T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

GENEL HECKE GRUPLARININ KUVVET ALT GRUPLARININ KOMÜTATÖR ALT GRUPLARI

DOKTORA TEZİ

TANER YARAL

BALIKESİR, HAZİRAN - 2015

KABUL VE ONAY SAYFASI

Taner YARAL tarafından hazırlanan "**GENEL HECKE GRUPLARININ KUVVET ALT GRUPLARININ KOMÜTATÖR ALT GRUPLARI**" adlı tez çalışmasının savunma sınavı 02.06.2015 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği / ~~oy çokluğu~~ ile Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Anabilim Dalı Doktora Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri	İmza
Danışman Doç. Dr. Özden KORUOĞLU	....
Üye Prof. Dr. Recep ŞAHİN	....
Üye Doç. Dr. Yunus Emre YILDIRIR	....
Üye Yrd. Doç. Dr. Musa DEMİRCİ	....
Üye Yrd. Doç. Dr. İlker İNAM	....

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Doç. Dr. Necati ÖZDEMİR ....

ÖZET

GENEL HECKE GRUPLARININ KUVVET ALT GRUPLARININ KOMÜTATÖR ALT GRUPLARI
DOKTORA TEZİ
TANER YARAL
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK ANABİLİM DALI
(TEZ DANIŞMANI:DOÇ. DR. ÖZDEN KORUOĞLU)

BALIKESİR, HAZİRAN - 2015

Bu çalışma beş bölümden oluşmaktadır.

Birinci bölümde tezin tarihçesi ve gelişiminden bahsedilmiştir.

İkinci bölümde, diğer bölümlerde kullanılacak tanımlar, teoremler, metotlar ve sonuçlar verilmiştir.

Üçüncü bölümde, genel Hecke gruplarının bazı kuvvet alt gruplarının grup sunuşları araştırılmıştır.

Dördüncü bölümde, genel Hecke gruplarının, bazı kuvvet alt gruplarının komütatör alt grupları incelenmiştir.

Beşinci bölümde, tezde elde edilen sonuçlar özetlenmiş ve sonra yapılacak çalışmalar için açık problemler verilmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Genel Hecke grup, kuvvet alt grup, komütatör alt grup.

ABSTRACT

COMMUTATOR SUBGROUPS OF THE POWER SUBGROUPS OF THE GENERALIZED HECKE GROUPS
PH.D THESIS
TANER YARAL
BALIKESIR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
MATHEMATICS
(SUPERVISOR:ASSOC. PROF. DR. ÖZDEN KORUOĞLU)

BALIKESİR, JUNE 2015

This thesis consists of five chapters.

In the first chapter, the development and history of this thesis are given.

In the second chapter, it is given the definitions, theorems, methods and the results which are used in the other chapters.

In the third chapter, the presentations of the some power subgroups of the generalized Hecke groups are investigated.

In the fourth chapter, the commutator subgroups of the some power subgroups of the generalized Hecke groups are examined.

In the fifth chapter, the result obtained in the thesis are summarized and open problems for the next studies are given.

KEYWORDS: Generalized Hecke group, power subgroup, commutator subgroup.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

SEMBOL LİSTESİ

Simge	Adı
$\mathbb{Z}$	Tamsayılar kümesi
$\mathbb{C}$	Karmaşık sayılar kümesi
$\mathbb{C}_\infty$	Genişletilmiş karmaşık sayılar kümesi
$\boldsymbol{Aut}(\mathbb{C}_\infty)$	$\mathbb{C}_\infty$ kümesinin tüm otomorfizmlerinin kümesi
$\boldsymbol{PSL}(2,\mathbb{Z})$	Modüler grup
$\boldsymbol{PSL}(2,\mathbb{R})$	$\left\{V(z) \middle\| V(z) = \frac{az+b}{cz+d}; a,b,c,d \in \mathbb{R}, ad-bc=1\right\}$
$\boldsymbol{Aut}(\mathbb{C}_\infty)$	Üst yarı düzlemin otomorfizmleri
$\boldsymbol{U}$	Üst yarı düzlem
$\boldsymbol{G_0}$	$\left\{U(z) \middle\| U(z) = \frac{a\bar{z}+b}{c\bar{z}+d}; a,b,c,d \in \mathbb{R}, ad-bc=-1\right\}$
$\boldsymbol{H_{2,q}}$	$\lambda = \lambda_q = 2cos\frac{\pi}{q}, 1 \leq \lambda < 2$ için Hecke grupları
$\boldsymbol{\overline{H}_{2,q}}$	$\lambda = \lambda_q = 2cos\frac{\pi}{q}, 1 \leq \lambda < 2$ için genişletilmiş Hecke grupları
$\boldsymbol{H_{p,q}}$	Genel Hecke grupları
$\boldsymbol{\overline{H}_{p,q}}$	Genişletilmiş genel Hecke grupları
$[\boldsymbol{G}:\boldsymbol{H}]$	İndeks
$\boldsymbol{C_n}$	Devirli grup
$\boldsymbol{D_n}$	Dihedral grup
$\boldsymbol{S_n}$	Simetrik grup
$\boldsymbol{P} = \langle \boldsymbol{X} \| \boldsymbol{R}^* \rangle$	Grup sunuşu
$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}$	Direkt çarpım grubu
$\boldsymbol{A} * \boldsymbol{B}$	Serbest çarpım grubu
$\mathbf{A} *_{\mathbf{C}} \mathbf{B}$	Birleştirilmiş serbest çarpım grubu
$[\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}]$	x_1 ile x_2 elemanlarının komütatörü
$\boldsymbol{G'}$	Birinci komütatör alt grup
$\boldsymbol{G/G'}$	G nin G' komütatör alt grubu ile bölüm grubu
$\boldsymbol{\Sigma}$	Schreier transversali
$\|\boldsymbol{X}\|$	$F(X)$ grubunun rankı

TABLO LİSTESİ

ÖNSÖZ

Yüksek Lisans ve Doktora eğitimim boyunca tek bir kez dahi zerre kadar incinmediğim, hep sevgi ve saygı gördüğüm, her zaman bir projektör gibi yol gösterip aydınlatan çok değerli hocam Doç. Dr. Özden KORUOĞLU'na çöllerdeki kumlar, denizlerdeki damlalar, göklerdeki yıldızlar ve dünya var olduğundan beri yeşerip sararan yapraklar adedince teşekkürler...

Hiçbir yardım talebimi karşılıksız bırakmadıkları gibi iyilik yapmak için adeta çırpınan, olduğu gibi görünen ve göründüğü gibi olan, ve yıllar sonra ilk defa görüştüğümüzde dahi unutmayıp bana 'Bizim Taner' diye hitap ederek Tapduk Emre misali gönlümde taht kuran saygıdeğer hocalarım Prof. Dr. Recep Şahin ve Doç. Dr. Yunus Emre Yıldırır'a ne kadar teşekkür etsem azdır...

Ders sürecinde daha bir yakından tanımakla müşerref olduğum ve imkanlar dahilinde çok üstün hizmetlere ve çalışmalara imza atacaklarına olan inancımın tam olduğu çok değerli hocalarım Prof. Dr. Nihal YILMAZ ÖZGÜR'e, Doç. Dr. Fırat ATEŞ'e ve Doç. Dr. Sebahattin İKİKARDEŞ'e çok teşekkürler...

Bu süreçteki en büyük kazanımlarımdan biri olan, kendilerini ve ailelerini tanımakla mesut olduğum, ilmi ve hilmiyle örnek, nadide insan Bilal DEMİR ve Ahmet EMİN'e en derin sevgi ve saygılarımla...

Son olarak perde ardında her zaman en büyük yardımcım olan sevgili eşimi, evimin muhabbet kuşları ve mutluluk vesilem biricik kızlarım Berrin ve Berna'yı nasip ettiği için Allah'a sonsuz teşekkürler...

Balıkesir, 2015 Taner YARAL

1. GİRİŞ

E. Hecke "Über die Bestbimmung Dirichleter Reichen durch ihre Funktionalgleichungen" isimli çalışmasında

$$t(z) = -\frac{1}{z} \text{ ve } u(z) = z + \lambda$$

kesirli lineer dönüşümleri ile üretilen $H(\lambda)$ Hecke gruplarını tanıtmıştır. Burada $\lambda \in \mathbb{R}^+$ dir. Ayrıca aynı çalışmada [1], $\lambda \geq 2$ veya $\lambda = \lambda_q = 2\cos\frac{\pi}{q}$ $(q \epsilon \mathbb{Z}^+, q \geq 3)$ değerleri için Hecke gruplarının Fushian olduğunu ispatlamıştır.

$H(\lambda_q)$ Hecke gruplarının $s = tu$ denilerek $\lambda = \lambda_q$ değerleri için

$$H(\lambda_q) = \langle t, s \colon t^2 = s^q = I \rangle \cong \mathbb{Z}_2 * \mathbb{Z}_q$$

grup sunuşları elde edilir. Hecke grupları ile ilgili ayrıntılı bilgilere [2-12] nolu kaynaklardan ulaşılabilir. Hecke gruplarının cebirsel geometri, sayılar teorisi, fonksiyonlar teorisi, graf teori gibi matematiğin birçok dalıyla ilgisi vardır [13-16].

Lehner [17] nolu makalede,

$$v(z) = z + \lambda_p + \lambda_q \text{ ile } x(z) = -\frac{1}{z-\lambda_p}$$

lineer dönüşümleri yardımıyla üretilen, $H_{p,q}$ genel Hecke gruplarını tanıtmıştır. Burada $y = xv$ denilerek

$$H_{p,q} = \langle x, y | x^p = y^q = I \rangle \cong \mathbb{Z}_p * \mathbb{Z}_q$$

$(2 \leq p \leq q \leq \infty, p + q > 4)$ grup sunuşu elde edilmiştir. Bu gruplarda, $p = 2$ için $H_{2,q} = H(\lambda_q)$ sembolüyle de gösterilen Hecke grupları elde edilir.

$r(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ yansıma dönüşümü, $H_{2,q}$ Hecke gruplarına eklenerek elde edilen genişletilmiş Hecke grupları, [10] nolu çalışmada Bizim, Şahin ve Cangül tarafından tanıtılmıştır. Bu gruplar

$$\overline{H}(\lambda_q) = \langle t, s, r | t^2 = s^q = r^2 = I, tr = rt, sr = rs^{-1} \rangle \cong D_2 *_{\mathbb{Z}_2} D_q$$

sunuşuna sahiptir. Benzer şekilde $H_{p,q}$ genel Hecke gruplarına $r(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ yansıma dönüşümü eklenerek

$$\overline{H}_{p,q} = \langle x, y, r | x^p = y^q = r^2 = I, xr = rx^{p-1}, yr = ry^{q-1} \rangle \cong \mathrm{D_p} *_{\mathbb{Z}_2} \mathrm{D_q}$$

genişletilmiş genel Hecke grupları elde edilir. Bu grup $\mathrm{D_p}$ ile $\mathrm{D_q}$ dihedral gruplarının $\mathbb{Z}_2$ ile birleştirilmiş serbest çarpımına izomorftur [8]. Bu gruplarda, $\mathrm{p} = 2$ özel durumu için $\overline{H}_{2,q} = \overline{H}(\lambda_q)$ genişletilmiş Hecke grupları bulunur.

Bir G grubunun G^m ile gösterilen kuvvet alt grubu, G nin tüm elemanlarının, m. kuvvetleri alınarak üretilen alt grubudur. $H_{2,q}$ Hecke gruplarının $q \geq 3$ tek tamsayıları için $H_{2,q}^m$ kuvvet alt grupları [3] nolu çalışmada, q > 3 çift tamsayıları için $H_{2,q}^m$ kuvvet alt grupları ise [6] çalışmasında incelenmiştir. Bu kuvvet alt gruplarının grup sunuşları, simgeleri elde edilmiştir. $p \geq 3$ asal sayıları için $\overline{H}_{2,q}$ genişletilmiş Hecke gruplarının kuvvet alt grupları [8] nolu çalışmada; $\overline{H}_{2,\infty}$ genişletilmiş Hecke grupları için kuvvet alt grupları [7] nolu çalışmada yer almıştır.

Bir G grubu için $x, y \in G$ olmak üzere $[x, y] = x^{-1}y^{-1}xy$ komütatörleriyle üretilen alt grubuna, G' komütatör alt grubu denir. Herhangi bir $H \leq G$ için G/H değişmeli ise $G' \leq H$ sağlanır. Bu nedenle komütatör alt grupları büyük ilgi çekmektedir. [14] nolu makalede, verilen $q \geq 3$ asal sayıları için $H(\lambda_q)$ Hecke gruplarının $H^q(\lambda_q)$ kuvvet alt gruplarının $(H^q)'(\lambda_q)$ komütatör alt gruplarının sunuşları elde edilmiştir. Yine [18] nolu çalışmada $q \geq 3$ tek tamsayıları için $H^m(\lambda_q)$ şeklindeki bazı kuvvet alt gruplarının komütatör alt grupları ile ilgili sonuçlar verilmiştir.

Bu tezde, $H_{p,q}$ Genel Hecke gruplarının bazı $H_{p,q}^m$ kuvvet alt grupları incelenmiştir. Böylece [3] ve [6] nolu çalışmalarda elde edilen $H_{2,q}^m$ kuvvet alt gruplarıyla ilgili sonuçlar genelleştirilmiştir. Ayrıca [14] ve [18] çalışmalarında incelenen kuvvet alt gruplarının komütatör alt grupları, genel Hecke gruplarına taşınmıştır. Burada çalışılan $(H_{p,q}^p)'$ komütatör alt gruplarının üreteç sayıları ve üreteçleri ile ilgili formüller elde edilmiştir.

Çalışmanın birinci bölümü tezin gelişimini anlatan, tezdeki bölümlerin tanıtıldığı ve kaynak araştırmalarının yer aldığı giriş bölümüdür.

Çalışmanın ikinci bölümünde, tezin diğer bölümlerinde kullanılacak olan tanımlar, metotlar, yöntemler, teoremler önbilgiler başlığı altında verilmiştir.

Çalışmanın üçüncü bölümünde Hecke gruplarının ($\lambda_q = 2\cos\frac{\pi}{q}$, $q \geq 3$ bir tamsayı) bir genellemesi olan $H_{p,q}$ nun $H_{p,q}^m$ ile gösterilen bazı kuvvet alt gruplarının grup sunuşları (m, p) ve (m, q) durumlarına göre incelenmiştir.

Dördüncü bölümde ise özel olarak 2 den büyük p ve q asal sayıları için $H_{p,q}^p$ ile $H_{p,q}^q$ nun kuvvet alt gruplarının, komütatör alt gruplarının üreteçleri bulunup sonra da bu üreteçlerin sayısını bulmak için formül elde edilmiştir.

Son bölümde tezde elde edilen sonuçlar tartışılmış ve gelecekte yapılacak çalışmalar için bazı açık problemler verilmiştir.

2. ÖN BİLGİLER

Bu bölümde; çalışmada kullanılacak bazı tanım, teorem, metot ve yöntemler tanıtılmıştır.

2.1 Möbiüs Dönüşümleri

Burada Genel Hecke gruplarının birer elemanı olan Möbiüs dönüşümlerini tanıtıp, bazı özelliklerini inceleyeceğiz.

2.1.1 Tanım : $V(z) = \frac{az+b}{cz+d}$ $(a, b, c, d \in \mathbb{C}, ad - bc \neq 0)$ biçimindeki dönüşümlere, *Möbiüs dönüşümleri* (kesirli doğrusal dönüşüm) denir ve $Aut(\mathbb{C}_\infty)$ ile gösterilir [19, 20].

2.1.2 Teorem : Möbiüs dönüşümleri, bileşke işlemine göre bir gruptur [19, 20].

2.1.1 Tanım'daki $ad-bc$ değerine $V(z)$ dönüşümünün determinantı denir ve Δ ile gösterilir. Möbiüs dönüşümleri için verilen $\Delta = ad-bc \neq 0$ koşulu yerine $\Delta = ad-bc = 1$ kullanılabilir.

2.1.3 Tanım : $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ biçiminde $a, b, c, d \in \mathbb{C}$, $\Delta = ad-bc \neq 0$ koşullarını sağlayan 2×2 matrislerin kümesine $\mathbb{C}$ de *genel lineer grup* denir ve GL(2, $\mathbb{C}$) ile gösterilir [20].

2.1.4 Teorem : θ: GL(2, $\mathbb{C}$) $\rightarrow Aut(\mathbb{C}_\infty)$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto \frac{az+b}{cz+d}$$

şeklinde tanımlanan dönüşüm örten homomorfizmadır (epimorfizm) [20].

Bu teorem yardımıyla, $V(z)=\dfrac{az+b}{cz+d}$ dönüşümü yerine $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ matris gösterimi de kullanılabilmektedir. Reel katsayılı Möbiüs dönüşümleri,

$$\mathrm{PSL}(2,\mathbb{R})=\{\, V(z): V(z)=\frac{az+b}{cz+d}\ a,b,c,d\in\mathbb{R},\ ad-bc=1\,\}$$

şeklindedir. Şimdi de $U=\{x+iy\in\mathbb{C}: y>0\}$, üst yarı düzlemi göstermek üzere, PSL(2, $\mathbb{R}$) ile ilgili şu teoremi verelim.

2.1.5 Teorem : $Aut(\mathrm{U})\cong \mathrm{PSL}(2,\mathbb{R})$ [20].

2.1.6 Tanım : $G_0=\{\, U(z): U(z)=\dfrac{a\bar{z}+b}{c\bar{z}+d};\ a,b,c,d\in\mathbb{R},\ ad-bc=-1\,\}$

kümesinin elemanlarına **U** üst yarı düzlemin *anti-otomorfizmleri* denir [13].

2.1.7 Teorem : $G=\mathrm{PSL}(2,\mathbb{R})\cup G_0$ bileşke işlemine göre bir gruptur [20].

2.2 Hecke Grupları

Erich Hecke, 1936 yılında yayınladığı "Über die Bestimmung Dirichleter Reichen durch ihre Funktionalgleichungen" adlı çalışmada Hecke gruplarını aşağıdaki gibi tanımlamıştır [1].

2.2.1 Tanım : $\lambda\in\mathbb{R}^+$ sabit bir sayı olmak üzere,

$$t(z)=-\frac{1}{z}\ \text{ve}\ u(z)=z+\lambda$$

kesirli doğrusal dönüşümleri ile üretilen gruplara *Hecke grupları* denir ve $H(\lambda)$ ile gösterilir [1].

Tanımlanan $t(z)$ ve $u(z)$ dönüşümleri yardımıyla $s=t.u$ alınırsa

$$s(z) = -\frac{1}{z+\lambda}$$

elde edilir.

2.2.2 Teorem : $H(\lambda)$ ile gösterilen Hecke gruplarının Fuchsian olması için gerekli ve yeterli koşul $\lambda \geq 2$ veya $\lambda = \lambda_q = 2\cos\frac{\pi}{q}$, ($q \geq 3$ ve q bir tamsayı) olmasıdır [1].

$\lambda = \lambda_q = 2\cos\frac{\pi}{q}$, $1 \leq \lambda < 2$, durumunda olan Hecke grupları $H(\lambda_q)$ veya $H_{2,q}$ sembolleriyle gösterilir. Bu Hecke gruplarına bazı kaynaklarda 1.tip Hecke grupları denilmektedir. Bu şekildeki $H(\lambda_q)$Hecke grupları ve bunların normal alt grupları [11] numaralı çalışmada yer almaktadır. $\lambda \geq 2$ durumunda elde edilen Hecke grupları ise $H(\lambda)$ şeklinde gösterilir ve 2.tip Hecke grupları olarak bilinmektedir. Bu grupların sunuşları ile ilgili teoremler aşağıdadır.

2.2.3 Teorem : $H(\lambda_q)$ Hecke grubunun grup sunuşu,

$$H(\lambda_q) = \langle t, s : t^2 = s^q = I \rangle \cong \mathbb{Z}_2 * \mathbb{Z}_q$$

şeklindedir. Buna göre bu grup, 2 mertebeli devirli grup ile q mertebeli devirli grubun serbest çarpımıdır [11].

2.2.4 Teorem : Eğer $\lambda \geq 2$ ise $H(\lambda)$ ın grup sunuşu,

$$H(\lambda) = \langle t, s : t^2 = s^\infty = I \rangle \cong \mathbb{Z}_2 * \mathbb{Z}$$

şeklindedir. Buradan $H(\lambda)$ Hecke grubu, 2 mertebeli devirli grup ve sonsuz mertebeli devirli grubun serbest çarpımıdır [16].

2.3 Genişletilmiş Hecke Grupları

Burada 2.2 Bölüm' de verilen Hecke gruplarına, $r(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ yansıma dönüşümü eklenerek elde edilen genişletilmiş Hecke gruplarından kısaca bahsedeceğiz. Genişletilmiş Hecke grupları ile ilgili detaylı bilgilere [7-9, 21, 22] kaynaklarından ulaşılabilir.

2.3.1 Tanım : Hecke gruplarına, $r(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ anti-otomorfizmini ekleyerek elde edilen gruplara *genişletilmiş Hecke grupları* denir [9].

2.3.2 Teorem : Genişletilmiş Hecke grubu

$$\overline{H}(\lambda_q) = \langle t, s, r : t^2 = s^q = r^2 = (tr)^2 = (sr)^2 = I \rangle \cong D_2 *_{\mathbb{Z}_2} D_q$$

sunuşuna sahiptir.

Genişletilmiş Hecke grupları $\overline{H}(\lambda_q)$ ya da $\overline{H}(\lambda)$ ile gösterilir ve otomorfizmler ile anti-otomorfizmleri bulundurur.

2.4 Genel Hecke Grupları

Bu alt bölümde Lehner'in [17] nolu kaynakta tanımladığı genel Hecke grupları tanıtılmış ve grup yapısı verilmiştir.

2.4.1 Tanım : $v(z) = z + \lambda_p + \lambda_q$ ve $x(z) = \frac{-1}{z-\lambda_p}$ kesirli doğrusal dönüşümlerini alalım. $y = xv = \frac{-1}{z+\lambda_q}$ olmak üzere $H_{p,q}$ genel Hecke grubu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$H_{p,q} = \langle x, y \mid x^p = y^q = I \rangle \cong \mathbb{Z}_p * \mathbb{Z}_q$$

$(2 \leq p \leq q \leq \infty, p + q > 4)$ şeklinde tanımlanan gruplara genel Hecke Grupları denir [17]. ($H_{2,2}$ Hecke grubu yoktur.)

Şimdi bu gruplarla ilgili birkaç teorem verelim.

2.4.2 Teorem: $H_{p,p}=\langle x, y | x^p = y^p = I \rangle$ genel Hecke grupları $H_p = H_{2,p}$ grupları tarafından içerilir [17].

2.4.3 Teorem : $H_{p,q}$ genel Hecke grupları için temel bölge

$$F(H_{p,q}) = \{x + iy \in U : |x| < (\lambda_p + \lambda_q)/2 , \quad |z \mp (\lambda_p/2)| = 1\}$$

şeklindedir [17].

2.5 Genişletilmiş Genel Hecke Grupları

Bu bölümde genel Hecke gruplarına $r(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ yansıma dönüşümü eklenerek $\overline{H}_{p,q}$ genişletilmiş genel Hecke grupları tanımlanmıştır.

2.5.1 Tanım : Genel Hecke gruplarına, $r(z) = \frac{1}{\bar{z}}$ yansımalarını ekleyerek elde edilen gruplara genişletilmiş genel Hecke grupları denir ve

$$\overline{H}_{p,q} = \langle x, y, r | x^p = y^q = r^2 = I, xr = rx^{p-1}, yr = ry^{q-1} \rangle \cong D_p *_{\mathbb{Z}_2} D_q$$

sunuşuna sahiptir.

$(D_p = \langle x, r | x^p = r^2 = I, (xr)^2 = I \rangle, D_q = \langle y, r | y^q = r^2 = I, (yr)^2 = I \rangle)$

2.5.2 Teorem : $\overline{H}_{p,q}$ genişletilmiş Hecke grupları, D_p ile D_q nin $\mathbb{Z}_2$ ile birleştirilmiş serbest çarpımına izomorftur.

2.6 Grup Sunuşları

2.6.1 Tanım : X bir küme (üreteç sembollerinin kümesi) ve X kümesi üzerinde devirsel indirgenmiş kelimelerden oluşan R^* (bağıntı kelimelerinin kümesi) olsun. Bu durumda,

$$P = \langle X \mid R^* \rangle$$

ikilisine bir *grup sunuşu* denir. X ve R^* kümelerinin her ikisi de sonlu ise P sunuşunun sonlu olduğu söylenir [23].

(i) $\mathbb{Z}_n$ Devirli Grupları : $\mathbb{Z}_n$ grup sunuşları,

$$\mathbb{Z}_n \cong \langle \alpha : \alpha^n = I \rangle$$

şeklindedir. Bunların üçgen grup gösterimleri $(1, n, n)$ veya $(n, 1, n)$ biçimindedir.

(ii) D_n Dihedral Grupları : D_n gruplarının sunuşları,

$$D_n \cong < \alpha,\ \beta \mid \alpha^2 = \beta^2 = (\alpha\beta)^n = I >,\ D_n \cong < \alpha,\ \beta \mid \alpha^2 = \beta^n = (\alpha\beta)^2 = I >$$

veya

$$D_n \cong < \alpha,\ \beta \mid \alpha^n = \beta^2 = (\alpha\beta)^2 = I >$$

şeklinde olup $|D_n| = 2n$ dir. D_n grubunun üçgen grup olarak gösterimi ise $(2, 2, n)$ veya $(2, n, 2)$ ya da $(n, 2, 2)$ biçimindedir.

2.7 Çarpım Grupları

Bu kesimde çarpım grupları ile ilgili genel bilgilere yer verilecektir.

2.7.1 Direkt Çarpım Grubu

A ve B iki grup olmak üzere direkt çarpım $G = A \times B$ ile gösterilir. Sonuç olarak kartezyen çarpımdan dolayı

$$|G| = |A||B|$$

dir. Bu grupla ilgili ayrıntılı bilgilere [23-27] numaralı kaynaklardan bakılabilir. Biz direkt çarpımın grup sunuşunu verelim.

2.7.1.1 Teorem : A ve B grupları sırasıyla

$$P_A = < X \mid R_1^* > \text{ ve } P_B = < Y \mid R_2^* >$$

sunuşlarıyla verilsin. Bu iki grubun direkt çarpım grubu olan G nin sunuşu

$$P_G = < X, Y \mid R_1^*, R_2^*, R^* >$$

şeklinde tanımlanır. Burada $R^* = \{xyx^{-1}y^{-1} : x \in X, y \in Y\}$ dir [23].

2.7.2 Serbest Çarpım Grubu

A ve B herhangi iki grup olmak üzere bu iki grubun serbest çarpım grubunun sunuşu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

2.7.2.1 Teorem : A ve B grupları sırasıyla

$$P_A = < X \mid R_1^* > \text{ve } P_B = < Y \mid R_2^* >$$

sunuşlarına sahip olsun. Bu durumda A ve B gruplarının serbest çarpımı olan $G = A * B$ grubunun sunuşu,

$$P_G = < X, Y \mid R_1^*, R_2^* >$$

şeklinde tanımlanır [23].

2.7.3 Birleştirilmiş Serbest Çarpım

A ve B herhangi iki grup olmak üzere; $C \leq A$ alt grubu verilsin. $\phi: C \to B$ birebir homomorfizması için A ve B gruplarının C alt grubu ile tanımladıkları birleştirilmiş serbest çarpım grubu ile ilgili ayrıntılı bilgilere [23, 24] kaynaklarından ulaşılabilir. Bu grup $G = A *_C B$ ile gösterilir ve sunuşu aşağıdaki gibidir.

2.7.3.1 Teorem : A ve B grupları sırasıyla

$$P_A = \langle X \mid R_1^* \rangle \text{ ve } P_B = \langle Y \mid R_2^* \rangle$$

sunuşlarıyla verilsin. $C \leq A$ alt grubunun üreteç kümesi Z olmak üzere $\mathrm{G} = \mathrm{A} *_{\mathrm{C}} \mathrm{B}$ grubunun sunuşu

$$P_G = \langle X, Y | R_1^*, R_2^*, \{\phi(z)z^{-1} | z \in Z\} \rangle$$

şeklinde tanımlanır [23].

2.8 Reidemeister-Schreier Metodu

Bu yöntemi Hecke gruplarının sonlu indeksli kuvvet alt grupları ve kuvvet alt gruplarının komütatör alt gruplarının grup sunuşlarını elde etmek için kullanacağız.

G, $\{g_i\}$ üreteçleri ile üretilen bir grup ve H, G nin sonlu indeksli bir normal alt grubu olsun. Metod önce H için bir Schreier transversali seçmekle ve sonra da bu transversalin, üreteçlerin ve koset gösterimlerinin elemanlarının sıralı çarpımlarının alınmasıyla aşağıda gösterildiği gibi uygulanır.

Bir $\sum$ Schreier transversali aşağıdaki koşulları sağlayan koset gösterimlerinin bir kümesinden oluşur.

(i) $I \in \sum$

(ii) $\sum$ sağ sadeleştirme altında kapalıdır. Yani eğer $g_{i_1}.g_{i_2}...g_{i_r} \in \sum$ ise $g_{i_1}.g_{i_2}...g_{i_{r-1}}$de $\sum$ kümesinde olmalı.

$\sum$, H için bir Schreier transversali olsun. H nin bir Schreier üreteci aşağıdaki gibi olacaktır.

($\sum$ nın bir elemanı)x(G nin bir üreteci)x(önceki çarpımın koset gösterimi)$^{-1}$

2.9 Kuvvet Alt Grupları

2.9.1 Tanım : m pozitif tamsayısı için, herhangi bir G grubunun tüm elemanlarının m. kuvvetleri alınarak üretilen alt grubuna G grubunun *m. kuvvet alt grubu* denir ve bu alt grup G^m sembolüyle gösterilir [11].

2.9.2 Tanım: G bir grup ve H bu grubun bir alt grubu olsun. Eğer her f : G → G endomorfizmi için f (K) ⊆ K oluyorsa, K ye *tamamen değişmez* (*fully invariant*) özelliğe sahiptir denir [25].

2.9.3 Teorem [27]:

(i) Kuvvet alt grupları tamamen değişmez özelliğe sahiptirler.

(ii) G grubunun H alt grubu, tamamen değişmez özelliğe sahipse, G nin normal alt grubudur.

Herhangi bir G grubu için kuvvet alt gruplarıyla ilgili şu teoremi verelim.

2.9.4 Teorem [27]: G bir grup ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ için

(i) $G^{(m,n)} \leq G^m$

(ii) $G^{(m,n)} \leq (G^m)^n$

2.9.5 Örnek : D_6 grubunun 2. kuvvet alt grubunu bulalım. D_6 grubunun sunuşu

$$D_6 = \langle x, y : x^2 = y^6 = I \rangle$$

şeklindedir. Bölüm grubunun sunuşu

$$D_6/D_6^2 = \langle x, y : x^2 = y^6 = x^2 = y^2 = (xy)^2 = \cdots = I \rangle$$

$$= \langle x^2 = y^2 = (xy)^2 = I \rangle \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$$

olarak yazılır. Reidemeister-Schreier metodunu uygulamak için transversal

$$\Sigma = \{I, x, y, xy\}$$

olarak seçilirse aşağıdaki tablodaki sonuçlar elde edilir.

$$I.x.(x)^{-1} = I \qquad\qquad I.y.(y)^{-1} = I$$
$$x.x.(I)^{-1} = I \qquad\qquad x.y.(xy)^{-1} = I$$

$$y.x.(xy)^{-1} = yxy^5x = y^2 \qquad y.y.(I)^{-1} = y^2$$
$$xy.x.(y)^{-1} = xyxy^5 = y^4 \qquad xy.y.(x)^{-1} = xy^2x = y^4$$

Tablodan $(y^4)^{-1} = y^2$ olduğundan

$$D_6^2 = \langle y^2 : (y^2)^3 = I \rangle \cong \mathbb{Z}_3$$

olarak bulunur.

2.10 Komütatör Alt Grupları

Bu alt bölümde tezin önemli bir kısmını oluşturan komütatör alt gruplar ile ilgili temel bilgilere yer vereceğiz. Ayrıntılı bilgilere [26] nolu kaynaktan ulaşılabilir.

2.10.1 Tanım : G bir grup ve $h, k \in G$ olmak üzere $[h, k] = h^{-1}k^{-1}hk$ elemanına h ile k nın komütatörü denir [26].

2.10.2 Tanım : G bir grup ve $H, K \leq G$ olsun.

$$[H, K] = \langle [h, k] : h \in H, k \in K \rangle$$

grubuna H ile K nın alt gruplarının komütatör alt grubu denir [26].

Tanımdan görülür ki $[H, K]$ alt grubunun elemanları $h \in H$ ve $k \in K$ için $[h, k]$ ya da $[h, k]^{-1}$ biçiminde yazılan elemanların çarpımıdır.

Şimdi de komütatörlerle ilgili bazı özellikleri inceleyelim.

2.10.3 Teorem : G bir grup ve $h, k \in G$ için $[h, k]$ komütatörü için aşağıdaki özellikler sağlanır.

(i) $[h, k]^{-1} = [k, h]$

(ii) $[h, k]^m = [h^m, k^m]$, $(m \in \mathbb{Z}^+)$ [26].

2.10.4 Sonuç : $[k, h]^{-1} = [h, k]$ olduğundan, $[H, K] = [K, H]$ olur [26].

$[h,k]^g = [h^g, k^g]$ eşitliğinden, eğer bir g elemanı, H ve K altgruplarını normalize ediyorsa, o zaman g'nin $[H,K]$ altgrubunu da normalize ettiği çıkar. (Burada $x \in G, g \in G$ $için$ $x^g = g^{-1}xg$ elemanını göstermektedir)

Dolayısıyla eğer $H, K \lhd G$ ise, $[H,K] \lhd G$ çıkar. Bu bulduğumuz sonuç şaşırtıcı olmayabilir, ama bir sonraki paragrafta normallik konusunda beklenmedik bir sonuç kanıtlayacağız.

Basit bir hesapla hemen çıkan

$$[xy,z] = [x,z]^y[y,z] \text{ ve } [x,yz] = [x,z][x,y]^z$$

eşitliklerinden, daha doğrusu bunların doğrudan bir sonucu olan

$$[x,z]^y = [xy,z][y,z]^{-1} \text{ ve } [x,y]^z = [x,z]^{-1}[x,yz]$$

eşitliklerinden kolaylıkla (ve sırasıyla) H ve K alt gruplarının $[H,K]$ alt grubunu normalize ettiği anlaşılır, yani $\langle H,K\rangle \leq N_G([H,K])$ olur. Bunun özel bir durumu olarak her $H \leq G$ için $[G,H] \lhd G$ elde ederiz.

Eğer $\varphi: G \to G_1$ bir grup homomorfizmasıysa, elbette

$$\varphi([H,K]) = [\varphi(H), \varphi(K)]$$

olur. Eğer $A \lhd G$ ise, bundan,

$$[HA/A, KA/A] = [H,K]A/A$$

çıkar.

Bu bulduklarımızı bir teoremde toparlayalım.

2.10.5 Teorem [26]: G bir grup ve $H, K \leq G$ olsun.

i. $[H,K] = [K,H]$ olur.

ii. Eğer $H, K \lhd G$ ise $[H,K] \lhd G$ olur.

iii. Eğer H alt grubu K'yı normalize ediyorsa, $[H,K] \leq K$ olur. Dolayısıyla eğer H ve K birbirini normalize ediyorsa (örneğin G de normallerse) $[H,K] \leq H \cap K$ olur; ve eğer bir de ayrıca $H \cap K = 1$ ise, her $h \in H$ ve $k \in K$ için $hk = kh$ olur.

iv. H ve K alt grupları $[H,K]$ altgrubunu normalize eder.

v. $[G,H] \lhd G$ olur.

vi. Eğer $\varphi: G \to G_1$ bir grup homomorfisiyse,

$$\varphi([H,K]) = [\varphi(H), \varphi(K)]$$

olur.

vii. Eğer $A \lhd G$ ise $[HA/A, KA/A] = [H,K]A/A$ olur.

2.10.6 Sonuç : G değişmeli grup ise $G' = \{e\}$ dir. Buradan

$$G/G' \cong G$$

olduğu çıkar [28].

2.10.7 Teorem : G/G' bir abel grubudur ve eğer $H \lhd G$ için G/H bir abel grubuysa $G' \leq H$ olur. Ayrıca eğer $G' \leq H \leq G$ ise, $H \lhd G$ olur ve G/H grubu abeldir [26].

İspat : Her $x, y \in G$ için, G/G' grubunda çalışarak,

$$\bar{x}^{-1}\bar{y}^{-1}\overline{xy} = \overline{x^{-1}y^{-1}xy} = \overline{[x,y]} = \bar{1}$$

yani

$$\overline{xy} = \overline{yx}$$

buluruz. Demek ki G/G' bir abel grubudur.

Şimdi $H \lhd G$ olsun ve G/H grubunun abel olduğunu varsayalım. O zaman G/H grubunda hesap yaparak, her $x, y \in G$ için,

$$\overline{x^{-1}y^{-1}xy} = \bar{x}^{-1}\bar{y}^{-1}\overline{xy} = 1$$

yani

$$\bar{x}^{-1}\bar{y}^{-1}xy \in H$$

buluruz. G' grubunun elemanları bu tür elemanların ve terslerinin çarpımı olduğundan, bu bulduğumuzdan $G' \leq H$ çıkar.

Son olarak G' altgrubunu içeren bir $H \leq G$ alalım. O zaman her $h \in H$ ve $g \in G$ için,

$$h^g = g^{-1}hg = hh^{-1}g^{-1}hg = h[hg] \in HG' \subseteq H$$

olur. Demek ki $H \lhd G$ olur.

2.10.8 Teorem : $G = \mathbb{Z}_{m_1} * \mathbb{Z}_{m_2} * \dots * \mathbb{Z}_{m_r}$ şeklinde $m_1, m_2, \dots, m_r$ mertebeli devirli grupların serbest çarpımı olmak üzere

G' komütatör alt grubu, $1 + m_1.m_2.\dots.m_r\left\{-1 + \sum_{\lambda=1}^{n}(1 - \frac{1}{m_\lambda})\right\}$

ranklı serbest gruptur [29].

3. GENEL HECKE GRUPLARININ KUVVET ALT GRUPLARI

Hecke grupları ile genişletilmiş Hecke gruplarının kuvvet alt grupları [3, 6-8] nolu kaynaklarda çalışılmıştır. [3] nolu çalışmada $q \geq 3$ tek tamsayısı için $H_{2,q}$ Hecke gruplarının kuvvet alt grupları, [6] nolu çalışmada $H_{2,q}$ ($q > 3$ çift tamsayı) Hecke gruplarının $H_{2,q}^{m}$ kuvvet alt gruplarının grup yapısı, [8] nolu çalışmada ($p \geq 3$ asal) genişletilmiş Hecke gruplarının kuvvet alt grupları, [7] nolu çalışmada ise $\overline{H}_{2,\infty}$ genişletilmiş Hecke gruplarının $\overline{H}_{2,\infty}^{m}$ alt gruplarının grup yapısı çalışılmıştır.

Bu bölümde, 1.tipteki Hecke gruplarının ($\lambda_q = 2\cos\frac{\pi}{q}$, $q \geq 3$ bir tamsayı) bir genellemesi olan $H_{p,q}$ nun, kuvvet alt gruplarının grup sunuşları, m ile p ve q nun aralarında asal olup olmama durumlarına göre incelenmiştir.

$H_{p,q}$ grubunun, kuvvet alt gruplarını bulurken önce bölüm grubunu oluşturup sonra bu grubun sunuşunu bulmak için Reidemeister–Schreier yöntemini uygulayacağız.

$H_{p,q}^{m}$ grubunda p ve q ile m in kendi aralarında asal olup olmadıklarına göre dört temel durum ortaya çıkar. Bu durumlara göre literatürde ilk defa bulunan sonuçlar 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 ve 3.2.4 nolu teoremler ile verilmiştir.

3.1 Hecke ve Genişletilmiş Hecke Gruplarının Kuvvet Alt Grupları

Bu bölümde ilk defa bulunan sonuçlara geçmeden önce, $p = 2$ için elde edilen Hecke gruplarının kuvvet alt gruplarıyla ilgili yapılan çalışmaları inceleyelim.

3.1.1 Teorem [3]: $q \geq 3$ ve tek sayı olmak üzere, $H^2(\lambda_q)$ kuvvet alt grubu, iki tane q mertebeli devirli grubun serbest çarpımına izomorftur.

$$H^2(\lambda_q) = \langle S \rangle * \langle TST \rangle \cong \mathbb{Z}_q * \mathbb{Z}_q$$

3.1.2 Teorem [6]: $q > 3$ ve çift tamsayı olmak üzere $H^2(\lambda_q)$ iki tane $q/2$ mertebeli devirli grup ve bir sonsuz mertebeli devirli grubu serbest çarpımına izomorftur.

$$H^2(\lambda_q) = \langle y^2 \rangle * \langle xy^2x \rangle * \langle xyxy^{q-1} \rangle$$

3.1.3 Teorem [6]: $q > 3$ ve çift tamsayı, $(m, q) = 2$ ise $H^m(\lambda_q)$ aşağıdaki sunuşa sahiptir.

$$\begin{aligned} H^m(\lambda_q) = {} & \langle (xy)(xy) \ldots (xy)x(y^{-1}x)(y^{-1}x) \ldots (y^{-1}x)y^{-1} \rangle * \langle y^2 \rangle * \langle xy^2x \rangle \\ & * \langle yxy^2xy^{-1} \rangle * \ldots \langle (yx)(yx) \ldots (yx)y^2(xy^{-1})(xy^{-1}) \ldots (xy^{-1}) \rangle \\ & * \langle (xy)(xy) \ldots (xy)xy^2(xy^{-1})(xy^{-1}) \ldots (xy^{-1})x \rangle. \end{aligned}$$

Uyarı : 3.1.3 ve 3.1.4 teoremlerinde $y = S(z) = -\frac{1}{z+\lambda_q}$, $x = T(z) = -\frac{1}{z}$ lineer dönüşümleridir.

3.1.4 Teorem [6]: $q > 3$ ve çift tamsayı, $(m, q) = 1$ olacak şekilde m tek sayı ise

$$H^m(\lambda_q) = H(\lambda_q)$$

3.1.5 Teorem [8]: $\overline{H}(\lambda_q)$ Genişletilmiş Hecke grubunun 2.kuvvet alt grubunun sunuşu aşağıdaki şekildedir.

$$\overline{H}^2(\lambda_q) = \langle S \rangle * \langle TST \rangle$$

3.1.6 Teorem [8]: $p \geq 3$ ve asal. O zaman $\overline{H}^p(\lambda_q) = \overline{H}(\lambda_q)$.

3.1.7 Teorem [8]: $p \geq 3$ ve asal ve m pozitif tamsayı olmak üzere aşağıdaki eşitlikler sağlanır.

(i) $2 \nmid m$ ise $\overline{H}^m(\lambda_p) = \overline{H}(\lambda_p)$

(ii) $2 \mid m$ fakat $2p \nmid m$ ise $\overline{H}^m(\lambda_p) = \overline{H}^2(\lambda_p)$ dir.

3.1.8 Teorem [7]: $\overline{H}^2(\lambda)$ normal altgrubu üç tane devirli sonsuz grubun serbest çarpımıdır. Buradan

$$\frac{\overline{H}(\lambda)}{\overline{H}^2(\lambda)} = \mathbb{C}_2 \times \mathbb{C}_2 \times \mathbb{C}_2$$

$$\overline{H}^2(\lambda) = \langle S^2 \rangle * \langle TS^2T \rangle * \langle TSTS^{-1} \rangle,$$

$$\overline{H}(\lambda) = \overline{H}^2(\lambda) \cup T\overline{H}^2(\lambda) \cup R\overline{H}^2(\lambda) \cup S\overline{H}^2(\lambda) \cup TR$$

$$\overline{H}^2(\lambda) \cup RS\overline{H}^2(\lambda) \cup TS\overline{H}^2(\lambda) \cup TSR\overline{H}^2(\lambda).$$

3.1.9 Teorem [7]: m tek tamsayı olsun. O zaman $\overline{H}^m(\lambda) = \overline{H}(\lambda)$.

3.1.10 Teorem [7]: $m > 2$ ve çift sayı olsun. $\overline{H}^m(\lambda)$ grubu serbest (free) gruptur.

3.2 Genel Hecke Gruplarının Kuvvet Alt Grupları

Bu bölümde $H_{p,q}$ nun $H_{p,q}^m$ kuvvet alt gruplarının grup sunuşları bulunacaktır. Bu sunuşlar (m,p) ve (m,q) nun durumlarına göre incelenecektir. Burada Reidemeister–Schreier metodunun uygulanamadığı durum incelenmeyip, uyarı olarak verilmiştir. Şimdi sırasıyla bu teoremleri verelim.

3.2.1 Teorem : $(m,p) = 1$ ve $(m,q) = k$, $k \neq 1$, için $H_{p,q}$ grubunun m. kuvvet alt grubu ,

$H_{p,q}^m = \langle y^k , x , yxy^{-1}, \ldots , y^{k-1}xy^{-(k-1)} : (y^k)^{q/k} = x^p = (yxy^{-1})^p = (y^2xy^{-2})^{-1}$

$$= \ldots = (y^{k-1}xy^{-(k-1)})^p = I \rangle \cong \mathbb{Z}_{\frac{q}{k}} * \underbrace{\mathbb{Z}_p * \mathbb{Z}_p * \ldots * \mathbb{Z}_p}_{k\ tane}$$

sunuşuna sahiptir.

İspat: $H_{p,q} = \langle x, y : x^p = y^q = I \rangle$ genel Hecke grubunun ilk olarak $H_{p,q}/H_{p,q}^m$ bölüm grubunu oluşturalım. $H_{p,q}$ grubunun sunuşundaki her elemanın m. kuvvetleri birim elemana eşitlenirse

$$H_{p,q}/H_{p,q}^m = \langle\, x,y : x^p = y^q = I \,,\, x^m = y^m = (xy)^m = \ldots = I \,\rangle$$

elde edilir. Buradaki $x^p = I$ ve $x^m = I$ ise $x = I$ bulunur. Ayrıca $y^q = y^m = I$ ise $y^k = I$ eşitlikleri dikkate alındığında $H_{p,q}/H_{p,q}^m = \langle\, y : y^k = I \,\rangle$ bulunur. Bu ise k mertebeli devirli gruptur. Kuvvet alt grubunun sunuşunu bulmak için kullanacağımız Reidemeister – Schreier yöntemi için ,

$$\sum = \{I, y, y^2, \ldots, y^{k-1}\}$$

transversalini seçelim.

$$\begin{array}{cc}
I.x.(I)^{-1} = x & I.y.(y)^{-1} = I \\
y.x.(y)^{-1} = yxy^{-1} & y.y.(y^2)^{-1} = I \\
y^2.x.(y^2)^{-1} = y^2xy^{-2} & y^2.y.(y^3)^{-1} = I \\
\vdots & \vdots \\
y^{k-1}.x.(y^{k-1})^{-1} = y^{k-1}xy^{-(k-1)} & y^{k-1}.y.(I)^{-1} = y^k
\end{array}$$

Böylece kuvvet alt grubu ,

$$H_{p,q}^m = \langle\, y^k , x , yxy^{-1} , y^2xy^{-2} , \ldots , y^{k-1}xy^{-(k-1)} : (y^k)^{q/k} = x^p = (yxy^{-1})^p$$
$$= (y^2xy^{-2})^p = \ldots = (y^{k-1}xy^{-(k-1)})^p = I \rangle \cong \mathbb{Z}_{\frac{q}{k}} * \underbrace{\mathbb{Z}_p * \mathbb{Z}_p * \ldots * \mathbb{Z}_p}_{k\ tane}$$

şeklindedir.

3.2.2 Teorem: $(m,p) = k$ ve $(m,q) = 1$, $k \neq 1$, için $H_{p,q}$ grubunun m.kuvvet alt grubu ,

$$H_{p,q}^m = \langle\, x^k , y , xyx^{-1} , x^2yx^{-2} , \ldots , x^{k-1}yx^{-(k-1)} : (x^k)^{p/2} = y^q = (xyx^{-1})^q$$

$= (x^2yx^{-2})^q = \ldots = (x^{k-1}yx^{-(k-1)})^q = I \rangle \cong \mathbb{Z}_{\frac{p}{k}} * \underbrace{\mathbb{Z}_q * \mathbb{Z}_q * \ldots * \mathbb{Z}_q}_{k\ tane}$

şeklindedir.

İspat: İlk olarak $H_{p,q}/H_{p,q}^m$ bölüm grubunu oluşturalım.

$$H_{p,q}/H_{p,q}^m = \langle\, x, y : x^p = y^q = I, x^m = y^m = (xy)^m = \ldots = I \,\rangle$$

elde edilir.

Buradaki $x^p = I$ ve $x^m = I$ ise $x^k = I$ elde edilir. Ayrıca $y^q = y^m = I$ ise $y = I$ eşitlikleri dikkate alındığında $H_{p,q}/H_{p,q}^m = \langle\, x : x^k = I \,\rangle$ bulunur. Kuvvet alt grubunun sunuşunu bulmak için kullanacağımız Reidemeister – Schreier yöntemi için,

$$\sum = \{I, x, x^2, \ldots, x^{k-1}\}$$

transversalini seçelim.

$$\begin{array}{ll}
I.x.(x)^{-1} = I & I.y.(I)^{-1} = y \\
x.x.(x^2)^{-1} = I & x.y.(x)^{-1} = xyx^{-1} \\
x^2.x.(x^3)^{-1} = I & x^2.y.(x^2)^{-1} = x^2yx^{-2} \\
\vdots & \vdots \\
x^{k-1}.x.(I)^{-1} = x^k & x^{k-1}.y.(x^{k-1})^{-1} = x^{k-1}yx^{-(k-1)}
\end{array}$$

Böylece kuvvet alt grubu,

$$H_{p,q}^m = \langle\, x^k, y, xyx^{-1}, x^2yx^{-2}, \ldots, x^{k-1}yx^{-(k-1)} : (x^k)^{p/k} = y^q = (xyx^{-1})^q$$

$= (x^2yx^{-2})^q = \ldots = (x^{k-1}yx^{-(k-1)})^q = I \,\rangle$

olarak bulunur.

3.2.3 Teorem : $(m, p) = (m, q) = 1$ ise $H_{p,q}^m = H_{p,q}$ dur.

İspat: $H_{p,q}/H_{p,q}^m$ bölüm grubu ,

$$H_{p,q}/H_{p,q}^m = \langle x, y : x^p = y^q = I, x^m = y^m = (xy)^m = \ldots = I \,\rangle$$

şeklindedir. $x^p = I$ ve $x^m = I$ ise $x = I$ ve $y^q = y^m = I$ ise $y = I$ eşitlikleri dikkate alındığında bölüm grubu $H_{p,q}/H_{p,q}^m = \langle\, I \,\rangle$ olarak bulunur. Buradan $H_{p,q}^m = H_{p,q}$ dir.

3.2.4 Teorem: p ve q pozitif çift tamsayı ve m = 2 için $H_{p,q}$ nun kuvvet alt grubu ,

$$H^2_{p,q} = \langle x^2, y^2, xyxy^{-1}, xy^2x^{-1}, yxy^{-1}x^{-1} : (x^2)^{p/2} = (y^2)^{q/2} = (xyxy^{-1})^{\infty} = (xy^2x^{-1})^{q/2}$$

$$= (yxy^{-1}x^{-1})^{\infty} = I \rangle$$

elde edilir.

İspat : İlk olarak $H_{p,q}/H^2_{p,q}$ bölüm grubunu oluşturalım.

$$H_{p,q}/H^2_{p,q} = \langle x, y : x^p = y^q = I, x^2 = y^2 = (xy)^2 = \ldots = I \rangle$$

$$= \langle x, y : x^2 = y^2 = (xy)^2 = I \rangle$$

elde edilir.

Burada p ve q pozitif çift tamsayı olduğu için x^2 = I ve y^2 = I elde edilir. Kuvvet alt grubunun sunuşunu bulmak için kullanacağımız Reidemeister – Schreier yöntemi için,

$$\sum = \{I, x, y, xy\}$$

transversalini seçelim.

$I.x.(x)^{-1} = I$	$I.y.(y)^{-1} = I$
$x.x.(I)^{-1} = x^2$	$x.y.(xy)^{-1} = I$
$y.x.(xy)^{-1} = yxy^{-1}x^{-1}$	$y.y.(I)^{-1} = y^2$
$xy.x.(y)^{-1} = xyxy^{-1}$	$xy.y.(x^{-1}) = xy^2x^{-1}$

Böylece kuvvet alt grubu

$H^2_{p,q} = \langle x^2, y^2, xyxy^{-1}, xy^2x^{-1}, yxy^{-1}x^{-1} : (x^2)^{p/2} = (y^2)^{q/2} = (xyxy^{-1})^{\infty} = (xy^2x^{-1})^{q/2} = (yxy^{-1}x^{-1})^{\infty} = I \rangle$ bulunur.

Not: 1) Burada özel olarak $p = 2$ alınırsa x^2 = I olacağından kuvvet alt grubunda x^2 bulunmaz.

2) $p = 2$ alınırsa $H_{p,q}$ genel Hecke gruplarının özel durumu olan $H_{2,q}$ Hecke gruplarının kuvvet alt gruplarının [3] nolu kaynakta elde edilen grup sunuşları ile çakıştığı görülmektedir.

Uyarı: p ile q pozitif çift tamsayıları için $(m, p) = d > 2$ ve $(q, m) = k > 2$ ise kuvvet alt grubu sonsuz elemanlı olacağından Reidemeister-Schreier metodu çalışmaz. Bu nedenle çalışmamızda bu durum incelenmemiştir.

3.2.5 Örnek : $H_{2,6}$ Hecke grubunun 3. kuvvet alt grubunu ve grup sunuşunu bulalım.

$H_{2,6}/H_{2,6}^3$ bölüm grubu

$$H_{2,6}/H_{2,6}^3 = \langle x, y : x^2 = y^6 = x^3 = y^3 = I \rangle$$

şeklindedir. $x^2 = x^3 \rightarrow x = I$ ve $y^6 = y^3 \rightarrow y^3 = I$ olduğundan Reidemeister-Schreier metoduna göre $\sum = \{I, y, y^2\}$ transversali seçilirse

$$\begin{array}{ll} I.x.(I)^{-1} = x & I.y.(y)^{-1} = I \\ y.x.(y)^{-1} = yxy^{-1} & y.y.(y^2)^{-1} = I \\ y^2.x.(y^2)^{-1} = y^2x(y^2)^{-1} & y^2.y.(I)^{-1} = y^3 \end{array}$$

$$H_{2,6}^3 = \langle x, yxy^{-1}, y^2x(y^2)^{-1}, y^3 : (x)^2 = (yxy^{-1})^2 = (y^2x(y^2)^{-1})^2 = (y^3)^2 = I \rangle$$

sunuşu elde edilir.

3.2.6 Örnek : $H_{6,5}^3$ Hecke grubunun kuvvet alt grubunun grup sunuşunu bulalım.

$H_{6,5}/H_{6,5}^3$ bölüm grubu,

$$H_{6,5}/H_{6,5}^3 = \langle x, y : x^6 = y^5 = x^3 = y^3 = I \rangle$$

şeklindedir. $x^6 = x^3 \rightarrow x^3 = I$ ve $y^5 = y^3 \rightarrow y = I$ olduğundan Reidemeister-Schreier metoduna göre $\sum = \{I, x, x^2\}$ transversali seçilirse

$$I.x.(x)^{-1} = I \qquad I.y.(I)^{-1} = y$$
$$x.x.(x^2)^{-1} = I \qquad x.y.(x)^{-1} = xyx^{-1}$$
$$x^2.x.(I)^{-1} = x^3 \qquad x^2.y.(x^2)^{-1} = x^2y(x^2)^{-1}$$

$$H_{6,5}^{3} = \langle y, xyx^{-1}, x^2y(x^2)^{-1}, x^3 : (y)^5 = (xyx^{-1})^5 = (x^2y(x^2)^{-1})^5 = (x^3)^2 = I \rangle$$

sunuşu elde edilir.

4. GENEL HECKE GRUPLARININ KUVVET ALT GRUPLARININ KOMÜTATÖR ALT GRUPLARI

Şahin ve Koruoğlu tarafından [14] nolu çalışmada $q \geq 3$ asal sayıları için $H(\lambda_q)$ Hecke gruplarının $H^m(\lambda_q)$ kuvvet alt gruplarının komütatör alt grupları incelenmiştir. Ayrıca [18] nolu çalışmada $q \geq 3$ tek sayıları için $H(\lambda_q)$ Hecke gruplarının $H^m(\lambda_q)$ kuvvet alt gruplarının komütatör alt grupları araştırılmıştır.

Bu bölümde özel olarak 2 den büyük farklı p ve q asal sayıları için $m = pk$ ya da $m = qk$ biçimindeki $H^m_{p,q}$ nun kuvvet alt gruplarının komütatör alt gruplarının üreteçleri bulunmuş sonra da bu üreteçlerin sayısını bulmak için formül elde edilmiştir. Böylece daha önce [14, 18] nolu çalışmalarda yapılanların, bir genellemesi olan p ve q nun birbirinden farklı asal sayı olduğu durumlar araştırılmıştır. Şimdi bu konuda daha önce yapılan çalışmalarda elde edilenlere kısa bir göz atıp daha sonra bu çalışmada ilk defa elde edilen teoremlere geçelim.

4.1 Hecke Gruplarının Kuvvet Alt Gruplarının Komütatör Alt Grupları

4.1.1 Teorem [14]: $q \geq 3$ ve asal olsun.

(i) $|H^2(\lambda_q) : (H^2)'(\lambda_q)| = q^2$

(ii) $(H^2)'(\lambda_q)$ grubu rankı $(q-1)^2$ olan free gruptur $[S, TST], [S, TS^2T], \ldots, [S, TS^{q-1}T], [S^2, TST], [S^2, TS^2T], \ldots, [S^2, TS^{q-1}T], \ldots,$

$[S^{q-1}, TST], [S^{q-1}, TS^2T], \ldots, [S^{q-1}, TS^{q-1}T]$.

(iii) $(H^2)'(\lambda_q)$ grubu $H'(\lambda_q)$ da q indekslidir.

(iv) $n \geq 2$ için $|H^2(\lambda_q) : (H^2)^{(n)}(\lambda_q)| = \infty$ dur.

4.1.2 Teorem [14]: $q \geq 3$ ve asal olsun.

(i) $|H^q(\lambda_q):(H^q)'(\lambda_q)| = 2^q$.

(ii) $(H^q)'(\lambda_q)$ grubu rankı $1+(q-2)2^{q-1}$.

(iii) $(H^q)'(\lambda_q)$ grubu $H'(\lambda_q)$ da 2^{q-1} indekslidir.

(iv) $n \geq 2$ için $|H^q(\lambda_q):(H^q)^{(n)}(\lambda_q)| = \infty$ dur.

4.1.3 Teorem [17]: $q \geq 3$ ve q tek sayı olsun. Eğer (m, 2) = 2 ve (m, q) = 1 ise

(i) $|H^m(\lambda_q):(H^m)'(\lambda_q)| = q^2$

(ii) $(H^m)'(\lambda_q)$ grubu rankı $(q-1)^2$ olan free gruptur

$[S,TST],[S,TS^2T],\dots,[S,TS^{q-1}T],[S^2,TST],[S^2,TS^2T],\dots,[S^2,TS^{q-1}T],\dots,$
$[S^{q-1},TST],[S^{q-1},TS^2T],\dots,[S^{q-1},TS^{q-1}T]$.

(iii) $(H^m)'(\lambda_q)$ grubu $H'(\lambda_q)$ da q indekslidir.

(iv) $n \geq 2$ için $|H^m(\lambda_q):(H^m)^{(n)}(\lambda_q)| = \infty$ dur.

4.1.4 Teorem [17]: $q \geq 3$ ve q tek sayı olsun. Eğer (m, 2) = 1 ve (m, q) = d ise

(i) $|H^m(\lambda_q):(H^m)'(\lambda_q)| = 2^d \frac{q}{d}$.

(ii) $(H^m)'(\lambda_q)$ grubu rankı $1+(q-2)2^{d-1}$.

(iii) $(H^m)'(\lambda_q)$ grubu $H'(\lambda_q)$ da 2^{d-1} indekslidir.

(iv) $n \geq 2$ için $|H^m(\lambda_q):(H^m)^{(n)}(\lambda_q)| = \infty$ dur.

4.2 Genel Hecke Gruplarının Kuvvet Alt Gruplarının Komütatör Alt Grupları

$(m,p)=k$ ve $k \neq 1$ için p asal sayı olduğundan $k=p$ olduğu açıktır. Bu nedenle $H_{p,q}^m = H_{p,q}^p$ olacaktır.

Bir önceki bölümde Teorem 3.2.2 den; p ve q birbirinden farklı asal sayılar ve $(m,p) = k$ ve $(m,q) = 1, k \neq 1$ için $H_{p,q}$ nun m. kuvvet alt grubunun

$$H_{p,q}^{m} = \langle x^{k}, y, xyx^{-1}, x^{2}yx^{-2}, \ldots, x^{k-1}yx^{-(k-1)} : (x^{k})^{p/2} = y^{q} = (xyx^{-1})^{q}$$
$$= (x^{2}yx^{-2})^{q} = \ldots = (x^{k-1}yx^{-(k-1)})^{q} = I \rangle$$

grup sunuşunda $x^k = x^p = I$ olacağından

$$H_{p,q}^{p} = \langle y, xyx^{-1}, x^{2}yx^{-2}, \ldots, x^{k-1}yx^{-(k-1)} : y^{q} = (xyx^{-1})^{q}$$
$$= (x^{2}yx^{-2})^{q} = \ldots = (x^{k-1}yx^{-(k-1)})^{q} = I \rangle \cong \mathbb{Z}_q * \mathbb{Z}_q * \ldots * \mathbb{Z}_q$$

olur. Bu kuvvet alt gruplarının komütatör alt gruplarının sunuşunu bulurken hesaplamalar oldukça karışıktır. Bu nedenle örneklerle başlayıp, genel sonucu daha sonra vereceğiz.

Şimdi Teorem 3.2.2 yi kullanarak $H_{3,5}^{3}$ kuvvet alt grubunun komütatör alt grubunu bulalım.

4.2.1 Örnek : $H_{3,5}$ Hecke grubu için $H_{3,5}^{3}$ kuvvet alt grubunun komütatör alt grubunun sunuşunu bulmak için öncelikle bölüm grubu bulunur.

$$H_{3,5}/H_{3,5}^{3} = \langle x, y : x^{3} = y^{5} = I, x^{3} = y^{3} = (xy)^{3} = \ldots = I \rangle$$

Kuvvet alt grubunun sunuşunu bulmak için Schreier tranversalini,

$$\Sigma = \{I, x, x^{2}\}$$

şeklinde seçelim.

$$\begin{array}{cc} I.x.(x)^{-1} = I & I.y.(I)^{-1} = y \\ x.x.(x^{2})^{-1} = I & x.y.(x)^{-1} = xyx^{2} \\ x^{2}.x.(I)^{-1} = I & x^{2}.y.(x^{2})^{-1} = x^{2}yx \end{array}$$

$$H_{3,5}^{3} = \langle y, xyx^{2}, x^{2}yx : (y)^{5} = (xyx^{2})^{5} = (x^{2}yx)^{5} = I \rangle \cong \mathbb{Z}_5 * \mathbb{Z}_5 * \mathbb{Z}_5$$

elde edilir. Şimdi bu kuvvet alt grubunun komütatör alt grubu bulmak için $H_{3,5}/(H_{3,5}^{3})'$ bölüm grubunu elde edelim. $H_{3,5}^{3}$ grup sunuşuna değişmelilik eklenirse üreteçleri $a = y$, $b = xyx^2$, $c = x^2yx$ olan $\mathbb{Z}_5 x \mathbb{Z}_5 x \mathbb{Z}_5$ direkt çarpım grubu elde edilir. Bu bölüm grubu 125 elemanlıdır. Buradan

$$ {H_{3,5}}\Big/{(H_{3,5}^{3})'} = \langle a,b,c: a^5 = b^5 = c^5 = I, ab = ba, ac = ca, bc = cb \rangle $$

olur. Bu bölüm grubu için Schreier tranversalini

$\sum$={I,c,c^2,c^3,c^4,b,bc,bc^2,bc^3,bc^4,b^2,b^2c,b^2c^2,b^2c^3,b^2c^4,b^3,b^3c,b^3c^2,b^3c^3,b^3c^4,b^4,b^4c, b^4c^2,b^4c^3,b^4c^4,a,ac,ac^2,ac^3,ac^4,ab,abc,abc^2,abc^3,abc^4,ab^2,ab^2c,ab^2c^2,ab^2c^3,ab^2c^4,ab^3,ab^3, ab^3c^2,ab^3c^3,ab^3c^4,ab^4,ab^4c,ab^4c^2,ab^4c^3,ab^4c^4,a^2,a^2c,a^2c^2,a^2c^3,a^2c^4,a^2b,a^2bc,a^2bc^2,a^2bc^3, a^2bc^4,a^2b^2,a^2b^2c,$a^2b^2c^2$,$a^2b^2c^3$,$a^2b^2c^4$,a^2b^3,a^2b^3c,$a^2b^3c^2$,$a^2b^3c^3$,$a^2b^3c^4$,a^2b^4,a^2b^4c,$a^2b^4c^2$, $a^2b^4c^3$,$a^2b^4c^4$,a^3,a^3c,a^3c^2,a^3c^3,a^3c^4,a^3b,a^3bc,a^3bc^2,a^3bc^3,a^3bc^4,a^3b^2,a^3b^2c,$a^3b^2c^2$,$a^3b^2c^3$, $a^3b^2c^4$,a^3b^3,a^3b^3c,$a^3b^3c^2$,$a^3b^3c^3$,$a^3b^3c^4$,a^3b^4,a^3b^4c,$a^3b^4c^2$,$a^3b^4c^3$,$a^3b^4c^4$,a^4,a^4c,a^4c^2,a^4c^3, a^4c^4,a^4b,a^4bc,a^4bc^2,a^4bc^3,a^4bc^4,a^4b^2,a^4b^2c,a^4b^2c,$a^4b^2c^2$,$a^4b^2c^3$,$a^4b^2c^4$,a^4b^3,a^4b^3c,$a^4b^3c^2$, $a^4b^3c^3$,$a^4b^3c^4$,a^4b^4,a^4b^4c,$a^4b^4c^2$,$a^4b^4c^3$,$a^4b^4c^4$}

şeklinde seçersek Reidemeister- Schreier metoduna göre 176 tane üreteç elde ederiz. Bu 176 üretecin sayısı Teorem 2.10.8 ile de görülür. Şimdi aşağıdaki tablo üzerinde gerekli işlemleri yaparak bu üreteçleri elde edelim. Önce transversaldeki elemanlar a ile çarpılırsa

Tablo 4.1: $(H_{3,5}^{3})'$ grubunun üreteçleri-1.

1	I	a	a^{-1}	I	I
2	c	a	$(ac)^{-1}$	cac^4a^4	[c,a]
3	c^2	a	$(ac^2)^{-1}$	$c^2ac^3a^4$	[c^2,a]
4	c^3	a	$(ac^3)^{-1}$	$c^3ac^2a^4$	[c^3,a]
5	c^4	a	$(ac^4)^{-1}$	c^4aca^4	[c^4,a]
6	b	a	$(ab)^{-1}$	bab^4a^4	[b,a]
7	bc	a	$(abc)^{-1}$	$bcac^4b^4a^4$	[bc,a]
8	bc^2	a	$(abc^2)^{-1}$	$bc^2ac^3b^4a^4$	[bc^2,a]
9	bc^3	a	$(abc^3)^{-1}$	$bc^3ac^2b^4a^4$	[bc^3,a]
10	bc^4	a	$(abc^4)^{-1}$	$bc^4acb^4a^4$	[bc^4,a]

Tablo 4.1 (devam)

11	b^2	a	$(ab^2)^{-1}$	$b^2ab^3a^4$	$[b^2,a]$
12	b^2c	a	$(ab^2c)^{-1}$	$b^2cac^4b^3a^4$	$[b^2c,a]$
13	b^2c^2	a	$(ab^2c^2)^{-1}$	$b^2c^2ac^3b^3a^4$	$[b^2c^2,a]$
14	b^2c^3	a	$(ab^2c^3)^{-1}$	$b^2c^3ac^2b^3a^4$	$[b^2c^3,a]$
15	b^2c^4	a	$(ab^2c^4)^{-1}$	$b^2c^4acb^3a^4$	$[b^2c^4,a]$
16	b^3	a	$(ab^3)^{-1}$	$b^3ab^2a^4$	$[b^3,a]$
17	b^3c	a	$(ab^3c)^{-1}$	$b^3cac^4b^2a^4$	$[b^3c,a]$
18	b^3c^2	a	$(ab^3c^2)^{-1}$	$b^3c^2ac^3b^2a^4$	$[b^3c^2,a]$
19	b^3c^3	a	$(ab^3c^3)^{-1}$	$b^3c^3ac^2b^2a^4$	$[b^3c^3,a]$
20	b^3c^4	a	$(ab^3c^4)^{-1}$	$b^3c^4acb^2a^4$	$[b^3c^4,a]$
21	b^4	a	$(ab^4)^{-1}$	b^4aba^4	$[b^4,a]$
22	b^4c	a	$(ab^4c)^{-1}$	$b^4cac^4ba^4$	$[b^4c,a]$
23	b^4c^2	a	$(ab^4c^2)^{-1}$	$b^4c^2ac^3ba^4$	$[b^4c^2,a]$
24	b^4c^3	a	$(ab^4c^3)^{-1}$	$b^4c^3ac^2ba^4$	$[b^4c^3,a]$
25	b^4c^4	a	$(ab^4c^4)^{-1}$	$b^4c^4acba^4$	$[b^4c^4,a]$
26	a	a	$(a^2)^{-1}$	I	I
27	ac	a	$(a^2c)^{-1}$	$acac^4a^3$	$[a,c][c,a^2]$
28	ac^2	a	$(a^2c^2)^{-1}$	$ac^2ac^3a^3$	$[a,c^2][c^2,a^2]$
29	ac^3	a	$(a^2c^3)^{-1}$	$ac^3ac^2a^3$	$[a,c^3][c^3,a^2]$
30	ac^4	a	$(a^2c^4)^{-1}$	ac^4aca^3	$[a,c^4][c^4,a^2]$
31	ab	a	$(a^2b)^{-1}$	$abab^4a^3$	$[a,b][b,a^2]$
32	abc	a	$(a^2bc)^{-1}$	$abcac^4b^4a^3$	$[a,bc][bc,a^2]$
33	abc^2	a	$(a^2bc^2)^{-1}$	$abc^2ac^3b^4a^3$	$[a,bc^2][bc^2,a^2]$
34	abc^3	a	$(a^2bc^3)^{-1}$	$abc^3ac^2b^4a^3$	$[a,bc^3][bc^3,a^2]$

Tablo 4.1 (devam)

35	abc^4	a	$(a^2bc^4)^{-1}$	$abc^4acb^4a^3$	$[a,bc^4][bc^4,a^2]$
36	ab^2	a	$(a^2b^2)^{-1}$	$ab^2ab^3a^3$	$[a,b^2][b^2,a^2]$
37	ab^2c	a	$(a^2b^2c)^{-1}$	$ab^2cac^4b^3a^3$	$[a,b^2c][b^2c,a^2]$
38	ab^2c^2	a	$(a^2b^2c^2)^{-1}$	$ab^2c^2ac^3b^3a^3$	$[a,b^2c^2][b^2c^2,a^2]$
39	ab^2c^3	a	$(a^2b^2c^3)^{-1}$	$ab^2c^3ac^2b^3a^3$	$[a,b^2c^3][b^2c^3,a^2]$
40	ab^2c^4	a	$(a^2b^2c^4)^{-1}$	$ab^2c^4acb^3a^3$	$[a,b^2c^4][b^2c^4,a^2]$
41	ab^3	a	$(a^2b^3)^{-1}$	$ab^3ab^2a^3$	$[a,b^3][b^3,a^2]$
42	ab^3c	a	$(a^2b^3c)^{-1}$	$ab^3cac^4b^2a^3$	$[a,b^3c][b^3c,a^2]$
43	ab^3c^2	a	$(a^2b^3c^2)^{-1}$	$ab^3c^2ac^3b^2a^3$	$[a,b^3c^2][b^3c^2,a^2]$
44	ab^3c^3	a	$(a^2b^3c^3)^{-1}$	$ab^3c^3ac^2b^2a^3$	$[a,b^3c^3][b^3c^3,a^2]$
45	ab^3c^4	a	$(a^2b^3c^4)^{-1}$	$ab^3c^4acb^2a^3$	$[a,b^3c^4][b^3c^4,a^2]$
46	ab^4	a	$(a^2b^4)^{-1}$	ab^4aba^3	$[a,b^4][b^4,a^2]$
47	ab^4c	a	$(a^2b^4c)^{-1}$	$ab^4cac^4ba^3$	$[a,b^4c][b^4c,a^2]$
48	ab^4c^2	a	$(a^2b^4c^2)^{-1}$	$ab^4c^2ac^3ba^3$	$[a,b^4c^2][b^4c^2,a^2]$
49	ab^4c^3	a	$(a^2b^4c^3)^{-1}$	$ab^4c^3ac^2ba^3$	$[a,b^4c^3][b^4c^3,a^2]$
50	ab^4c^4	a	$(a^2b^4c^4)^{-1}$	$ab^4c^4acba^3$	$[a,b^4c^4][b^4c^4,a^2]$
51	a^2	a	$(a^3)^{-1}$	I	I
52	a^2c	a	$(a^3c)^{-1}$	$a^2cac^4a^2$	$[a^2,c][c,a^3]$
53	a^2c^2	a	$(a^3c^2)^{-1}$	$a^2c^2ac^3a^2$	$[a^2,c^2][c^2,a^3]$
54	a^2c^3	a	$(a^3c^3)^{-1}$	$a^2c^3ac^2a^2$	$[a^2,c^3][c^3,a^3]$
55	a^2c^4	a	$(a^3c^4)^{-1}$	$a^2c^4aca^2$	$[a^2,c^4][c^4,a^3]$
56	a^2b	a	$(a^3b)^{-1}$	$a^2bab^4a^2$	$[a^2,b][b,a^3]$
57	a^2bc	a	$(a^3bc)^{-1}$	$a^2bcac^4b^4a^2$	$[a^2,bc][bc,a^3]$
58	a^2bc^2	a	$(a^3bc^2)^{-1}$	$a^2bc^2ac^3b^4a^2$	$[a^2,bc^2][bc^2,a^3]$

Tablo 4.1 (devam)

59	a^2bc^3	a	$(a^3bc^3)^{-1}$	$a^2bc^3ac^2b^4a^2$	$[a^2,bc^3][bc^3,a^3]$
60	a^2bc^4	a	$(a^3bc^4)^{-1}$	$a^2bc^4acb^4a^2$	$[a^2,bc^4][bc^4,a^3]$
61	a^2b^2	a	$(a^3b^2)^{-1}$	$a^2b^2ab^3a^2$	$[a^2,b^2][b^2,a^3]$
62	a^2b^2c	a	$(a^3b^2c)^{-1}$	$a^2b^2cac^4b^3a^2$	$[a^2,b^2c][b^2c,a^3]$
63	$a^2b^2c^2$	a	$(a^3b^2c^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2ac^3b^3a^2$	$[a^2,b^2c^2][b^2c^2,a^3]$
64	$a^2b^2c^3$	a	$(a^3b^2c^3)^{-1}$	$a^2b^2c^3ac^2b^3a^2$	$[a^2,b^2c^3][b^2c^3,a^3]$
65	$a^2b^2c^4$	a	$(a^3b^2c^4)^{-1}$	$a^2b^2c^4acb^3a^2$	$[a^2,b^2c^4][b^2c^4,a^3]$
66	a^2b^3	a	$(a^3b^3)^{-1}$	$a^2b^3ab^2a^2$	$[a^2,b^3][b^3,a^3]$
67	a^2b^3c	a	$(a^3b^3c)^{-1}$	$a^2b^3cac^4b^2a^2$	$[a^2,b^3c][b^3c,a^3]$
68	$a^2b^3c^2$	a	$(a^3b^3c^2)^{-1}$	$a^2b^3c^2ac^3b^2a^2$	$[a^2,b^3c^2][b^3c^2,a^3]$
69	$a^2b^3c^3$	a	$(a^3b^3c^3)^{-1}$	$a^2b^3c^3ac^2b^2a^2$	$[a^2,b^3c^3][b^3c^3,a^3]$
70	$a^2b^3c^4$	a	$(a^3b^3c^4)^{-1}$	$a^2b^3c^4acb^2a^2$	$[a^2,b^3c^4][b^3c^4,a^3]$
71	a^2b^4	a	$(a^3b^4)^{-1}$	$a^2b^4aba^2$	$[a^2,b^4][b^4,a^3]$
72	a^2b^4c	a	$(a^3b^4c)^{-1}$	$a^2b^4cac^4ba^2$	$[a^2,b^4c][b^4c,a^3]$
73	$a^2b^4c^2$	a	$(a^3b^4c^2)^{-1}$	$a^2b^4c^2ac^3ba^2$	$[a^2,b^4c^2][b^4c^2,a^3]$
74	$a^2b^4c^3$	a	$(a^3b^4c^3)^{-1}$	$a^2b^4c^3ac^2ba^2$	$[a^2,b^4c^3][b^4c^3,a^3]$
75	$a^2b^4c^4$	a	$(a^3b^4c^4)^{-1}$	$a^2b^4c^4acba^2$	$[a^2,b^4c^4][b^4c^4,a^3]$
76	a^3	a	$(a^4)^{-1}$	I	I
77	a^3c	a	$(a^4c)^{-1}$	a^3cac^4a	$[a^3,c][c,a^4]$
78	a^3c^2	a	$(a^4c^2)^{-1}$	$a^3c^2ac^3a$	$[a^3,c^2][c^2,a^4]$
79	a^3c^3	a	$(a^4c^3)^{-1}$	$a^3c^3ac^2a$	$[a^3,c^3][c^3,a^4]$
80	a^3c^4	a	$(a^4c^4)^{-1}$	a^3c^4aca	$[a^3,c^4][c^4,a^4]$
81	a^3b	a	$(a^4b)^{-1}$	a^3bab^4a	$[a^3,b][b,a^4]$
82	a^3bc	a	$(a^4bc)^{-1}$	$a^3bcac^4b^4a$	$[a^3,bc][bc,a^4]$

Tablo 4.1 (devam)

83	a^3bc^2	a	$(a^4bc^2)^{-1}$	$a^3bc^2ac^3b^4a$	$[a^3,bc^2][bc^2,a^4]$
84	a^3bc^3	a	$(a^4bc^3)^{-1}$	$a^3bc^3ac^2b^4a$	$[a^3,bc^3][bc^3,a^4]$
85	a^3bc^4	a	$(a^4bc^4)^{-1}$	$a^3bc^4acb^4a$	$[a^3,bc^4][bc^4,a^4]$
86	a^3b^2	a	$(a^4b^2)^{-1}$	$a^3b^2ab^3a$	$[a^3,b^2][b^2,a^4]$
87	a^3b^2c	a	$(a^4b^2c)^{-1}$	$a^3b^2cac^4b^3a$	$[a^3,b^2c][b^2c,a^4]$
88	$a^3b^2c^2$	a	$(a^4b^2c^2)^{-1}$	$a^3b^2c^2ac^3b^3a$	$[a^3,b^2c^2][b^2c^2,a^4]$
89	$a^3b^2c^3$	a	$(a^4b^2c^3)^{-1}$	$a^3b^2c^3ac^2b^3a$	$[a^3,b^2c^3][b^2c^3,a^4]$
90	$a^3b^2c^4$	a	$(a^4b^2c^4)^{-1}$	$a^3b^2c^4acb^3a$	$[a^3,b^2c^4][b^2c^4,a^4]$
91	a^3b^3	a	$(a^4b^3)^{-1}$	$a^3b^3ab^2a$	$[a^3,b^3][b^3,a^4]$
92	a^3b^3c	a	$(a^4b^3c)^{-1}$	$a^3b^3cac^4b^2a$	$[a^3,b^3c][b^3c,a^4]$
93	$a^3b^3c^2$	a	$(a^4b^3c^2)^{-1}$	$a^3b^3c^2ac^3b^2a$	$[a^3,b^3c^2][b^3c^2,a^4]$
94	$a^3b^3c^3$	a	$(a^4b^3c^3)^{-1}$	$a^3b^3c^3ac^2b^2a$	$[a^3,b^3c^3][b^3c^3,a^4]$
95	$a^3b^3c^4$	a	$(a^4b^3c^4)^{-1}$	$a^3b^3c^4acb^2a$	$[a^3,b^3c^4][b^3c^4,a^4]$
96	a^3b^4	a	$(a^4b^4)^{-1}$	a^3b^4aba	$[a^3,b^4][b^4,a^4]$
97	a^3b^4c	a	$(a^4b^4c)^{-1}$	$a^3b^4cac^4ba$	$[a^3,b^4c][b^4c,a^4]$
98	$a^3b^4c^2$	a	$(a^4b^4c^2)^{-1}$	$a^3b^4c^2ac^3ba$	$[a^3,b^4c^2][b^4c^2,a^4]$
99	$a^3b^4c^3$	a	$(a^4b^4c^3)^{-1}$	$a^3b^4c^3ac^2ba$	$[a^3,b^4c^3][b^4c^3,a^4]$
100	$a^3b^4c^4$	a	$(a^4b^4c^4)^{-1}$	$a^3b^4c^4acba$	$[a^3,b^4c^4][b^4c^4,a^4]$
101	a^4	a	$(I)^{-1}$	I	I
102	a^4c	a	$(c)^{-1}$	a^4cac^4	$[a^4,c]$
103	a^4c^2	a	$(c^2)^{-1}$	$a^4c^2ac^3$	$[a^4,c^2]$
104	a^4c^3	a	$(c^3)^{-1}$	$a^4c^3ac^2$	$[a^4,c^3]$
105	a^4c^4	a	$(c^4)^{-1}$	a^4c^4ac	$[a^4,c^4]$
106	a^4b	a	$(b)^{-1}$	a^4bab^4	$[a^4,b]$

Tablo 4.1 (devam)

107	a^4bc	a	$(bc)^{-1}$	$a^4bcac^4b^4$	$[a^4,bc]$
108	a^4bc^2	a	$(bc^2)^{-1}$	$a^4bc^2ac^3b^4$	$[a^4,bc^2]$
109	a^4bc^3	a	$(bc^3)^{-1}$	$a^4bc^3ac^2b^4$	$[a^4,bc^3]$
110	a^4bc^4	a	$(bc^4)^{-1}$	$a^4bc^4acb^4$	$[a^4,bc^4]$
111	a^4b^2	a	$(b^2)^{-1}$	$a^4b^2ab^3$	$[a^4,b^2]$
112	a^4b^2c	a	$(b^2c)^{-1}$	$a^4b^2cac^4b^3$	$[a^4,b^2c]$
113	$a^4b^2c^2$	a	$(b^2c^2)^{-1}$	$a^4b^2c^2ac^3b^3$	$[a^4,b^2c^2]$
114	$a^4b^2c^3$	a	$(b^2c^3)^{-1}$	$a^4b^2c^3ac^2b^3$	$[a^4,b^2c^3]$
115	$a^4b^2c^4$	a	$(b^2c^4)^{-1}$	$a^4b^2c^4acb^3$	$[a^4,b^2c^4]$
116	a^4b^3	a	$(b^3)^{-1}$	$a^4b^3ab^2$	$[a^4,b^3]$
117	a^4b^3c	a	$(b^3c)^{-1}$	$a^4b^3cac^4b^2$	$[a^4,b^3c]$
118	$a^4b^3c^2$	a	$(b^3c^2)^{-1}$	$a^4b^3c^2ac^3b^2$	$[a^4,b^3c^2]$
119	$a^4b^3c^3$	a	$(b^3c^3)^{-1}$	$a^4b^3c^3ac^2b^2$	$[a^4,b^3c^3]$
120	$a^4b^3c^4$	a	$(b^3c^4)^{-1}$	$a^4b^3c^4acb^2$	$[a^4,b^3c^4]$
121	a^4b^4	a	$(b^4)^{-1}$	a^4b^4ab	$[a^4,b^4]$
122	a^4b^4c	a	$(b^4c)^{-1}$	$a^4b^4cac^4b$	$[a^4,b^4c]$
123	$a^4b^4c^2$	a	$(b^4c^2)^{-1}$	$a^4b^4c^2ac^3b$	$[a^4,b^4c^2]$
124	$a^4b^4c^3$	a	$(b^4c^3)^{-1}$	$a^4b^4c^3ac^2b$	$[a^4,b^4c^3]$
125	$a^4b^4c^4$	a	$(b^4c^4)^{-1}$	$a^4b^4c^4acb$	$[a^4,b^4c^4]$

tablosu elde edilir. Şimdide transversaldeki elemanlar b ile çarpılırsa

Tablo 4.2: $(H^3_{3,5})'$ grubunun üreteçleri-2.

1	I	b	b^{-1}	I	I
2	c	b	$(bc)^{-1}$	cbc^4b^4	$[c,b]$

Tablo 4.2 (devam)

3	c^2	b	$(bc^2)^{-1}$	$c^2bc^3b^4$	$[c^2,b]$
4	c^3	b	$(bc^3)^{-1}$	$c^3bc^2b^4$	$[c^3,b]$
5	c^4	b	$(bc^4)^{-1}$	c^4bcb^4	$[c^4,b]$
6	b	b	$(b^2)^{-1}$	I	I
7	bc	b	$(b^2c)^{-1}$	$bcbc^4b^3$	$[b,c][c,b^2]$
8	bc^2	b	$(b^2c^2)^{-1}$	$bc^2bc^3b^3$	$[b,c^2][c^2,b^2]$
9	bc^3	b	$(b^2c^3)^{-1}$	$bc^3bc^2b^3$	$[b,c^3][c^3,b^2]$
10	bc^4	b	$(b^2c^4)^{-1}$	bc^4bcb^3	$[b,c^4][c^4,b^2]$
11	b^2	b	$(b^3)^{-1}$	I	I
12	b^2c	b	$(b^3c)^{-1}$	$b^2cbc^4b^2$	$[b^2,c][c,b^3]$
13	b^2c^2	b	$(b^3c^2)^{-1}$	$b^2c^2bc^3b^2$	$[b^2,c^2][c^2,b^3]$
14	b^2c^3	b	$(b^3c^3)^{-1}$	$b^2c^3bc^2b^2$	$[b^2,c^3][c^3,b^3]$
15	b^2c^4	b	$(b^3c^4)^{-1}$	$b^2c^4bcb^2$	$[b^2,c^4][c^4,b^3]$
16	b^3	b	$(b^4)^{-1}$	I	I
17	b^3c	b	$(b^4c)^{-1}$	b^3cbc^4b	$[b^3,c][c,b^4]$
18	b^3c^2	b	$(b^4c^2)^{-1}$	$b^3c^2bc^3b$	$[b^3,c^2][c^2,b^4]$
19	b^3c^3	b	$(b^4c^3)^{-1}$	$b^3c^3bc^2b$	$[b^3,c^3][c^3,b^4]$
20	b^3c^4	b	$(b^4c^4)^{-1}$	b^3c^4bcb	$[b^3,c^4][c^4,b^4]$
21	b^4	b	$(I)^{-1}$	I	I
22	b^4c	b	$(c)^{-1}$	b^4cbc^4	$[b^4,c]$
23	b^4c^2	b	$(c^2)^{-1}$	$b^4c^2bc^3$	$[b^4,c^2]$
24	b^4c^3	b	$(c^3)^{-1}$	$b^4c^3bc^2$	$[b^4,c^3]$
25	b^4c^4	b	$(c^4)^{-1}$	b^4c^4bc	$[b^4,c^4]$
26	a	b	$(ab)^{-1}$	I	I

Tablo 4.2 (devam)

27	ac	b	$(abc)^{-1}$	$acbc^4b^4a^4$	$[a,c][c,ab]$
28	ac^2	b	$(abc^2)^{-1}$	$ac^2bc^3b^4a^4$	$[a,c^2][c^2,ab]$
29	ac^3	b	$(abc^3)^{-1}$	$ac^3bc^2b^4a^4$	$[a,c^3][c^3,ab]$
30	ac^4	b	$(abc^4)^{-1}$	$ac^4bcb^4a^4$	$[a,c^4][c^4,ab]$
31	ab	b	$(ab^2)^{-1}$	I	I
32	abc	b	$(ab^2c)^{-1}$	$abcbc^4b^3a^4$	$[ab,c][c,ab^2]$
33	abc^2	b	$(ab^2c^2)^{-1}$	$abc^2bc^3b^3a^4$	$[ab,c^2][c^2,ab^2]$
34	abc^3	b	$(ab^2c^3)^{-1}$	$abc^3bc^2b^3a^4$	$[ab,c^3][c^3,ab^2]$
35	abc^4	b	$(ab^2c^4)^{-1}$	$abc^4bcb^3a^4$	$[ab,c^4][c^4,ab^2]$
36	ab^2	b	$(ab^3)^{-1}$	I	I
37	ab^2c	b	$(ab^3c)^{-1}$	$ab^2cbc^4b^2a^4$	$[ab^2,c][c,ab^3]$
38	ab^2c^2	b	$(ab^3c^2)^{-1}$	$ab^2c^2bc^3b^2a^4$	$[ab^2,c^2][c^2,ab^3]$
39	ab^2c^3	b	$(ab^3c^3)^{-1}$	$ab^2c^3bc^2b^2a^4$	$[ab^2,c^3][c^3,ab^3]$
40	ab^2c^4	b	$(ab^3c^4)^{-1}$	$ab^2c^4bcb^2a^4$	$[ab^2,c^4][c^4,ab^3]$
41	ab^3	b	$(ab^4)^{-1}$	I	I
42	ab^3c	b	$(ab^4c)^{-1}$	$ab^3cbc^4ba^4$	$[ab^3,c][c,ab^4]$
43	ab^3c^2	b	$(ab^4c^2)^{-1}$	$ab^3c^2bc^3ba^4$	$[ab^3,c^2][c^2,ab^4]$
44	ab^3c^3	b	$(ab^4c^3)^{-1}$	$ab^3c^3bc^2ba^4$	$[ab^3,c^3][c^3,ab^4]$
45	ab^3c^4	b	$(ab^4c^4)^{-1}$	$ab^3c^4bcba^4$	$[ab^3,c^4][c^4,ab^4]$
46	ab^4	b	$(a)^{-1}$	I	I
47	ab^4c	b	$(ac)^{-1}$	$ab^4cbc^4a^4$	$[ab^4,c][c,a]$
48	ab^4c^2	b	$(ac^2)^{-1}$	$ab^4c^2bc^3a^4$	$[ab^4,c^2][c^2,a]$
49	ab^4c^3	b	$(ac^3)^{-1}$	$ab^4c^3bc^2a^4$	$[ab^4,c^3][c^3,a]$
50	ab^4c^4	b	$(ac^4)^{-1}$	$ab^4c^4bca^4$	$[ab^4,c^4][c^4,a]$

Tablo 4.2 (devam)

51	a^2	b	$(a^2b)^{-1}$	I	I
52	a^2c	b	$(a^2bc)^{-1}$	$a^2cbc^4b^4a^3$	$[a^2,c][c,a^2b]$
53	a^2c^2	b	$(a^2bc^2)^{-1}$	$a^2c^2bc^3b^4a^3$	$[a^2,c^2][c^2,a^2b]$
54	a^2c^3	b	$(a^2bc^3)^{-1}$	$a^2c^3bc^2b^4a^3$	$[a^2,c^3][c^3,a^2b]$
55	a^2c^4	b	$(a^2bc^4)^{-1}$	$a^2c^4bcb^4a^3$	$[a^2,c^4][c^4,a^2b]$
56	a^2b	b	$(a^2b^2)^{-1}$	I	I
57	a^2bc	b	$(a^2b^2c)^{-1}$	$a^2bcbc^4b^3a^3$	$[a^2b,c][c,a^2b^2]$
58	a^2bc^2	b	$(a^2b^2c^2)^{-1}$	$a^2bc^2bc^3b^3a^3$	$[a^2b,c^2][c^2,a^2b^2]$
59	a^2bc^3	b	$(a^2b^2c^3)^{-1}$	$a^2bc^3bc^2b^3a^3$	$[a^2b,c^3][c^3,a^2b^2]$
60	a^2bc^4	b	$(a^2b^2c^4)^{-1}$	$a^2bc^4bcb^3a^3$	$[a^2b,c^4][c^4,a^2b^2]$
61	a^2b^2	b	$(a^2b^3)^{-1}$	I	I
62	a^2b^2c	b	$(a^2b^3c)^{-1}$	$a^2b^2cbc^4b^2a^3$	$[a^2b^2,c][c,a^2b^3]$
63	$a^2b^2c^2$	b	$(a^2b^3c^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2bc^3b^2a^3$	$[a^2b^2,c^2][c^2,a^2b^3]$
64	$a^2b^2c^3$	b	$(a^2b^3c^3)^{-1}$	$a^2b^2c^3bc^2b^2a^3$	$[a^2b^2,c^3][c^3,a^2b^3]$
65	$a^2b^2c^4$	b	$(a^2b^3c^4)^{-1}$	$a^2b^2c^4bcb^2a^3$	$[a^2b^2,c^4][c^4,a^2b^3]$
66	a^2b^3	b	$(a^2b^4)^{-1}$	I	I
67	a^2b^3c	b	$(a^2b^4c)^{-1}$	$a^2b^3cbc^4ba^3$	$[a^2b^3,c][c,a^2b^4]$
68	$a^2b^3c^2$	b	$(a^2b^4c^2)^{-1}$	$a^2b^3c^2bc^3ba^3$	$[a^2b^3,c^2][c^2,a^2b^4]$
69	$a^2b^3c^3$	b	$(a^2b^4c^3)^{-1}$	$a^2b^3c^3bc^2ba^3$	$[a^2b^3,c^3][c^3,a^2b^4]$
70	$a^2b^3c^4$	b	$(a^2b^4c^4)^{-1}$	$a^2b^3c^4bcba^3$	$[a^2b^3,c^4][c^4,a^2b^4]$
71	a^2b^4	b	$(a^2)^{-1}$	I	I
72	a^2b^4c	b	$(a^2c)^{-1}$	$a^2b^4cbc^4a^3$	$[a^2b^4,c][c,a^2]$
73	$a^2b^4c^2$	b	$(a^2c^2)^{-1}$	$a^2b^4c^2bc^3a^3$	$[a^2b^4,c^2][c^2,a^2]$
74	$a^2b^4c^3$	b	$(a^2c^3)^{-1}$	$a^2b^4c^3bc^2a^3$	$[a^2b^4,c^3][c^3,a^2]$

Tablo 4.2 (devam)

75	$a^2b^4c^4$	b	$(a^2c^4)^{-1}$	$a^2b^4c^4bca^3$	$[a^2b^4,c^4][c^4,a^2]$
76	a^3	b	$(a^3b)^{-1}$	I	I
77	a^3c	b	$(a^3bc)^{-1}$	$a^3cbc^4b^4a^2$	$[a^3,c][c,a^3b]$
78	a^3c^2	b	$(a^3bc^2)^{-1}$	$a^3c^2bc^3b^4a^2$	$[a^3,c^2][c^2,a^3b]$
79	a^3c^3	b	$(a^3bc^3)^{-1}$	$a^3c^3bc^2b^4a^2$	$[a^3,c^3][c^3,a^3b]$
80	a^3c^4	b	$(a^3bc^4)^{-1}$	$a^3c^4bcb^4a^2$	$[a^3,c^4][c^4,a^3b]$
81	a^3b	b	$(a^3b^2)^{-1}$	I	I
82	a^3bc	b	$(a^3b^2c)^{-1}$	$a^3bcbc^4b^3a^2$	$[a^3b,c][c,a^3b^2]$
83	a^3bc^2	b	$(a^3b^2c^2)^{-1}$	$a^3bc^2bc^3b^3a^2$	$[a^3b,c^2][c^2,a^3b^2]$
84	a^3bc^3	b	$(a^3b^2c^3)^{-1}$	$a^3bc^3bc^2b^3a^2$	$[a^3b,c^3][c^3,a^3b^2]$
85	a^3bc^4	b	$(a^3b^2c^4)^{-1}$	$a^3bc^4bcb^3a^2$	$[a^3b,c^4][c^4,a^3b^2]$
86	a^3b^2	b	$(a^3b^3)^{-1}$	I	I
87	a^3b^2c	b	$(a^3b^3c)^{-1}$	$a^3b^2cbc^4b^2a^2$	$[a^3b^2,c][c,a^3b^3]$
88	$a^3b^2c^2$	b	$(a^3b^3c^2)^{-1}$	$a^3b^2c^2bc^3b^2a^2$	$[a^3b^2,c^2][c^2,a^3b^3]$
89	$a^3b^2c^3$	b	$(a^3b^3c^3)^{-1}$	$a^3b^2c^3bc^2b^2a^2$	$[a^3b^2,c^3][c^3,a^3b^3]$
90	$a^3b^2c^4$	b	$(a^3b^3c^4)^{-1}$	$a^3b^2c^4bcb^2a^2$	$[a^3b^2,c^4][c^4,a^3b^3]$
91	a^3b^3	b	$(a^3b^4)^{-1}$	I	I
92	a^3b^3c	b	$(a^3b^4c)^{-1}$	$a^3b^3cbc^4ba^2$	$[a^3b^3,c][c,a^3b^4]$
93	$a^3b^3c^2$	b	$(a^3b^4c^2)^{-1}$	$a^3b^3c^2bc^3ba^2$	$[a^3b^3,c^2][c^2,a^3b^4]$
94	$a^3b^3c^3$	b	$(a^3b^4c^3)^{-1}$	$a^3b^3c^3bc^2ba^2$	$[a^3b^3,c^3][c^3,a^3b^4]$
95	$a^3b^3c^4$	b	$(a^3b^4c^4)^{-1}$	$a^3b^3c^4bcba^2$	$[a^3b^3,c^4][c^4,a^3b^4]$
96	a^3b^4	b	$(a^3)^{-1}$	I	I
97	a^3b^4c	b	$(a^3c)^{-1}$	$a^3b^4cbc^4a^2$	$[a^3b^4,c][c,a^3]$
98	$a^3b^4c^2$	b	$(a^3c^2)^{-1}$	$a^3b^4c^2bc^3a^2$	$[a^3b^4,c^2][c^2,a^3]$

Tablo 4.2 (devam)

99	$a^3b^4c^3$	b	$(a^3c^3)^{-1}$	$a^3b^4c^3bc^2a^2$	$[a^3b^4,c^3][c^3,a^3]$
100	$a^3b^4c^4$	b	$(a^3c^4)^{-1}$	$a^3b^4c^4bca^2$	$[a^3b^4,c^4][c^4,a^3]$
101	a^4	b	$(a^4b)^{-1}$	I	I
102	a^4c	b	$(a^4bc)^{-1}$	$a^4cbc^4b^4a$	$[a^4,c][c,a^4b]$
103	a^4c^2	b	$(a^4bc^2)^{-1}$	$a^4c^2bc^3b^4a$	$[a^4,c^2][c^2,a^4b]$
104	a^4c^3	b	$(a^4bc^3)^{-1}$	$a^4c^3bc^2b^4a$	$[a^4,c^3][c^3,a^4b]$
105	a^4c^4	b	$(a^4bc^4)^{-1}$	$a^4c^4bcb^4a$	$[a^4,c^4][c^4,a^4b]$
106	a^4b	b	$(a^4b^2)^{-1}$	I	I
107	a^4bc	b	$(a^4b^2c)^{-1}$	$a^4bcbc^4b^3a$	$[a^4b,c][c,a^4b^2]$
108	a^4bc^2	b	$(a^4b^2c^2)^{-1}$	$a^4bc^2bc^3b^3a$	$[a^4b,c^2][c^2,a^4b^2]$
109	a^4bc^3	b	$(a^4b^2c^3)^{-1}$	$a^4bc^3bc^2b^3a$	$[a^4b,c^3][c^3,a^4b^2]$
110	a^4bc^4	b	$(a^4b^2c^4)^{-1}$	$a^4bc^4bcb^3a$	$[a^4b,c^4][c^4,a^4b^2]$
111	a^4b^2	b	$(a^4b^3)^{-1}$	I	I
112	a^4b^2c	b	$(a^4b^3c)^{-1}$	$a^4b^2cbc^4b^2a$	$[a^4b^2,c][c,a^4b^3]$
113	$a^4b^2c^2$	b	$(a^4b^3c^2)^{-1}$	$a^4b^2c^2bc^3b^2a$	$[a^4b^2,c^2][c^2,a^4b^3]$
114	$a^4b^2c^3$	b	$(a^4b^3c^3)^{-1}$	$a^4b^2c^3bc^2b^2a$	$[a^4b^2,c^3][c^3,a^4b^3]$
115	$a^4b^2c^4$	b	$(a^4b^3c^4)^{-1}$	$a^4b^2c^4bcb^2a$	$[a^4b^2,c^4][c^4,a^4b^3]$
116	a^4b^3	b	$(a^4b^4)^{-1}$	I	I
117	a^4b^3c	b	$(a^4b^4c)^{-1}$	$a^4b^3cbc^4ba$	$[a^4b^3,c][c,a^4b^4]$
118	$a^4b^3c^2$	b	$(a^4b^4c^2)^{-1}$	$a^4b^3c^2bc^3ba$	$[a^4b^3,c^2][c^2,a^4b^4]$
119	$a^4b^3c^3$	b	$(a^4b^4c^3)^{-1}$	$a^4b^3c^3bc^2ba$	$[a^4b^3,c^3][c^3,a^4b^4]$
120	$a^4b^3c^4$	b	$(a^4b^4c^4)^{-1}$	$a^4b^3c^4bcba$	$[a^4b^3,c^4][c^4,a^4b^4]$
121	a^4b^4	b	$(a^4)^{-1}$	I	I
122	a^4b^4c	b	$(a^4c)^{-1}$	$a^4b^4cbc^4a$	$[a^4b^4,c][c,a^4]$

Tablo 4.2 (devam)

123	$a^4b^4c^2$	b	$(a^4c^2)^{-1}$	$a^4b^4c^2bc^3a$	$[a^4b^4,c^2][c^2,a^4]$
124	$a^4b^4c^3$	b	$(a^4c^3)^{-1}$	$a^4b^4c^3bc^2a$	$[a^4b^4,c^3][c^3,a^4]$
125	$a^4b^4c^4$	b	$(a^4c^4)^{-1}$	$a^4b^4c^4bca$	$[a^4b^4,c^4][c^4,a^4]$

tablosu elde edilir. Son olarak transversaldeki elemanlar c ile çarpılırsa

Tablo 4.3: $(H^3_{3,5})'$ grubunun üreteçleri-3.

1	I	c	c^{-1}	I	I
2	c	c	$(c^2)^{-1}$	I	I
3	c^2	c	$(c^3)^{-1}$	I	I
4	c^3	c	$(c^4)^{-1}$	I	I
5	c^4	c	$(I)^{-1}$	I	I
6	b	c	$(b^2)^{-1}$	I	I
7	bc	c	$(bc^2)^{-1}$	I	I
8	bc^2	c	$(bc^3)^{-1}$	I	I
9	bc^3	c	$(bc^4)^{-1}$	I	I
10	bc^4	c	$(b)^{-1}$	I	I
11	b^2	c	$(b^2c)^{-1}$	I	I
12	b^2c	c	$(b^2c^2)^{-1}$	I	I
13	b^2c^2	c	$(b^2c^3)^{-1}$	I	I
14	b^2c^3	c	$(b^2c^4)^{-1}$	I	I
15	b^2c^4	c	$(b^2)^{-1}$	I	I
16	b^3	c	$(b^3c)^{-1}$	I	I

Tablo 4.3 (devam)

17	b^3c	c	$(b^3c^2)^{-1}$	I	I
18	b^3c^2	c	$(b^3c^3)^{-1}$	I	I
19	b^3c^3	c	$(b^3c^4)^{-1}$	I	I
20	b^3c^4	c	$(b^3)^{-1}$	I	I
21	b^4	c	$(b^4c)^{-1}$	I	I
22	b^4c	c	$(b^4c^2)^{-1}$	I	I
23	b^4c^2	c	$(b^4c^3)^{-1}$	I	I
24	b^4c^3	c	$(b^4c^4)^{-1}$	I	I
25	b^4c^4	c	$(b^4)^{-1}$	I	I
26	a	c	$(ac)^{-1}$	I	I
27	ac	c	$(ac^2)^{-1}$	I	I
28	ac^2	c	$(ac^3)^{-1}$	I	I
29	ac^3	c	$(ac^4)^{-1}$	I	I
30	ac^4	c	$(a)^{-1}$	I	I
31	ab	c	$(abc)^{-1}$	I	I
32	abc	c	$(abc^2)^{-1}$	I	I
33	abc^2	c	$(abc^3)^{-1}$	I	I
34	abc^3	c	$(abc^4)^{-1}$	I	I
35	abc^4	c	$(ab)^{-1}$	I	I
36	ab^2	c	$(ab^2c)^{-1}$	I	I
37	ab^2c	c	$(ab^2c^2)^{-1}$	I	I
38	ab^2c^2	c	$(ab^2c^3)^{-1}$	I	I
39	ab^2c^3	c	$(ab^2c^4)^{-1}$	I	I
40	ab^2c^4	c	$(ab^2)^{-1}$	I	I

Tablo 4.3 (devam)

41	ab^3	c	$(ab^3c)^{-1}$	I	I
42	ab^3c	c	$(ab^3c^2)^{-1}$	I	I
43	ab^3c^2	c	$(ab^3c^3)^{-1}$	I	I
44	ab^3c^3	c	$(ab^3c^4)^{-1}$	I	I
45	ab^3c^4	c	$(ab^3)^{-1}$	I	I
46	ab^4	c	$(ab^4c)^{-1}$	I	I
47	ab^4c	c	$(ab^4c^2)^{-1}$	I	I
48	ab^4c^2	c	$(ab^4c^3)^{-1}$	I	I
49	ab^4c^3	c	$(ab^4c^4)^{-1}$	I	I
50	ab^4c^4	c	$(ab^4)^{-1}$	I	I
51	a^2	c	$(a^2c)^{-1}$	I	I
52	a^2c	c	$(a^2c^2)^{-1}$	I	I
53	a^2c^2	c	$(a^2c^3)^{-1}$	I	I
54	a^2c^3	c	$(a^2c^4)^{-1}$	I	I
55	a^2c^4	c	$(a^2)^{-1}$	I	I
56	a^2b	c	$(a^2bc)^{-1}$	I	I
57	a^2bc	c	$(a^2bc^2)^{-1}$	I	I
58	a^2bc^2	c	$(a^2bc^3)^{-1}$	I	I
59	a^2bc^3	c	$(a^2bc^4)^{-1}$	I	I
60	a^2bc^4	c	$(a^2b)^{-1}$	I	I
61	a^2b^2	c	$(a^2b^2c)^{-1}$	I	I
62	a^2b^2c	c	$(a^2b^2c^2)^{-1}$	I	I
63	$a^2b^2c^2$	c	$(a^2b^2c^3)^{-1}$	I	I
64	$a^2b^2c^3$	c	$(a^2b^2c^4)^{-1}$	I	I

Tablo 4.3 (devam)

65	$a^2b^2c^4$	c	$(a^2b^2)^{-1}$	I	I
66	a^2b^3	c	$(a^2b^3c)^{-1}$	I	I
67	a^2b^3c	c	$(a^2b^3c^2)^{-1}$	I	I
68	$a^2b^3c^2$	c	$(a^2b^3c^3)^{-1}$	I	I
69	$a^2b^3c^3$	c	$(a^2b^3c^4)^{-1}$	I	I
70	$a^2b^3c^4$	c	$(a^2b^3)^{-1}$	I	I
71	a^2b^4	c	$(a^2b^4c)^{-1}$	I	I
72	a^2b^4c	c	$(a^2b^4c^2)^{-1}$	I	I
73	$a^2b^4c^2$	c	$(a^2b^4c^3)^{-1}$	I	I
74	$a^2b^4c^3$	c	$(a^2b^4c^4)^{-1}$	I	I
75	$a^2b^4c^4$	c	$(a^2b^4)^{-1}$	I	I
76	a^3	c	$(a^3c)^{-1}$	I	I
77	a^3c	c	$(a^3c^2)^{-1}$	I	I
78	a^3c^2	c	$(a^3c^3)^{-1}$	I	I
79	a^3c^3	c	$(a^3c^4)^{-1}$	I	I
80	a^3c^4	c	$(a^3)^{-1}$	I	I
81	a^3b	c	$(a^3bc)^{-1}$	I	I
82	a^3bc	c	$(a^3bc^2)^{-1}$	I	I
83	a^3bc^2	c	$(a^3bc^3)^{-1}$	I	I
84	a^3bc^3	c	$(a^3bc^4)^{-1}$	I	I
85	a^3bc^4	c	$(a^3b)^{-1}$	I	I
86	a^3b^2	c	$(a^3b^2c)^{-1}$	I	I
87	a^3b^2c	c	$(a^3b^2c^2)^{-1}$	I	I
88	$a^3b^2c^2$	c	$(a^3b^2c^3)^{-1}$	I	I

Tablo 4.3 (devam)

89	$a^3b^2c^3$	c	$(a^3b^2c^4)^{-1}$	I	I
90	$a^3b^2c^4$	c	$(a^3b^2)^{-1}$	I	I
91	a^3b^3	c	$(a^3b^3c)^{-1}$	I	I
92	a^3b^3c	c	$(a^3b^3c^2)^{-1}$	I	I
93	$a^3b^3c^2$	c	$(a^3b^3c^3)^{-1}$	I	I
94	$a^3b^3c^3$	c	$(a^3b^3c^4)^{-1}$	I	I
95	$a^3b^3c^4$	c	$(a^3b^3)^{-1}$	I	I
96	a^3b^4	c	$(a^3b^4c)^{-1}$	I	I
97	a^3b^4c	c	$(a^3b^4c^2)^{-1}$	I	I
98	$a^3b^4c^2$	c	$(a^3b^4c^3)^{-1}$	I	I
99	$a^3b^4c^3$	c	$(a^3b^4c^4)^{-1}$	I	I
100	$a^3b^4c^4$	c	$(a^3b^4)^{-1}$	I	I
101	a^4	c	$(a^4c)^{-1}$	I	I
102	a^4c	c	$(a^4c^2)^{-1}$	I	I
103	a^4c^2	c	$(a^4c^3)^{-1}$	I	I
104	a^4c^3	c	$(a^4c^4)^{-1}$	I	I
105	a^4c^4	c	$(a^4)^{-1}$	I	I
106	a^4b	c	$(a^4bc)^{-1}$	I	I
107	a^4bc	c	$(a^4bc^2)^{-1}$	I	I
108	a^4bc^2	c	$(a^4bc^3)^{-1}$	I	I
109	a^4bc^3	c	$(a^4bc^4)^{-1}$	I	I
110	a^4bc^4	c	$(a^4b)^{-1}$	I	I
111	a^4b^2	c	$(a^4b^2c)^{-1}$	I	I
112	a^4b^2c	c	$(a^4b^2c^2)^{-1}$	I	I

Tablo 4.3 (devam)

113	$a^4b^2c^2$	c	$(a^4b^2c^3)^{-1}$	I	I
114	$a^4b^2c^3$	c	$(a^4b^2c^4)^{-1}$	I	I
115	$a^4b^2c^4$	c	$(a^4b^2)^{-1}$	I	I
116	a^4b^3	c	$(a^4b^3c)^{-1}$	I	I
117	a^4b^3c	c	$(a^4b^3c^2)^{-1}$	I	I
118	$a^4b^3c^2$	c	$(a^4b^3c^3)^{-1}$	I	I
119	$a^4b^3c^3$	c	$(a^4b^3c^4)^{-1}$	I	I
120	$a^4b^3c^4$	c	$(a^4b^3)^{-1}$	I	I
121	a^4b^4	c	$(a^4b^4c)^{-1}$	I	I
122	a^4b^4c	c	$(a^4b^4c^2)^{-1}$	I	I
123	$a^4b^4c^2$	c	$(a^4b^4c^3)^{-1}$	I	I
124	$a^4b^4c^3$	c	$(a^4b^4c^4)^{-1}$	I	I
125	$a^4b^4c^4$	c	$(a^4b^4)^{-1}$	I	I

tablosu elde edilir.

O halde üreteçlerimiz $x = \{1,2,3,4\}$, $y = \{1,2,3,4\}$ ve $z = \{1,2,3,4\}$ olmak üzere $[a^x,b^y]$, $[a^x,c^z]$, $[b^y,c^z]$, $[a^x,b^yc^z]$ ve $[a^xb^y,c^z]$ şeklinde olup 176 tanedir.

4.2.2 Örnek: $H_{3,7}$ Hecke grubunun $H_{3,7}^3$ kuvvet alt grubunun komütatör alt grubunu inceleyelim.

$$H_{3,7}/H_{3,7}^3 = \langle x, y : x^3 = y^7 = I , x^3 = y^3 = (xy)^3 = \ldots = I\rangle = \langle x,y:x^3 = y= I \rangle$$

bölüm grubunun sunuşu bulunur.

Kuvvet alt grubunun sunuşunu bulmak için Schreier tranversalini,

$$\sum = \{I, x, x^2\}$$

şeklinde seçelim.

$$\begin{array}{ll} I.x.(x)^{-1} = I & I.y.(I)^{-1} = y \\ x.x.(x^2)^{-1} = I & x.y.(x)^{-1} = xyx^2 \\ x^2.x.(I)^{-1} = I & x^2.y.(x^2)^{-1} = x^2yx \end{array}$$

$$H^3_{3,7} = \langle\ y\ ,xyx^2,\ x^2yx : (y)^7 = (xyx^2)^7 = (x^2yx)^7 = I\ \rangle$$

şeklinde elde edilir. Şimdi bu kuvvet alt grubunun komütatör alt grubu bulmak için $H^3_{3,7}\big/(H^3_{3,7})'$ bölüm grubunu elde edelim. $H^3_{3,7}$ grup sunuşuna değişmelilik eklenirse

üreteçleri a = y, b = xyx^2, c = x^2yx olan $\mathbb{Z}_7x\mathbb{Z}_7x\mathbb{Z}_7$ direkt çarpım grubu elde edilir. Burada $(a)^7 = (b)^7 = (c)^7 = I$ olur. Bu bölüm grubu için Örnek 4.2.1 deki adımlar takip edildiğinde üreteçlerimiz

x = {1,2,3,4,5,6} , y = {1,2,3,4,5,6} ve z = {1,2,3,4,5,6} olmak üzere $[a^x,b^y]$, $[a^x,c^z]$, $[b^y,c^z]$, $[a^x,b^yc^z]$ ve $[a^xb^y,c^z]$ şeklinde olup 540 tanedir.

4.2.3 Örnek : $H^5_{3,5}$ kuvvet alt grubunun komütatör alt grubunun sunuşunu elde edelim.

$$H_{3,5}\big/H^5_{3,5} = \langle\ x,\ y: x^3 = y^5 = I\ ,\ x^5 = y^5 = (xy)^5 = \ldots = I \rangle = \langle x,y: x = y^5 = I\ \rangle$$

Kuvvet alt grubunun sunuşunu bulmak için Schreier tranversalini,

$$\sum = \{I,\ y,\ y^2\ ,y^3\ ,y^4\}$$

şeklinde seçelim.

$$\begin{array}{ll} I.x.(I)^{-1} = x & I.y.(y)^{-1} = I \\ y.x.(y)^{-1} = yxy^4 & y.y.(y^2)^{-1} = I \\ y^2.x.(y^2)^{-1} = y^2xy^3 & y^2.y.(y^3)^{-1} = I \\ y^3.x.(y^3)^{-1} = y^3xy^2 & y^3.y.(y^4)^{-1} = I \\ y^4.x.(y^4)^{-1} = y^4xy & y^4.y.(I)^{-1} = I \end{array}$$

$$H^5_{3,5} = \langle\ x,\ yxy^4\ ,\ y^2xy^3\ ,\ y^3xy^2\ ,\ y^4xy : x^3 = (yxy^4)^3 = (y^2xy^3)^3 = (y^3xy^2)^3 = (y^4xy)^3 = I\ \rangle$$

elde edilir. Şimdi bu kuvvet alt grubunun komütatör alt grubunu bulmak için $H^5_{3,5}\big/(H^5_{3,5})'$ bölüm grubunu elde edelim. $H^5_{3,5}$ grup sunuşuna değişmelilik

eklenirse üreteçleri

$$a = x,\ b = yxy^4,\ c = y^2xy^3,\ d = y^3xy^2 \text{ ve } e = y^4xy$$

olan $\mathbb{Z}_3x\mathbb{Z}_3x\mathbb{Z}_3x\mathbb{Z}_3x\mathbb{Z}_3$ direkt çarpım grubu elde edilir. Buradan

$$H_{3,5}^5 / (H_{3,5}^5)' = \langle a, b, c, d, e: (a)^3 = (b)^3 = (c)^3 = (d)^3 = (e)^3 = I, ab = ba, ac = ca, ae = ea, bd = db, \dots \rangle$$

sunuşu elde edilir. Şimdi Reidemeister-Schreier metodunu kullanarak üreteçleri ve sonrada üreteç sayısını veren formülü çıkaralım. Transversaldeki elemanlar sırasıyla a,b,c,d ve e ile çarpılırsa aşağıdaki tablodaki sonuçlar elde edilir.

Tablo 4.4 : $(H_{3,5}^5)'$ grubunun üreteçleri-1.

1	I	a	$(a)^{-1}$	I	I
2	e	a	$(ae)^{-1}$	eae^2a^2	$[e,a]$
3	e^2	a	$(ae^2)^{-1}$	e^2aea^2	$[e^2,a]$
4	d	a	$(ad)^{-1}$	dad^2a^2	$[d,a]$
5	de	a	$(ade)^{-1}$	$deae^2d^2a^2$	$[de,a]$
6	de^2	a	$(ade^2)^{-1}$	$de^2aed^2a^2$	$[de^2,a]$
7	d^2	a	$(ad^2)^{-1}$	d^2ada^2	$[d^2,a]$
8	d^2e	a	$(ad^2e)^{-1}$	$d^2eae^2da^2$	$[d^2e,a]$
9	d^2e^2	a	$(ad^2e^2)^{-1}$	$d^2e^2aeda^2$	$[d^2e^2,a]$
10	c	a	$(ac)^{-1}$	cac^2a^2	$[c,a]$
11	ce	a	$(ace)^{-1}$	$ceae^2c^2a^2$	$[ce,a]$
12	ce^2	a	$(ace^2)^{-1}$	$ce^2aec^2a^2$	$[ce^2,a]$
13	c^2	a	$(ac^2)^{-1}$	c^2aca^2	$[c^2,a]$
14	c^2e	a	$(ac^2e)^{-1}$	$c^2eae^2ca^2$	$[c^2e,a]$
15	c^2e^2	a	$(ac^2e^2)^{-1}$	$c^2e^2aeca^2$	$[c^2e^2,a]$
16	cd	a	$(acd)^{-1}$	$cdad^2c^2a^2$	$[cd,a]$
17	cde	a	$(acde)^{-1}$	$cdeae^2d^2c^2a^2$	$[cde,a]$
18	cde^2	a	$(acde^2)^{-1}$	$cde^2aed^2c^2a^2$	$[cde^2,a]$
19	cd^2	a	$(acd^2)^{-1}$	$cd^2adc^2a^2$	$[cd^2,a]$
20	cd^2e	a	$(acd^2e)^{-1}$	$cd^2eae^2dc^2a^2$	$[cd^2e,a]$
21	cd^2e^2	a	$(acd^2e^2)^{-1}$	$cd^2e^2aedc^2a^2$	$[cd^2e^2,a]$
22	c^2d	a	$(ac^2d)^{-1}$	$c^2dad^2ca^2$	$[c^2d,a]$
23	c^2de	a	$(ac^2de)^{-1}$	$c^2deae^2d^2ca^2$	$[c^2de,a]$
24	c^2de^2	a	$(ac^2de^2)^{-1}$	$c^2de^2aed^2ca^2$	$[c^2de^2,a]$
25	c^2d^2	a	$(ac^2d^2)^{-1}$	$c^2d^2adca^2$	$[c^2d^2,a]$
26	c^2d^2e	a	$(ac^2d^2e)^{-1}$	$c^2d^2eae^2dca^2$	$[c^2d^2e,a]$
27	$c^2d^2e^2$	a	$(ac^2d^2e^2)^{-1}$	$c^2d^2e^2aedca^2$	$[c^2d^2e^2,a]$
28	b	a	$(ab)^{-1}$	bab^2a^2	$[b,a]$
29	be	a	$(abe)^{-1}$	$beae^2b^2a^2$	$[be,a]$
30	be^2	a	$(abe^2)^{-1}$	$be^2aeb^2a^2$	$[be^2,a]$
31	b^2	a	$(ab^2)^{-1}$	b^2aba^2	$[b^2,a]$
32	b^2e	a	$(ab^2e)^{-1}$	$b^2eae^2ba^2$	$[b^2e,a]$

Tablo 4.4 (devam)

33	b^2e^2	a	$(ab^2e^2)^{-1}$	$b^2e^2aeba^2$	$[b^2e^2,a]$
34	bd	a	$(abd)^{-1}$	$bdad^2b^2a^2$	$[bd,a]$
35	bde	a	$(abde)^{-1}$	$bdeae^2d^2b^2a^2$	$[bde,a]$
36	bde^2	a	$(abde^2)^{-1}$	$bde^2aed^2b^2a^2$	$[bde^2,a]$
37	bd^2	a	$(abd^2)^{-1}$	$bd^2adb^2a^2$	$[bd^2,a]$
38	bd^2e	a	$(abd^2e)^{-1}$	$bd^2eae^2db^2a^2$	$[bd^2e,a]$
39	bd^2e^2	a	$(abd^2e^2)^{-1}$	$bd^2e^2aedb^2a^2$	$[bd^2e^2,a]$
40	b^2d	a	$(ab^2d)^{-1}$	$b^2dad^2ba^2$	$[b^2d,a]$
41	b^2de	a	$(ab^2de)^{-1}$	$b^2deae^2d^2ba$	$[b^2de,a]$
42	b^2de^2	a	$(ab^2de^2)^{-1}$	$b^2de^2aed^2ba^2$	$[b^2de^2,a]$
43	b^2d^2	a	$(ab^2d^2)^{-1}$	$b^2d^2adba^2$	$[b^2d^2,a]$
44	b^2d^2e	a	$(ab^2d^2e)^{-1}$	$b^2d^2eae^2dba^2$	$[b^2d^2e,a]$
45	$b^2d^2e^2$	a	$(ab^2d^2e^2)^{-1}$	$b^2d^2e^2aedba^2$	$[b^2d^2e^2,a]$
46	bc	a	$(abc)^{-1}$	$bcac^2b^2a^2$	$[bc,a]$
47	bce	a	$(abce)^{-1}$	$bceae^2c^2b^2a^2$	$[bce,a]$
48	bce^2	a	$(abce^2)^{-1}$	$bce^2aec^2b^2a^2$	$[bce^2,a]$
49	bcd	a	$(abcd)^{-1}$	$bcdad^2c^2b^2a^2$	$[bcd,a]$
50	$bcde$	a	$(abcde)^{-1}$	$bcdeae^2d^2c^2b^2a^2$	$[bcde,a]$
51	$bcde^2$	a	$(abcde^2)^{-1}$	$bcde^2aed^2c^2b^2a^2$	$[bcde^2,a]$
52	bcd^2	a	$(abcd^2)^{-1}$	$bcd^2adc^2b^2a^2$	$[bcd^2,a]$
53	bcd^2e	a	$(abcd^2e)^{-1}$	$bcd^2eae^2dc^2b^2a^2$	$[bcd^2e,a]$
54	bcd^2e^2	a	$(abcd^2e^2)^{-1}$	$bcd^2e^2aedc^2b^2a^2$	$[bcd^2e^2,a]$
55	bc^2	a	$(abc^2)^{-1}$	$bc^2acb^2a^2$	$[bc^2,a]$
56	bc^2e	a	$(abc^2e)^{-1}$	$bc^2eae^2cb^2a^2$	$[bc^2e,a]$
57	bc^2e^2	a	$(abc^2e^2)^{-1}$	$bc^2e^2aecb^2a^2$	$[bc^2e^2,a]$
58	bc^2d	a	$(abc^2d)^{-1}$	$bc^2dad^2cb^2a^2$	$[bc^2d,a]$
59	bc^2de	a	$(abc^2de)^{-1}$	$bc^2deae^2d^2cb^2a^2$	$[bc^2de,a]$
60	bc^2de^2	a	$(abc^2de^2)^{-1}$	$bc^2de^2aed^2cb^2a^2$	$[bc^2de^2,a]$
61	bc^2d^2	a	$(abc^2d^2)^{-1}$	$bc^2d^2adcb^2a^2$	$[bc^2d^2,a]$
62	bc^2d^2e	a	$(abc^2d^2e)^{-1}$	$bc^2d^2eae^2dcb^2a^2$	$[bc^2d^2e,a]$
63	$bc^2d^2e^2$	a	$(abc^2d^2e^2)^{-1}$	$bc^2d^2e^2aedcb^2a^2$	$[bc^2d^2e^2,a]$
64	b^2c	a	$(ab^2c)^{-1}$	$b^2cac^2ba^2$	$[b^2c,a]$
65	b^2ce	a	$(ab^2ce)^{-1}$	$b^2ceae^2c^2ba^2$	$[b^2ce,a]$
66	b^2ce^2	a	$(ab^2ce^2)^{-1}$	$b^2ce^2aec^2ba^2$	$[b^2ce^2,a]$
67	b^2cd	a	$(ab^2cd)^{-1}$	$b^2cdad^2c^2ba^2$	$[b^2cd,a]$
68	b^2cde	a	$(ab^2cde)^{-1}$	$b^2cdeae^2d^2c^2ba^2$	$[b^2cde,a]$
69	b^2cde^2	a	$(ab^2cde^2)^{-1}$	$b^2cde^2aed^2c^2ba^2$	$[b^2cde^2,a]$
70	b^2cd^2	a	$(ab^2cd^2)^{-1}$	$b^2cd^2adc^2ba^2$	$[b^2cd^2,a]$
71	b^2cd^2e	a	$(ab^2cd^2e)^{-1}$	$b^2cd^2eae^2dc^2ba^2$	$[b^2cd^2e,a]$
72	$b^2cd^2e^2$	a	$(ab^2cd^2e^2)^{-1}$	$b^2cd^2e^2aedc^2ba^2$	$[b^2cd^2e^2,a]$
73	b^2c^2	a	$(ab^2c^2)^{-1}$	$b^2c^2acba^2$	$[b^2c^2,a]$
74	b^2c^2e	a	$(ab^2c^2e)^{-1}$	$b^2c^2eae^2cba^2$	$[b^2c^2e,a]$
75	$b^2c^2e^2$	a	$(ab^2c^2e^2)^{-1}$	$b^2c^2e^2aecba^2$	$[b^2c^2e^2,a]$
76	b^2c^2d	a	$(ab^2c^2d)^{-1}$	$b^2c^2dad^2cba^2$	$[b^2c^2d,a]$
77	b^2c^2de	a	$(ab^2c^2de)^{-1}$	$b^2c^2deae^2d^2cba^2$	$[b^2c^2de,a]$
78	$b^2c^2de^2$	a	$(ab^2c^2de^2)^{-1}$	$b^2c^2de^2aed^2cba^2$	$[b^2c^2de^2,a]$

Tablo 4.4 (devam)

79	$b^2c^2d^2$	a	$(ab^2c^2d^2)^{-1}$	$b^2c^2d^2adcba^2$	$[b^2c^2d^2,a]$
80	$b^2c^2d^2e$	a	$(a\,b^2c^2d^2e)^{-1}$	$b^2c^2d^2eae^2dcba^2$	$[b^2c^2d^2e,a]$
81	$b^2c^2d^2e^2$	a	$(a\,b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$b^2c^2d^2e^2aedcba^2$	$[b^2c^2d^2e^2,a]$
82	a	a	$(a^2)^{-1}$	I	I
83	ae	a	$(a^2e)^{-1}$	$aeae^2a$	$[a,e][e,a^2]$
84	ae^2	a	$(a^2e^2)^{-1}$	ae^2aea	$[a,e^2][e^2,a^2]$
85	ad	a	$(a^2d)^{-1}$	$adad^2a$	$[a,d][d,a^2]$
86	ade	a	$(a^2de)^{-1}$	$adeae^2d^2a$	$[a,de][de,a^2]$
87	ade^2	a	$(a^2de^2)^{-1}$	ade^2aed^2a	$[a,de^2][de^2,a^2]$
88	ad^2	a	$(a^2d^2)^{-1}$	ad^2ada	$[a,d^2][d^2,a]$
89	ad^2e	a	$(a^2d^2e)^{-1}$	ad^2eae^2da	$[a,d^2e][d^2e,a^2]$
90	ad^2e^2	a	$(a^2d^2e^2)^{-1}$	ad^2e^2aeda	$[a,d^2e^2][d^2e^2,a^2]$
91	ac	a	$(a^2c)^{-1}$	$acac^2a$	$[a,c][c,a^2]$
92	ace	a	$(a^2ce)^{-1}$	$aceae^2c^2a$	$[a,ce][ce,a^2]$
93	ace^2	a	$(a^2ce^2)^{-1}$	ace^2aec^2a	$[a,ce^2][ce^2,a^2]$
94	acd	a	$(a^2cd)^{-1}$	$acdad^2c^2a$	$[a,cd][cd,a^2]$
95	acde	a	$(a^2cde)^{-1}$	$acdeae^2d^2c^2a$	$[a,cde][cde,a^2]$
96	$acde^2$	a	$(a^2cde^2)^{-1}$	$acde^2aed^2c^2a$	$[a,cde^2][cde^2,a^2]$
97	acd^2	a	$(a^2cd^2)^{-1}$	acd^2adc^2a	$[a,cd^2][cd^2,a^2]$
98	acd^2e	a	$(a^2cd^2e)^{-1}$	$acd^2eae^2dc^2a$	$[a,cd^2e][cd^2e,a^2]$
99	acd^2e^2	a	$(a^2cd^2e^2)^{-1}$	$acd^2e^2aedc^2a$	$[a,cd^2e^2][cd^2e^2,a^2]$
100	ac^2	a	$(a^2c^2)^{-1}$	ac^2aca	$[a,c^2][c^2,a^2]$
101	ac^2e	a	$(a^2c^2e)^{-1}$	ac^2eae^2ca	$[a,c^2e][c^2e,a^2]$
102	ac^2e^2	a	$(a^2c^2e^2)^{-1}$	ac^2e^2aeca	$[a,c^2e^2][c^2e^2,a^2]$
103	ac^2d	a	$(a^2c^2d)^{-1}$	ac^2dad^2ca	$[a,c^2d][c^2d,a^2]$
104	ac^2de	a	$(a^2c^2de)^{-1}$	$ac^2deae^2d^2ca$	$[a,c^2de][c^2de,a^2]$
105	ac^2de^2	a	$(a^2c^2de^2)^{-1}$	$ac^2de^2aed^2ca$	$[a,c^2de^2][c^2de^2,a^2]$
106	ac^2d^2	a	$(a^2c^2d^2)^{-1}$	ac^2d^2adca	$[a,c^2d^2][c^2d^2,a^2]$
107	ac^2d^2e	a	$(a^2c^2d^2e)^{-1}$	$ac^2d^2eae^2dca$	$[a,c^2d^2e][c^2d^2e,a^2]$
108	$ac^2d^2e^2$	a	$(a^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$ac^2d^2e^2aedca$	$[a,c^2d^2e^2][c^2d^2e^2,a^2]$
109	ab	a	$(a^2b)^{-1}$	$abab^2a$	$[a,b][b,a^2]$
110	abe	a	$(a^2be)^{-1}$	$abeae^2b^2a$	$[a,be][be,a^2]$
111	abe^2	a	$(a^2be^2)^{-1}$	abe^2aeb^2a	$[a,be^2][be^2,a^2]$
112	abd	a	$(a^2bd)^{-1}$	$abdad^2b^2a$	$[a,bd][bd,a^2]$
113	abde	a	$(a^2bde)^{-1}$	$abdeae^2d^2b^2a$	$[a,bde][bde,a^2]$
114	$abde^2$	a	$(a^2bde^2)^{-1}$	$abde^2aed^2b^2a$	$[a,bde^2][bde^2,a^2]$
115	abd^2	a	$(a^2bd^2)^{-1}$	abd^2adb^2a	$[a,bd^2][bd^2,a^2]$
116	abd^2e	a	$(a^2bd^2e)^{-1}$	$abd^2eae^2db^2a$	$[a,bd^2e][bd^2e,a^2]$
117	abd^2e^2	a	$(a^2bd^2e^2)^{-1}$	$abd^2e^2aedb^2a$	$[a,bd^2e^2][bd^2e^2,a^2]$
118	abc	a	$(a^2bc)^{-1}$	$abcac^2b^2a$	$[a,bc][bc,a^2]$
119	abce	a	$(a^2bce)^{-1}$	$abceae^2c^2b^2a$	$[a,bce][bce,a^2]$
120	$abce^2$	a	$(a^2bce^2)^{-1}$	$abce^2aec^2b^2a$	$[a,bce^2][bce^2,a^2]$
121	abcd	a	$(a^2bcd)^{-1}$	$abcdad^2c^2b^2a$	$[a,bcd][bcd,a^2]$
122	abcde	a	$(a^2bcde)^{-1}$	$abcdeae^2d^2c^2b^2a$	$[a,bcde][bcde,a^2]$
123	$abcde^2$	a	$(a^2bcde^2)^{-1}$	$abcde^2aed^2c^2b^2a$	$[a,bcde^2][bcde^2,a^2]$
124	$abcd^2$	a	$(a^2bcd^2)^{-1}$	$abcd^2adc^2b^2a$	$[a,bcd^2][bcd^2,a^2]$

Tablo 4.4 (devam)

125	$abcd^2e$	a	$(a^2bcd^2e)^{-1}$	$abcd^2eae^2dc^2b^2a$	$[a,bcd^2e][bcd^2e,a^2]$
126	$abcd^2e^2$	a	$(a^2bcd^2e^2)^{-1}$	$abcd^2e^2aedc^2b^2a$	$[a,bcd^2e^2][bcd^2e^2,a^2]$
127	abc^2	a	$(a^2bc^2)^{-1}$	abc^2acb^2a	$[a,bc^2][bc^2,a^2]$
128	abc^2e	a	$(a^2bc^2e)^{-1}$	$abc^2eae^2cb^2a$	$[a,bc^2e][bc^2e,a^2]$
129	abc^2e^2	a	$(a^2bc^2e^2)^{-1}$	$abc^2e^2aecb^2a$	$[a,bc^2e^2][bc^2e^2,a^2]$
130	abc^2d	a	$(a^2bc^2d)^{-1}$	$abc^2dad^2cb^2a$	$[a,bc^2d][bc^2d,a^2]$
131	abc^2de	a	$(a^2bc^2de)^{-1}$	$abc^2deae^2d^2cb^2a$	$[a,bc^2de][bc^2de,a^2]$
132	abc^2de^2	a	$(a^2bc^2de^2)^{-1}$	$abc^2de^2aed^2cb^2a$	$[a,bc^2de^2][bc^2de^2,a^2]$
133	abc^2d^2	a	$(a^2bc^2d^2)^{-1}$	$abc^2d^2adcb^2a$	$[a,bc^2d^2][bc^2d^2,a^2]$
134	abc^2d^2e	a	$(a^2bc^2d^2e)^{-1}$	$abc^2d^2eae^2dcb^2a$	$[a,bc^2d^2e][bc^2d^2e,a^2]$
135	$abc^2d^2e^2$	a	$(a^2bc^2d^2e^2)^{-1}$	$abc^2d^2e^2aedcb^2a$	$[a,bc^2d^2e^2][bc^2d^2e^2,a^2]$
136	ab^2	a	$(a^2b^2)^{-1}$	ab^2aba	$[a,b^2][b^2,a^2]$
137	ab^2e	a	$(a^2b^2e)^{-1}$	ab^2eae^2ba	$[a,b^2e][b^2e,a^2]$
138	ab^2e^2	a	$(a^2b^2e^2)^{-1}$	ab^2e^2eba	$[a,b^2e^2][b^2e^2,a^2]$
139	ab^2d	a	$(a^2b^2d)^{-1}$	ab^2dad^2ba	$[a,b^2d][b^2d,a^2]$
140	ab^2de	a	$(a^2b^2de)^{-1}$	$ab^2deae^2d^2ba$	$[a,b^2de][b^2de,a^2]$
141	ab^2de^2	a	$(a^2b^2de^2)^{-1}$	$ab^2de^2aed^2ba$	$[a,b^2de^2][b^2de^2,a^2]$
142	ab^2d^2	a	$(a^2b^2d^2)^{-1}$	ab^2d^2adba	$[a,b^2d^2][b^2d^2,a^2]$
143	ab^2d^2e	a	$(a^2b^2d^2e)^{-1}$	$ab^2d^2eae^2dba$	$[a,b^2d^2e][b^2d^2e,a^2]$
144	$ab^2d^2e^2$	a	$(a^2b^2d^2e^2)^{-1}$	$ab^2d^2e^2aedba$	$[a,b^2d^2e^2][b^2d^2e^2,a^2]$
145	ab^2c	a	$(a^2b^2c)^{-1}$	ab^2cac^2ba	$[a,b^2c][b^2c,a^2]$
146	ab^2ce	a	$(a^2b^2ce)^{-1}$	$ab^2ceae^2c^2ba$	$[a,b^2ce][b^2ce,a^2]$
147	ab^2ce^2	a	$(a^2b^2ce^2)^{-1}$	$ab^2ce^2aec^2ba$	$[a,b^2ce^2][b^2ce^2,a^2]$
148	ab^2cd	a	$(a^2b^2cd)^{-1}$	$ab^2cdad^2c^2ba$	$[a,b^2cd][b^2cd,a^2]$
149	ab^2cde	a	$(a^2b^2cde)^{-1}$	$ab^2cdeae^2d^2c^2ba$	$[a,b^2cde][b^2cde,a^2]$
150	ab^2cde^2	a	$(a^2b^2cde^2)^{-1}$	$ab^2cde^2aed^2c^2ba$	$[a,b^2cde^2][b^2cde^2,a^2]$
151	ab^2cd^2	a	$(a^2b^2cd^2)^{-1}$	$ab^2cd^2adc^2ba$	$[a,b^2cd^2][b^2cd^2,a^2]$
152	ab^2cd^2e	a	$(a^2b^2cd^2e)^{-1}$	$ab^2cd^2eae^2dc^2ba$	$[a,b^2cd^2e][b^2cd^2e,a^2]$
153	$ab^2cd^2e^2$	a	$(a^2b^2cd^2e^2)^{-1}$	$ab^2cd^2e^2aedc^2ba$	$[a,b^2cd^2e^2][b^2cd^2e^2,a^2]$
154	ab^2c^2	a	$(a^2b^2c^2)^{-1}$	ab^2c^2acba	$[a,b^2c^2][b^2c^2,a^2]$
155	ab^2c^2e	a	$(a^2b^2c^2e)^{-1}$	$ab^2c^2eae^2cba$	$[a,b^2c^2e][b^2c^2e,a^2]$
156	$ab^2c^2e^2$	a	$(a^2b^2c^2e^2)^{-1}$	$ab^2c^2e^2aecba$	$[a,b^2c^2e^2][b^2c^2e^2,a^2]$
157	ab^2c^2d	a	$(a^2b^2c^2d)^{-1}$	$ab^2c^2dad^2cba$	$[a,b^2c^2d][b^2c^2d,a^2]$
158	ab^2c^2de	a	$(a^2b^2c^2de)^{-1}$	$ab^2c^2deae^2d^2cba$	$[a,b^2c^2de][b^2c^2de,a^2]$
159	$ab^2c^2de^2$	a	$(a^2b^2c^2de^2)^{-1}$	$ab^2c^2de^2aed^2cba$	$[a,b^2c^2de^2][b^2c^2de^2,a^2]$
160	$ab^2c^2d^2$	a	$(a^2b^2c^2d^2)^{-1}$	$ab^2c^2d^2adcba$	$[a,b^2c^2d^2][b^2c^2d^2,a^2]$
161	$ab^2c^2d^2e$	a	$(a^2b^2c^2d^2e)^{-1}$	$ab^2c^2d^2eae^2dcba$	$[a,b^2c^2d^2e][b^2c^2d^2e,a^2]$
162	$ab^2c^2d^2e^2$	a	$(a^2b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$ab^2c^2d^2e^2aedcba$	$[a,b^2c^2d^2e^2][b^2c^2d^2e^2,a^2]$
163	a^2	a	$(I)^{-1}$	I	I
164	a^2e	a	$(e)^{-1}$	a^2eae^2	$[a^2,e]$
165	a^2e^2	a	$(e^2)^{-1}$	a^2e^2ae	$[a^2,e^2]$
166	a^2d	a	$(d)^{-1}$	a^2dad^2	$[a^2,d]$
167	a^2de	a	$(de)^{-1}$	$a^2deae^2d^2$	$[a^2,de]$
168	a^2de^2	a	$(de^2)^{-1}$	$a^2de^2aed^2$	$[a^2,de^2]$
169	a^2d^2	a	$(d^2)^{-1}$	a^2d^2ad	$[a^2,d^2]$
170	a^2d^2e	a	$(d^2e)^{-1}$	$a^2d^2eae^2d$	$[a^2,d^2e]$

Tablo 4.4 (devam)

171	$a^2d^2e^2$	a	$(d^2e^2)^{-1}$	$a^2d^2e^2aed$	$[a^2,d^2e^2]$
172	a^2c	a	$(c)^{-1}$	a^2cac^2	$[a^2,c]$
173	a^2ce	a	$(ce)^{-1}$	$a^2ceae^2c^2$	$[a^2,ce]$
174	a^2ce^2	a	$(ce^2)^{-1}$	$a^2ce^2aec^2$	$[a^2,ce^2]$
175	a^2cd	a	$(cd)^{-1}$	$a^2cdad^2c^2$	$[a^2,cd]$
176	a^2cde	a	$(cde)^{-1}$	$a^2cdeae^2d^2c^2$	$[a^2,cde]$
177	a^2cde^2	a	$(cde^2)^{-1}$	$a^2cde^2aed^2c^2$	$[a^2,cde^2]$
178	a^2cd^2	a	$(cd^2)^{-1}$	$a^2cd^2adc^2$	$[a^2,cd^2]$
179	a^2cd^2e	a	$(cd^2e)^{-1}$	$a^2cd^2eae^2dc^2$	$[a^2,cd^2e]$
180	$a^2cd^2e^2$	a	$(cd^2e^2)^{-1}$	$a^2cd^2e^2aedc^2$	$[a^2,cd^2e^2]$
181	a^2c^2	a	$(c^2)^{-1}$	a^2c^2ac	$[a^2,c^2]$
182	a^2c^2e	a	$(c^2e)^{-1}$	$a^2c^2eae^2c$	$[a^2,c^2e]$
183	$a^2c^2e^2$	a	$(c^2e^2)^{-1}$	$a^2c^2e^2aec$	$[a^2,c^2e^2]$
184	a^2c^2d	a	$(c^2d)^{-1}$	$a^2c^2dad^2c$	$[a^2,c^2d]$
185	a^2c^2de	a	$(c^2de)^{-1}$	$a^2c^2deae^2d^2c$	$[a^2,c^2de]$
186	$a^2c^2de^2$	a	$(c^2de^2)^{-1}$	$a^2c^2de^2aed^2c$	$[a^2,c^2de^2]$
187	$a^2c^2d^2$	a	$(c^2d^2)^{-1}$	$a^2c^2d^2adc$	$[a^2,c^2d^2]$
188	$a^2c^2d^2e$	a	$(c^2d^2e)^{-1}$	$a^2c^2d^2eae^2dc$	$[a^2,c^2d^2e]$
189	$a^2c^2d^2e^2$	a	$(c^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2c^2d^2e^2aedc$	$[a^2,c^2d^2e^2]$
190	a^2b	a	$(b)^{-1}$	a^2bab^2	$[a^2,b]$
191	a^2be	a	$(be)^{-1}$	$a^2beae^2b^2$	$[a^2,be]$
192	a^2be^2	a	$(be^2)^{-1}$	$a^2be^2aeb^2$	$[a^2,be^2]$
193	a^2bd	a	$(bd)^{-1}$	$a^2bdad^2b^2$	$[a^2,bd]$
194	a^2bde	a	$(bde)^{-1}$	$a^2bdeae^2d^2b^2$	$[a^2,bde]$
195	a^2bde^2	a	$(bde^2)^{-1}$	$a^2bde^2aed^2b^2$	$[a^2,bde^2]$
196	a^2bd^2	a	$(bd^2)^{-1}$	$a^2bd^2adb^2$	$[a^2,bd^2]$
197	a^2bd^2e	a	$(bd^2e)^{-1}$	a^2bd^2e	$[a^2,bd^2e]$
198	$a^2bd^2e^2$	a	$(bd^2e^2)^{-1}$	$a^2bd^2e^2aedb^2$	$[a^2,bd^2e^2]$
199	a^2bc	a	$(bc)^{-1}$	$a^2bcac^2b^2$	$[a^2,bc]$
200	a^2bce	a	$(bce)^{-1}$	$a^2bceae^2c^2b^2$	$[a^2,bce]$
201	a^2bce^2	a	$(bce^2)^{-1}$	$a^2bce^2aec^2b^2$	$[a^2,bce^2]$
202	a^2bcd	a	$(bcd)^{-1}$	$a^2bcdad^2c^2b^2$	$[a^2,bcd]$
203	a^2bcde	a	$(bcde)^{-1}$	$a^2bcdeae^2d^2c^2b^2$	$[a^2,bcde]$
204	a^2bcde^2	a	$(bcde^2)^{-1}$	$a^2bcde^2aed^2c^2b^2$	$[a^2,bcde^2]$
205	a^2bcd^2	a	$(bcd^2)^{-1}$	$a^2bcd^2adc^2b^2$	$[a^2,bcd^2]$
206	a^2bcd^2e	a	$(bcd^2e)^{-1}$	$a^2bcd^2eae^2dc^2b^2$	$[a^2,bcd^2e]$
207	$a^2bcd^2e^2$	a	$(bcd^2e^2)^{-1}$	$a^2bcd^2e^2aedc^2b^2$	$[a^2,bcd^2e^2]$
208	a^2bc^2	a	$(bc^2)^{-1}$	$a^2bc^2acb^2$	$[a^2,bc^2]$
209	a^2bc^2e	a	$(bc^2e)^{-1}$	$a^2bc^2eae^2cb^2$	$[a^2,bc^2e]$
210	$a^2bc^2e^2$	a	$(bc^2e^2)^{-1}$	$a^2bc^2e^2aecb^2$	$[a^2,bc^2e^2]$
211	a^2bc^2d	a	$(bc^2d)^{-1}$	$a^2bc^2dad^2cb^2$	$[a^2,bc^2d]$
212	a^2bc^2de	a	$(bc^2de)^{-1}$	$a^2bc^2deae^2d^2cb^2$	$[a^2,bc^2de]$
213	$a^2bc^2de^2$	a	$(bc^2de^2)^{-1}$	$a^2bc^2de^2aed^2cb^2$	$[a^2,bc^2de^2]$
214	$a^2bc^2d^2$	a	$(bc^2d^2)^{-1}$	$a^2bc^2d^2adcb^2$	$[a^2,bc^2d^2]$
215	$a^2bc^2d^2e$	a	$(bc^2d^2e)^{-1}$	$a^2bc^2d^2e$	$[a^2,bc^2d^2e]$
216	$a^2bc^2d^2e^2$	a	$(bc^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2bc^2d^2e^2$	$[a^2,bc^2d^2e^2]$

Tablo 4.4 (devam)

217	a^2b^2	a	$(b^2)^{-1}$	a^2b^2ab	$[a^2,b^2]$
218	a^2b^2e	a	$(b^2e)^{-1}$	$a^2b^2eae^2b$	$[a^2,b^2e]$
219	$a^2b^2e^2$	a	$(b^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2e^2aeb$	$[a^2,b^2e^2]$
220	a^2b^2d	a	$(b^2d)^{-1}$	$a^2b^2dad^2b$	$[a^2,b^2d]$
221	a^2b^2de	a	$(b^2de)^{-1}$	$a^2b^2deae^2d^2b$	$[a^2,b^2de]$
222	$a^2b^2de^2$	a	$(b^2de^2)^{-1}$	$a^2b^2de^2aed^2b$	$[a^2,b^2de^2]$
223	$a^2b^2d^2$	a	$(b^2d^2)^{-1}$	$a^2b^2d^2adb$	$[a^2,b^2d^2]$
224	$a^2b^2d^2e$	a	$(b^2d^2e)^{-1}$	$a^2b^2d^2eae^2db$	$[a^2,b^2d^2e]$
225	$a^2b^2d^2e^2$	a	$(b^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2d^2e^2aedb$	$[a^2,b^2d^2e^2]$
226	a^2b^2c	a	$(b^2c)^{-1}$	$a^2b^2cac^2b$	$[a^2,b^2c]$
227	a^2b^2ce	a	$(b^2ce)^{-1}$	$a^2b^2ceae^2c^2b$	$[a^2,b^2ce]$
228	$a^2b^2ce^2$	a	$(b^2ce^2)^{-1}$	$a^2b^2ce^2aec^2b$	$[a^2,b^2ce^2]$
229	a^2b^2cd	a	$(b^2cd)^{-1}$	$a^2b^2cdad^2c^2b$	$[a^2,b^2cd]$
230	a^2b^2cde	a	$(b^2cde)^{-1}$	$a^2b^2cdeae^2d^2c^2b$	$[a^2,b^2cde]$
231	$a^2b^2cde^2$	a	$(b^2cde^2)^{-1}$	$a^2b^2cde^2aed^2c^2b$	$[a^2,b^2cde^2]$
232	$a^2b^2cd^2$	a	$(b^2cd^2)^{-1}$	$a^2b^2cd^2adc^2b$	$[a^2,b^2cd^2]$
233	$a^2b^2cd^2e$	a	$(b^2cd^2e)^{-1}$	$a^2b^2cd^2eae^2dc^2b$	$[a^2,b^2cd^2e]$
234	$a^2b^2cd^2e^2$	a	$(b^2cd^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2cd^2e^2aedc^2b$	$[a^2,b^2cd^2e^2]$
235	$a^2b^2c^2$	a	$(b^2c^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2acb$	$[a^2,b^2c^2]$
236	$a^2b^2c^2e$	a	$(b^2c^2e)^{-1}$	$a^2b^2c^2eae^2cb$	$[a^2,b^2c^2e]$
237	$a^2b^2c^2e^2$	a	$(b^2c^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2e^2aecb$	$[a^2,b^2c^2e^2]$
238	$a^2b^2c^2d$	a	$(b^2c^2d)^{-1}$	$a^2b^2c^2dad^2cb$	$[a^2,b^2c^2d]$
239	$a^2b^2c^2de$	a	$(b^2c^2de)^{-1}$	$a^2b^2c^2deae^2d^2cb$	$[a^2,b^2c^2de]$
240	$a^2b^2c^2de^2$	a	$(b^2c^2de^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2de^2aed^2cb$	$[a^2,b^2c^2de^2]$
241	$a^2b^2c^2d^2$	a	$(b^2c^2d^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2adcb$	$[a^2,b^2c^2d^2]$
242	$a^2b^2c^2d^2e$	a	$(b^2c^2d^2e)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2eae^2dcb$	$[a^2,b^2c^2d^2e]$
243	$a^2b^2c^2d^2e^2$	a	$(b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2e^2aedcb$	$[a^2,b^2c^2d^2e^2]$

tablosu elde edilir ve dikkat edilirse en son sütundaki birim hariç tüm elemanlar üreteçtir. Şimdide transversaldeki elemanlar b ile çarpılırsa

Tablo 4.5 : $(H^5_{3,5})$ grubunun üreteçleri -2.

1	I	b	$(b)^{-1}$	I	I
2	e	b	$(be)^{-1}$	ebe^2b^2	$[e,b]$
3	e^2	b	$(be^2)^{-1}$	e^2beb^2	$[e^2,b]$
4	d	b	$(bd)^{-1}$	dbd^2b^2	$[d,b]$
5	de	b	$(bde)^{-1}$	$debe^2d^2b^2$	$[de,b]$
6	de^2	b	$(bde^2)^{-1}$	$de^2bed^2b^2$	$[de^2,b]$
7	d^2	b	$(bd^2)^{-1}$	d^2bdb^2	$[d^2,b]$
8	d^2e	b	$(bd^2e)^{-1}$	$d^2ebe^2db^2$	$[d^2e,b]$
9	d^2e^2	b	$(bd^2e^2)^{-1}$	$d^2e^2bedb^2$	$[d^2e^2,b]$
10	c	b	$(bc)^{-1}$	cbc^2b^2	$[c,b]$

Tablo 4.5 (devam)

11	ce	b	$(bce)^{-1}$	$cebe^2c^2b^2$	[ce,b]
12	ce^2	b	$(bce^2)^{-1}$	$ce^2bec^2b^2$	$[ce^2,b]$
13	c^2	b	$(bc^2)^{-1}$	c^2bcb^2	$[c^2,b]$
14	c^2e	b	$(bc^2e)^{-1}$	$c^2ebe^2cb^2$	$[c^2e,b]$
15	c^2e^2	b	$(bc^2e^2)^{-1}$	$c^2e^2becb^2$	$[c^2e^2,b]$
16	cd	b	$(bcd)^{-1}$	$cdbd^2c^2b^2$	[cd,b]
17	cde	b	$(bcde)^{-1}$	$cdebe^2d^2c^2b^2$	[cde,b]
18	cde^2	b	$(bcde^2)^{-1}$	$cde^2bed^2c^2b^2$	$[cde^2,b]$
19	cd^2	b	$(bcd^2)^{-1}$	$cd^2bdc^2b^2$	$[cd^2,b]$
20	cd^2e	b	$(bcd^2e)^{-1}$	$cd^2ebe^2dc^2b^2$	$[cd^2e,b]$
21	cd^2e^2	b	$(bcd^2e^2)^{-1}$	$cd^2e^2bedc^2b^2$	$[cd^2e^2,b]$
22	c^2d	b	$(bc^2d)^{-1}$	$c^2dbd^2cb^2$	$[c^2d,b]$
23	c^2de	b	$(bc^2de)^{-1}$	$c^2debe^2d^2cb^2$	$[c^2de,b]$
24	c^2de^2	b	$(bc^2de^2)^{-1}$	$c^2de^2bed^2cb^2$	$[c^2de^2,b]$
25	c^2d^2	b	$(bc^2d^2)^{-1}$	$c^2d^2bdcb^2$	$[c^2d^2,b]$
26	c^2d^2e	b	$(bc^2d^2e)^{-1}$	$c^2d^2ebe^2dcb^2$	$[c^2d^2e,b]$
27	$c^2d^2e^2$	b	$(bc^2d^2e^2)^{-1}$	$c^2d^2e^2bedcb^2$	$[c^2d^2e^2,b]$
28	b	b	$(b^2)^{-1}$	I	I
29	be	b	$(b^2e)^{-1}$	$bebe^2b$	$[b,e][e,b^2]$
30	be^2	b	$(b^2e^2)^{-1}$	be^2beb	$[b,e^2][e^2,b^2]$
31	b^2	b	$(I)^{-1}$	I	I
32	b^2e	b	$(e)^{-1}$	b^2ebe^2	$[b^2,e]$
33	b^2e^2	b	$(e^2)^{-1}$	b^2e^2be	$[b^2,e^2]$
34	bd	b	$(b^2d)^{-1}$	$bdbd^2b$	$[b,d][d,b^2]$
35	bde	b	$(b^2de)^{-1}$	$bdebe^2d^2b$	$[b,de][de,b^2]$
36	bde^2	b	$(b^2de^2)^{-1}$	bde^2bed^2b	$[b,de^2][de^2,b^2]$
37	bd^2	b	$(b^2d^2)^{-1}$	bd^2bdb	$[b,d^2][d^2,b^2]$
38	bd^2e	b	$(b^2d^2e)^{-1}$	bd^2ebe^2db	$[b,d^2e][d^2e,b^2]$
39	bd^2e^2	b	$(b^2d^2e^2)^{-1}$	bd^2e^2bedb	$[b,d^2e^2][d^2e^2,b^2]$
40	b^2d	b	$(d)^{-1}$	b^2dbd^2	$[b^2,d]$
41	b^2de	b	$(de)^{-1}$	$b^2debe^2d^2$	$[b^2,de]$
42	b^2de^2	b	$(de^2)^{-1}$	$b^2de^2bed^2$	$[b^2,de^2]$
43	b^2d^2	b	$(d^2)^{-1}$	b^2d^2bd	$[b^2,d^2]$
44	b^2d^2e	b	$(d^2e)^{-1}$	$b^2d^2ebe^2d$	$[b^2,d^2e]$
45	$b^2d^2e^2$	b	$(d^2e^2)^{-1}$	$b^2d^2e^2bed$	$[b^2,d^2e^2]$
46	bc	b	$(b^2c)^{-1}$	$bcbc^2b$	$[b,c][c,b^2]$
47	bce	b	$(b^2ce)^{-1}$	$bcebe^2c^2b$	$[b,ce][ce,b^2]$
48	bce^2	b	$(b^2ce^2)^{-1}$	bce^2bec^2b	$[b,ce^2][ce^2,b^2]$
49	bcd	b	$(b^2cd)^{-1}$	$bcdbd^2c^2b$	$[b,cd][cd,b^2]$
50	bcde	b	$(b^2cde)^{-1}$	$bcdebe^2d^2c^2b$	$[b,cde][cde,b^2]$
51	$bcde^2$	b	$(b^2cde^2)^{-1}$	$bcde^2bed^2c^2b$	$[b,cde^2][cde^2,b^2]$
52	bcd^2	b	$(b^2cd^2)^{-1}$	bcd^2bdc^2b	$[b,cd^2][cd^2,b^2]$
53	bcd^2e	b	$(b^2cd^2e)^{-1}$	$bcd^2ebe^2dc^2b$	$[b,cd^2e][cd^2e,b^2]$
54	bcd^2e^2	b	$(b^2cd^2e^2)^{-1}$	$bcd^2e^2bedc^2b$	$[b,cd^2e^2][cd^2e^2,b^2]$
55	bc^2	b	$(b^2c^2)^{-1}$	bc^2bcb	$[b,c^2][c^2,b^2]$
56	bc^2e	b	$(b^2c^2e)^{-1}$	bc^2ebe^2cb	$[b,c^2e][c^2e,b^2]$

Tablo 4.5 (devam)

57	bc^2e^2	b	$(b^2c^2e^2)^{-1}$	bc^2e^2becb	$[b,c^2e^2][c^2e^2,b^2]$
58	bc^2d	b	$(b^2c^2d)^{-1}$	bc^2dbd^2cb	$[b,c^2d][c^2d,b^2]$
59	bc^2de	b	$(b^2c^2de)^{-1}$	$bc^2debe^2d^2cb$	$[b,c^2de][c^2de,b^2]$
60	bc^2de^2	b	$(b^2c^2de^2)^{-1}$	$bc^2de^2bed^2cb$	$[b,c^2de^2][c^2de^2,b^2]$
61	bc^2d^2	b	$(b^2c^2d^2)^{-1}$	bc^2d^2bdcb	$[b,c^2d^2][c^2d^2,b^2]$
62	bc^2d^2e	b	$(b^2c^2d^2e)^{-1}$	$bc^2d^2ebe^2dcb$	$[b,c^2d^2e][c^2d^2e,b^2]$
63	$bc^2d^2e^2$	b	$(b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$bc^2d^2e^2bedcb$	$[b,c^2d^2e^2][c^2d^2e^2,b^2]$
64	b^2c	b	$(c)^{-1}$	b^2cbc^2	$[b^2,c]$
65	b^2ce	b	$(ce)^{-1}$	$b^2cebe^2c^2$	$[b^2,ce]$
66	b^2ce^2	b	$(ce^2)^{-1}$	$b^2ce^2bec^2$	$[b^2,ce^2]$
67	b^2cd	b	$(cd)^{-1}$	$b^2cdbd^2c^2$	$[b^2,cd]$
68	b^2cde	b	$(cde)^{-1}$	$b^2cdebe^2d^2c^2$	$[b^2,cde]$
69	b^2cde^2	b	$(cde^2)^{-1}$	$b^2cde^2bed^2c^2$	$[b^2,cde^2]$
70	b^2cd^2	b	$(cd^2)^{-1}$	$b^2cd^2bdc^2$	$[b^2,cd^2]$
71	b^2cd^2e	b	$(cd^2e)^{-1}$	$b^2cd^2ebe^2dc^2$	$[b^2,cd^2e]$
72	$b^2cd^2e^2$	b	$(cd^2e^2)^{-1}$	$b^2cd^2e^2bedc^2$	$[b^2,cd^2e^2]$
73	b^2c^2	b	$(c^2)^{-1}$	b^2c^2bc	$[b^2,c^2]$
74	b^2c^2e	b	$(c^2e)^{-1}$	$b^2c^2ebe^2c$	$[b^2,c^2e]$
75	$b^2c^2e^2$	b	$(c^2e^2)^{-1}$	$b^2c^2e^2bec$	$[b^2,c^2e^2]$
76	b^2c^2d	b	$(c^2d)^{-1}$	$b^2c^2dbd^2c$	$[b^2,c^2d]$
77	b^2c^2de	b	$(c^2de)^{-1}$	$b^2c^2debe^2d^2c$	$[b^2,c^2de]$
78	$b^2c^2de^2$	b	$(c^2de^2)^{-1}$	$b^2c^2de^2bed^2c$	$[b^2,c^2de^2]$
79	$b^2c^2d^2$	b	$(c^2d^2)^{-1}$	$b^2c^2d^2bdc$	$[b^2,c^2d^2]$
80	$b^2c^2d^2e$	b	$(c^2d^2e)^{-1}$	$b^2c^2d^2ebe^2dc$	$[b^2,c^2d^2e]$
81	$b^2c^2d^2e^2$	b	$(c^2d^2e^2)^{-1}$	$b^2c^2d^2e^2bedc$	$[b^2,c^2d^2e^2]$
82	a	b	$(ab)^{-1}$	I	I
83	ae	b	$(abe)^{-1}$	$aebe^2b^2a^2$	$[ae,b][b,a]$
84	ae^2	b	$(abe^2)^{-1}$	$ae^2beb^2a^2$	$[ae^2,b][b,a]$
85	ad	b	$(abd)^{-1}$	$adbd^2b^2a^2$	$[ad,b][b,a]$
86	ade	b	$(abde)^{-1}$	$adebe^2d^2b^2a^2$	$[ade,b][b,a]$
87	ade^2	b	$(abde^2)^{-1}$	$ade^2bed^2b^2a^2$	$[ade^2,b][b,a]$
88	ad^2	b	$(abd^2)^{-1}$	$ad^2bdb^2a^2$	$[ad^2,b][b,a]$
89	ad^2e	b	$(abd^2e)^{-1}$	$ad^2ebe^2db^2a^2$	$[ad^2e,b][b,a]$
90	ad^2e^2	b	$(abd^2e^2)^{-1}$	$ad^2e^2bedb^2a^2$	$[ad^2e^2,b][b,a]$
91	ac	b	$(abc)^{-1}$	$acbc^2b^2a^2$	$[ac,b][b,a]$
92	ace	b	$(abce)^{-1}$	$acebe^2c^2b^2a^2$	$[ace,b][b,a]$
93	ace^2	b	$(abce^2)^{-1}$	$ace^2bec^2b^2a^2$	$[ace^2,b][b,a]$
94	acd	b	$(abcd)^{-1}$	$acdbd^2c^2b^2a^2$	$[acd,b][b,a]$
95	acde	b	$(abcde)^{-1}$	$acdebe^2d^2c^2b^2a^2$	$[acde,b][b,a]$
96	$acde^2$	b	$(abcde^2)^{-1}$	$acde^2bed^2c^2b^2a^2$	$[acde^2,b][b,a]$
97	acd^2	b	$(abcd^2)^{-1}$	$acd^2bdc^2b^2a^2$	$[acd^2,b][b,a]$
98	acd^2e	b	$(abcd^2e)^{-1}$	$acd^2ebe^2dc^2b^2a^2$	$[acd^2e,b][b,a]$
99	acd^2e^2	b	$(abcd^2e^2)^{-1}$	$acd^2e^2bedc^2b^2a^2$	$[acd^2e^2,b][b,a]$
100	ac^2	b	$(abc^2)^{-1}$	$ac^2bcb^2a^2$	$[ac^2,b][b,a]$
101	ac^2e	b	$(abc^2e)^{-1}$	$ac^2ebe^2cb^2a^2$	$[ac^2e,b][b,a]$
102	ac^2e^2	b	$(abc^2e^2)^{-1}$	$ac^2e^2becb^2a^2$	$[ac^2e^2,b][b,a]$

Tablo 4.5 (devam)

103	ac^2d	b	$(abc^2d)^{-1}$	$ac^2dbd^2cb^2a^2$	$[ac^2d,b][b,a]$
104	ac^2de	b	$(abc^2de)^{-1}$	$ac^2debe^2d^2cb^2a^2$	$[ac^2de,b][b,a]$
105	ac^2de^2	b	$(abc^2de^2)^{-1}$	$ac^2de^2bed^2cb^2a^2$	$[ac^2de^2,b][b,a]$
106	ac^2d^2	b	$(abc^2d^2)^{-1}$	$ac^2d^2bdcb^2a^2$	$[ac^2d^2,b][b,a]$
107	ac^2d^2e	b	$(abc^2d^2e)^{-1}$	$ac^2d^2ebe^2dcb^2a^2$	$[ac^2d^2e,b][b,a]$
108	$ac^2d^2e^2$	b	$(abc^2d^2e^2)^{-1}$	$ac^2d^2e^2bedcb^2a^2$	$[ac^2d^2e^2,b]\ [b,a]$
109	ab	b	$(ab^2)^{-1}$	I	I
110	abe	b	$(ab^2e)^{-1}$	$abebe^2ba$	$[ab,e][e,ab^2]$
111	abe^2	b	$(ab^2e^2)^{-1}$	abe^2beba^2	$[ab,e^2][e^2,ab^2]$
112	abd	b	$(ab^2d)^{-1}$	$abdbd^2ba^2$	$[ab,d][d,ab^2]$
113	abde	b	$(ab^2de)^{-1}$	$abdebe^2d^2ba^2$	$[ab,de][de,ab^2]$
114	$abde^2$	b	$(ab^2de^2)^{-1}$	$abde^2bed^2ba^2$	$[ab,de^2][de^2,ab^2]$
115	abd^2	b	$(ab^2d^2)^{-1}$	abd^2bdba^2	$[ab,d^2][d^2,ab^2]$
116	abd^2e	b	$(ab^2d^2e)^{-1}$	$abd^2ebe^2dba^2$	$[ab,d^2e][d^2e,ab^2]$
117	abd^2e^2	b	$(ab^2d^2e^2)^{-1}$	$abd^2e^2bedba^2$	$[ab,d^2e^2][d^2e^2,ab^2]$
118	abc	b	$(ab^2c)^{-1}$	$abcbc^2ba^2$	$[ab,c][c,ab^2]$
119	abce	b	$(ab^2ce)^{-1}$	$abcebe^2c^2ba^2$	$[ab,ce][ce,ab^2]$
120	$abce^2$	b	$(ab^2ce^2)^{-1}$	$abce^2bec^2ba^2$	$[ab,ce^2][ce^2,ab^2]$
121	abcd	b	$(ab^2cd)^{-1}$	$abcdbd^2c^2ba^2$	$[ab,cd][cd,ab^2]$
122	abcde	b	$(ab^2cde)^{-1}$	$abcdebe^2d^2c^2ba^2$	$[ab,cde][cde,ab^2]$
123	$abcde^2$	b	$(ab^2cde^2)^{-1}$	$abcde^2bed^2c^2ba^2$	$[ab,cde^2][cde^2,ab^2]$
124	$abcd^2$	b	$(ab^2cd^2)^{-1}$	$abcd^2bdc^2ba^2$	$[ab,cd^2][cd^2,ab^2]$
125	$abcd^2e$	b	$(ab^2cd^2e)^{-1}$	$abcd^2ebe^2dc^2ba^2$	$[ab,cd^2e][cd^2e,ab^2]$
126	$abcd^2e^2$	b	$(ab^2cd^2e^2)^{-1}$	$abcd^2e^2bedc^2ba^2$	$[ab,cd^2e^2][cd^2e^2,ab^2]$
127	abc^2	b	$(ab^2c^2)^{-1}$	abc^2bcba^2	$[ab,c^2][c^2,ab^2]$
128	abc^2e	b	$(ab^2c^2e)^{-1}$	$abc^2ebe^2cba^2$	$[ab,c^2e][c^2e,ab^2]$
129	abc^2e^2	b	$(ab^2c^2e^2)^{-1}$	$abc^2e^2becba^2$	$[ab,c^2e^2][c^2e^2,ab^2]$
130	abc^2d	b	$(ab^2c^2d)^{-1}$	$abc^2dbd^2cba^2$	$[ab,c^2d][c^2d,ab^2]$
131	abc^2de	b	$(ab^2c^2de)^{-1}$	$abc^2debe^2d^2cba^2$	$[ab,c^2de][c^2de,ab^2]$
132	abc^2de^2	b	$(ab^2c^2de^2)^{-1}$	$abc^2de^2bed^2cba^2$	$[ab,c^2de^2][c^2de^2,ab^2]$
133	abc^2d^2	b	$(ab^2c^2d^2)^{-1}$	$abc^2d^2bdcba^2$	$[ab,c^2d^2][c^2d^2,ab^2]$
134	abc^2d^2e	b	$(ab^2c^2d^2e)^{-1}$	$abc^2d^2ebe^2dcba^2$	$[ab,c^2d^2e][c^2d^2e,ab^2]$
135	$abc^2d^2e^2$	b	$(ab^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$abc^2d^2e^2bedcba^2$	$[ab,c^2d^2e^2][c^2d^2e^2,ab^2]$
136	ab^2	b	$(a)^{-1}$	I	I
137	ab^2e	b	$(ae)^{-1}$	$ab^2ebe^2a^2$	$[ab^2,e][e,a]$
138	ab^2e^2	b	$(ae^2)^{-1}$	$ab^2e^2bea^2$	$[ab^2,e^2][e^2,a]$
139	ab^2d	b	$(ad)^{-1}$	$ab^2dbd^2a^2$	$[ab^2,d][d,a]$
140	ab^2de	b	$(ade)^{-1}$	$ab^2debe^2d^2a^2$	$[ab^2,de][de,a]$
141	ab^2de^2	b	$(ade^2)^{-1}$	$ab^2de^2bed^2a^2$	$[ab^2,de^2][de^2,a]$
142	ab^2d^2	b	$(ad^2)^{-1}$	$ab^2d^2bda^2$	$[ab^2,d^2][d^2,a]$
143	ab^2d^2e	b	$(ad^2e)^{-1}$	$ab^2d^2ebe^2da^2$	$[ab^2,d^2e][d^2e,a]$
144	$ab^2d^2e^2$	b	$(ad^2e^2)^{-1}$	$ab^2d^2e^2beda^2$	$[ab^2,d^2e^2][d^2e^2,a]$
145	ab^2c	b	$(ac)^{-1}$	$ab^2cbc^2a^2$	$[ab^2,c][c,a]$
146	ab^2ce	b	$(ace)^{-1}$	$ab^2cebe^2c^2a^2$	$[ab^2,ce][ce,a]$
147	ab^2ce^2	b	$(ace^2)^{-1}$	$ab^2ce^2bec^2a^2$	$[ab^2,ce^2][ce^2,a]$
148	ab^2cd	b	$(acd)^{-1}$	$ab^2cdbd^2c^2a^2$	$[ab^2,cd][cd,a]$

Tablo 4.5 (devam)

149	ab^2cde	b	$(acde)^{-1}$	$ab^2cdebe^2d^2c^2a^2$	$[ab^2,cde][cde,a]$
150	ab^2cde^2	b	$(acde^2)^{-1}$	$ab^2cde^2bed^2c^2a^2$	$[ab^2,cde^2][cde^2,a]$
151	ab^2cd^2	b	$(acd^2)^{-1}$	$ab^2cd^2bdc^2a^2$	$[ab^2,cd^2][cd^2,a]$
152	ab^2cd^2e	b	$(acd^2e)^{-1}$	$ab^2cd^2ebe^2dc^2a^2$	$[ab^2,cd^2e][cd^2e,a]$
153	$ab^2cd^2e^2$	b	$(acd^2e^2)^{-1}$	$ab^2cd^2e^2bedc^2a^2$	$[ab^2,cd^2e^2][cd^2e^2,a]$
154	ab^2c^2	b	$(ac^2)^{-1}$	$ab^2c^2bca^2$	$[ab^2,c^2][c^2,a]$
155	ab^2c^2e	b	$(ac^2e)^{-1}$	$ab^2c^2ebe^2ca^2$	$[ab^2,c^2e][c^2e,a]$
156	$ab^2c^2e^2$	b	$(ac^2e^2)^{-1}$	$ab^2c^2e^2beca^2$	$[ab^2,c^2e^2][c^2e^2,a]$
157	ab^2c^2d	b	$(ac^2d)^{-1}$	$ab^2c^2dbd^2ca^2$	$[ab^2,c^2d][c^2d,a]$
158	ab^2c^2de	b	$(ac^2de)^{-1}$	$ab^2c^2debe^2d^2ca^2$	$[ab^2,c^2de][c^2de,a]$
159	$ab^2c^2de^2$	b	$(ac^2de^2)^{-1}$	$ab^2c^2de^2bed^2ca^2$	$[ab^2,c^2de^2][c^2de^2,a]$
160	$ab^2c^2d^2$	b	$(ac^2d^2)^{-1}$	$ab^2c^2d^2bdca^2$	$[ab^2,c^2d^2][c^2d^2,a]$
161	$ab^2c^2d^2e$	b	$(ac^2d^2e)^{-1}$	$ab^2c^2d^2ebe^2dca^2$	$[ab^2,c^2d^2e][c^2d^2e,a]$
162	$ab^2c^2d^2e^2$	b	$(ac^2d^2e^2)^{-1}$	$ab^2c^2d^2e^2bedca^2$	$[ab^2,c^2d^2e^2][c^2d^2e^2,a]$
163	a^2	b	$(a^2b)^{-1}$	I	I
164	a^2e	b	$(a^2be)^{-1}$	$a^2ebe^2b^2a$	$[a^2e,b][b,a^2]$
165	a^2e^2	b	$(a^2be^2)^{-1}$	$a^2e^2beb^2a$	$[a^2e^2,b][b,a^2]$
166	a^2d	b	$(a^2bd)^{-1}$	$a^2dbd^2b^2a$	$[a^2d,b][b,a^2]$
167	a^2de	b	$(a^2bde)^{-1}$	$a^2debe^2d^2b^2a$	$[a^2de,b][b,a^2]$
168	a^2de^2	b	$(a^2bde^2)^{-1}$	$a^2de^2bed^2b^2a$	$[a^2de^2,b][b,a^2]$
169	a^2d^2	b	$(a^2bd^2)^{-1}$	$a^2d^2bdb^2a$	$[a^2d^2,b][b,a^2]$
170	a^2d^2e	b	$(a^2bd^2e)^{-1}$	$a^2d^2ebe^2db^2a$	$[a^2d^2e,b][b,a^2]$
171	$a^2d^2e^2$	b	$(a^2bd^2e^2)^{-1}$	$a^2d^2e^2bedb^2a$	$[a^2d^2e^2,b][b,a^2]$
172	a^2c	b	$(a^2bc)^{-1}$	$a^2cbc^2b^2a$	$[a^2c,b][b,a^2]$
173	a^2ce	b	$(a^2bce)^{-1}$	$a^2cebe^2c^2b^2a$	$[a^2ce,b][b,a^2]$
174	a^2ce^2	b	$(a^2bce^2)^{-1}$	$a^2ce^2bec^2b^2a$	$[a^2ce^2,b][b,a^2]$
175	a^2cd	b	$(a^2bcd)^{-1}$	$a^2cdbd^2c^2b^2a$	$[a^2cd,b][b,a^2]$
176	a^2cde	b	$(a^2bcde)^{-1}$	$a^2cdebed^2c^2b^2a$	$[a^2cde,b,b][b,a^2]$
177	a^2cde^2	b	$(a^2bcde^2)^{-1}$	$a^2cde^2bed^2c^2b^2a$	$[a^2cde^2,b][b,a^2]$
178	a^2cd^2	b	$(a^2bcd^2)^{-1}$	$a^2cd^2bdc^2b^2a$	$[a^2cd^2,b][b,a^2]$
179	a^2cd^2e	b	$(a^2bcd^2e)^{-1}$	$a^2cd^2ebe^2dc^2b^2a$	$[a^2cd^2e,b][b,a^2]$
180	$a^2cd^2e^2$	b	$(a^2bcd^2e^2)^{-1}$	$a^2cd^2e^2bedc^2b^2a$	$[a^2cd^2e^2,b][b,a^2]$
181	a^2c^2	b	$(a^2bc^2)^{-1}$	$a^2c^2bcb^2a$	$[a^2c^2,b][b,a^2]$
182	a^2c^2e	b	$(a^2bc^2e)^{-1}$	$a^2c^2ebe^2cb^2a$	$[a^2c^2e,b][b,a^2]$
183	$a^2c^2e^2$	b	$(a^2bc^2e^2)^{-1}$	$a^2c^2e^2becb^2a$	$[a^2c^2e^2,b][b,a^2]$
184	a^2c^2d	b	$(a^2bc^2d)^{-1}$	$a^2c^2dbd^2cb^2a$	$[a^2c^2d,b][b,a^2]$
185	a^2c^2de	b	$(a^2bc^2de)^{-1}$	$a^2c^2debe^2d^2cb^2a$	$[a^2c^2de,b][b,a^2]$
186	$a^2c^2de^2$	b	$(a^2bc^2de^2)^{-1}$	$a^2c^2de^2bed^2cb^2a$	$[a^2c^2de^2,b][b,a^2]$
187	$a^2c^2d^2$	b	$(a^2bc^2d^2)^{-1}$	$a^2c^2d^2bdcb^2a$	$[a^2c^2d^2,b][b,a^2]$
188	$a^2c^2d^2e$	b	$(a^2bc^2d^2e)^{-1}$	$a^2c^2d^2ebe^2dcb^2a$	$[a^2c^2d^2e,b][b,a^2]$
189	$a^2c^2d^2e^2$	b	$(a^2bc^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2c^2d^2e^2bedcb^2a$	$[a^2c^2d^2e^2,b][b,a^2]$
190	a^2b	b	$(a^2b^2)^{-1}$	I	I
191	a^2be	b	$(a^2b^2e)^{-1}$	a^2bebe^2ba	$[a^2b,e][e,a^2b^2]$
192	a^2be^2	b	$(a^2b^2e^2)^{-1}$	a^2be^2beba	$[a^2b,e^2]\ [e^2,a^2b^2]$
193	a^2bd	b	$(a^2b^2d)^{-1}$	a^2bdbd^2ba	$[a^2b,d]\ [d,a^2b^2]$
194	a^2bde	b	$(a^2b^2de)^{-1}$	$a^2bdebe^2d^2ba$	$[a^2b,de]\ [de,a^2b^2]$

Tablo 4.5 (devam)

195	a^2bde^2	b	$(a^2b^2de^2)^{-1}$	$a^2bde^2bed^2ba$	$[a^2b,de^2]\ [de^2,a^2b^2]$
196	a^2bd^2	b	$(a^2b^2d^2)^{-1}$	a^2bd^2bdba	$[a^2b,d^2]\ [d^2,a^2b^2]$
197	a^2bd^2e	b	$(a^2b^2d^2e)^{-1}$	$a^2bd^2ebe^2dba$	$[a^2b,d^2e]\ [d^2e,a^2b^2]$
198	$a^2bd^2e^2$	b	$(a^2b^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2bd^2e^2bedba$	$[a^2b,d^2e^2]\ [d^2e^2,a^2b^2]$
199	a^2bc	b	$(a^2b^2c)^{-1}$	a^2bcbc^2ba	$[a^2b,c]\ [c,a^2b^2]$
200	a^2bce	b	$(a^2b^2ce)^{-1}$	$a^2bcebe^2c^2ba$	$[a^2b,ce]\ [ce,a^2b^2]$
201	a^2bce^2	b	$(a^2b^2ce^2)^{-1}$	$a^2bce^2bec^2ba$	$[a^2b,ce^2]\ [ce^2,a^2b^2]$
202	a^2bcd	b	$(a^2b^2cd)^{-1}$	$a^2bcdbd^2c^2ba$	$[a^2b,cd]\ [cd,a^2b^2]$
203	a^2bcde	b	$(a^2b^2cde)^{-1}$	$a^2bcdebe^2d^2c^2ba$	$[a^2b,cde]\ [cde,a^2b^2]$
204	a^2bcde^2	b	$(a^2b^2cde^2)^{-1}$	$a^2bcde^2bed^2c^2ba$	$[a^2b,cde^2]\ [cde^2,a^2b^2]$
205	a^2bcd^2	b	$(a^2b^2cd^2)^{-1}$	$a^2bcd^2bdc^2ba$	$[a^2b,cd^2]\ [cd^2,a^2b^2]$
206	a^2bcd^2e	b	$(a^2b^2cd^2e)^{-1}$	$a^2bcd^2ebe^2dc^2ba$	$[a^2b,cd^2e]\ [cd^2e,a^2b^2]$
207	$a^2bcd^2e^2$	b	$(a^2b^2cd^2e^2)^{-1}$	$a^2bcd^2e^2bedc^2ba$	$[a^2b,cd^2e^2]\ [cd^2e^2,a^2b^2]$
208	a^2bc^2	b	$(a^2b^2c^2)^{-1}$	a^2bc^2bcba	$[a^2b,c^2]\ [c^2,a^2b^2]$
209	a^2bc^2e	b	$(a^2b^2c^2e)^{-1}$	$a^2bc^2ebe^2cba$	$[a^2b,c^2e]\ [c^2e,a^2b^2]$
210	$a^2bc^2e^2$	b	$(a^2b^2c^2e^2)^{-1}$	$a^2bc^2e^2becba$	$[a^2b,c^2e^2]\ [c^2e^2,a^2b^2]$
211	a^2bc^2d	b	$(a^2b^2c^2d)^{-1}$	$a^2bc^2dbd^2cba$	$[a^2b,c^2d]\ [c^2d,a^2b^2]$
212	a^2bc^2de	b	$(a^2b^2c^2de)^{-1}$	$a^2bc^2debe^2d^2cba$	$[a^2b,c^2de]\ [c^2de,a^2b^2]$
213	$a^2bc^2de^2$	b	$(a^2b^2c^2de^2)^{-1}$	$a^2bc^2de^2bed^2cba$	$[a^2b,c^2de^2]\ [c^2de^2,a^2b^2]$
214	$a^2bc^2d^2$	b	$(a^2b^2c^2d^2)^{-1}$	$a^2bc^2d^2bdcb^2a$	$[a^2b,c^2d^2]\ [c^2d^2,a^2b^2]$
215	$a^2bc^2d^2e$	b	$(a^2b^2c^2d^2e)^{-1}$	$a^2bc^2d^2ebe^2dcba$	$[a^2b,c^2d^2e]\ [c^2d^2e,a^2b^2]$
216	$a^2bc^2d^2e^2$	b	$(a^2b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2bc^2d^2e^2bedcba$	$[a^2b,c^2d^2e^2][c^2d^2e^2,a^2b^2]$
217	a^2b^2	b	$(a^2)^{-1}$	I	I
218	a^2b^2e	b	$(a^2e)^{-1}$	$a^2b^2ebe^2a$	$[a^2b^2,e][e,a^2]$
219	$a^2b^2e^2$	b	$(a^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2e^2bea$	$[a^2b^2,e^2]\ [e^2,a^2]$
220	a^2b^2d	b	$(a^2d)^{-1}$	$a^2b^2dbd^2a$	$[a^2b^2,d]\ [d,a^2]$
221	a^2b^2de	b	$(a^2de)^{-1}$	$a^2b^2debe^2d^2a$	$[a^2b^2,de]\ [de,a^2]$
222	$a^2b^2de^2$	b	$(a^2de^2)^{-1}$	$a^2b^2de^2bed^2a$	$[a^2b^2,de^2]\ [de^2,a^2]$
223	$a^2b^2d^2$	b	$(a^2d^2)^{-1}$	$a^2b^2d^2bda$	$[a^2b^2,d^2]\ [d^2,a^2]$
224	$a^2b^2d^2e$	b	$(a^2d^2e)^{-1}$	$a^2b^2d^2ebe^2da$	$[a^2b^2,d^2e]\ [d^2e,a^2]$
225	$a^2b^2d^2e^2$	b	$(a^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2d^2e^2beda$	$[a^2b^2,d^2e^2]\ [d^2e^2,a^2]$
226	a^2b^2c	b	$(a^2c)^{-1}$	$a^2b^2cbc^2a$	$[a^2b^2,c]\ [c,a^2]$
227	a^2b^2ce	b	$(a^2ce)^{-1}$	$a^2b^2cebe^2c^2a$	$[a^2b^2,ce]\ [ce,a^2]$
228	$a^2b^2ce^2$	b	$(a^2ce^2)^{-1}$	$a^2b^2ce^2bec^2a$	$[a^2b^2,ce^2]\ [ce^2,a^2]$
229	a^2b^2cd	b	$(a^2cd)^{-1}$	$a^2b^2cdbd^2c^2a$	$[a^2b^2,cd]\ [cd,a^2]$
230	a^2b^2cde	b	$(a^2cde)^{-1}$	$a^2b^2cdebe^2d^2c^2a$	$[a^2b^2,cde]\ [cde,a^2]$
231	$a^2b^2cde^2$	b	$(a^2cde^2)^{-1}$	$a^2b^2cde^2bed^2c^2a$	$[a^2b^2,cde^2]\ [cde^2,a^2]$
232	$a^2b^2cd^2$	b	$(a^2cd^2)^{-1}$	$a^2b^2cd^2bdc^2a$	$[a^2b^2,cd^2]\ [cd^2,a^2]$
233	$a^2b^2cd^2e$	b	$(a^2cd^2e)^{-1}$	$a^2b^2cd^2ebe^2dc^2a$	$[a^2b^2,cd^2e]\ [cd^2e,a^2]$
234	$a^2b^2cd^2e^2$	b	$(a^2cd^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2cd^2e^2bedc^2a$	$[a^2b^2,cd^2e^2]\ [cd^2e^2,a^2]$
235	$a^2b^2c^2$	b	$(a^2c^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2bca$	$[a^2b^2,c^2]\ [c^2,a^2]$
236	$a^2b^2c^2e$	b	$(a^2c^2e)^{-1}$	$a^2b^2c^2ebe^2ca$	$[a^2b^2,c^2e]\ [c^2e,a^2]$
237	$a^2b^2c^2e^2$	b	$(a^2c^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2e^2beca$	$[a^2b^2,c^2e^2]\ [c^2e^2,a^2]$
238	$a^2b^2c^2d$	b	$(a^2c^2d)^{-1}$	$a^2b^2c^2dbd^2ca$	$[a^2b^2,c^2d]\ [c^2d,a^2]$
239	$a^2b^2c^2de$	b	$(a^2c^2de)^{-1}$	$a^2b^2c^2debe^2d^2ca$	$[a^2b^2,c^2de]\ [c^2de,a^2]$
240	$a^2b^2c^2de^2$	b	$(a^2c^2de^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2de^2bed^2ca$	$[a^2b^2,c^2de^2]\ [c^2de^2,a^2]$

Tablo 4.5 (devam)

241	$a^2b^2c^2d^2$	b	$(a^2c^2d^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2bdca$	$[a^2b^2,c^2d^2]\,[c^2d^2,a^2]$
242	$a^2b^2c^2d^2e$	b	$(a^2c^2d^2e)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2ebe^2dca$	$[a^2b^2,c^2d^2e]\,[c^2d^2e,a^2]$
243	$a^2b^2c^2d^2e^2$	b	$(a^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2e^2bedca$	$[a^2b^2,c^2d^2e^2]\,[c^2d^2e^2,a^2]$

tablosu elde edilir. Şimdide tranversaldeki elemanlar c ile çarpılırsa

Tablo 4.6: $(H^5_{3,5})'$ grubunun üreteçleri-3.

1	I	c	$(c)^{-1}$	I	I
2	e	c	$(ce)^{-1}$	ece^2c^2	$[e,c]$
3	e^2	c	$(ce^2)^{-1}$	e^2cec^2	$[e^2,c]$
4	d	c	$(cd)^{-1}$	dcd^2c^2	$[d,c]$
5	de	c	$(cde)^{-1}$	$dece^2d^2c^2$	$[de,c]$
6	de^2	c	$(cde^2)^{-1}$	$de^2ced^2c^2$	$[de^2,c]$
7	d^2	c	$(cd^2)^{-1}$	d^2cdc^2	$[d^2,c]$
8	d^2e	c	$(cd^2e)^{-1}$	$d^2ece^2dc^2$	$[d^2e,c]$
9	d^2e^2	c	$(cd^2e^2)^{-1}$	$d^2e^2cedc^2$	$[d^2e^2,c]$
10	c	c	$(c^2)^{-1}$	I	I
11	ce	c	$(c^2e)^{-1}$	$cece^2c$	$[c,e][e,c^2]$
12	ce^2	c	$(c^2e^2)^{-1}$	ce^2cec	$[c,e^2][e^2,c^2]$
13	c^2	c	$(I)^{-1}$	I	I
14	c^2e	c	$(e)^{-1}$	c^2ece^2	$[c^2,e]$
15	c^2e^2	c	$(e^2)^{-1}$	c^2e^2ce	$[c^2,e^2]$
16	cd	c	$(c^2d)^{-1}$	$cdcd^2c$	$[c,d][d,c^2]$
17	cde	c	$(c^2de)^{-1}$	$cdece^2d^2c$	$[c,de][de,c^2]$
18	cde^2	c	$(c^2de^2)^{-1}$	cde^2ced^2c	$[c,de^2][de^2,c^2]$
19	cd^2	c	$(c^2d^2)^{-1}$	cd^2cdc	$[c,d^2][d^2,c^2]$
20	cd^2e	c	$(c^2d^2e)^{-1}$	cd^2ece^2dc	$[c,d^2e][d^2e,c^2]$
21	cd^2e^2	c	$(c^2d^2e^2)^{-1}$	cd^2e^2cedc	$[c,d^2e^2][d^2e^2,c^2]$
22	c^2d	c	$(d)^{-1}$	c^2dcd^2	$[c^2,d]$
23	c^2de	c	$(de)^{-1}$	$c^2dece^2d^2$	$[c^2,de]$
24	c^2de^2	c	$(de^2)^{-1}$	$c^2de^2ced^2$	$[c^2,de^2]$
25	c^2d^2	c	$(d^2)^{-1}$	c^2d^2cd	$[c^2,d^2]$
26	c^2d^2e	c	$(d^2e)^{-1}$	$c^2d^2ece^2d$	$[c^2,d^2e]$
27	$c^2d^2e^2$	c	$(d^2e^2)^{-1}$	$c^2d^2e^2ced$	$[c^2,d^2e^2]$
28	b	c	$(bc)^{-1}$	I	I
29	be	c	$(bce)^{-1}$	$bece^2c^2b^2$	$[be,c][c,b]$
30	be^2	c	$(bce^2)^{-1}$	$be^2cec^2b^2$	$[be^2,c][c,b]$
31	b^2	c	$(b^2c)^{-1}$	I	I
32	b^2e	c	$(b^2ce)^{-1}$	$b^2ece^2c^2b$	$[b^2e,c][c,b^2]$
33	b^2e^2	c	$(b^2ce^2)^{-1}$	$b^2e^2cec^2b$	$[b^2e^2,c][c,b^2]$
34	bd	c	$(bcd)^{-1}$	$bdcd^2c^2b^2$	$[bd,c][c,b]$
35	bde	c	$(bcde)^{-1}$	$bdece^2d^2c^2b^2$	$[bde,c][c,b]$
36	bde^2	c	$(bcde^2)^{-1}$	$bde^2ced^2c^2b^2$	$[bde^2,c][c,b]$

Tablo 4.6 (devam)

37	bd^2	c	$(bcd^2)^{-1}$	$bd^2cdc^2b^2$	$[bd^2,c][c,b]$
38	bd^2e	c	$(bcd^2e)^{-1}$	$bd^2ece^2dc^2b^2$	$[bd^2e,c][c,b]$
39	bd^2e^2	c	$(bcd^2e^2)^{-1}$	$bd^2e^2cedc^2b^2$	$[bd^2e^2,c][c,b]$
40	b^2d	c	$(b^2cd)^{-1}$	$b^2dcd^2c^2b$	$[b^2d,c][c,b^2]$
41	b^2de	c	$(b^2cde)^{-1}$	$b^2dece^2d^2c^2b$	$[b^2de,c][c,b^2]$
42	b^2de^2	c	$(b^2cde^2)^{-1}$	$b^2de^2ced^2c^2b$	$[b^2de^2,c][c,b^2]$
43	b^2d^2	c	$(b^2cd^2)^{-1}$	$b^2d^2cdc^2b$	$[b^2d^2,c][c,b^2]$
44	b^2d^2e	c	$(b^2cd^2e)^{-1}$	$b^2d^2ece^2dc^2b$	$[b^2d^2e,c][c,b^2]$
45	$b^2d^2e^2$	c	$(b^2cd^2e^2)^{-1}$	$b^2d^2e^2cedc^2b$	$[b^2d^2e^2,c][c,b^2]$
46	bc	c	$(bc^2)^{-1}$	I	I
47	bce	c	$(bc^2e)^{-1}$	$bcece^2cb^2$	$[bc,e][e,bc^2]$
48	bce^2	c	$(bc^2e^2)^{-1}$	bce^2cecb^2	$[bc,e^2][e^2,bc^2]$
49	bcd	c	$(bc^2d)^{-1}$	$bcdcd^2cb^2$	$[bc,d][d,bc^2]$
50	bcde	c	$(bc^2de)^{-1}$	$bcdece^2d^2cb^2$	$[bc,de][de,bc^2]$
51	$bcde^2$	c	$(bc^2de^2)^{-1}$	$bcde^2ced^2cb^2$	$[bc,de^2][de^2,bc^2]$
52	bcd^2	c	$(bc^2d^2)^{-1}$	bcd^2cdcb^2	$[bc,d^2][d^2,bc^2]$
53	bcd^2e	c	$(bc^2d^2e)^{-1}$	$bcd^2ece^2dcb^2$	$[bc,d^2e][d^2e,bc^2]$
54	bcd^2e^2	c	$(bc^2d^2e^2)^{-1}$	$bcd^2e^2cedcb^2$	$[bc,d^2e^2][d^2e^2,bc^2]$
55	bc^2	c	$(b)^{-1}$	I	I
56	bc^2e	c	$(be)^{-1}$	$bc^2ece^2b^2$	$[bc^2,e][e,b]$
57	bc^2e^2	c	$(be^2)^{-1}$	$bc^2e^2ceb^2$	$[bc^2,e^2][e^2,b]$
58	bc^2d	c	$(bd)^{-1}$	$bc^2dcd^2b^2$	$[bc^2,d][d,b]$
59	bc^2de	c	$(bde)^{-1}$	$bc^2dece^2d^2b^2$	$[bc^2,de][de,b]$
60	bc^2de^2	c	$(bde^2)^{-1}$	$bc^2de^2ced^2b^2$	$[bc^2,de^2][de^2,b]$
61	bc^2d^2	c	$(bd^2)^{-1}$	$bc^2d^2cdb^2$	$[bc^2,d^2][d^2,b]$
62	bc^2d^2e	c	$(bd^2e)^{-1}$	$bc^2d^2ece^2db^2$	$[bc^2,d^2e][d^2e,b]$
63	$bc^2d^2e^2$	c	$(bd^2e^2)^{-1}$	$bc^2d^2e^2cedb^2$	$[bc^2,d^2e^2][d^2e^2,b]$
64	b^2c	c	$(b^2c^2)^{-1}$	I	I
65	b^2ce	c	$(b^2c^2e)^{-1}$	b^2cece^2cb	$[b^2c,e][e,b^2c^2]$
66	b^2ce^2	c	$(b^2c^2e^2)^{-1}$	b^2ce^2cecb	$[b^2c,e^2][e^2,b^2c^2]$
67	b^2cd	c	$(b^2c^2d)^{-1}$	b^2cdcd^2cb	$[b^2c,d][d,b^2c^2]$
68	b^2cde	c	$(b^2c^2de)^{-1}$	$b^2cdece^2d^2cb$	$[b^2c,de][de,b^2c^2]$
69	b^2cde^2	c	$(b^2c^2de^2)^{-1}$	$b^2cde^2ced^2cb$	$[b^2c,de^2][de^2,b^2c^2]$
70	b^2cd^2	c	$(b^2c^2d^2)^{-1}$	b^2cd^2cdcb	$[b^2c,d^2][d^2,b^2c^2]$
71	b^2cd^2e	c	$(b^2c^2d^2e)^{-1}$	$b^2cd^2ece^2dcb$	$[b^2c,d^2e][d^2e,b^2c^2]$
72	$b^2cd^2e^2$	c	$(b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$b^2cd^2e^2cedcb$	$[b^2c,d^2e^2][d^2e^2,b^2c^2]$
73	b^2c^2	c	$(b^2)^{-1}$	I	I
74	b^2c^2e	c	$(b^2e)^{-1}$	$b^2c^2ece^2b$	$[b^2c^2,e][e,b^2]$
75	$b^2c^2e^2$	c	$(b^2e^2)^{-1}$	$b^2c^2e^2ceb$	$[b^2c^2,e^2][e^2,b^2]$
76	b^2c^2d	c	$(b^2d)^{-1}$	$b^2c^2dcd^2b$	$[b^2c^2,d][d,b^2]$
77	b^2c^2de	c	$(b^2de)^{-1}$	$b^2c^2dece^2d^2b$	$[b^2c^2,de][de,b^2]$
78	$b^2c^2de^2$	c	$(b^2de^2)^{-1}$	$b^2c^2de^2ced^2b$	$[b^2c^2,de^2][de^2,b^2]$
79	$b^2c^2d^2$	c	$(b^2d^2)^{-1}$	$b^2c^2d^2cdb$	$[b^2c^2,d^2][d^2,b^2]$
80	$b^2c^2d^2e$	c	$(b^2d^2e)^{-1}$	$b^2c^2d^2ece^2db$	$[b^2c^2,d^2e][d^2e,b^2]$
81	$b^2c^2d^2e^2$	c	$(b^2d^2e^2)^{-1}$	$b^2c^2d^2e^2cedb$	$[b^2c^2,d^2e^2][d^2e^2,b^2]$
82	a	c	$(ac)^{-1}$	I	I

Tablo 4.6 (devam)

83	ae	c	$(ace)^{-1}$	$aece^2c^2a^2$	[ae,c][c,a]
84	ae^2	c	$(ace^2)^{-1}$	$ae^2cec^2a^2$	$[ae^2,c][c,a]$
85	ad	c	$(acd)^{-1}$	$adcd^2c^2a^2$	[ad,c][c,a]
86	ade	c	$(acde)^{-1}$	$adece^2d^2c^2a^2$	[ade,c][c,a]
87	ade^2	c	$(acde^2)^{-1}$	$ade^2ced^2c^2a^2$	$[ade^2,c][c,a]$
88	ad^2	c	$(acd^2)^{-1}$	$ad^2cdc^2a^2$	$[ad^2,c][c,a]$
89	ad^2e	c	$(acd^2e)^{-1}$	$ad^2ece^2dc^2a^2$	$[ad^2e,c][c,a]$
90	ad^2e^2	c	$(acd^2e^2)^{-1}$	$ad^2e^2cedc^2a^2$	$[ad^2e^2,c][c,a]$
91	ac	c	$(ac^2)^{-1}$	I	I
92	ace	c	$(ac^2e)^{-1}$	$acece^2ca^2$	$[ac,e][e,ac^2]$
93	ace^2	c	$(ac^2e^2)^{-1}$	ace^2ceca^2	$[ac,e^2][e^2,ac^2]$
94	acd	c	$(ac^2d)^{-1}$	$acdcd^2ca^2$	$[ac,d][d,ac^2]$
95	acde	c	$(ac^2de)^{-1}$	$acdece^2d^2ca^2$	$[ac,de][de,ac^2]$
96	$acde^2$	c	$(ac^2de^2)^{-1}$	$acde^2ced^2ca^2$	$[ac,de^2][de^2,ac^2]$
97	acd^2	c	$(ac^2d^2)^{-1}$	acd^2cdca^2	$[ac,d^2][d^2,ac^2]$
98	acd^2e	c	$(ac^2d^2e)^{-1}$	$acd^2ece^2dca^2$	$[ac,d^2e][d^2e,ac^2]$
99	acd^2e^2	c	$(ac^2d^2e^2)^{-1}$	$acd^2e^2cedca^2$	$[ac,d^2e^2][d^2e^2,ac^2]$
100	ac^2	c	$(a)^{-1}$	I	I
101	ac^2e	c	$(ae)^{-1}$	$ac^2ece^2a^2$	$[ac^2,e][e,a]$
102	ac^2e^2	c	$(ae^2)^{-1}$	$ac^2e^2cea^2$	$[ac^2,e^2][e^2,a]$
103	ac^2d	c	$(ad)^{-1}$	$ac^2dcd^2a^2$	$[ac^2,d][d,a]$
104	ac^2de	c	$(ade)^{-1}$	$ac^2dece^2d^2a^2$	$[ac^2,de][de,a]$
105	ac^2de^2	c	$(ade^2)^{-1}$	$ac^2de^2ced^2a^2$	$[ac^2,de^2][de^2,a]$
106	ac^2d^2	c	$(ad^2)^{-1}$	$ac^2d^2cda^2$	$[ac^2,d^2][d^2,a]$
107	ac^2d^2e	c	$(ad^2e)^{-1}$	$ac^2d^2ece^2da^2$	$[ac^2,d^2e][d^2e,a]$
108	$ac^2d^2e^2$	c	$(ad^2e^2)^{-1}$	$ac^2d^2e^2ceda^2$	$[ac^2,d^2e^2][d^2e^2,a]$
109	ab	c	$(abc)^{-1}$	I	I
110	abe	c	$(abce)^{-1}$	$abece^2c^2b^2a^2$	[abe,c][c,ab]
111	abe^2	c	$(abce^2)^{-1}$	$abe^2cec^2b^2a^2$	$[abe^2,c][c,ab]$
112	abd	c	$(abcd)^{-1}$	$abdcd^2c^2b^2a^2$	[abd,c][c,ab]
113	abde	c	$(abcde)^{-1}$	$abdece^2d^2c^2b^2a^2$	[abde,c][c,ab]
114	$abde^2$	c	$(abcde^2)^{-1}$	$abde^2ced^2c^2b^2a^2$	$[abde^2,c][c,ab]$
115	abd^2	c	$(abcd^2)^{-1}$	$abd^2cdc^2b^2a^2$	$[abd^2,c][c,ab]$
116	abd^2e	c	$(abcd^2e)^{-1}$	$abd^2ece^2dc^2b^2a^2$	$[abd^2e,c][c,ab]$
117	abd^2e^2	c	$(abcd^2e^2)^{-1}$	$abd^2e^2cedc^2b^2a^2$	$[abd^2e^2,c][c,ab]$
118	abc	c	$(abc^2)^{-1}$	I	I
119	abce	c	$(abc^2e)^{-1}$	$abcece^2cb^2a^2$	$[abc,e][e,abc^2]$
120	$abce^2$	c	$(abc^2e^2)^{-1}$	$abce^2cecb^2a^2$	$[abc,e^2][e^2,abc^2]$
121	abcd	c	$(abc^2d)^{-1}$	$abcdcd^2cb^2a^2$	$[abc,d][d,abc^2]$
122	abcde	c	$(abc^2de)^{-1}$	$abcdece^2d^2cb^2a^2$	$[abc,de][de,abc^2]$
123	$abcde^2$	c	$(abc^2de^2)^{-1}$	$abcde^2ced^2cb^2a^2$	$[abc,de^2][de^2,abc^2]$
124	$abcd^2$	c	$(abc^2d^2)^{-1}$	$abcd^2cdcb^2a^2$	$[abc,d^2][d^2,abc^2]$
125	$abcd^2e$	c	$(abc^2d^2e)^{-1}$	$abcd^2ece^2dcb^2a^2$	$[abc,d^2e][d^2e,abc^2]$
126	$abcd^2e^2$	c	$(abc^2d^2e^2)^{-1}$	$abcd^2e^2cedcb^2a^2$	$[abc,d^2e^2][d^2e^2,abc^2]$
127	abc^2	c	$(ab)^{-1}$	I	I
128	abc^2e	c	$(abe)^{-1}$	$abc^2ece^2b^2a^2$	$[abc^2,e][e,ab]$

Tablo 4.6 (devam)

129	abc^2e^2	c	$(abe^2)^{-1}$	$abc^2e^2ceb^2a^2$	$[abc,e^2][e^2,abc^2]$
130	abc^2d	c	$(abd)^{-1}$	$abc^2dcd^2b^2a^2$	$[abc,d][d,abc^2]$
131	abc^2de	c	$(abde)^{-1}$	$abc^2dece^2d^2b^2a^2$	$[abc,de][de,abc^2]$
132	abc^2de^2	c	$(abde^2)^{-1}$	$abc^2de^2ced^2b^2a^2$	$[abc,de^2][de^2,abc^2]$
133	abc^2d^2	c	$(abd^2)^{-1}$	$abc^2d^2cdb^2a^2$	$[abc,d^2][d^2,abc^2]$
134	abc^2d^2e	c	$(abd^2e)^{-1}$	$abc^2d^2ece^2db^2a^2$	$[abc,d^2e][d^2e,abc^2]$
135	$abc^2d^2e^2$	c	$(abd^2e^2)^{-1}$	$abc^2d^2e^2cedb^2a^2$	$[abc,d^2e^2][d^2e^2,abc^2]$
136	ab^2	c	$(ab^2c)^{-1}$	I	I
137	ab^2e	c	$(ab^2ce)^{-1}$	$ab^2ece^2c^2ba^2$	$[ab^2e,c][c,ab^2]$
138	ab^2e^2	c	$(ab^2ce^2)^{-1}$	$ab^2e^2cec^2ba^2$	$[ab^2e^2,c][c,ab^2]$
139	ab^2d	c	$(ab^2cd)^{-1}$	$ab^2dcd^2c^2ba^2$	$[ab^2d,c][c,ab^2]$
140	ab^2de	c	$(ab^2cde)^{-1}$	$ab^2dece^2d^2c^2ba^2$	$[ab^2de,c][c,ab^2]$
141	ab^2de^2	c	$(ab^2cde^2)^{-1}$	$ab^2de^2ced^2c^2ba^2$	$[ab^2de^2,c][c,ab^2]$
142	ab^2d^2	c	$(ab^2cd^2)^{-1}$	$ab^2d^2cdc^2ba^2$	$[ab^2d^2,c][c,ab^2]$
143	ab^2d^2e	c	$(ab^2cd^2e)^{-1}$	$ab^2d^2ece^2dc^2ba^2$	$[ab^2d^2e,c][c,ab^2]$
144	$ab^2d^2e^2$	c	$(ab^2cd^2e^2)^{-1}$	$ab^2d^2e^2cedc^2ba^2$	$[ab^2d^2e^2,c][c,ab^2]$
145	ab^2c	c	$(ab^2c^2)^{-1}$	I	I
146	ab^2ce	c	$(ab^2c^2e)^{-1}$	$ab^2cece^2cba^2$	$[ab^2c,e][e,ab^2c^2]$
147	ab^2ce^2	c	$(ab^2c^2e^2)^{-1}$	$ab^2ce^2cecba^2$	$[ab^2c,e^2][e^2,ab^2c^2]$
148	ab^2cd	c	$(ab^2c^2d)^{-1}$	$ab^2cdcd^2cba^2$	$[ab^2c,d][d,ab^2c^2]$
149	ab^2cde	c	$(ab^2c^2de)^{-1}$	$ab^2cdece^2d^2cba^2$	$[ab^2c,de][de,ab^2c^2]$
150	ab^2cde^2	c	$(ab^2c^2de^2)^{-1}$	$ab^2cde^2ced^2cba^2$	$[ab^2c,de^2][de^2,ab^2c^2]$
151	ab^2cd^2	c	$(ab^2c^2d^2)^{-1}$	$ab^2cd^2cdcba^2$	$[ab^2c,d^2][d^2,ab^2c^2]$
152	ab^2cd^2e	c	$(ab^2c^2d^2e)^{-1}$	$ab^2cd^2ece^2dcba^2$	$[ab^2c,d^2e][d^2e,ab^2c^2]$
153	$ab^2cd^2e^2$	c	$(ab^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$ab^2cd^2e^2cedcba^2$	$[ab^2c,d^2e^2][d^2e^2,ab^2c^2]$
154	ab^2c^2	c	$(ab^2)^{-1}$	I	I
155	ab^2c^2e	c	$(ab^2e)^{-1}$	$ab^2c^2ece^2ba^2$	$[ab^2c^2,e][e,ab^2]$
156	$ab^2c^2e^2$	c	$(ab^2e^2)^{-1}$	$ab^2c^2e^2ceba^2$	$[ab^2c^2,e^2][e^2,ab^2]$
157	ab^2c^2d	c	$(ab^2d)^{-1}$	$ab^2c^2dcd^2ba^2$	$[ab^2c^2,d][d,ab^2]$
158	ab^2c^2de	c	$(ab^2de)^{-1}$	$ab^2c^2dece^2d^2ba^2$	$[ab^2c^2,de][de,ab^2]$
159	$ab^2c^2de^2$	c	$(ab^2de^2)^{-1}$	$ab^2c^2de^2ced^2ba^2$	$[ab^2c^2,de^2][de^2,ab^2]$
160	$ab^2c^2d^2$	c	$(ab^2d^2)^{-1}$	$ab^2c^2d^2cdba^2$	$[ab^2c^2,d^2][d^2,ab^2]$
161	$ab^2c^2d^2e$	c	$(ab^2d^2e)^{-1}$	$ab^2c^2d^2ece^2dba^2$	$[ab^2c^2,d^2e][d^2e,ab^2]$
162	$ab^2c^2d^2e^2$	c	$(ab^2d^2e^2)^{-1}$	$ab^2c^2d^2e^2cedba^2$	$[ab^2c^2,d^2e^2][d^2e^2,ab^2]$
163	a^2	c	$(a^2c)^{-1}$	I	I
164	a^2e	c	$(a^2ce)^{-1}$	$a^2ece^2c^2a$	$[a^2e,c][c,a^2]$
165	a^2e^2	c	$(a^2ce^2)^{-1}$	$a^2e^2cec^2a$	$[a^2e^2,c][c,a^2]$
166	a^2d	c	$(a^2cd)^{-1}$	$a^2dcd^2c^2a$	$[a^2d,c][c,a^2]$
167	a^2de	c	$(a^2cde)^{-1}$	$a^2dece^2d^2c^2a$	$[a^2de,c][c,a^2]$
168	a^2de^2	c	$(a^2cde^2)^{-1}$	$a^2de^2ced^2c^2a$	$[a^2de^2,c][c,a^2]$
169	a^2d^2	c	$(a^2cd^2)^{-1}$	$a^2d^2cdc^2a$	$[a^2d^2,c][c,a^2]$
170	a^2d^2e	c	$(a^2cd^2e)^{-1}$	$a^2d^2ece^2dc^2a$	$[a^2d^2e,c][c,a^2]$
171	$a^2d^2e^2$	c	$(a^2cd^2e^2)^{-1}$	$a^2d^2e^2cedc^2a$	$[a^2d^2e^2,c][c,a^2]$
172	a^2c	c	$(a^2c^2)^{-1}$	I	I
173	a^2ce	c	$(a^2c^2e)^{-1}$	a^2cece^2ca	$[a^2c,e][e,a^2c^2]$
174	a^2ce^2	c	$(a^2c^2e^2)^{-1}$	a^2ce^2ceca	$[a^2c,e^2][e^2,a^2c^2]$

Tablo 4.6 (devam)

175	a^2cd	c	$(a^2c^2d)^{-1}$	a^2cdcd^2ca	$[a^2c,d][d,a^2c^2]$
176	a^2cde	c	$(a^2c^2de)^{-1}$	$a^2cdece^2d^2ca$	$[a^2c,de][de,a^2c^2]$
177	a^2cde^2	c	$(a^2c^2de^2)^{-1}$	$a^2cde^2ced^2ca$	$[a^2c,de^2][de^2,a^2c^2]$
178	a^2cd^2	c	$(a^2c^2d^2)^{-1}$	a^2cd^2cdca	$[a^2c,d^2][d^2,a^2c^2]$
179	a^2cd^2e	c	$(a^2c^2d^2e)^{-1}$	$a^2cd^2ece^2dca$	$[a^2c,d^2e][d^2e,a^2c^2]$
180	$a^2cd^2e^2$	c	$(a^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2cd^2e^2cedca$	$[a^2c,d^2e^2][d^2e^2,a^2c^2]$
181	a^2c^2	c	$(a^2)^{-1}$	I	I
182	a^2c^2e	c	$(a^2e)^{-1}$	$a^2c^2ece^2a$	$[a^2c^2,e][e,a^2]$
183	$a^2c^2e^2$	c	$(a^2e^2)^{-1}$	$a^2c^2e^2cea$	$[a^2c^2,e^2][e^2,a^2]$
184	a^2c^2d	c	$(a^2d)^{-1}$	$a^2c^2dcd^2a$	$[a^2c^2,d][d,a^2]$
185	a^2c^2de	c	$(a^2de)^{-1}$	$a^2c^2dece^2d^2a$	$[a^2c^2,de][de,a^2]$
186	$a^2c^2de^2$	c	$(a^2de^2)^{-1}$	$a^2c^2de^2ced^2a$	$[a^2c^2,de^2][de^2,a^2]$
187	$a^2c^2d^2$	c	$(a^2d^2)^{-1}$	$a^2c^2d^2cda$	$[a^2c^2,d^2][d^2,a^2]$
188	$a^2c^2d^2e$	c	$(a^2d^2e)^{-1}$	$a^2c^2d^2ece^2da$	$[a^2c^2,d^2e][d^2e,a^2]$
189	$a^2c^2d^2e^2$	c	$(a^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2c^2d^2e^2ceda$	$[a^2c^2,d^2e^2][d^2e^2,a^2]$
190	a^2b	c	$(a^2bc)^{-1}$	I	I
191	a^2be	c	$(a^2bce)^{-1}$	$a^2bece^2c^2b^2a$	$[a^2be,c][c,ab^2]$
192	a^2be^2	c	$(a^2bce^2)^{-1}$	$a^2be^2cec^2b^2a$	$[a^2be^2,c][c,ab^2]$
193	a^2bd	c	$(a^2bcd)^{-1}$	$a^2bdcd^2c^2b^2a$	$[a^2bd,c][c,ab^2]$
194	a^2bde	c	$(a^2bcde)^{-1}$	$a^2bdece^2d^2c^2b^2a$	$[a^2bde,c][c,ab^2]$
195	a^2bde^2	c	$(a^2bcde^2)^{-1}$	$a^2bde^2ced^2c^2b^2a$	$[a^2bde^2,c][c,ab^2]$
196	a^2bd^2	c	$(a^2bcd^2)^{-1}$	$a^2bd^2cdc^2b^2a$	$[a^2bd^2,c][c,ab^2]$
197	a^2bd^2e	c	$(a^2bcd^2e)^{-1}$	$a^2bd^2ece^2dc^2b^2a$	$[a^2bd^2e,c][c,ab^2]$
198	$a^2bd^2e^2$	c	$(a^2bcd^2e^2)^{-1}$	$a^2bd^2e^2cedc^2b^2a$	$[a^2bd^2e^2,c][c,ab^2]$
199	a^2bc	c	$(a^2bc^2)^{-1}$	I	I
200	a^2bce	c	$(a^2bc^2e)^{-1}$	$a^2bcece^2cb^2a$	$[a^2bc,e][e,a^2bc^2]$
201	a^2bce^2	c	$(a^2bc^2e^2)^{-1}$	$a^2bce^2cecb^2a$	$[a^2bc,e^2][e^2,a^2bc^2]$
202	a^2bcd	c	$(a^2bc^2d)^{-1}$	$a^2bcdcd^2cb^2a$	$[a^2bc,d][d,a^2bc^2]$
203	a^2bcde	c	$(a^2bc^2de)^{-1}$	$a^2bcdece^2d^2cb^2a$	$[a^2bc,de][de,a^2bc^2]$
204	a^2bcde^2	c	$(a^2bc^2de^2)^{-1}$	$a^2bcde^2ced^2cb^2a$	$[a^2bc,de^2][de^2,a^2bc^2]$
205	a^2bcd^2	c	$(a^2bc^2d^2)^{-1}$	$a^2bcd^2cdcb^2a$	$[a^2bc,d^2][d^2,a^2bc^2]$
206	a^2bcd^2e	c	$(a^2bc^2d^2e)^{-1}$	$a^2bcd^2ece^2dcb^2a$	$[a^2bc,d^2e][d^2e,a^2bc^2]$
207	$a^2bcd^2e^2$	c	$(a^2bc^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2bcd^2e^2cedcb^2a$	$[a^2bc,d^2e^2][d^2e^2,a^2bc^2]$
208	a^2bc^2	c	$(a^2b)^{-1}$	I	I
209	a^2bc^2e	c	$(a^2be)^{-1}$	$a^2bc^2ece^2b^2a$	$[a^2bc^2,e][e,a^2b]$
210	$a^2bc^2e^2$	c	$(a^2be^2)^{-1}$	$a^2bc^2e^2ceb^2a$	$[a^2bc^2,e^2][e^2,a^2b]$
211	a^2bc^2d	c	$(a^2bd)^{-1}$	$a^2bc^2dcd^2b^2a$	$[a^2bc^2,d][d,a^2b]$
212	a^2bc^2de	c	$(a^2bde)^{-1}$	$a^2bc^2dece^2d^2b^2a$	$[a^2bc^2,de][de,a^2b]$
213	$a^2bc^2de^2$	c	$(a^2bde^2)^{-1}$	$a^2bc^2de^2ced^2b^2a$	$[a^2bc^2,de^2][de^2,a^2b]$
214	$a^2bc^2d^2$	c	$(a^2bd^2)^{-1}$	$a^2bc^2d^2cdb^2a$	$[a^2bc^2,d^2][d^2,a^2b]$
215	$a^2bc^2d^2e$	c	$(a^2bd^2e)^{-1}$	$a^2bc^2d^2ece^2db^2a$	$[a^2bc^2,d^2e][d^2e,a^2b]$
216	$a^2bc^2d^2e^2$	c	$(a^2bd^2e^2)^{-1}$	$a^2bc^2d^2e^2cedb^2a$	$[a^2bc^2,d^2e^2][d^2e^2,a^2b]$
217	a^2b^2	c	$(a^2b^2c)^{-1}$	I	I
218	a^2b^2e	c	$(a^2b^2ce)^{-1}$	$a^2b^2ece^2c^2ba$	$[a^2b^2e,c][c,a^2b^2]$
219	$a^2b^2e^2$	c	$(a^2b^2ce^2)^{-1}$	$a^2b^2e^2cec^2ba$	$[a^2b^2e^2,c][c,a^2b^2]$
220	a^2b^2d	c	$(a^2b^2cd)^{-1}$	$a^2b^2dcd^2c^2ba$	$[a^2b^2d,c][c,a^2b^2]$

Tablo 4.6 (devam)

221	a^2b^2de	c	$(a^2b^2cde)^{-1}$	$a^2b^2dece^2d^2c^2ba$	$[a^2b^2de,c][c,a^2b^2]$
222	$a^2b^2de^2$	c	$(a^2b^2cde^2)^{-1}$	$a^2b^2de^2ced^2c^2ba$	$[a^2b^2de^2,c][c,a^2b^2]$
223	$a^2b^2d^2$	c	$(a^2b^2cd^2)^{-1}$	$a^2b^2d^2cdc^2ba$	$[a^2b^2d^2,c][c,a^2b^2]$
224	$a^2b^2d^2e$	c	$(a^2b^2cd^2e)^{-1}$	$a^2b^2d^2ece^2dc^2ba$	$[a^2b^2d^2e,c][c,a^2b^2]$
225	$a^2b^2d^2e^2$	c	$(a^2b^2cd^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2d^2e^2cedc^2ba$	$[a^2b^2d^2e^2,c][c,a^2b^2]$
226	a^2b^2c	c	$(a^2b^2c^2)^{-1}$	I	I
227	a^2b^2ce	c	$(a^2b^2c^2e)^{-1}$	$a^2b^2cece^2cba$	$[a^2b^2c,e][e,a^2b^2c^2]$
228	$a^2b^2ce^2$	c	$(a^2b^2c^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2ce^2cecba$	$[a^2b^2c,e^2][e^2,a^2b^2c^2]$
229	a^2b^2cd	c	$(a^2b^2c^2d)^{-1}$	$a^2b^2cdcd^2cba$	$[a^2b^2c,d][d,a^2b^2c^2]$
230	a^2b^2cde	c	$(a^2b^2c^2de)^{-1}$	$a^2b^2cdece^2d^2cba$	$[a^2b^2c,de][de,a^2b^2c^2]$
231	$a^2b^2cde^2$	c	$(a^2b^2c^2de^2)^{-1}$	$a^2b^2cde^2ced^2cba$	$[a^2b^2c,de^2][de^2,a^2b^2c^2]$
232	$a^2b^2cd^2$	c	$(a^2b^2c^2d^2)^{-1}$	$a^2b^2cd^2cdcba$	$[a^2b^2c,d^2][d^2,a^2b^2c^2]$
233	$a^2b^2cd^2e$	c	$(a^2b^2c^2d^2e)^{-1}$	$a^2b^2cd^2ece^2dcba$	$[a^2b^2c,d^2e][d^2e,a^2b^2c^2]$
234	$a^2b^2cd^2e^2$	c	$(a^2b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2cd^2e^2cedcba$	$[a^2b^2c,d^2e^2][d^2e^2,a^2b^2c^2]$
235	$a^2b^2c^2$	c	$(a^2b^2)^{-1}$	I	I
236	$a^2b^2c^2e$	c	$(a^2b^2e)^{-1}$	$a^2b^2c^2ece^2ba$	$[a^2b^2c^2,e][e,a^2b^2]$
237	$a^2b^2c^2e^2$	c	$(a^2b^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2e^2ceba$	$[a^2b^2c^2,e^2][e^2,a^2b^2]$
238	$a^2b^2c^2d$	c	$(a^2b^2d)^{-1}$	$a^2b^2c^2dcd^2ba$	$[a^2b^2c^2,d][d,a^2b^2]$
239	$a^2b^2c^2de$	c	$(a^2b^2de)^{-1}$	$a^2b^2c^2dece^2d^2ba$	$[a^2b^2c^2,de][de,a^2b^2]$
240	$a^2b^2c^2de^2$	c	$(a^2b^2de^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2de^2ced^2ba$	$[a^2b^2c^2,de^2][de^2,a^2b^2]$
241	$a^2b^2c^2d^2$	c	$(a^2b^2d^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2cdba$	$[a^2b^2c^2,d^2][d^2,a^2b^2]$
242	$a^2b^2c^2d^2e$	c	$(a^2b^2d^2e)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2ece^2dba$	$[a^2b^2c^2,d^2e][d^2e,a^2b^2]$
243	$a^2b^2c^2d^2e^2$	c	$(a^2b^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2e^2cedba$	$[a^2b^2c^2,d^2e^2][d^2e^2,a^2b^2]$

tablosu elde edilir. Şimdide transversaldeki elemanlar d ile çarpılırsa

Tablo 4.7 : $(H^5_{3,5})'$ grubunun üreteçleri-4.

1	I	d	$(d)^{-1}$	I	I
2	e	d	$(de)^{-1}$	ede^2d^2	$[e,d]$
3	e^2	d	$(de^2)^{-1}$	e^2ded^2	$[e^2,d]$
4	d	d	$(d^2)^{-1}$	I	I
5	de	d	$(d^2e)^{-1}$	$dede^2d$	$[d,e][e,d^2]$
6	de^2	d	$(d^2e^2)^{-1}$	de^2ded	$[d,e^2][e^2,d^2]$
7	d^2	d	$(I)^{-1}$	I	I
8	d^2e	d	$(e)^{-1}$	d^2ede^2	$[d^2,e]$
9	d^2e^2	d	$(e^2)^{-1}$	d^2e^2de	$[d^2,e^2]$
10	c	d	$(cd)^{-1}$	I	I
11	ce	d	$(cde)^{-1}$	$cede^2d^2c^2$	$[ce,d][d,c]$
12	ce^2	d	$(cde^2)^{-1}$	$ce^2ded^2c^2$	$[ce^2][d,c]$
13	c^2	d	$(c^2d)^{-1}$	I	I
14	c^2e	d	$(c^2de)^{-1}$	$c^2ede^2d^2c$	$[c^2e,d][d,c^2]$
15	c^2e^2	d	$(c^2de^2)^{-1}$	$c^2e^2ded^2c$	$[c^2e^2,d][d,c^2]$
16	cd	d	$(cd^2)^{-1}$	I	I

Tablo 4.7 (devam)

17	cde	d	$(cd^2e)^{-1}$	$cdede^2dc^2$	$[cd,e][e,cd^2]$
18	cde^2	d	$(cd^2e^2)^{-1}$	cde^2dedc^2	$[cd,e^2][e^2,cd^2]$
19	cd^2	d	$(c)^{-1}$	I	I
20	cd^2e	d	$(ce)^{-1}$	$cd^2ede^2c^2$	$[cd^2,e][e,c]$
21	cd^2e^2	d	$(ce^2)^{-1}$	$cd^2e^2dec^2$	$[cd^2,e^2][e^2,c]$
22	c^2d	d	$(c^2d^2)^{-1}$	I	I
23	c^2de	d	$(c^2d^2e)^{-1}$	c^2dede^2dc	$[c^2d,e][e,c^2d^2]$
24	c^2de^2	d	$(c^2d^2e^2)^{-1}$	c^2de^2dedc	$[c^2d,e^2][e^2,c^2d^2]$
25	c^2d^2	d	$(c^2)^{-1}$	I	I
26	c^2d^2e	d	$(c^2e)^{-1}$	$c^2d^2ede^2c$	$[c^2d^2,e][e,c^2]$
27	$c^2d^2e^2$	d	$(c^2e^2)^{-1}$	$c^2d^2e^2dec$	$[c^2d^2,e^2][e^2,c^2]$
28	b	d	$(bd)^{-1}$	I	I
29	be	d	$(bde)^{-1}$	$bede^2d^2b^2$	$[be,d][d,b]$
30	be^2	d	$(bde^2)^{-1}$	$be^2ded^2b^2$	$[be^2,d][d,b]$
31	b^2	d	$(b^2d)^{-1}$	I	I
32	b^2e	d	$(b^2de)^{-1}$	$b^2ede^2d^2b$	$[b^2e,d][d,b^2]$
33	b^2e^2	d	$(b^2de^2)^{-1}$	$b^2e^2ded^2b$	$[b^2e^2,d][d,b^2]$
34	bd	d	$(bd^2)^{-1}$	I	I
35	bde	d	$(bd^2e)^{-1}$	$bdede^2db^2$	$[bd,e][e,bd^2]$
36	bde^2	d	$(bd^2e^2)^{-1}$	bde^2dedb^2	$[bd,e^2][e^2,bd^2]$
37	bd^2	d	$(b)^{-1}$	I	I
38	bd^2e	d	$(be)^{-1}$	$bd^2ede^2b^2$	$[bd^2,e][e,b]$
39	bd^2e^2	d	$(be^2)^{-1}$	$bd^2e^2deb^2$	$[bd^2,e^2][e^2,b]$
40	b^2d	d	$(b^2d^2)^{-1}$	I	I
41	b^2de	d	$(b^2d^2e)^{-1}$	b^2dede^2db	$[b^2d,e][e,b^2d^2]$
42	b^2de^2	d	$(b^2d^2e^2)^{-1}$	b^2de^2dedb	$[b^2d,e^2][e^2,b^2d^2]$
43	b^2d^2	d	$(b^2)^{-1}$	I	I
44	b^2d^2e	d	$(b^2e)^{-1}$	$b^2d^2ede^2b$	$[b^2d^2,e][e,b^2]$
45	$b^2d^2e^2$	d	$(b^2e^2)^{-1}$	$b^2d^2e^2deb$	$[b^2d^2,e^2][e^2,b^2]$
46	bc	d	$(bcd)^{-1}$	I	I
47	bce	d	$(bcde)^{-1}$	$bcede^2d^2c^2b^2$	$[bce,d][d,bc]$
48	bce^2	d	$(bcde^2)^{-1}$	$bce^2ded^2c^2b^2$	$[bce^2,d][d,bc]$
49	bcd	d	$(bcd^2)^{-1}$	I	I
50	bcde	d	$(bcd^2e)^{-1}$	$bcdede^2dc^2b^2$	$[bcd,e][e,bcd^2]$
51	$bcde^2$	d	$(bcd^2e^2)^{-1}$	$bcde^2dedc^2b^2$	$[bcd,e^2][e^2,bcd^2]$
52	bcd^2	d	$(bc)^{-1}$	I	I
53	bcd^2e	d	$(bce)^{-1}$	$bcd^2ede^2c^2b^2$	$[bcd^2,e][e,bc]$
54	bcd^2e^2	d	$(bce^2)^{-1}$	$bcd^2e^2dec^2b^2$	$[bcd^2,e^2][e^2,bc]$
55	bc^2	d	$(bc^2d)^{-1}$	I	I
56	bc^2e	d	$(bc^2de)^{-1}$	$bc^2ede^2d^2cb^2$	$[bc^2e,d][d,bc^2]$
57	bc^2e^2	d	$(bc^2de^2)^{-1}$	$bc^2e^2ded^2cb^2$	$[bc^2e^2,d][d,bc^2]$
58	bc^2d	d	$(bc^2d^2)^{-1}$	I	I
59	bc^2de	d	$(bc^2d^2e)^{-1}$	$bc^2dede^2dcb^2$	$[bc^2d,e][e,bc^2d^2]$
60	bc^2de^2	d	$(bc^2d^2e^2)^{-1}$	$bc^2de^2dedcb^2$	$[bc^2d,e^2][e^2,bc^2d^2]$
61	bc^2d^2	d	$(bc^2)^{-1}$	I	I
62	bc^2d^2e	d	$(bc^2e)^{-1}$	$bc^2d^2ede^2cb^2$	$[bc^2d^2,e][e,bc^2]$

Tablo 4.7 (devam)

63	$bc^2d^2e^2$	d	$(bc^2e^2)^{-1}$	$bc^2d^2e^2decb^2$	$[bc^2d^2,e^2][e^2,bc^2]$
64	b^2c	d	$(b^2cd)^{-1}$	I	I
65	b^2ce	d	$(b^2cde)^{-1}$	$b^2cede^2d^2c^2b$	$[b^2ce,d][d,b^2c]$
66	b^2ce^2	d	$(b^2cde^2)^{-1}$	$b^2ce^2ded^2c^2b$	$[b^2ce^2,d][d,b^2c]$
67	b^2cd	d	$(b^2cd^2)^{-1}$	I	I
68	b^2cde	d	$(b^2cd^2e)^{-1}$	$b^2cdede^2dc^2b$	$[b^2cd,e][e,b^2cd^2]$
69	b^2cde^2	d	$(b^2cd^2e^2)^{-1}$	$b^2cde^2dedc^2b$	$[b^2cd,e^2][e^2,b^2cd^2]$
70	b^2cd^2	d	$(b^2c)^{-1}$	I	I
71	b^2cd^2e	d	$(b^2ce)^{-1}$	$b^2cd^2ede^2c^2b$	$[b^2cd^2,e][e,b^2c]$
72	$b^2cd^2e^2$	d	$(b^2ce^2)^{-1}$	$b^2cd^2e^2dec^2b$	$[b^2cd^2,e^2][e^2,b^2c]$
73	b^2c^2	d	$(b^2c^2d)^{-1}$	I	I
74	b^2c^2e	d	$(b^2c^2de)^{-1}$	$b^2c^2ede^2d^2cb$	$[b^2c^2e,d][d,b^2c^2]$
75	$b^2c^2e^2$	d	$(b^2c^2de^2)^{-1}$	$b^2c^2e^2ded^2cb$	$[b^2c^2e^2,d][d,b^2c^2]$
76	b^2c^2d	d	$(b^2c^2d^2)^{-1}$	I	I
77	b^2c^2de	d	$(b^2c^2d^2e)^{-1}$	$b^2c^2dede^2dcb$	$[b^2c^2d,e][e,b^2c^2d^2]$
78	$b^2c^2de^2$	d	$(b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$b^2c^2de^2dedcb$	$[b^2c^2d,e^2][e^2,b^2c^2d^2]$
79	$b^2c^2d^2$	d	$(b^2c^2)^{-1}$	I	I
80	$b^2c^2d^2e$	d	$(b^2c^2e)^{-1}$	$b^2c^2d^2ede^2cb$	$[b^2c^2d^2,e][e,b^2c^2]$
81	$b^2c^2d^2e^2$	d	$(b^2c^2e^2)^{-1}$	$b^2c^2d^2e^2decb$	$[b^2c^2d^2,e^2][e^2,b^2c^2]$
82	a	d	$(ad)^{-1}$	I	I
83	ae	d	$(ade)^{-1}$	$aede^2d^2a^2$	$[ae,d][d,a]$
84	ae^2	d	$(ade^2)^{-1}$	$ae^2ded^2a^2$	$[ae^2,d][d,a]$
85	ad	d	$(ad^2)^{-1}$	I	I
86	ade	d	$(ad^2e)^{-1}$	$adede^2da^2$	$[ad,e][e,ad^2]$
87	ade^2	d	$(ad^2e^2)^{-1}$	ade^2deda^2	$[ad,e^2][e^2,ad^2]$
88	ad^2	d	$(a)^{-1}$	I	I
89	ad^2e	d	$(ae)^{-1}$	$ad^2ede^2a^2$	$[ad^2,e][e,a]$
90	ad^2e^2	d	$(ae^2)^{-1}$	$ad^2e^2dea^2$	$[ad^2,e^2][e^2,a]$
91	ac	d	$(acd)^{-1}$	I	I
92	ace	d	$(acde)^{-1}$	$acede^2d^2c^2a^2$	$[ace,d][d,ac]$
93	ace^2	d	$(acde^2)^{-1}$	$ace^2ded^2c^2a^2$	$[ace^2,d][d,ac]$
94	acd	d	$(acd^2)^{-1}$	I	I
95	acde	d	$(acd^2e)^{-1}$	$acdede^2dc^2a^2$	$[acd,e][e,acd^2]$
96	$acde^2$	d	$(acd^2e^2)^{-1}$	$acde^2dedc^2a^2$	$[acd,e^2][e^2,acd^2]$
97	acd^2	d	$(ac)^{-1}$	I	I
98	acd^2e	d	$(ace)^{-1}$	$acd^2ede^2c^2a^2$	$[acd^2,e][e,ac]$
99	acd^2e^2	d	$(ace^2)^{-1}$	$acd^2e^2dec^2a^2$	$[acd^2,e^2][e^2,ac]$
100	ac^2	d	$(ac^2d)^{-1}$	I	I
101	ac^2e	d	$(ac^2de)^{-1}$	$ac^2ede^2d^2ca^2$	$[ac^2e,d][d,ac^2]$
102	ac^2e^2	d	$(ac^2de^2)^{-1}$	$ac^2e^2ded^2ca^2$	$[ac^2e^2,d][d,ac^2]$
103	ac^2d	d	$(ac^2d^2)^{-1}$	I	I
104	ac^2de	d	$(ac^2d^2e)^{-1}$	$ac^2dede^2dca^2$	$[ac^2d,e][e,ac^2d^2]$
105	ac^2de^2	d	$(ac^2d^2e^2)^{-1}$	$ac^2de^2dedca^2$	$[ac^2d,e^2][e^2,ac^2d^2]$
106	ac^2d^2	d	$(ac^2)^{-1}$	I	I
107	ac^2d^2e	d	$(ac^2e)^{-1}$	$ac^2d^2ede^2ca^2$	$[ac^2d^2,e][e,ac^2]$
108	$ac^2d^2e^2$	d	$(ac^2e^2)^{-1}$	$ac^2d^2e^2deca^2$	$[ac^2d^2,e^2][e^2,ac^2]$

Tablo 4.7 (devam)

109	ab	d	$(abd)^{-1}$	I	I
110	abe	d	$(abde)^{-1}$	$abede^2d^2b^2a^2$	$[abe,d][d,ab]$
111	abe^2	d	$(abde^2)^{-1}$	$abe^2ded^2b^2a^2$	$[abe^2,d][d,ab]$
112	abd	d	$(abd^2)^{-1}$	I	I
113	abde	d	$(abd^2e)^{-1}$	$abdede^2db^2a^2$	$[abd,e][e,abd^2]$
114	$abde^2$	d	$(abd^2e^2)^{-1}$	$abde^2dedb^2a^2$	$[abd,e^2][e^2,abd^2]$
115	abd^2	d	$(ab)^{-1}$	I	I
116	abd^2e	d	$(abe)^{-1}$	$abd^2ede^2b^2a^2$	$[abd^2,e][e,ab]$
117	abd^2e^2	d	$(abe^2)^{-1}$	$abd^2e^2deb^2a^2$	$[abd^2,e^2][e^2,ab]$
118	abc	d	$(abcd)^{-1}$	I	I
119	abce	d	$(abcde)^{-1}$	$abcede^2d^2c^2b^2a^2$	$[abce,d][d,abc]$
120	$abce^2$	d	$(abcde^2)^{-1}$	$abce^2ded^2c^2b^2a^2$	$[abce^2,d][d,abc]$
121	abcd	d	$(abcd^2)^{-1}$	I	I
122	abcde	d	$(abcd^2e)^{-1}$	$abcdede^2dc^2b^2a^2$	$[abcd,e][e,abcd^2]$
123	$abcde^2$	d	$(abcd^2e^2)^{-1}$	$abcde^2dedc^2b^2a^2$	$[abcd,e^2][e^2,abcd^2]$
124	$abcd^2$	d	$(abc)^{-1}$	I	I
125	$abcd^2e$	d	$(abce)^{-1}$	$abcd^2ede^2c^2b^2a^2$	$[abcd^2,e][e,abc]$
126	$abcd^2e^2$	d	$(abce^2)^{-1}$	$abcd^2e^2dec^2b^2a^2$	$[abcd^2,e^2][e^2,abc]$
127	abc^2	d	$(abc^2d)^{-1}$	I	I
128	abc^2e	d	$(abc^2de)^{-1}$	$abc^2ede^2d^2cb^2a^2$	$[abc^2e,d][d,abc^2]$
129	abc^2e^2	d	$(abc^2de^2)^{-1}$	$abc^2e^2ded^2cb^2a^2$	$[abc^2e^2,d][d,abc^2]$
130	abc^2d	d	$(abc^2d^2)^{-1}$	I	I
131	abc^2de	d	$(abc^2d^2e)^{-1}$	$abc^2dede^2dcb^2a^2$	$[abc^2d,e][e,abc^2d^2]$
132	abc^2de^2	d	$(abc^2d^2e^2)^{-1}$	$abc^2de^2dedcb^2a^2$	$[abc^2d,e^2][e^2,abc^2d^2]$
133	abc^2d^2	d	$(abc^2)^{-1}$	I	I
134	abc^2d^2e	d	$(abc^2e)^{-1}$	$abc^2d^2ede^2cb^2a^2$	$[abc^2d^2,e][e,abc^2]$
135	$abc^2d^2e^2$	d	$(abc^2e^2)^{-1}$	$abc^2d^2e^2decb^2a^2$	$[abc^2d^2,e^2][e^2,abc^2]$
136	ab^2	d	$(ab^2d)^{-1}$	I	I
137	ab^2e	d	$(ab^2de)^{-1}$	$ab^2ede^2d^2ba^2$	$[ab^2e,d][d,ab^2]$
138	ab^2e^2	d	$(ab^2de^2)^{-1}$	$ab^2e^2ded^2ba^2$	$[ab^2e^2,d][d,ab^2]$
139	ab^2d	d	$(ab^2d^2)^{-1}$	I	I
140	ab^2de	d	$(ab^2d^2e)^{-1}$	$ab^2dede^2dba^2$	$[ab^2d,e][e,ab^2d^2]$
141	ab^2de^2	d	$(ab^2d^2e^2)^{-1}$	$ab^2de^2dedba^2$	$[ab^2d,e^2][e^2,ab^2d^2]$
142	ab^2d^2	d	$(ab^2)^{-1}$	I	I
143	ab^2d^2e	d	$(ab^2e)^{-1}$	$ab^2d^2ede^2ba^2$	$[ab^2d^2,e][e,ab^2]$
144	$ab^2d^2e^2$	d	$(ab^2e^2)^{-1}$	$ab^2d^2e^2deba^2$	$[ab^2d^2,e^2][e^2,ab^2]$
145	ab^2c	d	$(ab^2cd)^{-1}$	I	I
146	ab^2ce	d	$(ab^2cde)^{-1}$	$ab^2cede^2d^2c^2ba^2$	$[ab^2ce,d][d,ab^2c]$
147	ab^2ce^2	d	$(ab^2cde^2)^{-1}$	$ab^2ce^2ded^2c^2ba^2$	$[ab^2ce^2,d][d,ab^2c]$
148	ab^2cd	d	$(ab^2cd^2)^{-1}$	I	I
149	ab^2cde	d	$(ab^2cd^2e)^{-1}$	$ab^2cdede^2dc^2ba^2$	$[ab^2cd,e][e,ab^2cd^2]$
150	ab^2cde^2	d	$(ab^2cd^2e^2)^{-1}$	$ab^2cde^2dedc^2ba^2$	$[ab^2cd,e^2][e^2,ab^2cd^2]$
151	ab^2cd^2	d	$(ab^2c)^{-1}$	I	I
152	ab^2cd^2e	d	$(ab^2ce)^{-1}$	$ab^2cd^2ede^2c^2ba^2$	$[ab^2cd^2,e][e,ab^2c]$
153	$ab^2cd^2e^2$	d	$(ab^2ce^2)^{-1}$	$ab^2cd^2e^2dec^2ba^2$	$[ab^2cd^2,e^2][e^2,ab^2c]$
154	ab^2c^2	d	$(ab^2c^2d)^{-1}$	I	I

Tablo 4.7 (devam)

155	ab^2c^2e	d	$(ab^2c^2de)^{-1}$	$ab^2c^2ede^2d^2cba^2$	$[ab^2c^2e,d][d,ab^2c^2]$
156	$ab^2c^2e^2$	d	$(ab^2c^2de^2)^{-1}$	$ab^2c^2e^2ded^2cba^2$	$[ab^2c^2e^2,d][d,ab^2c^2]$
157	ab^2c^2d	d	$(ab^2c^2d^2)^{-1}$	I	I
158	ab^2c^2de	d	$(ab^2c^2d^2e)^{-1}$	$ab^2c^2dede^2dcba^2$	$[ab^2c^2d,e][e,ab^2c^2d^2]$
159	$ab^2c^2de^2$	d	$(ab^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$ab^2c^2de^2dedcba^2$	$[ab^2c^2d,e^2][e^2,ab^2c^2d^2]$
160	$ab^2c^2d^2$	d	$(ab^2c^2)^{-1}$	I	I
161	$ab^2c^2d^2e$	d	$(ab^2c^2e)^{-1}$	$ab^2c^2d^2ede^2cba^2$	$[ab^2c^2d^2,e][e,ab^2c^2]$
162	$ab^2c^2d^2e^2$	d	$(ab^2c^2e^2)^{-1}$	$ab^2c^2d^2e^2decba^2$	$[ab^2c^2d^2,e^2][e^2,ab^2c^2]$
163	a^2	d	$(a^2d)^{-1}$	I	I
164	a^2e	d	$(a^2de)^{-1}$	$a^2ede^2d^2a$	$[a^2e,d][d,a^2]$
165	a^2e^2	d	$(a^2de^2)^{-1}$	$a^2e^2ded^2a$	$[a^2e^2,d][d,a^2]$
166	a^2d	d	$(a^2d^2)^{-1}$	I	I
167	a^2de	d	$(a^2d^2e)^{-1}$	a^2dede^2da	$[a^2d,e][e,a^2d^2]$
168	a^2de^2	d	$(a^2d^2e^2)^{-1}$	a^2de^2deda	$[a^2d,e^2][e^2,a^2d^2]$
169	a^2d^2	d	$(a^2)^{-1}$	I	I
170	a^2d^2e	d	$(a^2e)^{-1}$	$a^2d^2ede^2a$	$[a^2d^2,e][e,a^2]$
171	$a^2d^2e^2$	d	$(a^2e^2)^{-1}$	$a^2d^2e^2dea$	$[a^2d^2,e^2][e^2,a^2]$
172	a^2c	d	$(a^2cd)^{-1}$	I	I
173	a^2ce	d	$(a^2cde)^{-1}$	$a^2cede^2d^2c^2a$	$[a^2ce,d][d,a^2c]$
174	a^2ce^2	d	$(a^2cde^2)^{-1}$	$a^2ce^2ded^2c^2a$	$[a^2ce^2,d][d,a^2c]$
175	a^2cd	d	$(a^2cd^2)^{-1}$	I	I
176	a^2cde	d	$(a^2cd^2e)^{-1}$	$a^2cdede^2dc^2a$	$[a^2cd,e][e,a^2cd^2]$
177	a^2cde^2	d	$(a^2cd^2e^2)^{-1}$	$a^2cde^2dedc^2a$	$[a^2cd,e^2][e^2,a^2cd^2]$
178	a^2cd^2	d	$(a^2c)^{-1}$	I	I
179	a^2cd^2e	d	$(a^2ce)^{-1}$	$a^2cd^2ede^2c^2a$	$[a^2cd^2,e][e,a^2c]$
180	$a^2cd^2e^2$	d	$(a^2ce^2)^{-1}$	$a^2cd^2e^2dec^2a$	$[a^2cd^2,e^2][e^2,a^2c]$
181	a^2c^2	d	$(a^2c^2d)^{-1}$	I	I
182	a^2c^2e	d	$(a^2c^2de)^{-1}$	$a^2c^2ede^2d^2ca$	$[a^2c^2e,d][d,a^2c^2]$
183	$a^2c^2e^2$	d	$(a^2c^2de^2)^{-1}$	$a^2c^2e^2ded^2ca$	$[a^2c^2e^2,d][d,a^2c^2]$
184	a^2c^2d	d	$(a^2c^2d^2)^{-1}$	I	I
185	a^2c^2de	d	$(a^2c^2d^2e)^{-1}$	$a^2c^2dede^2dca$	$[a^2c^2d,e][e,a^2c^2d^2]$
186	$a^2c^2de^2$	d	$(a^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2c^2de^2dedca$	$[a^2c^2d,e^2][e^2,a^2c^2d^2]$
187	$a^2c^2d^2$	d	$a^2c^2)^{-1}$	I	I
188	$a^2c^2d^2e$	d	$(a^2c^2e)^{-1}$	$a^2c^2d^2ede^2ca$	$[a^2c^2d^2,e][e,a^2c^2]$
189	$a^2c^2d^2e^2$	d	$(a^2c^2e^2)^{-1}$	$a^2c^2d^2e^2deca$	$[a^2c^2d^2,e^2][e^2,a^2c^2]$
190	a^2b	d	$(a^2bd)^{-1}$	I	I
191	a^2be	d	$(a^2bde)^{-1}$	$a^2bede^2d^2b^2a$	$[a^2be,d][d,a^2b]$
192	a^2be^2	d	$(a^2bde^2)^{-1}$	$a^2be^2ded^2b^2a$	$[a^2be^2,d][d,a^2b]$
193	a^2bd	d	$(a^2bd^2)^{-1}$	I	I
194	a^2bde	d	$(a^2bd^2e)^{-1}$	$a^2bdede^2db^2a$	$[a^2bd,e][e,a^2bd^2]$
195	a^2bde^2	d	$(a^2bd^2e^2)^{-1}$	$a^2bde^2dedb^2a$	$[a^2bd,e^2][e^2,a^2bd^2]$
196	a^2bd^2	d	$(a^2b)^{-1}$	I	I
197	a^2bd^2e	d	$(a^2be)^{-1}$	$a^2bd^2ede^2b^2a$	$[a^2bd^2,e][e,a^2b]$
198	$a^2bd^2e^2$	d	$(a^2be^2)^{-1}$	$a^2bd^2e^2deb^2a$	$[a^2bd^2,e^2][e^2,a^2b]$
199	a^2bc	d	$(a^2bcd)^{-1}$	I	I
200	a^2bce	d	$(a^2bcde)^{-1}$	$a^2bcede^2d^2c^2a$	$[a^2bce,d][d,a^2bc]$

Tablo 4.7 (devam)

201	a^2bce^2	d	$(a^2bcde^2)^{-1}$	$a^2bce^2ded^2c^2b^2a$	$[a^2bce^2,d][d,a^2bc]$
202	a^2bcd	d	$(a^2bcd^2)^{-1}$	I	I
203	a^2bcde	d	$(a^2bcd^2e)^{-1}$	$a^2bcdede^2dc^2b^2a$	$[a^2bcd,e][e,a^2bcd^2]$
204	a^2bcde^2	d	$(a^2bcd^2e^2)^{-1}$	$a^2bcde^2dedc^2b^2a$	$[a^2bcd,e^2][e^2,a^2bcd^2]$
205	a^2bcd^2	d	$(a^2bc)^{-1}$	I	I
206	a^2bcd^2e	d	$(a^2bce)^{-1}$	$a^2bcd^2ede^2c^2b^2a$	$[a^2bcd^2,e][e,a^2bc]$
207	$a^2bcd^2e^2$	d	$(a^2bce^2)^{-1}$	$a^2bcd^2e^2dec^2b^2a$	$[a^2bcd^2,e][e,a^2bc]$
208	a^2bc^2	d	$(a^2bc^2d)^{-1}$	I	I
209	a^2bc^2e	d	$(a^2bc^2de)^{-1}$	$a^2bc^2ede^2d^2cb^2a$	$[a^2bc^2e,d][d,a^2bc^2]$
210	$a^2bc^2e^2$	d	$(a^2bc^2de^2)^{-1}$	$a^2bc^2e^2ded^2cb^2a$	$[a^2bc^2e^2,d][d,a^2bc^2]$
211	a^2bc^2d	d	$(a^2bc^2d^2)^{-1}$	I	I
212	a^2bc^2de	d	$(a^2bc^2d^2e)^{-1}$	$a^2bc^2dede^2dcb^2a$	$[a^2bc^2d,e][e,a^2bc^2d^2]$
213	$a^2bc^2de^2$	d	$(a^2bc^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2bc^2de^2dedcb^2a$	$[a^2bc^2d,e^2][e^2,a^2bc^2d^2]$
214	$a^2bc^2d^2$	d	$(a^2bc^2)^{-1}$	I	I
215	$a^2bc^2d^2e$	d	$(a^2bc^2e)^{-1}$	$a^2bc^2d^2ede^2cb^2a$	$[a^2bc^2d^2,e][e,a^2bc^2]$
216	$a^2bc^2d^2e^2$	d	$(a^2bc^2e^2)^{-1}$	$a^2bc^2d^2e^2decb^2a$	$[a^2bc^2d^2,e^2][e^2,a^2bc^2]$
217	a^2b^2	d	$(a^2b^2d)^{-1}$	I	I
218	a^2b^2e	d	$(a^2b^2de)^{-1}$	$a^2b^2ede^2d^2ba$	$[a^2b^2e,d][d,a^2b^2]$
219	$a^2b^2e^2$	d	$(a^2b^2de^2)^{-1}$	$a^2b^2e^2ded^2b^2a^2$	$[a^2b^2e^2,d][d,a^2b^2]$
220	a^2b^2d	d	$(a^2b^2d^2)^{-1}$	I	I
221	a^2b^2de	d	$(a^2b^2d^2e)^{-1}$	$a^2b^2dede^2dba$	$[a^2b^2d,e][e,a^2b^2d^2]$
222	$a^2b^2de^2$	d	$(a^2b^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2de^2dedba$	$[a^2b^2d,e^2][e^2,a^2b^2d^2]$
223	$a^2b^2d^2$	d	$(a^2b^2)^{-1}$	I	I
224	$a^2b^2d^2e$	d	$(a^2b^2e)^{-1}$	$a^2b^2d^2ede^2ba$	$[a^2b^2d^2,e][e,a^2b^2]$
225	$a^2b^2d^2e^2$	d	$(a^2b^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2d^2e^2deba$	$[a^2b^2d^2,e^2][e^2,a^2b^2]$
226	a^2b^2c	d	$(a^2b^2cd)^{-1}$	I	I
227	a^2b^2ce	d	$(a^2b^2cde)^{-1}$	$a^2b^2cede^2d^2c^2ba$	$[a^2b^2ce,d][d,a^2b^2c]$
228	$a^2b^2ce^2$	d	$(a^2b^2cde^2)^{-1}$	$a^2b^2ce^2ded^2c^2ba$	$[a^2b^2ce^2,d][d,a^2b^2c]$
229	a^2b^2cd	d	$(a^2b^2cd^2)^{-1}$	I	I
230	a^2b^2cde	d	$(a^2b^2cd^2e)^{-1}$	$a^2b^2cdede^2dc^2ba$	$[a^2b^2cd,e][e,a^2b^2cd^2]$
231	$a^2b^2cde^2$	d	$(a^2b^2cd^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2cde^2dedc^2ba$	$[a^2b^2cd,e^2][e^2,a^2b^2cd^2]$
232	$a^2b^2cd^2$	d	$(a^2b^2c)^{-1}$	I	I
233	$a^2b^2cd^2e$	d	$(a^2b^2ce)^{-1}$	$a^2b^2cd^2ede^2c^2ba$	$[a^2b^2cd^2,e][e,a^2b^2c]$
234	$a^2b^2cd^2e^2$	d	$(a^2b^2ce^2)^{-1}$	$a^2b^2cd^2e^2dec^2ba$	$[a^2b^2cd^2,e^2][e^2,a^2b^2c]$
235	$a^2b^2c^2$	d	$(a^2b^2c^2d)^{-1}$	I	I
236	$a^2b^2c^2e$	d	$(a^2b^2c^2de)^{-1}$	$a^2b^2c^2ede^2d^2cba$	$[a^2b^2c^2e,d][d,a^2b^2c^2]$
237	$a^2b^2c^2e^2$	d	$(a^2b^2c^2de^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2e^2ded^2cba$	$[a^2b^2c^2e^2,d][d,a^2b^2c^2]$
238	$a^2b^2c^2d$	d	$(a^2b^2c^2d^2)^{-1}$	I	I
239	$a^2b^2c^2de$	d	$(a^2b^2c^2d^2e)^{-1}$	$a^2b^2c^2dede^2dcba$	$[a^2b^2c^2d,e][e,a^2b^2c^2d^2]$
240	$a^2b^2c^2de^2$	d	$(a^2b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2de^2dedcba$	$[a^2b^2c^2d,e^2][e^2,a^2b^2c^2d^2]$
241	$a^2b^2c^2d^2$	d	$(a^2b^2c^2)^{-1}$	I	I
242	$a^2b^2c^2d^2e$	d	$(a^2b^2c^2e)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2ede^2cba$	$[a^2b^2c^2d^2,e][e,a^2b^2c^2]$
243	$a^2b^2c^2d^2e^2$	d	$(a^2b^2c^2e^2)^{-1}$	$a^2b^2c^2d^2e^2decba$	$[a^2b^2c^2d^2,e^2][e^2,a^2b^2c^2]$

tablosu elde edilir. Son olarak transversaldeki elemanlar e ile çarpılırsa

Tablo 4.8 : $(H^5_{3,5})'$ grubunun üreteçleri-5.

1	I	e	$(e)^{-1}$	I	I
2	e	e	$(e^2)^{-1}$	I	I
3	e^2	e	$(I)^{-1}$	I	I
4	d	e	$(de)^{-1}$	I	I
5	de	e	$(de^2)^{-1}$	I	I
6	de^2	e	$(d)^{-1}$	I	I
7	d^2	e	$(d^2e)^{-1}$	I	I
8	d^2e	e	$(d^2e^2)^{-1}$	I	I
9	d^2e^2	e	$(d^2)^{-1}$	I	I
10	c	e	$(ce)^{-1}$	I	I
11	ce	e	$(ce^2)^{-1}$	I	I
12	ce^2	e	$(c)^{-1}$	I	I
13	c^2	e	$(c^2e)^{-1}$	I	I
14	c^2e	e	$(c^2e^2)^{-1}$	I	I
15	c^2e^2	e	$(c^2)^{-1}$	I	I
16	cd	e	$(cde)^{-1}$	I	I
17	cde	e	$(cde^2)^{-1}$	I	I
18	cde^2	e	$(cd)^{-1}$	I	I
19	cd^2	e	$(cd^2e)^{-1}$	I	I
20	cd^2e	e	$(cd^2e^2)^{-1}$	I	I
21	cd^2e^2	e	$(cd^2)^{-1}$	I	I
22	c^2d	e	$(c^2de)^{-1}$	I	I
23	c^2de	e	$(c^2de^2)^{-1}$	I	I
24	c^2de^2	e	$(c^2d)^{-1}$	I	I
25	c^2d^2	e	$(c^2d^2e)^{-1}$	I	I
26	c^2d^2e	e	$(c^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
27	$c^2d^2e^2$	e	$(c^2d^2)^{-1}$	I	I
28	b	e	$(be)^{-1}$	I	I
29	be	e	$(be^2)^{-1}$	I	I
30	be^2	e	$(b)^{-1}$	I	I
31	b^2	e	$(b^2e)^{-1}$	I	I
32	b^2e	e	$(b^2e^2)^{-1}$	I	I
33	b^2e^2	e	$(b^2)^{-1}$	I	I
34	bd	e	$(bde)^{-1}$	I	I
35	bde	e	$(bde^2)^{-1}$	I	I
36	bde^2	e	$(bd)^{-1}$	I	I
37	bd^2	e	$(bd^2e)^{-1}$	I	I
38	bd^2e	e	$(bd^2e^2)^{-1}$	I	I
39	bd^2e^2	e	$(bd^2)^{-1}$	I	I
40	b^2d	e	$(b^2de)^{-1}$	I	I
41	b^2de	e	$(b^2de^2)^{-1}$	I	I
42	b^2de^2	e	$(b^2d)^{-1}$	I	I
43	b^2d^2	e	$(b^2d^2e)^{-1}$	I	I
44	b^2d^2e	e	$(b^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
45	$b^2d^2e^2$	e	$(b^2d^2)^{-1}$	I	I
46	bc	e	$(bce)^{-1}$	I	I

Tablo 4.8 (devam)

47	bce	e	$(bce^2)^{-1}$	I	I
48	bce^2	e	$(bc)^{-1}$	I	I
49	bcd	e	$(bcde)^{-1}$	I	I
50	bcde	e	$(bcde^2)^{-1}$	I	I
51	$bcde^2$	e	$(bcd)^{-1}$	I	I
52	bcd^2	e	$(bcd^2e)^{-1}$	I	I
53	bcd^2e	e	$(bcd^2e^2)^{-1}$	I	I
54	bcd^2e^2	e	$(bcd^2)^{-1}$	I	I
55	bc^2	e	$(bc^2e)^{-1}$	I	I
56	bc^2e	e	$(bc^2e^2)^{-1}$	I	I
57	bc^2e^2	e	$(bc^2)^{-1}$	I	I
58	bc^2d	e	$(bc^2de)^{-1}$	I	I
59	bc^2de	e	$(bc^2de^2)^{-1}$	I	I
60	bc^2de^2	e	$(bc^2d)^{-1}$	I	I
61	bc^2d^2	e	$(bc^2d^2e)^{-1}$	I	I
62	bc^2d^2e	e	$(bc^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
63	$bc^2d^2e^2$	e	$(bc^2d^2)^{-1}$	I	I
64	b^2c	e	$(b^2ce)^{-1}$	I	I
65	b^2ce	e	$(b^2ce^2)^{-1}$	I	I
66	b^2ce^2	e	$(b^2c)^{-1}$	I	I
67	b^2cd	e	$(b^2cde)^{-1}$	I	I
68	b^2cde	e	$(b^2cde^2)^{-1}$	I	I
69	b^2cde^2	e	$(b^2cd)^{-1}$	I	I
70	b^2cd^2	e	$(b^2cd^2e)^{-1}$	I	I
71	b^2cd^2e	e	$(b^2cd^2e^2)^{-1}$	I	I
72	$b^2cd^2e^2$	e	$(b^2cd^2)^{-1}$	I	I
73	b^2c^2	e	$(b^2c^2e)^{-1}$	I	I
74	b^2c^2e	e	$(b^2c^2e^2)^{-1}$	I	I
75	$b^2c^2e^2$	e	$(b^2c^2)^{-1}$	I	I
76	b^2c^2d	e	$(b^2c^2de)^{-1}$	I	I
77	b^2c^2de	e	$(b^2c^2de^2)^{-1}$	I	I
78	$b^2c^2de^2$	e	$(b^2c^2d)^{-1}$	I	I
79	$b^2c^2d^2$	e	$(b^2c^2d^2e)^{-1}$	I	I
80	$b^2c^2d^2e$	e	$(b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
81	$b^2c^2d^2e^2$	e	$(b^2c^2d^2)^{-1}$	I	I
82	a	e	$(ae)^{-1}$	I	I
83	ae	e	$(ae^2)^{-1}$	I	I
84	ae^2	e	$(a)^{-1}$	I	I
85	ad	e	$(ade)^{-1}$	I	I
86	ade	e	$(ade^2)^{-1}$	I	I
87	ade^2	e	$(ad)^{-1}$	I	I
88	ad^2	e	$(ad^2e)^{-1}$	I	I
89	ad^2e	e	$(ad^2e^2)^{-1}$	I	I
90	ad^2e^2	e	$(ad^2)^{-1}$	I	I
91	ac	e	$(ace)^{-1}$	I	I
92	ace	e	$(ace^2)^{-1}$	I	I

Tablo 4.8 (devam)

93	ace^2	e	$(ac)^{-1}$	I	I
94	acd	e	$(acde)^{-1}$	I	I
95	acde	e	$(acde^2)^{-1}$	I	I
96	$acde^2$	e	$(acd)^{-1}$	I	I
97	acd^2	e	$(acd^2e)^{-1}$	I	I
98	acd^2e	e	$(acd^2e^2)^{-1}$	I	I
99	acd^2e^2	e	$(acd^2)^{-1}$	I	I
100	ac^2	e	$(ac^2e)^{-1}$	I	I
101	ac^2e	e	$(ac^2e^2)^{-1}$	I	I
102	ac^2e^2	e	$(ac^2)^{-1}$	I	I
103	ac^2d	e	$(ac^2de)^{-1}$	I	I
104	ac^2de	e	$(ac^2de^2)^{-1}$	I	I
105	ac^2de^2	e	$(ac^2d)^{-1}$	I	I
106	ac^2d^2	e	$(ac^2d^2e)^{-1}$	I	I
107	ac^2d^2e	e	$(ac^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
108	$ac^2d^2e^2$	e	$(ac^2d^2)^{-1}$	I	I
109	ab	e	$(abe)^{-1}$	I	I
110	abe	e	$(abe^2)^{-1}$	I	I
111	abe^2	e	$(ab)^{-1}$	I	I
112	abd	e	$(abde)^{-1}$	I	I
113	abde	e	$(abde^2)^{-1}$	I	I
114	$abde^2$	e	$(abd)^{-1}$	I	I
115	abd^2	e	$(abd^2e)^{-1}$	I	I
116	abd^2e	e	$(abd^2e^2)^{-1}$	I	I
117	abd^2e^2	e	$(abd^2)^{-1}$	I	I
118	abc	e	$(abce)^{-1}$	I	I
119	abce	e	$(abce^2)^{-1}$	I	I
120	$abce^2$	e	$(abc)^{-1}$	I	I
121	abcd	e	$(abcde)^{-1}$	I	I
122	abcde	e	$(abcde^2)^{-1}$	I	I
123	$abcde^2$	e	$(abcd)^{-1}$	I	I
124	$abcd^2$	e	$(abcd^2e)^{-1}$	I	I
125	$abcd^2e$	e	$(abcd^2e^2)^{-1}$	I	I
126	$abcd^2e^2$	e	$(abcd^2)^{-1}$	I	I
127	abc^2	e	$(abc^2e)^{-1}$	I	I
128	abc^2e	e	$(abc^2e^2)^{-1}$	I	I
129	abc^2e^2	e	$(abc^2)^{-1}$	I	I
130	abc^2d	e	$(abc^2de)^{-1}$	I	I
131	abc^2de	e	$(abc^2de^2)^{-1}$	I	I
132	abc^2de^2	e	$(abc^2d)^{-1}$	I	I
133	abc^2d^2	e	$(abc^2d^2e)^{-1}$	I	I
134	abc^2d^2e	e	$(abc^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
135	$abc^2d^2e^2$	e	$(abc^2d^2)^{-1}$	I	I
136	ab^2	e	$(ab^2e)^{-1}$	I	I
137	ab^2e	e	$(ab^2e^2)^{-1}$	I	I
138	ab^2e^2	e	$(ab^2)^{-1}$	I	I

Tablo 4.8 (devam)

139	ab^2d	e	$(ab^2de)^{-1}$	I	I
140	ab^2de	e	$(ab^2de^2)^{-1}$	I	I
141	ab^2de^2	e	$(ab^2d)^{-1}$	I	I
142	ab^2d^2	e	$(ab^2d^2e)^{-1}$	I	I
143	ab^2d^2e	e	$(ab^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
144	$ab^2d^2e^2$	e	$(ab^2d^2)^{-1}$	I	I
145	ab^2c	e	$(ab^2ce)^{-1}$	I	I
146	ab^2ce	e	$(ab^2ce^2)^{-1}$	I	I
147	ab^2ce^2	e	$(ab^2c)^{-1}$	I	I
148	ab^2cd	e	$(ab^2cde)^{-1}$	I	I
149	ab^2cde	e	$(ab^2cde^2)^{-1}$	I	I
150	ab^2cde^2	e	$(ab^2cd)^{-1}$	I	I
151	ab^2cd^2	e	$(ab^2cd^2e)^{-1}$	I	I
152	ab^2cd^2e	e	$(ab^2cd^2e^2)^{-1}$	I	I
153	$ab^2cd^2e^2$	e	$(ab^2cd^2)^{-1}$	I	I
154	ab^2c^2	e	$(ab^2c^2e)^{-1}$	I	I
155	ab^2c^2e	e	$(ab^2c^2e^2)^{-1}$	I	I
156	$ab^2c^2e^2$	e	$(ab^2c^2)^{-1}$	I	I
157	ab^2c^2d	e	$(ab^2c^2de)^{-1}$	I	I
158	ab^2c^2de	e	$(ab^2c^2de^2)^{-1}$	I	I
159	$ab^2c^2de^2$	e	$(ab^2c^2d)^{-1}$	I	I
160	$ab^2c^2d^2$	e	$(ab^2c^2d^2e)^{-1}$	I	I
161	$ab^2c^2d^2e$	e	$(ab^2c^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
162	$ab^2c^2d^2e^2$	e	$(ab^2c^2d^2)^{-1}$	I	I
163	a^2	e	$(a^2e)^{-1}$	I	I
164	a^2e	e	$(a^2e^2)^{-1}$	I	I
165	a^2e^2	e	$(a^2)^{-1}$	I	I
166	a^2d	e	$(a^2de)^{-1}$	I	I
167	a^2de	e	$(a^2de^2)^{-1}$	I	I
168	a^2de^2	e	$(a^2d)^{-1}$	I	I
169	a^2d^2	e	$(a^2d^2e)^{-1}$	I	I
170	a^2d^2e	e	$(a^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
171	$a^2d^2e^2$	e	$(a^2d^2)^{-1}$	I	I
172	a^2c	e	$(a^2ce)^{-1}$	I	I
173	a^2ce	e	$(a^2ce^2)^{-1}$	I	I
174	a^2ce^2	e	$(a^2c)^{-1}$	I	I
175	a^2cd	e	$(a^2cde)^{-1}$	I	I
176	a^2cde	e	$(a^2cde^2)^{-1}$	I	I
177	a^2cde^2	e	$(a^2cd)^{-1}$	I	I
178	a^2cd^2	e	$(a^2cd^2e)^{-1}$	I	I
179	a^2cd^2e	e	$(a^2cd^2e^2)^{-1}$	I	I
180	$a^2cd^2e^2$	e	$(a^2cd^2)^{-1}$	I	I
181	a^2c^2	e	$(a^2c^2e)^{-1}$	I	I
182	a^2c^2e	e	$(a^2c^2e^2)^{-1}$	I	I
183	$a^2c^2e^2$	e	$(a^2c^2)^{-1}$	I	I
184	a^2c^2d	e	$(a^2c^2de)^{-1}$	I	I

Tablo 4.8 (devam)

185	a^2c^2de	e	$(a^2c^2de^2)^{-1}$	I	I
186	$a^2c^2de^2$	e	$(a^2c^2d)^{-1}$	I	I
187	$a^2c^2d^2$	e	$(a^2c^2d^2e)^{-1}$	I	I
188	$a^2c^2d^2e$	e	$(a^2c^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
189	$a^2c^2d^2e^2$	e	$(a^2c^2d^2)^{-1}$	I	I
190	a^2b	e	$(a^2be)^{-1}$	I	I
191	a^2be	e	$(a^2be^2)^{-1}$	I	I
192	a^2be^2	e	$(a^2b)^{-1}$	I	I
193	a^2bd	e	$(a^2bde)^{-1}$	I	I
194	a^2bde	e	$(a^2bde^2)^{-1}$	I	I
195	a^2bde^2	e	$(a^2bd)^{-1}$	I	I
196	a^2bd^2	e	$(a^2bd^2e)^{-1}$	I	I
197	a^2bd^2e	e	$(a^2bd^2e^2)^{-1}$	I	I
198	$a^2bd^2e^2$	e	$(a^2bd^2)^{-1}$	I	I
199	a^2bc	e	$(a^2bce)^{-1}$	I	I
200	a^2bce	e	$(a^2bce^2)^{-1}$	I	I
201	a^2bce^2	e	$(a^2bc)^{-1}$	I	I
202	a^2bcd	e	$(a^2bcde)^{-1}$	I	I
203	a^2bcde	e	$(a^2bcde^2)^{-1}$	I	I
204	a^2bcde^2	e	$(a^2bcd)^{-1}$	I	I
205	a^2bcd^2	e	$(a^2bcd^2e)^{-1}$	I	I
206	a^2bcd^2e	e	$(a^2bcd^2e^2)^{-1}$	I	I
207	$a^2bcd^2e^2$	e	$(a^2bcd^2)^{-1}$	I	I
208	a^2bc^2	e	$(a^2bc^2e)^{-1}$	I	I
209	a^2bc^2e	e	$(a^2bc^2e^2)^{-1}$	I	I
210	$a^2bc^2e^2$	e	$(a^2bc^2)^{-1}$	I	I
211	a^2bc^2d	e	$(a^2bc^2de)^{-1}$	I	I
212	a^2bc^2de	e	$(a^2bc^2de^2)^{-1}$	I	I
213	$a^2bc^2de^2$	e	$(a^2bc^2d)^{-1}$	I	I
214	$a^2bc^2d^2$	e	$(a^2bc^2d^2e)^{-1}$	I	I
215	$a^2bc^2d^2e$	e	$(a^2bc^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
216	$a^2bc^2d^2e^2$	e	$(a^2bc^2d^2)^{-1}$	I	I
217	a^2b^2	e	$(a^2b^2e)^{-1}$	I	I
218	a^2b^2e	e	$(a^2b^2e^2)^{-1}$	I	I
219	$a^2b^2e^2$	e	$(a^2b^2)^{-1}$	I	I
220	a^2b^2d	e	$(a^2b^2de)^{-1}$	I	I
221	a^2b^2de	e	$(a^2b^2de^2)^{-1}$	I	I
222	$a^2b^2de^2$	e	$(a^2b^2d)^{-1}$	I	I
223	$a^2b^2d^2$	e	$(a^2b^2d^2e)^{-1}$	I	I
224	$a^2b^2d^2e$	e	$(a^2b^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
225	$a^2b^2d^2e^2$	e	$(a^2b^2d^2)^{-1}$	I	I
226	a^2b^2c	e	$(a^2b^2ce)^{-1}$	I	I
227	a^2b^2ce	e	$(a^2b^2ce^2)^{-1}$	I	I
228	$a^2b^2ce^2$	e	$(a^2b^2c)^{-1}$	I	I
229	a^2b^2cd	e	$(a^2b^2cde)^{-1}$	I	I
230	a^2b^2cde	e	$(a^2b^2cde^2)^{-1}$	I	I

Tablo 4.8 (devam)

231	$a^2b^2cde^2$	e	$(a^2b^2cd)^{-1}$	I	I
232	$a^2b^2cd^2$	e	$(a^2b^2cd^2e)^{-1}$	I	I
233	$a^2b^2cd^2e$	e	$(a^2b^2cd^2e^2)^{-1}$	I	I
234	$a^2b^2cd^2e^2$	e	$(a^2b^2cd^2)^{-1}$	I	I
235	$a^2b^2c^2$	e	$(a^2b^2c^2e)^{-1}$	I	I
236	$a^2b^2c^2e$	e	$(a^2b^2c^2e^2)^{-1}$	I	I
237	$a^2b^2c^2e^2$	e	$(a^2b^2c^2)^{-1}$	I	I
238	$a^2b^2c^2d$	e	$(a^2b^2c^2de)^{-1}$	I	I
239	$a^2b^2c^2de$	e	$(a^2b^2c^2de^2)^{-1}$	I	I
240	$a^2b^2c^2de^2$	e	$(a^2b^2c^2d)^{-1}$	I	I
241	$a^2b^2c^2d^2$	e	$(a^2b^2c^2d^2e)^{-1}$	I	I
242	$a^2b^2c^2d^2e$	e	$(a^2b^2c^2d^2e^2)^{-1}$	I	I
243	$a^2b^2c^2d^2e^2$	e	$(a^2b^2c^2d^2)^{-1}$	I	I

tablosu elde edilir.

Tablodan elde edilen üreteçler [a,b], [a,be], [ab,e], [a,bde], [ab,de], [abd,e], [a,bcde], [ab,cde], [abc,de], [abcd,e]… şeklinde devam etmektedir. Dikkat edilirse üreteçler, x,y,z,t ve s nin aynı anda en az iki tanesi sıfırdan farklı olmak koşuluyla, genel gösterimi $a^xb^yc^zd^te^s$ $(x,y,z,t,s \in \{0,1,2\})$ şeklinde olan üreteçlerde, virgülün a ile e arasında hareket etmesiyle oluştuğu görülür. Bu durumda 5 elemanlı bir kümenin sırasıyla ikili, üçlü, dörtlü ve beşli kombinasyonlarının, x,y,z,t ve s den seçilen değerlerin alabileceği üs sayısı değeri ve virgülün hareket edeceği yerler ile çarpımlarının toplamı bize üreteç sayısını verir. Yani bu soru üzerinden ifade edecek olursak

$(a)^3 = (b)^3 = (c)^3 = (d)^3 = (e)^3 = I$ ve $2 \leq m \leq$ 'üreteç adedi' (burada 5 tane) olmak üzere $C(5,m) \times (3-1)^m \times$ (virgülün hareket edebileceği aralık sayısı) olarak gösterebiliriz.

Şimdi bu söylediğimizi matematik diliyle ifade edecek olursak

$$[a,b],[a,c],[a^2,e],[b^2,e^2]\ldots$$

şeklindeki ikili üreteçlerin sayısı

$$C(5,2).(2.2).1 = 40$$

tane bulunur.

$$[a,bc],[b^2c,e],[a^2,ce^2]\ldots$$

şeklindeki üreteçlerin sayısı

$$C(5,3).(2.2.2).2 = 160$$

tane bulunur.

$$[abc,d^2],[b^2c,de^2],[a^2,b^2cd^2]\ldots$$

şeklindeki üreteçlerin sayısı

$$C(5,4).(2.2.2.2).3 = 240$$

tane bulunur.

$$[a,bcd^2e],[a^2bc^2,de],[a^2b^2c^2d^2,e^2]\ldots$$

şeklindeki üreteçlerin sayısı

$$C(5,5).(2.2.2.2.2).4 = 128$$

tane bulunur.

Böylece tüm üreteçlerimizin sayısı 40+160+240+128 = 568 tane bulunur. Gerçekten de Teorem 2.10.8 deki formülü kullandığımızda

$$1 + 3.3.3.3.3(-1 + 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3}) = 568$$

olduğu görülür.

4.2.4 Teorem : $H_{p,q}^m$ nun üreteçleri a,b,c...,z olsun. $(H_{p,q}^m)'$ nun üreteçleri, $0 \leq k_1, k_2, \ldots, k_z < q$ ve k_i lerden en az iki tanesi sıfırdan farklı olmak üzere, $[a^{k_1}, b^{k_2}], [a^{k_1}, b^{k_2}c^{k_3}], \ldots, [a^{k_1}, b^{k_2} \ldots z^{k_z}], \ldots, [a^{k_1}b^{k_2} \ldots y^{k_y}, z^{k_z}]$ şeklindedir. (Burada üreteçlerdeki sıralama alfabetiktir).

İspat: Reidemeister-Schreier metodu uygulandığında üreteçlerdeki elemanların aynı kuvvetlerinin farklı dizilişlerinin elde edildiği görülür. Fakat alfabetik sıra dizilimi hariç diğerlerinin yapılacak tablolardan sadeleştiği kolaylıkla görülür.

4.2.5 Teorem : $p, q > 2$ ve farklı asallar, $(m, q) = 1$ ve $m = pk$ (k$\in N$) ve $H_{p,q}^m$ nun üreteç sayısı p olmak üzere $(H_{p,q}^m)'$ komütatör alt grubunun üreteç sayısı

$$\sum_{m=2}^{p} \binom{p}{m} . (q-1)^m . (m-1)$$

formülüyle hesaplanır.

İspat: Önce $H_{p,q}/H_{p,q}^m$ bölüm grubunu oluşturalım.

$$H_{p,q}/H_{p,q}^m = \langle x, y : x^p = y^q = x^m = y^m = (xy)^m = I \rangle$$

sunuşu elde edilir. Buradan $x^p = x^m \rightarrow x^p = I$ ve $y^q = y^m \rightarrow y = I$ elde edilir. Reidemeister-Schreier metodunu kullanmak için $\sum = \{I, x, x^2, \dots, x^{p-1}\}$ şeklinde seçilirse aşağıdaki sonuçlar elde edilir.

$$\begin{array}{cc}
I.x.(x)^{-1} = I & I.y.(I)^{-1} = y \\
x.x.(x^2)^{-1} = I & x.y.(x)^{-1} = xyx^{p-1} \\
x^2.x.(x^3)^{-1} = I & x^2.y.(x^2)^{-1} = x^2yx^{p-2} \\
. & . \\
. & . \\
. & . \\
x^{p-1}.x.(I)^{-1} = I & x^{p-1}.y.(x^{p-1})^{-1} = x^{p-1}yx
\end{array}$$

$$\begin{aligned} H_{p,q}^m = \langle\, y, xyx^{p-1}, x^2yx^{p-2}, \dots, x^{p-1}yx : y^q = (xyx^{p-1})^q = (x^2yx^{p-2})^q = \cdots \\ = (x^{p-1}yx)^q = I \rangle \end{aligned}$$

sunuşu elde edilir. Gösterim ve işlem kolaylığı açısından $a_1 = y$, $a_2 = xyx^{p-1}$, $a_3 = x^2yx^{p-2}$,..., $a_p = x^{p-1}yx$ olarak alınırsa

$$H_{p,q}^m = \left\langle a_1, a_2, \dots, a_p : (a_1)^q = (a_2)^q = \cdots = (a_p)^q = I \right\rangle \cong \mathbb{Z}_q * \mathbb{Z}_q * \dots * \mathbb{Z}_q$$

sunuşu elde edilir. Buradan $H_{p,q}^{m}/(H_{p,q}^{m})'$ grubunun grup sunuşu, $H_{p,q}^{m}$ grubuna değişmelilik eklenirse

$$H_{p,q}^{m}/(H_{p,q}^{m})' = \langle a_1, a_2, \dots, a_p : (a_1)^q = (a_2)^q = \cdots = (a_p)^q = I,$$

$$a_1a_2 = a_2a_1, \dots, a_{p-1}a_p = a_pa_{p-1}\rangle \cong \mathbb{Z}_q \times \mathbb{Z}_q \times \dots \times \mathbb{Z}_q$$

şeklinde elde edilir.

Reidemeister-Schreier metodu için transversal aşağıdaki şekilde seçilirse;

$$\Sigma = \{I, a_1, a_1^2, \dots, a_1^{q-1}, a_2, a_2^2, \dots, a_2^{q-1}, \dots, a_p, a_p^2, \dots, a_p^{q-1}, a_1a_2, a_1a_3, \dots, a_1a_q, \dots,$$

$$a_1^{q-1}a_p^{q-1}, a_1a_2a_3, \dots, a_1a_2a_3 \dots a_p, \dots, a_1^{q-1}a_2^{q-1} \dots a_p^{q-1}\}$$

olmak üzere seçilen transversalin q^p tane elemanı vardır. Şimdi Teorem 2.10.8 deki formül yardımıyla üreteç sayısını hesaplayalım.

$$1 + q.q.q \dots q\left(-1 + p\left(1 - \frac{1}{q}\right)\right) = 1 + q^p\left(-1 + \frac{p(q-1)}{q}\right) = 1 + q^p\left(\frac{pq-(p+q)}{q}\right) =$$

$$1 + q^{p-1}(pq - (p+q)) = 1 + q^p.p - q^{p-1}(p+q) = 1 + q^p.p - q^{p-1}.p - q^p =$$

$$1 + (q-1).q^{p-1}.p - q^p$$

bulunur. Şimdi de üreteçleri tek tek bulurken yapacağımız hesaplamalarla formülü elde edelim.

Önce iki elemanlı üreteçleri bulurken p tane elemandan iki eleman seçilir. Bu elemanlar q mertebeli olduğundan her eleman için $q-1$ durum vardır ve bu iki üreteç virgülle bir tek yerden ayrılır. Buradan

$$\binom{p}{2}.(q-1)^2.1$$

elde edilir. Benzer şekilde üç elemanlı, dört elemanlı,..., p elemanlı üreteç sayıları hesaplanırsa tüm üreteçlerin sayısı

$$\binom{p}{2}.(q-1)^2.1+\binom{p}{3}.(q-1)^3.2+\binom{p}{4}.(q-1)^4.3+\cdots+\binom{p}{p}.(q-1)^p.(p-1)$$

$$=\sum_{m=2}^{p}\binom{p}{m}.(q-1)^m(m-1)$$

elde edilir. $p=5\ ve\ q=3$ alınırsa

$$1+(q-1).q^{p-1}.p-q^p=\sum_{m=2}^{p}\binom{p}{m}.(q-1)^m(m-1)$$

$$1+(3-1).3^4.5-3^5=\sum_{m=2}^{5}\binom{5}{m}.(3-1)^m(m-1)$$

$$1+810-243=\binom{5}{2}.2^2.1+\binom{5}{3}.2^3.2+\binom{5}{4}.2^4.3+\binom{5}{5}.2^5.4$$

$$568=40+160+240+128$$

$$568=568$$

elde edilir.

4.3 Genişletilmiş Genel Hecke Gruplarının Kuvvet Alt Gruplarının Komütatör Alt Grupları

Bu bölümde p ve q, 2 den büyük farklı asallar için $\overline{H}_{p,q}^p$ ile $\overline{H}_{p,q}^q$ genişletilmiş Hecke gruplarının kuvvet alt gruplarıyla ilgili sonuçlar verilecektir. Daha sonra da $\overline{H}_{p,q}^p$ ile $\overline{H}_{p,q}^q$ kuvvet alt gruplarının komütatör alt grupları ile ilgili sonuçlar verilecektir.

4.3.1 Teorem: $\overline{H}_{p,q}$ genişletilmiş genel Hecke gruplarının sunuşu

$$\overline{H}_{p,q}=\langle x,y,r : x^p=y^q=r^2=(xr)^2=(yr)^2=I\rangle$$

şeklindedir.

4.3.2 Teorem: p ve q, 2 den büyük farklı asallar olmak üzere $\overline{H}_{p,q}^{p} = \overline{H}_{p,q}$ dir.

İspat: Şimdi bu durum için $\overline{H}_{p,q}^{p}$ kuvvet alt grubunun sunuşunu elde edelim. $\overline{H}_{p,q}$ grubunun sunuşuna tüm elemanların p. kuvvetini eklersek

$$\overline{H}_{p,q}/\overline{H}_{p,q}^{p} = \langle x, y, r : x^p = y^q = r^2 = x^p = y^p = r^p = (xr)^p = (yr)^p = I \rangle$$

bölüm grubunun sunuşu elde edilir. Buradan p tek asal olduğundan

$$(xr)^2 = (xr)^p \rightarrow xr = I$$

olduğundan $x = r$, ve yine aynı şekilde p ve q aralarında asal olduğundan $y = I$ ve $r = I$ bulunur. Tüm bu sonuçlardan $\overline{H}_{p,q} = \overline{H}_{p,q}^{p}$ elde edilir.

4.3.3 Teorem: p ve q, 2 den büyük farklı asallar olmak üzere $\overline{H}_{p,q}^{q} = \overline{H}_{p,q}$ dur.

İspat: 4.1.2 teoreme benzer olarak kolaylıkla yapılabilir.

4.3.4 Teorem: p ve q, 2 den büyük farklı asallar olmak üzere $\overline{H}_{p,q}^{p}$ ile $\overline{H}_{p,q}^{q}$ kuvvet alt gruplarının komütatör alt grupları $H_{p,q}$ genel Hecke gruplarına izomorftur.

İspat: $\overline{H}_{p,q}^{p} = \overline{H}_{p,q}$ olduğunu biliyoruz. [28] nolu kaynakta $(\overline{H}_{p,q}^{p})' = H_{p,q}$ ve $(\overline{H}_{p,q}^{q})' = H_{p,q}$ olduğu ispatlanmıştır.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

$H_{p,q}$ Hecke gruplarının $H_{p,q}^{m}$ kuvvet alt gruplarını incelerken p ve q ile m sayılarının kendi aralarında asal olup olmadıklarına göre dört temel durum ortaya çıkar. Bu durumlara göre literatürde ilk defa bulunan sonuçlar 3.2.1, 3.2.2, 3.2.3 ve 3.2.4 nolu teoremler ile gösterilmiştir. Bu durumlardan farklı olarak Reidemeister-Schreier yönteminin çalışmadığı durum uyarı olarak verilmiştir.

Çalışmanın dördüncü bölümünde özel olarak $p, q \geq 3$ farklı asal sayıları için $(m, p) = p$ ve $(m, q) = 1$ olmak üzere $H_{p,q}^{m}$ kuvvet alt gruplarının $(H_{p,q}^{m})'$ komütatör alt gruplarının üreteçleri elde edildi. 4.2.4 teoremde üreteçlerin yapısı tablolar üzerinden incelenip alfabetik sıralamaya uygunluğu gösterildi. Ayrıca 4.2.5 teoremde üreteç sayısını veren formül bulundu.

Bu çalışmadan hareketle $p, q \geq 3$ farklı asal sayıları için $(m, p) = p$ ve $(m, q) = q$ durumları için $(H_{p,q}^{m})'$ komütatör alt grupları incelenebilir. Ayrıca $p, q \geq 3$ asal sayıları için $p = q$ olduğunda $m = pqk$ durumu için de çalışmalar yapılabilir.

6. KAYNAKLAR

[1] Hecke, E., "Über die Bestimmung Dirichletscher Reichen durch ihre Funktionalgleichungen", *Math. Ann.,* 112, 664-699, (1936).

[2] Cangül, İ. N., "Normal subgroups of the Hecke group $H(\sqrt{2})^{*}$", *Commun. Fac. Sci. Univ. Ank. Series A*, 43, 129-135, (1994).

[3] Cangül, İ. N., Şahin, R., İkikardeş, S. and Koruoğlu, Ö., "Power subgroups of some Hecke groups II", *Houston J. Math.*, 33 (1), 33-42, (2007).

[4] Cangül, İ. N. and Singerman, D., "Normal subgroups of Hecke groups and regular maps", *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, 59-74, (1998).

[5] Tekcan, A. and Bizim, O., "The connection between quadratic forms and the extended modular group", *Mathematica Bohemica*, 128 (3), 225-236, (2003).

[6] İkikardeş, S., Şahin, R. and Koruoğlu, Ö., "Power subgroups of some Hecke groups", *Rocky Mountain J. Math.*, 36 (2), 497-508, (2006).

[7] Koruoğlu, Ö., Şahin, R. and İkikardeş, S., "The normal subgroup structure of the extended Hecke groups", *Bull. Braz. Math. Soc.* (N.S.), 38 (1), 51-65, (2007).

[8] Şahin, R., İkikardeş, S. and Koruoğlu, Ö., "Some normal subgroups of the Hecke groups ($\overline{H}(\lambda_p)$)", *Rocky Mountain J. Math.*, 36 (3), 1033-1048, (2006).

[9] Şahin, R., "Genişletilmiş Hecke grupları", Doktora Tezi, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Matematik Anabilim Dalı, Balıkesir, (2001).

[10] Şahin, R., Bizim, O. and Cangül, İ. N., "Commutator subgroups of the extended Hecke groups $\overline{H}(\lambda_q)$", *Czechoslovak Mathematical Journal*, 54, 253-259, (2004).

[11] Cangül, İ. N., "Normal subgroups of Hecke groups", Ph.D. Thesis, Southampton University, (1993).

[12] Yılmaz, N. and Cangül, İ. N., "Power subgroups of Hecke groups H($\sqrt{n}$)", *Int. J. Math. Sci.*, 11, 703-708, (2001).

[13] Koruoğlu, Ö., " $\overline{H}(\lambda)$ *İle* $\overline{H}(\lambda_p)$ genişletilmiş Hecke gruplarının bazı normal alt grupları ve sürekli kesirler", Doktora Tezi, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Matematik Anabilim Dalı, Balıkesir, (2005).

[14] Şahin, R. and Koruoğlu, Ö., "Commutator subgroups of the power subgroups of some Hecke groups", *Ramanujan J.*, 151-159, (2011).

[15] Şahin, R., İkikardes, S. and Koruoğlu, Ö., "Extended Hecke groups $\overline{H}(\lambda_q)$ and their fundamental regions", *Adv. Stud. Contemp. Math.* (Kyungshang), 15 (1), 87-94, (2007).

[16] Yılmaz, N. and Cangül, İ.N., "On the group structure and parabolic points of the Hecke group H(λ)", *Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math.*, 51 35-46, (2002).

[17] Lehner, J., "Uniqueness of a class of fuchsian groups" *Ill. J. Math. Surveys,8, A.M.S. Providence,R.L.*, (1964).

[18] Şahin, R. and Koruoğlu, Ö., "Commutator subgroups of the power subgroups of Hecke groups II", *C.R Acad. Sci.*, Paris, 127-130, (2011).

[19] Başkan, T., *Kompleks fonksiyonlar teorisi*, Bursa: Vipaş, 318-324, (2001).

[20] Jones, G. A. and Singerman, D., *Complex functions*, Cambridge University Press, 17-267, (1987).

[21] Coxeter, H. S. M. and Moser, W. O. J., *Generators and relations for discrete groups*. second ed., Springer-Verlag, New York: Berlin-Göttingen-Heidelberg-35-38, (1965).

[22] Jones, G. A. and Thornton, J. S., "Automorphisms and congrunce subgroups of the extended modular group", *J. London Math. Soc.*, (2), 34, 26-40, (1986).

[23] Johnson, D. L., *Presentation of groups*, Cambridge : Cambridge University Press, 1-17, 41-45, (1990).

[24] Magnus, W., Karrass, A. and Solitar, D., *Combinatorial Group Theory*, New York: Dover Publications., (1976).

[25] Hungerford, T. W., *Algebra*, New York : Springer-Verlag, 103, 230-238, (1974).

[26] Nesin, A., *Temel grup teorisi*, İstanbul: Nesin Yayıncılık Ltd. Şti., 259-261, (2014).

[27] Robinson, D. J. S., *A course in the theory of groups*. Springer-Verlag, New York-Heildelberg-Berlin, 28, 119-120, 167, (2001).

[28] Kaymak, Ş., "Genişletilmiş genel Hecke gruplarının komütatör alt grupları", Yüksek Lisans Tezi, *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Matematik Anabilim Dalı, Balıkesir, (2013).

[29] Nielsen, J., "The commutator subgroup of the free product of cyclic groups", *Mat. Tidsskr. B*. 49-56, (1948).