

**T.C.**  
**BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**FİZİK ANABİLİM DALI**



**İKİ BOYUTLU UZAYDA MORFOLOJİK**  
**YAPILARIN ÖLÇEKLEME YÖNTEMİ**  
**İLE İNCELENMESİ**

**DOKTORA TEZİ**

**TUĞBA ÖZBEY**

**BALIKESİR, MAYIS 2016**

**T.C.**  
**BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**FİZİK ANABİLİM DALI**



**İKİ BOYUTLU UZAYDA MORFOLOJİK**  
**YAPILARIN ÖLÇEKLEME YÖNTEMİ**  
**İLE İNCELENMESİ**

**DOKTORA TEZİ**

**TUĞBA ÖZBEY**

**Jüri Üyeleri: Doç. Dr. Mehmet BAYIRLI (Tez Danışman)**

**Prof. Dr. Ziya MERDAN**

**Doç. Dr. Kutalmış GÜVEN**

**Doç. Dr. Tayfun UZUNOĞLU**

**Doç. Dr. Hilal KURU**

**BALIKESİR, MAYIS 2016**

## KABUL VE ONAY SAYFASI

Tuğba ÖZBEY tarafından hazırlanan “İKİ BOYUTLU UZAYDA MORFOLOJİK YAPILARIN ÖLÇEKLEME YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ” adlı tez çalışmasının savunma sınavı 30.05.2016 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalında Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

### Jüri Üyeleri

### İmza

#### Danışman

Doç. Dr. Mehmet BAYIRLI

*M. Bayırlı*

#### Üye

Prof. Dr. Ziya MERDAN

*Ziya Merdan*

#### Üye

Doç. Dr. Kutalmış GÜVEN

*Kutalmış Güven*

#### Üye

Doç Dr. Tayfun UZUNOĞLU

*Tayfun Uzunoglu*

#### Üye

Doç. Dr. Hilal KURU

*Hilal Kuru*

Jüri Üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tezi Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu onamıştır.

Doç. Dr. Necati ÖZDEMİR

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

.....

## ÖZET

### İKİ BOYUTLU UZAYDA MORFOLOJİK YAPILARIN ÖLÇEKLEME YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

TUĞBA ÖZBEY

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
FİZİK ANA BİLİMDALI

(TEZ DANIŞMANI: DOÇ.DR. MEHMET BAYIRLI)

BALIKESİR, MAYIS- 2016

Doğada ve deneysel ortamda morfolojik özelliklere sahip, istatistiksel olarak halen bilimsel araştırmaların konusu olan birçok yapı bulunmaktadır. Bu yapılardan birisi, manyezit cevher yüzeyidir. Yüzeydeki mangan depozitlerinin oluşturduğu dağılımların kaynağını ve oluşum mekanizmalarını açıklamak amacıyla ölçekleme yöntemi kullanılarak makroskobik olarak farklı yapıya sahip bölgelere ait fraktal boyut, çevre-alan ilişkileri, karekök ortalama kalınlığı  $T(h)$ , ölçekleme kritik üs değerleri belirlenmiş ve  $T(h) \sim N(h)^\beta$  ilişkisi gösterilmiştir. Bu yüzeylerdeki seyrek dallanmadan bütün bir yapıya doğru değişen dağılımlar ayrı ayrı incelenmek amacıyla her bir dağılıma ait difüzyon sınırlı kümeleşme algoritması kullanılarak Monte Carlo simülasyon yöntemiyle küme temsilleri elde edilmiş ve bir dağılım ve ona ait küme temsilleri kritik üs  $\alpha$  ve karekök ortalama kalınlığına ait üs  $\beta$  parametreleri açısından karşılaştırılmıştır. Ayrıca manyezit cevher yüzeyinde farklı dağılım gösteren on iki bölge seçilerek parçacık dağılım grafikleri elde edilmiş ve yeni bir dağılım fonksiyonu olan  $f(d) = \frac{\delta}{d^\rho} + \theta$  tanımlanmıştır.  $\rho$ ,  $\delta$  ve  $\theta$  cevher yüzeyindeki dağılımları tanımlayan model parametreleridir. Manyezit cevher yüzeyinde ayrı ayrı seçilen dağılımlar ve elde edilen küme temsilleri Lacunarity analizi yapılarak karşılaştırılmıştır. Lacunarity değerinin kutu büyüklüğüne göre grafiği hiperbolik bağıntıya göre çizilerek en küçük kareler yöntemi kullanılarak morfolojik değişimi belirleyen katsayılar hesaplanmıştır. Aynı hesaplamalar manyezit cevherinin yüzeyi için yapılmış ve bir evrensel değer bulmak amaçlanmıştır. Bu çalışma, stokastik teori ve perkolasyon işlemi ile uyum göstermektedir. Çalışmada kullanılan yöntemler, doğal jeomorfolojik ve deneysel üretilen malzeme yüzeylerinin tanımlanmasında kullanılabilir.

**ANAHTAR KELİME:** Manyezit cevheri, Karekök ortalama kalınlığı, Difüzyon sınırlı kümeleşme, Ölçekleme kanunu, Lacunarity.

# ABSTRACT

## THE ANALYSING OF THE MORPHOLOGIC STRUCTURES BY USING THE SCALING METHOD IN TWO-DIMENSIONAL SPACE

PHD THESIS

TUĞBA ÖZBEY

BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE  
PHYSICS

(SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. MEHMET BAYIRLI)

BALIKESİR, MAY- 2016

In nature and experimental environment, there are many structures that are still statistically the topic of the scientific research and have the morphologic properties. The one of the structures is the magnesite ore surface. The fractal dimension, the perimeter-area relation, the root-mean square thickness  $T(h)$ , the scaling critical exponents are calculated and  $T(h) \sim N(h)^\beta$  relation is indicated to determine the formation mechanism and the origin of the distribution formed by the manganese deposits on the surface by using the scaling methods. For analyzing separately the distribution changing from the rare branching to the compact structures, the mimic cluster are obtained by MC simulation method using the diffusion limited aggregation algorithm and a distribution and its mimic cluster are compared in terms of the critical exponent  $\alpha$  and the exponent pertaining to the root mean square  $\beta$ . Also the particles distribution graphs are obtained selecting the twelve region having the different distribution and the new distribution function  $f(d) = \frac{\delta}{d^\rho} + \theta$  is defined.  $\rho$ ,  $\delta$  and  $\theta$  are the model parameter defining the surface. For the distribution selected separately from the magnesite ore surface and their mimic clusters, the coefficients determining the morphologic changes are computed by plotting the Lacunarity vs. the box size according to the hyperbolic relation by using the least squares method. The same calculations are done for the magnesite ore surface and are purposed to obtain the universal value. This study is consistent with the stochastic theory and the percolation process. The methods used in this study can be used to analyse the natural geomorphologic structures and the materials produced experimentally.

**KEYWORDS:** Magnesite ore, Root-mean square thickness, Diffusion limited thickness, Scaling law, Lacunarity.

# İÇİNDEKİLER

Sayfa

<b>ÖZET</b> .....	<b>i</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>ii</b>
<b>İÇİNDEKİLER</b> .....	<b>iii</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b> .....	<b>v</b>
<b>TABLO LİSTESİ</b> .....	<b>vii</b>
<b>ÖNSÖZ</b> .....	<b>viii</b>
<b>1.GİRİŞ</b> .....	<b>1</b>
<b>2.TEORİK BİLGİLER</b> .....	<b>7</b>
2.1 Doku Analizi.....	7
2.2 Yapı Modellerinin Sınıflandırılması.....	10
2.2.1 İstatistiksel Metotlar.....	12
2.2.1.1 Eş Oluşum Matrisleri.....	12
2.2.1.2 Oto Korelasyon Özellikleri.....	13
2.2.2 Geometrik Metotlar.....	14
2.2.1 Voronoi Mozaik Döşeme Metodu.....	14
2.2.2 Yapısal Metotlar.....	15
2.2.3 Model Temeline Dayalı Metotlar.....	17
2.2.3.1 Gelişigüzel Alan Modelleri.....	17
2.3 Doku Analiz Problemleri.....	19
2.3.1 Doku Bölümleme.....	19
2.3.2 Doku Sınıflandırması.....	20
2.3.3 Doku Sentezi.....	21
2.3.4 Dokudan Şekil Analizi.....	21
2.4 İstatistiksel Yüzey Tanımlama Parametreleri.....	23
2.4.1 Fraktal Boyut.....	23
2.4.2 Yoğunluk-Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonu.....	26
2.4.3 Jirasyon Yarıçapı.....	28
2.4.4 Çevre-Alan İlişkisi.....	30
2.4.5 Diverjans Oranı.....	32
2.4.6 Karekök Ortalama Kalınlığı(rms-root mean square).....	33
2.4.7 Ortalama Parçacık Büyüklüğü.....	34
2.4.8 Lacunarity.....	36
2.4.8.1 Lacunarity Analizi.....	37
2.4.9 İstatistiksel Momentler.....	41
<b>3. BULGULAR</b> .....	<b>45</b>
3.1 Mangan Depozitlerinin Şekil Parametrelerinin Hesaplanması.....	45
3.1.1 Materyal Metot.....	45
3.1.2 Bulgular.....	45
3.2 MD'nin Monte Carlo Simülasyonu.....	59
3.2.1 Materyal Metot.....	59
3.2.2 Hesaplamalar.....	61

3.3 Manyezit Cevher Yüzeyindeki Küme Dağılımları.....	77
3.4 Lacunarity Analizi.....	89
3.4.1 Materyal Metot.....	89
3.4.2 MD için Hesaplamalar.....	95
3.4.3 Manyezit Cevher Yüzeyi için Hesaplamalar.....	107
<b>4. SONUÇ VE TARTIŞMA .....</b>	<b>115</b>
<b>5. KAYNAKLAR.....</b>	<b>118</b>
<b>6. EKLER.....</b>	<b>130</b>

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

- Şekil 2.1:** a) Beş farklı doku bölgelerinden oluşan görüntü ( pamuk kanvas (D77), saman hasır (D55), rafya (D55), ringa balığı kemiği kıvrımı (D17), preslenmiş buzağı derisi (D24)).b) (a)'da gösterilen bölgelerin etiketlenip tanımlanması.  
c) Görüntüyü bölümlere ayırarak dokuların sınırlarının gösterimi.....9
- Şekil 2.2:** Sadece çok küçük sayıda parametreler kullanılarak sentetik olarak geliştirilen dokuların örnekleri. a) Farklı Markov gelişigüze alan modeli ile geliştirilen dokular.  
b) Gaussian Markov gelişigüzel alan modeli ile geliştirilen dört doku c)Fraktal model ile geliştirilen doku..... 10
- Şekil 2.3:** Çeşitli ikinci dereceden istatistikler ile giriş resmi arasındaki ilişki..... 13
- Şekil 2.4:** İkinci dereceden komşular için takımların şekilleri..... 19
- Şekil 3.1:** (a) ve (b) Manyezit cevheri yüzeyinde rastgele dağılımlı MD desenlerinin görüntüleri..... 47
- Şekil 3.2:** Doğal Mc'den seçilen bölgeler. Aydınlık bölgeler Mc'yi, karanlık bölgeler MD göstermektedir..... 48
- Şekil 3.3:** MD için fraktal boyut  $D_f$ 'nin bir fonksiyonu olarak işgal edilme kesri  $\phi(N,L)$  arasındaki ilişki.....51
- Şekil 3.4:** MnD-A için çevre-alan ilişkisi. Grafiğin eğimi  $\sim 1,614$ ..... 53
- Şekil 3.5:** Tipik  $\log h$ -  $\log N(h)$  grafiği. Değişen data değerlerine fit edilen grafiğin eğimi ölçekleme üslerini verir ve 2,147-1,825 arasında değerler almaktadır..... 56
- Şekil 3.6:** Tipik  $\log N(h)$ - $\log T(h)$  grafiği. Datalara fit edilen grafiğin eğimi 0,323-0,278 arasında değişen değerler almaktadır..... 57
- Şekil 3.7:** Bir taneciğin gidebileceği komsu gözler..... 60
- Şekil 3.8:** a) Doğal manyezit cevheri yüzeyinde oluşan mangan dendritleri b) ve c) Petri kabında Mogi ve arkadaşları tarafından gerçekleştirilen çinko sülfat çözeltisi kullanılarak üretilen yapılar ..... 63
- Şekil 3.9:** MO yüzeyinden seçilen MD dağılımları ve bu dağılımları temsil eden simülasyon görüntüleri..... 65
- Şekil 3.10:** R-1, R-2... ve S-1, S-2... dağılımları için  $\log C(r)$ - $\log r$  grafiği. Korelasyon fonksiyon üs değerleri A, MD'i için 0,30 -0,47 ve simüle görüntüler için 0.29-0.46 arasındadır. Ayrıca R-1 ve S-1 için  $\log C(r)$ - $\log r$  grafiği alt şekil olarak bu şekilde yerleştirilmiştir..... 68
- Şekil 3.11:** R-1, R-2... ve S-1,S-2... dağılımları için  $\log N$ - $\log R_g$  grafiği. Jirasyon üs değeri B, 0,09-0,83 arasındadır..... 69
- Şekil 3.12:** R-1, R-2,... ve S-1, S-2... için  $\log h$ - $\log N(h)$  grafiği ( $88 \leq L \leq 142$ ,  $0.05 \leq t \leq 1$ ,  $625 \leq N \leq 24136$ ). Kritik üs değeri  $\alpha$ , MD için 0,93 – 2,80 and onları temsil eden simüle görüntüler için 2,05-2,94 olarak belirlenmiştir. Ayrıca R-1 ve S-1 için  $\log h$ -  $\log N(h)$  grafiği alt şekil olarak yerleştirilmiştir..... 71



<b>Şekil 3.13:</b> R-1, R-2,... v.e S-1, S-2... için $\log N(h) - \log T(h)$ grafiği ( $88 \leq L \leq 142$ , $0,05 \leq t \leq 1$ , $625 \leq N \leq 24136$ ). Kritik üs değeri $\beta$ , MD için 0.26 – 0.36 and onları temsil eden simüle görüntüler için 0,29 – 0,39 olarak belirlenmiştir. Ayrıca R-1 ve S-1 için $\log N(h) - \log T(h)$ grafiği alt şekil olarak yerleştirilmiştir.....	72
<b>Şekil 3.14:</b> MO-1 yüzeyinden seçilen bölgelerin görüntüleri.....	78
<b>Şekil 3.15:</b> MO-1 numunesinin yüzeyinden seçilen MO-1a,1b ve 1c (Şekil 3.14a) dağılımlarına ait Çap $d$ -parçacık sayısı $N(S)$ grafiği.....	81
<b>Şekil 3.16:</b> MO-1 numunesinin yüzeyinden seçilen MO-1d, 1e ve 1f (Şekil 3.14b, 3.14c, 3.14d) dağılımlarına ait çap-depozit sayısı grafiği. ....	82
<b>Şekil 3.17:</b> MC-2 yüzeyinden seçilen bölgelerin görüntüleri.....	83
<b>Şekil 3.18:</b> MO-2 numunesinin yüzeyinden seçilen MO-2a, 2b ve 2c (Şekil 3.17a) dağılımlarına ait çap-depozit sayısı grafiği.....	84
<b>Şekil 3.19:</b> MO-2 numunesinin yüzeyinden seçilen MO-2d, 2e ve 2f (sırasıyla Şekil 3.17b, 3.17c ve 3.17d'deki görüntülere ait grafikler ) dağılımlarına ait çap-depozit sayısı.....	85
<b>Şekil 3.20:</b> Mc' den seçilen hiperbolik dağılım gösteren bölgelerin log Çap-log Depozit Sayısı grafikleri.....	87
<b>Şekil 3.21:</b> a) 10x10 boyutlu görüntü b) Binary formatındaki görüntü.....	89
<b>Şekil 3.22:</b> Lacunarity değerinin hesaplanması için izlenen algoritmanın akış şeması.....	92
<b>Şekil 3.23:</b> Üç farklı morfolojik yapıların 12x12 (pixel) kare örgü görüntüsü (a,b) ve bu görüntülerin Binary formatında sayısal karşılığı (c,d).....	93
<b>Şekil 3.24:</b> R-1, R-2... mangan dağılımları ve onları temsil eden S-1, S-2... simüle görüntüler için Lacunarity-Kutu boyutu grafiği.....	99
<b>Şekil 3.25:</b> a) Manyezit cevher yüzeyinden seçilen R-1 mangan dağılımı için lacunarity- kutu boyutu grafiği b) R-1 dağılımına ait S-1 simüle görüntüsü için lacunarity- kutu boyutu grafiği.....	102
<b>Şekil 3.26:</b> R-1 mangan dağılımı ve onu temsil eden S-1 simüle görüntüsü için $\ln$ lacunarity- $\ln$ kutu boyutu grafiği. R-1 için $\omega = 0,50$ ve S-1 için $\omega = 0,44$ değerlerinde hesaplanmıştır.....	104
<b>Şekil 3.27:</b> Şekil 3.1a'daki manyezit cevher yüzeyinden seçilen farklı MD'ye sahip bölgeler.....	108
<b>Şekil 3.28:</b> Şekil 3. 1a'daki manyezit cevherinden seçilen bölgeler için lacunarity-kutu boyutu grafiği . Ayrıca Şekil 3.25'deki 1.MO-a örneğine ( $\phi=0,897$ ) ait fit edilmiş Lacunarity-Kutu Boyutu grafiği, alt şekil olarak bu şekilde yerleştirilmiştir.....	109
<b>Şekil 3.29:</b> Şekil 3.27'deki manyezit cevherinden seçilen bölgeler için $\ln$ Kutu boyutu ( $r$ )- $\ln$ Lacunarity $A(r)$ grafiği. ( $0,020 \leq \omega \leq 0,091$ ).....	110
<b>Şekil 3.30:</b> Şekil 3.1b'deki manyezit cevher yüzeyinden seçilen farklı MD'ye sahip bölgeler.....	111

- Şekil 3.31:** Şekil 3.30'daki manyezit cevherinden seçilen bölgeler için  
ln Kutu boyutu( $r$ )-ln Lacunarity  $A(r)$  grafiği.  
( $0,086 \leq \omega \leq 0,152$ ).....112
- Şekil 3.32:** Şekil 3.30'daki manyezit cevher yüzeyinden seçilen bölgeler için  
Kutu boyutu ( $r$ )'nin Lacunarity  $A(r)$  ile değişim grafiği.  
Ayrıca alt şekilolarak, 2.MC-a örneğine ( $\phi=0,715$ ) ait  
fit edilmiş Lacunarity-Kutu boyutu( $r$ ) grafiği verilmektedir.....113

## TABLO LİSTESİ

### Sayfa

<b>Tablo 3.1:</b> Mc cevher yüzeyinden seçilen dört bölge için işgal edilme kesri, fraktal boyut, çevre-alan katsayıları ve ölçekleme kritik üsleri $\alpha$ ve $\beta$ sonuç değerleri.....	58
<b>Tablo 3.2:</b> MD'e ait fraktal boyut ve kritik üs değerleri ve MD'in simülasyonlarına ait kare örgü boyutu, yapışma olasılığı parametresi, fraktal boyut ve kritik üs değerleri.....	74
<b>Tablo 3.3:</b> Mc yüzeyinden seçilen bölgelere ait ortama parçacık sayısı, işgal edilme kesri ve fraktal boyut değerleri, lineer olmayan fit fonksiyonuna ve kuvvet kanununa ait parametreler.....	88
<b>Tablo 3.4:</b> Kenar boyutu 12x12 piksel kare görüntü ve parçacık işgal edilme kesri $\phi=0,5$ için işlem adımlarında hesaplanan değerler.....	94
<b>Tablo 3.5:</b> Şekil 3.10'daki MD desenleri ve onları temsil eden simülasyon görüntüleri için hesaplanan kutu büyüklüğü $r$ değerlerine göre istatistiksel dağılımı temsil eden birinci ve ikinci moment ve lacunarity parametrelerinin R-1 örneği için değerleri.....	98
<b>Tablo 3.6:</b> Şekil 3.10'daki MD ve onları temsil eden simülasyon görüntüleri için hesaplanan parametre değerleri.....	106
<b>Tablo 3.7:</b> Şekil 3.27 ve Şekil 3.30'daki Mc yüzeyinden seçilen bölgeler için hesaplanan parametre değerleri.....	114

## ÖNSÖZ

“İki Boyutlu Uzayda Morfolojik Yapıların Ölçekleme Yöntemi İle İncelenmesi” başlıklı doktora tez çalışmasının gerçekleşmesini sağlayan ve çalışmanın her aşamasında desteklerinden dolayı hem danışman hocam Doç. Dr. Mehmet BAYIRLI, hemde Yrd. Doç. Dr. M. Kubilay EKER’e ve arkadaşım Osman USTA’ya bazı algoritmalarındaki desteğinden dolayı teşekkür ederim.

Çalışmalarım boyunca hiçbir zaman desteğini, yardımını esirgemeyen sevgili eşim Ali ÖZBEY’e buradan sevgilerimi ve şükranlarımı sunuyorum. Ayrıca 4 yaşındaki bir tanecik oğlumuz İsmail Doruk ÖZBEY, benimle geçirmek istediği zamanlarda çalışmak zorunda olduğumu gördüğünde anlayışla karşıladığı için, ona teşekkür ediyor, onunla gurur duyuyorum.

Ve sevgili annem Hafize DENİZLİ ve babam İsmail DENİZLİ, tez çalışmam süresince bana verdiğiniz enerjiye ve hayattaki her şey için buradan bir kez daha size çok teşekkür ederim, size minnettarım, siz olmasaydınız ben olmazdım...

# 1.GİRİŞ

Doğada ve deneysel ortamda oluşan malzemelerin yüzeyleri farklı morfolojik özelliklere sahiptir. Bu yapıların yüzeylerindeki oluşumları istatistiksel olarak tanımlamak ve karakterize etmek farklı özellikteki cihazların üretimi için önemli bir olgudur [1, 2].

Tabiatta malzeme yüzeylerindeki oluşumlardan biri de kristal büyümesidir. Malzemenin yüzeyindeki çatlak ve eklemlerde, taşınan metal iyonlarının indirgenmesi ve çökmesi sonucu bu büyüme gerçekleşmektedir [1, 2]. Sonuçta heterojen çevre şartlarına rağmen malzeme yüzeyindeki parçacık kümeleri simetri, yarı simetri ve yoğun yapı özelliği gösterebilir. Bu durum, jeofizik gibi bazı temel doğa bilimlerinin araştırma konusunu oluşturmaktadır [3-5].

Doğadaki oluşumların yüzeylerinde adacık, dendrit, ağaç dallanması, uzatılmış parmak benzeri şekiller ve yoğun yapılar olarak isimlendirilen farklı morfolojik faza sahip bulunmaktadır [1]. Bu yapılardan biri akik taşı [1, 6], kireç taşı [2, 5] ve manyezit cevher (Mc) yüzeyinde [7] oluşan mangan dendritleridir (MD). MD, jeolojik çevre koşullarının etkisiyle kendiliğinden büyüme gösteren stokastik (rastgele) yapılardır. Özellikle Mc yüzeyindeki MD'nin (nokta, dendrit benzeri desenleri) yaygın oluşumlarından dolayı araştırılması, genetik oluşum şartları ile ilgili detaylı bilgi edinilmesi, jeolojik çevreyi anlamak için oldukça ilgi çekmektedir. Ancak Mc yüzeyindeki MD'nin oluşum mekanizmasının istatistiksel ve ölçekleme özellikleri jeofizik biliminde halen tartışma konusudur [8-10].

MD'nin oluşması için gerekli olan bazı jeolojik koşullar vardır. Bu koşullar şunlardır; MD'nin oluştuğu kayaç, cevher, mineraller vb. yapıların yüzeylerinde gözenekler, çatlaklar ve eklemler bulunmalı, taşınması için hidrotermal suyun, miktarı yeterli olmalı ve bu suyun içerisinde çökecek veya depozite olabilecek

minerallerin bulunması gerekir. Bu mineraller (mangan  $Mn^{+4}$  ve demir  $Fe^{+2}$ ) MD'nin kimyasal içeriğini oluştururlar. MD'nin içeriğinde, çöl cilasındaki (desert varnish) yüksek konsantrasyonlu kil mineralleri gibi belirgin başka bir yardımcı minerale rastlanmaz. Hatta bazıları saf mangan okside yakın bir konsantrasyon içerirler. Diğer MD'nin ise mangan oksit bileşiği ( $MnO$ ), silikat (sodyum silikat ( $Na_2(SiO_2)_nO$ )) ve karbonat ( $CO_3$ ) mineralleriyle karışarak çökeltiyi oluşturmaktadır. Ancak bazı MD vardır ki bu yapılarda Fe, dendriti oluşturan başlıca maddedir. MD'yi oluşturan bu mineraller şunlardır; hollandit (baryum ve mangan manganat), todorokit (kalsiyum, baryum, potasyum, sodyum ve magnezyumdan oluşan mangan oksit minerali), birnisite (mangan oksit içeren akıcı bir mineral), götit (sulu demir oksit minerali), amorf Fe-hiroksit, smektit, illit ve  $CaSO_4$  içeren demir oksit ( $Fe_2O_3$ ) ve mangan oksitlerdir ( $MnO_2$  ve  $Mn_2O_3$ ). Bu yapıların her biri, ayrı ayrı bir ana mangan fazıdır [8, 10].

Manganın morfolojik olarak farklı yapıda olması farklı fazlarını temsil eder. Bu mangan fazlarını ve MD'nin oluşum mekanizmalarını açıklamak için simülasyon, teorik ve deneysel birçok çalışma yapılmaktadır. Simülasyon çalışması olarak, Monte Carlo (MC) simülasyon yöntemi kullanılarak küme morfolojisini tanımlamak için farklı modeller geliştirilmiştir [2]. Bunlar; süzülme (percolation) [11-24], parçacık küme kümeleşmesi (particle-cluster aggregation) ve küme-küme kümeleşmesi (cluster-cluster aggregation) dir [12, 13]. Bunlardan parçacık-küme kümeleşmeleri genelde Eden Modelini temel almaktadır [12]. Simülasyon çalışmalarında, kapalı kare örgünün köşegenlerinin kesim noktasına bir parçacık yerleştirilir. Kapalı örgülerde, merkezi çekirdek etrafında random veya doğrusal yörüngeli tanecikler ana kümenin komşu boş gözlerine gelerek yerleştirildiğinde küme üretilmektedir. Daha sonra, çekirdek etrafında salkımlı kümelerin temsillerini üretmek için yüzey gerilimi ihmal edilerek Difüzyonla Sınırlı Kümeleşme (Diffusion-Limited Aggregation (DLA)) modeli T. A. Witten ve L. M. Sander tarafından 1981 yılında kolloidal  $40 \text{ \AA}^0$  yarıçaplı tanecikli kümeleri tanımlamak ve oluşum mekanizmalarını tartışmak için önerilmiştir [13]. Daha sonraki çalışmalar ile bu modele, kimyasal reaksiyon dinamiklerini ve indirgenen geri dönüşümsüz katyonların davranışını temsil etmek üzere yapışma olasılığı [14], kümedeki dallanma [15], bir boyutlu yapıda parmaklanma yapısı ve morfolojik geçişler [16, 17], yüzey gerilimi [18], taneciklerin

iyonik özellikleri [19], dış elektrik [20], manyetik etkileri [21-23] parçacık sürüklenmesi ve mobilitesi [24] de eklenerek geliştirilmiştir. Ayrıca Ozbey ve Bayırlı, yaptıkları çalışmada, manyezit cevher yüzeyinden MD'lerinin seyrek dağılımdan kompakt bir yapıya doğru değişen kümelerini seçerek, bu dağılımlara ait küme simülasyonları ile temsillerini üretmişlerdir. Mangan parçacık dağılımları ve küme temsillerinin görüntülerine ait ölçekleme kritik üs ve fraktal boyut değerleri referans alınarak karşılaştırılmıştır [25].

Mc yüzeyinde bulunan MD yapısı, yüzeyde bulunduğu konumun özelliklerine göre farklılık gösterdiğinden bu yüzeyler ile ilgili teorik çalışmalardan biri Schoedler tarafından 1851'de yapılmıştır. Schoedler bu deneylerde dendrit benzeri yapıları gözlemlemiştir [26]. 1934'de Swartzlow, karmaşık genişleme simetrisine sahip Mc yüzeyindeki MD'ni önermiştir [27]. Mandelbrot, ağaca benzer, ilgi çekici dendrit desenlerinin, fraktal özellikte ve ölçekleme değişmezlik yapısına sahip olduğunu açıklamıştır [28]. MD'nin yapısını inceleyen deneysel çalışmalardan biri, Xu ve arkadaşlarının, üç farklı jeolojik alttabaka üzerinde (kireçtaşı, riyolit (granitle aynı kimyasal yapıya sahip camsı bir kütle), kil taşı) yaptığı incelemesidir. Yüksek çözünürlüklü elektron mikroskobu kullanarak yaptıkları bu çalışmada üç farklı yüzeyde bulunan dendrit benzeri yapıların mangan minerallerini içerdiğini ve bu yapıların her birinin ayrı bir ana kristalik mangan fazına sahip olduğunu belirlemişlerdir [8]. Ng ve Teh, iki boyutta (2B) kuvars damarları ve yüzeylerinde oluşan mangan dendritlerini, fraktal ve şekil analizi sonuçlarını kullanarak dokuz farklı gruba ayırmıştır. Geniş ve kısa dallara sahip dendritlerin fraktal boyut değerinin ince ve uzun dallara sahip dendritlere kıyasla daha büyük değerde olduğu sonucuna varmışlardır [9]. Bayırlı, iki boyutta (2B) Mc'nin yüzeyi ile ilgili yayınladığı bir çalışmada, dendritli bir yapıdan yoğun-sıkışmış bir morfolojiye doğru değişen çeşitli yapıların varlığını ortaya çıkarmıştır. Bu farklı morfolojik yüzeyleri, fraktal boyutları, korelasyon fonksiyonun kritik üs değerleri ve geometriksel yapıları açısından yedi farklı gruba ayırmıştır [7]. Ng ve Teh'in incelediği MD'nin geometrik yapısı Bayırlı'nın incelediğinden oluşum ve yüzey yapısı açısından oldukça farklıdır. Bayırlı ve Özbe, Mc yüzeyinden seçtikleri dört bölgenin yüzey analizini nümerik hesaplamalarla incelemiştir. Bu amaçla bu bölgelere ait işgal edilme kesri, fraktal boyut, çevre-alan ilişkisi ve ölçekleme kritik üs değerlerini hesaplayarak oluşum mekanizmalarını tartışmışlardır [29]. Bu

çalışmada Mc yüzeyindeki MD'nin Poisson dağılımı ile oluşabileceğini önermişlerdir.

MD'lerini inceleyen çalışmaların çoğunda lacunarity hesaplanması ile ilgili bir çalışmaya rastlanmamıştır. Lacunarity, morfolojik olarak boşluklu (gapiness), homojen olmama durumu, gibi çeşitli anlamları ifade etmektedir [30]. Bu yüzden MD'lerin ve bu yapıların bulunduğu manyezit yüzeyinin lacunarity hesabı, MD'in MC yüzeyi ve MD'nin oluşum mekanizmasının anlaşılmasında önemli bilgiler verebilir.

Lacunarity, Mandelbrot tarafından, makroskobik açıdan farklı görüntüde olmasına rağmen yaklaşık aynı fraktal boyut değerine sahip yüzeylerin birbirine göre farklı karakteristiğini açıklamak amacıyla önerilmiştir [28]. Lacunarity, geometrik bir yapıda boşluk (gap) büyüklüklerinin dağılımıyla ilgilidir, homojen geometrik desende, bütün boşluk büyüklükleri aynı ya da hemen hemen aynı olduğundan düşük lacunarity değerine sahiptir. Heterojen yapılarda, boşluk büyüklükleri tamamen farklı olduğundan yüksek lacunarity değerine sahiptir [31].

Lacunarity kavramı ve hesaplaması farklı bilim dallarında (meteoroloji, ekoloji, jeofizik ve tıp) uygulama imkanı bulmuştur. Gefen ve arkadaşları [32] 1983'de lacunarity kavramını, geometrik bir yapının öteleme değişmezliğinden sapmasının bir ölçüsü olarak tanımlamışlardır. Bu tanıma göre eğer geometrik bir yapının farklı bölgeleri aynı ise, bu yapı translasyonel olarak değişmezdir. Öteleme değişmezlik ölçüğe bağlıdır; Verilen bir ölçekte lacunarity, geometrik bir yapının farklı bölgelerinin birbirine ne derece benzediğini göstermektedir. Küçük ölçekte heterojen yapılar daha büyük ölçelerde incelendiğinde tamamıyla homojen olabilirler. Mc yüzeyi bunun en güzel örneklerindedir; makroskobik olarak homojen bir görüntüye sahipken mikroskobik açıdan heterojen bir yapı özelliği göstermektedirler.



Birçok alanda lacunarity hesabı kullanılmakta ve bununla ilgili pek çok çalışma bulunmaktadır. Bunlardan biri, Dong tarafından yayınlanmıştır. Çalışmada, Dong lacunarity hesabı için yeni bir metot önermiş ve bu metodun görüntünün yüzey yoğunluğu ile ilgili daha net bir bilgi verebileceğini rapor etmiştir. Lacunarity analizinin jeografik bilgi sistemlerinde (GIS) uzaysal heterojenlik ölçümü için önemli bir araç olduğu sonucuna varmıştır [30]. Wan ve arkadaşları, Çin'deki Jiadeng altın bölgesindeki kontrollü başkalaşım geçiren bir altın kaya cevherini incelemiş ve bölgesel mineral yoğunluğunu lacunarity analizi ile açıklamıştır [33]. Hanan ve arkadaşları, difüzyon sınırlı kümeleşmenin multifraktal olduğunu kanıtlamak için kümenin dal yapısını araştırmış ve DLA kümesinin lacunarity değerini hesaplamıştır [34]. Butson ve arkadaşları ormanların uzaydan çekilmiş görüntülerinden ağaçlar arasındaki boşluk alanlarından optimal bir değer elde etmek için lacunarity analizi yapmışlardır [35]. Zaia ve arkadaşları, bel omur MR (manyetik rezonans) görüntüsünden üç tip trabeküler kemik yapısını (sağlıklı genç, sağlıklı menopoz öncesi ve osteoporoz hasta) ayırt etmek amacıyla lacunarity analizini kullanmışlardır [36].

Bu çalışmada Mc'lerin yüzeyinde oluşan MD'yi ve mangan sıvamasını (MS) oluşturan yapılar incelenmiştir. İlk olarak, Mc'lerin yüzeyinden farklı dağılım gösteren bölgeler seçilerek bu bölgelerdeki işgal edilme kesirleri, fraktal boyutları, çevre-alan ilişkileri, ölçekleme kritik üsleri hesaplanmıştır. İkinci olarak bu bölgelerdeki en az dallanma gösteren dağılımdan bütün bir yapıya doğru değişen dağılımlar seçilip bu görüntüleri temsil eden simülasyon görüntüleri elde edilerek bir dağılım ve onun simülasyon görüntüsü fraktal boyut, ölçekleme kritik üsler açısından karşılaştırılmıştır. Üçüncü aşamada, Mc yüzeylerinden farklı dağılım gösteren toplamda on iki bölge seçilerek bu bölgelere ait parçacık dağılım grafikleri elde edilerek yüzeydeki kümelerin ortalama parçacık büyüklüğü hesaplanmış ve kümelerin dağılım şekli belirlenirken yeni bir matematiksel model fonksiyonu tanımlanmıştır. Dördüncü ve son aşamada, manyezit cevher yüzeyindeki seçilmiş mangan dağılımları ve bu dağılımlara ait DLA simülasyon görüntülerinin lacunarity analizi yapılarak bir mangan kümesi ve ona ait simülasyon ile elde edilen temsil küme görüntüsüyle karşılaştırılmıştır. Lacunarity değerinin kutu büyüklüğüne göre grafiği hiperbolik bağıntıya göre çizilerek en küçük kareler yöntemi kullanılarak

morfolojik değişimi belirleyen katsayılar hesaplanmaktadır. Aynı hesaplamalar manyezit cevherinin yüzeyi için yapılmış ve bir evrensel değer bulmak amaçlanmıştır.

## 2. TEORİK BİLGİLER

### 2.1 Doku Analizi

Birçok cihaz görüntüsünde ve görüntü işleme algoritmalarında, görüntüde farklı bölgelerdeki yoğunlukların dağılımının yaklaşık eşit olduğu kabul edilir. Ancak gerçek nesnelerin görüntüsünde yoğunluklar dengeli dağılımlar göstermez. Örneğin, tahta bir yüzey düzgün değildir fakat “görsel doku (visual texture)” olarak adlandırılan desenlerin tekrarlanmasıyla oluşan yoğunluk değişimlerini içerir. Bu desenler, sıklıkla bir doku niteliğine sahip yönelim ve pürüzlülük gibi fiziksel yüzey özelliklerinin bir sonucu olarak oluşabilir ya da bir yüzeydeki renk gibi yansıma farklılıklarından kaynaklanabilirler.

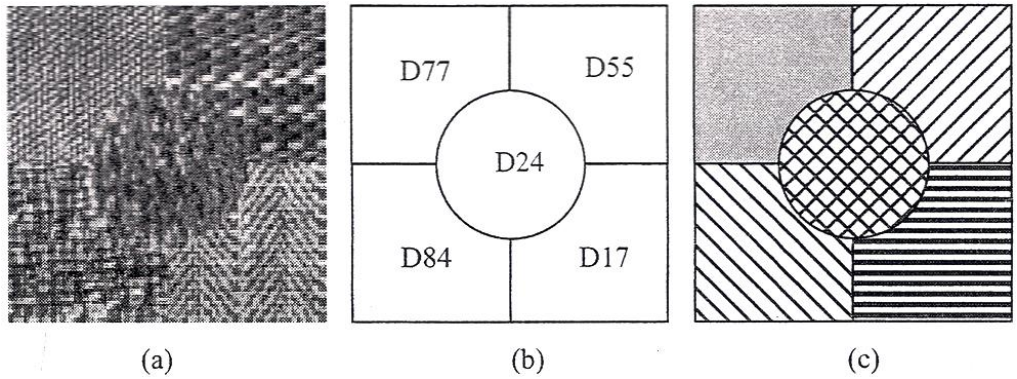
Dokuyu tanımlamak oldukça zordur. Bu amaçla birçok araştırmacı çok sayıda ve farklı yöntemler denemiştir. Coggins [37] bilgisayarlı görüntü araştırma çalışmalarında bir doku tanımlama kataloğu oluşturmuştur. Burada birkaç örnek verilmektedir:

1. “ Doku, makroskobik bölge oluşturan bir kavram olarak düşünülebilir. Yapısı basitçe, yerleşim kuralına uygun olarak düzenlenen elementlerin tekrarlanan desenleri ile oluşur” [38].
2. “ Lokal istatistiklerin değeri veya resim fonksiyonunun diğer özellikleri sabit, yavaş bir şekilde değişen veya neredeyse periyodik ise resimdeki bir bölge sabit dokuya sahiptir”[39].

3. “Resimlerin dokusu, değişmeyen veya hücrenel olarak kabul edilir. Bir resmin dokusu, bu resmin desenlerinin tipi-sayısı ve bu desenlerin uzaysal dağılımı ile açıklanır. Bir dokunun temel karakteristiği, resmin en küçük biriminin kaynağı ile ilgili bilgiye sahip olmadan analiz edilemez. Herhangi bir düz gri tonlu yüzey için yüzey incelendiğinde bir ölçek oluşur ve bunun dokusu yoktur ve çözünürlük arttıkça önce düzgün daha sonra kaba doku oluşur” [40].
4. “Doku, sayılabilir gözükten bileşenleri içermeyen bir alanın özelliği olarak tanımlanır. Bileşenler arasında faz ilişkileri bu yüzden anlaşılır değildir. Bu alan, belli bir gradyan içermez. Bu tanımlamanın amacı inceleyenlerin dikkatini ekranın küresel özelliklerine (örneğin tamamen kaba, çıkıntılı veya düzgün gibi) çekmektir. Fiziksel olarak, periyodik olmayan desenler deterministik işlemlerin aksine rastgele oluşturulur. Ancak, belli sayılabilir elemanlara sahip olmayan bütün desen grupları birçok ayırt edici (hatta periyodik) dokular içerecektir” [41].
5. “Doku görünüşte paradoksal bir kavramdır. Diğer taraftan doku, görsel bilgiyi işlemede özellikle pratik sınıflandırma amaçları için sıklıkla kullanılmıştır. Diğer taraftan da kimse herkesçe kabul gören doku tanımlaması yapamamıştır ” [42].
6. Doku kavramı üç esasa dayanmaktadır; (i) bazı lokal “dizilişler” ana dizilişle kıyaslandığında, büyük bir bölgede tekrar eder, (ii) bu ana diziliş, temel parçaların rastgele olmayan düzenlenmelerine bağlıdır ve (iii) bu parçalar pürüzlü bölgenin her yerinde yaklaşık aynı boyuta sahip kabaca düzgün öğelerdir.

Bu tanımlamaların toplamı, yapının tanımının farklı kişilerin kendi özel çalışmalarına bağlı olarak farklı formülize edildiğini ancak üzerinde anlaşılan ortak bir tanımın olmadığını göstermektedir.

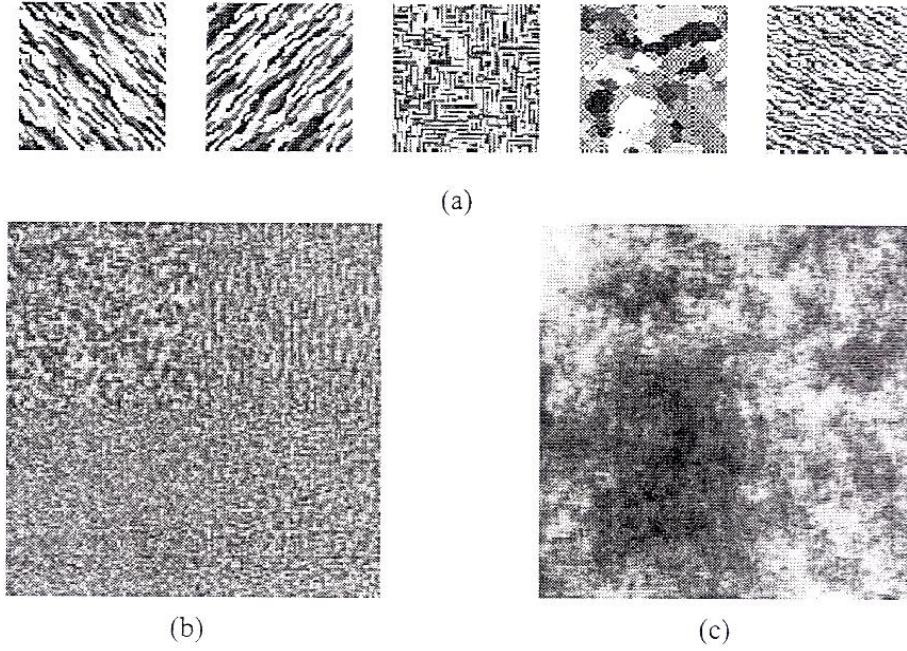
Piksel birimindeki (gri değerler), uzaysal değişimlerin fonksiyonu olarak tanımlanan resim dokusu, çeşitli uygulamalarda faydalıdır ve birçok araştırmanın konusu olmuştur. Resim yapısındaki temel bir uygulama, yapıların özelliklerini kullanarak resim bölgelerini analiz etmektir. Örneğin, Şekil 2.1’de, beş farklı yapıyı, pamuk kanvas, saman hasır, rafya, ringa balığı kemiği kıvrımı, preslenmiş buzağı derisi özellikleri tanımlanır. Doku bu tip homojen bölgeleri tespit edebilmek için en önemli ipucudur. Buna yapı sınıflandırması denir. Yapı sınıflandırmasının amacı, sonrasında, Şekil 2.1 (b) de gösterilen yapı sınıflarından hangisine uygunluğunun değerlendirilerek verilen şeklin harita sınıflandırmasının üretilmesidir. Bu yapısal yüzeyler sınıflandırılmasa bile, yapıların sınırları bulunabilir. Bu yapı analiz araştırmacılarının çözmeye çalıştığı ikinci tip problem, yapı bölümleme (segmentasyon)dir. Yapı bölümlendirmesinin amacı Şekil 2.1 (c) de gösterilen görüntüdeki desenlerin sınır haritasını elde etmektir. Yapı sentezi genelde resim sıkıştırma uygulamalarında kullanılır. Ayrıca bilgisayar grafiklerinde nesnelerin yüzeyinin mümkün olduğu kadar gerçeğe uygun bir şekilde gözükmesinin sağlanması için önemlidir.



**Şekil 2.1:** **a)** Beş farklı doku bölgelerinden oluşan görüntü ( pamuk kanvas (D77), saman hasır (D55), rafya (D55), ringa balığı kemiği kıvrımı (D17), preslenmiş buzağı derisi (D24)). **b)** (a)'da gösterilen bölgelerin etiketlenip tanımlanması. **c)** Görüntüyü bölümlere ayırarak dokuların sınırlarının gösterimi.

Şekil 2.2, fraktal modelleri ve Markov random alanı kullanılarak elde edilmiş yapay yapı şekillerini göstermektedir. “Yapıdan şekil” problemi “X den şekil”

problemleri olarak bilinen görüntü problemlerinin genel sınıflandırılmasına bir örnektir. Bu ilk defa Gibson tarafından literatürde önerilmiştir [43]. Amaç gölge, stereo ve yapı gibi çeşitli ipuçlarını kullanarak üç boyutlu şekil bilgilerinin ortaya çıkarılmaktır. Yapı özellikleri ( yapı elemanları), yüzeyin yönelimi ve şekli hakkında bilgi sağlayan perspektif izdüşümü ve resim işleme tarafından bozulabilir.



**Şekil 2.2:** Sadece çok küçük sayıda parametreler kullanılarak sentetik olarak geliştirilen dokuların örnekleri. **a)** Farklı Markovun gelişigüzel alan modeli ile geliştirilen dokular. **b)** Gaussian Markov gelişigüzel alan modeli ile geliştirilen dört doku. **c)** Fraktal model ile geliştirilen doku.

## 2.2. Yapı Modellerinin Sınıflandırılması

Resimdeki dokunun algılanma kalitesini belirlemek, yapının matematik modelini inşa etmedeki ilk önemli adımdır. Resimdeki yapıyı karakterize eden yoğunluk farklılıkları, görüntüdeki fiziksel farklılıklardan kaynaklanmaktadır (sahildeki çakıl taşları veya sudaki dalgalar gibi). Bu fiziksel değişiklikleri modellemek çok zor olduğundan doku, resimdeki yoğunluklardaki iki boyutlu

farklılıklar ile karakterize edilir. Bu, bilgisayarlı görüntü literatüründe yapının genel tanımlamasının olduğunu, hassas tanımlamanın olmadığı gerçeğini açıklar. Buna rağmen, yapının, genellikle doğru kabul edilen özellikleri vardır.

1. Doku alanın bir özelliğidir, bir noktanın dokusu tanımlanamaz. Bundan dolayı doku bağlamsal özelliktir ve tanımı her bir noktanın uzaysal olarak komşu olduğu diğer noktaları da içerir. Bu komşuluğun boyutu, doku tipine ve dokunun en küçük tanımlayıcılarının boyutuna bağlıdır.
2. Doku, gri (gray) seviyelerin uzaysal dağılımını içerir. Bu yüzden iki boyutlu histogramlar ve matrisler en uygun yapı analiz yardımcılarıdır.
3. Bir görüntüdeki doku farklı ölçeklerde veya çözünürlük düzeyinde algılanabilir [43]. Örneğin, tuğla bir duvardaki doku düşünülürse, düşük çözünürlükte, dokunun duvardaki farklı tuğlalardan oluştuğu görülür, fakat tuğladaki iç ayrıntılar kaybolur. Yüksek çözünürlükte, sadece birkaç tuğla görüş alanında olduğunda, algılanan doku tuğladaki ayrıntıları gösterir.
4. Bir bölgedeki en küçük nesnelere sayısı büyük olduğunda, bölge doku olarak algılanır. Sadece birkaç çok küçük nesne varsa, o zaman bir grup sayılabilen nesne dokusal bir görüntünün yerine algılanır. Başka bir deyişle, bir doku belirli bireysel "formlar" mevcut değilken algılanır. Görüntü dokusunun, doku tanımlanmasında önemli bir rol oynayan nitelikleri vardır. "Laws" [44] dokuyu açıklamada önemli bir rol oynayan özellikleri belirlemiştir. Bu özellikler düzgünlük, yoğunluk, kabalık, pürüzlülük, düzenlilik, doğrusallık, yönelim, yön, frekans ve fazdır. Bu algılanan niteliklerin bazıları bağımsız değildir. Örneğin, frekans yoğunluktan bağımsız değildir. Doku algılarının, çok farklı boyutlara sahip olması gerçeği, çeşitli dokular için neden yeterli tek bir doku temsili olmamasının önemli bir nedenidir.

## 2.2.1 İstatistiksel Metotlar

Dokunun kalitesini tespit etmenin bir metodu gri değerlerin uzaysal dağılımıdır.  $G$  gri seviyeli  $N \times N$  boyutlu bir resmi göstermek için:

$$\{I(x,y), 0 \leq x \leq N-1, 0 \leq y \leq N-1\} \quad (2.1)$$

formülü kullanılır. Çok sayıda doku özellikleri ileri sürülmüştür. Ancak bu özellikler Tomita ve Tsujinin işaret ettiği gibi bağımsız değildir [45]. Çeşitli istatistiksel doku ölçümleri ve giriş görüntüsü arasındaki ilişki Şekil 2.3'de özetlenmektedir [46]. Picard gri seviye eş oluşum matrislerini ile Markov'un rastgele alan modelini ilişkilendirmiştir.

### 2.2.1.1 Eş Oluşum Matrisleri

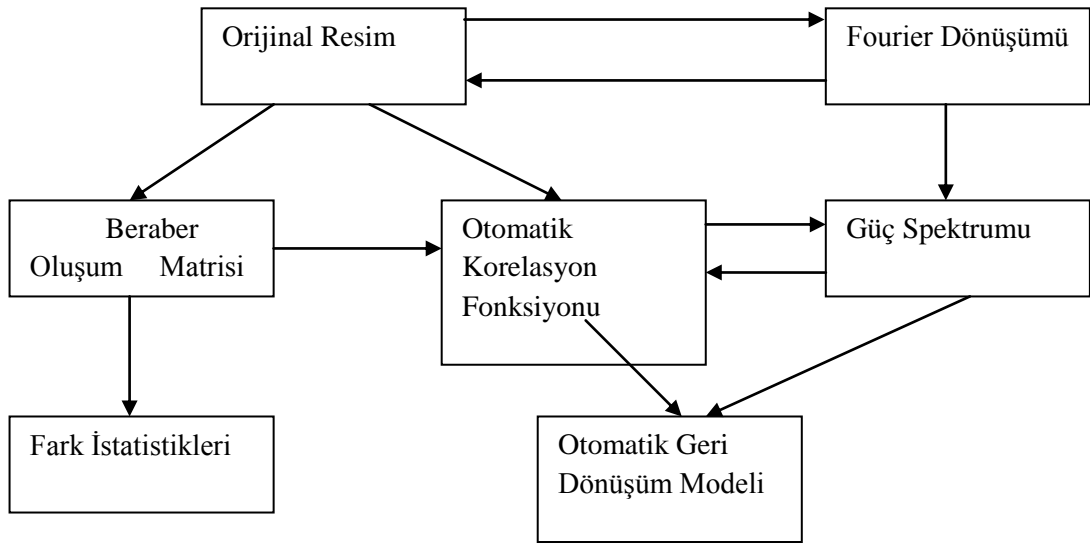
Uzaysal gri seviye eş oluşumları, ikinci dereceden istatistiklerine ilişkin görüntü özelliklerini belirler. Haralick [46], en iyi bilinen ve yaygın olarak kullanılan doku özelliklerinden biri haline gelen gri seviye eş oluşum matrislerinin (GLCM) kullanımını önermiştir.  $G \times G$  boyutlu gri seviye eş oluşum matrisi  $P_d$ , yer değiştirme vektörü  $\mathbf{d} = (d_x, d_y)$  aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.  $P_d$ 'nin  $(i,j)$  girişi,  $\mathbf{d}$  kadar uzaklıkta olan gri  $i$  ve  $j$  seviyelerdeki çiftlerin birlikte oluşturduğu sayıdır.

$$P_d(i,j) = |\{(r,s),(t,v) : I(r,s) = i, I(t,v) = j\}| \quad (2.2)$$

Burada  $(r,s), (t,v) \in N \times N$ ,  $(t,v) = (r+dx, s+dy)$ , ve  $|\cdot|$ 'de bu denklemin ana unsurudur.



Eş oluşum matris özellikleri bazı zorluklar göstermektedir. Yerdeğişim vektörü  $d$ 'yi seçmenin iyi kurulmuş bir yöntemi yoktur ve  $d$ 'nin farklı değerleri için eş oluşum matrisleri hesaplamak mümkün değildir. Verilen bir  $d$  için, birçok özellik eş oluşum matrisinden çözülebilir. Bu, özellik seçim metodunun bazı tiplerinin, en uygun ve alakalı özellikleri seçmek için kullanılması gerektiği anlamına gelir. Eş oluşum matris tabanlı doku özellikleri segmentasyon görevlerinde (tasks) değil, öncelikle doku sınıflandırma görevlerinde kullanılmaktadır.



**Şekil 2.3:** Çeşitli ikinci dereceden istatistikler ile giriş resmi arasındaki ilişki.

### 2.2.1.2 Oto Korelasyon Özellikleri

Birçok dokunun önemli bir özelliği görüntüdeki doku elemanların yerleşiminin tekrarlayan doğasıdır. Bir görüntünün oto korelasyon fonksiyonu, düzenlilik miktarının yanı sıra mevcut görüntü dokusundaki incelik / kabalıkları değerlendirmek için de kullanılabilir.

Bir resmin oto korelasyon fonksiyonu  $I(x,y)$ :

$$\rho(x,y) = \frac{\sum_{u=0}^N \sum_{v=0}^N I(u,v)I(u+x,v+y)}{\sum_{u=0}^N \sum_{v=0}^N I^2(u,v)} \quad (2.3)$$

Bu fonksiyon temel dokunun boyutu ile ilişkilidir (örnek: dokunun düzgünlüğü). Eğer doku kaba ise, oto korelasyon fonksiyonu yavaşça düşer, diğer türlü ise çok hızlı düşer. Düzgün dokular için, oto korelasyon fonksiyonu pik gösterir.

## 2.2.2 Geometrik Metotlar

Geometrik yöntemler başlığı altında değerlendirilen doku analizi yöntemleri sınıfı, ilkellerle veya “doku elemanları” ile oluşmuş dokunun tanımı ile karakterize edilmiştir. Analiz metodu genellikle bu doku elemanlarının geometrik özelliklerine bağlıdır. Doku elemanları görüntüde tanımlanırken, doku analizi için iki temel yaklaşım vardır. Birincisi elde edilen doku elemanlarının istatistiksel özelliklerini hesaplar ve bunları doku özellikleri olarak değerlendirir. Diğeri ise dokuyu tanımlamak için yerleşim kuralını elde etmeye çalışır. İkinci yaklaşım, analiz edilen dokunun geometrik ve söz dizimsel metotlarını içerir.

### 2.2.2.1. Voronoi Mozaik Döşeme Metodu

Tuceryan ve Jain [47], verilen görüntünün Voronoi mozaik döşeme özelliklerini kullanarak doku iskeleti çıkarılması önerisinde bulunmuştur. Voronoi mozaik döşeme, tanımlanan lokal uzaysal komşuluklardaki arzu edilen özellikleri ve Voronoi çokgenindeki şekillere yansıyan desenlerin yerel mekânsal dağılımları

nedeniyle ileri sürülmüştür. İlk olarak doku iskeleti tespit edilir ve daha sonra ise mozaik döşeme oluşturulur.

Bilgisayar görüntüsünde, Voronoi mozaik döşeme ilk defa Ahuja tarafından “komşulukları” tanımlamak için bir model olarak önerilmiştir [48]. Öklid düzleminde iç veya daha çok belirtili (basitçe, bu simgelerin bir nokta olduğu farz edilir.) bir  $S$  setinin verildiği kabul edilir. Bu noktaların collinear ve bu dört noktanın cocircular olduğu kabul edilir.  $P$  ve  $Q$ 'nun rastgele seçilmiş nokta çiftleri olduğu farz edilir.  $P$  ve  $Q$  noktalarının kesişimlerinin açıortayı,  $P$  ve  $Q$ 'nun her ikisinden de eşit uzaklıkta bir geometrik nokta olup düzlemi iki eşit parçaya böler. Yarı düzlem olan  $H_P^Q$  ( $H_Q^P$ ),  $Q(P)$  ye göre  $P(Q)$  ya daha yakın bir geometrik noktadır. Verilen herhangi bir  $P$  noktası,  $Q$ 'nun değişik seçimleri için elde edilmiş yarı düzlem topluluklarıdır. Kesişim noktası  $\bigcap_{Q \in S, Q \neq P} H_P^Q$ , herhangi bir noktaya nazaran  $P$ 'ye daha yakın noktalardan oluşan çokgensel bölgeyi tanımlar. Bu tip bölgeye noktaya bağlı Voronoi çokgeni denir [49]. Bütün çokgenlerin tümüne ise  $S$ 'in *Voronoi diyagramı* denir. Dış bükey gövdedeki tamamlanmamış çokgenlerle birlikte Voronoi diyagramı bütün yüzeyin *Voronoi mozaik döşemesini* tanımlar. Voronoi çokgenlerinin ortak kıyıları kuşatan iki noktasına da “*Voronoi komşular*” denir. Voronoi mozaik döşemenin ikili gösterimi, yukarıda tanımlanan Voronoi komşulukları olan çift noktaların bağlanmasıyla elde edilen *Delaunay grafiğidir*. Nokta desen için Voronoi mozaik döşemeyi en uygun hesaplama algoritması Preparata ve Shamos tarafından tanımlanmıştır [50]. Voronoi çokgenlerinin geometrik özellikleri doku özellikleri olarak kullanılır.

### 2.2.2.2 Yapısal Metotlar

Dokunun yapısal modelleri dokuların doku ilkellerinden oluştuğunu kabul eder. Dokular, ilkellerin o andaki yerleşme kurallarına göre oluşurlar. Yapısal doku analizleri iki ana adımdan oluşur: (a) doku elemanlarını elde etmek ve (b) yerleşme kuralının tespiti.

Görüntüdeki doku elemanlarını elde etmek için birçok yöntem vardır. Bu bağlamda doku elemanı ile ne demek istendiğini anlamak önemlidir. Genellikle doku elemanları görüntüde gri seviyelerden oluşurlar. Voorhees ve Poggio [51] doku algısında küçük kütlelerin önemli olduğunu ileri sürmüşlerdir. Görüntüyü, farklı ölçeklerde Gaussian temelli Laplacian (LoG) ile filtreleyerek görüntüdeki küçük kütleleri elde etmek için bu bilgilerin bir araya getirilmesi metodunu önermişlerdir. Blostein ve Ahuja [52], LoG dönüşüm sonucunu inceleyerek resimlerdeki dokuların iskeletini elde etmek için çeşitli ölçeklerde benzer işlem uygulamışlardır. Her iki işlem sonuçlarını geliştirmek için, çok ölçekli küçük kütle tespiti ile yüzey şekli hesaplama metodunu birleştirmişlerdir. Tomita ve Tsuji [45]'da bölünmüş bir resmin bağlı elemanlarında ortalama eksen dönüşümü yaparak doku iskeletini hesaplamaya çalışan bir metot önermiştir. Daha sonra tespit edilen token (iskeletin) yoğunluk, biçim gibi bir kısım özelliklerini hesaplamışlardır. Zucker [53] ideal dokunun bozulmuş versiyonlarında gözlemlenebilir dokuları (gerçek dokular) değerlendiren bir metot önermiştir. Yerleştirme kuralı, düzenli veya yarı düzenli mozaik yerleştirmeye eş görüntülü grafik yardımıyla, ideal doku için belirlenmiştir. Daha sonra bu grafikler gözlenebilir dokuları elde etmek için dönüştürülmüştür. Yerleştirme kuralı amacıyla kullanılan düzenli mozaik döşemeler gözlenebilir dokulardan ortaya çıkmıştır. Bu, elde edilen doku iskeletlerinin bağlı pozisyonlarının iki boyutlu histogramlarının hesaplanmasıyla elde edilmiştir.

Yapısal anlamda doku modellemeye bir başka yaklaşım Fu tarafından tanımlanmıştır [54]. Bu yaklaşımda doku görüntüsü, yerleşme kuralına göre düzenlenmiş doku ilkelleri şeklinde ele alınmıştır. İlkeller, gri değer alabilecek tek bir pikselde olabilir, ancak genelde pikseller topluluğudur. Yerleşme kuralı ağaç yapısı şeklinde tanımlanır. Doku daha sonra, en küçük sembolleri doku ilkelleri olan dil yapısı tarafından tanımlanmış metindeki bir dizi olarak görülür. Bu metodun bir avantajı ise doku analizleri kadar doku üretimi için de kullanılmasıdır. Ağaç yapısı tarafından oluşturulan desen, Zucker'in modelinde ideal doku olarak kabul edilebilir.

### 2.2.3 Model Temeline Dayalı Metotlar

Model tabanlı doku analiz metotları, dokuyu hem açıklayan hem de sentezleyen bir resim modelini oluşturur. Model parametreleri, dokunun başlıca özellikleri hakkında bilgi vermektedir.

#### 2.2.3.1 Gelişigüzel Alan Modelleri

Markov random alanları (MRFs), resimlerin modellemesinde oldukça fazla kullanılmaktadır. Bu alanlar bir resimdeki lokal uzaysal bilgiyi verebilmektedir. Bu modeller, resimdeki her bir pikseldeki yoğunluğun sadece komşu piksellerdeki yoğunluklara bağlı olduğunu kabul etmektedir. MRF modelleri, doku analizi, doku sınıflandırılması, resmin parçalara ayrılması, resmin yenilenmesi ve resmi küçültme gibi çeşitli resim işlemlerine uygulanır.

Resim genellikle  $M \times N$  örgüsüyle temsil edilmektedir. Burada  $M \times N$  matrisi:

$$L = \{(i,j) \mid 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N\} \quad (2.4)$$

şeklinde ifade edilir.  $I(i,j)$ ,  $L$  örgüsünde  $(i,j)$  pikselinde gri seviyeleri temsil eden gelişigüzel bir değişkendir. Örgünün içeriği, matematiksel olarak  $I_t$ 'ye ( $t = (i-1)N + j$ ) uygun olarak basitleştirilir.  $A$ , tüm gelişigüzel değişken  $I_t$  üzerinden alandır.

$$\Omega = \{(x_1, x_2, \dots, x_{MN}) \mid x_t \in A, \forall t\} \text{ için,} \quad (2.5)$$

tüm  $L$  örgüsünü ifade eder. Örneğin, 256 farklı gri seviyeden oluşan bir resim için,

$$A; \{0, 1, 2, \dots, 255\} \quad (2.6)$$

olmaktadır. Gelişigüzel vektör  $I = (I_1, I_2, \dots, I_{MN})$ , örgünün tonlanmasını ifade eder.

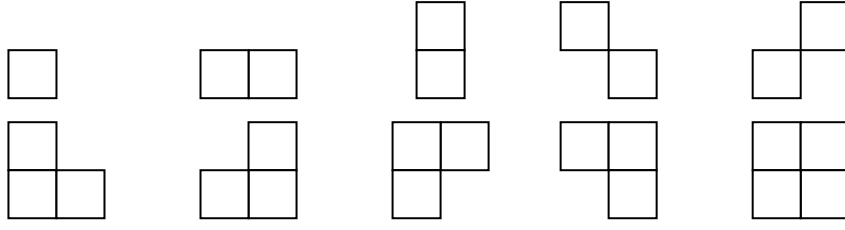
Bir  $t$  konumunun komşu yerleşimi farklı yollarla tanımlanabilir.  $t$ 'nin birinci dereceden komşuları,  $t$ 'nin temas ettiği dört komşudur ve ikinci dereceden komşuları, ilişkili olduğu sekiz komşudur.

Farklı Gibbs random alanı (GRF), tüm örgüye ait bir olasılık kütle fonksiyonu tanımlar:

$$P(X=x) = \frac{1}{Z} e^{-U(x)}, \quad \forall x \in \Omega \quad (2.7)$$

Burada  $U(x)$ , bir enerji fonksiyonu ve  $Z$ , ölme fonksiyonu olarak adlandırılan bir normalizasyon sabitidir. Enerji fonksiyonu tüm komşu pikseller üzerinden oluşturulan takım ile belirlenir. İkinci dereceden komşular için mümkün takımlar şekilde verilmektedir. Bu enerji fonksiyonu, takım  $Q$  üzerinden potansiyel fonksiyonlar  $V_C(x)$  açısından ifade edilir:

$$U(x) = \sum_{c \in Q} V_C(x) \quad (2.8)$$



**Şekil 2.4:** İkinci dereceden komşular için takımların şekilleri.

### 2.3 Doku Analiz Problemleri

Dokuları modellemek ve doku özelliklerini belirlemek için çeşitli metotlar, dört geniş kategoride incelenir. Bunlar; doku bölümlenme (segmentasyon), doku sınıflandırılması, doku sentezi ve dokudan şekil elde edilmesidir.

#### 2.3.1 Doku Bölümlenme

Doku bölümlenmesini belirlemek için görüntü bölümlenmesine benzeyen iki genel yaklaşım vardır: bölge temeline dayalı yaklaşım ve sınır temeline dayalı yaklaşım. Bölge temeline dayalı yaklaşımda, düzgün bir dokuya sahip resmin bölgeleri tanımlanır. Pikseller ve küçük lokal bölgeler, birbirine benzer bazı doku özellikleri temeline dayanarak birleşir. Farklı dokulara sahip bölgeler, parçalara bölünerek incelenir. Bu metot, bölgelerin sınırları daima yakın olduğundan avantajlıdır ve farklı dokulara sahip bölgeler daima iyi bir şekilde ayrılır. Bununla beraber birçok bölge temeline dayalı bölümlenme modelleri dezavantaja sahiptir. Görüntüdeki farklı dokuların sayısı belirlenmelidir.

Sınır temeline dayalı yaklaşım, bitişik bölgelerdeki dokuların farklılığının belirlenmesini sağlar. Böylece dokudaki farklılıkların nerede olduğu bulunur. Bu

metotta görüntüdeki dokusal bölgelerin sayısının bilinmesine gerek yoktur. Buna rağmen, sınırlar aralıklara sahiptir ve farklı dokuların iki farklı bölgesi, kapalı bölgeler ayrıldığı sürece tanımlanamaz.

Sınır temeline dayalı dokusal görüntü segmentasyonu, Eom ve Kashyap [55], Voorhees ve Poggio [51], Tuceryan ve Jain [47] tarafından kullanılmaktadır. Her durumda, kenarlar (veya doku sınırları), iki bitişik pencere alınarak belirlenir ve bu iki penceredeki dokuların aynı ya da farklı dokuya sahip olup olmadıklarına karar verilir. Bu iki dokunu farklı olduğuna karar verildiği takdirde, bu nokta bir sınır pikseli olarak işaretlenir. Du Buf ve Kardan [56] çeşitli doku segmentasyon tekniklerinin performansını kıyaslayarak çalışmışlardır ve onlar sınırların yerlerini belirlemişlerdir.

Tuceryan ve Jain, iki penceredeki dokuları karşılaştırmak için Voronoi çokgenlerinden hesaplanan doku özelliklerini kullanmaktadırlar. Bu karşılaştırma, “Kolmogorov-Smirnoff Testi” yardımıyla yapılır. Voorhees ve Poffio, görüntüdeki en küçük kütleleri ortaya çıkararak bu yapıyı devam ettirmektedirler. Bu doku özellikleri, onların büyüklüğü, yönü gibi en küçük kütleleri içerir. Voorhees ve Poffio, maksimum frekans farkı (MFD) olarak adlandırılan istatistiksel bir testi kullanarak bir pikselin iki tarafının aynı dokuya sahip olup olmadığını belirlemektedirler. Bu istatistiğin yeterince büyük olduğu yerdeki pikseller, farklı dokular arasındaki sınırlar olarak düşünülmektedir.

### **2.3.2 Doku Sınıflandırması**

Doku sınıflandırması, incelenen görüntünün hangi doku kategorisine ait olduğunu belirlemeyi sağlar. Bunu belirlemek için kategoriler hakkında bilgiye sahip olmak gerekir. Bu bilgiler, mevcut olduğunda ve doku nitelikleri ortaya çıkarıldığında, sınıflandırmayı yapmak için klasik desen sınıflandırma teknikleri kullanılır.



### 2.3.3. Doku Sentezi

Doku sentezi, bilgisayar grafiklerinde çok popüler bir problemdir. Daha önce anlatılan metotlara bağlıdır. Birçok modelleme metodu, doku sentezine direkt olarak uygulanır. Fraktallar, gerçek görünümlü doku görüntüleri üretmek için bilgisayar grafiklerinde son zamanlarda çok kullanılmaktadır. Birçok farklı model, fraktal modeller kullanılarak dokuların sentezi için kullanılmaktadır. Bu metotlar, Fourier filtreleme ve orta nokta yerini alma metotlarını içerir. Orta nokta yerini alma metodu, basit olduğundan ve hızlı algoritmaya sahip olduğundan oldukça popülerdir.

### 2.3.4 Dokunun Şekil Analizi

Görüntü içinde, görüntüdeki yüzeyin ve nesnenin 3-boyutlu şekli hakkında bilgi veren birçok ipucu vardır. Böyle işaretlere örnekler, nesnelerin yüzeylerinin gölgelenmelerden kaynaklanan dalgalanmaları veya sınırların bağlı konfigürasyonunu ve nesnelerin sınırlarının çiziminden 3-boyutlu şeklinin çıkmasını sağlayan kavşak tiplerini içerir. Yüzey şeklindeki ve doku özelliklerindeki değişimler arasındaki ilişki, ilk olarak Gibson tarafından önerilmiştir.

Stevens dokunun belli özelliklerinin, yüzeyin geometrisinin elde edilmesinde önemli olduğunu gözlemlemiştir. Görüntüdeki dokunun görünümünde yüzeyin geometrisinin sahip olduğu üç etki vardır; Resimde yanındakini küçük gösterme etkisi, doku elemanlarının ölçeklenme etkisi ve onların yoğunluğundaki değişim etkisi. Resimde yanındakini küçük gösterme etkisi, doku elemanlarının bulunduğu yüzeyin yöneliminden kaynaklanır. Ölçekleme ve yoğunluk değişiklikleri, izleyicilerin doku elementinden olan uzaklığından kaynaklanır. Stevens, doku yoğunluğunun yönelim bilgisini veya uzaklığını hesaplamak için yararlı bir ölçüm olmadığını çünkü yoğunluğun hem ölçekleme hem de foreshortening (yanındakini küçük gösterme) ile değiştiğini ileri sürmüştür.

Bajcsy ve Lieberman [57] yüzey şeklini elde etmek için doku elemanlarının boyutlarındaki gradyanı kullanmışlardır. Ekrandaki üç boyutlu yüzeyde bir düzgün doku eleman boyutunu kabul etmişlerdir. Bağlı uzaklıklar, resmin doku eleman boyutlarından tahmin edilerek gradyan fonksiyonuna bağlı olarak hesaplanmıştır. Bağlı derinliğin tahmini, fotoğraf makinesi parametre bilgileri ve orijinal doku eleman boyutları kullanmadan yapılmıştır.

Witkin [58], yüzey yönelimlerini belirlemek için resimdeki kenar yönelimlerinin dağılımını kullandı. Yüzey yönelimleri slant ( $\sigma$ ) ve tilt ( $\tau$ ) açılarıyla gösterilmiştir. Slant yüzeyin normali ile resim düzleminin normali arasındaki açıdır. Tilt ise, resim düzlemine yüzey normalinin izdüşümü ile resim düzlemindeki sabit koordinat eksenini arasındaki açıdır. Orijinal yüzeyde izotropik bir doku (kenar yönlendirmelerinin düzgün dağılımı) kabul etmiştir. İzdüşümü işleminin sonucu olarak, dokular en dik eğim doğrultusunda diğer dokulara oranla küçük görünmüşlerdir (Slant açısı). Witkin, resmin gözlenen kenar şekillerinin, slant ve tilt açılarına bağlı olarak resmin yüzey şekillerinin geri alınmasını formüle etmiştir.  $\beta$  orijinal kenar yönlendirmesi (tanjant ile tanjantın bulunduğu  $S$  düzlemindeki sabit koordinat eksenini arasındaki açı),  $\alpha^*$  resim düzlemindeki x-ekseni ve izdüşümün tanjantı arasındaki açı olduğunda  $\alpha^*$  aşağıdaki ifadede olduğu gibi slant ve tilt açılarıyla ilişkilidir.

$$\alpha^* = \text{atan} \left( \frac{\tan \beta}{\cos \sigma} \right) + \tau \quad (2.9)$$

Burada  $\alpha^*$  resimdeki gözlenebilir miktar ve  $(\sigma, \tau)$  hesaplanacak miktarlardır. Witkin, slant ve tilt açılarına göre resimde ölçülen kenar yönleri veren durumsal olasılıklar için ifadeler türetmiştir ve  $(\sigma, \tau)$ 'yi hesaplamak için en yüksek olasılık tahmin metodunu kullanmıştır.

$A^* = \{ \alpha_1^*, \dots, \alpha_n^* \}$  resimde gözlenen kenar yönlendirmelerinin tamamı olduğunda durumsal olasılıklar aşağıdaki gibi olur:

$$P(\sigma, \tau | A^*) = \frac{P(\sigma, \tau)P(A^* | \sigma, \tau)}{\iint P(\sigma, \tau)P(A^* | \sigma, \tau)d\sigma d\tau} \quad (2.10)$$

(2.10) eşitliğinde,  $P(\sigma, \tau) = \frac{\sin \sigma}{\Pi^2}$  dır.  $P(\sigma, \tau | A^*)$  için en yüksek olasılık tahmini istenen yüzey yönlendirmesini vermektedir.

Blostein ve Ahuja yüzey hakkında bilgi edinmek için ölçekleme etkisini kullanmıştır. Doku elemanlarını ortaya çıkarma işlemi ile yüzey geometri hesaplamasını birleştirmişlerdir. Doku elemanlarını ortaya çıkarma işlemi çoklu ölçekte yapılmış ve iyi bir yüzey uygunluğu veren alt setler seçilmiştir. Kolaylık için yüzeyler düzlemsel kabul edilmiştir.

## 2.4 İstatistiksel Yüzey Tanımlama Parametreleri

### 2.4.1 Fraktal Boyut

Fraktal nesnelere, birçok doğal yüzeylerde, farklı ölçeklerde kendine benzerlik (self-similarity) ve istatistiksel safsızlık (ölçekleme değişmezliği) niteliklerine sahiptir. Bunun anlamı şudur; Bir nesnenin bir bölümü kesilip atıldığında geride kalan nesne (istatistiksel anlamda) orijinal formunun aynı görüntüsündedir [59-62]. Örneğin, bir ağacın gövdesindeki dallanmaya uzaktan bakıldığında, bu dallanmanın ağacın tümüne benzediği görülür [2].

Fraktallar, görüntü işlemede, bu özellikleri modelleme konusunda çok yararlı ve popülerdir. Fraktal konusu ilk olarak Mandelbrot tarafından yüzey safsızlıklarını göstermek için kullanılmıştır ve doğal ortamda bunu fark eden ilk kişi Mandelbrot olmuştur [28]. Fraktal boyut, hem fraktal hem de fraktal olmayan yapıların geometrik yapısı hakkında bilgi vermektedir [63].

Fraktal boyut, doğada ya da deneysel ortamda üretilen yapıların karakteristiğini ve geometrik karmaşıklığını açıklamak için kullanılmaktadır [64]. Yapıların fraktal boyutunu hesaplamak için birçok yaklaşım önerilmektedir. Bunların arasında en popüler olanları Hausdorff boyutu, kutu sayma boyutu (box-counting dimension), kendine benzerlik boyutu ve korelasyon boyutudur [6, 9,10].

Fraktalların diğer bir özelliği lineer boyutuna göre onların sahip olduğu hacimleridir. Fraktalların içinde bulunduğu  $d$  Öklid boyutu, literatürde “Embedding dimension” olarak adlandırılır. Nil nehrinin eğimini analiz etmek, organik parçacıklarının karakteristiğini belirlemek, doku analizi gibi araştırmalarda, Fraktal teori kullanılmaktadır.

Fraktal teoriye göre: Fraktalların hacmi  $V(l)$ ,  $l$  çaplı,  $d$  boyutlu balonlarla fraktalı (nesneyi) kaplayarak ölçülebilir;

$$V(l) = N(l) \cdot l^d \quad (2.11)$$

(2.11) eşitliğinde  $V(l)$  hacmi,  $N(l)$  nesneyi kaplamak için gerekli baloncukların sayısı ve  $l$ , tüm yapının  $L$  lineer boyutundan çok daha küçüktür. Baloncuklarla işgal edilmiş bölge, yapının ( fraktalın) tamamını içeriyorsa, bu durum, yapının baloncuklarla tamamen kaplandığı anlamına gelmektedir. “Yapıyı kaplamak için gerekli balonların sayısı” ifadesi,  $N(l)$ 'nin, yapıyı kaplayan baloncuklarının sayısının en küçük olması gerekliliği anlamına gelmektedir.  $V(l)$  değeri sıradan nesnelere için sabit bir değer alırken, Fraktallar için  $l \rightarrow 0$  iken  $V(l) \rightarrow 0$  olur. Ancak Fraktalların yüzeyleri  $L$ 'ye göre anormal bir şekilde büyümektedir.

$N(l)$ 'yi belirlemek için alternatif bir yol vardır. Fraktalın, uzayın aynı bölgesini işgal eden  $l$  örgü uzayının bir  $d$  boyutu hiperkübik örgüsünde bulunduğu kabul edilir. Bu durumda,  $N(l)$ , yapıyı kaplayan  $l^d$  hacminin kutularının sayısı (örgü birim) olarak tanımlanmaktadır. Bu yaklaşım kutu-sayma (box-counting) metodu

olarak adlandırılır. Kutu-sayma metodu, diğer metotlarla karşılaştırıldığında en iyi sonucu vermektedir. Doğada ve deneysel ortamda oluşmuş yapıların yüzey morfolojileri hakkında bilgi veren fraktal boyutun en doğru sonucunu bu metot yapmaktadır [25, 29].

Bir  $d$  boyutlu Öklid uzayında bulunan fraktalların hacminin ölçülmesi, onların tamsayı olmayan boyuta sahip olduğu sonucuna götürür. Bundan dolayı, fraktalların boyutu “Fraktal Boyut” olarak adlandırılan tamsayı olmayan  $D_f$  olarak verilmektedir.

Büyüyen fraktallar için,  $a$ , en küçük boyut olmak üzere, nesnenin  $L$  lineer büyüklüğe sahip,  $d$ - boyutlu bölgenin kesilip atıldığı kabul edilir ve bu bölgedeki fraktalın  $V(l)$  hacmi, nesnenin  $L$  lineer boyutunun bir fonksiyonudur. Yapı birim hacimdeki kutularla veya balonlarla kaplanmaktadır. ( Genellikle  $l=a=1$  olarak kabul edilir.) Bu durumda  $V(l)=N(l)$  olur ve  $N(l)$ , balonların sayısı olmaktadır.

Sabit bir  $L$  değerine sahip fraktallar ve çok küçük uzunluk ölçeklerinde ayrıntılar için  $D_f$ , azalan  $l$ 'nin bir fonksiyonu olarak  $N(l)$ 'nin ölçeklenmesi yoluyla tanımlanmaktadır. Burada  $N(l)$ , yapıyı kaplamak için gerekli  $l$  çaplı  $d$  boyutlu balonların sayısıdır. Nesne matematiksel fraktal olması durumunda,  $L \rightarrow \infty$  ve  $l \rightarrow 0$  değer alırken  $N(l)$  tamsayı olmayan üs değerine göre ıraksar. Buna bağlı olarak;

$$N(L) \sim L^{D_f} \quad (2.12)$$

bağıntısı ile verilmektedir. (2.12) eşitliğinde bir örüntünün fraktal boyutu;

$$D_f = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\ln N(L)}{\ln(L)} \quad (2.13)$$

Büyüyen yapılar için  $l=1$ 'dir. (2.12) eşitliğinde  $\sim$  sembolü *orantılılık* faktörüdür ve  $l$ 'den bağımsızdır.

Sınırlı boyuta ve sınırsız küçük dallanmalara sahip fraktallar için;

$$N(l) \sim l^{-D_f} \quad (2.14)$$

ve

$$D_f = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln N(l)}{\ln(l)} \quad (2.15)$$

olarak tanımlanır. Fraktal boyut, bir yüzeyin safsızlığının bir ölçüsüdür. Fraktal boyut büyüdükçe, dokunun pürüzlülüğü artar.

#### 2.4.2 Yoğunluk-Yoğunluk Korelasyon Fonksiyonu

Kendine benzerlik, iterasyon yoluyla oluşturulan rastgele olmayan (deterministik) bir fraktal için doğrudan kontrol edilebilir. Fakat rastgele yapılar söz konusu olunca, verilen bir nesnenin fraktal karakterini incelemek için farklı metotlar gereklidir. Aslında, gelişigüzel fraktallar sadece istatistiksel anlamda kendine benzerdirler ve onları açıklamak için ölçekleme değişmezliği terimini kullanmak yerine “kendine benzerlik” terimini kullanmak daha uygundur. Doğada fraktal ölçeklemenin varlığını kanıtlamak için verilen yapının değişken yarıçaplara sahip balonlarla kaplı olduğu kabul edilir. Yoğunluk-yoğunluk veya çift korelasyon fonksiyonu olarak adlandırılan parametreyi hesaplamak daha uygundur [2];

$$C(r) = \frac{1}{V} \sum_r \rho(r+r'). \rho(r') \quad (2.16)$$

(2.16) eşitliği, yapıya ait  $r$  uzaklığı ile iki noktanın birbirinden ayrılması durumunun beklenen değeridir. Büyüyen fraktal için, nesnenin hacmi,  $V=N$ ,  $N$ ; kümeleşmedeki parçacıkların sayısıdır ve (2.16) eşitliği, eğer parçacığın bir tanesi  $r'$  noktasında ise, bu parçacığın  $r'+r$  noktasında dağılma olasılığını vermektedir. (2.16) eşitliğinde  $\rho$  bölgesel yoğunluk ve eğer  $r$  noktası nesneye ait ise  $\rho(r)=1$ , değil ise sıfır değerini alır. Basit fraktalar genellikle izotropiktir (Korelasyon yönelime bağlı değildir). Bunun anlamı şudur; Yoğunluk korelasyonu sadece  $r$  uzaklığına bağlıdır ve bu durumda  $C(r)=C(r)$  olur.

Fraktal geometri ayırıcı özellik olarak; Nesnenin (2.16) eşitliğine göre belirlenen korelasyon fonksiyonu, keyfi bir  $b$  faktörü ile uzunlukların yeniden ölçeklendirilmesi durumunda sabit bir değer alıyorsa, bu nesne ölçekleme değişmezliğine sahiptir ve;

$$C(b.r) \cong b^{-A}.C(r) \quad (2.17)$$

$A$ ,  $d$  değerinden daha az, sıfırdan çok daha büyük olan tamsayı olmayan bir büyüklüktür. (2.17) eşitliğindeki ifadeyi destekleyen,  $C(r)$ 'nin  $r$ 'ye bağlı kuvvet yasası aşağıdaki gibidir;

$$C(r) \sim r^{-A} \quad (2.18)$$

(2.18) eşitliği, çift korelasyon fonksiyonu, adı verilen bir nokta etrafındaki yoğunluk dağılımı ile orantılı olduğundan, gelişigüzel bir fraktaldaki bölgesel yoğunluğun matematiksel azalışına karşılık gelir. Bu durum,  $A$  üs değeriyle fraktal boyutu göstermek için kullanılır. Büyüyen fraktalar için bunu göstermek amacıyla

parçacıkların yoğunluk dağılımından,  $L$  yarıçaplı bir küredeki  $N(L)$  parçacıkların sayısı;

$$N(L) \sim \int_0^L c(r).d^d r \sim L^{d-A} \quad (2.19)$$

(2.19) eşitliğinde, (2.16) eşitliğindeki toplam sembolü, integral ile yer değiştirmektedir. (2.19) eşitliği ile (2.12) eşitliği karşılaştırılarak istenilen ilişki aşağıdaki gibi elde edilir [25,59, 63];

$$D_f = d - A \quad (2.20)$$

(2.20) eşitliği, gelişigüzel bir fraktaldaki yoğunluk korelasyonunda  $D_f$ 'nin belirlenmesi için sıklıkla kullanılan bir ifadedir.

### 2.4.3 Jirasyon Yarıçapı

Stokastik yapının, temelini oluşturan örgünün bazı gözlerinde verilen bir fonksiyonun değerlerine karşılık gelen  $d$ - boyutlu düzen formunda bulunduğu kabul edilmektedir. Verilen koordinattaki bir noktanın fonksiyon değeri ya 1 (fraktala ait nokta) ya da 0 (gözün boş olduğu nokta) değerini almaktadır. Multifraktal özellikler araştırıldığında, örgüdeki gözlere ait fonksiyon keyfi değerler üzerinden elde edilmektedir [2].

Genel olarak, değerlerin bu tip farklılıkları, iki metot ile belirlenir; i) Deneylerle üretilen nesnelere alınan dijital resimlerle, ii) Çeşitli büyüme sistemlerinin simülasyonları için kullanılan sayısal hesaplamalarla.



Gelişigüzel büyüme durumlarında, sayısal olarak elde edilen datalar, genellikle MC metodu ile üretilmektedir. Bu duruma ek olarak, tam sayısal olmayan teknikler ve ilgili denklemin sayısal integrali kullanılabilir.

Benzer bir şekilde, sayısal datalardan  $D_f$  fraktal boyutu hesaplamak için birçok yöntem vardır. Tek bir nesne için  $D_f$  fraktal boyutun daha doğru bir şekilde belirlenmesi amacıyla, birçok kümeleşme için hesaplanarak sonuçlar üzerinden ortalama alınır.

$D_f$ 'nin tanımlanmasında en basit metotlardan biri (2.16) ve (2.17) eşitlikleri kullanılarak yapılan hesaplamalardır. Tek bir nesne için; örgü sabiti birim uzunluğa karşılık gelir ve  $R$  yarıçaplı dairenin içindeki yapıyı kaplamak için gereken birim hacimdeki balonların sayısı  $N(R)$ , dairenin içinde, bir göz fonksiyonunun 1'e eşit olduğu gözlerin sayısıdır. Büyüyen fraktalar için  $N(R) \sim R^{D_f}$  olduğundan dolayı  $\ln R$ 'nin  $\ln N(R)$ 'ye göre asimptotik eğimi  $D_f$ 'ye eşit olan bir eğridir. Böylece fraktal boyut, en küçük kareler metodu kullanılarak  $N(R)$  datalarının asimptotik kısmına lineer fit uygulanarak elde edilmektedir [59, 63].

Fraktal nesne, küçük birbirine benzer parçacıklardan oluşursa,  $N(R)$ ,  $R^d$  hacmin bir bölgesinde parçacık sayısı ve  $N(R) \sim M(R)$  olarak kabul edilir. (Burada  $M(R)$ ,  $R$  yarıçaplı kümeleşmenin kütlesidir.) Terminolojik açıdan birbiriyle ilişkili parçacıklardan oluşan nesne için kümeleşmeye ve fraktala ait örgü gözü için "parçacık" kelimesi kullanılacaktır.

Eğer bir kümeleşmede, parçacıkların toplam sayısı, büyüme süresince kaydedilirse, yukarıda açıklanan metodun bir varyasyonu kullanılmaktadır. Bu varyasyonların en yaygını MC simülasyon metodudur. Bu sistemde, yapı genellikle, nesneye parçacıkların ardı ardına eklenmesiyle büyümektedir. Bu yaklaşımda jirasyon yarıçapı olarak adlandırılan  $R_g(N)$  parametresi şu şekilde hesaplanmaktadır;

$$R_g(N) = \left( \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N r_i^2 \right)^{1/2} \quad (2.21)$$

(2.16) eşitliğinde  $r_i$ , kümenin kütle merkezinden  $i$ . parçacığın uzaklığı ve  $N$ , büyüme işleminin verilen fazdaki kümenin toplam sayısıdır. Bu durumda şu kabul yapılabilir [25];

$$R_g(N) \sim N^B \quad (2.22)$$

Denklemde  $B=1/D_f$  olur.  $1/D_f$ ,  $\ln N$ 'nin bir fonksiyonu olarak  $\ln R_g$  grafiğinin eğiminden elde edilir. (2.22) eşitliği şu kabulleri içerir; i)  $R_g$  asimptotik düzen, kümenin toplam yarıçapı ile lineer olarak orantılıdır. ii) Bu yapı geometriksel çoklu fraktal (multifractal) değildir.

#### 2.4.4 Çevre-Alan İlişkisi

Doğada, standart düzlemsel şekle sahip her bir desen grubu, geometriksel olarak benzer olabilir. Buna rağmen, farklı büyüklükte bulunabilirler. Ancak bu küme grupları, ölçekleme teorisine göre bir karakteristik uzunluğa ve kritik üsse sahiptirler. Her bir MD dağılımı için kritik üs değeri, Mandelbrot ve arkadaşları tarafından önerilen kesik adacık metodu (slit island method-SIM) kullanılarak hesaplanmaktadır [65]. Mandelbrot ve arkadaşları, bu metodu ilk olarak parçalanmış metal yüzeyinin iki boyutlu kesrinden elde edilen adacık topluluğuna uyguladı ve 1982 yılında sınırları fraktal eğri olan her bir adacık için aşağıdaki gibi bir ifade tanımladı;

$$\epsilon = P^{1/D_f} / A^{1/2} \quad (2.23)$$

(2.23) eşitliğinde benzer şekilli adacıkların sınır şeridinin fraktal boyutu,  $A$ , bu adacıkların alanı,  $P$  ise çevresidir. Alana bağlı bir ölçü olan  $\alpha^* = \rho[A_j(\alpha)]^{1/2}$  ( $j$ . adacık için) kullanılarak adacıkların her birinin alanı ve uzunluğu hesaplanmaktadır. Bu denklemden,  $\rho$ , sabit bir parametre ve sabit bir ölçüttür.  $j$ . Adacığın kıyı şeridinin uzunluğu,

$$P_j(\alpha^*) = N_\rho \cdot \alpha^* \quad (2.24)$$

(2.24) eşitliğinde  $N_\rho$ , çevreyi çapraz (enine) bir şekilde bölmek için gerekli olan  $\alpha^*$  uzunluklarının sayısıdır. Benzer şekle sahip adacıklar için,  $N_\rho$ , adacığın boyutundan bağımsızdır. Hausdorff-Besicovitch fraktal boyut tanımından,  $\alpha$ 'nın küçük sınırları için;

$$P_j(\alpha) = P_j^0 \alpha^{(1-D)_f} = P_j(\alpha^*) \cdot [\alpha/\alpha^*]^{(1-D)_f} \quad (2.25)$$

Böylece,

$$P_j(\alpha) = N_\rho \cdot \alpha^{(1-D)_f} \cdot \alpha^{*D}_f = N_\rho \rho^D \alpha^{(1-D)_f} \cdot [A_j(\alpha)]^{D/2} \quad (2.26)$$

Yapı olarak benzer adacıklar aşağıda tanımlanan çevre-alan ilişkisine uymaktadır;

$$P(\alpha) = \epsilon^D_f \cdot [A(\alpha)]^{D/2} \quad (2.27)$$

(2.27) eşitliğinde  $\epsilon$ , ölçülme ölçeği  $\alpha$ 'nın uzunluğuna bağlıdır. Bu denklem, en küçük adacığı tam olarak ölçmek için yeterince küçük olan, verilen herhangi bir  $\alpha$ 'yı kapsar.

SIM’de verilen yükseklikteki düzleme ait görüntünün yüzeyi seçilir. Böylece, her bir yüzeydeki adacık benzeri alanlar (kümeler) hem farklı yükseklik değerlerine hem de farklı kritik üs değerlerine sahiptirler.

$$A(\delta) = C_1 P(\delta)^\gamma \quad (2.28)$$

(2.28) eşitliğinde,  $A$  küme alanı,  $P$  kümenin çevresi,  $C_1$  denkleme ait bir katsayı ve  $\gamma$  yüzeydeki kümeleri temsil edebilen ölçkleme teorisine göre kritik üs değeridir. Bu kritik üs  $\gamma$ ,  $\log A - \log P$  grafiği çizilerek oluşan doğrunun eğiminin hesaplanması ile bulunabilir [64].

#### 2.4.5 Diverjans Oranı

Mc yüzeyinden seçilen bölgelerdeki iki boyutlu fraktal dağılımlar (kümeler) için diverjans oranı  $\rho_D$ , dağılımların (kümelerin) yüzey alanının karekökü ve çevresiyle ilişkilidir ve aynı geometriksel yapıya sahip dağılımlar (kümeler) için parçacıkların boyutundan bağımsızdır. Genel bir yaklaşımla diverjans oranı  $\rho_D$ ’nin değeri, daire için 3,44, kare için 4,00 ve üçgen için 4,56’dır [64, 65, 66]. Bu değer, dağılımın (kümenin) dış sınırlarında oluşan açılarla ve karmaşıklıkla artar. Bununla beraber, dağılımın (kümenin) çevresi, ölçünün ölçeklenmesine bağlıdır. Mandebrot ayrıca,  $\delta$  ölçek ayar değerini kullanarak fraktal eğri için, fraktal diverjans oranını aşağıdaki gibi önermiştir,

$$\rho_{Df} = C_2 P(\delta)^{1/D_f} A(\delta)^{-(1/2)} \quad (2.29)$$

Burada,  $C_2$  bir sabit,  $P$  çevre ve  $A$  alandır.  $\delta$ , kümeyi oluşturan en küçük uzunluk değeridir ve bir piksel olarak alınır. Fraktal diverjans oranı, fraktal dağılımın

(kümenin) büyüklüğünden bağımsızdır fakat ölçekleme parametrelerine göre değişen ölçek ayar uzunluğunun değerine bağlıdır.

#### 2.4.6 Karekök Ortalama (rms-root mean square) Kalınlığı

Karekök ortalama kalınlığı, sistemlerdeki beklenen değerleri ifade eden ve birçok alanda kullanılan bir parametredir ve difüzyon, elektrodepozisyon, yoluyla gerek doğada gerekse laboratuvar ortamında bir alt tabaka (manyezit cevheri, fiber, lineer karbon katot, bakır,...) üzerinde oluşan yapıların piksel biriminde, yüzeyde işgal ettiği kalınlığın bir ölçüsüdür. Karekök ortalama kalınlığı (*rms-root mean square*), küme büyüklüğü ile parçacıkların sayısı arasındaki ilişkiyi tanımlayan ölçekleme metodu kullanılarak hesaplanmaktadır. 8 bit binary formatına sahip görüntü için *rms* kalınlığı ve bir *h* kalınlığı boyunca uzanan piksellerin sayısı aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır [67];

$$T(h) = \left\langle (x_i - \langle x_i \rangle)^2 \right\rangle^{1/2} \quad (2.30)$$

(2.30) eşitliğinde  $\langle \dots \rangle$  *h* piksel sayısı üzerinden bir ortalamayı ve  $x_i$ , *i*. pikselin kalınlığını göstermektedir. *h* değeri; 1, 2, 3, ...  $n x_i$  olarak alınabilir ve *n* burada bir tamsayıdır. Piksel biriminde 0'dan 512'ye kadar değişen bir *h* kalınlığının içinde yer alan toplam piksel sayısı;

$$N(h) = \sum_{x_i} \rho(x_i) \quad (2.31)$$

Burada  $\rho(x_i)$ , parçacık yoğunluğudur ve şu şekilde tanımlanmaktadır;

$$\rho(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{eğer } x_i \text{'deki piksel karalık ise} \\ 0, & \text{eğer } x_i \text{'deki piksel aydınlık ise} \end{cases} \quad (2.32)$$

(2.32) eşitliğinde,  $\rho(x_i)$ ,  $x_i$  aydınlık piksel ise 0, karanlık piksel ise 1 olarak alınıp hesaplama yapılmaktadır.

$N(h)$  ile  $h$  arasındaki ilişki şu şekilde tanımlanır;

$$N(h) \sim h^{-\alpha} \quad (2.33)$$

ve  $T(h)$  ile  $N(h)$  arasındaki ilişki,

$$T(h) \sim N(h)^\beta \quad (2.34)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada  $\alpha$  ve  $\beta$  morfolojik yapılarıdaki ölçekleme kritik üs değerleridir [62, 68, 69]. Denklem 10, karekök ortalama kalınlığının toplam piksel sayısına,  $\beta$  kritik üs değeriyle bağlı olduğunu göstermektedir. Bunun anlamı şudur;  $N(h) \rightarrow \infty$  limite ulaştığında  $T(h)$ ,  $\beta$  kritik üs değerine bağlı olarak belli bir değerde sabit kalmaktadır.

#### 2.4.7 Ortalama Parçacık Büyüklüğü

Tortullu kayaların yüzey morfolojisini tanımlayan diğer bir parametre ortalama parçacık (küme) büyüklüğüdür. Yüzeydeki dağılımları oluşturan

parçacıkların (kümelerin) ortalama büyüklük değeri, jeomorfolojik oluşum esnasında yüzeydeki gözenekler ve çatlaklar ile orantılıdır. Ayrıca doğal cevherin yüzeyindeki örgü kusurlarının (dislokasyonların) yapısı hem sıvama morfolojisini hem de geometrisini etkilemektedir. Parçacık büyüklüğü oluşum sırasında çökelen parçacıkların, sürüklenmesini, taşınmasını ve çökmesini etkileyen en temel özelliktir. Bu yüzden, parçacık büyüklüğü analizi, çökeltinin kaynağı, taşınma geçmişi ve çökeltme koşullarıyla ilgili önemli ipuçları sağlamaktadır [70, 71].

Ortalama parçacık büyüklüğünü belirlemek için, yüzey üzerindeki dağılımları oluşturan parçacıkların büyümesi,  $j=1,2,..$  gibi sınırlı sayıdaki adımlardan sonra oluşan işlemler gibi farklı olayların ardı ardına sıralanması olarak düşünülmektedir. Her bir adımdaki kümelerin kesit alan değişimi, kümelerin büyümesinden sonra oluşan kümenin kesit alanının rastgele kesridir [72];

$$S_j - S_{j-1} = \varepsilon_j \cdot S_j \quad (2.35)$$

Burada  $\{\varepsilon_j\}$ , kümelerin kesit alanının fonksiyonu olmayan bağımsız rastgele bir değişkendir. Bu yüzden,  $j$  büyümesinden (birleşmesinden) sonra;

$$S_j = S_0 \prod_{k=1}^j (1 - \varepsilon_k)^{-1} \quad (2.36)$$

Burada  $S_0$  ilk kesit alanıdır. (2.36) eşitliğinde ifadenin, her iki tarafın logaritması alınır. Elde edilen  $\ln(S_j/S_0)$ , her biri aynı olasılık dağılımına sahip pozitif bağımsız rastgele değişen alanların toplamıdır. Bu sonuç, özelliği asimptotik ve bir Gaussian olan matematiksel istatistiğin Merkez Limit Teoremini verir.  $\Delta S$  logaritmik alan aralığı başına  $\Delta n$  parçacık sayısı;

$$\Delta n = N(s) \cdot (\Delta s) \quad (2.37)$$

(2.37) eşitliğinde,  $N(s)$ , Gaussian bir fonksiyondur ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$N(s) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\left(\frac{S}{\bar{S}}\right)}{\sigma}\right]^2\right\} \quad (2.38)$$

(2.38) eşitliğinde,  $\bar{S}$ , alanların istatistiksel median (orta değeri) dir ve  $\sigma$ , depozitler için çapın geometrik standart sapmasıdır.

$\bar{x}_D$ ,  $\bar{S}$  ortalama alan değerine bağlı ortalama çap ( ortalama küme büyüklüğü-ADS) olmak üzere;

$$\bar{x}_D = \bar{d} = 2\left(\frac{\pi}{\bar{S}}\right)^{1/2} \quad (2.39)$$

Ayrıca, yüzeydeki depozitlerin kesit alanlarının özel durumu için normalize dağılımı vardır ve aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$N(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x/\bar{x}_D)}{\sigma}\right]^2\right\} \quad (2.40)$$

(2.40) eşitliğinde,  $x$ , depozitlerin kesit alanlarının çapıdır [73, 74].



### 2.4.8 Lacunarity

Lacunarity, tek, iki ve üç boyutlu datalar için uzaysal dağılım ( doğal ortamlar, canlı türlerinin yerleşimi... gibi) deseninin ait olduğu dokuyu tanımlayan çoklu ölçeklendirme metodudur. Lacunarity, doğadaki (özellikle biyolojik ve tıbbi araştırmalarda) çoklu ölçekleme doku desenlerini analiz etmek amacıyla tanımlanmış ve geliştirilmiştir. Lacunarity, çok basamaklı hesaplamalar içeren güçlü bir analitik araçtır. Ölçekleme yardımıyla dağılım ve yoğunluk analizi sağlamaktadır. Uzaysal heterojenliğin bir ölçüsü ve doğrudan yoğunluğu, boşluğu ve dağılımı ölçeklemekle ilişkilidir. Ayrıca, geometriksel bir yapıda, geçirgenlik seviyesini de göstermektedir.

Lacunarity, Mandelbrot tarafından, makroskobik açıdan farklı görüntüde olmasına rağmen yaklaşık aynı fraktal boyut değerine sahip yüzeylerin karakteristiğini açıklamak amacıyla tanımlanmıştır [28]. Lacunarity, geometrik bir yapıda boşluk (gap) büyüklüklerinin dağılımıyla ilgilidir. Homojen geometrik yapılarda, bütün boşluk büyüklükleri aynı ya da hemen hemen aynı olduğundan düşük lacunarity değerine sahiptir. Heterojen yapılarda, boşluk büyüklükleri tamamen farklı olduğundan yüksek lacunarity değerine sahiptir [31].

Lacunarity kavramı ve hesaplaması farklı bilim dallarında (meteoroloji, ekoloji, jeofizik ve tıp) uygulama imkanı bulmuştur. Gefen ve arkadaşları [32] 1983'de lacunarity kavramını, geometrik bir yapının öteleme değişmezliğinden sapmasının bir ölçüsü olarak tanımlamışlardır. Bu tanıma göre eğer geometrik bir yapının farklı bölgeleri aynı ise, bu yapı translasyonel olarak değişmezdir. Öteleme değişmezlik ölçeğe bağlıdır; Verilen bir ölçekte lacunarity, geometrik bir yapının farklı bölgelerinin birbirine ne derece benzediğini göstermektedir. Küçük ölçekte heterojen yapılar daha büyük ölçeklerde incelendiğinde tamamıyla homojen olabilirler. Manyezit cevher yüzeyi bunun en güzel örneklerindedir; makroskobik olarak homojen bir görüntüye sahipken mikroskobik açıdan heterojen bir yapı göstermektedirler.

Birçok alanda lacunarity hesabı kullanılmakta ve bununla ilgili pek çok çalışma bulunmaktadır. Bunlardan biri, Dong tarafından yayınlanmıştır. Çalışmada, Dong lacunarity hesabı için yeni bir metot önermiş ve bu metodun görüntünün yüzey yoğunluğu ile ilgili daha net bir bilgi verebileceğini rapor etmiştir. Lacunarity analizinin jeografik bilgi sistemlerinde (GIS) uzaysal heterojenlik ölçümü için önemli bir araç olduğu sonucuna varmıştır [30]. Wan ve arkadaşları, Çin'deki Jiadeng altın bölgesindeki kontrollü başkalaşım geçiren bir altın kaya cevherini incelemiş ve bölgesel mineral yoğunluğunu lacunarity analizi ile açıklamıştır [33]. Hanan ve arkadaşları, difüzyon sınırlı kümeleşmenin multifraktal olduğunu kanıtlamak için kümenin dal yapısını araştırmış ve DLA kümesinin lacunarity değerini hesaplamıştır [34]. Butson ve arkadaşları ormanların uzaydan çekilmiş görüntülerinden ağaçlar arasındaki boşluk alanlarından en uygun bir değer elde etmek için lacunarity analizi yapmışlardır [35]. Zaia ve arkadaşları, bel omur MR (manyetik rezonans) görüntüsünden üç tip trabeküler kemik yapısının (sağlıklı genç, sağlıklı menopoz öncesi ve osteoporoz hasta) ayırt etmek amacıyla lacunarity analizini kullanmışlardır [36].

#### 2.4.8.1 Lacunarity Analizi

Lacunarity analizi hesabı, belli basamaklar içeren bir işlemdir. Binary (1,0) formundaki görüntünün üst sol köşesine yerleştirilen  $r \times r$  boyutlu kutu sağa-sola hareket ettirilerek bir piksel yer değiştirir ve dolu sitlerinin sayısı tekrar sayılır. Bu işlem matris tüm görüntüyü tarayıp frekans dağılımı üretilene kadar devam eder.  $S$  işgal edilen (dolu) siteleri içeren  $r$  boyutlu kutuların sayısı  $n(S, r)$  ve  $r$  boyutlu kutuların toplam sayısı  $N(r)$  ile gösterilir. Görüntünün boyutu  $M$  olmak üzere;

$$N(r)=(M-r+1)^2 \quad (2.41)$$

Frekans dağılımı, aşağıdaki işlem ile olasılık dağılımı  $Q(S,r)$ 'ye dönüşmektedir;

$$Q(S,r)=n(S,r)/N(r) \quad (2.42)$$

$Q(S,r)$  olasılık dağılımı ayrıca görüntüye ait işgal edilme kesri değeri olarak tanımlanabilir ve “ $P$ ” ile gösterilir. Bu dağılımın birinci  $Z^{(1)}$  ve ikinci momentleri  $Z^{(2)}$

$$Z^{(1)} = \sum S * Q(S,r) \quad (2.43)$$

$$Z^{(2)} = \sum S^2 * Q(S,r) \quad (2.44)$$

denklemleri ile tanımlanır. İstatistiksel ikinci momentin birinci momente oranı olarak hesaplanan lacunarity ( $\Lambda$ ) değeri, kutu boyutu  $r$  ile orantılı olup aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Böylece lacunarity  $\Lambda(r)$  değeri;

$$\Lambda(r) = Z^{(2)} / [Z^{(1)}]^2 \quad (2.45)$$

denklemleri ile gösterilir. Bu denklem dikkate alınarak istatistiksel birinci moment;

$$Z^{(1)} = \bar{S}(r) \quad (2.46)$$

ve ikinci moment;

$$Z^{(2)} = S_s^2(r) + \bar{S}^2(r) \quad (2.47)$$

Burada  $\bar{S}(r)$  ve  $S_s^2(r)$  sırasıyla kutu başına sitelerin sayısının istatistiksel ortalaması ve varyansı olmak üzere lacunarity değeri ayrıca;

$$\Lambda(r) = S_s^2(r) / \bar{S}^2(r) + 1 \quad (2.48)$$

denklemleri ile tanımlanır. Bu denklemler dikkate alınarak istatistiksel birinci moment;

$$Z^{(1)}=M[r] \quad (2.49)$$

ve ikinci moment;

$$Z^{(2)}=S_s^2[r]+M[r]^2 \quad (2.50)$$

olduğundan  $M[r]$  ortalama ve  $S_s^2[r]$  kutu başına sitelerin sayısının istatistiksel varyansı olmak üzere lacunarity değeri ayrıca;

$$\Lambda[r]=S_s^2[r]/M[r]^2+1 \quad (2.51)$$

Bunun bir sonucu olarak, kutu boyutu artarken ortalama kutu kütlesi artar ve kutu kütlesinin ortalamadan sapma olasılığı azalır, geçerli varyans azalır. Böylelikle aynı görüntü için kutu boyutu artarken lacunarity değeri azalır. Ayrıca görüntüdeki dolu sitelerin ortalama sayısı sıfıra giderken  $S_s^2(r)/\bar{S}(r)^2$  değeri sonsuza gider. Az yoğun yapılara sahip görüntünün lacunarity değeri, çok yoğun yapılara ait görüntünün lacunarity değerinden yüksektir.

Farklı bir yaklaşımla; Lacunarity,  $Q(m,r)$  olasılık dağılımının varyansı,  $Q(m,r)$  değerinin olasılık dağılım fonksiyonunun  $Z^{(1)}(r)$  ve  $Z^{(2)}(r)$  istatistiksel momentlerini dikkate alarak varyasyon sabiti hesaplanabilir. Böylece  $Q(m,r)$  olasılık dağılımının  $cv(r)$  varyasyon sabiti için;

$$cv(r)=\sqrt{\frac{Z^{(2)}(r)-Z^{(1)}(r)}{Z^{(1)}(r)}} \quad (2.52)$$

bağıntısı ile yazılabilir. Ayrıca varyasyon sabitinin lacunarity ile

$$cv(r) = \sqrt{\Lambda(r)-1} \quad (2.53)$$

ilişkisi vardır [93, 94].

### 2.4.9 İstatistiksel Momentler

Bir sistemde istatistiksel ikinci momentin birinci moment değerine oranı lacunarity değerini verip dokuların boşluklu yapısını ve heterojenliğini göstermektedir. Moment kavramı ise, bir sistemde verilerin sıfırdan veya aritmetik ortalamadan sapmalarının kuvvetlerinin beklenen değerini vermektedir ve bu sistemlerdeki frekans dağılımının şeklini belirlenmektedir.

Aritmetik ortalamaya göre momentler “ $\mu_r$ ” şeklinde gösterilir. Burada “ $r$ ” momentin derecesi olup 1, 2, 3, 4 değerlerini alır.  $\bar{X}$  aritmetik ortalama ve  $r$  pozitif tamsayı olmak üzere  $E[(X-\bar{X})^r]$  değerine  $X$  rastgele değişkeninin  $\bar{X}$  civarında  $r$  inci dereceden momenti adı verilir.  $X$ 'in kesikli ya da sürekli olmasına göre bu tanım aşağıdaki biçimde formüle edilir;

$$\mu_r = E[(X - \bar{X})^r] = \begin{cases} \sum_i^n (x_i - a)^r \cdot P(x_i) & . x, \text{ rastgele değikeni kesikli ise.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - a)^r \cdot f(x_i) \cdot dx & , x, \text{ rastgele değikeni sürekli ise.} \end{cases} \quad (2.54)$$

Burada  $\bar{X} = 0$  olduğunda  $X$  rastgele değişkeninin 0 civarındaki  $r$ . momenti,

$$m_r = E[(X)^r] = \begin{cases} \sum_i^n [(x_i)^r \cdot P(x_i)] & . x, \text{ rastgele değikeni kesikli ise.} \\ \int_{-\infty}^{\infty} [(x_i)^r] \cdot f(x_i) \cdot dx & , x, \text{ rastgele değikeni sürekli ise.} \end{cases} \quad (2.55)$$

$r=0$  olması durumunda  $E(X_0)=1=m_0$

r=1 olması durumunda  $E(X)=\mu_1=m_1$

$\bar{X} = \mu$  alınırsa  $E[(X - \mu)^r] = \mu_r$  olup burada

$$r=1 \text{ iken } E[(X - \mu)] = 0 \quad (2.56)$$

$$r=2 \text{ iken } E[(X - \mu)^2] = \text{Var}(X) \quad (2.57)$$

elde edilir. Burada “Var” varyasyonu göstermektedir.

Sıfır civarındaki momentlerin hesaplanması ortalama civarındaki momentlerin hesaplanmasına göre daha kolaydır. Bu nedenle her iki tür momentler arasındaki ilişkileri ortaya koymak yararlı olacaktır.

Tanım;

$$E[(X - \mu)^r] = \mu_r \text{ ve } E[(X)^r] = m_r \quad (2.58)$$

olmak üzere;

$$\mu_r = \sum_{i=0}^r (-1)^i \binom{r}{i} \mu^i \cdot m_{r-i} \quad (2.59)$$

dir. Teoremin ispatı istatistik kaynaklarında bulunabilir. Fakat bu teorem kullanılarak aşağıdaki sonuçlara varılır.

$$r=1 \text{ için } \mu_1 = E[(X - \mu)^1] = 0 \quad (2.60)$$

$$r=2 \text{ için } \mu_2 = E[(X - \mu)^2] = \text{Var}(X) = m_2 - m_1^2 \quad (2.61)$$

$$r=3 \text{ için } \mu_3=E[(X-\mu)^3]=m_3-3m_1m_2+2m_1^3 \quad (2.62)$$

$$r=4 \text{ için } \mu_4=E[(X-\mu)^4]=m_4-4m_1m_3+6m_1^2m_2-3m_1^4 \quad (2.63)$$

elde edilir.

Çarpıklık ve basıklık ölçüleri bir sitemdeki değerlerin dağılımının şeklini ortaya koyan ölçülerdir. Bu ölçüler yorumlanırken normal dağılım özellikleri dikkate alınır. Normal dağılım eğrisi simetrik ve normal bir basıklığa sahiptir. Çarpıklık ölçüsü sistemin frekans dağılımının simetrik dağılımdan uzaklaşma derecesini gösterirken, basıklık ölçüsü verilerin normal dağılıma göre ortalama etrafında ne kadar yoğun bir şekilde dağıldığını gösteren ölçülerdir. Bir başka ifade ile çarpıklık ölçüsünün işaret büyüklüğü verinin çarpıklığının yön ve şiddetini gösterirken, basıklık ölçüsünün büyüklüğü verilerin ortalama civarında aşırı yoğunlaştığına, küçüklüğü ise verilerin ortalamaya etrafında fazla dağınık olduğuna işaret etmektedir.

Çarpıklık ölçülerinden biri de moment çarpıklık katsayısıdır.  $X$  rastgele değişkeninin simetrik olmama veya çarpıklık katsayısı  $\alpha_3$  ile gösterilir ve ortalamaya göre 3.momentin, sapmasının küpüne oranı olarak tanımlanır. Buna göre çarpıklık;

$$\alpha_3=\mu_3/s_3 \quad (2.64)$$

$\alpha_3=0$  ise olasılık dağılımı simetriktir.  $\alpha_3>0$  ise dağılım sağa doğru  $\alpha_3<0$  ise dağılım sola eğiktir.

Basıklık bir dağılımın diklik derecesinin ölçüsüdür. Bu konuda kullanılan en yaygın ölçü, moment basıklık katsayısıdır.  $X$  rastgele değişkeninin ortalamaya göre 4. momentinin standart sapmasının 4. kuvvetine oranına basıklık katsayısı denir. Buna göre basıklık;

$$\alpha_4=\mu_4/s_4 \quad (2.65)$$

ile gösterilir. Buna göre  $\alpha_4=3$  ya da 3 e yakın değerler alıyorsa “dağılım normaldir” denir.  $\alpha_4>3$  ise dağılım sivrileşir,  $\alpha_4<3$  ise dağılım basıktır [93,94].



### **3. BULGULAR**

#### **3.1.Mangan Depozitlerinin Şekil Parametrelerinin Hesaplanması**

##### **3.1.1. Materyal Metot**

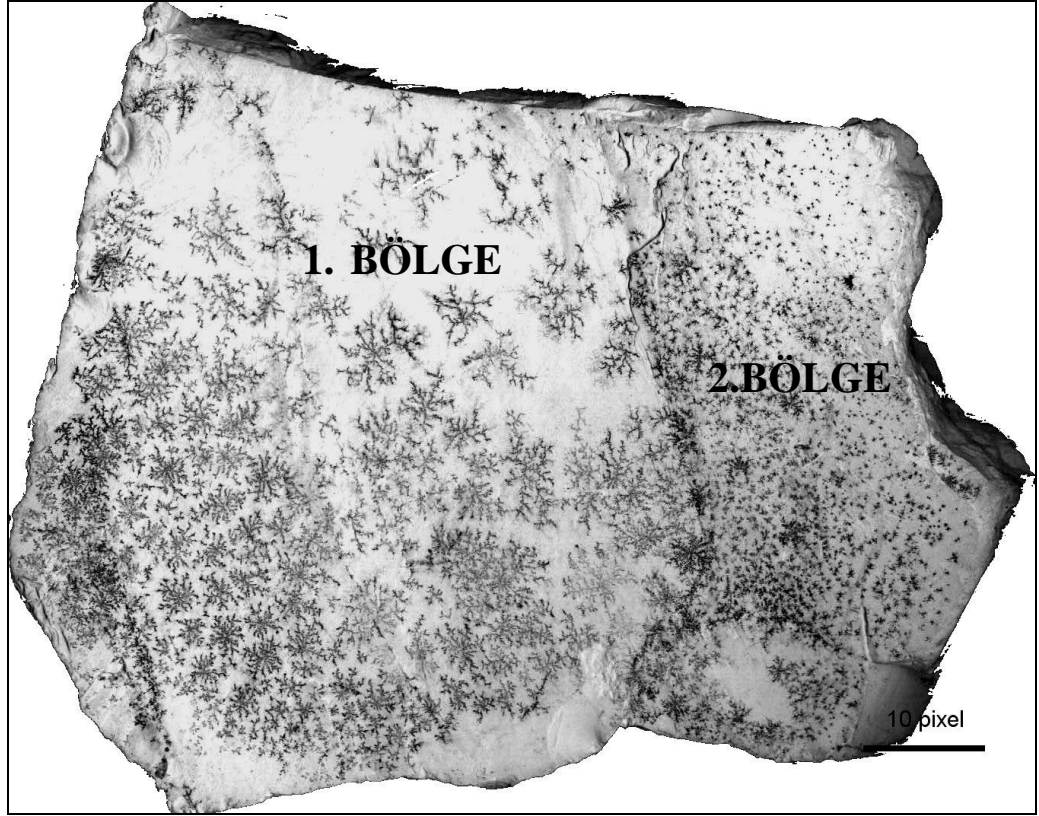
MD desenlerinin bulunduğu Mc yüzeyi, tarayıcı (Epson Stylus DX485) ile taranmaktadır. Dendrit formundan yoğun bir yapı haline gelerek değişen morfolojileri içeren MD desenleri, Mc'nin yüzeyinde gelişigüzel dağılımlı olduğu gözlenmiş ve tipik bir görüntüsü Şekil 3.1a ve b'de sunulmuştur. Şekil 3.1'de yüksek çözünürlük ve karışıklıkla MD siyah, Mc ise beyaz renkte gözlenmektedir. Bu görüntü, nümerik hesaplamalar amacıyla bilgisayar ortamına aktarılmıştır. Bilgisayar kullanarak siyah-beyaz renkte görüntü kapalı kare örgü üzerine taşınarak tüm piksel lineer bir şekilde ölçeklenmiştir. Daha sonra yüzeydeki dolu siyah gözler için parçacık yoğunluğu bir (1), diğer gözler için sıfır (0) alınarak hesaplamalar yapılmıştır.

##### **3. 1. 2 Bulgular**

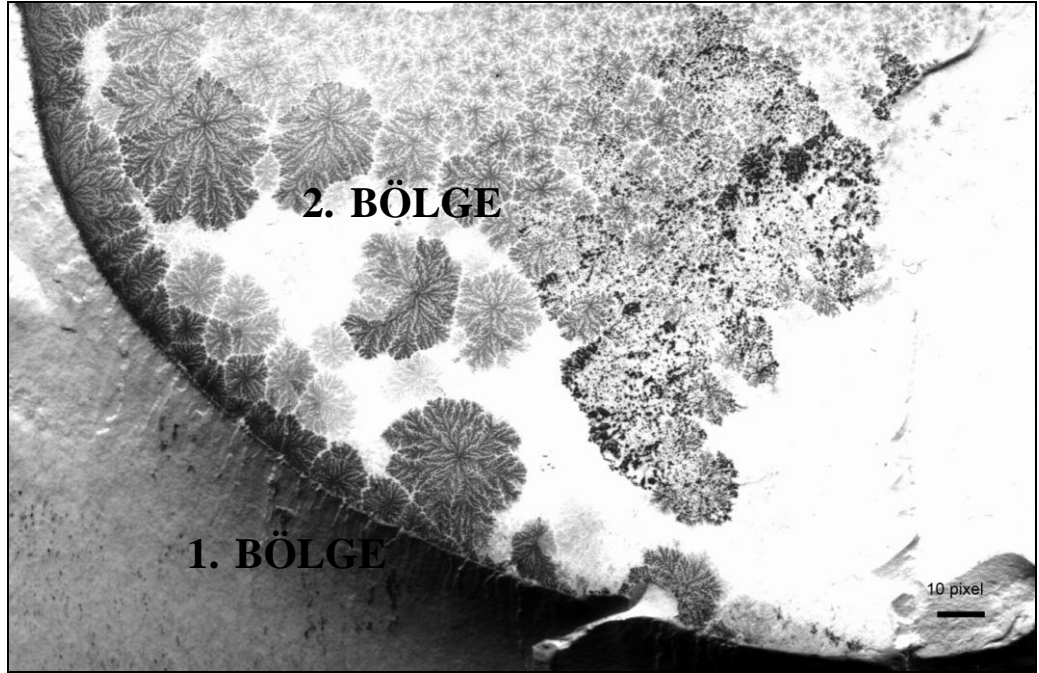
Mc yüzeyi ve ara yüzeylerin de biriken doğal MD'lere ait istatistiklerini hesaplamak için farklı işgal edilme kesri değerlerinde bulunan görüntüler tarayıcı kullanılarak bilgisayar ortamına taşınmıştır. 2B farklı görüntüler Şekil 3.1a ve Şekil 3.1b' de gösterilmiştir. Jeolojik oluşum esnasında Mc numunesini saran ve yüzey üzerindeki gözenekleri ve çatlakları dolduran sediment ve hidro termal sıvı içindeki mangan ve demir iyonları indirgenme, çökelme ve difüzyon yolu ile Mc yüzeyine

yapışarak, çatlaklarını ve gözeneklerini doldurup içindeki iyonlar indirgenip çökerek geometrik bir görüntü veya yapı oluştururlar. Şekil 3.1a ve Şekil 3.1b’de gösterilen numuneler Kütahya Manyezit İşletmeleri A.Ş.’ ne (KÜMAŞ) ait manyezit madeni işletmesi hammadde üretim sahasından toplanmıştır. Şekil 3.1a, iki ya da daha fazla farklı yüzeysel yapıda olduğu mangan sıvamalarında veya depozitlerinin farklı morfolojik faz görüntülerinden anlaşılabilir. Sağ ile sol arasında bir çatlak vardır. Çatlağa göre sol tarafta (1. bölge) kalan bölgede ise mangan sıvamaları genellikle dentritik özellik göstermektedir. Görüntünün sağ tarafında (2. bölge) mangan sıvamaları belirti, benek ve bazıları noktasal görünüme sahiptir. Çatlak içinde oluşan mangan kümeleri sağ ve sol bölgelere zayıf ve küçük menzilli sızmalar halinde kümeleşmiştir. Mangan sıvamalarını farklı morfolojik fazda kristalleşmesi manyezit cevheri yüzeyinin oluşumunun bölgesel olarak yapısal değişime sahip olduğunu göstermektedir. Şekil 3.1b incelendiğinde, manyezit cevheri yüzeyi üzerindeki mangan kümeleri bölgesel olarak değişim göstermektedir. Çatlak genişliğinin büyüklüğü ve çatlağı oluşturan yan duvarlardaki yapı kusurları mangan kümelerinin oluşum geometrisini belirlemektedir. Şekilde görüldüğü gibi 2. bölgenin yoğunlaşma gradiyenti 1. bölgeden daha büyüktür. Dolayısıyla mangan depozitlerinin oluşumu çatlak etrafında 1. bölgeye doğru yönelmiştir. Bu yapılar, numune yüzeydeki gözenek ve çatlakların geometrisini belirler. Yani manyezit Mc yüzeyinin oluşum esnasındaki yüzey morfolojisi jeolojik çevre koşulları ile ilişkilidir. Herhangi bir yapının örgü üzerindeki birim yüzeyde biriken kütle jeofiziksel bir yaklaşım ile “tanecik kümesi” kavramı ile tanımlanabilir.

a)

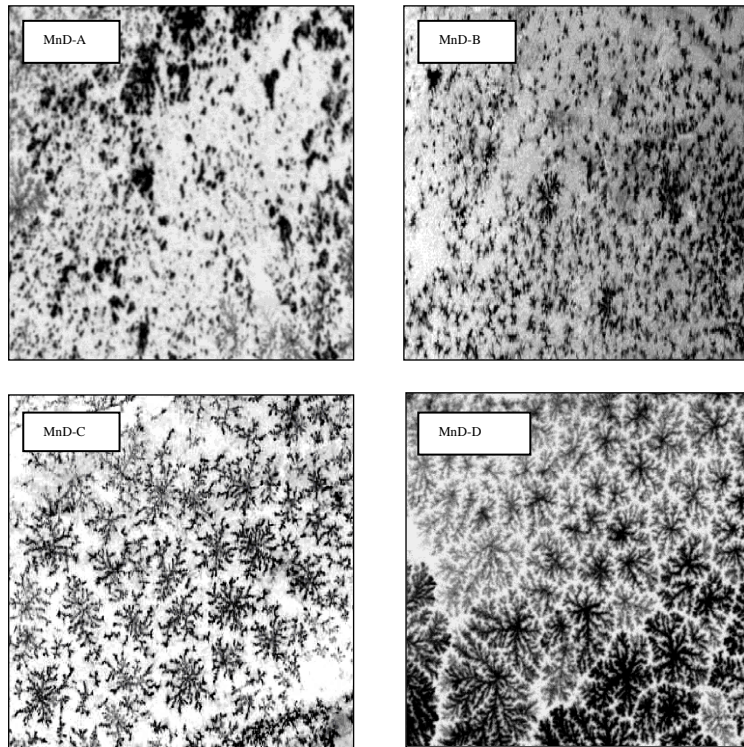


b)



Şekil 3.1: (a) ve (b) Manyezit cevheri yüzeyinde rastgele dağılımlı MD desenlerinin görüntüleri.

Doğal Mc yüzeyinde rastgele dağılıma sahip MD kümelerinin istatistiksel ve ölçekleme özelliklerini belirlemek için sınırlandırılmış bir kare örgüde sayısal hesaplamalar yapılmaktadır. Bu amaçla, ilk olarak Mc yüzeyinden farklı morfolojik dağılımlarına göre rastgele dört farklı bölge seçilmiştir. Bu bölgeler, Şekil 3.2’de gösterilmektedir. Şekil 3.2’deki görüntüler, MnD-A, MnD-B, MnD-C, MnD-D olarak adlandırılmaktadır. MnD-A görüntüsünde rastgele büyüklükte bütün bir yapı, MnD-B görüntüsünde dendrit ve yarı bütün bir yapı, MnD-C görüntüsünde dendrit bir yapı ve MnD-D görüntüsünde ara yüzey dağılımları görülmektedir. Bu görüntüler, matematiksel analiz amacıyla bilgisayar ortamına aktarılmaktadır. Mc yüzeyinden seçilen bölgelere ait görüntüleri birbirinden ayırmak için onlar Gaussian blur  $\sigma=2$  değerli ölçek alınarak filtre edilir ve bu görüntüler BMP formatına dönüştürülür. 216144 altı dijital sayı içeren böyle görüntüler, yoğun tipteki resim olarak kabul edilmektedir. Bu görüntüler siyah-beyaz renkte bir topografik haritaya dönüştürülerek 512x512 piksel kare örgü boyutunda ve 8 bit tamsayı düzeninde lineer bir şekilde ölçeklendirilmektedir.



**Şekil 3.2:** Doğal Mc’den seçilen bölgeler. Açıklık bölgeler Mc’yi, karanlık bölgeler MD göstermektedir.

Mc'lerin yüzeyinde rastgele, farklı büyüklükte ve morfolojik dağılım gösteren bu bölgeler keyfi seçilerek yüzeyi tanımlayan parametrelerden biri olan işgal edilme kesri  $\phi(N, L)$ , hesaplanmaktadır [29]. Mc yüzeyi için işgal edilme kesri;

$$\phi(N, L) = N.L^{-d} \quad (3.1)$$

Burada, MD için  $d=2$  Öklid boyutunda,  $N$  parçacık sayısı (siyah pikseller) sırası ile 41993, 42385, 55111, 93690 ve işgal edilme kesri  $\phi(N, L)$ , 0,160, 0,162, 0,210 ve 0,357 olarak hesaplanmaktadır. Mc'nin yüzeyinde, MnD-A numunesinde 402, MnD-B numunesinde 274, MnD-C numunesinde 107 ve MnD-D numunesinde 96 tane farklı büyüklükte birbirinden bağımsız MD kümesi bulunmaktadır.

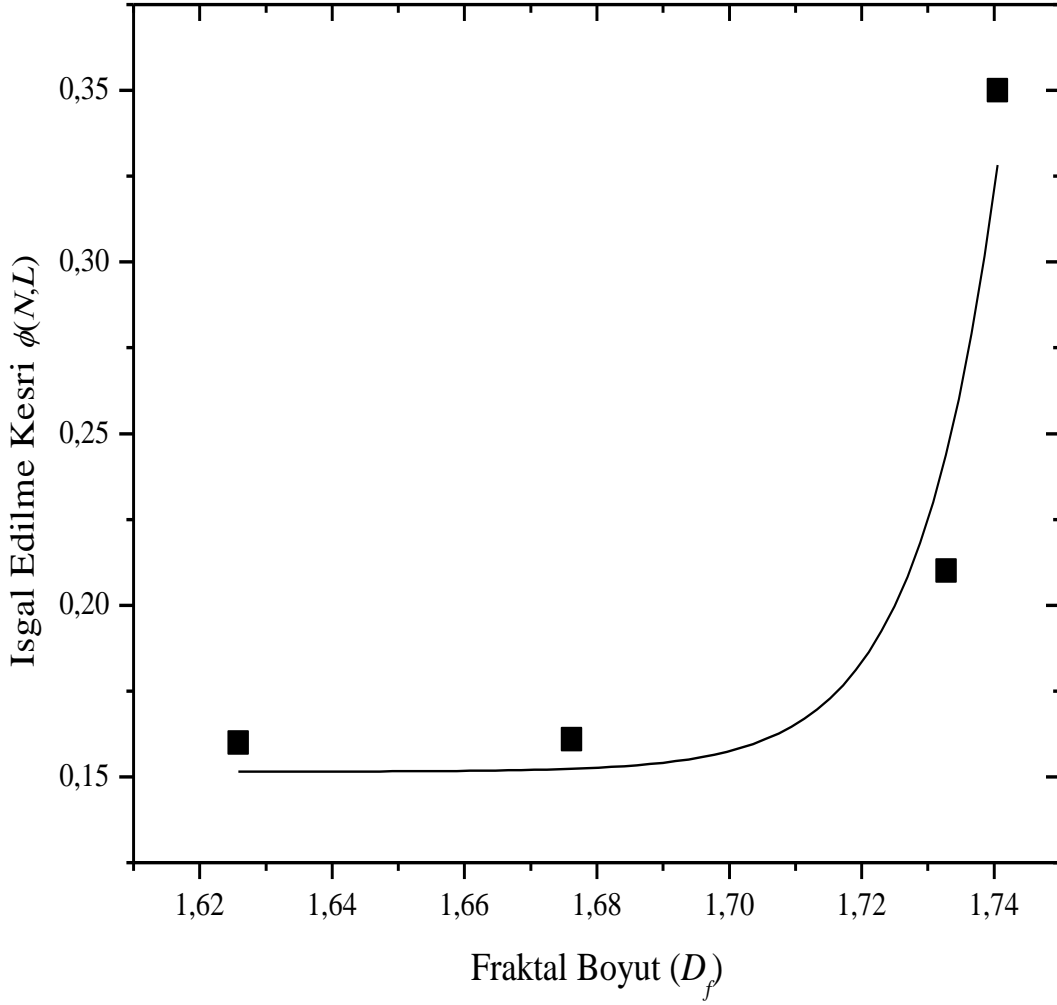
Stokastik bir şekilde nokta, dendrit... gibi çeşitli geometriksel yapılardan oluşan MD çok fazla altkümelere sahiptir. Bu altkümelerdeki adacıklar ölçeklemeye göre birbirinden ayrı bir şekilde ve farklı uzaklıklarda bulunurlar. Genel olarak MD, Mc'nin yüzeyinde kutu boyutuyla veya hacimle ifade edilmektedirler. Kare örgü yüzeyinde bazı bağlı alt MD kümelerinin alanı  $A$  olmak üzere, bu kümeleri oluşturan parçacığın kenar boyutu,  $\delta$  'dır ve minimum lineer boyutu  $\delta > 0$  'dır. Sınırlı bir kare örgüde  $\delta$  ve  $A$  alanının bir değeri,  $N_\delta(A)$  desenlerinin en küçük sayısı olmak üzere  $A$  alanın kutu boyutu fraktal boyut  $D_f$  aşağıdaki gibi verilebilir. Buna göre fraktal boyut;

$$D_f = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N_\delta(A)}{\log(1/\delta)} \quad (3.2)$$

bağıntısı ile tanımlanır. Burada  $N_\delta(A)$  kümelerdeki toplam kutu sayısı,  $\delta$  ise kümeyi temsil eden parçacığın en küçük ayarlanabilir kutu boyutudur. Kutu boyutu, bir yapının eşit büyüklükteki küçük kutularla nasıl en ideal şekilde kaplandığını istatistiksel olarak gösteren bir ölçüdür. Bu çalışmada MD'nin fraktal boyutları,

kutu-sayma (box-counting) metodu kullanılarak hesaplanmaktadır [7, 63]. Fraktal boyut  $D_f$ 'nin hesaplanması, adım adım tekrarlamayı içeren (iterasyon) bir metottur.  $\delta$  artırılır ve her bir adım için  $N_\delta(A)$  hesaplanır. Bu çalışmada kullanılan kutu boyutları için adımlar, binary yaklaşımla  $\delta = 2^0, 2^1, 2^2, \dots$  gibi piksellerdir. MD için elde edilmiş verilerden  $\log N_\delta(A)$ 'nin  $\log \delta$ 'ye göre grafiği çizilmektedir. Bu grafik lineer bir değişim gösterir ve grafik eğiminin tam değeri,  $M_c$ 'inden seçilen bölgelere ait görüntülerin fraktal boyutu,  $D_f$  değerini vermektedir [2, 6, 7, 9]. Hesaplanan fraktal boyut değeri, 1,626–1,740 arasında değişen dar bir aralığa sahiptir ve ortalama değeri 1,75'tir. Kireçtaşı üzerindeki MD'nin fraktal boyut değeri 1.78 [5] ve iki boyutta ve bir doğrultuda gelişen kuvars üzerindeki MD için ise 1.51 [9] değeri rapor edilmiştir. Ayrıca bu değer, killi şistli tortul topluluğundan (flişlerden) elde edilen sıkışmış kalkeranitinin iki tabakası arasında 1.69'dur [10]. Kısa ve kalın dallara sahip dendrit desenlerinin fraktal boyut değeri, ince ve uzun dendrit desenlerinin dallarına kıyasla genellikle daha büyük değerlere sahiptir [2, 10].

Fraktal boyut ile işgal edilme kesri arasındaki nümerik ilişkiyi belirlemek için, numunelerin  $\phi(N,L)$  işgal edilme kesri,  $D_f$  fraktal boyutun bir fonksiyonu olarak grafiği çizilmektedir. Şekil 3.3'de fraktal boyut  $D_f$ 'nin işgal edilme kesri  $\phi(N,L)$ 'a göre grafiği gösterilmektedir.



**Şekil 3.3:** MD için fraktal boyut  $D_f$ 'nin bir fonksiyonu olarak işgal edilme kesri  $\phi(N,L)$  arasındaki ilişki.

$D_f$  ve  $\phi(N,L)$  arasındaki ilişki nümerik yaklaşımla hesaplanabilir. Matematiksel bir model olarak regresyon metodu kullanılarak elde edilen lineer olmayan  $\phi(N,L)$  işgal edilme kesrinin fraktal boyutun  $D_f$  bir fonksiyonu olarak;

$$\phi = \phi_0 + Ae^{(-D_f/t_1)} \quad (3.3)$$

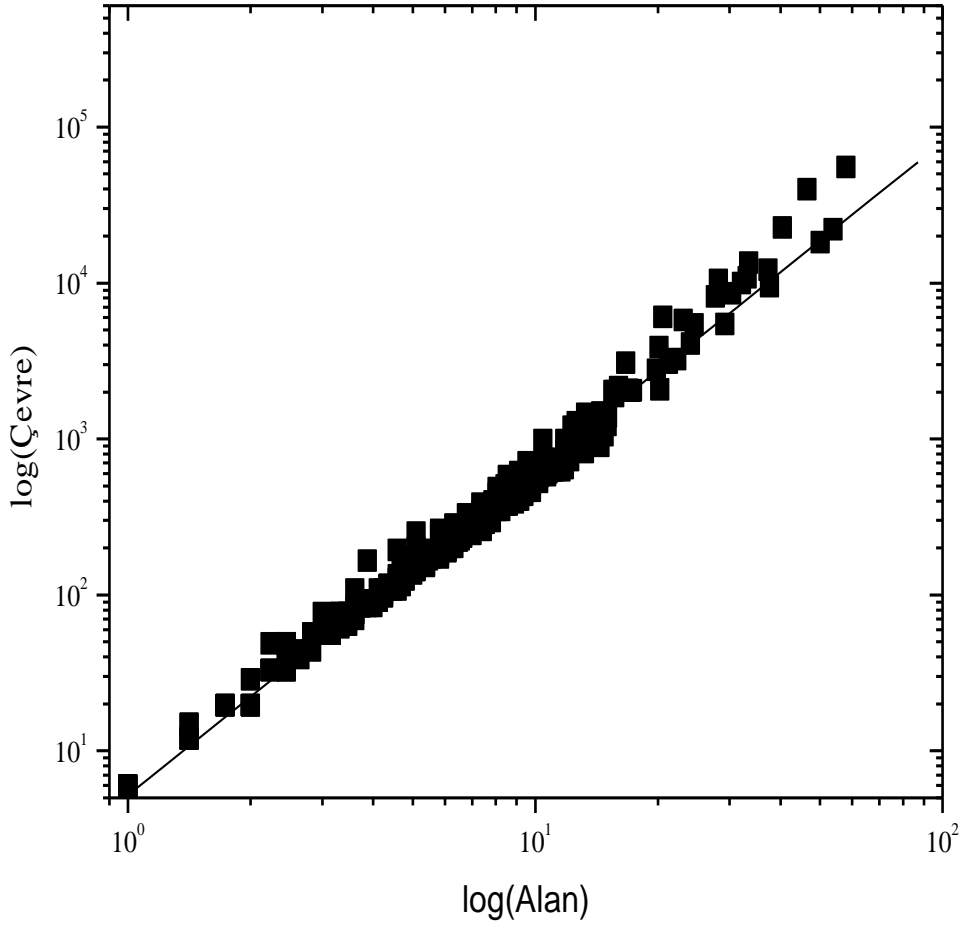
bağıntısı ile belirlenebilir. Burada  $\phi_0$ , giriş parametresi,  $A$  ve  $t_I$  korelasyon ve model parametreleridir. Bu modelin ve parametrelerin geçerliliği, tüm kümeleşme bölgeleri için regresyon katsayısı kontrol edilerek uygun olanı araştırılarak  $D_f$  ve  $\phi(N,L)$ 'den elde edilir. Korelasyon parametreleri  $\phi_0=0,151 \pm 0,030$   $A=1,182E-64 \pm 1,462E-62$  ve  $t_I=-0,012 \pm 0,010$  olarak hesaplanmaktadır. Modelin geçerliliğini belirleyen regresyon katsayısı,  $r^2$ , 0,92517 olarak hesaplanmıştır. Bu değer modelin bu sistem için kullanılabileceğini göstermektedir.

Mc'yi üzerindeki desenlerden çevre-alan analizi, çevre-alan kuvvet kanunu (power-law) bağıntısını doğrular. Buna göre;

$$A(\delta) = C_1 P(\delta)^\gamma \quad (3.4)$$

bağıntısı yazılabilir. (3.4) eşitliğinde'de,  $A$  küme alanı,  $P$  kümenin çevresi,  $C_1$  denkleme ait bir katsayı ve  $\gamma$  yüzeydeki kümeleri temsil edebilen ölçekleme teorisine göre kritik üs değeridir. Bu kritik üs  $\gamma$ ,  $\log A - \log P$  grafiği çizilerek oluşan doğrunun eğiminin hesaplanması ile bulunabilir [64]. Bu grafik Şekil 3.4'de gösterilmektedir. MD kümeleri için, grafiğin eğimi  $1,465 \leq \gamma \leq 1,614$  arasında değişen değerler almaktadır.





**Şekil 3.4:** MnD-A için çevre-alan ilişkisi. Grafiğin eğimi  $\sim 1,614$ .

Mc yüzeyinden seçilen bölgelerdeki iki boyutlu fraktal dağılımlar (kümeler) için diverjans oranı,  $\rho_D$ , dağılımların (kümelerin) yüzey alanının karekökü ve çevresiyle ilişkilidir. Fraktal diverjans oranı Mandelbrot tarafından, aşağıdaki gibi önermiştir;

$$\rho_{Df} = C_2 P(\delta)^{1/D_f} A(\delta)^{-(1/2)} \quad (3.5)$$

Burada,  $C_2$  bir sabit,  $P$  çevre ve  $A$  alandır.  $\mathcal{S}$ , kümeyi oluşturan en küçük uzunluk değeridir ve bir piksel olarak alınır. Dört farklı bölge için fraktal diverjans oranı, 2,092'den 1,228'e kadar değişen değerler almaktadır. Mc yüzeyindeki geniş dal kalınlıklarına sahip basit bir dendrit, daha küçük fraktal diverjans oranına sahiptir. Mangan dendriti için dal kalınlığı ince olduğunda bu değer artmaktadır. Kuvars yüzeyinde bir doğrultuda büyüyen farklı geometrik yapılara sahip mangan MD'ler için diverjans oranı  $\rho_D$ , 0,840'dan 0,12'e kadar değişen değerler almaktadır [9].

Mc yüzeyinden seçilen dört bölgedeki mangan dendritlerinin ölçekleme özelliklerini [67, 68] belirlemek amacıyla, sistemlerdeki istatistiksel beklenen değerleri ifade eden, karekök ortalama kalınlığı (*rms-root mean square*), küme büyüklüğü ile parçacıkların sayısı arasındaki ilişkiyi tanımlayan ölçekleme metodu kullanılarak hesaplandı. 8 bit binary formatına sahip dört bölgenin *rms* kalınlığı ve bir  $h$  kalınlığı boyunca uzanan piksellerin sayısı aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır. Buna göre;

$$T(h) = \left\langle (x_i - \langle x_i \rangle)^2 \right\rangle^{1/2} \quad (3.6)$$

Burada  $\langle \dots \rangle$   $h$  piksel sayısı üzerinden bir ortalamayı ve  $x_i$ ,  $i$ . pikselin kalınlığını göstermektedir.  $h$  değeri; 1, 2, 3, ...  $n$   $x_i$  olarak alınabilir ve  $n$  burada bir tamsayıdır. Piksel biriminde 0'dan 512'ye kadar değişen bir  $h$  kalınlığının içinde yer alan toplam piksel sayısı;

$$N(h) = \sum_{x_i} \rho(x_i) \quad (3.7)$$

Burada  $\rho(x_i)$ , parçacık yoğunluğudur ve şu şekilde tanımlanmaktadır;

$$\rho(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{eğer } x_i \text{'deki piksel karalık ise} \\ 0, & \text{eğer } x_i \text{'deki piksel aydınlık ise} \end{cases} \quad (3.8)$$

(3.8) eşitliğinde,  $\rho(x_i)$ ,  $x_i$  aydınlık piksel ise 0, karalık piksel ise 1 olarak alınıp hesaplama yapılmaktadır.

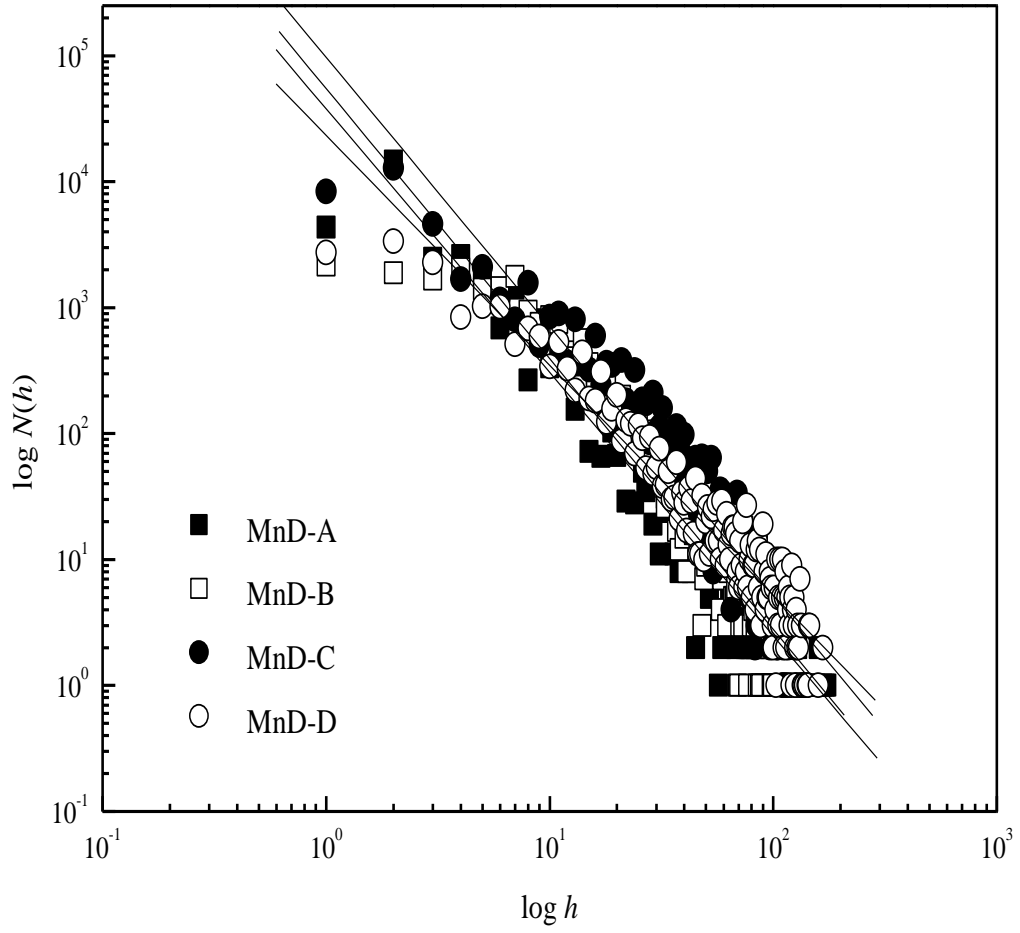
$N(h)$  ile  $h$  arasındaki ilişki şu şekilde tanımlanır;

$$N(h) \sim h^{-\alpha} \quad (3.9)$$

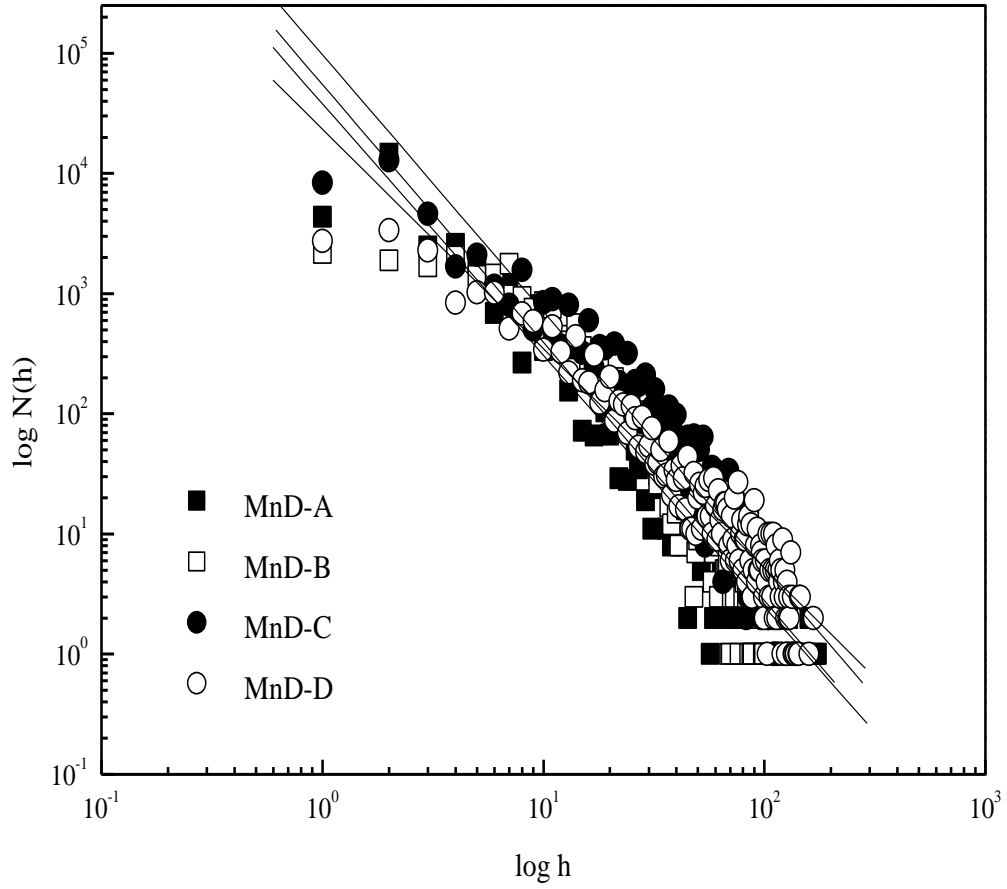
ve  $T(h)$  ile  $N(h)$  arasındaki ilişki,

$$T(h) \sim N(h)^\beta \quad (3.10)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada  $\alpha$  ve  $\beta$  morfolojik yapılarıdaki ölçekleme kritik üs değerleridir [67, 68]. Şekil 3.5 ve 3.6'da lineer regresyon metodu kullanılarak  $\alpha$  ve  $\beta$ , kritik üslerinin değeri, sırasıyla 2,136 ve 0,317 olarak hesaplanmıştır. Mc yüzeyinden seçilen dört farklı görüntü için  $\alpha.\beta=0,635$  değerini almaktadır.  $\alpha$  kritik üs değeri işgal edilme kesri ile azalmaktadır. Dört görüntü için elde edilen bu sonuçlar ve onların %95 güvenilirlikli sınırları Tablo 3.1'de özetlenerek verilmektedir.



**Şekil 3.5:** Tipik  $\log h$ -  $\log N(h)$  grafiği. Değişen data değerlerine fit edilen grafiğin eğimi ölçekleme üslerini verir ve 2,147-1,825 arasında değerler almaktadır.



**Şekil 3.6:** Tipik  $\log N(h)$ - $\log T(h)$  grafiği. Datalara fit edilen grafiğin eğimi 0,323-0,278 arasında değişen değerler almaktadır.

Şekil 3.6’da görüldüğü gibi  $N(h)$  arttıkça  $T(h)$  artmaktadır. Bu sonuç, MD’nin oluşumu süresince parçacık sayısının arttığını göstermektedir. Saitou ve Okudari’nin elektrodepozisyon yöntemi kullanılarak gözenekli nikel-fosfat filmlerin makro içyapısı için hesapladığı  $\alpha$  ve  $\beta$  kritik üs değerleri sırasıyla, 1,15 ve 0,91 olarak verilmektedir [67].

**Tablo 3.1:** Mc cevher yüzeyinden seçilen dört bölge için işgal edilme kesri, fraktal boyut, çevre-alan katsayıları ve ölçekleme kritik üsleri  $\alpha$  ve  $\beta$  sonuç değerleri.

	İşgal edilme kesri ( $\phi$ )	Kutu sayma metodu ( $D_f$ )	Çevre-Alan analizi için kritik üs ( $\gamma$ )	Diverjans oranı ( $\rho_D$ )	Kritik üs $\alpha$	<i>rms</i> kalınlığına ait kritik üs $\beta$
MnD-A	0,160	1,626±0,013	1,614± 0,012	2,092±0,016	2,092±0,065	0,304±0,007
MnD-B	0,161	1,676±0,018	1,581±0,010	2,151±0,014	2,147±0,073	0,323±0,005
MnD-C	0,210	1,732±0,067	1,465±0,015	1,228±0,012	2,136±0,068	0,317±0,005
MnD-D	0,350	1,740±0,045	1,513±0,006	1,317±0,005	1,825±0,050	0,278±0,005

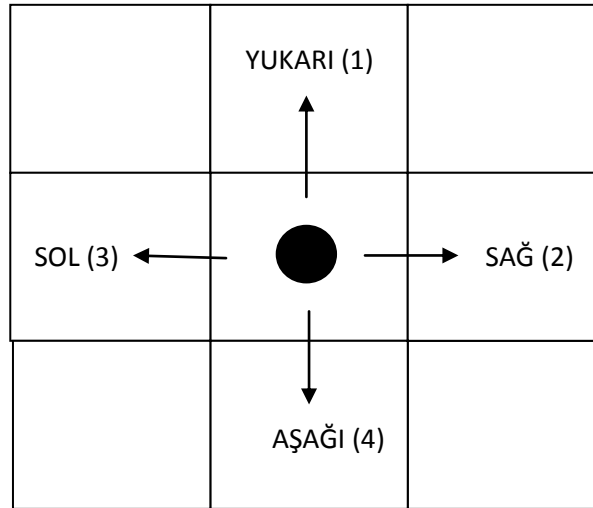
## 3.2 MD'nin MC Simülasyonları

### 3.2.1 Materyal Metot

Difüzyon ile sınırlı tanecik kümeleşme (DLA) modelinde  $L$  doğrusal boyutlu bir kapalı kare örgü ve yerleşeceği tahmin edilen parçacık (tanecik) sayısı belirlenir. Bu örgü içerisinde taneciklerin etrafında kümeleşeceği tohum (çekirdek) tanecik, koordinatları keyfi olarak belirlenen bir göze (hücreye) yerleştirilir. Kare örgünün kenarlarındaki göz sayısı  $4L$  ve örgünün toplam göz sayısı  $L^2$  dir. Bilgisayar 0,001 ile 0,999 arasında rastgele sayılar ( $R$ ) üretir. Taneciğin harekete başlayacağı gözü kare örgü üzerine bulmak için, çekirdekten  $R1$  ve  $R2$  ( $R1 < R2$  olmak üzere) yarıçaplı çember alınarak  $R1 < I = RL/2 < R2$  hesaplanır. Eğer  $R1 < I$  olan durum  $A$  modeli olarak ve  $R1 < I = RL < R2$  olan durum ise  $B$  modeli olarak tanımlanır. Böylece  $A$  ve  $B$  modeli için elde edilen  $I$  değerinin tamsayı kısmı alınarak taneciğin harekete başlayacağı çekirdekten  $R$  yarıçap uzaklıklı örgü gözü konumu hesaplanır. Taneciğin yürüyeceği yeni gözü bulmak için tekrar bir rastgele sayı üretilir. Eğer sayının değeri 0,001 ile 0,249 arasında ise tanecik bir göz aşağı(4), 0,250 ile 0,499 arasında ise bir göz yukarı(1), 0,500 ile 0,749 arasında ise bir göz sağa(2), 0,750 ile 0,999 arasında ise bir göz sola(3) taşınır. Şekil 3.7'de bir taneciğin olası yürüme yönleri gösterilmektedir. Kapalı kare örgünün koordinatı  $(I, J)$  olan herhangi bir gözde bir tanecik için; eğer  $0,001 \leq R \leq 0,249$  ise taneciğin koordinatları  $(I, J+1)$ ,  $0,250 \leq R \leq 0,499$  ise  $(I, J-1)$ ,  $0,500 \leq R \leq 0,749$  ise  $(I+1, J)$ ,  $0,750 \leq R \leq 0,999$  ise  $(I-1, J)$  yürümesi gerçekleşir. Bu işlemler, küme temsilini üretmek için yapılan simülasyonlarda başlangıçta önerilen tanecik sayısına ulaşıncaya kadar tekrarlanır.

Algoritmaya rastgele yürüyüş ek olarak yapışma olasılık  $P$ , büyüyen kümenin çevresinde bulunan boş komşu gözlere eklenen parçacıkların yörünge davranışını ve büyüyen yüzey üzerinde kompleks reaksiyon dinamiklerini temsil etmek üzere kullanılmaktadır. Özellikle yapışma olasılığı  $P$ , numune yüzeyinde geri dönüşümsüz katyonların indirgenerek azalmasını gerektiren kimyasal aktivasyon enerjisi ile ilişkili bir simülasyon parametresi olarak kullanılmaktadır. Yürüme boyunca bir parçacık  $P$  olasılığıyla sürüklenme doğrultusundaki bir örgü birimi ile ya da  $1-P$  olasılık ile dört komşusundaki birine doğru hareket eder.  $A$  ve  $B$  modellerinde

tanecikler yapışma olasılığı  $P$  değeri ile küme çevresinde aktif bos sitlere yerleşerek kümeye yapışmaktadır. Yapışma olasılığı  $P=t^{3-B}$  bağıntısı ile verilir. Burada  $t$ , yapışma olasılığı parametresi olup  $0 < t \leq 1$  değerleri alabilir. Küme çevresindeki herhangi bir taneciğin çevresindeki aktif üç bos sitin dolma olasılığı  $B=1$  değerliden daha fazladır. Modeller tanecik sürüklenmesinin zıt doğrultusundaki büyüme eğilimi ile küme temsillerini üretmektedir. Taneciğin küme ile etkileşmesi birbirlerine yapışma olasılığı  $P$ , ortamın sıcaklığı ve kimyasal dinamikler ile doğru orantılıdır. Sıcaklığın azalması, taneciklerin ortalama serbest yolların büyütür ve tanecikler, küme saçaklarının (dallarının), arasındaki iç bölgelere kadar ulaşarak yapışır ve dalların kalınlığı artar. Bunun sonucu olarak, tanecik kümeleri daha sıkı ve yoğun bir görünüm kazanır.



**Şekil 3.7:** Bir taneciğin gidebileceği komşu gözler.

Harekete başlatılan ve rastgele yürütülen tanecik, merkezi taneciğin (çekirdek) bir komşu gözüne ulaşıncaya kadar yürüyüşüne devam ettirilir ve tanecik kümenin bir elemanı olur. Eğer herhangi bir tanecik, hareketi esnasında kapalı örgünün sınırları dışına çıkarsa, o tanecik ihmal edilerek yeni bir tane önerilir. Bu işlem, küme simülasyon başlangıcında belirlenen tanecik sayısına ulaşıncaya kadar devam eder. Sistemde bulunan tanecikler sıcaklık etkisi ya da diğer oluşum parametrelerinin etkisi ile küme oluşturmaktadır. Brown hareketi olarak isimlendirilen taneciklerin bu hareketi difüzyon ile sınırlı olduğu için MC yöntemi ile doğrudan incelenebilir [66].



### 3.2.2 Hesaplamalar

Bölüm 3.1’de Mc yüzeylerinden seçilen bölgeler üzerinde kümeler bir bütün halinde incelendi. Bu bölgelerdeki dendrit özellik gösteren dağılımları ayrı ayrı incelemek ve onları temsil eden simülasyon görüntülerini elde ederek karşılaştırmak amacıyla, dendrit şeklindeki depozitlerin ve onları temsil eden simülasyon görüntülerinin fraktal boyut, ölçekleme kritik üs değerleri araştırılmıştır. MD’nin geometrik yapısı teoriksel olarak DLA modeli kümeleri ile karakterize edilmektedir ve onların simülasyonu MC metodu ile oluşturulabilir [63, 77].

İlk olarak, küme temsillerinin üretiminde kullanılmak için algoritmanın geçerliliği kontrol edilir. Bu amaç ile küme temsilleri bilgisayar ekranının çözünürlüğüne göre en küçük karelere bölünerek ölçeklenmekte ve bunlar kullanılarak üzerlerinde nümerik hesaplamalar yapılmaktadır. Daha sonra küme temsilleri, simülasyon üretim değerleri sonucu morfolojik yapıdaki geometrik ve istatistiksel olarak tanımlanmış değerlerindeki değişiklikler referans alınarak gruplanmaktadır. Ayrıca, simülasyon yöntemi kullanılarak üretilen küme temsilleri doğal oluşum ve deneysel çalışmalar ile karşılaştırılmaktadır.

Doğal oluşmuş ve deneysel üretilmiş malzemelerin yüzey ve ara yüzeylerindeki farklı oluşum yapıların fiziksel ve kimyasal özelliklerine önemli katkısı vardır. Böylece bu yapıların tanımlanması ve oluşum mekanizmalarının tartışılması teknolojik uygulamalardaki kullanımından dolayı son zamanlarda dikkat çekici bir konu olmuştur. Bu yapılar fiziksel, kimyasal ve biyolojik etkileşimler sonucu oluşmaktadır. Özellikle kimyasal elektrodepozisyonda, buhar depozisyonu kullanılarak film büyütmelelerinde ve bakteri küre büyümelerinde gözlenmektedir. Deneysel çalışmalarda, Petri kabı kullanılarak ya da film üretimi esnasında oluşmakta ve elektron tarama mikroskobu kullanılarak yüzey karakterizasyonu ile belirlenmektedir. Bunlar kristal büyüme ya da kuasi kristal olarak tanımlanabilir. Geometrik ve istatistiksel bakış açısı ile makro yapısı dikkate alınarak incelenmektedir.

Yapılar gerek oluşum sürecinde gerekse final durumunda kendine benzer (self-similarity) özellik göstermektedir. Bu yüzden kuasi kristallerle ilgili çalışmalar,

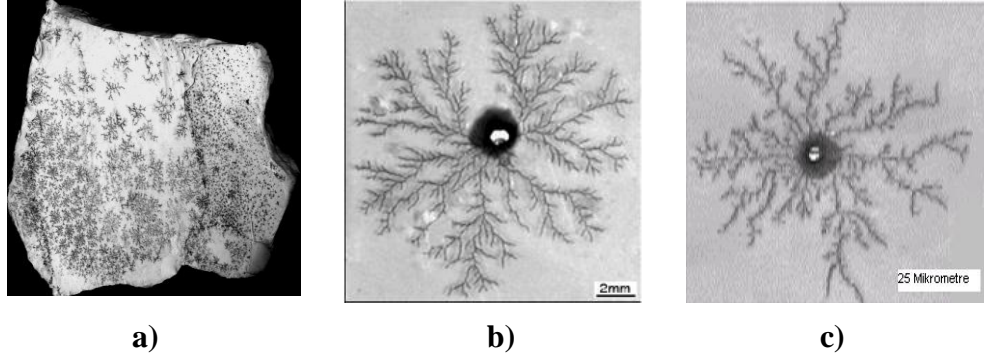
deneysel, simülasyon ve reel yapıları ölçekleyerek nümerik ve geometrik hesaplamalar üzerine odaklanmıştır. Manyezit cevheri yüzeyine, mangan (Mn) ve demir (Fe) içerikli bileşikler sızarak veya çökerek düşük yoğunluklu saçaklı yapılar oluşturmaktadır. Şekil 3.8’de doğal koşullarda oluşan ve farklı deneysel şartlarda üretilen küme yapıları sunulmaktadır. Bunlar kaotik ve düzensiz yapılardır. Parçacıkların numune üzerinde yayılması ve bir küme oluşturması Laplace denklemi çözüm yaklaşımı ile tanımlanmaktadır. Şekil 3.8’de doğal manyezit cevheri yüzeyinde oluşan mangan dendritleri (a) ve Mogi ve arkadaşları Petri kabı kullanarak gerçekleştirdikleri deneysel çalışmalarda çinko sülfat ( $ZnSO_4$ ) çözeltisi elektro deposizyonu sonucu üretilen çinko (Zn) metal katyonlarının indirgenmesi sonucu oluşan kümeleri (b-c) göstermektedir [78]. Küme temsillerini üretmek için farklı MC simülasyon modelleri vardır. Bunlardan en önemlisi ve algoritmasının basitliğinden dolayı difüzyonla sınırlı kümeleşme (DLA) modelidir. Bu çalışmada, DLA modeli algoritması kullanılmaktadır. Yarı çapı  $40 \text{ \AA}$  olan kolloidal taneciklerin kümeleşmesini tanımlamak için geliştirilen bir MC simülasyon modeli olarak öneminden dolayı DLA modeline genelleştirme ile A ve B modelleri tanımlanmaktadır. Özellikle taneciklerin yörüngeleri ve bu yörüngede öteleme davranışı (random veya doğru boyunca yürüyüş) referans alınarak araştırmalar yapılmaktadır. Bu modellerde parçacık yörüngesi kısa adım mesafeli ise fraktal boyut değeri  $D_f = 2$  değerli kümeler temsilleri elde edilmektedir. Buna karşın uzun adım mesafeli rastgele yürüyen parçacıkların oluşturduğu kümelerin fraktal boyut değeri  $D_f = 1$  ile gösterilmektedir. Sonuç olarak, 1 büyüklüğünde bir tanecik kümesinin kütlesi;

$$M(l) = l^{D_f} \cdot f\left(\frac{l}{\xi}\right) \quad (3.11)$$

bağıntısı ile verilebilir. Bu da  $l/x = r$  yaklaşımı ile tanımlanabilir.

$$f(x) \sim \begin{cases} \text{Sabit eğer, } x \ll 1 \text{ ise,} \\ x^{d-D_f} \text{ eğer, } x \gg 1 \text{ ise,} \end{cases} \quad (3.12)$$

Burada  $M$  kümede biriken kütle,  $l$  küme büyüklüğü,  $d$  uzay boyutu,  $D_f$  fraktal boyut değeri ve  $r$  morfolojik DLA rejiminden radyal benzeri ölçekleme rejimine genetik (morfolojik) geçiş yarıçapını temsil etmektedir.

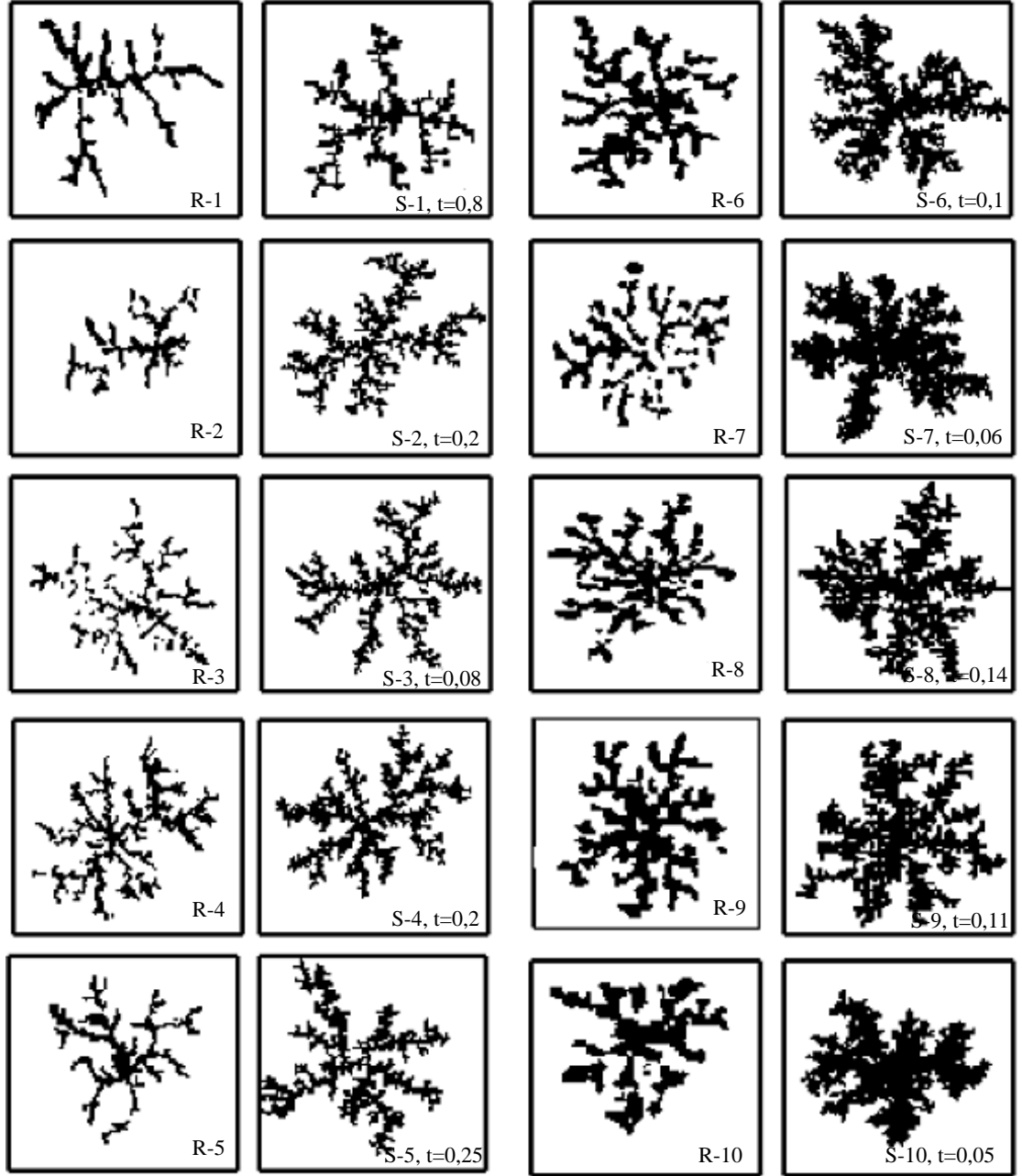


**Şekil 3.8:** a) Doğal manyezit cevheri yüzeyinde oluşan mangan dendritleri [25, 64]. b) ve c) Petri kabında Mogi ve arkadaşları tarafından gerçekleştirilen çinko sülfat çözeltisi kullanılarak üretilen yapılar [78].

Küme simülasyonları için özellikleri Ek-1'de verilen kişisel bilgisayar kullanılmıştır. Kapalı kare örgü merkezine çekirdek parçacık yerleştirilmektedir. Kapalı kare örgü kenarlarından rastgele tanecikler random yörüngede sabit sürüklenme hızlı yürüyen parçacıklar gönderilerek merkezi çekirdeğin komşu gözüne yerleşmesi sağlanmaktadır. Eğer bir parçacık rastgele yürüyüşü esnasında kapalı kare örgünün dışına çıkarsa, o iptal edilerek yeni bir parçacık önerilerek işleme devam edilmektedir. Algoritmaya rastgele yürüyüşe ek olarak yapışma olasılık  $P$ , büyüyen kümenin çevresinde bulunan boş komşu gözlere eklenen parçacıkların yörünge davranışını ve büyüyen yüzey üzerinde karmaşık reaksiyon dinamiklerini temsil etmek üzere kullanılmaktadır.

Özellikle yapışma olasılığı  $P$ , numune yüzeyinde geri dönüşümsüz katyonların indirgenerek azalmasını gerektiren kimyasal aktivasyon enerjisi ile ilişkili bir simülasyon parametresi olarak kullanılmaktadır. Yürüme boyunca bir parçacık  $P$  olasılığıyla sürüklenme doğrultusundaki bir örgü birimi ile ya da  $1-P$  olasılık ile dört komşusundaki birine doğru hareket eder. Model sürüklenmenin zıt doğrultusundaki büyüme eğilimi ile küme temsillerini üretmektedir.

Mc yüzeyinden seçilen bölgelerde her bir dağılım için parçacık sayısı  $N$ , yapışma olasılık parametresi  $t$  ve örgü boyutu  $L$  değiştirilerek on tane simülasyon görüntüsü elde edildi. Her bir dağılım için elde edilen bu on simülasyon görüntüsü için parametre değerleri ayrı ayrı hesaplanarak bu değerlerin üzerinden ortalamaları hesaplandı. Mc yüzeyindeki dağılımlar ve bu dağılımları temsil eden simülasyon görüntüleri Şekil 3.9'da görülmektedir. Şekil 3.9'da dendrit şeklindeki MD'nin görüntüleri R-1, R-2, ..., R-10 ve bu depozitleri temsil eden simülasyon görüntüleri S-1, S-2, ..., S-10 olarak ve ayrıca seçilen on farklı dağılım Tablo 3.2'de MnD-1, MnD-2, MnD-3...olarak isimlendirilmektedir. Mc yüzeylerine ait görüntüler ile simülasyon görüntülerdeki dallanmaların kalınlık farkının nedeni, simülasyonda bir pikselde bir parçacık bulunurken gerçek görüntülerde bir pikselde çok sayıda atom bulunması ve bu atomların sayılması için var olan bilgisayar teknolojisinin yetersiz kalmasıdır. Simülasyon görüntülerine ait yapışma olasılığı parametresi  $t$  ve kare örgü boyutu  $L$  değerleri Tablo 3.2'de görülmektedir.



**Şekil 3.9:** Mc yüzeyinden seçilen MD dağılımları ve bu dağılımları temsil eden simülasyon görüntüleri.

MD gibi, DLA ile oluşturulan kümelerde yoğunluk korelasyonu nümerik olarak azalmakta ve bir büyük kümeleşmede belirgin bir uzunluk bulunmamakta ve bu, fraktal boyut ile açıklanmaktadır. Fraktal boyutu hesaplamak için birçok yöntem vardır. Bu yöntemlerden biri yoğunluk-yoğunluk korelasyon fonksiyonudur;

$$C(r) = \frac{1}{V} \sum_r \rho(r+r') \rho(r') \quad (3.14)$$

Burada  $N$ , kümedeki tanecik sayısı ya da normalizasyon parametresi ve  $\rho(r)$  ise  $r$  konumlu iki hücredeki tanecik yoğunluğudur. Bu fonksiyonun yalnızca iki örgü gözünü ayıran  $r$  uzaklığına bağlı olduğu kabul edilmektedir. Bu kabul  $r$ 'nin değeri kümeni boyutlarından küçük ise geçerlidir. Bir fraktal kümenin korelasyon yoğunluk fonksiyonu [2];

$$C(r) \sim r^{-A} \quad (3.15)$$

$r$ 'nin bir kuvveti şeklinde değişir. Bu ifadedeki  $A$  bir sabit,  $\alpha$  ise yoğunluk korelasyon fonksiyon üs değeri olup log-log grafiğinden lineer regresyon kullanılarak hesaplanan ( $\log(C)$ 'nin  $\log(r)$ 'ye karşı grafiği) eğim değeridir. Dolayısı ile korelasyon yoğunluk fonksiyon üs ile fraktal boyut arasında,

$$D_f = d - A \quad (3.16)$$

ilişkisi vardır. Burada  $d=2$  değerini alan Öklid boyutudur. Denklem 3.15'deki ifade yardımıyla  $\log C(r) - \log r$  grafiği Şekil 3.10'daki gibi çizilerek lineer regresyon metodu ile on tane MD ve onu temsil eden on tane simüle görüntü için  $A$ , yoğunluk-yoğunluk korelasyon fonksiyon üs değerleri hesaplanmıştır.  $A$ , yoğunluk-yoğunluk korelasyon fonksiyon üs değeri MD'yi için 0,30 -0,47 ve simüle görüntüler için 0,29-0,46 arasında değişen değerler almaktadır.

Fraktalın lineer boyutu  $L$ 'nin ölçülmesi için yapılan hesaplamaların Fraktal boyutun hesaplanması için bir diğer yoldur. Fraktalın noktaları ile fraktalın kütle merkezi arasındaki uzaklık, jirasyon yarıçapı  $R_g$ ;

$$R_g = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N r_i^2 \right)^{1/2} \quad (3.17)$$

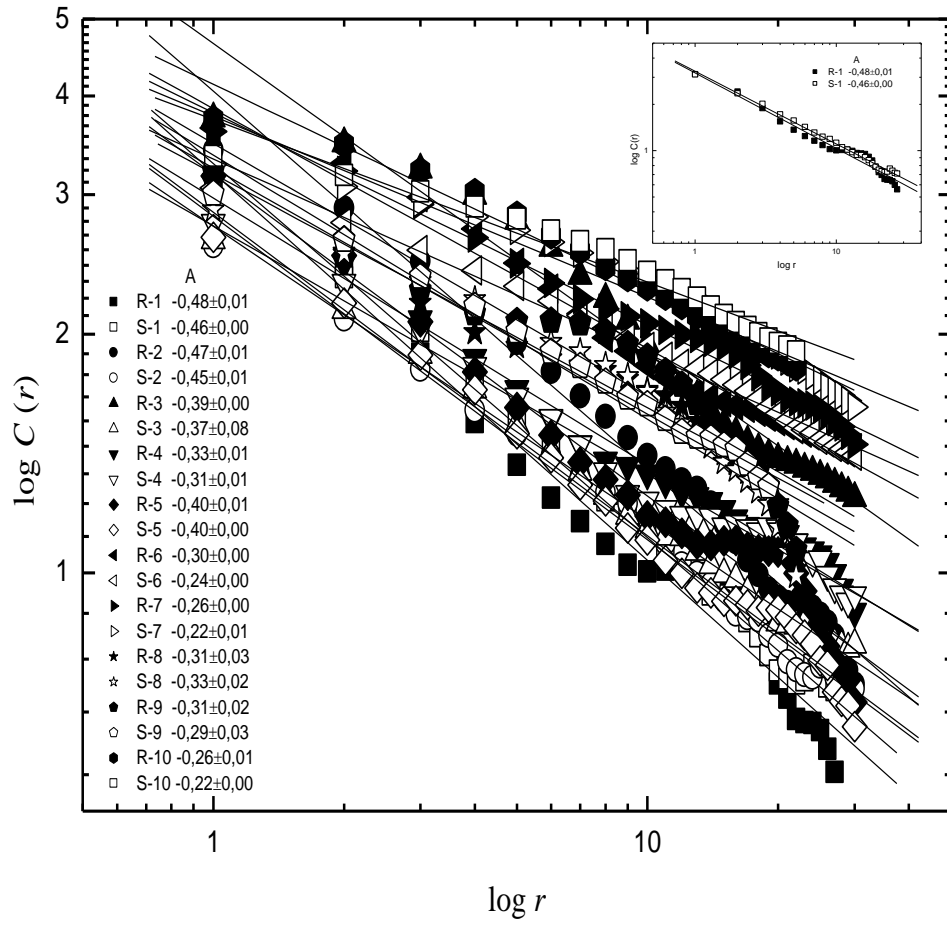
Denklem 3.17'de  $r_i$ , fraktalın kütle merkezi ile fraktalın  $i$ .parçacığının arasındaki uzaklık ve  $N$ , fraktaldaki toplam parçacık sayısıdır. Jirasyon yarıçapı ile  $N$  toplam parçacık sayısı arasında;

$$Rg \sim N^B \quad (3.18)$$

ilişkisi vardır. Fraktaldaki parçacıkların ölkçekleme kanununu ve kuvvet kanunu kullanılarak fraktal boyut ile jirasyon yarıçapı üs değeri  $B$  arasında;

$$D_f = 1/B \quad (3.19)$$

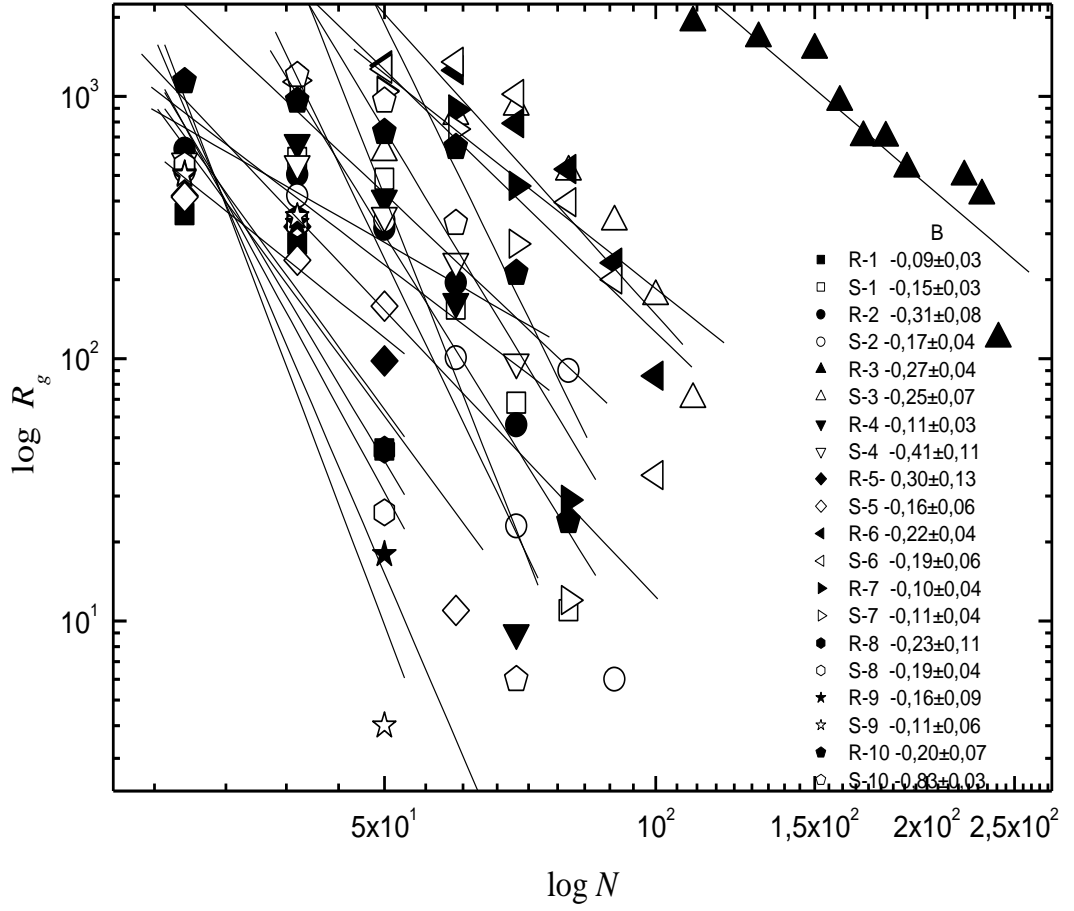
bağıntısı elde edilir [63].



**Şekil 3.10:** R-1, R-2... ve S-1, S-2... dağılımları için  $\log C(r)$ - $\log r$  grafiği. Korelasyon fonksiyon üs değerleri  $A$ , MD'i için 0,30 -0,47 ve simüle görüntüler için 0,29-0,46 arasındadır. Ayrıca R-1 ve S-1 için  $\log C(r)$ - $\log r$  grafiği alt şekil olarak bu şekilde yerleştirilmiştir.

Manyezit cevher yüzeyinden seçilen on tane MD ve onları temsil eden simüle görüntüler için fraktaldaki  $N$  toplam parçacık sayısının jirasyon yarıçapı  $R_g$ 'ye olan logaritmik grafiği Şekil 3.11'de görülmektedir. Lineer regresyon metodu kullanılarak bu grafiğin eğimi  $B$  jirasyon üs değerleri verilmektedir. Buna göre  $B$  değeri 0,09-0,83 arasında değişen değerler almaktadır.





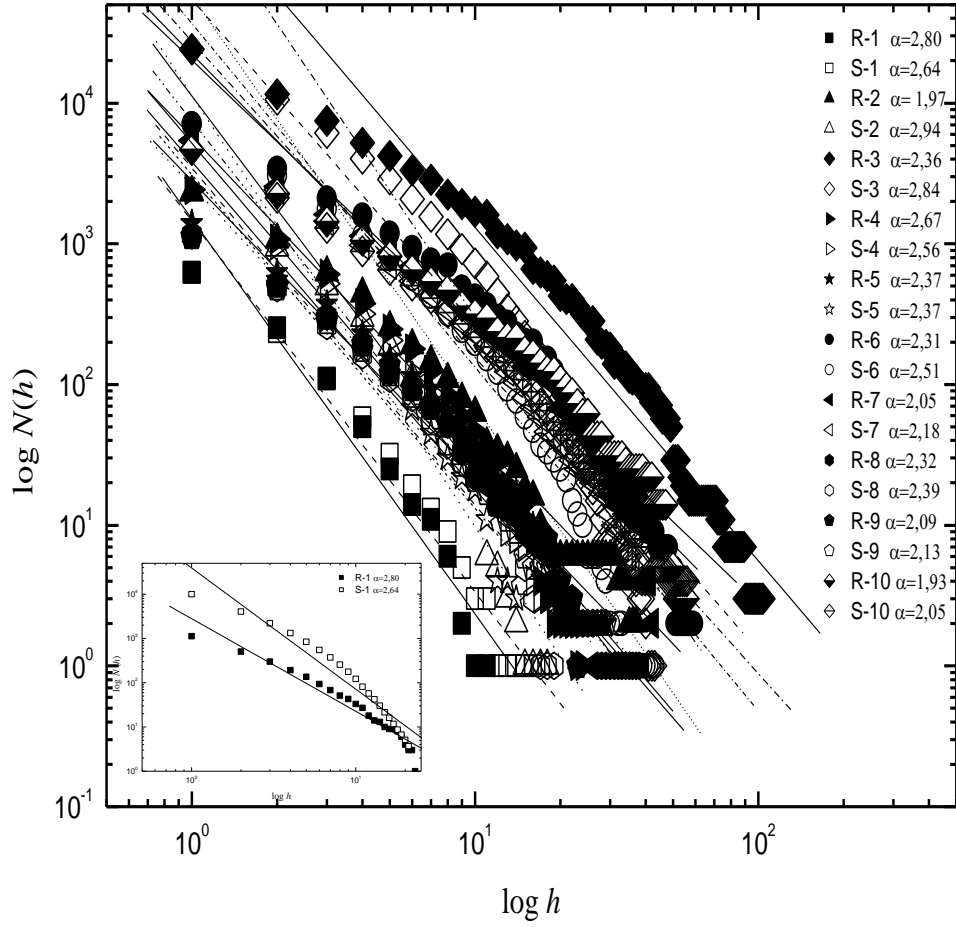
**Şekil 3.11:** R-1, R-2... ve S-1,S-2... dağılımları için  $\log N$ - $\log R_g$  grafiği. Jirasyon üs değeri  $B$ , 0,09-0,83 arasındadır.

Witten ve arkadaşları, Mc metodu kullanarak elde ettikleri DLA desenleri için  $B$  değerini, 0,34 olarak hesaplamışlardır. Parçacık sayısı 999-3000 arasında değişen altı tane simüle küme için jirasyon yarıçapını 0,29 olarak belirlemişlerdir [13]. Iakovlev ve arkadaşları, iki boyutlu basit kübik örgü üzerindeki DLA kümeleri için  $A$  değerini 0,30-0,32 ve  $B$  değerini 0,58-0,59 olduğu sonucuna varmışlardır. Ayrıca üç boyutlu basit kübik örgü üzerindeki DLA kümeleri için  $A$  değerini 0,54-0,61 ve  $B$  değerini 0,39-0,40 arasında tespit etmişlerdir [79]. Kobl, kinetik olarak büyüyen kümeler için üs değerlerini yaklaşık 0,61 olarak bulmuştur [80]. Meakin uzun fiber üzerindeki depozisyon kümesi için jirasyon üssü  $B$  değerini 0,66 olarak hesaplamıştır

[68]. Forrest ve arkadaşları, duman parçacık kümeleri için buldukları  $B$  değeri 0,31'dir [81]. Matsushita,  $A$  değerini elektrodpozisyon ile büyüyen çinko metal yapraklar için yaklaşık 0,37 olarak belirlemiştir [85].

MD'nin fraktal boyutu, (3.2) eşitliği yardımıyla, kutu sayma (box-counting) metodu kullanılarak hesaplanmıştır. Mc'nin yüzeyinden seçilen farklı dağılıma sahip mangan dendritleri için hesaplanan fraktal boyut değerleri 1,39-1,71 arasında ve bu dendritlerin her birine ait on simülasyonun fraktal boyut ortalama değeri 1,47-1,66 arasındadır. Elde edilen bu sonuçlar Tablo 3.2'de gösterilmektedir. Ng ve Teh, mangan dendritlerinin fraktal boyutunu, ortalama 1,75 olarak hesaplamıştır [9]. Chopard ve arkadaşları, bu değeri kireç taşı yüzeyindeki mangan dendritleri için 1,78 ve kuvars yüzeyindeki mangan dendritleri için 1,51 olarak belirlemiştir [10]. Merdan ve Bayirli'nin Mc yüzeyindeki mangan dendritleri için yaptıkları makalede fraktal boyut 1,61-1,88 arasında değerler almaktadır [81]. Matsushita ve arkadaşları, elektrodpozisyon yöntemiyle oluşturduğu çinko metal ağaç şeklindeki depozitlerin fraktal boyutunu yaklaşık 0,7 bulmuştur [85].

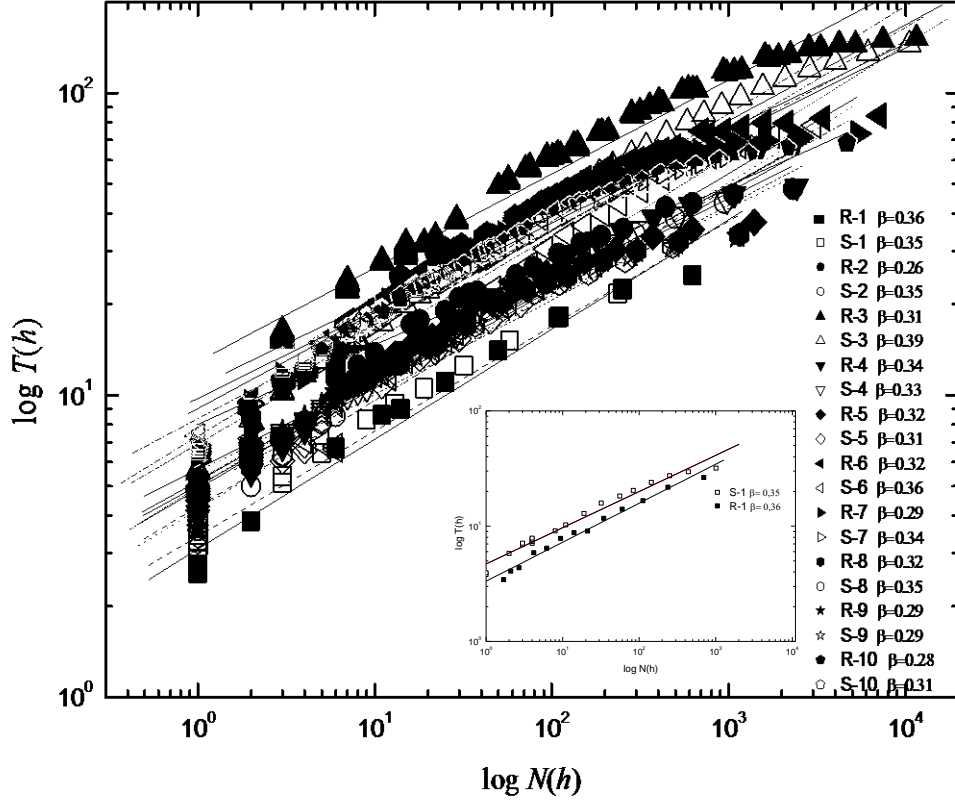
Mc yüzeyinden seçilen dağılımlar ve onları temsil eden simülasyon görüntüleri için (3.6) ve (3.7) eşitlikleri kullanılarak ölçekleme kritik üs değerleri belirlendi. Mc yüzeyinden seçilen on tane mangan dendrit dağılımları için  $N(h)$  ve  $T(h)$  değerleri hesaplandı. Hesaplanan bu değerlerden Şekil 3.12'de gösterilen  $\log h$ - $\log N(h)$  grafiği çizilerek lineer regresyon metodu yardımıyla  $\alpha$  kritik üs değeri her bir dağılım için belirlendi. Aynı şekilde  $\log N(h)$ - $\log T(h)$  grafiği çizilerek lineer regresyon yardımıyla  $\beta$  kritik üs değeri belirlendi.



**Şekil 3.12:** R-1, R-2,... ve S-1, S-2... için  $\log h$ - $\log N(h)$  grafiği ( $88 \leq L \leq 142$ ,  $0,05 \leq t \leq 1$ ,  $625 \leq N \leq 24136$ ). Kritik üs değeri  $\alpha$ , MD için  $0,93 - 2,80$  and onları temsil eden simüle görüntüler için  $2,05-2,94$  olarak belirlenmiştir. Ayrıca R-1 ve S-1 için  $\log h$ -  $\log N(h)$  grafiği alt şekil olarak yerleştirilmiştir.

Mc yüzeyinden seçilen on tane mangan dendrit dağılımlarının her biri için onları temsil eden en az on simülasyon görüntüsü elde edildi. Her bir mangan dendrit dağılımını temsil eden simülasyon görüntü için  $N(h)$  ve  $T(h)$  değerleri hesaplanıp grafikler çizildi. Şekil 3.12’de gösterilen  $\log h$ -  $\log N(h)$  grafiğinden lineer regresyon metodu ile her bir temsili simülasyon görüntüsü için  $\alpha$  değerleri ve Şekil 3.13’de

gösterilen  $\log N(h)$ -  $\log T(h)$  grafiğinden lineer regresyon metodu yardımıyla  $\beta$  değerleri elde edildi. Bu sonuçlar Tablo 3.3’de verilmektedir.



**Şekil 3.13:** R-1, R-2,... ve S-1, S-2... için  $\log N(h)$  -  $\log T(h)$  grafiği ( $88 \leq L \leq 142$ ,  $0,05 \leq t \leq 1$ ,  $625 \leq N \leq 24136$ ). Kritik üs değeri  $\beta$ , MD için 0,26 – 0,36 and onları temsil eden simüle görüntüler için 0,29 – 0,39 olarak belirlenmiştir. Ayrıca R-1 ve S-1 için  $\log N(h)$  -  $\log T(h)$  grafiği alt şekil olarak yerleştirilmiştir.

Şekil 3.12 ve 3.13’de lineer regresyon metodu kullanılarak MD’ye ait  $\alpha$  ve  $\beta$  kritik üs değerleri sırasıyla 1,20-2,84 ve 0,26-0,34 arasında hesaplanmaktadır (Tablo 3.2). Bu dağılımlara ait on tane simülasyon için hesaplanan  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri ise 2,25-2,96 ve 0,30-0,39 arasındadır (Tablo 3.3). Şekil 3.12’de  $x_i \rightarrow h$  artarken,  $N(h)$  değeri MD için azalmaktadır. Bu desenlere ait  $T(h)$  değerleri  $N(h)$  artarken artmaktadır. Bir önceki Mc yüzeyinden seçilen dört bölge için yapılan hesaplamalarda  $\alpha$  ve  $\beta$

değerleri sırasıyla 1,82-2,14 ve 0,27-0,32 arasında değişen değerler almaktadır [29]. Bu sonuçlar, aynı yüzeydeki her bir dağılım için elde edilen değerlerle uyumaktadır. Bulgular, MnD'nin oluşumu süresince parçacık sayısının arttığını göstermektedir. Saitou ve Okudaira elektrodpozisyon yöntemi kullanarak ürettikleri gözenekli Ni-P filmlerinin makro içyapısı için  $\alpha$  ve  $\beta$  değerlerini sırasıyla 1,15 ve 0,91 olarak hesaplanmaktadır [67]. Matsushita ve arkadaşları, elektrodpozisyon metodu ile üretilen ağaca benzeyen desenlere sahip çinko metal için *rms* kalınlığına ait  $\beta$  kritik üs değerini 0,72 hesaplamaktadır [85]. Meakin 1983'de, fiberler ve yüzeyler üzerinde DLA'yı göstermiş ve 2-boyutlu yüzeylerdeki depozitler için *rms* kalınlığına ait  $\beta$  kritik üs değerini 1,30, 3-boyutlu yüzeylerdeki depozitler için 1,70 olarak hesaplamıştır [68]. Meakin 1984'de 2- ve 3- boyutlu sistemlerde simülasyon görüntülerinin *rms* kalınlığına ait  $\beta$  kritik üs değerini yaklaşık 1,75 olarak bulmuştur [63]. Bayirli, bir Mc yüzeyindeki depozitlerin *rms* kalınlığına ait  $\beta$  kritik üs değerini 1,74 olarak hesaplamıştır [69].

**Tablo 3.2:** MD'e ait fraktal boyut ve kritik üs değerleri ve MD'in simülasyonlarına ait kare örgü boyutu, yapışma olasılığı parametresi, fraktal boyut ve kritik üs değerleri.

	Örgü Boyutu(L)	Parçacık Sayısı(N)	Yapışma Olasılık Parametresi( $t$ )	Fraktal Boyut( $D_f$ )	Korelasyon Üssü (A)	Regresyon Katsayısı(R)	Jirasyon Üssü(B)	Regresyon Katsayısı(R)	Kritik üs değeri( $\alpha$ )	rms kalınlığına ait kritik üs değeri( $\beta$ )
R-1	-	-	-	1,39	-0,44±0,02	0,98	-0,09±0,03	0,91	2,80±0,25	0,36±0,02
S-1	88	625	0,8	1,47	-0,46±0,00	0,99	-0,15±0,03	0,93	2,64±0,14	0,35±0,01
R-2	-	-	-	1,59	-0,47±0,02	0,99	-0,31±0,08	0,91	1,97±0,03	0,26±0,05
S-2	142	2314	0,2	1,57	-0,45±0,01	0,99	-0,17±0,04	0,86	2,94±0,15	0,35±0,01
R-3	-	-	-	1,54	-0,40±0,00	0,98	-0,27±0,04	0,90	2,36±0,06	0,31±0,05
S-3	456	24136	0,08	1,63	-0,39±0,08	0,98	-0,25±0,07	0,82	2,94±0,20	0,39±0,01
R-4	-	-	-	1,52	-0,33±0,01	0,97	-0,11±0,03	0,89	2,67±0,07	0,34±0,01
S-4	137	2424	0,2	1,50	-0,34±0,01	0,98	-0,41±0,11	0,90	2,56±0,10	0,33±0,01
R-5	-	-	-	1,48	-0,43±0,00	0,99	-0,30±0,13	0,91	2,37±0,08	0,32±0,01
S-5	96	1399	0,25	1,54	-0,41±0,01	0,99	-0,16±0,06	0,86	2,37±0,18	0,31±0,01
R-6	-	-	-	1,62	-0,30±0,00	0,99	-0,22±0,04	0,92	2,31±0,09	0,32±0,09
S-6	184	7104	0,1	1,61	-0,29±0,00	0,98	-0,19±0,06	0,80	2,51±0,14	0,36±0,01
R-7	-	-	-	1,71	-0,38±0,01	0,96	-0,10±0,04	0,85	2,05±0,01	0,29±0,01
S-7	143	5401	0,06	1,57	-0,38±0,01	0,95	-0,11±0,04	0,81	2,18±0,07	0,34±0,01
R-8	-	-	-	1,65	-0,33±0,02	0,96	-0,23±0,11	0,90	2,32±0,07	0,32±0,01
S-8	67	1155	0,14	1,63	-0,33±0,02	0,96	-0,19±0,04	0,89	2,39±0,21	0,35±0,008
R-9	-	-	-	1,67	-0,41±0,03	0,90	-0,16±0,09	0,87	2,09±0,10	0,29±0,01
S-9	64	1122	0,11	1,59	-0,40±0,03	0,93	-0,11±0,06	0,85	2,13±0,01	0,29±0,01
R-10	-	-	-	1,56	-0,42±0,02	0,96	-0,20±0,07	0,80	1,93±0,08	0,28±0,01
S-10	142	4678	0,05	1,66	-0,41±0,02	0,89	-0,83±0,03	0,85	2,05±0,08	0,31±0,008

Şekil 3.13'deki  $\log N(h)$ - $\log T(h)$  grafiklerinde ve bir önceki Mc yüzeyleri için yapılan hesaplamalarda görüldüğü gibi iki parametre arasında doğru orantılı bir ilişki vardır. Parçacık sayısı arttıkça Mc yüzeyindeki yoğunluk artmaktadır. Bu,  $N(h)$  ve  $T(h)$  arasında ölçekleme davranışı olduğunun göstergesidir. *rms* kalınlığına ait kritik üs değeri  $\beta$ , MD görüntüleri ve onların temsili simülasyon görüntüleri için Tablo 3.2'de görüldüğü gibi yaklaşık 0,30 olarak hesaplanmaktadır. Bu sonuç, hesaplamaların Mc yüzeyinin pürüzlülüğünden etkilenmediğini göstermektedir.

R-1, 2... ve S-1, 2,.. görüntüleri fiziksel fraktal davranış göstermektedirler. R-6 görüntüsünden itibaren Mc yüzeyinde parçacıklar bir bütün halinde kümelenmeye başlamaktadırlar. Tablo 3.2'den R-6 görüntüsünün  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri sırasıyla 2,31 ve 0,32'dir ve bu değerlerden itibaren Mc yüzeyleri daha yoğun ve bütün bir yapı göstermektedir. Tablo 3.2'de görüldüğü gibi yapışma olasılık sabiti ne kadar büyükse Mc yüzeylerini temsil eden simülasyon görüntülerin fraktal boyutu o kadar küçük değer almaktadır. Mc yüzeyinden seçilen dağılımları temsil eden simülasyon görüntüleri için, *rms* kalınlığı bu görüntülere ait yapışma olasılık parametresinden bağımsızdır.

Büyümenin ilk aşamasında, mangan parçacıkları, kümeleşme yolu ile ve Ni-Cu parçacıklar ve antimon ( $Sb_4$ ) nano parçacıklar [83] gibi mangan kümelerinin [64] difüzyon yoluyla birleşmesi sonucu gelişigüzel (random) bir şekilde oluşur. Mangan parçacıkları, yüzeyin topografik özelliklerine göre yüzeyin veya arayüzeyin bir kısmına depozit olmaya eğilimlidirler. Antimon parçacıklar, bir küresel şekil meydana getirmek için yüzeyin toplam miktarını azaltmak amacıyla bir düzen alabilirler. Parçacıkların birleşme zamanı, depozitlerin nano parçacıklara varış süreleri kadar olan zaman aralığından daha kısadır. Bu yüzden, mangan parçacıklarının konsantrasyon gradyanı ve sıcaklık gradyanından dolayı değişen birleşme zamanı, bu zaman aralığından daha kısa ve depozitlerin mangan parçacığına varış süreleri olan zaman aralığından daha uzundur. Buna rağmen, mangan parçacıklarının mobilitesi, hidrotermal çözeltideki diğer parçacıklardan daha büyüktür ve depozitler dendrit şeklini oluşturur. Ayrıca, MD'nin dendrit deseninde, kristal anizotropi baskındır [83].

Bu çalışmada elde edilen MD'inin morfolojik yapısı, DLA deseninin simülasyonuna benzerdir. Bu durum şu şekilde açıklanır: Alt tabaka (manyazit cevheri) üzerinde artan dallanmanın sürüklenme kuvveti ve kontrol alanı, difüzyon olan mangan depozitlerinin konsantrasyonudur. Bu konsantrasyon mangan depozitlerinin, yüzey üzerindeki akışının bir sonucudur ve depozisyon oranı ile ilgilidir [10]. Bu, yüzey ve ara yüzeydeki özel bir durumdur; Depozisyon oranı ne kadar hızlı ise, var olan kümeye mangan depozitlerinin ardı ardına yapışma arasında geçen süre o kadar kısa ve ara yüzeydeki belli bir noktadaki meydana gelen büyüme o kadar kısadır. Viskoz parmaklanma şekline uygun olarak sürüklenme kuvvetindeki artış, sonuçta elde edilen desenin saçaklanma şeklinden daha dallı bir yapıya dönüşmesine neden olur [79-81, 83, 85]. MD'lerin dal genişliği ve 1,47-1,71 değerlerindeki fraktal boyut, gözlenen sistemdeki yüzey geriliminin ve ara yüzeydeki mangan parçacıklarının yüzey difüzyonunun doğal bir davranış olduğunu gösterir. Bu durumlara ek olarak, mangan parçacıkları tamamen stokastik bir işlemde daha çok dendritik karaktere sahiptirler. Böyle yönlendirilmiş parçacığın birikimi, alt tabaka yerleşimine göre bir kat ve altı kat simetri ile değişir. MD ve Mc (alt tabaka) arasındaki ilişki zayıf olduğunda, depozitlerin dallanmalarının yönelimi bütün manganın yönelimi ile iyi bir şekilde uyum sağlar. Böylece ortalama depozisyon oranında, kristalografik yönelim sayesinde fraktal büyüme etkin anizotropik özelliğe sahip olur. Bu sonuçlar, doğal Mc yüzeyinde doğal bir şekilde büyüyen mangan desenlerinin yapışma olasılık parametresi kullanılarak oluşturulan genelleştirilmiş DLA modeli simülasyonlarına uyumlu olan genel özellikleri belirlediğini göstermektedir. Ancak DLA simülasyonları, kimyasal ve kristal yapıyı açıklamada yetersizdir.

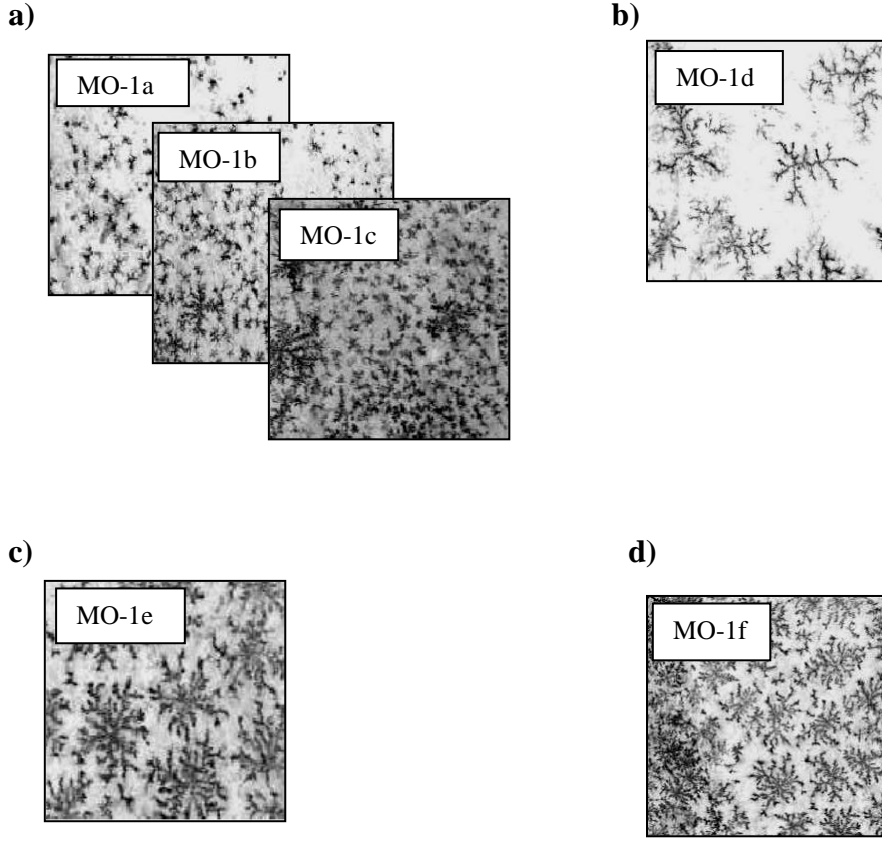


### 3.3 Manyezit cevher yüzeyindeki küme dağılımları

Mc yüzeyindeki nokta, dendrit, ... şeklindeki MD'nin dağılımları cevher yüzeyinde makroskobik açıdan bölgesel olarak değişim göstermektedir. Bu dağılımları analiz etmek amacıyla kümelerin istatistiksel özellikleri, sınırlı bir kare örgüde sayısal hesaplamalar yapılarak belirlendi. Bunun için iki farklı Mc (MO-1 ve MO-2) görüntüsünden, yüzeydeki kümelerin dağılımına ve onların geometrik kesitlerindeki karmaşıklığına göre on iki farklı örnek alan seçildi (Şekil 3.14 ve Şekil 3.17). Bu seçilen örnekler MO-1a, MO-1b, ... ve MO-2a, MO-2b, ... olarak isimlendirildi. Bu sınırlı büyüklükteki kare örgü içindeki örneğe ait lineer boyut,  $L=512$  piksel alındı. Yüzeydeki kümelerin dağılımına ait görüntüler BMP (ikili-binary) resim formatına dönüştürülerek lineer bir şekilde ölçeklendirilmiştir.

Mc'lerin yüzeyinde farklı morfolojik dağılım gösteren bu bölgeler için yüzeyi tanımlayan parametrelerden biri olan işgal edilme kesri  $\phi(N,L)$  Denklem 1 kullanılarak hesaplanmaktadır [10]. Mc yüzeylerinden biri olan MO-1'den seçilen bölgeler için kaplama oranları  $0,159 \leq \phi \leq 0,442$  arasında, diğer Mc yüzeyi olan MO-2'den seçilen bölgeler için  $0,108 \leq \phi \leq 0,580$  arasında değerlerde almaktadır. MO-1 ve MO-2 yüzeylerinden seçilen bölgeler için ayrı ayrı fraktal boyut değerleri Denklem 3.2 yardımıyla hesaplanmıştır. MO-1 örneğine ait bölgeler için fraktal boyut,  $1,43 \leq D_f \leq 1,78$  ve MO-2 örneğine ait bölgeler için  $1,46 \leq D_f \leq 1,77$  arasında hesaplanmıştır. Elde edilen bu değerler Tablo 3.4'de özetlenerek verilmektedir.

Mc gibi tortullu kayaların yüzey morfolojisini tanımlayan diğer bir parametre ortalama parçacık (küme) büyüklüğüdür. İki farklı Mc yüzeyinden seçilen görüntüler için ortalama küme büyüklüğü hesaplanarak yüzeydeki küme çapının depozit sayısı ile değişimi incelenmektedir. Şekil 3.14'de MO-1 numunesinin yüzeyinden seçilen bölgeler gösterilmektedir. Şekil 3.14a'daki görüntü rastgele bir dağılıma sahip olduğundan bu üç dağılım birlikte ve diğerlerinden ayrı bir şekilde incelenmektedir.



**Şekil 3.14.** MO-1 yüzeyinden seçilen bölgelerin görüntüleri.

Şekil 3.14a’da gösterilen görüntü üzerindeki kümelerin kesit alanı  $S_i$  ve bunlara ait depozit sayıları  $N(s)$  değerleri hesaplandı. Her bir kümenin yarıçapları hesaplanarak gözlenme sıklıkları (frekansları) belirlendi. Bu amaç ile ImageJ yazılımı kullanıldı. Bu incelemenin işlem adımları aşağıda açıklanmaktadır.

ImageJ programının içine alınan resim, 8 bit binary formatına dönüştürülerek “bandpass filter” sekmesiyle filtre edilmektedir. Resimdeki kümelerin sınırlarının tam olarak belirlenmesi amacıyla “eşik (threshold)” ayarı yapılmaktadır. Daha sonra kümeler analiz edilmektedir. ImageJ programından elde edilen görüntü üzerindeki parçacıkların kesit alan değerlerini gösteren datalardan her bir parçacığın çap değerleri hesaplanmaktadır. Elde edilen sonuçlar ile çizilen istatistiksel grafikten Çap-Depozit sayısı dağılım fonksiyon grafiği elde edilmektedir. Bu grafiği en uygun şekilde tanımlayabilen regresyon fit kullanılarak seçilen bölgelerdeki dağılımların

türü belirlenir. Dağılım fonksiyonunun uygunluk derecesi regresyon katsayısı ile kontrol edilmektedir. Bunlara ait grafikleri teoriksel olarak açıklamak için parçacıkların büyümesi,  $j=1, 2,..$  gibi sınırlı sayıdaki adımlardan sonra oluşan işlemler farklı olayların ardı ardına sıralanması olarak düşünülmektedir. Her bir adımdaki kümelerin kesit alan değişimi, kümelerin büyümesinden sonra oluşan kümenin kesit alanının rastgele kesridir [72];

$$S_j - S_{j-1} = \varepsilon_j \cdot S_j \quad (3.20)$$

Burada  $\{\varepsilon_j\}$ , kümelerin kesit alanının fonksiyonu olmayan bağımsız rastgele bir değişkendir. Bu yüzden,  $j$  büyümesinden (birleşmesinden) sonra;

$$S_j = S_0 \prod_{k=1}^j (1 - \varepsilon_k)^{-1} \quad (3.21)$$

Burada  $S_0$  ilk kesit alanıdır. (3.21) eşitliğindeki ifadenin, her iki tarafın logaritması alınır. Elde edilen  $\ln(S_j/S_0)$ , her biri aynı olasılık dağılımına sahip pozitif bağımsız rastgele değişen alanların toplamıdır. Bu sonuç, özelliği asimptotik ve bir Gaussian olan matematiksel istatistiğin Merkez Limit Teoremini verir. Bu yüzden  $Mc$  yüzeyinden seçilen görüntülerdeki parçacıkların kesit alanları  $Mc$  yüzeyinde Gaussian bir dağılım göstermektedirler.  $\Delta n$  Logaritmik alan aralığı başına  $\Delta n$  parçacık sayısı;

$$\Delta n = N(s) \cdot (\Delta s) \quad (3.22)$$

(3.22) eşitliğinde  $N(s)$ , Gaussian bir fonksiyondur ve aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır;

$$N(s) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\left( \frac{S}{\bar{S}} \right)}{\sigma} \right]^2 \right\} \quad (3.23)$$

(3.23) eşitliğinde,  $\bar{S}$ , alanların istatistiksel median (orta değeri) dir ve  $\sigma$ , depozitler için çapın geometrik standart sapmasıdır.

$\bar{x}_D$ ,  $\bar{S}$  ortalama alan değerine bağlı ortalama çap ( ortalama küme büyüklüğü-ADS) olmak üzere;

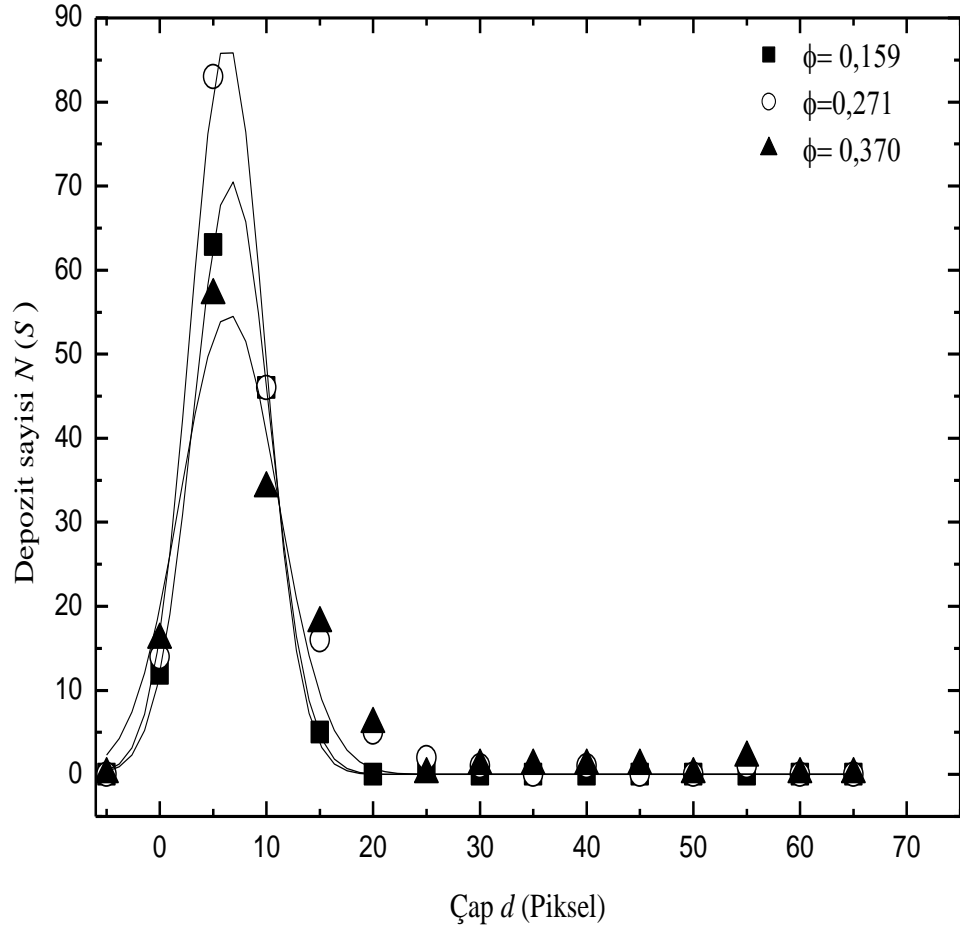
$$\bar{x}_D = \bar{d} = 2\left(\frac{\pi}{\bar{S}}\right)^{1/2} \quad (3.24)$$

Ayrıca, yüzeydeki depozitlerin kesit alanlarının özel durumu için normalize dağılımı aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$N(x) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(x/\bar{x}_D)}{\sigma}\right]^2\right\} \quad (3.25)$$

(3.25) eşitliğinde,  $x$ , depozitlerin kesit alanlarının çapıdır.

(3.23) eşitliğindeki Gaussian fonksiyon ve (3.24) eşitliğindeki ortalama çap (ortalama küme büyüklüğü) matematiksel ifadeleri yardımıyla Şekil 3.14a'daki üç tane benzer dağılım gösteren bölgeler için elde edilen depozit sayısı-çap grafiği Şekil 3.15'de görülmektedir.



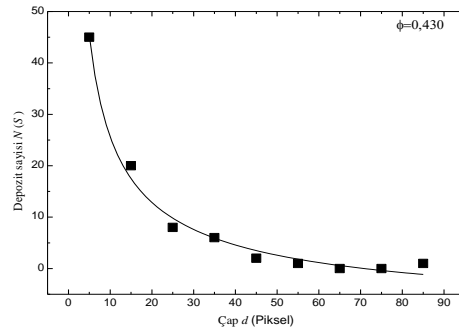
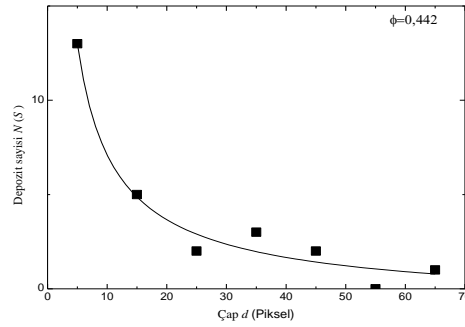
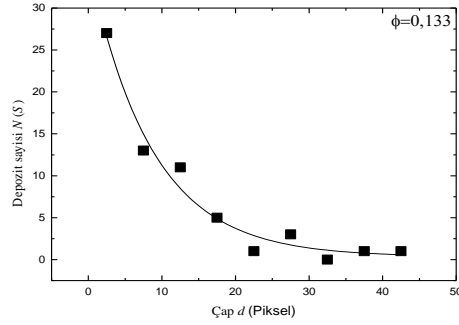
**Şekil 3.15:** MO-1 numunesinin yüzeyinden seçilen MO-1a,1b ve 1c (Şekil 3.14a) dağılımlarına ait Çap  $d$ -parçacık sayısı  $N(S)$  grafiği.

Şekil 3.16'da işgal edilme kesrine göre çap-depozit sayısı grafikleri görülmektedir. Gaussian dağılım eğrisi göstermeyen bu yüzeyleri analiz etmek amacıyla lineer olmayan regresyon metodu kullanılarak yeni bir fonksiyon tanımlanmıştır,

$$f(d) = \frac{\delta}{d^\rho} + \theta \quad \dots(3.21)$$

Hiperbolik bir dağılımı temsil eden bu fonksiyonda,  $\rho$ ,  $f(d)$  fonksiyonun yakınsama üssü,  $\delta$  hiperbolun içbükeyliği ve  $\theta$  öteleme terimidir. Mc yüzeyinden

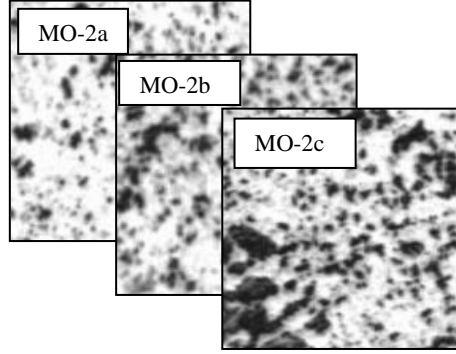
seçilen bölgelerden hiperbolik bir eğri gösteren grafikler (Şekil 3.14b, 3.14c, 3.14d ve 3.17b) Denklem 3.18 kullanılarak fit edilmektedir. Bu fit sonucu  $\rho$ ,  $\delta$  ve  $\theta$  parametreleri elde edilmektedir. Bu değerler, Tablo 3.4’de verilmektedir.



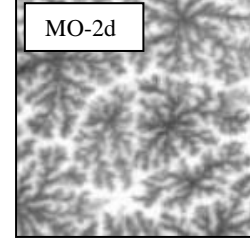
**Şekil 3.16:** MO-1 numunesinin yüzeyinden seçilen MO-1d, 1e ve 1f (Şekil 3.14b, 3.14c, 3.14d) dağılımlarına ait çap-depozit sayısı grafiği.

Şekil 3.17’de MO-2 numunesinin yüzeyinden seçilen bölgeler gösterilmektedir. Bu Mc yüzeyinden seçilen dağılımlar için Şekil 3.17a, 3.17c ve 3.17d, şekil 3.17b’den ayrı bir dağılım göstermektedir.

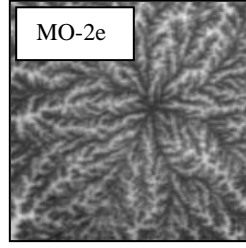
a)



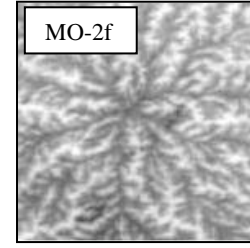
b)



c)

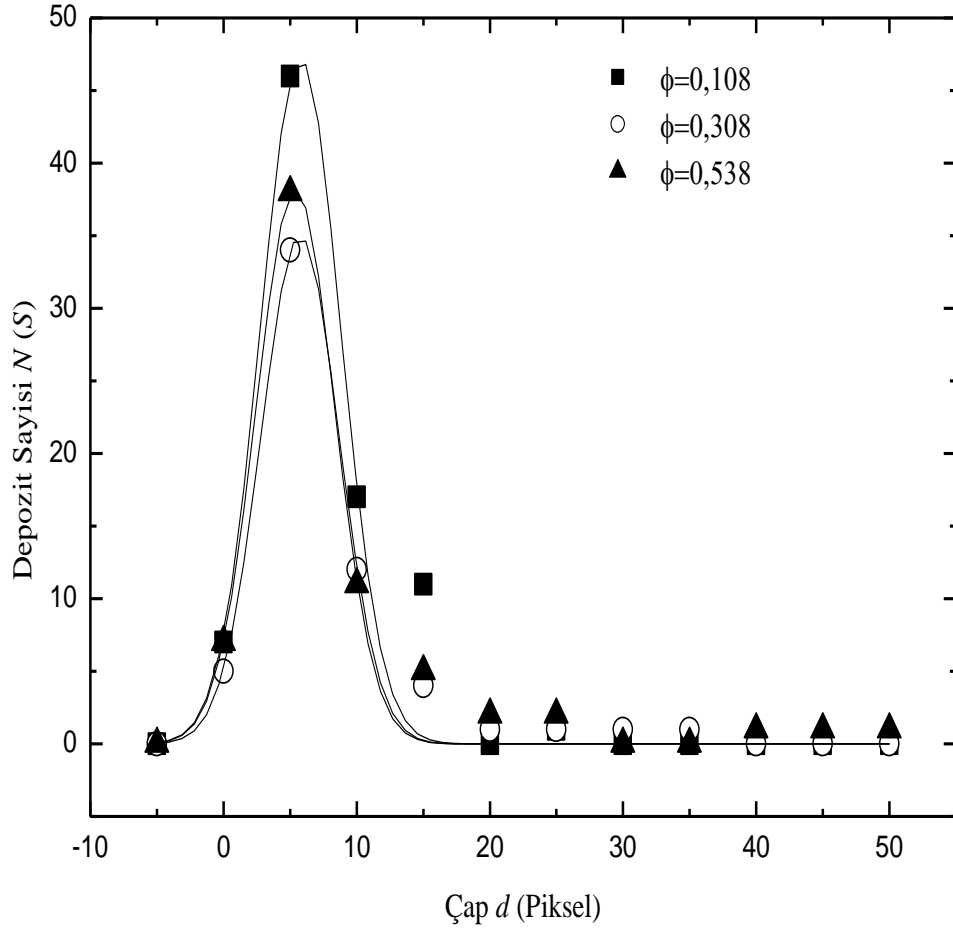


d)



**Şekil 3.17:** MC-2 yüzeyinden seçilen bölgelerin görüntüleri.

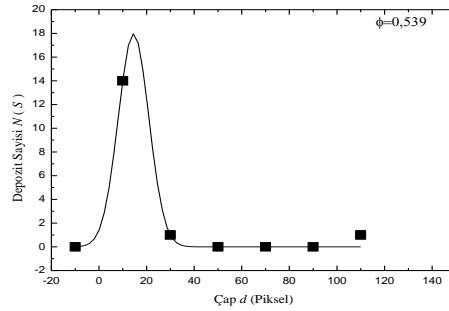
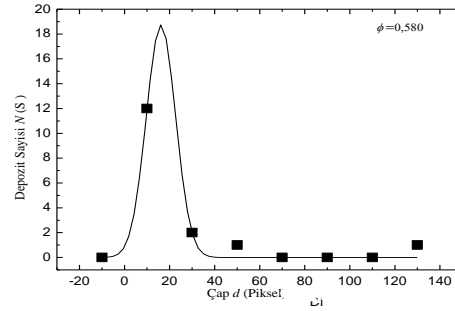
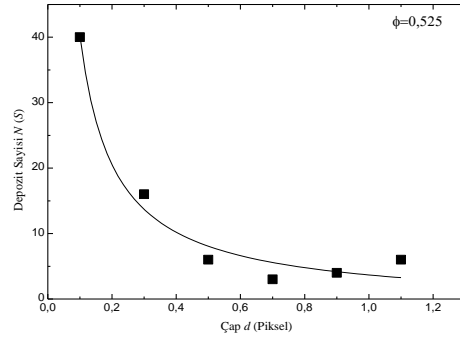
Şekil 3.17a'daki Mc' inden seçilen benzer dağılım gösteren bölgelere ait çap-depozit sayısı grafikleri (3.23) ve (3.24) eşitlikleri kullanılarak Şekil 3.18'de verilmiştir.



**Şekil 3.18:** MO-2 numunesinin yüzeyinden seçilen MO-2a, 2b ve 2c (Şekil 3.17a) dağılımlarına ait çap- depozit sayısı grafiği.

Şekil 3.19’da hiperbolik bir dağılım gösteren (Şekil 3.17b) MO-2d bölgesine ve Gaussian dağılım gösteren (Şekil 3.17c ve 3.17d) MO-2e, 2f bölgelerine ait çap-depozit sayısı grafikleri gösterilmektedir.





**Şekil 3.19:** MO-2 numunesinin yüzeyinden seçilen MO-2d, 2e ve 2f (sırasıyla Şekil 3.17b, 3.17c ve 3.17d'deki görüntülere ait grafikler ) dağılımlarına ait çap-depozit sayısı grafikleri.

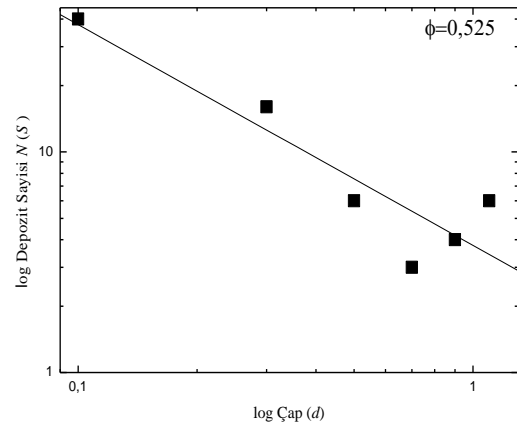
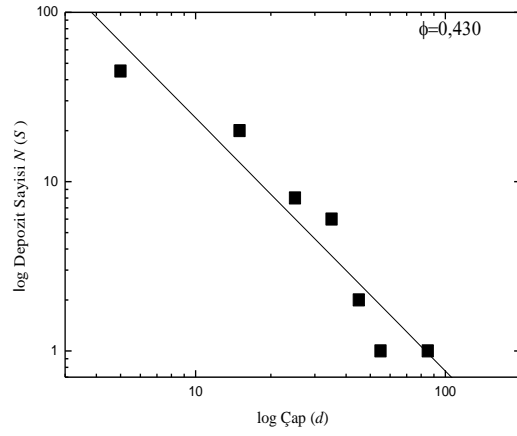
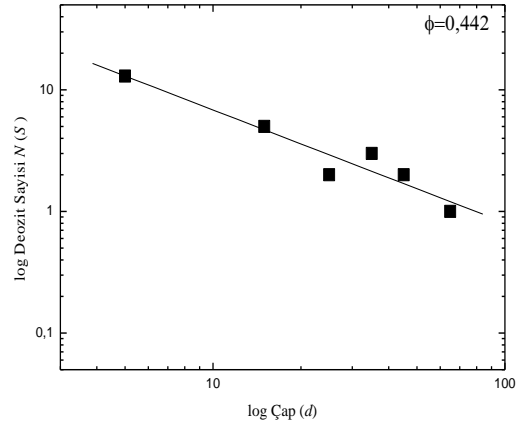
Şekil 3.14a, 3.17a, 3.17c ve 3.17d'deki MO görüntülerine ait depozit sayısının çapa bağlı grafikleri Şekil 3.15 ve 3.18'de gösterilmektedir. MC-1 için  $\bar{x}_D$  (ortalama küme boyutu), 6,48-6,70 piksel arasında, MO-2 için 5,39-16,19 piksel arasında değerler almaktadır. Bu değerler Tablo 3.3'de verilmektedir. Colasi bir AISI tipi 316L paslanmaz çelik numunelerini dört farklı sıcaklıkta 30 dakika bir fırının içinde ısıtıp oda sıcaklığında soğutarak numunelerin yüzeyinde farklı dağılımlar elde etmektedir. Her bir numune için ortalama parçacık büyüklüğünü 19,6-158,4 arasında

hesaplamıştır [73]. Rautio ve Silven matematiksel morfolojiyi kullanıp doku analizi yaparak çeşitli metotlarla ortalama parçacık büyüklüğü belirlemektedir [74].

Ayrıca, Mc yüzeyinden seçilen bölgelerdeki (Şekil 3.14b, 3.15c ve 3.14d, şekil 3.17b) dağılımların çapı ile depozit sayısının arasında güç-kanunu (power-law relation [102] ) ilişkisi olup olmadığı araştırılmıştır. Bunun için Gaussian özellik göstermeyen dağılımların, logaritmik çap-depozit sayısı grafikleri çizilerek lineer regresyon metodu yardımıyla fit edilmiştir (Şekil 3.20). Regresyon fit katsayısı ortalama %93 hata vermiştir. Bu sonuçlar bize çap( $d$ )-depozit sayısı  $N(S)$  arasında güç kanunu ilişkisi olduğunu göstermektedir ve matematiksel olarak;

$$N \sim d^{-\kappa} \quad . \quad (3.22)$$

ifade edilebilir. (3.22) eşitliğinde  $\kappa$ , kritik ara yüzey üssüdür.  $\kappa$  değerleri, Şekil 3.21'deki grafiğin eğiminden hesaplanmaktadır. Şekil 3.20'de görüldüğü gibi çap-depozit sayısının logaritmik grafikleri lineer bir değişim göstermektedir. Regresyon fit katsayısı ve  $\kappa$  değerleri Tablo 3.3'de verilmektedir. Bu kritik üs değeri, MO-1d, e, f bölgeleri için yaklaşık 0,92 ve MO-2d bölgesi için 1,00 değerini almaktadır. Meakin, MC simülasyonu ile DLA modelini kullanarak elde ettiği ağaç benzeri kümeler için bu değeri iki boyutta 0,80 ve üç boyutta 1,84 olarak hesaplamıştır [14]. Ancak bu çalışmadaki Mc yüzeyindeki depozitler ağaç benzeri görüntü ve özellikle değildirler. Depozitler MO-1a, b, c and MO-2a, b, c bölgelerinde benek şeklindedir, diğerleri ise farklı büyüklükte ve gelişigüzel bir dağılım göstermektedir.



**Şekil 3.20:** Mc' den seçilen hiperbolik dağılım gösteren bölgelerin log Çap-log Deposiz Sayısı grafikleri.

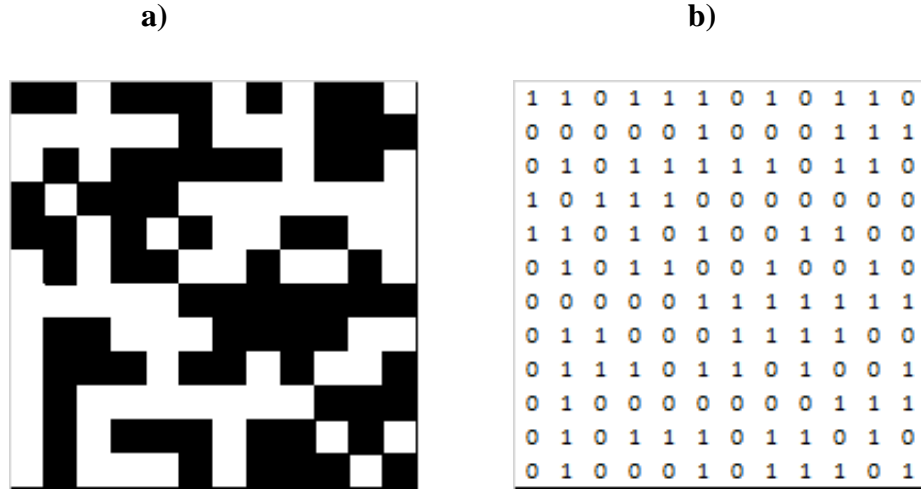
**Tablo 3.3:** Mc yüzeyinden seçilen bölgelere ait ortama parçacık sayısı, kaplama oranı ve fraktal boyut değerleri, lineer olmayan fit fonksiyonuna ve kuvvet kanununa ait parametreler.

	Ortalama Küme Büyüklüğü	İşgal Edilme Kesri	Fraktal Boyut	Depozit Sayısının Yakınsama üssü	Hiperbolün İçbükeyliği	Öteleme Terimi	Kuvvet-Kanunu İlişkisi	
							Kritik üs	Regresyon Katsayısı
	$\bar{x}_D$	$\phi$	$D_f$	$\rho$	$\delta$	$\theta$	$\kappa$	$R$
MO-1	6,70±0,01	0,159	1,43	-	-	-	-	-
	6,28±0,00	0,271	1,64	-	-	-	-	-
	6,48±0,05	0,370	1,71	-	-	-	-	-
	-	0,133	1,44	0,33±0,19	60,69±10,68	8,69	0,26±0,23	0,91
	-	0,442	1,72	0,78±0,34	49,60±20,68	0,55	0,92±0,13	0,95
		0,430	1,78	0,62±0,12	153,40±20,54	5,33	0,49±0,20	0,95
MO-2	5,77±0,38	0,108	1,46	-	-	-	-	-
	5,74±0,21	0,308	1,61	-	-	-	-	-
	5,39±0,26	0,538	1,66	-	-	-	-	-
	-	0,525	1,70	0,93±0,44	4,83±5,79	0,58	1,00±0,22	0,91
	14,54±22,9	0,539	1,76	-	-	-	-	-
	16,19±43,2	0,580	1,77	-	-	-	-	-

### 3.4 Lacunarity Analizi

#### 3.4.1 Materyal Metot

Deneysel ve doğal ortamda oluşan yapıları açıklamak amacıyla tanımlanan kavramlardan birisi Mandelbrot tarafından önerilen Lacunarity analizidir [3]. Lacunarity analizi için Lin ve Yang [75], Gefen [32] ve Allain ve Cloitre [76] tarafından birçok metot önerilmiştir. Bu metotlardan Allain ve Cloitre tarafından rapor edilen kayan kutular algoritması (GBA) deterministik basit bir algoritmadır. Bu çalışmada GBA kullanılmaktadır. Şekil 3.21'de 10x10 piksel boyutunda rasgele bir görüntü gösterilmektedir. Şekil 3.21a'daki görüntünün Image to Ascii Converter programında binary (1,0) düzenine dönüşmüş formu Şekil 3.21b'de görülmektedir. Programda dolu kutu yani siyah piksel 1, boş kutu yani beyaz piksel 0 değerini almaktadır.



Şekil 3.21: a) 10x10 boyutlu görüntü b) Binary formatındaki görüntü.

Bir  $r \times r$  kutusu (başlangıçta  $r = 1$ ), üst sol köşeye yerleştirildi. Kutu sağa doğru hareket ettirilerek bir piksel yer değiştirir ve dolu sitlerinin sayısı tekrar sayılır. Bu işlemler daha sonra tüm görüntü üzerinden matrisi taşıyarak ve frekans dağılımı

üretilene kadar tekrarlanır.  $S$  işgal edilen (dolu) gözleri içeren  $r$  büyüklüklü kutuların sayısı  $n[S, r]$  ve  $r$  büyüklüğündeki kutuların sayısı  $N(r)$  ile gösterilir. Eğer görüntünün boyutu  $M$  ise aşağıdaki bağıntı tanımlanabilir. Buna göre;

$$N[r]=(M-r+1)^2 \quad \dots(3.23)$$

Dolu sitelerin sayısı  $S$ , kutu boyutu  $r$ 'li dolu sitelerin sayısı  $n[S, r]$  olmak üzere frekans dağılımı değeri  $N(r)$  değerine bölerek bir olasılık dağılımı dönüştürülür. Böylece olasılık dağılımı;

$$Q(S,r)=n[S,r]/N[r] \quad \dots(3.24)$$

bağıntısı elde edilir. Ayrıca olasılık dağılımı  $Q(s,r)$  görüntüye ait işgal edilme kesri olarak tanımlanabilir ve  $\phi$  ile gösterilmiştir. Daha sonra birinci dereceden  $Z(1)$  ve ikinci dereceden istatistiksel momentler  $Z(2)$  hesaplanır. Buna göre sırası ile birinci ve ikinci momentler;

$$Z(1)=\sum S*Q(S,r) \quad (3.25)$$

$$Z(2)=\sum S^2*Q(S,r) \quad .. (3.26)$$

denklemleri ile tanımlanır. İstatistiksel birinci momentin ikinci momente oranı olarak hesaplanan lacunarity ( $A$ ) değeri, kutu boyutu  $r$  ile orantılı olup aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Böylece lacunarity  $A(r)$  değeri;

$$A[r]=Z^{(2)}/[Z^{(1)}]^2 \quad \dots(3.27)$$

denklemleri ile gösterilir. Bu denklem dikkate alınarak istatistiksel birinci moment;

$$Z^{(1)} = \bar{S}(r) \quad \dots (3.28)$$

ve ikinci moment;

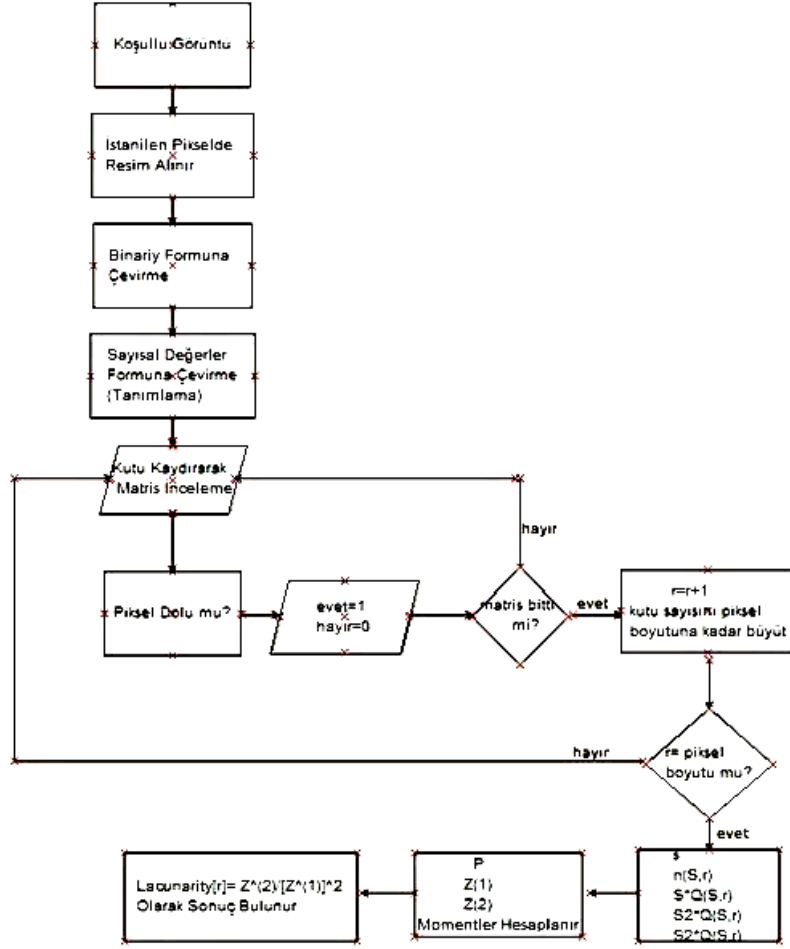
$$Z^{(2)} = S_s^2(r) + \bar{S}^2(r) \quad \dots(3.29)$$

dir. Burada  $\bar{S}(r)$  ve  $S_s^2(r)$  sırasıyla kutu başına sitlerin sayısının istatistiksel ortalaması ve varyansı olmak üzere lacunarity değeri ayrıca;

$$\Lambda(r) = S_s^2(r) / \bar{S}^2(r) + 1 \quad \dots(3.30)$$

denklemleri ile tanımlanır. Bunun bir sonucu olarak, kutu boyutu artarken ortalama kutu kütlesi artar ve kutu kütlesinin ortalamadan sapma olasılığı ve geçerli varyans azalır. Böylelikle aynı görüntü için kutu boyutu artarken lacunarity değeri azalır. Ayrıca görüntüdeki dolu sitlerin ortalama sayısı sıfıra giderken  $S_s^2(r) / \bar{S}^2(r)$  değeri sonsuza gider. Az yoğun yapılara sahip görüntünün lacunarity değeri, çok yoğun yapılara ait görüntünün lacunarity değerinden yüksektir.

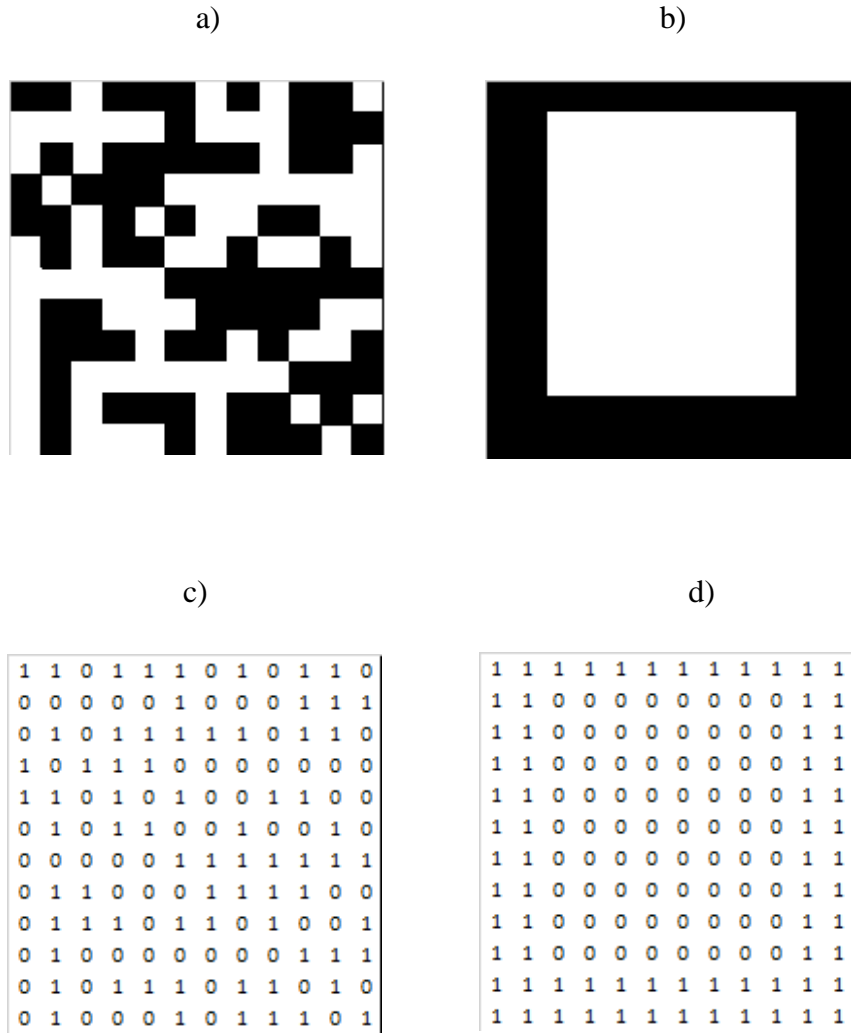
Sonuçta elde edilen binary görüntü, matris formuna dönüştürülmektedir. Matris kutu sayma metodu algoritması ve özel hazırlanan yazılım programı kullanılarak görüntünün lacunarity değeri hesaplanmaktadır. Lacunarity değerinin hesaplanmasında kullanılan kayan kutu algoritmasına ait akış şeması Şekil 3.22’de gösterilmiştir.



**Şekil 3.22:** Lacunarity değerinin hesaplanması için izlenen algoritmanın akış şeması.

Hazırlanan algoritmanın güvenilirliğini test etmek için aynı doluluk oranına sahip iki farklı dağılıma sahip yüzey alınarak her birinin lacunarity değerleri (3.30) eşitliği kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu iki görüntünün binary formatındaki görüntüleri Şekil 3.23a ve 3.23b’de gösterilmektedir.





**Şekil 3.23:** Üç farklı morfolojik yapıların 12x12 (pixel) kare örgü görüntüsü (a,b) ve bu görüntülerin Binary formatında sayısal karşılığı (c,d).

İşgal edilme kesirleri ve lacunarity değerleri sırası ile  $\phi = 0,5$  ve  $\mathcal{A} = 1,04$  ve  $\phi = 0,5$  ve  $\mathcal{A} = 1,00$  hesaplanmıştır.

Şekil 3.23a ve b’de boyutları 12x12 pixel kare farklı desenli ve işgal edilme kesri  $\phi = 0,5$  olan görüntüler gösterilmektedir. Bu görüntünün lacunarity hesaplamak için yukarıda tanımlanan işlem basamakları uygulanmaktadır. Hesaplanan kutu boyutu  $r=2$ , olasılık dağılımı  $Q(s, r)$ , istatistiksel birinci moment  $Z(1)$ , ikinci moment  $Z(2)$  ve lacunarity değeri Tablo 3.4’de sunulmuştur.

**Tablo 3.4:** Kenar boyutu 12x12 piksel kare görüntü ve parçacık işgal edilme kesri  $\phi=0,5$  için işlem adımlarında hesaplanan değerler.

	$S$	$n(S,r)$	$S*Q(S,r)$	$S^2*Q(S,r)$	$S^2*Q(S,r)$
r=2	0	3	0,024	0	0
	1	35	0,289	0,289	0,289
	2	46	0,380	0,766	1,530
	3	29	0,239	0,719	2,157
	4	4	0,066	0,264	1,057
Birinci Moment			İkinci Moment		Lacunariy
$Z_{(1)}=2,033$			$Z_{(2)}=5,024$		$\Lambda(2)=1,80$

Bu ilişkilerden lacunarity değerinin bir fonksiyonu için aşağıdaki sonuçlar çıkartılabilir.

1. Kayan kutuların büyüklüğü: Kutu büyüklüğü artarken ortalama kutu kütlesi ve ortalamanın azalmasından dolayı kutu kütlesi farklı olacağından olasılığı artar. Yani geçerli varyansı (değişinti) azalır. Aynı özellikli kutu büyüklüğü arttığı için daha düşük lacunarity değerine sahip olacaktır. Örneğin lacunarity değeri  $r=4$  de  $\Lambda= 1,037'$  dir.
2. İlgilenilen parçacıklarla doldurulmuş görüntünün işgal edilme kesri  $P$ ; Görüntüde dolu gözlerin ortalama sayısı sıfıra giderken  $Z(1) / (Z(2))^2$  değeri sonsuza gider. Böyle dağınık parçacık yapılı yapı görüntüleri için aynı kayan kutu büyüklüğü için yoğun görüntülerden daha yüksek lacunarity değerine sahiptir.

3. Görüntü geometrisi: Şekil 3.23a ve Şekil 3.23b aynı işgal edilme kesrine ( $\phi =0,5$ ) sahiptir. Fakat Şekil 3.23b'deki görüntünün ortasında tek bir boşluk (gap) vardır. Bu görüntü için hesaplanan lacunarity  $A(2)= 2,053$  ve  $A(4)= 1,810$  değerlerindedir. Bu lacunarity'deki artış hem tam işgal edilme ( $S=4$ ) hem de toplam boş sitlerin görüntüde kaymasının artmasından dolayıdır

Böylece; verilen bir  $\phi$  için daha büyük lacunarity daha yüksek yayılma olduğunu gösterir. Bir kayan kutu olmaksızın dolu sitlerin sayısının varyansı sıfır olduğu zaman görüntünün herhangi yerleşiminde sıfır olabilir. Bir düzenli diziye sahip bir görüntünün lacunarity değeri, tekrarlanan desenin birim büyüklüğünden daha geniş herhangi kayan kutu büyüklüğü için  $A(r_{max})=1$  değerindedir.

Bu yaklaşımlar öngörüsü ile verilen bir desenli görüntü tek kayan kutu kullanılarak oluşturulan tek değerli lacunarity değerinin kullanımı en iyi görüntüyü tanımlamak için sınırlandırılmış değerdir. Ayrıca farklı görüntülerin karşılaştırılması için temel bir büyüklük olarak diğer büyüklükler de referans alınarak kullanılabilir. Lacunarity değerinin hesaplamasının kullanışlı en temel özelliği kayan kutuların geniş aralıkları üzerinden elde edilen bilginin büyüklüğüdür. Burada dikkat etmek gerekir ki görüntü, kayan kutulardan bağımsızdır. Bu tamamen uzaysal örneğin tipik jeomorfolojik parçacıklarını yüzey üzerindeki yerleşimi tanımlayan anahtar farklılıktır.

### 3.4.2 Mangan Dağılımları için Hesaplamalar

Manezit cevher yüzeyindeki çatlaklarda çeşitli jeolojik ve kimyasal olaylarla indirgenip çökelen mangan iyonları, cevher yüzeyinde dendritik özellik göstermektedir. Bu mangan dağılımları yüzeyde makroskobik açıdan ayrı ayrı ele alındığında farklı yoğunlukta gözlenmektedir. Herhangi bir yapının örgüsü üzerindeki birim yüzeyde biriken kütle jeofiziksel bir yaklaşım ile “tanecik kümesi” kavramı ile tanımlanabilir.

İki farklı beyaz manyezit yüzeyi Şekil 3.1’de görülmektedir. Yüzeyde siyah görünen ve rastgele olan dağılımlar mangan depozitleridir. Bölüm 3.2’de, manyezit cevherlerinin yüzeyinden seçilmiş MD’ı ve MC simülasyon metodu ile elde edilen ve bu dağılımları temsil eden difüzyon sınırlı kümeleşme görüntüleri farklı konularda tartışılıp karşılaştırılmıştır. Bu bölümde seçilen dağılımların ve onların temsili simülasyon görüntülerinin lacunarity analizi yapılarak bu yapılar lacunar (boşluklu, heterojen) olarak karşılaştırmak amaçlanmıştır.

Şekil 3.9’da gösterilen MD’ı ve onların simüle görüntülerinin fraktal geometri ve lacunarity istatistiklerini hesaplamak için farklı işgal edilme kesri,  $\phi$ , değerine sahip yani tanecik yoğunlukları referans alınarak, kurulu  $M^2$  elemanlı  $M$  sütun ve  $M$  satırdan oluşmuş bir diziler oluşturuldu. Numune yüzeyinden keyfi kare örgü bilgisayar ortamına taşınarak 8-bit değerinde BMP formatına dönüştürüldü. Dizi elemanlarının ikili (binary) sisteme göre temsilinde bir (1-siyah-var) değeri MD parçacığını ve sıfır (0-beyaz-yok) ise manyezit cevherini temsil etmektedir. Her bir örgü için 2 değerinin çarpımı ile  $r = 1$ ’den  $r = 200$  piksele kadar aralıkla değişen kutu büyüklüğü için lacunarity değeri hesaplandı.

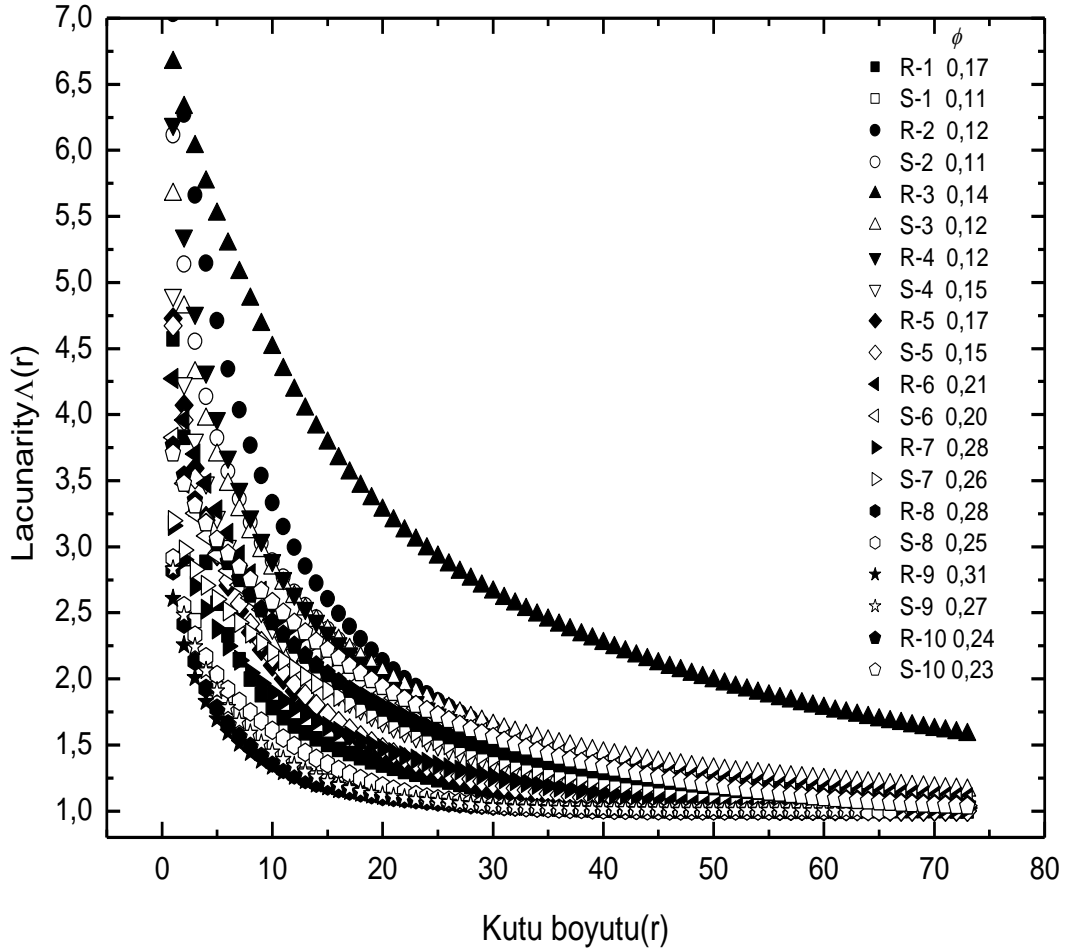
Rasgele ve farklı işgal edilme kesri  $\phi$  değerli kare örgüler (MD ve temsili simüle görüntüler) için lacunarity değerleri ve bunların kutu büyüklüğüne bağlı istatistiksel değişimler incelendi. Tablo 3.5, Şekil 3.9’daki R-1 MD için örnek istatistiksel dağılım parametrelerinin değerlerini göstermektedir. Örgü boyutu  $L$  değerinin en büyük değeri, kutu boyutu  $r = 1$  de değerinde hesaplanmıştır. Yani kayan kutu büyüklüğü görüntüdeki deseni oluşturan parçacıklarının en büyük toplamına ölçüt olarak eşitlenmiştir. Ancak MD birbirinden bağımsız olduğundan bir bütün olarak tanımlamak mümkün değildir. Bu amaçla istatistik yapmak uygun olacaktır. Herhangi bir örnekte  $Q(1,1)=\phi$  ve  $Z(1)/(Z(2))^2=\phi/\phi^2$  olduğu için  $r = 1$  değerinde doğal olarak lacunarity  $A(1)=1/\phi$  değerini alır. Lacunarity için hesaplanan bu değer yalnızca görüntüyü oluşturan kapalı kare örgüdeki dolu gözlerin yüzdelik oranının bir fonksiyonudur. Ancak lacunarity değeri görüntünün aşırı büyümesi ve dağılıma ait detaylardan bağımsızdır. Sonuç olarak verilen bir işgal edilme kesri  $\phi$  için aynı y-ekseni üzerinde sınırlandırılabilen değere sahiptir.

Örgü boyutu  $L=100$  pixel değerli R-1 MD dağılım deseni için GBA yöntemi kullanılarak kutu büyüklüğü  $r_{\min}=1$  den  $r_{\max}=73$  değerine kadar birinci adımda işgal edilme kesri (yüzeydeki tanecik yoğunluğunu) istatistiksel birinci moment ve ikinci momentler istatistiksel olarak tahmin edilmiştir. Birinci ve ikinci momentlerin oranı ile sistemin lacunarity değeri hesaplanmıştır. Şekil 3.9'daki R-1 MD örneği için kutu boyutu  $r_{\min}=1$  de lacunarity  $\lambda(1)=4,570$  ve  $r_{\max}=73$  de lacunarity  $\lambda(100)= 1,000$  değerinde hesaplanmıştır. Tablo 3.5'de R-1 için lacunarity değerleri ve kutu boyutu  $1 \leq r \leq 73$  aralığında GBA algoritması kullanılarak hesaplanan birinci momentler ve ikinci momentler gösterilmektedir.

**Tablo 3.5:** Şekil 3.10'daki MD desenleri ve onları temsil eden simülasyon görüntüleri için hesaplanan kutu büyüklüğü  $r$  değerlerine göre istatistiksel dağılımı temsil eden birinci ve ikinci moment ve lacunarity parametrelerinin R-1 örneği için değerleri.

Fraktal Boyut ( $D_f$ )	İşgal edilme kesri ( $\phi$ )	Kutu Boyutu ( $r$ )	1.Moment	2.Moment	Lacunarity
1,39	0,172	1	0,703697	2,263089	4,57015
		2	1,616319	10,00058	3,827989
		3	2,933545	28,24876	3,282569
		4	4,67449	62,90592	2,878877
		5	6,862004	121,072	2,571236
		6	9,519031	211,311	2,332043
		7	12,6585	343,6516	2,144638
		8	16,28926	529,7571	1,996523
		9	20,41988	783,1555	1,878199
		10	25,08008	1120,936	1,782063
		20	103,8666	14512,35	1,345197
		30	243,39	68063,61	1,148972
		40	428,1592	192008,3	1,047392
		50	629,9705	400001,1	1,007908
		60	806,102	652594,6	1,0043
		70	924,25	854440,5	1,000237
71	931	866873,7	1,00013		
72	937,5	878948,5	1,000048		
73	944	891136	1,000000		

Şekil 3.10’da gösterilen MD olan R-1, R-2... ve onları temsil eden S-1, S-2... simüle görüntüler için lacunarity- kutu boyutu grafiği Şekil 3.24’de gösterilmektedir.



Şekil 3.24: R-1, R-2... mangan dağılımları ve onları temsil eden S-1, S-2... simüle görüntüler için Lacunarity-Kutu boyutu grafiği.

Şekil 3.24 incelendiğinde kutu boyutu  $r$  değeri arttığında lacunarity  $\Lambda$  değeri azalmaktadır. Bu durum beklenen bir sonuçtur. Bu istatistiksel olarak beklenen bir sonuçtur. Çünkü fraktal özellikli bir sistemde (tanecik kümesine) lacunarity değeri yapının genel görüntüsünden farklı olarak sistemin tanımlanmasında kullanılan ölçek büyüklüğü ile ilişkilidir. Büyük ölçekte tanımlanan bir depozit grubu morfolojik

olarak yapıları homojen gözükmesine rağmen, ölçek küçültüldüğünde yapı heterojen bir görünüm kazanır. Ayrıca parçalı desen içinde artan kutu büyüklüğüne göre desenler azalmaktadır. Lacunarity değerinin kutu boyutuna bağlı değişimi ters orantı özelliği göstermektedir. Eğer kutu boyutu  $M \times M$  olduğunda yani kare örgü görüntü boyutunda ise kutu kütesinin değışintisi (varyansı) sıfır ve lacunarity değeri doğal beklenen bir sonuç olarak  $A(M)=1$  değeriine eşit olmak zorundadır.

Ayrıca Şekil 3.24'deki lacunarity  $A(r)$ 'nin kutu boyutu  $r$  değışimi incelendiğinde; lacunarity değeriinin kutu boyut değeriine karşı ilişkisi iki farklı matematiksel ve fiziksel sonuç ile açıklamak mümkündür. Bunlardan biri lacunarity değeriinin kutu büyüklüğü ile hiperbolik bir değışim göstermesidir. Hesaplama,  $r_{min}$  ve  $r_{max}$  arasındaki  $r$ 'in her bir değeriini içeren, lacunarity değeriini hesaplamak ve ayrıntılı görüntüleri tanımlamak ile başlar. Çözümleme yapıldıktan sonra lacunarity değeriinin,  $r$ 'nin uyan değeriilerine göre grafik üzerinde sonuçlarını gösterir. Hesaplama amacı ile kullanılan bütün görüntü analizlerinden lacunarity değeriinin  $A(r)$ , davranışını  $r=r_{min}+r_{min}+1 \dots r_{max}$  bir matematiksel model olan hiperbolik fonksiyon ile benzerlik göstermektedir. Buna göre lacunarity değeriinin  $r$ 'ye bağlı değışimini belirlemek için bir matematiksel model fonksiyon olarak tanımlanabilir. Buna göre matematiksel model fonksiyon;

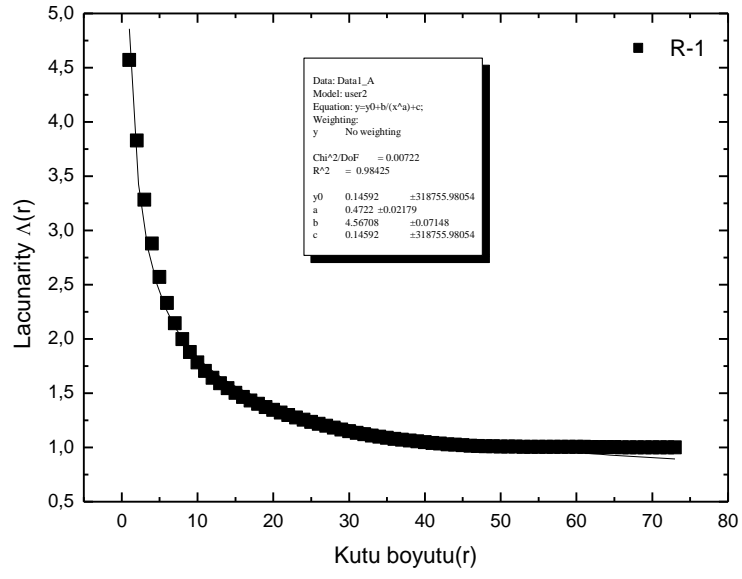
$$A(r) = \frac{\mu}{r^\varepsilon} + \sigma \quad (3.31)$$

bağıntısı ile tanımlanabilir. (3.31) eşitliğinde  $\varepsilon$ ,  $\mu$  ve  $\sigma$  sistemi tanımlayabilen uygun reel sayı değeriileri alabilen model parametrelerdir [36]. Bu çalışmada özel olarak manyezit cevheri yüzeyindeki MD davranışını model fonksiyonu ( $r$ ),  $r = [r_{min}, r_{max}]$  ile  $r = r_{min} + r_{min} + 1 \dots r_{max}$  arasında lacunarity değeriinin en iyi yorumu için lineer olmayan fonksiyon olarak en küçük kareler yöntemi kullanılabilir. Burada  $\varepsilon$ ,  $\mu$  ve  $\sigma$  parametreleri sisteme ait her bir örnek için birbirinden bağımsız ve keyfi değışkenlerdir.

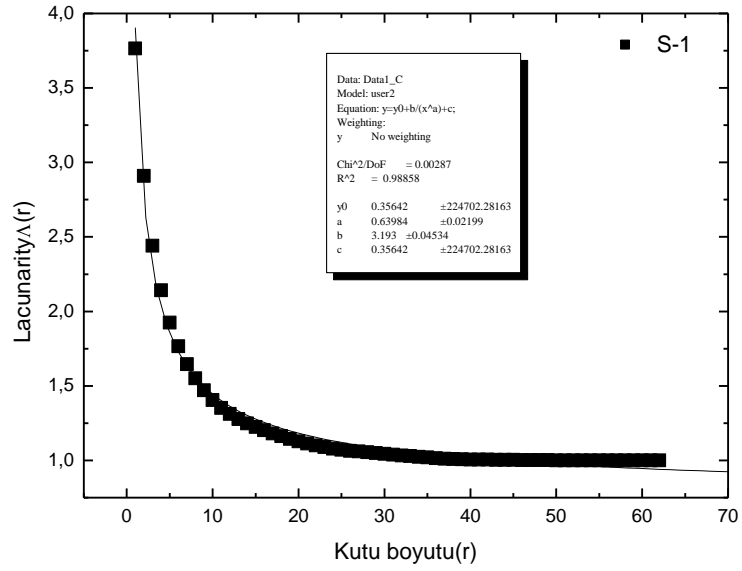


Lacunarity  $A$  değerinin kutu büyüklüğüne bağlı değişimi matematiksel bir model ile tanımlanabilir. Matematiksel modele ait üç parametre ( $\epsilon$ ,  $\mu$  ve  $\sigma$ ) her bir MD görüntüsünün lacunarity fonksiyonunun tek bir anlamı vardır. Özellikle,  $\epsilon$  değeri  $A(r)$  fonksiyonunun yakınsama üssü,  $\mu$  lacunarity için çizilen grafikteki hiperbolun i bükeyliği ve  $\sigma$  ise bir öteleme terimini temsil eder. R-1, R-2 MD ve onları temsil eden S-1, S-2,... simüle görüntüler için lacunarity-kutu boyutu grafikleri çizilip fit edilerek bu üç parametre hesaplanmıştır. Şekil 3.25'de R-1 ve S-1 için fit edilen örnek grafikler gösterilmektedir.

a)



b)



**Şekil 3.25:** a) Manyezit cevher yüzeyinden seçilen R-1 mangan dağılımı için lacunarity- kutu boyutu grafiği b) R-1 dağılımına ait S-1 simüle görüntüsü için lacunarity- kutu boyutu grafiği.

Şekil 3.10'daki tüm görüntüler için çizilen grafikleri fit eden fonksiyonun yakınsama üssü MD'leri için  $0,072 \leq \varepsilon \leq 0,492$  ve onları temsil eden simüle görüntüler için  $0.151 \leq \varepsilon \leq 0.639$ 'dir. Hiperbolun iç bükeyliği değerleri, MD'leri için  $2,11 \leq \mu \leq 8,163$  ve onları temsil eden simüle görüntüler için  $2,55 \leq \mu \leq 7,014$  arasında değişmektedir. Küçük  $\mu$  değeri geniş iç bükeyliğe sahip hiperbolik bir fonksiyonu (yüksek lacunarity değerli) daha büyük  $\mu$  değeri ise dar iç bükeyliğe sahip hiperbolik bir fonksiyon (düşük lacunarity değerli) olarak tanımlanır.

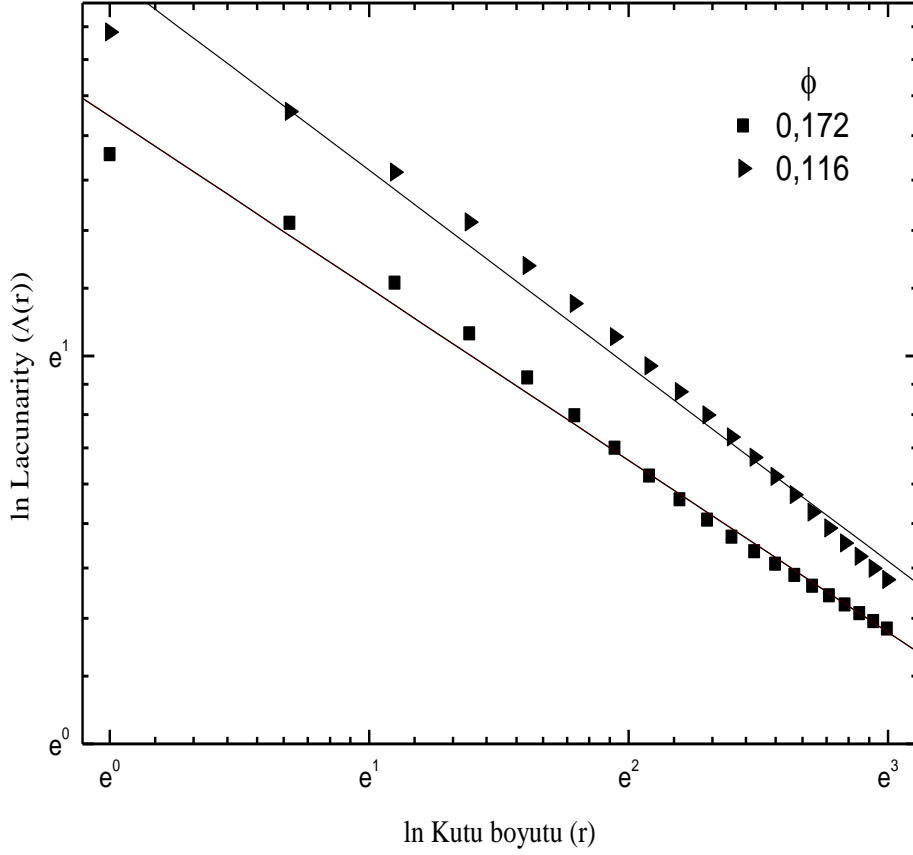
İkinci olarak lacunarity değerinin kutu büyüklüğü ile değişimi, ölçekleme teorisi ve kendine benzerlikten dolayı üs-yasa ilişkisiyle tanımlanabilir. Buna göre lacunarity ile kutu boyutu arasındaki ilişki

$$\Lambda(r) \propto r^{-\omega} \quad (3.32)$$

bağıntısı ile tanımlanabilir [1, 2, 34]. (3.32) eşitliğinde,  $\omega$  değeri kritik bir üstür. Lacunarity ve kutu büyüklüğü değerlerinin logaritmaları alınarak çizilen grafiğin en küçük kareler yöntemi ile hesaplanan eğimi sistemi tanımlayan kritik bir üs değeri olarak alınabilir. Böylece;

$$\ln \Lambda(r) = \ln A - \omega \ln r \quad (3.33)$$

bağıntısı yazılabilir. Şekil 3.26'da R-1 mangan dağılımı ve onu temsil eden S-1 simüle görüntüsü için örnek bir  $\ln$  lacunarity- $\ln$  kutu boyutu grafiği görülmektedir.



**Şekil 3.26:** R-1 mangan dağılımı ve onu temsil eden S-1 simüle görüntüsü için ln lacunarity-ln kutu boyutu grafiği. R-1 için  $\omega = 0,50$  ve S-1 için  $\omega = 0,44$  değerlerinde hesaplanmıştır.

Şekil 3.26’da regresyon sabiti  $R \approx 1$  değerine yakın olması matematiksel model uyum fonksiyonunun sistemde veri dağılımını iyi temsil ettiğini göstermektedir. Ayrıca kritik üs  $\omega$  değeri lacunarity indeksi olarak tanımlanabilir. Kritik üs  $\omega$  ile fraktal boyut  $D_f$  arasında;

$$\omega = D_f - d \quad (3.34)$$

ilişkisi vardır. Burada  $d=2$  Öklid boyutunu gösterir. Kritik üs  $\omega$  değeri incelenen cevhere ait sıvımalı yüzeylerde öbikleşmenin bir ölçüsünü belirler. (3.34) eşitliğinde belirtilen ilişki, Tablo 3.6 incelendiğinde lacunarity indeksini tanımlayan

parametrelerden biri olan  $\omega$  değerinin dağılım kümelerine ait fraktal boyut ile klit boyut arasındaki fark sağladığı görülmektedir.. Ayrıca R-1, R-2...MD için hesaplanan fraktal boyut değerleri  $1,39 < D_f < 1,71$  ve bu dağılımları temsil eden simüle görüntüler için  $1,47 < D_f < 1,66$  arasında değişen değerler Tablo 3.6'da tekrar özetlenmektedir. Manyezit cevheri yüzeyinde bulunan MD yapıları için fraktal boyut değerleri 1,626 ile 1,880 aralığında değiştiği literatürde rapor edilmiştir. [5, 10, 29, 69, 81]. Ayrıca benzer yapılardan kireç taşı yüzeyindeki MD'ler için 1,780 ile quartz yapılar üzerinde bulunan yapılar için 1,51 değerleri hesaplanmıştır [9]. MD yapılarının saçaklarının artması fraktal boyut değerini arttırmakta olduğu gözlenmiştir. Herbir yapı için işgal edilme kesri MD desenleri için  $0,121 < \phi < 0,311$  ve simüle görüntüler için  $0,114 < \phi < 0,273$  arasında değişen değerler almaktadır.

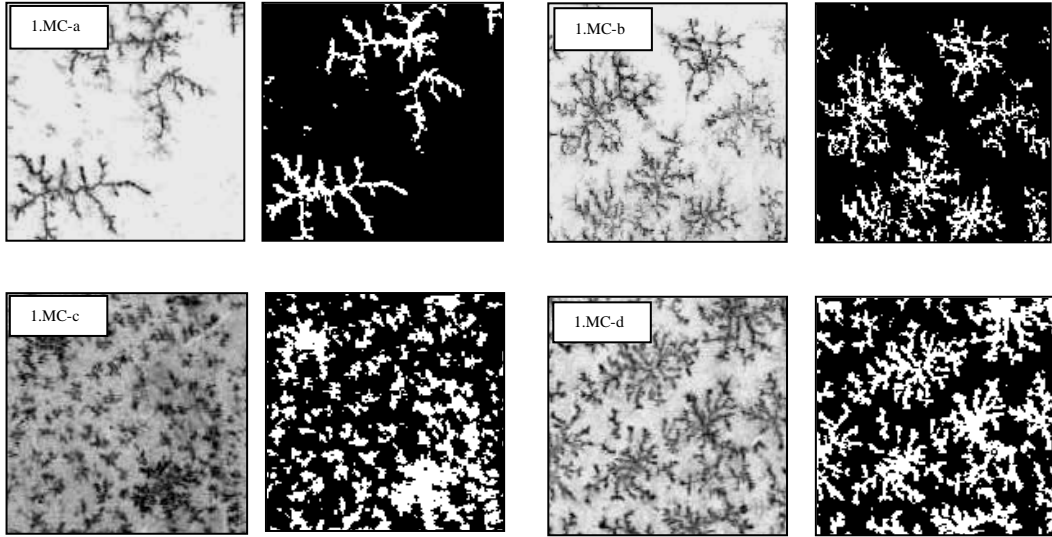
**Tablo 3.6:** Şekil 3.10'daki MD ve onları temsil eden simülasyon görüntüleri için hesaplanan parametre değerleri.

	Fraktal boyu $t(D_f)$	İşgal edilme kesri ( $\phi$ )	Yakınsama üssü ( $\epsilon$ )	Hiperbolün iç büyüklüğü ( $\mu$ )	Öteleme terimi ( $\sigma$ )	$R$	$A$	Kritik üs değeri ( $\omega$ )	$R$	Lacunarity $A(r_{\min}(1))$	Lacunarity $A(r_{\max}(200))$
R-1	1,39	0,172	0,472±0,021	4,567±0,071	0,145	0,98	1,454±0,029	0,367	0,98	4,57	1
S-1	1,47	0,116	0,639±0,021	3,193±0,045	0,356	0,98	1,089±0,037	0,292	0,95	6,26	1
R-2	1,59	0,121	0,481±0,026	8,163±0,181	0,103	0,94	2,135±0,035	0,467	0,97	7,03	1
S-2	1,57	0,114	0,357±0,015	7,014±0,096	-0,193	0,97	1,917±0,029	0,419	0,98	6,11	1
R-3	1,54	0,140	0,072±0,015	2,22±0,071	-7,167	0,98	2,500±0,029	0,471	0,98	6,66	1
S-3	1,63	0,125	0,312±0,012	6,621±0,083	-0,271	0,98	1,878±0,016	0,397	0,99	5,66	1
R-4	1,52	0,129	0,373±0,017	7,195±0,107	-0,169	0,97	1,927±0,031	0,423	0,97	6,19	1
S-4	1,50	0,150	0,377±0,018	5,392±0,083	-0,04	0,97	1,616±0,027	0,361	0,97	4,90	1
R-5	1,48	0,171	0,404±0,024	5,106±0,096	0,013	0,97	1,565±0,032	0,378	0,97	4,72	1
S-5	1,54	0,151	0,393±0,023	5,030±0,096	0,010	0,97	1,551±0,033	0,370	0,97	4,67	1
R-6	1,62	0,212	0,254±0,018	5,539±0,148	-0,353	0,97	1,652±0,019	0,353	0,98	4,27	1
S-6	1,61	0,209	0,182±0,019	5,649±0,293	-0,716	0,97	1,580±0,022	0,338	0,98	3,82	1
R-7	1,71	0,283	0,329±0,020	3,250±0,062	0,133	0,96	0,156±0,022	0,255	0,97	3,15	1
S-7	1,57	0,264	0,191±0,024	4,478±0,268	-0,435	0,95	1,358±0,023	0,295	0,97	3,19	1
R-8	1,65	0,283	0,492±0,029	2,335±0,047	0,316	0,97	0,917±0,028	0,254	0,97	2,81	1
S-8	1,63	0,257	0,313±0,033	3,006±0,124	0,045	0,97	1,092±0,027	0,285	0,97	2,91	1
R-9	1,67	0,311	0,458±0,028	2,111±0,043	0,308	0,98	0,864±0,025	0,233	0,97	2,60	1
S-9	1,59	0,273	0,415±0,035	2,555±0,072	0,213	0,96	0,985±0,029	0,262±0,009	0,96	2,82	1
R-10	1,56	0,245	0,224±0,022	5,163±0,208	-0,425	0,96	1,546±0,023	0,335±0,005	0,98	3,76	1
S-10	1,66	0,232	0,151±0,025	6,504±0,607	-1,129	0,95	1,632±0,028	0,353±0,006	0,97	3,70	1

Wan ve arkadaşları lacunarity indeksini tanımlayan  $A$  ve  $\kappa$  kullanılması ile cevher yüzeylerinde öbikleşmenin nümerik yaklaşımla tanımlanabileceğini belirlediler [33]. Manyezit cevher yüzeyinde MD desenlerine ait lacunarity indeks  $A$  ve  $\omega$  değerlerinin birbirinden farklı değer alması manyezit cevheri yüzeyindeki öbikleşmenin bölgesel olarak değişiminin bir sonucudur. Yerel öbikleşme belirlenmesi ile ilgili çalışmada lacunarity indeks değerlerinin  $A < 1,36$  ve  $\omega < 0,1$  koşullarında düşük seviyede,  $1,36 \leq A < 2,37$  ve  $0,2 < \omega < 0,3$  değerlerini alan koşullarda nispeten orta seviyede ve  $A > 2,9$  ve  $\omega > 0,3$  değerleri alan koşullarda yoğun öbikleşmiş alan olarak tanımlanabilir [33]. Buna göre Şekil 3.10'daki MD ve onları temsil eden simüle görüntüler genel olarak orta seviyede öbikleşmenin örnekleri olduğu sonucuna varılmaktadır.

### **3.4.3 Manyezit Cevher Yüzeyi için Hesaplamalar**

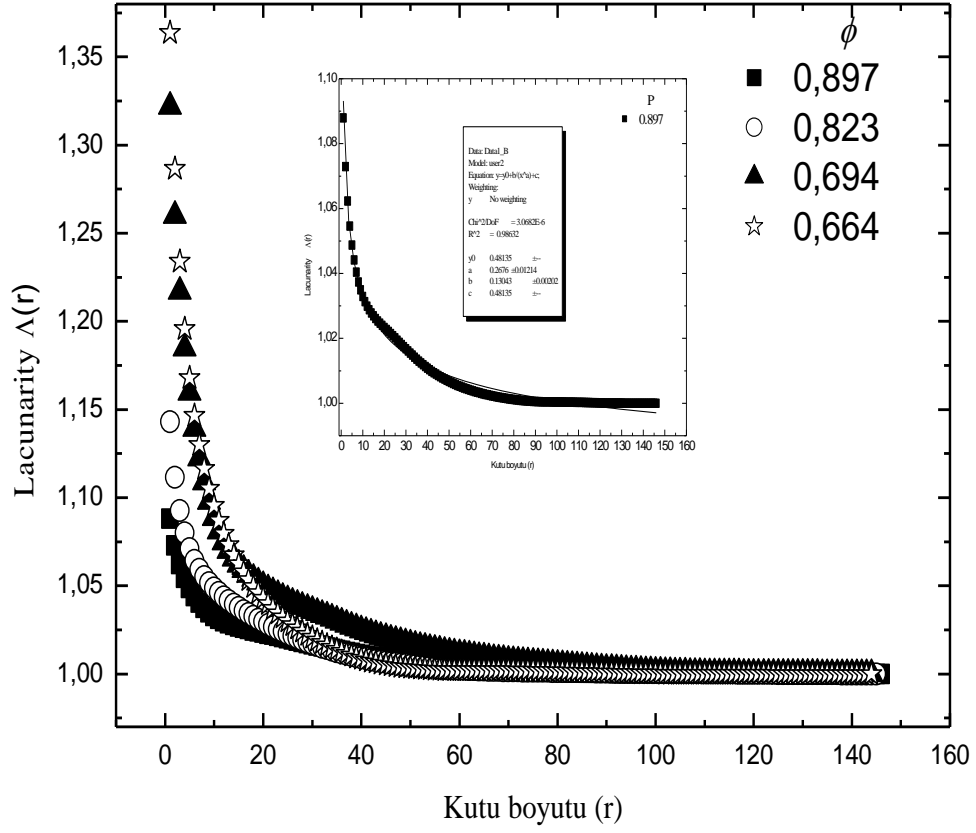
Bölüm 3.4.2'de manyezit cevher yüzeyinde oluşmuş mangan dağılımları (depozitleri) göz önüne alınarak hesaplamalar yapılmıştır. Bu bölümde, manyezit cevher yüzeyi incelenmiş ve mangan dağılımlarının buldukları bölgedeki heterojenlik araştırılmıştır. Bu amaçla Şekil 3.1a ve 3.1b'deki iki farklı manyezit cevherinden dört bölge seçilmiş ve yüzeydeki mangan dağılımları beyaz (0), manyezit cevher yüzeyi siyah (1) alınarak hesaplamalar yapılmıştır. Şekil 3.1a'daki manyezit cevherinden seçilen bölgeler ve bu bölgelerin binary formundaki görüntüleri Şekil 3.27'de görülmektedir.



**Şekil 3.27:** Şekil 3.1a'daki. manyezit cevher yüzeyinden seçilen farklı MD'ye sahip bölgeler.

Şekil 3.1'deki iki farklı manyezit cevherinden seçilen bölgeler için Şekil 3.28'de lacunarity değerinin kutu boyutuna karşı değişimi gösterilmektedir. Ayrıca Şekil 3.28'deki grafiğin içine alt şekil olarak lacunarity değerinin kutu boyutuna bağlı değişimini tanımlayabilen matematiksel model eğrisi  $\phi = 0,897$  değerli 1-MO-a örneği için verilmektedir.

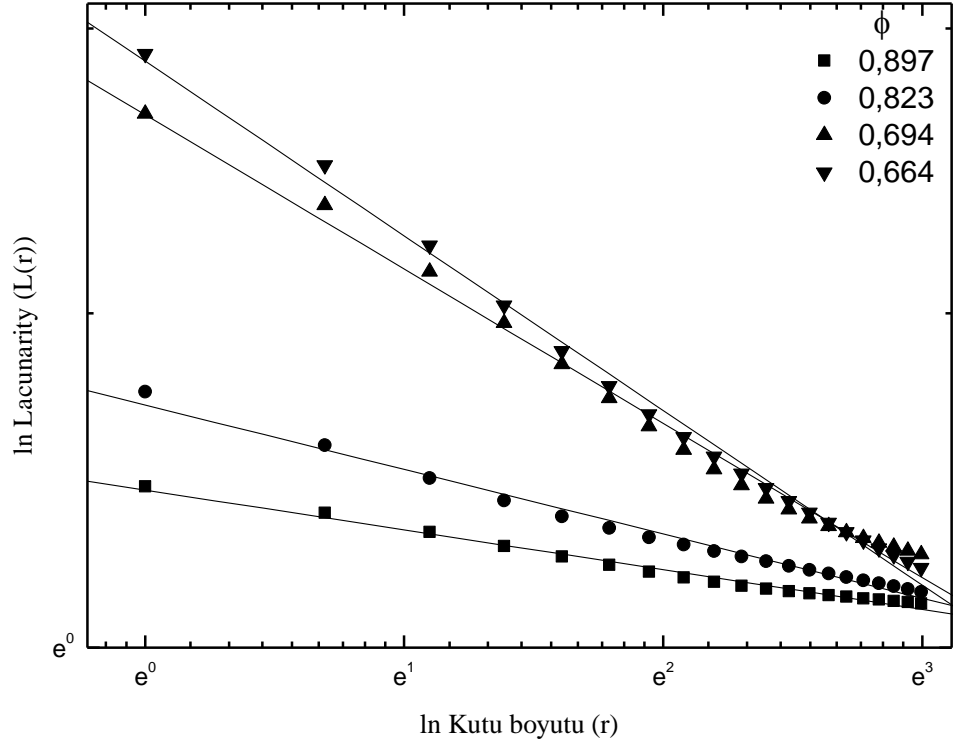




**Şekil 3.28:** Şekil 3.1a'daki manyezit cevherinden seçilen bölgeler için lacunarity-kutu boyutu grafiği. Ayrıca Şekil 3.25'deki 1.MO-a örneğine ( $\phi = 0,897$ ) ait fit edilmiş Lacunarity-Kutu Boyutu grafiği, alt şekil olarak bu şekilde yerleştirilmiştir.

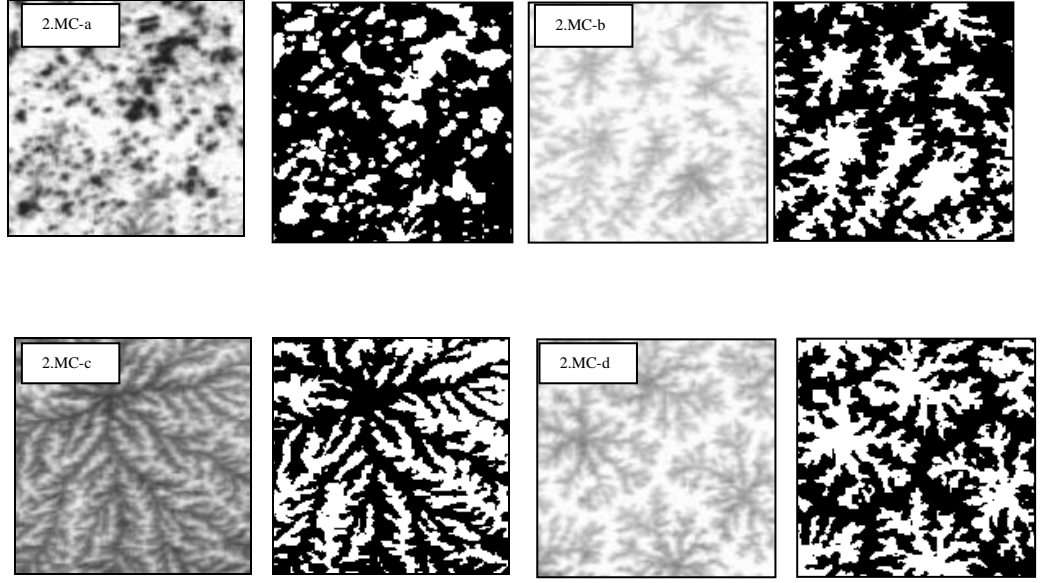
Şekil 3.28'de alt şekildeki kutu boyutu-lacunarity grafiğinin fit edilerek elde edilmiş hiperbolik eğrisi Şekil 3.27'deki tüm örnekler için çizilmiştir. Elde edilen  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  değerleri Tablo 3.7'de verilmektedir.

Şekil 3.29'da, Şekil 3.27'deki manyezit cevherinden seçilen bölgeler için Lacunarity değerinin kutu boyutuna bağlı değişimi logaritmik olarak gösterilmektedir.



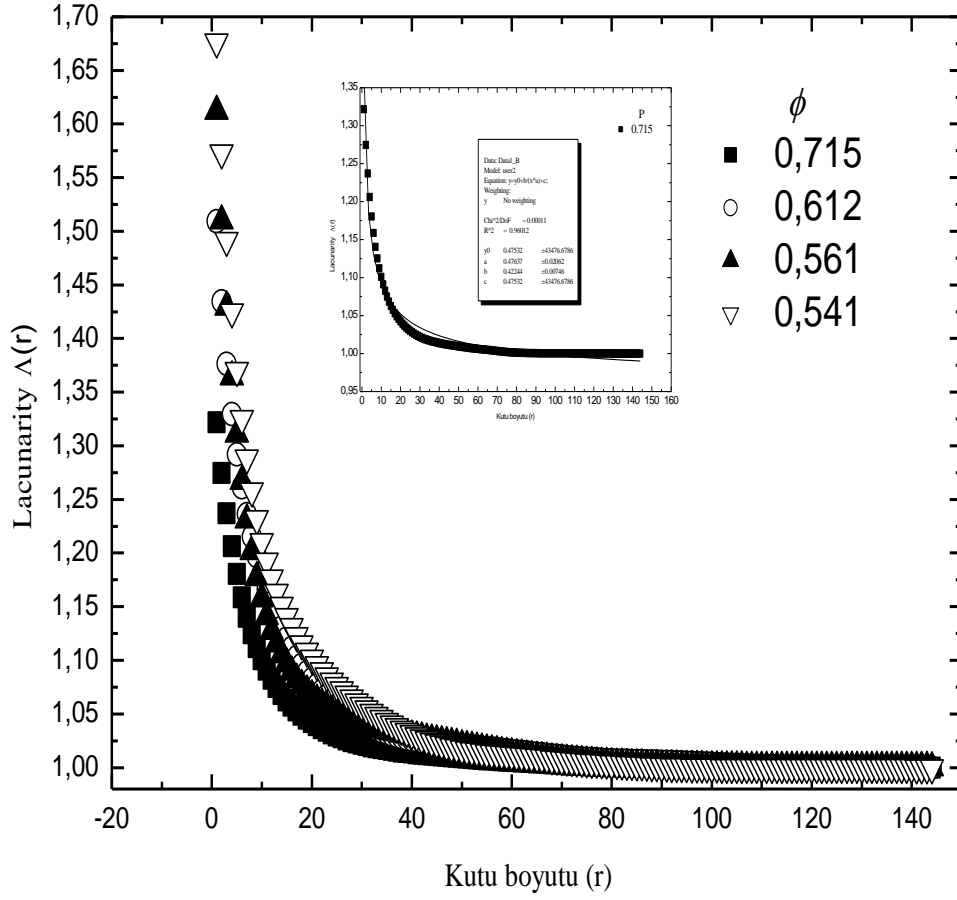
**Şekil 3.29:** Şekil 3.27'deki manyezit cevherinden seçilen bölgeler için  $\ln$  Kutu boyutu ( $r$ )- $\ln$  Lacunarity  $A(r)$  grafiği. ( $0.020 \leq \omega \leq 0.091$ ).

Şekil 3.28'deki lacunarity değerinin kutu boyutuna bağlı değişiminin doğal logaritmaları alınarak en küçük kareler yöntemi ile lacunarity indeksine ait  $A$  ve  $\omega$  değerleri hesaplanmıştır. Bu değerler Tablo 3.7'de verilmektedir.



**Şekil 3.30:** Şekil 3.1b'deki manyezit cevher yüzeyinden seçilen farklı MD'ye sahip bölgeler.

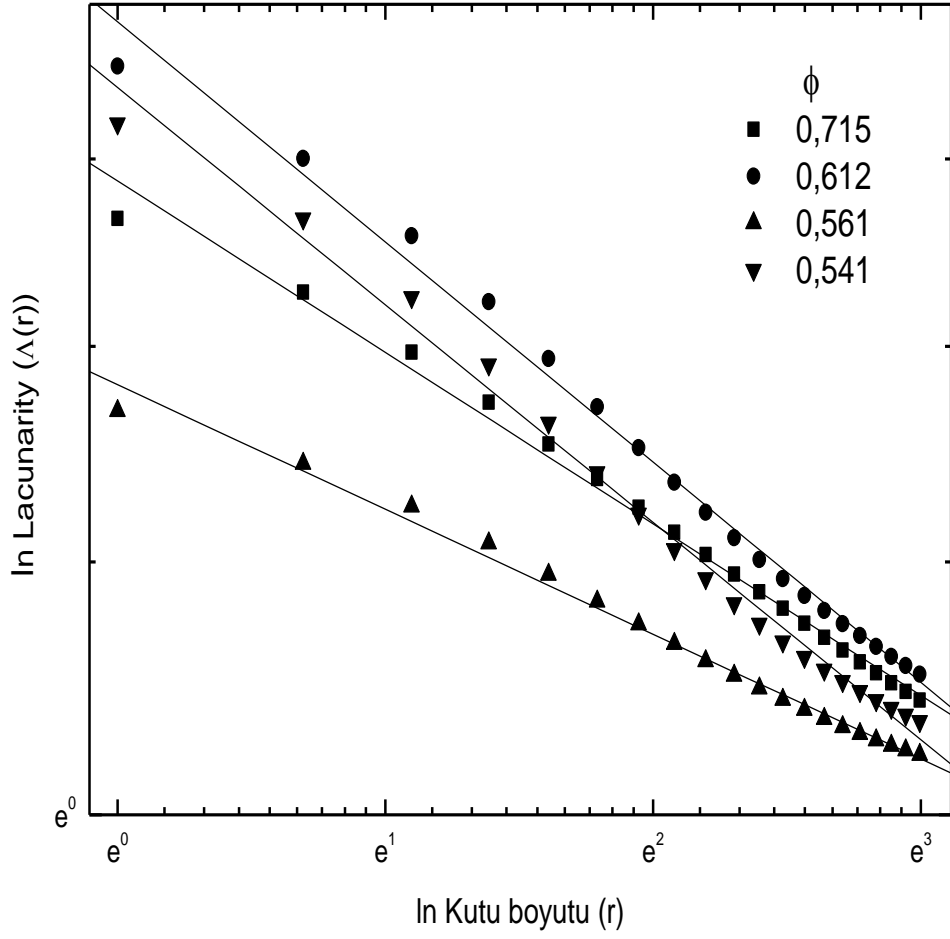
Şekil 3.1b'deki manyezit cevher yüzeyinden seçilen Şekil 3.30'daki bölgeler için çizilen Lacunarity parametresinin kutu boyutu ile değişimini gösteren grafik Şekil 3.31'de gösterilmektedir. Ayrıca Şekil 3.31'de alt şekil olarak, lacunarity değerinin kutu boyutuna karşı değişimini tanımlayabilen matematiksel model eğrisi  $\phi = 0,715$  değerli 2-MC-a örneği için verilmektedir.



**Şekil 3.31:** Şekil 3.30'daki manyezit cevher yüzeyinden seçilen bölgeler için Kutu boyutu ( $r$ )'nin Lacunarity  $\Lambda(r)$  ile değişim grafiği. Ayrıca alt şekillolarak, 2.MC-a örneğine ( $\phi=0,715$ ) ait fit edilmiş Lacunarity-Kutu boyutu( $r$ ) grafiği verilmektedir.

Şekil 3.31'de alt şekildeki kutu boyutu-lacunarity grafiğinin fit edilerek elde edilmiş hiperbolik eğrisi Şekil 3.30'daki tüm örnekler için çizilmiştir. Elde edilen  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  değerleri Tablo 3.7'de verilmektedir.

Şekil 3.32'de Şekil 3.30'daki manyezit cevherinden seçilen bölgeler için Lacunarity değerinin kutu boyutuna bağlı değişimi logaritmik olarak gösterilmektedir.



**Şekil 3.32.** Şekil 3.30'daki manyezit cevherinden seçilen bölgeler için ln Kutu boyutu( $r$ )-ln Lacunarity  $\Lambda(r)$  grafiği. ( $0,086 \leq \omega \leq 0,152$ ).

Şekil 3.32'den lacunarity değerinin kutu boyutuna bağlı değişiminin doğal logaritmaları alınarak en küçük kareler yöntemi ile lacunarity indeksine ait  $A$  ve  $\omega$  değerleri hesaplanmıştır. Bu değerler Tablo 3.7'de verilmektedir.

**Tablo 3.7:** Şekil 3.27 ve Şekil 3.30'daki Mc yüzeyinden seçilen bölgeler için hesaplanan parametre değerleri.

	Fraktal boyut ( $D_f$ )	İşgal edilme kesri ( $P$ )	Yakınsama üssü ( $\epsilon$ )	Hiperbolün iç büyüklüğü ( $\mu$ )	Öteleme terimi ( $\sigma$ )	$R$	$A$	Kritik üs değeri ( $\omega$ )	$R$	Lacunarity $A(r_{\min}(1))$	Lacunarity $A(r_{\max}(200))$
1.MC-a	1,860	0,897	0,267±0,012	0,130±0,002	0,481	0,98	0,082±0,001	0,020	0,99	1,081	1
1.MC-b	1,854	0,823	0,387±0,014	0,183±0,002	0,484	0,98	0,126±0,002	0,033	0,99	1,142	1
1.MC-c	1,822	0,694	0,459±0,011	0,396±0,003	0,476	0,98	0,278±0,005	0,080	0,99	1,321	1
1.MC-d	1,821	0,664	0,480±0,011	0,442±0,006	0,480	0,98	0,306±0,071	0,091	0,99	1,363	1
2.MC-a	1,813	0,715	0,476±0,020	0,422±0,007	0,475	0,96	0,437±0,005	0,118	0,99	1,321	1
2.MC-b	1,781	0,612	0,425±0,011	0,682±0,010	0,451	0,97	0,547±0,007	0,152	0,99	1,509	1
2.MC-c	1,772	0,561	0,532±0,018	0,764±0,012	0,465	0,96	0,297±0,004	0,086	0,99	1,611	1
2.MC-d	1,759	0,541	0,458±0,018	0,885±0,013	0,444	0,96	0,502±0,007	0,150	0,99	1,676	1

#### 4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında, Mc yüzeyinde bulunan MD kümelerinin matematiksel hesaplamalar yardımıyla ölçekleme özellikleri ve küme istatistikleri belirlendi. Bu amaçla, Mc yüzeyinden seçilen dört farklı dağılıma sahip bölgedeki MD'nin SIM metodu kullanılarak çevre-alan ilişkisi araştırıldı, log Çevre – log Alan grafiğinin lineer regresyon metodu yardımıyla  $\gamma$  değeri,  $1,46 \leq \gamma \leq 1,614$  arasında değer aldığı belirlendi. Bu dört farklı bölge için fraktal boyut değeri  $1,62 \leq D_f \leq 1,74$  olarak hesaplandı. Bu değer literatürdeki değerlerle uyum sağlamaktadır [86]. Diverjans oranı,  $1,22 \leq \rho(D) \leq 2,15$  ve kritik üs  $\alpha$  ve *rms* kalınlığına ait  $\beta$  değerleri sırasıyla 1,82-2,14 ve 0,27-0,232 arasında değişen değerler almaktadır.

Bir sonraki aşamada, bu bölgelerdeki MD ayrı ayrı incelenmek üzere bu bölgelerden tek tek seçildi ve bu DLA özelliği gösteren dendrit benzeri dağılımların parçacık sayısı, *rms* kalınlığı, fraktal boyutu hesaplandı. Bu dendrit benzeri dağılımların MC simülasyon metodu yardımıyla her bir dağılım için on tane temsili simülasyonları üretildi ve bu simülasyon görüntüleri için de ayrı ayrı fraktal boyut değeri, parçacık sayısı ve *rms* kalınlığı hesaplandı. Mangan dendritleri için hesaplanan  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri sırasıyla, 1,20-2,84 ve 0,26-0,34 arasındadır. Mc'nin yüzeyinden seçilen farklı dağılıma sahip bölgeler için hesaplanan fraktal boyut değerleri mangan dendritleri için 1,39-1,71 arasında ve bu dendritlere ait simülasyon görüntülerinin fraktal boyut değeri 1,47-1,66 arasındadır. Mangan dendritlerinin temsili simülasyon görüntüleri için  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri sırasıyla, 2,25-2,96 ve 0,30-0,39 arasındadır. Parçacık sayısı ile *rms* kalınlığı arasındaki bağıntı, ölçekleme davranışı göstermektedir. Bu sonuçlar, büyüme işleminin olduğu çok boyutlu uzayı belirler ve mangan dendritlerinin yapısal karakterinin DLA işlemini oluşturduğunu geometrik olarak doğrulamaktadır. Ayrıca MD'nin yapısal karakteristiğinin yüzeyin eğriliği gibi özelliklerden etkilenmediği ortaya çıkmaktadır.

Mc yüzeyleri üzerine olan diğer bir çalışmada, Mc yüzeylerinden seçilen, farklı dağılıma sahip oniki bölge için ortalama küme büyüklüğü, bölgelerin işgal edilme kesri, fraktal boyutu hesaplandı İki farklı Mc yüzeyinden seçilen bölgelerin Gaussian dağılım gösteren yüzeyler için hesaplanan ortalama küme büyüklüğü  $5,39 \leq \bar{x}_D \leq 16,19$  değerler almaktadır. Elde edilen bu sonuçlardan, işgal edilme kesrine göre kümelerin çap-depozit sayısı değişimleri bulunmuştur. İşgal edilme kesri,  $0,159 \leq \phi \leq 0,580$  değerler almaktadır. Bu dağılımların fraktal boyutu,  $1,43 \leq D_f \leq 1,78$  arasındadır. Mc yüzeylerinde nokta şeklindeki ve homojen bir görüntüye sahip kümeler ve düzenli bir görüntüye sahip ancak dendrit şeklinde olan depozitler Gaussian dağılım göstermektedir. Dendrit şeklinde ve heterojen bir görüntüye sahip kümeler ise hiperbolik bir dağılım göstermektedir. Bu dağılımı belirlemek için yeni matematiksel bir model olarak  $f(d) = \frac{\delta}{d^\rho} + \theta$  lineer olmayan bir fit fonksiyonu tanımlanmıştır. Ayrıca bu dendrit ve heterojen görüntüdeki dağılımların logaritmik çap-depozit sayısı değişimleri araştırılmış ve bu dağılımlar için çap ile depozit sayısı arasında güç kanunu ilişkisi olduğu belirlenmiştir. Hesaplanan küme büyüklüğü, çökeltinin kaynağı, taşınma geçmişi ve çökeltme koşullarıyla ilgili önemli ipuçları vermektedir. Aynı zamanda bu sonuçlar, oluşum işleminden bağımsız doğal MD'lerinin morfolojik geçişlerini belirlemektedir.

Tez çalışmasının son aşamasında, manyezit cevher yüzeyindeki farklı dağılıma sahip MD desenleri ve onları temsil eden simüle görüntülere ait fraktal boyut, işgal edilme kesri, lacunarity değerleri, istatistiksel dağılımı temsil eden 1. ve 2. Momentleri ve yapıyı tanımlayan en uygun lacunarity model parametreleri hesaplandı. Buna göre MD için fraktal boyut değerleri  $1,39 \leq D_f \leq 1,71$  ve simüle görüntüler için  $1,47 \leq D_f \leq 1,66$  arasında değişen değerler almaktadır. İşgal edilme kesri MD'ler için  $0,121 \leq \phi \leq 0,311$  ve simüle görüntüler için  $0,114 \leq \phi \leq 0,273$  arasında değerler aldığı belirlendi. MD'ler için lacunarity değeri  $2,60 \leq A(r) \leq 7,03$  ve simüle görüntüler için  $2,82 < A(r) < 6,26$  olarak hesaplandı. Lacunarity değerleri kutu boyutu ile azalmaktadır ve hiperbolik bir değişim göstermektedir. Bundan dolayı lacunarity değerinin kutu boyutuna göre değişimi bir matematiksel model ile lineer olmayan regresyon kullanılarak tanımlanabildi. İkinci olarak iki farklı manyezit cevher yüzeyinden farklı dağılıma sahip bölgeler seçildi ve MD'lerin oluşturduğu



heterojenlik ve alan (boşluk) araştırıldı. Bu amaçla hesaplamalarda manyezit yüzeyi siyah (1) ve MD'ler beyaz (0) olarak belirlendi. Fraktal boyut değeri 1.MC numunesi için  $1,860 \leq D_f \leq 1,821$  ve 2.MC için  $1,813 \leq D_f \leq 1,759$  olarak hesaplandı. Elde edilen işgal edilme kesri 1.MC için  $0,661 \leq \phi \leq 0,897$  ve 2.MC için  $0,541 \leq \phi \leq 0,715$  arasında değerler almaktadır. Lacunarity değerleri 1.MC ve 2.MC numuneleri için sırasıyla  $1,081 \leq A(r) \leq 1,363$  ve  $1,361 \leq A(r) \leq 1,676$  arasındaki değerleri hesaplandı.

Lacunarity parametresinin fraktal boyut ile ters orantılı olduğu, lacunarity değeri arttıkça fraktal boyut değerinin azaldığı sonucuna varıldı. Lacunarity, fraktallık yani yapının en küçük parçasının tüm yapıya benzemesi durumunun aksine heterojenliğin bir ölçüsüdür bu yüzden yapıdaki homojenlik (fraktallık) azaldıkça heterojenlik artmaktadır.

Bu çalışma, stokastik teori ve perkolasyon işlemi ile uyum göstermektedir. Sonuçlar jeomorfolojik yüzeydeki farklı kümeler hakkında bilgi vererek yapıların bulunduğu ortam hakkında ipuçları sağlayabilmektedir. Çalışmada kullanılan yöntemler, doğal jeomorfolojik ve deneysel üretilen malzeme yüzeylerinin tanımlanmasında kullanılabilir. Ayrıca hem nano ölçekte deneysel üretilen depozit yüzeylerini hem de jeomorfolojik diğer farklı numune yüzeylerdeki depozit ve gözenekleri tanımlamada yardımcı olabilir

## 5. KAYNAKLAR

- [1] Barbarasi, A.L. and Stanley, H.E., *Fractal concepts in surface growth*, Cambridge: Cambridge University Press, (1995).
- [2] Vicsek, T. *Fractal growth phenomena*, Singapore: Word Scientific, (1992).
- [3] Mandelbrot, B.B. and Wallis, J.R., “Some long-run properties of geophysical records”, *Water Resour. Res.*, 5, 321-340, (1969).
- [4] Fowler, A.D. and Roech, D.E., “A model and simulation of branching mineral growth from cooling contacts and glasses”, *Mineralogical Magazine*, 60, 595-601, (1996).
- [5] Chopard, H., Herrmann, H.J. Vicsek, T., “Structure and Growth Mechanism of Mineral Dendrites”, *Nature*, 353, (1991).
- [6] Meakin P., *Fractals, Scaling and Growth Far From Equilibrium*, Cambridge: Cambridge University Press, (1998).
- [7] Bayirli, M. “The Geometrical Approach of the Manganitive Compound Deposition on the Surface of Manganisite Ore”, *Physica A*, 353, 1, (2005).

- [8] Xu H., Chen T. and Konishi H., “ HRTEM investigation of trilling todorokite and nano-phase Mn-oxides in manganese dendrites”, *American Mineralogist*, 95, 556, (2010).
- [9] Ng T.F. and Teh G.H., “Fractal and Shape Analyses of Manganese Dendrites on Vein Quartz”, *Geological Society of Malaysia, Bulletin*, 55, 73-79, (2009).
- [10] García-Ruiz J. M., Otálora F., Sanchez-Navas A. and Higes-Rolando F.. “The formation of manganese dendrites as the material record of flow structures”, *In Fractals and Dynamics Systems in Geosciences*, Edited by J.H. Kruhl, Springer Verlag, pp 307-318, (1994).
- [11] Stauffer, D., “Scaling Theory of Percolation Clusters”, *Physics Reports*, 54, 1-74, (1974)
- [12] Eden, M., In Proceedings of the Fourth Berkeley, “Symposium on Magnatical Statics and Probability”, Edited by F. Neyman, Vol. 4, (University of California Press, Berkeley) (1999).
- [13] Witten T.A. and Sander, L.M., “Diffusion Limited Aggregation, A Kinetic Critical Phenomenon”, *Phys. Rev. Lett.*, 47, 1403, (1981).
- [14] Witten, T.A. and Sander, L.M., “Diffusion Limited Aggregation”, *Phys. Rev. B.*, 5686, (1983).
- [15] Halsey T.C., “Diffusion Limited Aggregation as Branched Growth”, 72, 1228, (1994).

- [16] Lopez Salvas, M.Q., Saues, F., Claret, J. and Bassas, J., “Fingering Instability in Thin-Layer Electrodeposition: General Trends and Morphological Transitions”, *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 421, 205-212, (1997).
- [17] Ferreira, S.C., Alves, S.G., Faissal Brito, A. And Moreira, J.G., “Morphological Transition between Diffusion-Limited and Ballistic Aggregation Growth Patterns”, 156-158, (2006).
- [18] Xiao Jun Xu, Ping Gen Cai, Quan Lee Ye, A.Gen Xia and Gao Xiang Ye, “Effects of Long Range Magnetic Interactions on DLA Aggregation”, *Phys. Lett. A*, 338, 1-7, (2005).
- [19] Ivenenko, Y.V., Lebovka, N.I. and Vygornitskii, N.V., “Eden Growth Model for Aggregation of Charged Particals”, *Eur. Phys. J.B.*, 11, 469-480, (1999).
- [20] Mizuseki, H., Tanak, K., Ohno, K. And Kawazoe, Y., “A New Crystal Growth Model Bosed on a Stochastic Method Under an External Field”, *Modeling Simul. Mater Sci. Eng.*, 8, 1-11, (2000).
- [21] Ausloos, M., Vandewalle N. and Cloots, R., “Magnetic Eden Model”, *Europhys. Lett.*, 24, 629-634, (1993).
- [22] Ausloos, M. and Vandewalle, N., “Magnetic Diffusion Limited Aggregation”, *Phys. Rev. E.*, 597-603, (1995).
- [23] Mansur Filho, J.C., Silva, A.G., Carvalho, A.T.G. and Martins, M.L., “Electrocrystallization Under Magnetic Fields: Experiment and Model”, *Physica A*, 350, 393-406, (2005).

- [24] Gurin, V.S. and Poroshkov, V.P., “Off-lattice Simulation of the Fractal Growth with Attractive Radial Drift and Mobility, Nonlinear Phenomena in Complex Systems”, 3:1, 87-92, (2000).
- [25] Ozbey T. and Bayirli M., “A Numerical Study for the Relationship between Natural Manganese Dendrites and DLA Patterns”, *Z. Naturforsch.*, 71(3)a, 225–234, (2016).
- [26] Schoedler, F., *Element of Geology and Mineralogy*, London: Joseph Griffin and Co., 56, (1851).
- [27] Swartzlow, R. C., “Two Dimensional Dendrites and Their Origin”, *The American Mineralogist*, 19, 403, (1934).
- [28] Mandelbrot B. B., *The Fractal Geometry of Nature*, New York: Freeman, (1983).
- [29] Bayirli M. and Ozbey T., “Numerical Approaches about the Morphological Description Parameters for the Manganese Deposits on the Magnesite Ore Surface”, *Z. Naturforsch.*, 68a, 406, (2013).
- [30] Dong P. “Lacunarity for Spatial Heterogeneity Measurement in GIS”, *Geographic Information Science*, 6, 1, 20-26 (2000).
- [31] Plotnick, R., Gardner, R.H. and O’Neill R.V., “Lacunarity indices as measures of landscape texture”, *Landscape Ecology*, 8, 3, 201-211, (1993).

- [32] Gefen, Y., Meir, Y., and Aharony, A., “Geometric implementation of hypercubic lattices with noninteger dimensionation by use of low lacunarity fractal lattices”, *Physical Review Letters*, 50, 145-148, (1983).
- [33] Wan, L., Xie, D. And Hu, X. , “Study of local mineralized intensity using rescaled range analysis and lacunarity analysis”, *Engineering Science and Technology Review*, 6, 2, 105-109 (2013).
- [34] Hanan W. G. and Heffernan D. M., “Multifractal analysis of the branch structure of diffusion-limited aggregates”, *Phys. Rev. E*, 85, 2, (2012).
- [35] Butson, C.R., King, D.J., “Lacunarity analysis to determine optimum extents for sample- based spatial information extraction from high-resolution forest imagery”, *International journal of Remote Sensing*, 27, 1, 105-120, (2006).
- [36] Zaia A., Eleonori R., Maponi, Rossi R., Murri R., “Medical Imaging and Osteoporosis Fractal’s Lacunarity Analysis of Trabecular Bone in MR Images”, *Proceedings of the 18th IEEE Symposium on Computer-Based Medical Systems*, (2005).
- [37] Coggins, J. M., “A Framework for Texture Analysis Based on Spatial Filtering,” Ph.D. Thesis, *Computer Science Department, Michigan State University*, East Lansing, Michigan, (1982).
- [38] Tamura, H., S. Mori, and Y. Yamawaki, “Textural Features Corresponding to Visual Perception,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-8, pp. 460-473, (1978).

- [39] Sklansky, J., "Image Segmentation and Feature Extraction," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-8, 237-247, (1978).
- [40] Haralick, R.M., "Statistical and Structural Approaches to Texture," *Proceedings of the IEEE*, 67, 786-804, (1979).
- [41] Richards, W. and A. Polit, "Texture matching", *Kybernetik*, 16, 155-162, (1974).
- [42] Zucker, S. W. and K. Kant, "Multiple-level Representations for Texture Discrimination," In *Proceedings of the IEEE Conference on Pattern Recognition and Image Processing*, TX, Dallas, 609-614, (1981).
- [43] Gibson, J.J., *The perception of the visual world*, Boston: MA, Houghton Mifflin, (1950).
- [44] Laws, K. I., "Textured Image Segmentation", Ph.D. thesis, *University of Southern California*, (1980).
- [45] Tomita, Fumiaki and S. Tsuji, *Computer Analysis of Visual Textures*, Boston: Kluwer Academic Publishers, (1990).
- [46] Haralick, R. M., K. Shanmugam, and I. Dinstein, "Textural features for image classification," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, SMC-3610-621, (1973).
- [47] Tuceryan, M. and A. K. Jain, "Texture Segmentation Using Voronoi Polygons," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-12, 211-216, (1990).

- [48] Ahuja, N., "Dot Pattern Processing Using Voronoi Neighborhoods," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-4, 336-343, (1982).
- [49] Voronoi, G., "Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques. Deuxième mémoire: Recherches sur les paralléloèdres primitifs," *J. Reine Angew. Math.*, 134, 198-287, (1908).
- [50] Shamos, M.I. and D. Hoey. "Closest-point Problems," In *16th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, 131-162, (1975).
- [51] Voorhees, H. and T. Poggio, "Detecting textures and texture boundaries in natural images," In *Proceedings of the First International Conference on Computer Vision*, London, 250-258, (1987).
- [52] Blostein, D. and N. Ahuja, "Shape from Texture: Integrating Texture-Element Extraction and Surface Estimation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-11, 1233-1251, (1989).
- [53] Zucker, S. W., "Toward a model of Texture," *Computer Graphics and Image Processing*, 5, 190-202, (1976).
- [54] Fu, K.S., *Syntactic Pattern Recognition and Applications*, New Jersey: Prentice-Hall, (1982).
- [55] Eom, Kie-Bum and R. L. Kashyap, "Texture and Intensity Edge Detection with Random Field Models," In *Proceedings of the Workshop on Computer Vision*, Miami Beach, FL, 29-34, (1987).



- [56] Du Buf, J. M. H. M. Kardan, and M. Spann, "Texture Feature Performance for Image Segmentation," *Pattern Recognition*, 23, 291-309, (1990).
- [57] Bajcsy, R. and L. Lieberman, "Texture Gradient as a Depth Cue," *Computer Graphics and Image Processing*, 5, 52-67, (1976).
- [58] Witkin, A. P, "Recovering Surface Shape and Orientation from Texture," *Artificial Intelligence*, 17, 17-45, (1981).
- [59] Vicsek T., "Pattern Formation in Diffusion-Limited Aggregation", *Physical review letters*, 53, 24 (1984).
- [60] Meakin P. , "Progress in DLA research", *Phys. D*, 86, 104-112, (1995).
- [61] Ohta S. , "Diffusion-Limited Aggregation and Crystal Growth" , *Research of Pattern Formation*, edited by R. Takaki, 217-238.
- [62] Meakin, P., "Diffusion-controlled cluster formation in 2-6 dimensional space", *Physical Review A*, 27, 1495-1507, (1983).
- [63] Meakin P., "Diffusion-controlled deposition on surfaces: Cluster-size distribution, interface exponents and other properties", *Phys. Rev. B*, 30, 4207, (1984).
- [64] Bayirli, M. And Kockar, H., "A Numerical Application Using Diffusion – Limited Aggregation for the Manganese Dendrites", *Z.Naturforsch*, 65a, 777-780, (2010).

- [65] Schlueter E.M., Zimmerman R., Witherspoon P.A. and Cook N.G.W., "The Fractal Dimension of Pores in Sedimentary Rocks and its Influence on Permeability", *Engineering Geology*, 48, 199-215, (1997).
- [66] Mandelbrot B. B., D. E. Passaja and A. J. Paullay, "*Fractal character of fracture surfaces of metals*", *Nature*, 308, 721, (1984).
- [67] Saitou M. and Okudaira Y., "Macro Internal Structure of Porous Ni-P Electrodeposited under Galvanostatic Conditions", *The electrochemical Soci.* 151, C674, (2004).
- [68] P. Meakin, "Diffusion-controlled deposition on fibers and surfaces" *Phys. Rev. A*, 27, 2616, (1983).
- [69] Bayirli M., "Numerical Approaches of Cluster Statistics for Stochastic Manganese Deposits", *Z.Naturforsch*, 69a, 581, (2014).
- [70] Blott J.S. and Pye K., "Gradistat: A Grain Size Distribution and Statistics Package for The Analysis of Unconsolidated Sediments", *Earth Surf. Process. Landforms*, 26, 1237, (2001).
- [71] Folk Robert L. and Ward William C. "Brazor River Bar: A Study in the Significance of Grain Size Parameters", *Journal of Sedimentary Petrology*, 27, 3, (1957).
- [72] Granqvist C.G., "Size Distribution for Ultrafine Metal Particles", *Journal De Physique*, 38, C2, (1977).

- [73] Colas R., “On the variation of grain size and fractal dimension in an austenitic stainless steel”, *Material Characterization*, 46, 353, (2001).
- [74] Rautio H. and Silven O. “ Average grain size determination using mathematical morphology and texture analysis”, <http://www.ee.oulu.fi/research/mvmp/mvg/files/pdf/mva98.pdf>, (02.06.2016).
- [75] Lin, B., and Yang, Z.R., “A suggested lacunarity expression for Sierpinski carpets”, *Journal Physics A: Mathematical and General*, 19, L49-L52, (1986).
- [76] Allain, C., Coloitre, M. “Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets”, *Physical Review A*, 44, 6, 3552-3558, (1991).
- [77] Landau D. P. and Binder K., *MC Simulations in Statistical Physics*, Cambridge, (2000).
- [78] Magi, N., Kamiko, M., “Novel Electrochemical Phenomena in Magnetic Fields”, *Sci. Rep. RITU*, 2, 315-320, (1996).
- [79] A. Iakovlev and M. Garbade, “Fractal Growth”, Master Course, *Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universitat, Bonn*, (2011).
- [80] M. Kobl, R. Botet, and R. Jullien, “Scaling of Kinetically Growing Clusters”, *Phys. Rev. Lett.*, 51, 1123, (1983).

- [81] S. R. Forrest and T. A. Witten, “Long-range correlations in smoke-particle aggregates”, *J. Phys. A: Math. Gen.*, 12, L109, (1979).
- [82] Merdan Z. and Bayirli M., “Formation Of The Manganese Flowers On The Surface Of The Manganese Ore”, *G.U. Journal of Science*, 17, 49, (2004).
- [83] B. Stegemann, C. Ritter, B. Kaiser, and K. Redemann, “Crystallization of Antimony Nanoparticles: Pattern Formation and Fractal Growth”, *J. Phys. Chem. B*, 108, 14292, (2004).
- [84] Wiesenfeld Kurt, “Scaling Laws”, *Am. J. Phys.*, 69, 938, (2001).
- [85] Matsushitai M., Hayakawa Y. and Sawada Y., “Fractal Structures and Cluster Statistic of Zinc-Metal Trees Deposited on a Line Electrode”, *Phys.Rev A*, 32, 3814, (1985).
- [86] Merdan Z. and Bayirli M., “Computation of the Fractal Pattern in Manganese Dendrites”, *Chin.Phys. Lett.*, 22, 2112, (2005).

# **EKLER**

## 6. EKLER

### **EK A: Bilgisayarın Özellikleri**

Üretici: TOSHIBA

Model: SATALLİTE L650 -15K SYSTEM UNIT

İşlemci: 3. nesil Intel® Core™ i3-CPU

Bellek (RAM): 3 GB

Sistem Türü: 64 bit İşletim Sistemi

Ekran Kartı: AMD Mobility Radeon HD 5000 Serisi

Windows sürümü: Windows 7 ULTIMATE

## **EK B: Tezi Kapsayan Uluslararası ve Ulusal Yayınlar**

- Bayirli M. and Ozbey T., “Numerical Approaches about the Morphological Description Parameters for the Manganese Deposits on the Magnesite Ore Surface”, *Z. Naturforsch*, 68a, 406, (2013).
- Ozbey T. and Bayirli M., “A Numerical Study for the Relationship between Natural Manganese Dendrites and DLA Patterns”, *Z. Naturforsch*, 71(3)a, 225–234, (2016).
- Ozbey T. and Bayirli M., “Mangan sıvamaları ve DLA modeli için sayısal bir hesaplama”, *BAUN Fen Bil. Enst. Dergisi*, Cilt 18(1), 1-9, (2016).