değerlendirilmiş ve algoritma yapılarının hidrolojik model kalibrasyonunda ne ölçüde kullanılabileceği sorgulanmıştır. Bulgulara göre, DEA algoritmasının hem kodlanabilirlik bakımından pratik hem de optimum çözümü bulmadaki yakınsama performansı açısından daha etkili olduğu tespit edilmiştir.

**AnahtarKelimeler:** Kavramsal yağış-akış modeli, YOA, DEA

### INVESTIGATING PERFORMANCES OF INVASIVE WEED AND DIFFERENTIAL EVALUTION ALGORITHMS OVER A MONTHLY CONCEPTUAL RAINFALL-RUNOFF MODEL CALIBRATION

#### ABSTRACT

The conceptual hydrological models are generally deterministic and lumped, and in these models, considering the water budget equations, it is provided that the hydrologic cycle elements are defined by means of several parameters. The usage of these models in water resources engineering field is such an important issue. These models are utilized in a variety of areas such as explaining the rainfall-runoff

relations of a basin, filling the missing flow data and analyzing the possible impacts of climate change on flows. The ability of conceptual models in representing the rainfall-runoff relationship of a basin depends upon the accurate prediction of the total runoff in the basin outlet. This is achieved by calibrating the parameters controlling hydrological model. So, this procedure becomes an optimization problem based on determining parameters that minimize errors between modeled flows and observed flows. Thus, the use of some optimization algorithms will increase the reliability of the parameters to be calibrated. In the study presented, the invasive weed algorithm (IWA) and differential evolution algorithm (DEA), which are meta-heuristic based optimization techniques, were chosen and their evaluation in the calibration of a three parameter hydrological model example were provided. Convergence performances of these two algorithms were assessed and it was discussed how the algorithm constructions can be used in the hydrological model calibration. According to results, it has been found that the DEA algorithm is both more practical in terms of coding and more effective in terms of convergence performance in finding the optimum solution.

**Keywords:** Conceptual rainfall-runoff model, IWA, DEA

## 1 GİRİŞ

İnsanların yaşamları boyunca karşılaştıkları sorunları çözümlene istekleri bu problemlerin modellenmesi ihtiyacını doğurmuştur. Sözü edilen bu problemlerin çözümlenmesinde kullanılan modelleme tekniklerine öncelikle doğrusal ve az sayıda değişkenin kullanılmasıyla başlanmıştır. Zamanla doğrusallık varsayımının her problem için geçerli olmadığı anlaşılmış ve doğrusal olmayan model yaklaşımları da kullanılmaya çalışılmıştır. Ancak bu doğrusal olmayan modellerin çözümlenmesi kimi durumlarda imkânsız görülmüş ve geliştirilen teknikler de probleme göre yetersiz kalmıştır. Fakat günümüzde teknolojiye paralel olarak geliştirilen yöntemlerle, doğrusal olmayan bu modellerin çözümü de başarıyla gerçekleştirilmiş ve "optimizasyon" adı verilen kavramın önemi giderek artmıştır. Optimizasyon kavramında, amaç belli bir hedef fonksiyonunu, eldeki değişkenleri veya parametreleri ayarlayarak "minimize" ya da "maksimize" etmektir. Tüm bunlar gerçekleştirilirken çeşitli kısıtlamalar, sınır şartları söz konusu olabilmektedir. Yani mevcut birtakım algoritmalar yardımıyla hedef fonksiyonun en iyilenmesi ve hedefe belli kısıtlar altında ulaşılması işlemi amaçlanmaktadır. Optimizasyon başlığı altında geliştirilen Gradyan İniş ve Quasi-Newton gibi klasik algoritmalar bunlardan en sık başvurulanlarıdır. Ancak son zamanlarda, biyolojik süreçleri veya doğa bilimlerindeki işleyiş mekanizmalarını taklit etme amacıyla geliştirilmiş meta-sezgisel algoritmalar da popülerlik kazanmış durumdadır. Bu tekniklerin birçok mühendislik probleminde klasik algoritmalara nazaran popüler hale geldiği görülmektedir (Ravindran vd. 2006).

Söz konusu optimizasyon yaklaşımı hidrolojik modellerin kalibrasyonunda da gerekli olmaktadır. Hidrolojik model kalibrasyonu ile ilgili çalışmalar klasik olarak kısmi türev işlemlerine dayanan Newton yaklaşımı ile gerçekleştirilebilmektedir. Newton teğetler yöntemi esas alınarak Okkan (2013) tarafından gerçekleştirilen örnek bir çalışma bu kapsamda incelenebilir. Ancak kalibrasyon safhasında kullanılan bu tarz algoritmalar başlangıç çözüm kümesine bağlı olarak sonuç ürettiklerinden hidrolojik modelin lokal minimum noktalarına takılabilme ihtimali bulunmaktadır. Bu nedenle farklı başlangıç çözümleri ile kalibrasyon işlemlerinin yinelenmesi gerekmektedir.

Meta-sezgisel yöntemler kapsamında ise ilk olarak genetik algoritma (GA) ile hidrolojik model kalibrasyonu çalışmaları yapılmıştır. Wang (1991) yedi parametrelili bir hidrolojik modeli GA ile kalibre etmiş ve oldukça tutarlı sonuçlar elde etmiştir. Cheng vd. (2006) GA algoritmasını parametre bakımından yoğun bir model olan Xinanjiang modelinin kalibrasyonunda kullanmış ve oldukça makul sonuçlar elde etmişlerdir. Cooper vd.(1997) TANK isimli hidrolojik modeli GA ve Tavlama Benzetimi (SA) algoritmalarını kullanarak kalibre etmişler ve algoritmaların global sonuç vermedeki kabiliyetlerini sınamışlardır. Bunların yanı sıra, parçacık sürü optimizasyonu algoritması (Okkan ve Kırdemir, 2016), diferansiyel evrim algoritması (Okkan ve Gedik, 2017), av arama, yapay arı kolonisi ve ateş böceği algoritmaları (Turan ve Doğan, 2015) hidroloji konseptinde kullanılan algoritmalarındandır.

Hazırlanan çalışmada, farklı optimizasyon teknikleri içinden yabancı ot algoritması ve diferansiyel evrim algoritması seçilmiş ve bunların üç parametrelili *simple water balance*

(SWB) hidrolojik modelinin kalibrasyonunda performansları irdelenmiştir. Kullanılan bu algoritmalar içeriğinde herhangi bir türevsel işlem barındırmamakta ve meta-sezgisel karaktere sahip olduğundan stokastik arama ile optimum çözüme daha iyi ulaşabilmektedirler. Bu nedenle de Newton tabanlı algoritmalara kıyasla daha güvenilir yaklaşımlar haline gelmişlerdir. Sunulan çalışmada algoritmaların test edilmesi ülkemiz havzalarından biri üzerinden sağlanmıştır. Uygulama bölgesi olarak Gediz Havzası'ndaki Acısu alt havzası değerlendirilmiştir. Kullanılan verilere ve yöntemlere ait detaylar aşağıdaki bölümlerde verilmiştir.

## 2 SWB KAVRAMSAL MODELİ

Bu çalışmada Giakoumakis vd. (2015) tarafından Acheloos nehir havzası için geliştirilen üç parametrelilik pratik bir su bütçesi modeli kullanılmıştır. Şekil 1'de şematik olarak gösterimi verilen bu modelde,  $S_i$  i.ayın mevcut zemin nemini,  $SC$  ise zeminin maksimum su depolama kapasitesini ifade etmektedir. Tüm nehir havzası için aylık zemin neminin ortalama eksikliği ( $SC-S_i$ ) olarak ifade edilmektedir. Zemindeki Sıdepolama miktarı aylık toplam yağış ( $P_i$ ) ile artarken, potansiyel evapotranspirasyon ( $E_i$ ) ve derine sızma ( $D_i$ ) ile azalmaktadır. Kullanılan modelde öncelikle mevcut zemin nemi Denklem 1 ile belirlenir.

$$S'_i = S_{i-1} + P_i - E_i \quad (1)$$

Burada;

$S_{i-1}$ : i-1 ayına ait zemin nemi (mm)

$P_i$ : i'ninci aya ait toplam yağış (mm)

$E_i$ : i'ninci aydaki potansiyel evapotranspirasyon miktarı (mm)

Aylık dolaysız akış ve derine sızma Denklem 1 ile hesaplanan  $S'_i$ 'nin  $SC$ 'den büyük veya küçük olma durumlarına göre aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

Eğer  $S'_i > SC$  ise;

$$R_i = (S'_i - SC) \cdot K' \quad (2)$$

$$D_i = (S'_i - SC) \cdot K \quad (3)$$

$$S_i = SC \quad (4)$$

Eğer  $0 < S'_i < SC$  ise;

$$R_i = 0 \quad (5)$$

$$D_i = 0 \quad (6)$$

$$S_i = S'_i \quad (7)$$

Eğer  $S'_i < 0$  ise;

$$R_i = 0 \quad (8)$$

$$D_i = 0 \quad (9)$$

$$S_i = 0 \quad (10)$$

Burada;

$K$ : Doğrusal derine sızma katsayısı ( $0 < K < 1$ )

$K'$ :  $1-K$

$D_i$ : i'ninci ayda derine sızmadan meydana gelen kayıp (mm)

Sadece bu işleyiş ile yeraltısuyu depolamasının gecikme ile akışa geçme mekanizması hesaba katılmadığından Giakoumakis vd. (2015) tarafından aşağıdaki ifade önerilmiştir.

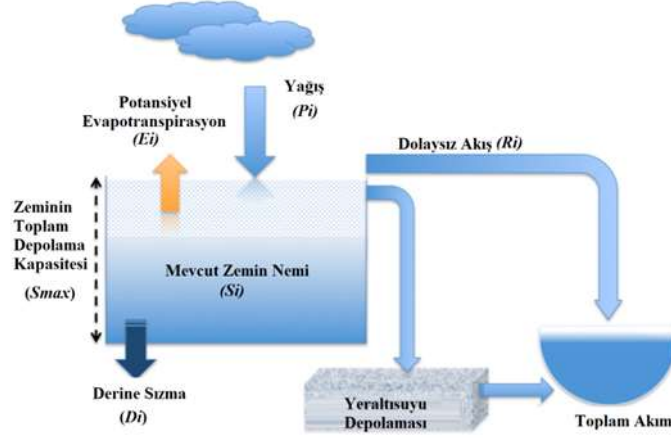
$$Q_i = a \cdot R_i + (1-a) \cdot Q_{i-1} \quad (11)$$

Burada  $a$  parametresi 0 ile 1 arasında değişim gösteren geciktirme katsayısını temsil etmektedir.  $a$  parametresinin sıfıra yakın olması uzun bir gecikmenin var olduğunu, 1'e yakın olması ise yağışın büyük çoğunluğunun yüzey akışına dönüştüğünü ifade etmektedir.

Kurulan modelin başarısının sayısal olarak değerlendirilmesi, o modelin performansını ölçme açısından önemli bir konudur. Çalışmada hidrolojik modelin kalibrasyonu aşamasında kullanılan performans fonksiyonu (uygunluk, amaç fonksiyonu) olarak *hata kareler ortalaması* (MSE) seçilmiştir.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q_{g,i} - Q_i)^2 \quad (12)$$

Burada  $Q_{g,i}$  gözlenen,  $Q_i$  ise hesaplanan toplam akımı ifade etmektedir.



Şekil 1- SWB modelinin şematik gösterimi (Giakoumakis vd.2015)

### 3 HİDROLOJİK MODEL KALİBRASYONU İÇİN KULLANILAN OPTİMİZASYON ALGORİTMALARI

#### 3.1 Yabani Ot Algoritması

Son zamanlarda mühendislik problemin çözümü konusunda doğa olaylarını ilham alınan optimizasyon algoritmalarının kullanımına büyük ilgi duyulmaktadır. İlk kez Mehrabian ve Lucas (2006) tarafından önerilen Yabani Ot Optimizasyon Algoritması (YOA) bunlardan biridir. YOA ot biyolojisi ve ekolojisi temel alınarak yabani otların doğadaki işgalci ve güçlü kolonileşmesinden ilham alınarak geliştirilmiştir. Günümüzde YOA yeni bir optimizasyon metodu olarak kullanıcı profili temelli öneri sistemi (Rad ve Lucas, 2007), anten konfigürasyonları için optimizasyon (Mallahzadeh, 2008), İHA'ların kooperatif birden fazla göreve atanması (Ghalenoei vd, 2009), DNA için kodlama dizilerinin tasarımı (Zhang vd, 2009), kömürle çalışan kazanlarda yanmanın kısıtlı optimizasyonu (Zhao vd, 2009), MC-CDMA için çoklu kullanıcı algılaması (County vd, 2010), ileri beslemeli sinir ağları (Giri vd, 2010), elektromanyetik alanında anten düzenlemeleri (Karimkashi ve Kishk, 2010), çok amaçlı optimizasyon uygulamaları (Kundu vd, 2011), düzensiz dairesel anten dizilerinin tasarımı (Roy vd., 2011), enerji verimli yörünge planlaması (Sengupta vd., 2011), kaotik sistemlerin parametre tahminleri (Ahmadi ve Mojallali, 2012), kişiselleştirilmiş çok kriterli kentsel yol optimizasyonu (Pahlavani vd, 2012), lineer olmayan denklem sistemlerinin çözümü (Pourjafari ve Mojallali, 2012), enerji üretiminde

ünite yüklenme problemi (Saravanan vd, 2014), akış tipi çizelgeleme problemleri (Zhou vd, 2014), permütasyon akış dükkân çizelgeleme problemi (Zhou vd, 2015) ve bir çok farklı alandaki konularda kullanılmıştır. Hidroloji alanında ise kullanımı yaygın değildir.

Yabani otlar, rastgele dağılıma yoluyla bir tarlayı istila eder ve mahsuller arasında bulunan kullanılmayan alanları kaplarlar. Her işgalci ot, bu alanlardaki kullanılmayan kaynakları alır, çiçeklenerek tohumlar yetiştir ve bağımsız olarak yeni yabani otlar üretir. Her çiçeklenen ot tarafından üretilen yeni tohumların sayısı, koloni içindeki çiçeklenen otun uygunluğuna bağlıdır. Çevreye daha iyi adapte olan ve daha fazla kullanılmayan kaynak alanına sahip olan yabani otlar daha hızlı büyür ve daha fazla tohum elde eder. Yeni üretilen tohumlar rastgele tarlaya yayılır ve çiçeklenen yabani otlara dönüşür. Bu işlem, tarladaki sınırlı kaynaklardan dolayı arazide azami yabani ot sayısına ulaşılan kadar devam eder. Azami yabani ot sayısına ulaşıldıktan sonra yalnızca daha iyi uygunluk gösteren yabani otlar hayatta kalabilir ve yeni yabani otlar üretebilir. Yabani otlar arasındaki bu rekabetçi çekişme, zamanla kendilerini iyi adapte etmelerine ve gelişmelerine neden olur.

#### 3.1.1 YOA Algoritmasındaki Değişkenler

Algoritma işleyişinden önce bu algoritmada kullanılan bazı terimler tanımlanmıştır (Çizelge 1). Her bir birey veya temsilciye yani her bir optimizasyon değişkeninin bir değerini içeren gruba tohum denir. Her tohum, kolonideki bir bitkiye dönüşür. Bir bitkinin anlamı uygunluğunu değerlendirilmiş bir birey veya temsilcidir. Bu

nedenle, bir otun tohum yetiştirilmesi, otun ve tohumun uygunluğunu değerlendirmeye karşılık gelir. Yabani otların kolonileştirici davranışını taklit etmek için Şekil 2'de gösterilen adımlar dikkate alınır.

**Çizelge 1- YOA'da kullanılan terimler**

Tohum	Bir optimizasyon değişkeninin değerini içeren kolonideki bir birey
Uygunluk	Her bir tohum için çözümün yerindeliğini temsil eden bir değer
Ot	Uygunluğu değerlendirilmiş her bir tohum
Koloni	Tüm ot ve tohumlar
Popülasyon	Kolonideki ot sayısı
Maksimum Popülasyon	Kolonide yeni tohum üretmesine izin verilen azami ot sayısı

### 3.1.2 Popülasyon Oluşturulması

İlk olarak optimize edilmesi gereken parametreler seçilmelidir. Daha sonra, bu değişkenlerin her biri için  $N$  boyutlu çözüm uzayında, çözüm uzayını tanımlayacak olan bir maksimum ve minimum değer atanmalıdır. Tanımlanmış çözüm alanına sonlu sayıda tohum başlangıç popülasyon sayısına bağlı olarak rastgele dağıtılır. Çözümün iyiliğini temsil etmek üzere tanımlanan uygunluk fonksiyonu, her bir tohum için bir uygunluk değeri döndürür.

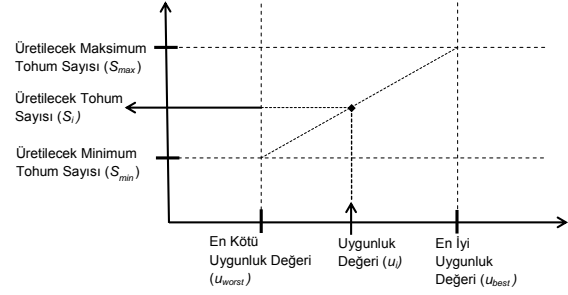
### 3.1.3 Tohum Üretimi

Yabani otlar yeni tohumlar üretmeden önce atanmış olan uygunluk değerlerine göre sıralanırlar. Sonra, her yabancı otun koloni sıralamasına bağlı olarak tohumlar üretmesine izin verilir (Şekil 2). Başka bir deyişle, her otun ürettiği tohum sayısı, uygunluk değerine veya sıralamasına bağlıdır ve mümkün olan en az tohum üretiminden ( $S_{min}$ ) maksimumuna ( $S_{max}$ ) kadar artar. Sorunu daha iyi çözen bu tohumlar koloni için daha uygun olan ve dolayısıyla daha fazla tohum üreten bitkilere karşılık gelir. Bu adım, tüm bitkilerin üreme yarışmasına katılmasına izin vererek algoritmaya önemli bir özellik katar.

$$S = \left[ S_{min} + (S_{max} - S_{min}) \left( \frac{u_i - u_{worst}}{u_{best} - u_{worst}} \right) \right] \quad (13)$$

Denklem 13'de  $S_{max}$  üretilecek maksimum tohum sayısını,  $S_{min}$  üretilecek minimum tohum sayısını,  $u_{worst}$  en kötü uygunluk değerini,  $u_{best}$  en iyi uygunluk değerini,  $u_i$  bireyin uygunluk

değerini belirtmektedir. Denklem 13'te hesaplanan  $S$  değeri en yakın üst tam sayı değerine yuvarlanır.



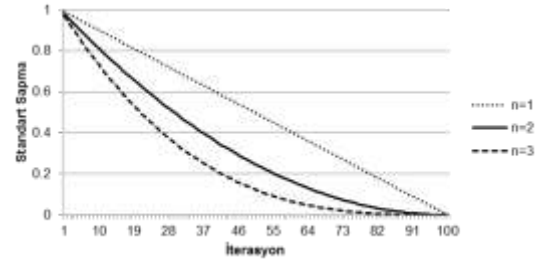
**Şekil 2 - Üretilen tohum sayısı ve uygunluk değeri ilişkisi**

### 3.1.5 Yayılma

Bu aşamada üretilen tohumlar ortalamaları üredikleri otun konumuna eşit olacak şekilde değişen standart sapmalar ile arama alanının üzerine normal rastgele dağıtılır. İterasyona bağlı standart sapma aşağıdaki eşitlik ile tanımlanır.

$$\sigma_{iter} = \frac{(iter_{max} - iter)^n}{(iter_{max})^n} (\sigma_{ilk} - \sigma_{son}) + \sigma_{son} \quad (14)$$

Eşitlikte  $iter_{max}$  maksimum iterasyon sayısını,  $iter$  ilgili adımdaki iterasyon sayısını,  $\sigma_{ilk}$  ve  $\sigma_{son}$  sırasıyla başlangıç ve bitiş standart sapma değerlerini,  $n$  doğrusal olmayan modülasyon indisini ifade etmektedir. Şekil 3'de farklı modülasyon indislerinin,  $\sigma_{ilk}=1$  ve  $\sigma_{son}=0$  sınırları için 100 iterasyonlu bir çalışma boyunca verdiği standart sapma değerlerinin değişimi görülmektedir.



**Şekil 3 - İterasyona bağlı  $\sigma_{iter}$  (standart sapma) değerinin değişimi**

Herbir iterasyonda adımında,  $D$  adet parametre için herhangi bir bitkiden  $S$  adet tohum Denklem 15 ifadesi ile türetilir.

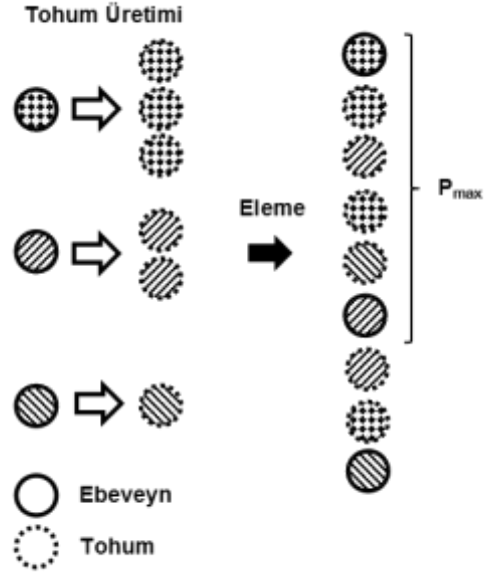
$$x_{i,j}^{yeni} = x_{i,j}^{eski} + \sigma_{iter} \cdot unifrnd_j[-1,1] \quad (15)$$

$$i = 1, 2, \dots, S, \quad j = 1, 2, \dots, D$$

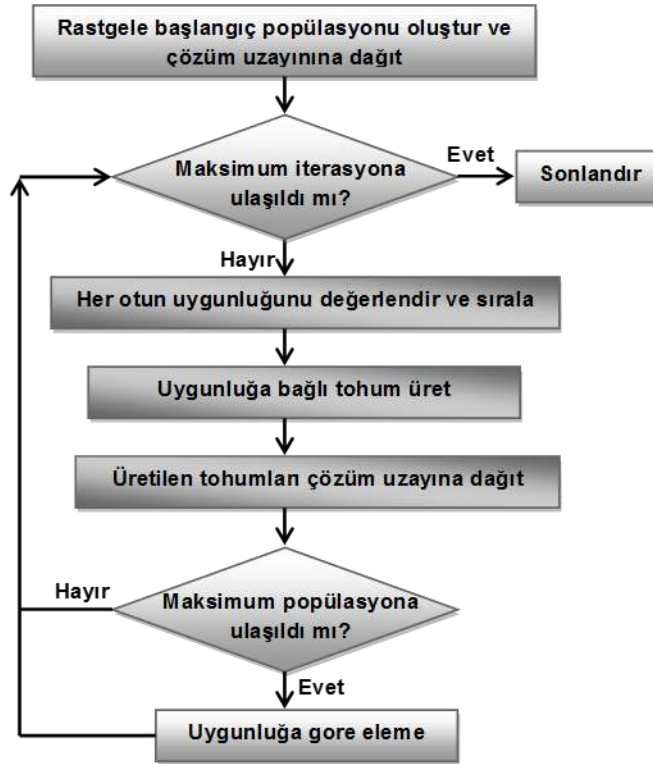
Burada, *unifrnd* ilgili tanım aralığında uniform rastgele üretilen sayıyı temsil etmektedir.  $x$  ise kalibre edilen parametreleri göstermektedir.

### 3.1.4 Rekabetçi Eleme

Tüm tohumlar arama alanındaki pozisyonlarını bulduktan sonra, yeni tohumlar büyüyerek ebeveynleri ile birlikte uygun değerlerine göre sıralanırlar. Kolonideki sıralamaları daha düşük olan otlar koloni içindeki azami sayıdaki bitki sayısına ( $P_{max}$ ) erişmek için elenir. Uygunluk değerlendirmelerinin sayısının ve popülasyon büyüklüğünün koloni içindeki azami bitki sayısından daha fazla olduğu açıktır. Hayatta kalan bitkiler koloni sıralamasına göre yeni tohumlar üretebilir. İşlemler maksimum iterasyon miktarına ulaşılan kadar tekrarlanır (Şekil 4).



Şekil 4 - Uygunluk sırasına bağlı tohum üretimi ve rekabetçi eleme



Şekil 5 - Yabani ot optimizasyon algoritmasının akış şeması

### 3.2 Diferansiyel Evrim Algoritması(DEA)

Diferansiyel evrim algoritması (DEA) birçok bilimsel ve mühendislik alanında yaygın olarak uygulanan nüfusa dayalı stokastik bir arama tekniğidir. DEA, Storn ve Price (1996) tarafından ortaya atılmış, işleyiş ve içerdiği operatörleri (çaprazlama, mutasyon, seçim operatörleri) açısından genetik algoritmaya benzerlik taşımaktadır (Okkan ve Gedik, 2017).

#### 3.2.1 Başlangıç Popülasyonu

DEA'da optimize edilmesi istenen parametre sayısı, her bir kromozoma ait gen sayısı,  $D$  sayısına eşit alınmaktadır. DEA'da yeni bireyler elde etmek için üç adet kromozom gerekmektedir bu nedenle üçten büyük sayıda kromozom sayısı ( $N_p$ ) tanımlanmalıdır. Başlangıç popülasyonu aşağıdaki gibi üretilmektedir (Keskintürk 2006, Karaboğa 2004).

$$x_{j,i,G=0} = x_j^{alt} + rand_j [0,1] (x_j^{üst} - x_j^{alt}) \quad (16)$$
$$i = 1, 2, \dots, N_p, \quad j = 1, 2, \dots, D$$

Burada;  
 $x_{j,i,G}$  :  $G$ . jenerasyona ait  $i$  kromozomunun

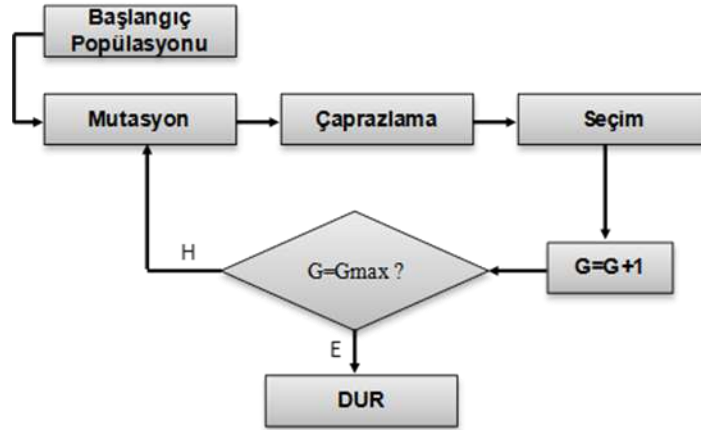
$j$ . parametresini,  
 $x_j^{alt}$  : Parametreye ait alt sınır değerini,  
 $x_j^{üst}$ : Parametreye ait üst sınır değerini,  
 $rand_j$  [0, 1]:  $j$  parametresi için 0-1 arasında rastgele üretilmiş sayıyı göstermektedir.

#### 3.2.2 Mutasyon Operatörü

Mutasyon operatörü sadece çeşitliliği arttırmakla kalmaz çözüm alanında keşif kabiliyetini de artırır (Yıldız, 2013). DEA'da  $i$ . kromozom dışında ve birbirlerinden farklı olan üç adet kromozom 1'den  $N_p$ 'ye kadar mevcut olan kromozomlar içinden seçilir. Seçilenlerin ilk ikisinin ( $x_{j,r_1,G}$  ve  $x_{j,r_2,G}$ ) farkı ile fark vektörü oluşturulur. Hesaplanan fark vektörü ölçekleme faktörü ( $F$ ) ile çarpılarak ağırlıklandırılmış fark vektörü oluşturulur.

Oluşturulan ağırlıklandırılmış fark vektörü ve seçilen üçüncü kromozom ( $x_{j,r_3,G}$ ) toplanarak çaprazlama aşamasında kullanılacak kromozom ( $n_{j,i,G+1}$ ) elde edilir.

$$n_{j,i,G+1} = x_{j,r_3,G} + F (x_{j,r_1,G} - x_{j,r_2,G}) \quad (17)$$
$$i = 1, 2, \dots, N_p, \quad j = 1, 2, \dots, D$$



Şekil 6 - DEA'nın akış şeması(Okkan ve Gedik, 2017)

#### 3.2.3 Çaprazlama Operatörü

Bu operatörü uygulamadan önce bir çaprazlama oranı ( $CR$ ) belirlenmektedir. Genler  $CR$  olasılıkla mutasyon sonucu elde edilen kromozomdan, ( $1 -$

$CR$ ) olasılıkla mevcut  $i$ . kromozomdan seçilir. Tanımlı her bir gen için 0-1 arasında rastgele sayı üretimi yapıldıktan sonra bu değerlerin  $CR$ 'den küçük kalanları için gen mutasyona

maruz bırakılan  $n_{j,i,G+1}$ 'den, aksi durumda olanlar için mevcut kromozomdan seçilmektedir (Keskinürk, 2006).

$$u_{j,i,G+1} = \begin{cases} n_{j,i,G+1} & \text{rand}[0,1] \leq CR \text{ için} \\ x_{i,j,G} & \text{aksi durumlar için} \end{cases} \quad (18)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_p, \quad j = 1, 2, \dots, D$$

Burada  $u_{j,i}$ , G+1 çaprazlama işlemi sonrası elde edilen genleri temsil etmektedir.

### 3.2.4 Seçim İşlemi ve Durdurma

Yeni jenerasyona geçecek kromozomun tespitinde uygunluk değerlerine bakılır. DEA uygulamasında uygunluk değeri olarak ortalama karesel hata (MSE) seçilmiştir. Karşılaştırılan kromozomlardan MSE değeri daha düşük olan kromozom yeni jenerasyon elemanı olarak atanmaktadır (Denklem 19).

$$x_{i,G+1} = \begin{cases} u_{i,G+1} & \text{MSE}(u_{i,G+1}) < \text{MSE}(x_{i,G}) \text{ için} \\ x_{i,G} & \text{aksi durumlar için} \end{cases} \quad (19)$$

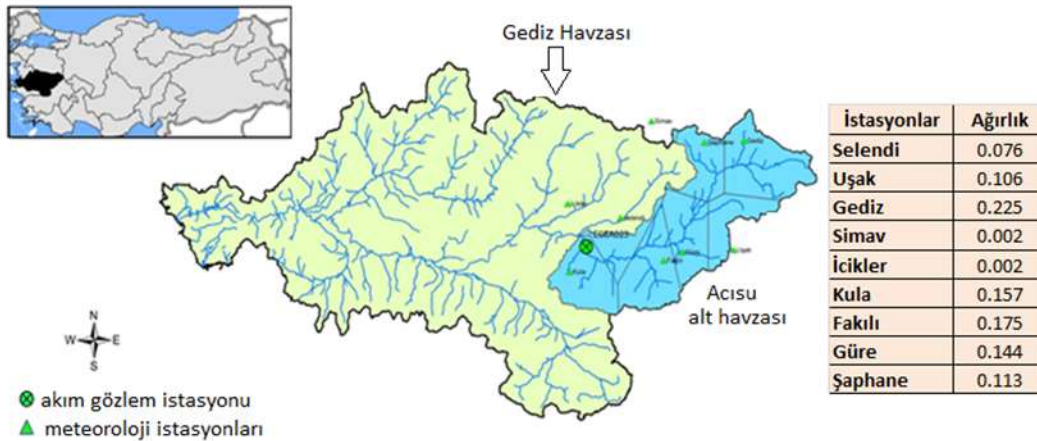
$$i = 1, 2, \dots, D$$

Yukarıda anlatılan işleyiş çalışmada  $G=G_{max}$  olana kadar yani maksimum iterasyon adedine erişene kadar sürdürülmüştür. İterasyon sayısı arttıkça  $i$ . popülasyondaki en büyük MSE ve en küçük MSE değerleri arasındaki farkın ( $\epsilon$ ) oldukça küçük bir mertebeye ( $\epsilon \leq 0.01$ ) erişmesi de esas alınabilmektedir.

## 4. UYGULAMA

### 4.1. Uygulama Bölgesi

Sunulan çalışmada, yöntemler Gediz Havzası'nda yer alan yaklaşık 3272.4 km<sup>2</sup> yağış alanına sahip Acısu Akım Gözlem İstasyonuna uygulanmıştır (Şekil 7). İstasyon 28° 43' D - 38° 38' K koordinatlarında Kula - Selendi karayolu üzerindeki Gediz Köprüsü'nün 2 km mansabında Acısu yakınlarındadır. DSİ tarafından işletilen E05A023 numaralı akım gözlem istasyonunda gözlenen akımların 01.10.1975-01.09.2010 dönemine (1976-2010 su yılları) ait verileri kullanılmıştır. Uygulama havzasını temsil eden yağış ve sıcaklık verileri, Meteoroloji Genel Müdürlüğü (MGM) ve DSİ tarafından işletilen 9 istasyonda ölçülmektedir. Bu istasyonlar Selendi, Uşak, Gediz, Simav, İcikler, Kula, Fakılı, Güre ve Şaphane istasyonlarıdır. Çalışmada bölge için Thiessen poligonu ile hesaplanan alansal ortalama yağışlar modelde girdi olarak kullanılmıştır.



Şekil 7 - E05A023 numaralı akım gözlem istasyonu ve çevresindeki meteoroloji istasyonları



Elde edilen yağış istasyonu ağırlıkları Şekil 7'de ayrıca belirtilmiştir. Tahmini potansiyel evapotranspirasyon (EPOT) değerleri ise Thornthwaite ampirik denkleminde hesaplanmıştır. Şaphane, İçikler ve Fakılı istasyonlarında sıcaklık gözlemi bulunmadığından bu istasyonlara ait EPOT hesaplanmamış kalan 6 istasyona ait EPOT'ların aritmetik ortalaması modelde girdi olarak kullanılmıştır. Modellemede E05A023 numaralı akım gözlem istasyonunda gözlenen akımlar havza alanına oranlanarak mm biriminde akış yükseklikleri cinsinden kullanılmıştır. 01.10.1975-01.09.2010 su dönemine ait yıllık ortalamalar ise yağış, potansiyel evapotranspirasyon ve akış için sırasıyla 515 mm/yıl, 741 mm/yıl ve 90.5 mm/yıl olarak belirlenmiştir.

#### 4.2 YOA ve DEA ile Kalibrasyon

YOA ve DEA ile kalibrasyonda, gözlemi yapılan 01.10.1975-01.09.2010 yılları arasındaki 35 yıllık (420 aylık) toplam verinin ilk 18 yılı (1976-1993) kalibrasyon aşamasında, diğer 17 yıllık kısmı (1994-2010) verifikasyon (doğrulama) aşamasında kullanılmıştır. MATLAB programı yardımıyla kodlanan YOA ve DEA ile SWB modelinin kalibrasyonunda amaç fonksiyonu olarak MSE kullanılmıştır. YOA kapsamında, literatürde yer alan çeşitli test fonksiyonları için gerçekleştirilen çalışmalarda YOA'da kullanılan değişkenlerin farklı değerler alabildiği görülmüştür (örneğin Mahrabian ve Lucas, 2006; Ahmadi ve Mojallali, 2012). Hatta en hassas YOA değişkenlerinin  $\sigma_{ilk}$  ve  $\sigma_{son}$  olduğu görülmektedir.

Çizelge 2-Çeşitli YOA değişkenleri altında üretilen sonuçların özeti

Deneme No	$\sigma_{son}$	$\sigma_{ilk}$	Kalibre edilen SWB parametreleri			MSE Kalibrasyon	NS Kalibrasyon	R <sup>2</sup> Kalibrasyon	MSE Verifikasyon	NS Verifikasyon	R <sup>2</sup> Verifikasyon
			SC	K	a						
1	0.1	10	95.9500	0.4961	0.4997	27.4414	0.7729	0.7815	20.9780	0.7006	0.8299
2	0.02	10	62.4872	0.5370	0.4575	27.6369	0.7713	0.7716	21.6118	0.6915	0.8105
3	0.05	300	88.8321	0.5023	0.4909	27.3003	0.7740	0.7800	21.2538	0.6966	0.8283
4	0.001	3	81.2231	0.5132	0.4791	27.1270	0.7755	0.7788	20.8668	0.7022	0.8251
5	0.000001	75	110.0692	0.4712	0.5135	28.1043	0.7674	0.7818	21.5121	0.6930	0.8354
6	0.001	7.5	92.8565	0.4975	0.4917	27.3577	0.7736	0.7805	21.0401	0.6997	0.8291
7	0.0001	0.75	63.1177	0.5366	0.4603	27.5923	0.7716	0.7721	21.6559	0.6909	0.8109
8	0.01	0.5	81.9478	0.5122	0.4804	27.1291	0.7755	0.7790	20.8837	0.7019	0.8256
9	0.01	0.1	89.2692	0.5022	0.4865	27.3048	0.7740	0.7796	20.8564	0.7023	0.8284
10	0.01	2	97.9258	0.4902	0.4977	27.5019	0.7724	0.7813	21.1791	0.6977	0.8305
11	0.08	1	88.3741	0.5030	0.4851	27.2821	0.7742	0.7795	20.8579	0.7023	0.8283
12	0.00005	0.015	44.6494	0.5580	0.4387	29.3121	0.7574	0.7576	22.6188	0.6772	0.7940
13	0.0005	0.25	137.5584	0.3412	0.4767	27.2585	0.7744	0.7795	20.7865	0.7033	0.8281
14	0.001	0.6	188.8596	0.4139	0.6435	30.3075	0.7491	0.7500	23.2766	0.6678	0.7850
15	0.001	0.8	141.3141	0.4186	0.5642	32.1804	0.7336	0.7723	24.4779	0.6506	0.8323
16	0.1	0.9	71.1313	0.5259	0.4696	27.2018	0.7749	0.7763	21.3867	0.6947	0.8179
17	0.00001	0.01	213.5161	0.2717	0.6817	59.4696	0.5078	0.6561	37.5851	0.4635	0.7139
18	0.00001	0.025	15.7662	0.5886	0.4103	33.0525	0.7264	0.7307	25.2338	0.6398	0.7601
19	0.000001	0.01	191.0611	0.3873	0.3537	49.6624	0.5890	0.6919	31.4014	0.5518	0.7666
20	0.00001	0.001	140.3928	0.6794	0.6905	52.2283	0.5677	0.7798	17.7693	0.7464	0.8196
21	0.001	100	90.2461	0.5011	0.4883	27.3124	0.7739	0.7799	20.9020	0.7017	0.8286
22	0	300	106.7722	0.5678	0.7780	27.9080	0.7690	0.7814	21.2150	0.6972	0.8340

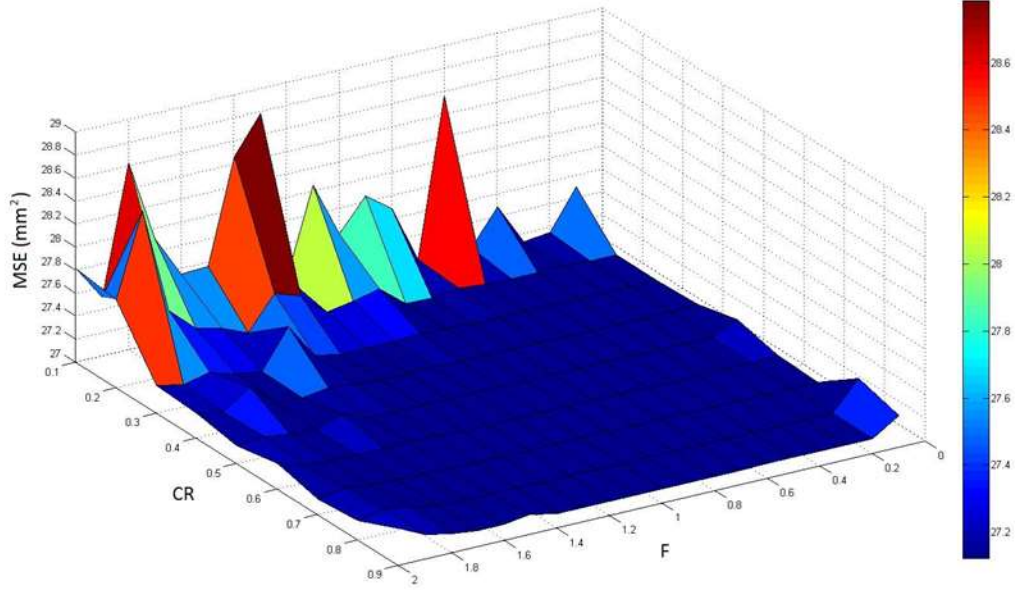
Çalışmada literatürdeki YOA değişkenleri esas alınarak SWB modeli kalibrasyonu özelinde gerçekleştirilen varyasyonlar Çizelge 2'de özetlenmiştir. Bu aşamada YOA ile kalibrasyonda en hassas  $\sigma_{ilk}$  ve  $\sigma_{son}$  değerlerinin araştırılması için 150 adet iterasyon için başlangıç popülasyonu 20, maksimum popülasyon 40,  $S_{min}$  0,  $S_{max}$  5 ve modülasyon indisi 3 sabit alınmıştır. Denemeler sonucu en düşük MSE değerini veren  $\sigma_{ilk}$  ve

$\sigma_{son}$  değişkenleri sırasıyla 3 ve 0.001 olarak belirlenmiştir (bkz. Çizelge 2, deneme 4).

DEA ile kalibrasyonda mevcut 3 parametrelilik SWB modelinde, ölçekleme faktörü ( $F$ ) ve çaprazlama oranının ( $CR$ ) en uygun değerlerinin araştırılması sırasıyla 0-2 ve 0.1-0.9 değişken aralıklarında gerçekleştirilmiştir. Analizler sonucu SWB modeli için ölçekleme faktörünün 0.4-0.8 ve çaprazlama oranının 0.2-0.9 değerleri için oluşturulan kombinasyonların birbirine oldukça yakın MSE değerleri verdiği

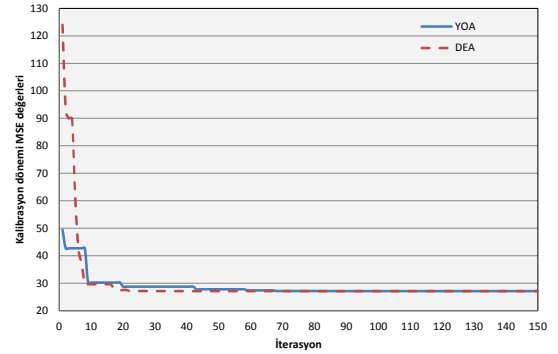
görülebilmektedir. Ancak küçük bir farkla  $F=0.2$  ve  $CR=0.9$  kombinasyonu için diğer kombinasyonlara nazaran en düşük MSE değeri

elde edilmiştir. Bu varyasyon altında elde edilen tüm sonuçlar Çizelge 3'te özetlenmiştir.



Şekil 8 - DEA'daki F ve CR kombinasyonlarına ait MSE sonuçları

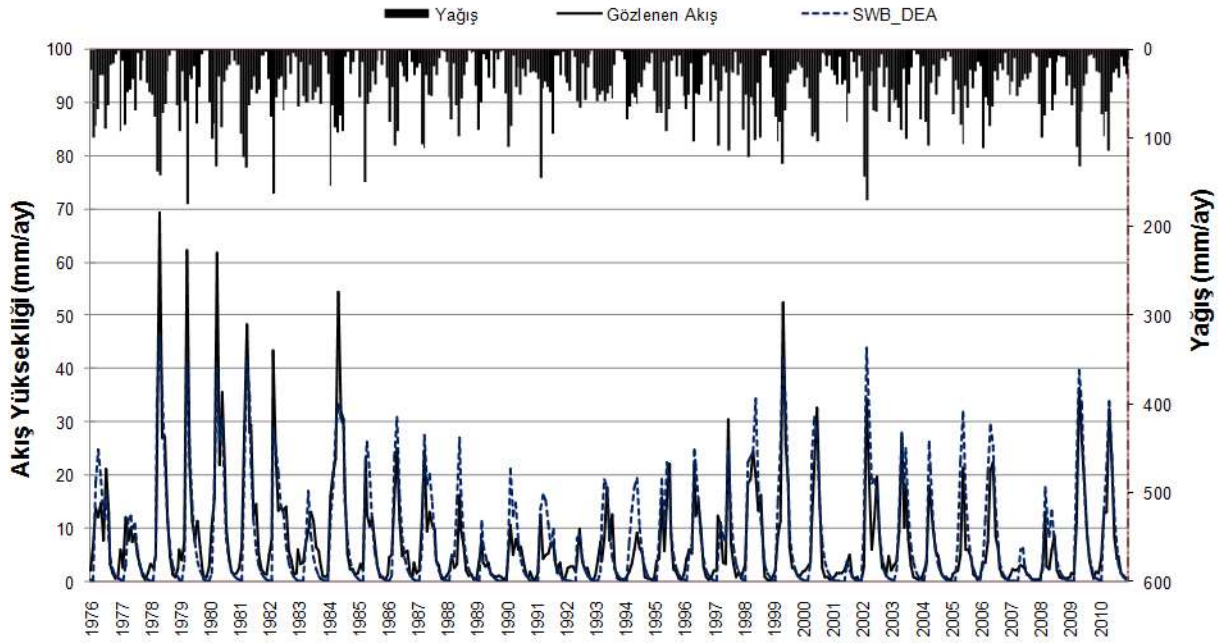
YOA ve DEA ile gerçekleştirilen kalibrasyonlarda en iyi uygunluk için elde edilen üç parametrenin değerleri oldukça benzer olsa da, en iyi uygunluk değerini veren iterasyon adımlarında farklılar gözlenmiştir. Her iki algoritmada başlangıç popülasyonlarının miktarları aynı olarak gerçekleştirilen analizler de DEA'da en uygun değer, rastgele başlayan kötü uygunluk ile 18. iterasyonda elde edilmişken, YOA'da en uygun değer 87. iterasyonda elde edilmiştir. Diğer bir deyişle, DEA YOA'ya kıyasla kötü bir başlangıç çözümü ile iterasyonlara başlasa dahi daha hızlı yakınsama sergilemiştir (Şekil 9).



Şekil 9 - YOA ve DEA algoritmalarının yakınsama performansları

Çizelge 3 - En uygun DEA değişkenleri ile elde edilen sonuçların özeti

F	CR	Kalibre edilen SWB parametreleri			Kalibrasyon			Verifikasyon		
		SC	K	a	MSE (mm <sup>2</sup> )	NS	R <sup>2</sup>	MSE (mm <sup>2</sup> )	NS	R <sup>2</sup>
0,2	0,9	81,2297	0,5132	0,4791	27,1269	0,78	0,78	20,8524	0,7	0,83



Şekil 10 - DEA ile kalibre edilen SWB modelinin kalibrasyon ve verifikasyon dönemlerine ait tahminleri

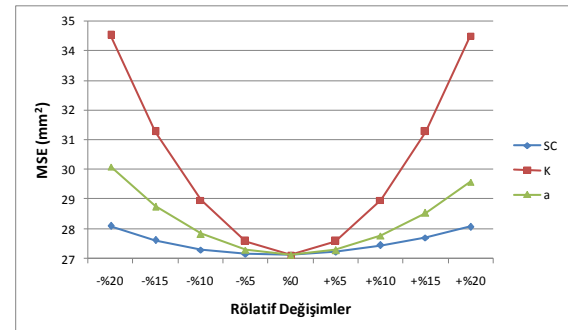
#### 4.3 Kalibre Edilen SWB Modelinin Performansı

Çizelge 2 ve Çizelge 3'te verilen özetlere göre, kalibrasyon döneminde YOA ve DEA algoritmalarının en iyi yapıları hidrolojik açıdan başarılı ve birbirlerine yakın sonuç üretmişlerdir. Bu durum verifikasyon döneminde de benzerdir. Ancak YOA için uygun sonuç elde edilirken algoritmayı kontrol eden parametreler için birçok deneme yapılmıştır. DEA yaklaşımında ise optimum  $F$  ve  $CR$  parametre çiftlerinin belirlenmesi oldukça pratiktir. Ayrıca küçük bir farkla da olsa DEA algoritması gerek kalibrasyonda gerekse verifikasyonda daha iyi sonuç vermiştir. DEA algoritması ile kalibre edilen modelin ürettiği tahminler zaman serisi şeklinde Şekil 10'da paylaşılmıştır. Şekil 10'dan DEA ile kalibre edilen SWB modeli tahminlerinin gözlem istasyonunda ölçülmüş akımlara oldukça yakın sonuç ürettiği göze çarpmaktadır.

SWB modelinin kalibrasyonu ve performansının irdelenmesini takiben modelin mevcut parametrelerinin model çıktıları üzerindeki etkilerini açıklamak amacıyla, modele ait parametrelerin duyarlılık analizleri de gerçekleştirilmiştir. Çalışmada rölatif duyarlılık analizi yöntemi uygulanmıştır. Bu yöntemde, parametrelerden biri oransal olarak

değiştirilirken, diğerleri sabit tutulmaktadır (Okkan, 2015).

Çalışmada gerçekleştirilen parametre duyarlılık analizinde, kalibre edilmiş modelin parametrelerindeki oransal değişimlere karşılık, MSE değerlerindeki değişimler hesaplanarak, akışlar üzerinde en etkili model parametrelerinin nümerik olarak belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu maksatla, SWB modeline ait parametreler  $-20\%$  ile  $+20\%$  değişim aralığında  $5\%$ 'lik artırımlarla değiştirilerek MSE değerleri yeniden hesaplanmış ve Şekil 11'deki parametre duyarlılık eğrisi oluşturulmuştur.



Şekil 11 - SWB modelinin parametre duyarlılık eğrileri

Şekil 11'de görüldüğü üzere, SWB modelinin en hassas parametresi  $K$ , en hassas olmayan parametresi ise  $SC$  şeklindedir. Ayrıca MSE'nin değişim yönüne göre büyük ölçüde simetrik olduğu eğrilerden görülebilmektedir. Örneğin  $K$  parametresindeki  $\pm 20$  değişim MSE'yi  $\%27$  artırırken,  $a$  parametresinde aynı koşullar altında MSE  $\%10$  civarında artış göstermektedir. Bu durum özellikle  $K$  ve  $a$  parametrelerinin kalibrasyonunun iyi yapılması gerektiğini ve dolayısıyla SWB modelinin az parametre muhteva etmesine karşın oldukça hassas bir yapıda olduğunu göstermektedir. Klasik optimizasyon yöntemlerinde özellikle Newton tabanlı algoritmalarda (Okkan, 2013, 2015) kalibrasyon süreci boyunca hidrolojik modelde mevcut olan parametreler için farklı başlangıç değerleri seçilerek algoritmanın lokal minimum noktalara takılması ihtimali en aza indirilmeye çalışılır ve bu işlem için oldukça fazla sayıda yinelemeye ihtiyaç duyulabilir. Çalışmada kalibrasyonda kullanılan DEA ve YOA ise popülasyon tabanlı ve stokastik karakterli olduklarından klasik yöntemlerde rastlanan birtakım dezavantajlara sahip değildir.

## 5 SONUÇLAR

Çalışmada yabancı ot algoritması (YOA) ve diferansiyel evrim algoritmasının (DEA) aylık kavramsal bir yağış-akış modeli olan SWB'nin kalibrasyonu üzerinden performanslarının irdelenmesi sağlanmıştır. Elde edilen bulgular ışığında sonuçlar maddeler halinde sunulmaktadır.

- YOA'da algoritmayı kontrol eden 7 adet değişken bulunmaktadır. Bu değişkenler içerisinde  $\sigma_{son}$  ve  $\sigma_{ilk}$  için atanan değerler uygunluk fonksiyonunu oldukça etkilemektedir. Bu değişkenler ile beraber diğer 5 değişkenin hangi değerler alacağı ise literatürdeki test fonksiyonları esas alınarak belirlenmiştir. Çalışmada 22 adet deneme neticesinde uygun sonuç alınabilmiş fakat problemde probleme değişen yapısı ve fazla sayıda simülasyona ihtiyaç duymasından ötürü YOA hidrolojik modelleme aşamasında pratik bir araç olarak görülmemiştir.
- DEA algoritması ise içeriğinde yalnızca iki adet algoritmayı kontrol eden değişken ( $F$  ile  $CR$ ) taşıdığından basit bir hassasiyet analiziyle bu değişkenler için uygun değerler belirlenmiştir. Ayrıca  $F$  ile  $CR$  değişkenlerinin

aşırı hassasiyet taşımaması algoritmanın yakınsama durumunu olumlu yönde etkilemektedir. Gerçekten de uygulama örneğinde DEA algoritmasında atanan başlangıç popülasyonunun YOA'ya göre daha kötü bir uygunluk değerine sahip olmasına karşın daha az iterasyonla yakınsama sağlanmıştır.

- Elde edilen parametreler birbirine oldukça yakın olsa da küçük bir farkla DEA ile elde edilen MSE,  $R^2$ , NS gibi performans istatistikleri hem kalibrasyon hem de verifikasyon dönemlerinde daha uygun görülmektedir.
- Kalibrasyon örneği üzerinde durulan SWB modeli değerlendirildiğinde ise modelin yalnızca aylık toplam yağış ve potansiyel evapotranspirasyon girdilerine ihtiyaç duyması bakımından pratik olduğu söylenebilir. Ancak  $K$  ve  $a$  parametrelerinin hassas karakterde olduğu Şekil 11'de görülebilmektedir. Bu nedenle kalibrasyonunun hassas bir biçimde yapılması ve bu aşamada kullanılacak optimizasyon aracının iyi seçilmesi gerekmektedir. Acısu alt havzası üzerinden gerçekleştirilen uygulamada yağış ve evapotranspirasyon girdileri altında çalıştırılan SWB modeli oldukça uygun sonuç vermiştir. Gerek uzun dönem elde edilen istatistikler gerekse debi-gidiş grafiği bunu doğrular niteliktedir.
- Çalışmada kullanılan optimizasyon algoritmaları, uygulama havzası ve kavramsal hidrolojik model özelinde yukarıdaki yargılara varılmıştır. Ancak farklı iklim karakteristiklerinin hüküm sürdüğü havzalarda, daha fazla parametre muhteva eden hidrolojik modellerde genel bir yargıya varabilmek için daha fazla sayıda optimizasyon gerecinin kullanılması önem arz etmektedir. Bu çalışma bundan sonra yapılacak bahsi geçen çalışmalara örnek olabilecek nitelikte olup farklı mühendislik disiplinlerine de faydalı olacaktır.

## 6 KAYNAKLAR

- Ahmadi M. and Mojallali H. (2012), "Chaotic invasive weed optimization algorithm with application to parameter estimation of chaotic systems," *Chaos, Solitons & Fractals*, 45(9–10), 1108–1120.
- Cheng, C. T., Zhao, M. Y., Chau, K. W., and Wu, X. Y. (2006). "Using genetic algorithm and TOPSIS for Xinanjiang model calibration with a single procedure." *Journal of Hydrology*, 316(1-4), 129–140.
- Cooper, V. A., Nguyen, V. T. V., and Nicell, J. A. (1997). "Evaluation of global optimization methods for conceptual rainfall-runoff model calibration." *Water Science & Technology*, 36(5), 53–60.
- County C., County Y., and T. County (2010), "Invasive Weed Optimization Method Based Blind Multiuser Detection for MC-CDMA Interference Suppression over Multipath Fading Channel," *IEEE International Conference on Systems, Mans and Cybernetics*, 2145–2150.
- Ghalenoei M. R., Hajimirsadeghi H., and Lucas C. (2009), "Discrete invasive weed optimization algorithm: Application to cooperative multiple task assignment of UAVs," *Proceeding IEEE Conference Decision and Control*, 1665–1670.
- Giakoumakis S., Stamouli P., and Tigkas D., (2015) "Evaluating a modified simple rainfall-runoff model in Mediterranean river basins," *European Water Publications*, 35–42.
- Giri R., Chowdhury A., Ghosh A., Das S., Abraham A., and Snasel V. (2010), "A Modified Invasive Weed Optimization Algorithm for training of feed- forward Neural Networks," *Syst. Man Cybern. (SMC)*, *IEEE International Conferenceon Systems, Mans and Cybernetics*, 3166–3173.
- Karaboğa D. (2004), "Yapay zeka optimizasyon algoritmaları", Nobel yayınevi, İstanbul.
- Karimkashi S. and Kishk A. A. (2010), "Invasive weed optimization and its features in electromagnetics," *IEEE Transaction Antennas Propagation*, 58(4),1269–1278.
- Keskintürk T. (2006), "Diferansiyel evrim algoritması", *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, Yıl: 5 Sayı: 9, ss. 85-99.
- Kundu D., Suresh K., Ghosh S., Das S., Panigrahi B. K., and Das S. (2011), "Multi-objective optimization with artificial weed colonies," *Information Sciences*,181(12), 2441–2454.
- Mallahzadeh A. R.(2008), "Optimization Technique for Antenna Configurations," *Progress In Electromagnetics Research* 79, 137–150, 2008, 137–150
- Mehrabian A. R. and Lucas C. (2006), "A novel numerical optimization algorithm inspired from weed colonization,"*Ecological Informatics*, 1(4), 355–366.
- Okkan, U. (2013). "İklim değişikliğinin akarsu akışları üzerindeki etkilerinin değerlendirilmesi." *Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Hidrolik Anabilim Dalı, Doktora Tezi*.
- Okkan, U. (2015) "Dinamik Su Bütçesi Modeli", *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 17(1), 70-82.
- Okkan, U., ve Kirdemir, U. (2016). "Budyko Yaklaşımına Dayanan Bir Su Bütçesi Modeli ve Parçacık Sürü Optimizasyonu Algoritması ile Kalibrasyonu." *Doğal Afetler ve Çevre Dergisi*, 2(1), 1-10.
- Okkan U., Gedik N. (2017), "Doğrusal Olmayan Bir Taşkın Öteleme Modelinin Diferansiyel Gelişim Algoritması ile Kalibrasyonu", *Karaelmas Fen ve Mühendislik Dergisi*. 7(1), 114-121.
- Pahlavani P., Delavar M. R., and Frank A. U. (2012), "Using a modified invasive weed optimization algorithm for a personalized urban Multi-criteria path optimization problem," *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation* 18(1), 313–328.
- Pourjafari E. and Mojallali H. (2012), "Solving nonlinear equations systems with a new approach based on invasive weed optimization algorithm and clustering," *Swarm Evolutionary Computation.*, 4, 33–43.
- Rad C., H.S and Lucas (2007), "A recommender system based on invasive weed optimization algorithm,"*Evolutionary Computation*, 4297–4304.
- Ravindran, A., Ragsdell, K. M., and Reklaitis, G. V. (2006). *Engineering Optimization: Methods and Applications*. Wiley, 2nd Edition, 688
- Roy G. G., Das S., Chakraborty P., and Suganthan P. N. (2011), "Design of non-uniform circular antenna arrays using a modified invasive weed optimization algorithm," *IEEE Transaction Antennas Propagation*, 59(1), 110–118.
- Saravanan B., Vasudevan E. R., and Kothari D. P. (2014), "Unit commitment problem solution using invasive weed optimization algorithm,"

- International Journal Electric Power Energy Systems, 55, 21–28.
- Sengupta A., Chakraborti T., Konar A., and Nagar A. (2011), “Energy efficient trajectory planning by a robot arm using invasive weed optimization technique,” 3rd World Congress National Biology Inspired Computing, 311–316.
- Storn R. ve Price K. V. (1996), “Minimizing the real functions of the ICEC contest by differential evolution,” in Proc. IEEE International Conference Evolutionary Computing, 842–844.
- Turan, M. E., ve Doğan, E. (2015). “Kavramsal Hidrolojik Modellerin Farklı Optimizasyon Algoritmaları İle Kalibrasyonu.” Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, 11(2), 265–277.
- Wang, Q. J. (1991). “The Genetic Algorithm and Its Application to Calibrating Conceptual Rainfall-Runoff Models.” Water Resources Research, 27(9), 2467–2471.
- Yıldız A. R. (2013), “Hybrid Taguchi-differential evolution algorithm for optimization of multi-pass turning operations,” Applied Soft Computing, 13, 1433–1439.
- Zhang X., Wang Y., Cui G., Niu Y., and Xu J. (2009), “Application of a novel IWO to the design of encoding sequences for DNA computing,” Computing Mathematics with Applications, 57(11–12), 2001–2008.
- Zhao H., Wang P. H., Peng X., Qian J., and Wang Q. (2009), “Constrained optimization of combustion at a coal-fired utility boiler using hybrid particle swarm optimization with invasive weed,” 2009 Int. Conf. Energy Environ. Technol. ICEET , 1, 564–567.
- Zhou Y., Chen H., and Zhou G. (2014), “Invasive weed optimization algorithm for optimization no-idle flow shop scheduling problem,” Neurocomputing, 137, 285–292.
- Zhou Y., Luo Q., Chen H., He A., and Wu J. (2015), “A discrete invasive weed optimization algorithm for solving traveling salesman problem,” Neurocomputing, 151(3), 1227–1236.