

12094



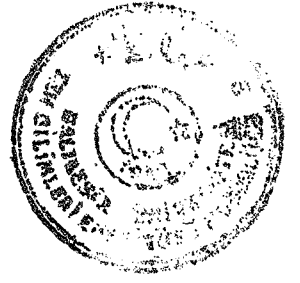
T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DÜZLEM ÇERÇEVELERİN
KESME TİPİ VE ELASTİK KATLI ÇERÇEVE KABULÜ İLE
DİNAMİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Erdim KIRDAR

Balıkesir, Eylül - 1996



T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DÜZLEM ÇERÇEVELERİN
KESME TİPİ ve ELASTİK KATLI ÇERÇEVE KABULÜ İLE
DİNAMİK ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Erdim KIRDAR

Tez danışmanı: Doç. Dr. Şerif SAYLAN

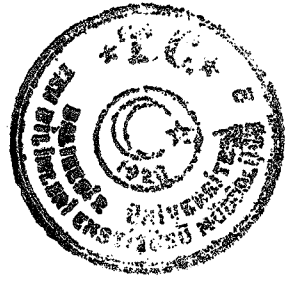
Sınav Tarihi: 7.11.1996

Jüri Üyeleri : Prof. Sacit OĞUZ

Doç. Dr. Şerif SAYLAN (danışman)

Yrd. Doç. Dr. Erdal İRTEM

Balıkesir, Eylül - 1996



ÖZ

**DÜZLEM ÇERÇEVELERİN
KESME TİPİ VE ELASTİK KATLI ÇERÇEVE KABULÜ
İLE DİNAMİK ANALİZİ**

İnş. Müh. Erdim KIRDAR

**Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı**

(Yüksek Lisans Tezi / Tez Danışmanı: Doç. Dr. Şerif SAYLAN)

Balıkesir, 1996

Düzlem çerçeve kabulü ile modellendirilen yapılar kesme tipi ve elastik katlı çerçeve yaklaşımı ile çözülebilir. Bu tez çalışmasında, düzlem çerçeve olarak modellendirilebilen sistemlerin farklı kabullere göre analizleri yapılmış, sonuçlar eleman ve çerçeve özellikleri bakımından mukayese edilmiştir. Kesme tipi çerçeve çözümde yapının sadece yanal deprem kuvvetlerine maruz kaldığı ve sadece yanal deplasman yaptığı kabul edilmiştir. Elastik katlı çerçeve yaklaşımında ise, yapının düğüm noktalarındaki serbestlikleri yatay, düşey yönde ve dönme olarak tanımlanmıştır. Eleman kütle matrisleri iki yöntem ile belirlenmiştir: Kesme tipi yapı yaklaşımı için kütlelerin kat hizalarına toplanması ile toplu kütle matrisi, elastik katlı çerçeve kabulü için yayılı kütle matrisi elde edilmiştir.

Yapının serbest titreşiminden oluşan doğal frekanslar (özdeğerler), Jacobi yöntemiyle iterasyon yapılarak belirlenmiş ve bunlara karşı gelen özvektörler yani modal matris hesaplanmıştır. Modların gerçek değerleri, normalleştirme işlemi yapılarak elde edilmiştir.

Daha sonra yapının doğal frekanslarına karşı gelen periyotlar belirlenmiş ve yapı için uygun bir sönüm oranı seçilerek, deprem spektrum grafiklerinden spektral değerler alınmıştır. Yapıyı oluşturan elemanların kütlelerinin serbestlik derecelerindeki etkisi anlamına gelen, genelleştirilmiş kütle değerleri hesaplanmıştır. Elde edilen bu değerlere göre modal katılım oranları belirlenerek, her serbestlik derecesinde oluşacak olan deplasman ve kuvvetler için spektral değerler hesaplanmıştır. Herhangi bir yapıda bu değerler, her bir mod için aynı anda oluşmaz. Ama herhangi bir serbestlik derecesinde tüm modların etkisinden dolayı oluşan kuvvetlerin kareleri toplamının karekökü alınarak muhtemel maksimum değerler hesaplanmıştır. Aynı işlemler deplasman, kesme kuvvetleri ve devirme momentleri içinde yapılabilmektedir.

Anahtar sözcükler: Jacobi / doğal frekans / modal matris / Deprem spektrumu / genelleştirilmiş kütle / modal katılım oranı



ABSTRACT

DYNAMIC ANALYSIS OF PLANE FRAMES BY SHEAR BUILDING AND COMPLETE FRAME APPROACHES

C. E. Erdim KIRDAR

Balikesir University, Institute of Science, Department of Civil Engineering

(Master Thesis / Supervisor : Assoc. Prof. Şerif SAYLAN)

Balıkesir- Turkey, 1996

The structures which have been modelled as plane frames can be analysed by shear building and complete frame approach. In this study, the structures modelled as plane frames have been analysed according to different approaches and the results have been compared from the pointview of element and frame characteristics. For the shear building approach, assumed that the structure is only subjected to lateral earthquake forces and that it only yields lateral displacements. In complete frame approach, degree of freedom of nodal points have been defined at horizontal, vertical and rotational directions. Element mass matrices have been determined in two ways. For shear building approach, lumped mass matrice by summing the masses at story level and for complete frame approach consistent mass matrice have been obtained.

The natural frequencies (eigenvalues) which are formed due to free vibration of structure, have been determined by Jacobi's iteration approach and the modal matrices (eigenvector) corresponding to those natural frequencies have been computed. Exact values of modes have been obtained by normalisation.

In the following section, the natural periods corresponding to natural frequencies of the structure have been determined and then by choosing the proper damping ratio, spectral values have been taken from earthquake spectra. Generalised mass values, influence of masses of structural elements on degrees of freedom, have been computed. By obtaining modal contribution factors from these values, spectral values for displacements and forces which are generated at each degree of freedom, have been determined. The values above do not simultaneously occur for each mode at a particular structure. However, probable maximum values have been computed by taking the square root of sum of forces generated by influence of all modes at a particular degree of freedom. These procedures can be performed for displacement, shear forces and overturning moments as well.

Key words: Jacobi / natural frequency / modal matrice / earthquake spectra / generalised mass / modal contribution factor



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZ, ANAHTAR SÖZCÜKLER	ii
ABSTRACT, KEY WORDS	iii
İÇİNDEKİLER	iv
SEMBOL LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	ix
ÖNSÖZ	xii
1. GİRİŞ	1
1.1 Bu Konuda Daha Önce Yapılan Çalışmalar Hakkında Kısa Özet	2
1.2 Çalışmanın Amacı	3
2. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ KESME TİPİ YAPILAR	4
2.1 Giriş	4
2.2 Kesme Tipi Çerçevelerde Hareket Denklemleri ve Rijitlik Matrisi Metodu	6
3. KESME TİPİ ÇERÇEVELER	11
3.1 Kesme Tipi Düzlem Çerçeveler İçin Sönümsüz Serbest Titreşim Hareketi	11
3.1.1 Giriş	11
3.1.2 Özdeğer Problemi ve Özellikler	13
3.2 Kesme Tipi Sönümsüz Çerçevelerin Zorlanmış Hareketi	16
3.3 Kesme Tipi Çerçevelerin Sönümlü Titreşimleri	17
3.3.1 Giriş	17
3.3.2 Kesme Tipi Çerçevelerin Sönümlü Hareket Denklemlerinin Çözümü	17
3.3.3 Kesme Tipi Sönümlü Çerçevelerin Hareket Denklemlerinin Birbirinden Bağımsız yazılması için Sönüm matrisinin teşkili	20
4. ELASTİK KATLI ÇERÇEVELERİN ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEM OLARAK MODELLENMESİ	26
4.1 Giriş	26
4.2 Çubuk Elemanlar için Kütle ve Rijitlik Matrisleri	27
4.2.1 Eksenel Deformasyon Hali	27
4.2.2 Eğilme Deformasyonu Hali	30
4.2.3 Düzlemi İçinde Yüklü Elemanlar İçin Rijitlik, Kütle Matrisi ve Kuvvet Vektörü	33
4.3 Koordinat Dönüşümü	35
4.4 Sistem Rijitlik ve Kütle Matrislerinin Teşkili	40
4.5 Sistem Kütle ve Rijitlik Matrislerinin Serbestlik Dereceleri Yardımıyla Doğrudan Teşkil Edilmesi	45



5. MODLARIN SÜPERPOZİSYONU YÖNTEMİ	
6. YAPI DİNAMİĞİNDE SPEKTRUMLAR	55
6.1 Giriş	55
6.2 Deprem Davranış Spektrumu	55
6.3 Normalleştirilmiş Davranış Spektrumu	58
6.4 Davranış Spektrumunun Fiziksel İfadesi	60
7. ÖRNEKLER İÇİN YAPILAN KABULLER ve BİLGİSAYAR PROGRAMI HAKKINDA BİLGİ	62
8. ÖRNEKLER VE ÇÖZÜM SONUÇLARI	63
9. TARTIŞMA VE SONUÇ	123
EKLER:	
EK A Bilgisayar Programı Akış Diyagramı	126
KAYNAKLAR	128



SEMBOL LİSTESİ

Simge	Adı	Birimi
{a}	yer değiştirme vektörü	
A	Eleman kesit alanı	m ²
b ₀ , b ₁	Keyfi oran sabitleri	
C _n	Genelleştirilmiş sönüm	
[C]	Sönüm matrisi	
c _n	n. katta sönüm katsayısı	
DM _n	n. serbestlik derecesindeki devirme momentlerinin spektral değerleri	
{DMRMS} _i	i. serbestlik derecesindeki devirme momentlerinin muhtemel maksimum değerleri	
E	Elastisite modülü	kN/m ²
F _{Di}	i serbestlik derecesindeki sönüm kuvveti	
F _{ri}	i serbestlik derecesindeki atalet kuvveti	
F _{si}	i serbestlik derecesindeki rijitlikten dolayı oluşan kuvveti	
g	Yer çekimi ivmesi	m/s ²
H	Yapının kat yüksekliği	m
I	Eleman atalet momenti	m ⁴
[K]	Rijitlik matrisi	
k _{ij}	Rijitlik katsayısı, j düğüm noktasındaki birim deplasmandan i düğüm noktasında oluşan kuvvet	
K _n	Genelleştirilmiş rijitlik	
k _n	n. katta kolon rijitliği	
L	Eleman uzunluğu	m



M	Yapının kütlesi	
$[M]$	Toplu kütle matrisi	
m_{ij}	kütle katsayısı, j düğüm noktasındaki birim kütleden dolayı i düğüm noktasında oluşan kuvvet	
m_n	n . kattaki toplanmış kütle	
M_n	Genelleştirilmiş kütle	
$\{P(t)\}$	Kuvvet vektörü	
$\{P_e\}$	Eleman koordinatlarında uç kuvvetleri	
$\{\bar{P}_e\}$	Sistem koordinatlarında uç kuvvetleri	
$P_i(t)$	i . serbestlik derecesindeki kuvvet	
P_n	n . serbestlik derecesindeki kuvvetlerin spektral değerleri	
$P_n(t)$	n . kata etki eden kuvvet	
$\{PRMS\}_i$	i . serbestlik derecesindeki kuvvetlerin maksimum değerleri	
PSV	Spektral hız değeri	m/ s
q_i	i . moda ait katılım oranı	
$[S]$	Üst üçgen birim matris	
S_a	Deprem anında TSD'li sistemin mutlak ivmesi	m /s ²
S_d	Deprem anında TSD'li sistemin yer değiştirmesi	m
S_v	Deprem anında TSD'li sistemin hızı	m/ s
t	Zaman	s
$[T]$	Dönüşüm matrisi	
T_i	Özel periyot	s
T_n	n . serbestlik derecesindeki kesme kuvvetlerinin spektral değerleri	
$\{TRMS\}_i$	i . serbestlik derecesindeki kesmekuvvetlerin muhtemel maksimum değerleri	
U_n	Ötelemelerin spektral değerler	

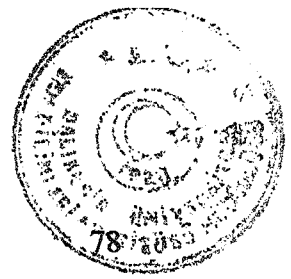


$\{URMS\}_i$	i. serbestlik derecesindeki yer değiştirmelerin muhtemel maksimum değerleri	
$\{v(t)\}$	Deplasman vektörü	
$\{\dot{v}(t)\}$	Hız vektörü	
$\{\ddot{v}(t)\}$	İvme vektörü	
$\{V_e\}$	Eleman koordinatlarında uç kuvvetleri	
$\{\bar{V}_e\}$	Sistem koordinatlarında uç kuvvetleri	
$\{v_g(t)\}$	Zemin deplasmanı	m
$\{\dot{v}_g(t)\}$	Zemindeki hız değeri	
$\{\ddot{v}_g(t)\}$	Zemin ivmelendirmesi	m/s ²
$v_n(t)$	n. kattaki yatay deplasman	
$v_{ii}(t)$	i. serbestlik derecesindeki mutlak yer değiştirme	
$\dot{v}_{ii}(t)$	i. serbestlik derecesindeki mutlak hız	
$\ddot{v}_{ii}(t)$	i. serbestlik derecesindeki mutlak ivme	
W	Yapının ağırlığı	kN
ω_1	Özel frekans	s ⁻¹
ω_n	n. moda ait doğal frekans	s ⁻¹
Y_n	Genelleştirilmiş koordinatların spektral değerleri	
$Z_i(t)$	Yer değiştirme fonksiyonları	
$\delta\omega$	Dış kuvvetler için virtüel iş	
ρ	Eleman kütle yoğunluğu	
$\psi(x)$	şekil fonksiyonu	
$[\phi]$	Modal matris	
ξ_n	n serbestlik derecesindeki sönüm oranı	

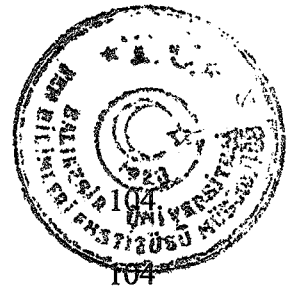


ŞEKİL LİSTESİ

Şekil Numarası	Adı	sayfa
Şekil 2.1	Çok serbestlik dereceli çerçeve modelleri	5
Şekil 2.2	Kesme tipi çerçeve modelleri	7
Şekil 4.1	Eksenel deformasyon etkisinde üniform çubuk	28
Şekil 4.2	Düzlemi içinde çubuk eksenine dik yerdeğiştirme ve dönme deformasyonu yapan doğrusal çubuk eleman	31
Şekil 4.3	Kiriş elemanının eğilme deformasyonuna ait şekil fonksiyonları	32
Şekil 4.4	Düzlemsel yükler etkisinde çubuk eleman	34
Şekil 4.5	Eleman ve sistem koordinatlarına göre eleman uç kuvvet ve deplasmanları	36
Şekil 4.6	Üç çubuk eleman için teşkil edilmiş çerçeve	41
Şekil 4.7	Sistem koordinatlarında eleman yerdeğiştirme koordinatları	42
Şekil 6.1	El Centro deprem spektrumu	57
Şekil 8.1	Örnek 1: Dört katlı iki açıklıklı çerçeve	63
Şekil 8.2	Örnek 1'in kesme tipi ve tam çerçeve yaklaşımı ile serbestlik dereceleri	63
Şekil 8.3	Örnek 1'in kesme tipi yapı yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	65
Şekil 8.4	Örnek 1'in tam çerçeve yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	65
Şekil 8.5	Örnek 1'in kesme tipi yapı yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	66
Şekil 8.6	Örnek 1'in tam çerçeve yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	66
Şekil 8.7	Örnek 1'in eşdeğer statik yük yöntemiyle çözümünden oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	68
Şekil 8.8	Örnek 2: Üç katlı üç açıklıklı çerçeve	69
Şekil 8.9	Örnek 2'nin kesme tipi ve tam çerçeve yaklaşımı ile serbestlik dereceleri	69
Şekil 8.10	Örnek 2'nin kesme tipi yapı yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	71
Şekil 8.11	Örnek 2'nin tam çerçeve yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	71
Şekil 8.12	Örnek 2'nin kesme tipi yapı yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	72
Şekil 8.13	Örnek 2'nin tam çerçeve yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	72
Şekil 8.14	Örnek 2'nin eşdeğer statik yük yöntemiyle çözümünden oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	74
Şekil 8.15	Örnek 3: Dört katlı üç açıklıklı çerçeve	75
Şekil 8.16	Örnek 3'ün kesme tipi ve tam çerçeve yaklaşımı ile serbestlik dereceleri	75



Şekil 8.17	Örnek 3'ün kesme tipi yapı yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	
Şekil 8.18	Örnek 3'ün tam çerçeve yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	78
Şekil 8.19	Örnek 3'ün kesme tipi yapı yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	79
Şekil 8.20	Örnek 3'ün tam çerçeve yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	79
Şekil 8.21	Örnek 3'ün eşdeğer statik yük yöntemiyle çözümünden oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	81
Şekil 8.22	Örnek 4: Beş katlı tek açıklıklı çerçeve	82
Şekil 8.23	Örnek 4'ün kesme tipi ve tam çerçeve yaklaşımı ile serbestlik dereceleri	82
Şekil 8.24	Örnek 4'ün kesme tipi yapı yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	84
Şekil 8.25	Örnek 4'ün tam çerçeve yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	84
Şekil 8.26	Örnek 4'ün kesme tipi yapı yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	85
Şekil 8.27	Örnek 4'ün tam çerçeve yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	85
Şekil 8.28	Örnek 4'ün eşdeğer statik yük yöntemiyle çözümünden oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	87
Şekil 8.29	Örnek 5: Beş katlı üç açıklıklı çerçeve	88
Şekil 8.30	Örnek 5'in kesme tipi ve tam çerçeve yaklaşımı ile serbestlik dereceleri	88
Şekil 8.31	Örnek 5'in kesme tipi yapı yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	91
Şekil 8.32	Örnek 5'in tam çerçeve yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	92
Şekil 8.33	Örnek 5'in kesme tipi yapı yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	93
Şekil 8.34	Örnek 5'in tam çerçeve yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	94
Şekil 8.35	Örnek 5'in eşdeğer statik yük yöntemiyle çözümünden oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	96
Şekil 8.36	Örnek 6: Üç katlı beş açıklıklı çerçeve	97
Şekil 8.37	Örnek 6'nın kesme tipi ve tam çerçeve yaklaşımı ile serbestlik dereceleri	97
Şekil 8.38	Örnek 6'nın kesme tipi yapı yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	100
Şekil 8.39	Örnek 6'nın tam çerçeve yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	100
Şekil 8.40	Örnek 6'nın kesme tipi yapı yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	101
Şekil 8.41	Örnek 6'nın tam çerçeve yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	101
Şekil 8.42	Örnek 6'nın eşdeğer statik yük yöntemiyle çözümünden oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	103



Şekil 8.43	Örnek 7: Üç katlı iki açıklıklı çerçeve	
Şekil 8.44	Örnek 7'nin kesme tipi ve tam çerçeve yaklaşımı ile serbestlik dereceleri	104
Şekil 8.45	Örnek 7'nin kesme tipi yapı yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	106
Şekil 8.46	Örnek 7'nin tam çerçeve yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	106
Şekil 8.47	Örnek 7'nin kesme tipi yapı yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	107
Şekil 8.48	Örnek 7'nin tam çerçeve yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	107
Şekil 8.49	Örnek 7'nin eşdeğer statik yük yöntemiyle çözümünden oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	109
Şekil 8.50	Örnek 8: Onbeş katlı iki açıklıklı çerçeve	110
Şekil 8.51	Örnek 8'in kesme tipi ve tam çerçeve yaklaşımı ile serbestlik dereceleri	111
Şekil 8.52	Örnek 8'in kesme tipi yapı yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	113
Şekil 8.53-a	Örnek 8'in tam çerçeve yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetler	114
Şekil 8.53-b	Örnek 8'in tam çerçeve yaklaşımı ile tüm modlardan oluşan yatay kuvvetlere göre kesme kuvveti diyagramı	115
Şekil 8.54	Örnek 8'in kesme tipi yapı yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	116
Şekil 8.55-a	Örnek 8'in tam çerçeve yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetler	117
Şekil 8.55-b	Örnek 8'in tam çerçeve yaklaşımı ile 1. moddan oluşan yatay kuvvetlere göre kesme kuvveti diyagramı	118
Şekil 8.56	Örnek 8'in eşdeğer statik yük yöntemiyle çözümünden oluşan yatay kuvvetler ve kesme kuvveti diyagramı	122



ÖNSÖZ

Adı, yalnızca meydana geldiğinde kamuoyunca hatırlanan depremler, büyük tartışmalara yol açmaktadır ve eğer bir yapı kullanılmayacak derecede zarar görmüşse suçlanması için, o yapının teknik sorumlusu aranmaktadır. Yapı tasarımında ve inşaatında görev alan teknik sorumluların konuya ekonomik açıdan değil, bilimsel olarak ve emniyet yönünden incelemeleri; yapıyı kullanacak olan kişilerin, günümüz koşullarında kendileri için zorda olsa işin ekonomik yönünden ziyade, en azından kendi güvenliklerini düşünmeleri sağlıklı sonuçlar verecektir.

Konuyu bana tavsiye eden, her türlü yardımını benden esirgemeyen, takıldığım hususlarda deneyimi ile beni yönlendiren sayın hocam Doç. Dr. Şerif SAYLAN'a içtenlikle teşekkür ederim.

Bilgisayar çalışmalarım sırasında bana yardımcı olan araştırma görevlisi arkadaşlara teşekkür eder, onlara akademik çalışmalarında başarılar dilerim.

Ayrıca, yetişmemde katkıları ve emeği olan aileme teşekkür borcu bile azdır.

Eylül - 1996

Erdim KIRDAR



1. GİRİŞ

Yapı sistemlerinin tasarımında statik etkiler, malzeme mukavemeti gibi faktörlerin yanında dinamik etkilerinde dikkate alınması gerekmektedir. Yapılarda dinamik hesabın amacı, zamana bağlı olarak değişim gösteren yüklerin etkisinde kalan taşıyıcı sistemlerde meydana gelecek olan kuvvetlerin ve yer değiştirmelerin belirlenmesidir.

Yapı dinamiği, statik incelemeye göre bazı farklılıklar gösterir:

1. Sisteme etkiyen yük ve sistemin davranışı zamanın bir fonksiyonudur. Bu nedenle, çözümler belirli bir zaman aralığında elde edilmektedir.

2. Sisteme etki eden dinamik yükten dolayı, zamana bağlı olarak oluşan yer değiştirmelerin ivmeleri, atalet kuvvetlerinin meydana gelmesine sebep olur. Bu kuvvetler sistem davranışına etki eder.

3. Yapıda dinamik hareketlerden dolayı oluşan sönüm, sonuçlara belirli oranda etki eder.

Yapısal sistemlerin dinamik analizinde uygulanan kuvvet, yapı davranışına değişken özellik kazandırır.

Tüm bu etkilere ilave olarak yapının boyutları, kullanılan malzemenin cinsi, zemin durumu gibi faktörlerinde incelenmesi gerekmektedir. Taşıyıcı sistemi düzenli olarak belirlenen matematiksel model, dayanıklılığı çeşitli deneylerle kanıtlanmış malzeme ve projeye başlamadan önce etüdü yapılmış zemin, yapının güvenliği için en büyük kazançtır.



1.1 Bu Konuda Daha Önce Yapılan Çalışmalar Hakkında Kısa Özet

Mühendislik yapılarının dinamik analizi ile ilgili olarak ilk yapılan çalışmalar, günümüzde kullanılan yöntemlerin başlangıcı niteliğindedir. Bilimsel araştırmalar ile tasarlanan yapı sistemlerinin özellikleri ve etki eden yükler tesbit edilmiş, depreme dayanıklı bir yapı üretebilmek için çeşitli çözüm yolları araştırılmıştır.

Deprem mühendisliğinde herhangi bir yapı sisteminin deprem hareketine karşı olan davranışını belirleyecek en önemli parametreler, o sistemin doğal frekansları ve mod şekilleridir. Ortogonal titreşim modlarına sahip sistemlerin bu parametrelerinin belirlenmesi için birçok hesap metodu geliştirilmiştir.

1927'de Stodola tarafından geliştirilen matris iterasyonuna dayalı olan Stodola-Vianello yöntemi, 1937'de Rayleigh tarafından geliştirilen enerjinin korunumu prensibini içeren Rayleigh Yöntemi, 1943'te Holzer tarafından geliştirilen transfer matrisi yöntemi (ya da kendi adıyla anılan Holzer Metodu) iteratif metodlar arasında en çok bilinenleridir [1]. Stodola-Vianello Yöntemi, Newmark tarafından 1943'te geliştirilmiştir. Daha sonra bu yöntem ile Godden (1965) ve Austin (1970) inceleme yapmışlardır. Son olarak Newmark 1971'de yeni düzenlemeler ile kendi adıyla anılan Newmark Yöntemini geliştirmiştir [1].

Doğal frekans ve modların bulunması için yukarıda sayılan metodlardan başka Jacobi yöntemi geliştirilmiştir [2].

Yapı sistemlerinin deprem etkisindeki davranışlarının belirlenmesi için daha önceden meydana gelmiş depremlerin kayıtlarından yararlanılması şeklinde yöntemlerde geliştirilmiştir. Özellikle 1940 yılında meydana gelen San Francisco-Imperial Valley Depreminin El Centro kaydı kuzey-güney bileşenine ait olarak kaydedilen ivmelendirme, hız ve deplasman spektrumları, üzerinde en çok çalışılan verilerdir [3].

Bu çalışmaların yanında deprem mühendisliğinin özel konuları üzerinde de birçok araştırma yapılmıştır. Cruz ve Chopra tarafından T_1 özel periyodu ve kırış-kolon rijitlik oranının modlara olan etkisi incelenmiştir. Yine Chopra tarafından, lineer dinamik sistemlerin modal analizinin fiziksel açıklaması üzerine bir araştırma yapılmıştır [4].

Ülkeler hazırlamış oldukları şartnamelerle yapı sistemleri için uyulması gerekli olan kuralları belirlemişlerdir. Ülkemizde de Mayıs 1996'da yayınlanan 'Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik' ile depreme dayanıklı yapı tasarımında uyulması gerekli olan kurallar açıklanmıştır [5]. Bu kurallar arasında dikkat çeken bir konu vardır: Önceki yönetmeliklerde yapıların dinamik hesabı ile ilgili olarak, yarı dinamik bir yöntem olan Eşdeğer Statik Hesap Yöntemi önerilmekteydi. Mevcut şartnamede, tam dinamik hesap yöntemi olan Modların Süperpozisyonu Yöntemi ve Zaman Tanım Alanında hesap yöntemi de daha detaylı olarak sunulmaktadır.

1.2 Çalışmanın Amacı

Yapısal sistemlerin dinamik analizinde, yapı davranışına uygun kabullerin yapılması gerekir. Düzlem çerçevelerin kesme tipi yapı yaklaşımı ve tam çerçeve (elastik katlı çerçeve) yaklaşımı, analiz sırasında izlenecek olan ana adımlardan bazılarıdır. Bu kabullerden birincisinde, sistemlerin sadece yatay yönde deplasman yaptıkları kabul edilmekte, düşey yönde ve dönme yönündeki deplasmanların katkıları ihmal edilmektedir. İkinci kabulde ise sistem tam çerçeve yaklaşımı ile her düğüm noktasında üç serbestlik tanınarak etki eden kuvvetler bulunmakta ve sistemin deplasmanları belirlenmektedir.

Bu tez çalışmasında düzlem çerçeve türü sistemlerin yukarıda belirtilen kabullere göre dinamik analizleri yapılmış, örnek çözümlerle elde edilen kuvvetler taşıyıcı sistem şeması üzerinde gösterilmiştir. Bu kuvvetler yardımıyla bulunan kesme kuvvetlerine ait diyagramlar çizilmiştir.



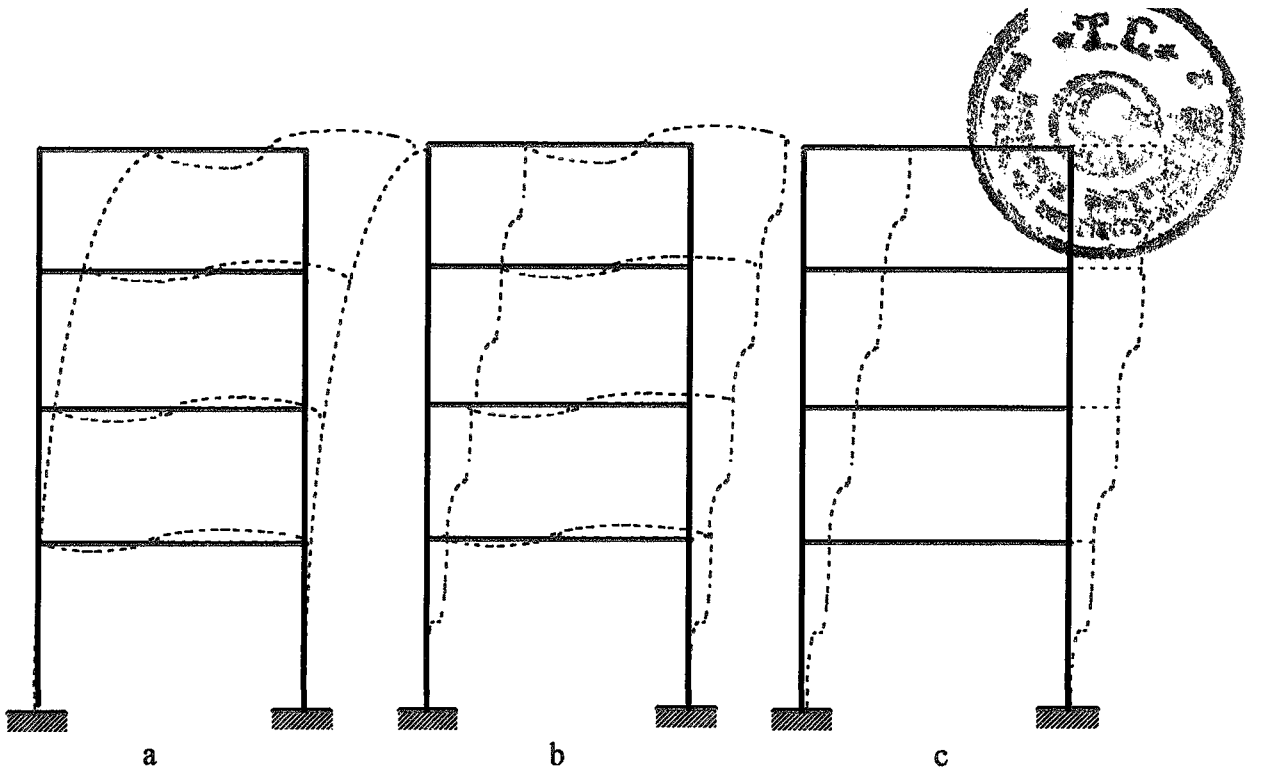
2. ÇOK SERBESTLİK DERECELİ KESME TİPİ YAPILAR

2.1 Giriş

Eğer bir yapı, belirli bir kuvvete maruz kaldığında, davranışı sadece bir noktasının bir doğrultudaki hareketi ile belirleniyorsa, tek serbestlik dereceli sistem olarak çözülür. Yapının kütesinin toplandığı kabul edilen nokta hareketi sırasında birden fazla yönde deplasmana sahipse, bu sistemin tek serbestlik dereceli sistem olarak çözümü yaklaşık bir çözüm olur.

Yapısal sistemlerde kütle ve rijitlik, genelde bütün yapı üzerine dağılmış olarak bulunur. Bu sistemlerin dinamik hareketlerini belirlemek için, sonsuz sayıda koordinata, bir başka deyişle sonsuz sayıda serbestlik derecesine ihtiyaç vardır. Sürekli sistemler olarak adlandırılan bu sistemlerin analitik çözümleri mevcuttur. Fakat bu çözümlerin karmaşık sistemlere uygulanması zordur ve genelde mümkün değildir. Bu sebeple sürekli sistemler, kütlelerin belirli noktalarda toplanmasıyla idealleştirilebilir ve çok serbestlik dereceli sistem olarak ifade edilebilir. İdealleştirmede en uygun durum, sistemdeki kütle ve rijitliklerin dağılımının, sisteme etkileyen dış kuvvetin zaman ve mekandaki değişimine göre belirlenmesidir. Yapısal sistemdeki fiziksel zorlamalar ve dış kuvvetler sistemin ancak belirli şekillerde davranışına izin veriyorsa, sistemin çok serbestlik dereceli sistem olarak modellendirilmesi, yapı davranışını iyi bir yaklaşıklık ile temsil edebilir.

Yapılarda en yaygın olarak kullanılan taşıyıcı sistemler, kolon ve kirişler ile kirişlere oturan plaklardan oluşan uzay çerçeve sistemlerdir. Uzay çerçeve sistemlerin analizi uzun olduğundan genelde birbirine ortogonal düzlem çerçevelerden teşekkül eden taşıyıcı sistemin çözümünü iki istikamette mevcut düzlem çerçeve kabulü ile yapmak, statik ve dinamik hesabı oldukça kolaylaştırır. Yapı sistemlerinin genelinde



Şekil 2.1 Çok serbestlik dereceli çerçeve modelleri

kullanılan çerçeve tipi taşıyıcı sistemler Şekil 2.1' de gösterilmiştir. Bu tür çerçeveler birbirlerine sistemin yay ve söndürücü elemanlarını oluşturan kolonlarla bağlı olup, kütleleri katlarda toplanmış çok serbestlik dereceli sistem olarak modellendirilebilirler.

Yatay yükler etkisi altında konsol eğilme kirişi şeklinde davranan ve taşıyıcı sistemi perde duvarlardan oluşan sistemler Şekil 2.1-a'da belirtilmiştir. Bu sistemde düşey elemandaki yer değiştirmeler sürekli bir fonksiyon şeklindedir ve bu tip davranış gösteren çerçevelerin sürekli sistem olarak modellendirilmesi daha gerçekçi olur. Şekil 2.1-b'de verilen çerçevede ise yatay ve düşey elemanların rijitlikleri birbirine yakın olduğundan, elemanların kat hizalarındaki yatay ötelemeleri ile elemanların düğüm noktalarındaki dönmeleri de sistemin davranışında etkilidir. Bu sebeple çerçeve idealleştirilirken, yatay yöndeki serbestlikler ve dönme serbestlikleri gözönüne alınması gerekir. Şekil 2.1-c'de verilen çerçeve sisteminde katlardaki kiriş ve döşeme rijitlikleri, kolon rijitliklerine göre çok büyük olduğundan sistem kat hizalarında, kirişlerde dönme olmadan sadece yatay öteleme yapar. Şekil 2.1-c'de verilen çerçeve tipinde sadece kat hizalarındaki yatay yer değiştirme serbestliklerini almak, kütleleri kat hizalarında toplanmış kabul etmek ve katlardaki kolon rijitliklerini toplayarak sistemi çok serbestlik dereceli toplu kütleli sistem olarak modellemek mümkündür.



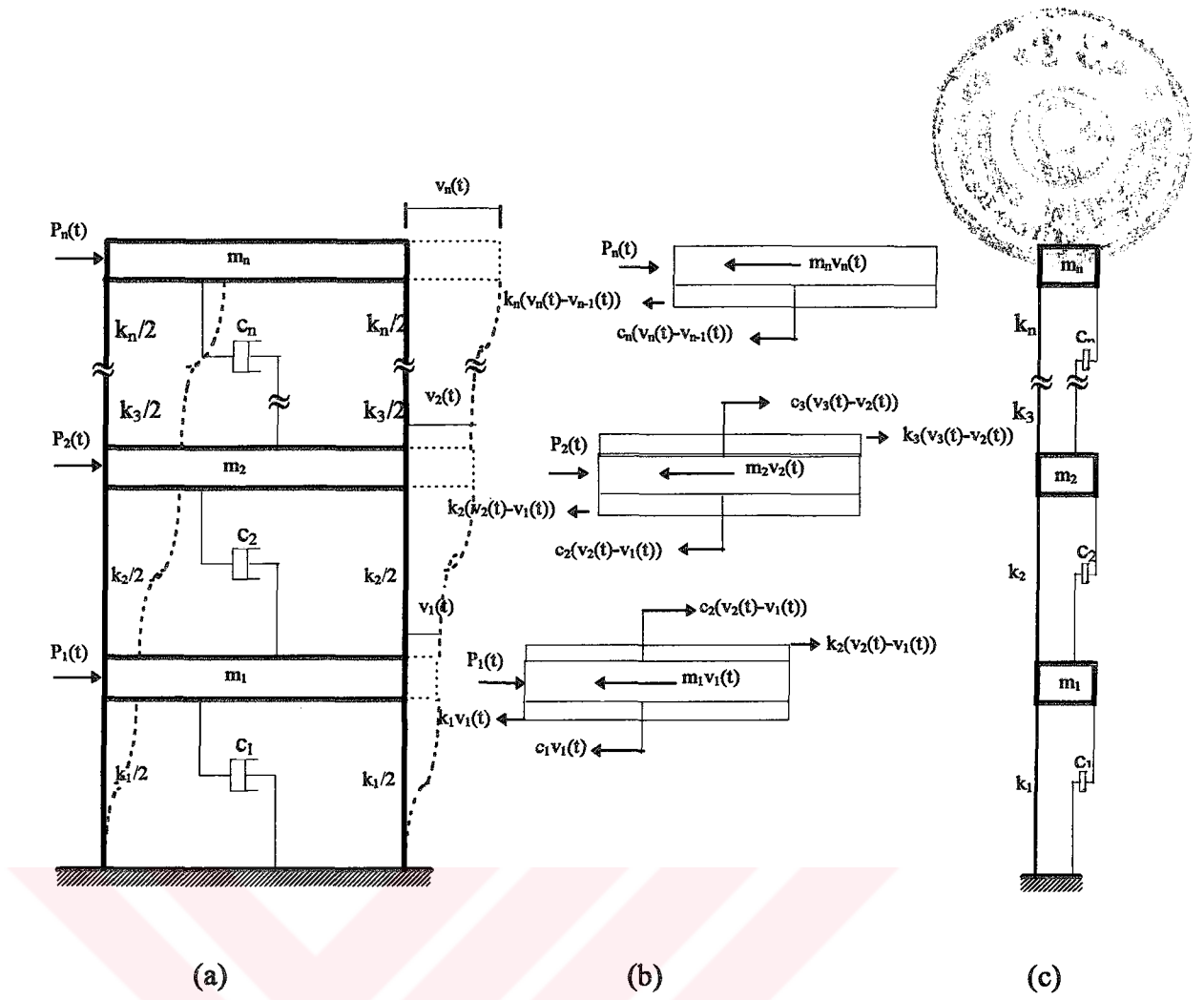
2.2 Kesme Tipi Çerçeve Hareket Denklemleri ve Rijitlik Matrisi Metodu

Kat hizalarındaki kiriş-döşeme elemanı rijitlikleri kolonlarına göre oldukça büyük olan ve bu sebepten kiriş-döşeme elemanlarının dönme deformasyonu ihmal edilebilen yapının taşıyıcı sistemini oluşturan çerçeveler, kesme tipi çerçeve olarak isimlendirilir. Kesme tipi çerçeve konsol kiriş davranışı gösterir ve yanal yer değiştirmeler sadece kesme kuvvetlerinden oluşur. Çerçevenin yatay elemanlarında dönme olmadan sadece yanal yer değiştirme yapması için bazı kabuller yapılmalıdır. Bunlar ;

- a- Yapının toplam kütesinin kat hizalarında toplandığının kabul edilmesi,
- b- Kiriş-döşeme sisteminin rijitliği, kolon elemanlarının rijitliği ile kıyaslandığında kiriş-döşeme elemanlarının sonsuz rijit kabul edilmesi,
- c- Yapının deformasyonlarının kolonlardaki eksenel kuvvetlerden bağımsız olmasıdır.

Yapılan bu kabullerden birincisi, kütlelerin yayılı olmasından dolayı sistemin sonsuz serbestlik dereceli olması gerekirken, kütlelerin kat hizalarında toplanmış kabul edilmesinden dolayı sistemin serbestlik derecesi kat hizalarındaki toplanmış kütle sayısına bağlı olarak ifade edilebilir. İkinci kabulde ise, kiriş-döşeme elemanları ile kolonların birleşim noktalarında dönmeye karşı tutulduklarını yani dönme serbestliğinin olmadığı belirtilmektedir. Üçüncü kabul ise, sistemin hareketi sırasında katların yatay konumda kaldıklarını belirler. Bu kabullere göre kesme tipi çerçevenin hareket denklemleri örnek bir çerçeve ile elde edilecektir (Şekil 2.2).

Şekil 2.2'de n katlı tek açıklıklı bir çerçeve görülmektedir. Çerçeveyi kesme tipinde modellerken açıklıklarının sayısı önemli değildir. Hatta tüm kat kolonları toplanarak Şekil 2.2-c'de olduğu gibi tek kolon ile modellendirilebilir. Şekilde verilen model için hareket denklemleri, sistemin serbest cisim diyagramında verilen her bir kütleyle etki eden kuvvetlerin dengesinden elde edilir.



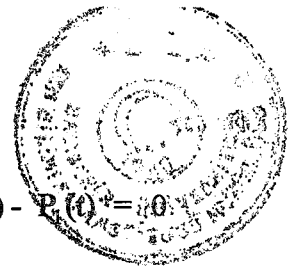
Şekil 2.2 Kesme tipi çerçeve modeli

Şekil 2.2-b’de verilen her kattaki kütleyle ait serbest cisim diyagramına ait denge denklemleri yazılmalıdır. Bu da herhangi bir t zamanında her kütleyle etki eden atalet, sönüm, yay ve dış kuvvetin toplamının sıfıra eşit olması şeklinde yazılacak yatay denge denklemleridir.

Her kattaki kütle için;

$$F_{I_i} + F_{D_i} + F_{S_i} = P_i(t) \quad i = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

genel ifadesi yazılabilir. (2.1) denklemleri her kat kütlesi için açık olarak yazılacak olursa;



$$\begin{aligned} m_1 \ddot{v}_1(t) + c_1 \dot{v}_1(t) - c_2 (\dot{v}_2(t) - \dot{v}_1(t)) + k_1 v_1(t) - k_2 (v_2(t) - v_1(t)) - P_1(t) &= 0 \\ m_2 \ddot{v}_2(t) + c_2 (\dot{v}_2(t) - \dot{v}_1(t)) + c_3 (\dot{v}_3(t) - \dot{v}_2(t)) + k_2 (v_2(t) - v_1(t)) - \dots & \\ k_3 (v_3(t) - v_2(t)) - P_2(t) &= 0 \end{aligned}$$

$$m_3 \ddot{v}_3(t) + c_3 (\dot{v}_3(t) - \dot{v}_2(t)) + k_3 (v_3(t) - v_2(t)) - P_3(t) = 0$$

$$\dots \dots \dots$$
$$m_n \ddot{v}_n(t) + c_n (\dot{v}_n(t) - \dot{v}_{n-1}(t)) + k_n (v_n(t) - v_{n-1}(t)) - P_n(t) = 0 \quad (2.2)$$

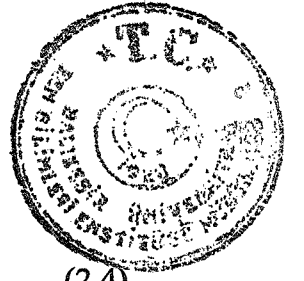
elde edilir. n serbestlik dereceli sistem için yazılan (2.2) denklem takımı kütle, rijitlik ve sönüm matrislerini teşkil ederek;

$$\begin{bmatrix} m_1 & & & 0 \\ 0 & m_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1(t) \\ \ddot{v}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{v}_n(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & & 0 \\ 0 & & \ddots & \\ \vdots & & & -c_n \\ 0 & & & -c_n & c_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{v}_n(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \vdots & & & -k_n \\ 0 & & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_n(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ \vdots \\ P_n(t) \end{Bmatrix} \quad (2.3-a)$$

yazılabilir. Bu denklem kapalı formda;

$$[M]_{n \times n} \{\ddot{v}(t)\}_{n \times 1} + [C]_{n \times n} \{\dot{v}(t)\}_{n \times 1} + [K]_{n \times n} \{v(t)\}_{n \times 1} = \{P(t)\}_{n \times 1} \quad (2.3-b)$$

olarak yazılır. Böylece sistemin kütle matrisi [M], sönüm matrisi [C], rijitlik matrisi [K] olarak ifade edilmiş olur. (2.3) denklemlerindeki kolon matrislerinden;



$$\{\ddot{v}(t)\} = \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1(t) \\ \ddot{v}_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \ddot{v}_n(t) \end{Bmatrix} \quad (2.4)$$

kütlelerin serbestlik derecesi doğrultusundaki ivmelerini belirten ivme vektörüdür.

$$\{\dot{v}(t)\} = \begin{Bmatrix} \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{v}_n(t) \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

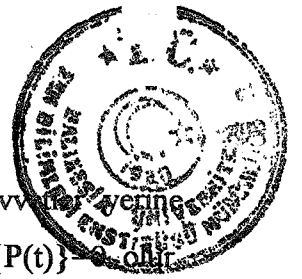
hız vektörü,

$$\{v(t)\} = \begin{Bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ v_n(t) \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

yer değiştirme vektörüdür ve

$$\{P(t)\} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n(t) \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

kütlelere tatbik edilen kuvvetlerin vektörüdür.



Kesme tipi çerçevenin kat hizalarındaki kütlelere etkiyen kuvvetlerin çerçevenin temelinden etkiyen yer ivmesine maruz kalması halinde $\{P(t)\}$ olur. Sistemdeki serbestlik derecelerinin mutlak yer değiştirme, hız ve ivmeleri, sistemin serbestlik derecelerine ait bağıl yerdeğiştirme, hız ve ivmeler ile, temelın yerdeğiştirmesi, hızı ve ivmesine bağılı olarak;

$$\begin{aligned}v_{t_i}(t) &= v_i(t) + v_g(t) & i &= 1, \dots, n \\ \dot{v}_{t_i}(t) &= \dot{v}_i(t) + \dot{v}_g(t) & i &= 1, \dots, n \\ \ddot{v}_{t_i}(t) &= \ddot{v}_i(t) + \ddot{v}_g(t) & i &= 1, \dots, n\end{aligned}\tag{2.8}$$
$$\{v_t(t)\}_{n \times 1} = \{v_i(t)\}_{n \times 1} + \{I\} v_g(t)$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda hareket denklemi :

$$[M]_{n \times n} \{\ddot{v}(t)\}_{n \times 1} + [C]_{n \times n} \{\dot{v}(t)\}_{n \times 1} + [K]_{n \times n} \{v(t)\}_{n \times 1} = - [M]_{n \times n} \{I\}_{n \times 1} \ddot{v}_g(t)\tag{2.9}$$

şeklinde yazılır.



şeklinde ifade edilir ve (3.3) denklemini ile verilen yerdeğiştirme fonksiyonunu (3.1) denkleminde yerine konursa;

$$-\omega^2 [M]_{n \times n} \{a\}_{n \times 1} e^{i \omega t} + [K]_{n \times n} \{a\}_{n \times 1} e^{i \omega t} = \{0\}_{n \times 1} \quad (3.4)$$

elde edilir. (3.4) denklemini yeniden düzenlenerek;

$$([K]_{n \times n} - \omega^2 [M]_{n \times n}) \{a\}_{n \times 1} = \{0\}_{n \times 1} \quad (3.5)$$

olarak yazılabilir.

Denklem (3.5), n adet homojen denklemdir ve bu denklemde zamana bağlı yer değiştirmelerin genlikleri olan a_i 'ler n adet bilinmeyen ifade eder. Aynı zamanda ω^2 de bilinmeyen parametredir. Bazen hesaplarda kolaylık sağlaması bakımından M kütlesi yerine $W=M \times g$ ağırlığı kullanılır ve g yerçekimi ivmesi sabit kabul edilerek ω^2 / g şeklinde matrisin dışına çıkarılıp aşağıdaki şekilde;

$$([K] - \mu [W]) \{a\} = \{0\} \quad (3.6)$$

ifade edilir. Burada $\mu = \frac{\omega^2}{g}$ ve W ağırlıktır.

(3.5) ya da (3.6) denklem takımının çözümü matematikte özdeğer ve özvektör problemleri olarak bilinir.

(3.5) denklemini ile verilen lineer homojen denklem takımının sıfır olmayan köklere sahip olabilmesi için, denklem takımının katsayılar matrisinin determinantının sıfır olması gerekir. O halde, $\{a\}$ yerdeğiştirmeler vektörünün sıfır olmaması için (3.5) denklem takımının katsayılar matrisinin determinanı şu şekilde olmalıdır.

$$\text{Det} \left| [K] - \omega^2 [M] \right| = 0 \quad (3.7)$$



olmalıdır. (3.7) denkleminin sistemin frekans denklemi ya da karakteristik denklemi denir. Serbestlik derecesi sayısı n olan sistem için karakteristik denklemin çözümü n adet ω_1^2 kökünü verir. Bu köklerin karekökleri ($\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$) yapının n adet titreşim modlarının doğal titreşim frekanslarını belirler. Doğal titreşim frekansları aynı zamanda modal frekanslar olarak da adlandırılır.

Gerçek yapısal sistemlere karşı gelen frekans denkleminin bütün kökleri gerçek ve pozitif olur. Sistem doğal frekanslarının en küçüğüne temel (özel) frekans denir ve ω_1 ile gösterilir. Bu frekansa karşı gelen sistemin en büyük periyoduna da temel (özel) periyot denir.

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} \quad (3.8)$$

Her bir modal frekans denklem (3.5)'teki katsayılar matrisinden doğal frekanslar hesaplanır ve bu modal frekansa karşı gelen harmonik titreşim genlikleri (modal vektörler) elde edilebilir. Bu genliklerin, denklemin homojen olması sebebiyle, kesin çözümleri belirsizdir. Genellikle birinci serbestlik derecesine ait koordinatın genliğini birim kabul ederek kullanılır [7]. Her bir doğal titreşim için hesaplanan genlik vektörleri modal vektör, doğal mod ya da kısaca mod olarak adlandırılır.

3.1.2 Özdeğer Problemi ve Özellikleri

Rijitlik matrisi metodu ile sönümsüz serbest titreşim yapan sistemlerin hareket denklemlerinin çözümü için elde edilen (3-5) denklemi $[M]$ diagonal kütle matrisinin tersinin karekökü ile çarpılacak olursa;

$$[M]^{-\frac{1}{2}} [K] [M]^{-\frac{1}{2}} [M]^{\frac{1}{2}} \{a\} - \omega^2 [M]^{-\frac{1}{2}} [M] \{a\} = 0 \quad (3.9)$$



elde edilir. Burada;

$$[A] = [M]^{-\frac{1}{2}} [K] [M]^{-\frac{1}{2}}$$

$$\{X\} = [M]^{\frac{1}{2}} \{a\}$$

olarak ifade edilirse (3.10) denklemi;

$$[A] \{X\} - \omega^2 \{X\} = 0 \quad (3.10)$$

şeklinde elde edilen matematikte bilinen standart öz değerler probleminin karakteristik denklemi elde edilmiş olur. (3.11) denkleminde ω^2 ve X değerlerini bulma problemine özdeğerler problemi denir. Sistemin aranan öteleme vektörleri ise (3.10) denkleminde bulunacak öz vektörler yardımı ile;

$$\{a\} = [M]^{-\frac{1}{2}} \{X\} \quad (3.11)$$

bağıntısından hesaplanır. Denklem (3.11) açık olarak yazılır ve $\omega^2 = \lambda$ olarak ifade edilirse;

$$\begin{aligned} (a_{11} - \lambda) X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n &= 0 \\ a_{21} X_1 + (a_{22} - \lambda) X_2 + \dots + a_{2n} X_n &= 0 \\ \dots & \\ a_{n1} X_1 + a_{n2} X_2 + \dots + (a_{nn} - \lambda) X_n &= 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

elde edilir. Bu homojen denklem takımını sağlayan köklerinin bulunabilmesi için katsayılar determinantının sıfır olması ya da;

$$\lambda^n + c_1 \lambda^{n-1} + c_2 \lambda^{n-2} \dots + c_n = 0 \quad (3.13)$$



şeklinde n . dereceden polinomun sıfır olması gerekir. Bu polinomun sistemin karakteristik denklemi denir. Karakteristik denklemin $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ köklerine $[A]$ matrisinin öz değerleri denir. Her öz değer λ_i için bir öz vektör $\{X\}_i$ vardır. Denklem takımı homojen olduğu için bir katsayı ile çarpılıp bölünseler bile, homojen denklemi sağlarlar. Bu özellikten faydalanarak bir vektörün içindeki terimlerin en büyüğü birim yapılabilir. Bunun için vektörün bütün terimlerini en büyük terimin tersi ile çarpmak gerekir. Özdeğer ve öz vektörlerin özelliği ispatı verilmeden aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

a- Öz değerlerin cebrik toplamı, $[A]$ matrisinin köşegeni üzerindeki terimlerinin cebrik toplamına eşittir.

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{i=1}^n a_{ii} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.14)$$

b- Öz değerlerin birbirleri ile çarpımı $[A]$ matrisinin determinantına eşittir.

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n = \text{Det } |A| \quad (3.15)$$

c- $[A]$ matrisi gerçekte ve simetrik ise onun bütün öz değerleri gerçektir.

d- Birbirinden farklı λ_j ve λ_k gibi iki öz değer için bulunan iki öz vektörlerin çarpımı;

$$\{X\}_j^T \{X\}_k = 0 \quad (3.16)$$

dir. Bu özelliğe ortogonalite özelliği denir ve sadece simetrik matrisler için geçerlidir. Farklı iki öz vektörün skaler çarpımının sıfır olması bu iki vektörün birbirine dik olmasını gerektirir. Eğer, $j=k$ ise, yani öz vektörler aynı ise, yani öz vektörler birbirine eşit ise, bu iki vektörün skaler çarpımı bir eştir olur.



$$\{X\}_j^T \{X\}_k = 1 \quad (3.17)$$

Bu özelliğe normallik şartı denir. Bir öz vektörün kendi transpozu ile çarpımı bire eşit değil, B gibi bir sayıya eşit çıkıyorsa bu vektörün her terimini \sqrt{B} ye bölerek o vektörü normal hale getirmek mümkündür. Bu işleme normalleştirme denir.

Böylece gösterilebilir ki, n serbestlik dereceli sistemin serbest titreşimi için bulunacak n adet öz değer ve öz vektör vardır. Öz vektörlerin oluşturduğu matris;

$$[\Phi] = \{a\}_1 + \{a\}_2 + \dots + \{a\}_n \quad (3.18)$$

olarak gösterilirse yukarıda belirtilen özelliklerden faydalanarak rijitlik ve kütle matrisleri

$$[\Phi]_{n \times n}^T [K]_{n \times n} [\Phi]_{n \times n} = [K_n] \quad (3.19)$$

$$[\Phi]_{n \times n}^T [M]_{n \times n} [\Phi]_{n \times n} = [M_n] \quad (3.20)$$

olarak diyagonal forma getirilebilir.

3.2 Kesme Tipi Sönümsüz Çerçevelerin Zorlanmış Hareketi

Kesme tipi sönümsüz çerçevelerin zorlanmış hareketi, sistemin normal modal titreşimleri ile ifade edilerek sistemin toplam davranışı bağımsız modal denklemlerin çözümlerinin toplamı olarak elde edilebilir. Yani, sistemin normal modları, birbirine bağlı olarak ifade edilen hareketin diferansiyel denklemlerini birbirinden bağımsız sadece bir değişkene bağlı diferansiyel denklemlere dönüştürür. Böylece mod süperpozisyon metodu ile çok serbestlik dereceli sistemlerin davranışı tek serbestlik dereceli sistemlerin davranışına bağlı olarak belirlenir. Modların süperpozisyonu yöntemi Bölüm 5'te anlatılmıştır.



3.3 Kesme Tipi Çerçevelerin Sönümlü Titreşimleri

3.3.1. Giriş

Yapıların dinamik analizinde sönümün göz önüne alınması ile problem çözümü zorlaşır. Bu zorluk hareketin diferansiyel denklemlerinde sönümden dolayı ilave terimin gelmesinden ziyade, diferansiyel denklemlerin birbirinden bağımsız halde yazılabilmesi için sistemin sönüm katsayılarının bazı şartları sağlamasından kaynaklanır.

Genel olarak, yapılarda sönüm mevcuttur ve küçük olduğundan dolayı da sistemin doğal frekans ve mod şekillerine etkisi ihmal edilebilecek kadar azdır. Bu sebepten, yapı sistemlerinin doğal frekans ve mod şekillerinin hesabında ihmal edilir. Böylece, uygulamada sönümlü sistemlerin özdeğer problemleri, sistemin sönümsüz olması kabulü ile çözülebilir.

3.3.2 Kesme Tipi Çerçevelerin Sönümlü Hareket Denklemlerinin Çözümü

Denklem (2.3) olarak elde edilen kesme tipi çerçevelerin sönümlü hareketinin diferansiyel denklemlerini çözebilmek için, önce bu diferansiyel denklem takımı birbirinden bağımsız denklem takımı olarak yazılmalıdır. Birbirine bağlı diferansiyel denklem takımını, birbirinden bağımsız diferansiyel denklemler olarak yazılabilmesi için koordinat dönüşümü uygulanabilir.

Denklem (2-3)'te verilen sönümlü kesme tipi çerçevenin hareket denklemi

$$[M] \{\ddot{v}(t)\} + [C] \{\dot{v}(t)\} + [K] \{v(t)\} = \{P(t)\} \quad (3.21)$$

dir. Bu denklemde yer alan serbestlik derecesi doğrultusundaki zamana bağlı yerdeğiştirme fonksiyonları



$$\{v(t)\} = [\phi] \{z(t)\} \quad (3.22)$$

olarak ifade edilsin. Burada $[\phi]$ matrisi, (3.21) denkleminin sönümsüz serbest titreşiminden elde edilen modal vektörlerin oluşturduğu matristir. Denklem (3.22) ve türevleri, (3.21) denkleminde yerine konulursa,

$$[M][\phi] \{\ddot{z}(t)\} + [C][\phi] \{\dot{z}(t)\} + [K][\phi] \{z(t)\} = \{P(t)\} \quad (3.23)$$

olarak elde edilir. (3.23) denklemini modal vektörler matrisinin transpozu ile sağdan çarpılırsa şu forma dönüşür;

$$[\phi]_n^T [M] [\phi] \{\ddot{z}(t)\} + [\phi]_n^T [C] [\phi] \{\dot{z}(t)\} + [\phi]_n^T [K][\phi] \{z(t)\} = [\phi]_n^T \{P(t)\} \quad (3.24)$$

Modal vektörlerin ortogonalite özelliğinden dolayı

$$\begin{aligned} \{\phi\}_n^T [M] \{\phi\}_m &= 0 & m \neq n \\ [\phi]_n^T [M] [\phi] &= [M_n] & m = n \end{aligned} \quad (3.25)$$

ve

$$\begin{aligned} \{\phi\}_n^T [K] \{\phi\}_m &= 0 & m \neq n \\ [\phi]_n^T [K] [\phi] &= [K_n] & m = n \end{aligned} \quad (3.26)$$

olur ve sistemin kütle ve rijitlik matrisleri diagonal matrisler haline gelir.

Sönüm matrisinin de modal vektörlerle çarpımı ile diyagonal hale geldiği kabul edilirse;

$$\begin{aligned} \{\phi\}_n^T [C] \{\phi\}_m &= 0 & m \neq n \\ [\phi]_n^T [C] [\phi] &= [C_n] & m = n \end{aligned} \quad (3.27)$$



elde edilir.

Denklem (3.25),(3.26) ve (3.27)'nin sağ tarafları denklem (3.24)'te yerine konursa

$$[M_n] \{\ddot{z}(t)\} + [C_n] \{\dot{z}(t)\} + [K_n] \{z(t)\} = [\phi]^T \{P(t)\} \quad (3.28)$$

olarak elde edilir. Burada

$$\{P_n(t)\} = [\phi]^T \{P(t)\} \quad (3.29)$$

olarak gösterilirse (3.28) denklemini birbirinden bağımsız n adet denklem

$$M_n \ddot{z}_n(t) + C_n \dot{z}_n(t) + K_n z_n(t) = P_n(t) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (3.30)$$

ya da

$$\ddot{z}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{z}_n(t) + \omega_n^2 z_n(t) = P_n(t) / M_n \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (3.31)$$

olarak yazılır.

Bu durumda (3.28) ve (3.29) denklemlerinde

$$M_n = \{\phi\}_n^T [M] \{\phi\}_n \quad (3.32-a)$$

$$K_n = \{\phi\}_n^T [K] \{\phi\}_n = \omega_n^2 M_n \quad (3.32-b)$$

$$C_n = \{\phi\}_n^T [C] \{\phi\}_n = 2\xi_n \omega_n M_n \quad (3.32-c)$$

ve



$$P_n(t) = \{\phi\}_n^T \{P(t)\}$$

dir.

Eğer kullanılan modal vektörler normalleştirilmiş ise

$$\{\phi\}_n^T [M] \{\phi\}_n = 1 \quad (3.33-a)$$

$$M_n = 1 \quad (3.33-b)$$

olacağından (3.31) denklemi

$$\ddot{z}_n(t) + 2\xi_n \omega_n \dot{z}_n(t) + \omega_n^2 z_n(t) = P_n(t) \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (3.34)$$

olur.

$z_n(t)$ fonksiyonuna göre tek serbestlik dereceli sönümlü sistemin zorlanmış titreşime ait hareket denklemleri şeklinde ifade edilen (3.34) denklemlerinin çözümünden elde edilen $z_n(t)$ fonksiyonları koordinat dönüşümlerini ifade eden denklem (3.22)'de yerine konarak sistemin serbestlik dereceleri doğrultusundaki yerdeğiştirme, hız ve ivmeleri bulunabilir. Sistemin maksimum davranışları hesaplanmak istenirse daha önce sönümsüz sistemlerde anlatılan metodlara benzer şekilde maksimum davranışlar da hesaplanabilir.

3.3.3 Kesme Tipi Sönümlü Çerçevelerin Hareket Denklemlerinin Birbirinden Bağımsız Yazılması İçin Sönüm Matrisinin Teşkili

Kesme tipi çerçevelerin sönümlü zorlanmış hareket denklemlerine, (3.22) denklemi ile verilen koordinat dönüşümü uygulanarak (3.32) denklemlerinin elde edilmesi için sönüm matrisinde yer alan terimlerin birbirinden bağımsız olduğu kabul



edilmiştir. Sönüm matrisi için yapılan kabulün doğruluğunun araştırılması gerekir. Rayleigh sönüm matrisinin denklem (3.27)'de verilen ortogonallik şartını sağlanması için

$$[C] = b_0 [M] + b_1 [K] \quad (3.35)$$

şeklinde elde edilebileceğini göstermiştir. Burada b_0 ve b_1 keyfi oran faktörleridir.

Modal vektörlerin ortogonal olduğu şartından faydalanarak denklem (3.35)'te verilen sönüm matrisinin diyagonal hale getirilebileceğini göstermek mümkündür. Bunun için denklem (3.35), sağdan modal vektörler matrisi ve soldan modal vektörler matrisinin transpozu ile çarpılırsa;

$$[\phi]^T [C] [\phi] = b_0 [\phi]^T [M] [\phi] + b_1 [\phi]^T [K] [\phi] \quad (3.36)$$

elde edilir.

Denklem (3.25) ve (3.26)'da verilen ifadeler (3.36)'da yerine konursa

$$[\phi]^T [C] [\phi] = b_0 [M_n] + b_1 [K_n] \quad (3.37)$$

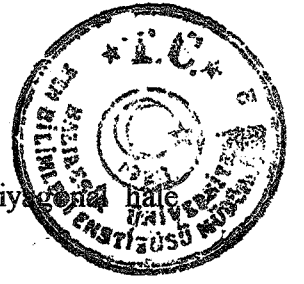
olur. Denklem (3.37), denklem (3.32)'nin sağ tarafları cinsinden ifade edilirse

$$[\phi]^T [C] [\phi] = b_0 [M_n] + b_1 \omega_n^2 [M_n] \quad (3.38-a)$$

yada

$$[\phi]^T [C] [\phi] = (b_0 + b_1 \omega_n^2) [M_n] \quad (3.38-b)$$

olarak elde edilir. Böylece sönüm matrisi denklem (3.35)'te belirtilen şekilde verildiğinde, denklem (3.32)'de verilen koordinat dönüşümü ile sönüm matrisinde



birbirinden bağımsız denklemlerin yazılmasına izin verecek şekilde diyagonal hale gelmesi sağlanmış olur.

Benzer şekilde, kütle ve rijitlik matrislerinden teşkil edilecek sonsuz sayıda ortogonalite şartını sağlayacak sönüm matrisi elde etmek mümkündür.

Genel olarak ortogonal sönüm matrisi,

$$[C] = [M] \sum_i b_i ([M]^{-1}[K])^i \quad (3.39)$$

şeklinde teşkil edilebilir. Bu ifadede istenilen sayıda terimin göz önüne alınması mümkündür. i değeri $-\infty < i < \infty$ aralığında yer alır.

Denklem (3.35) ile verilen Rayleigh sönüm matrisini denklem (3.39)'dan, serinin sadece $i=0$ ve $i=1$ olmak üzere iki terimi alınarak elde edilebilir ve (3.39) denklemi ile sönüm matrisinin teşkil edilmesi halinde herhangi bir mod için belirlenen sönüm oranı olarak ortogonalite şartını sağlayan sönüm katsayıları hesaplanabilir. Herhangi bir n modu için modal sönüm denklem (3.32-c)'den

$$C_n = \{\phi\}_n^T [C] \{\phi\}_n = 2\xi_n \omega_n M_n \quad (3.40)$$

olarak belirlenebilir.

Denklem (3.38) ile verilen sönüm terimi burada yerine konacak olursa;

$$C_n = \{\phi\}_n^T [M] \sum_i b_i ([M]^{-1}[K])^i \{\phi\}_n \quad (3.41)$$

olur.

Denklem (3-5)'i n 'inci modal vektörü için;



$$[K] \{\phi\}_n = \omega_n^2 [M] \{\phi\}_n \quad (3.42)$$

olarak yazalım ve bu ifadenin her iki tarafını soldan $\{\phi\}_n^T [K] [M]^{-1}$ ile çarpalım.

$$\{\phi\}_n^T [K] [M]^{-1} [K] \{\phi\}_n = \omega_n^2 \{\phi\}_n^T [K] \{\phi\}_n = \omega_n^4 M_n \quad (3.43)$$

olur. Benzer işlemleri (3.42) denkleminde uygulayarak;

$$\{\phi\}_n^T [M] ([M]^{-1} [K])^i \{\phi\}_n = \omega_n^{2i} M_n \quad (3.44)$$

olacağı gösterilebilir. Böylece herhangi bir n moduna ait sönüm katsayısı şu şekilde yazılır:

$$C_n = \sum_i b_i \omega_n^{2i} M_n = 2 \xi_n \omega_n M_n \quad (3.45)$$

Denklem (3.45)'ten;

$$\xi_n = \frac{1}{2 \omega_n} \sum_{2i} b_i \omega_n^{2i} \quad (3.46)$$

olarak bulunur.

Denklem (3.46) kullanılarak belirlenen modlara karşı gelen istenilen sönüm oranları için b_i katsayıları hesaplanabilir. Örnek olarak, ilk üç modun sönüm oranları ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 'ü belirlemek için $i = 1,2,3$ olarak seçildiği kabul edilsin. Bu durumda (3.46) denklemlerinden;

$$\begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \omega_1 & \omega_1^3 & \omega_1^5 \\ \omega_2 & \omega_2^3 & \omega_2^5 \\ \omega_3 & \omega_3^3 & \omega_3^5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{Bmatrix} \quad (3.47)$$



elde edilir. (3.47) denklemini kapalı formda şu şekilde yazılır;

$$\{\xi\} = \frac{1}{2} [Q] \{b\} \quad (3.48)$$

Burada, $[Q]$ kare matrisi doğal frekansların farklı kuvvetlerinden elde edilir. (3.48) denkleminin çözümünden;

$$\{b\} = 2 [Q]^{-1} \{\xi\} \quad (3.49)$$

sabitler vektörü elde edilir. Sonuç olarak (3.49) denkleminde elde edilen b değeri (3.35) denkleminde yerine konursa sönüm matrisi elde edilir.

Denklem (3.46) yada (3.47)'den anlaşıldığı gibi sönüm matrisi kütle matrisi ile orantılı olduğunda; $[C] = b_0 [M]$, ($i=0$) sönüm oranı sistemin doğal frekanslarının tersi ile orantılıdır. Böylece sistemin yüksek modları için sönüm azalır. Benzer olarak sistemin sönümü rijitliği ile orantılı kabul edildiğinde; $[C] = b_1 [K]$ sönüm oranları sistemin doğal frekansları ile doğrudan orantılıdır [2].

Modal sönüm oranlarının belirlenmiş olması halinde sönüm matrisinin elde edilmesini aşağıdaki şekilde açıklanabilir.

Mod vektörlerinin oluşturduğu modal matrisin transpozu ile soldan ve modal matrisin kendisi ile sağdan çarpılan kütle matrisi diagonal bir matris olacağına göre, denklem (3.32-c)'den faydalanarak modal sönüm oranlarının bilinmesi halinde modal sönüm matrisi şu şekilde yazılır:

$$[C_n] = [\phi]^T [C][\phi] = 2 \xi_n \omega_n [M] = \begin{bmatrix} \xi_1 \omega_1 M_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \xi_2 \omega_2 M_2 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \xi_n \omega_n M_n \end{bmatrix} \quad (3.50)$$



Denklem (3.50)'nin ilk iki terimi modal vektörler matrisinin tersi ile aşağıdaki şekilde çarpılacak olursa;

$$([\phi]^T)^{-1} [C_n] [\phi]^{-1} = ([\phi]^T)^{-1} [\phi]^T [C] [\phi] [\phi]^{-1} = [C] \quad (3.51)$$

sistemin ortogonal özelliğini sağlayan sönüm matrisi elde edilir. Doğrudan modal vektörler matrisinin tersini almak zor bir işlemdir. Bu sebeple;

$$[\phi]^{-1} = [M_n]^{-1} [\phi]^T [M] \quad (3.52)$$

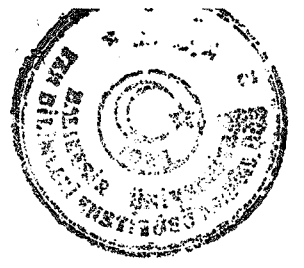
$$[C_n] = 2 [\xi_n \omega_n M_n] \quad (3.53)$$

bağıntıları kullanılarak sönüm matrisinin;

$$[C] = [M] \left(\sum_{n=1}^N \frac{2 \xi_n \omega_n}{M_n} \{ \phi \}_n \{ \phi \}_n^T \right) [M] \quad (3.54)$$

bağıntısından daha kolay hesaplanacağı gösterilebilir.

Yapı sistemlerinde sönüm matrisinin bilinmesi, mod süperpozisyonundan başka adım adım integrasyonla lineer olmayan sistemler için hesap yapılması halinde gerekli olur. Aslında yapı sistemlerinin gerçek değerlerinin bilinmesi oldukça zordur. Ama modal sönüm oranları deneyler yardımıyla belirlenebilir. Yapılan deneylerden, yapı sistemlerinde modal sönüm oranlarının % 2 ile maksimum % 20 arasında bir değer olarak alınabileceği belirlenmiştir [6].



4. ELASTİK KATLI ÇERÇEVELERİN ÇOK SERBESTLİK DERECELİ SİSTEM OLARAK MODELLENMESİ

4.1 Giriş

Bir yapının taşıyıcı sistemini oluşturan elemanlar için kütle, sönüm ve rijitlik eleman boyunca süreklilik arzeder. Bu sebeple çerçeve tipi sistemlerin sürekli sistem olarak modellendirilmesi ve sistemin genelleştirilmiş koordinatlarda gösterilmesi oldukça zordur. Önceki bölümlerde çerçeve sistemlerde kütlelerin kat hizalarında toplanması, sistemde yer alan kiriş-döşeme elemanlarının sonsuz rijit olması, katların yanal yerdeğiştirme serbestliklerinin alınması gibi kabullerle toplu kütleli çok serbestlik dereceli sistem olarak düzlem çerçeve sistemlerin dinamik davranışı verilmişti. Çerçeveyi teşkil eden elemanların kiriş-döşeme elemanlarına göre rijitliklerinin çok büyük olması halinde ise çerçeve sisteminin kesme tipi davranış göstereceğini kabul ederek genelleştirilmiş koordinatlarda sürekli sistem olarak çözmek mümkündür.

Çerçeveyi teşkil eden kolon ve kiriş elemanların rijitliklerinin birbirine yakın olursa, kolon kiriş elemanların birleştiği sistemin düğüm noktalarının yanal yerdeğiştirmeleri ile elemanların düğüm noktalarındaki dönmelerin serbestlik derecesi olarak alınması gerekir. Düğüm noktalarındaki yanal yerdeğiştirmeler ile dönmelerinde olduğu çerçevelere elastik katlı çerçeve (tam çerçeve) ya da gerçek çerçeve olarak isimlendirmek mümkündür. Gerçek çerçeve davranışı gösteren sistemlerde sistemi teşkil eden çubuk elemanlar, çubuk eksenine dik yükler etkisinde de kalacağından kiriş gibi davranırlar.

Çerçeveyi teşkil eden çubuk elemanların birleştiği düğüm noktaları sistemin ayrıntı yerdeğiştirme koordinatlarını teşkil eder [6]. Kiriş ve kolon elemanlarının her biri için düğüm noktalarındaki genelleştirilmiş koordinatlara bağlı olarak seçilen şekil fonksiyonları ile elemanlar için genelleştirilmiş yerdeğiştirmeler ifade edilir. Bir başka



anlamda sistemi teşkil eden her bir çubuk eleman için elemanın uçlarındaki noktalara ait koordinatlardaki serbestlik derecelerine göre elemanın rijitlik, sönüm ve kütle matrislerini yazarak, bunların birleştikleri düğüm noktası koordinatlarına göre sistemin hareket denklemleri elde edilebilir. Bu metot sonlu elemanlar metodu olarak isimlendirilir [2]

4.2 Çubuk Eleman Rijitlik ve Kütle Matrisleri, Kuvvet Vektörü

Bir boyutlu çubuk elemanlar aksenal, eğilme ve burulma deformasyonlarına maruz kaldıklarında her bir deformasyon için elde edilecek rijitlik, kütle katsayıları ve yük vektörleri ayrı ayrı elde edilerek bunların süperpozisyonu ile elemanın rijitlik, kütle matrisi ve yük vektörü elde edilebilir. Çubuk elemanın sonlu eleman olarak modellenmesinde belirlenmiş şekil fonksiyonları kullanılarak genelleştirilmiş koordinatlar olarak ifade edileceğinden her bir deformasyon halini ayrı ayrı ele almak uygun olur [6].

4.2.1 Aksenal Deformasyon Hali

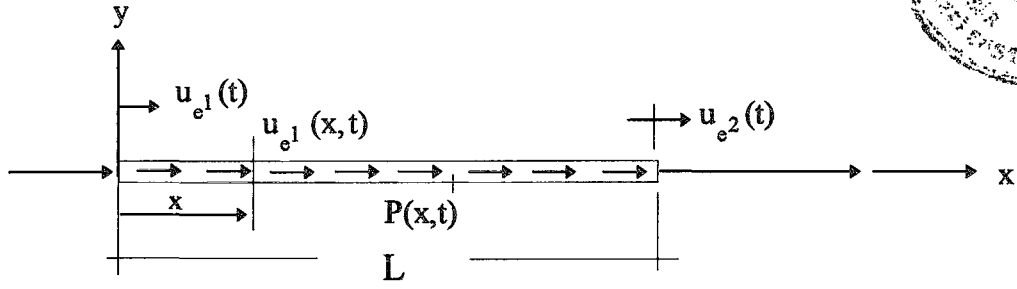
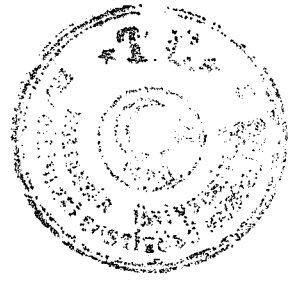
Şekil 4.1'de verilen uzunluğu L , kütle yoğunluğu ρ , elastisite modülü E , kesit alanı A olan doğrusal üniform çubuk düşünölsün. Eleman içindeki aksenal yerdeğıştirmeyi en basit şekilde eleman uç yerdeğıştirmeleri cinsinden;

$$u_e(x, t) = \psi_1(x) u_{e1}(t) + \psi_2(x) u_{e2}(t) \quad (4.1-a)$$

ya da;

$$u_e(x, t) = \sum_{i=1}^2 \psi_i(x) u_i(t) \quad (4.1-b)$$

şeklinde elde edilir [8].



Şekil 4.1 Eksenel deformasyon etkisinde üniform çubuk

Çubukta $u_e(0,t) = u_{e1}(t)$ ve $u_e(L,t) = u_{e2}(t)$ olduğuna göre şekil fonksiyonları olan $\psi_1(x)$ ve $\psi_2(x)$ aşağıda verilen sınır şartlarını sağlamalıdır:

$$\begin{aligned} \psi_1(0) &= 1 & \psi_1(L) &= 0 \\ \psi_2(0) &= 0 & \psi_2(L) &= 1 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Böylece şekil fonksiyonları ve statik yükler altındaki eksenel yerdeğiştirmeleri ele alarak çubuğun diferansiyel denklemi;

$$A E u''(x) = 0 \quad (4.3)$$

olur. Bu denklemden;

$$u_e(x) = c_1 + c_2 \frac{x}{L} \quad (4.4)$$

olarak bulunur. Bu ifadedeki lineer terim normalleştirilerek yazılırsa, c_1 ve c_2 denklem (4.2) ve (4.4) 'ten faydalanarak;

$$\psi_1(x) = 1 - \frac{x}{L}, \quad \psi_2(x) = \frac{x}{L} \quad (4.5)$$

şeklinde elde edilir.



Eksenel hareket için rijitlik katsayıları k_{ij} , kütle katsayıları $m_{e,ij}$ ve genelleştirilmiş kuvvetler P_i nin ifadeleri;

$$k_{e,ij} = \int_0^L E A \psi_i'(x) \psi_j'(x) dx \quad (4.6-a)$$

$$m_{e,ij} = \int_0^L \rho A \psi_i(x) \psi_j(x) dx \quad (4.6-b)$$

$$P_{e,ij} = \int_0^L p(x,t) \psi_i(x) dx \quad (4.6-c)$$

dir.

Denklem (4.5), (4.6-a), (4.6-b) ve (4.6-c)'de yerine konarak elemanın rijitlik matrisi;

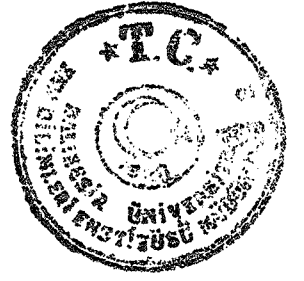
$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & -\frac{AE}{L} \\ -\frac{AE}{L} & \frac{AE}{L} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

kütle matrisi;

$$[M_e] = \begin{bmatrix} \frac{\rho AL}{3} & \frac{\rho AL}{6} \\ \frac{\rho AL}{6} & \frac{\rho AL}{3} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

ve kuvvet vektörü çubuk yayılı kuvvetinin üniform olması durumunda, $p(x,t) = f(t)$ ise;

$$[P_e] = \begin{bmatrix} \frac{f(t)L}{2} \\ \frac{f(t)L}{2} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$



olarak elde edilir.

4.2.2 Eğilme Deformasyonu Hali

Uzunluğu L , kütle yoğunluğu ρ , elastisite modülü E , kesit alanı A ve atalet momenti I olan doğrusal üniform çubuk elemanı incelenir. Elemanın genelleştirilmiş koordinatlarını düzlemdeki çubuğun çubuk eksenine dik hareketi uçlarının yerdeğiştirmeleri ve Şekil 4.2'de gösterilen uç dönmeleri olarak alınırsa genelleştirilmiş koordinatlara bağlı şekil fonksiyonları;

$$v_e(x, t) = \sum_{i=1}^4 \psi_i(x) v_{ai}(t) \quad (4.10)$$

şeklinde ifade edilir. Buradaki $\psi_i(x)$ fonksiyonları aşağıdaki sınır şartlarını;

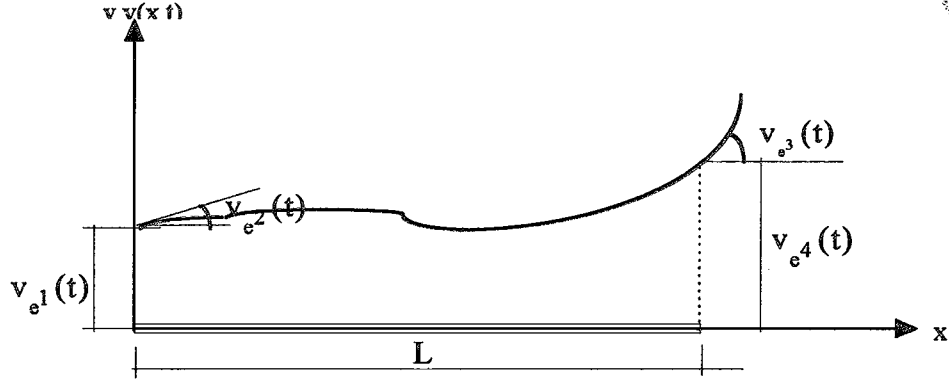
$$\begin{aligned} \psi_1(0) &= 1 & \psi_1'(0) &= \psi_1(L) = \psi_1'(L) = 0 \\ \psi_2(0) &= 1 & \psi_2'(0) &= \psi_2(L) = \psi_2'(L) = 0 \\ \psi_3(0) &= 1 & \psi_3'(0) &= \psi_3(L) = \psi_3'(L) = 0 \\ \psi_4(0) &= 1 & \psi_4'(0) &= \psi_4(L) = \psi_4'(L) = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

sağlamalıdır.

Uygun şekil fonksiyonları, Şekil 4.2'deki kiriş elemanının kesme kuvvetleri ve momentler ile yüklenmesinden oluşan ve (4.11) sınır şartlarını sağlayan çeşitli deformasyon şekilleri olarak elde edilir.

Sadece uçlarından yüklenmiş atalet momenti eksen boyunca sabit olan kiriş eleman için diferansiyel denge denklemi şu şekilde elde edilir:

$$EI v''''(x) = 0 \quad (4.12)$$



Şekil 4.2 Düzlemi içinde çubuk eksenine dik yerdeğiştirme ve dönme deformasyonu yapan doğrusal çubuk eleman

olarak elde edilir. Bu denklemin genel çözümü;

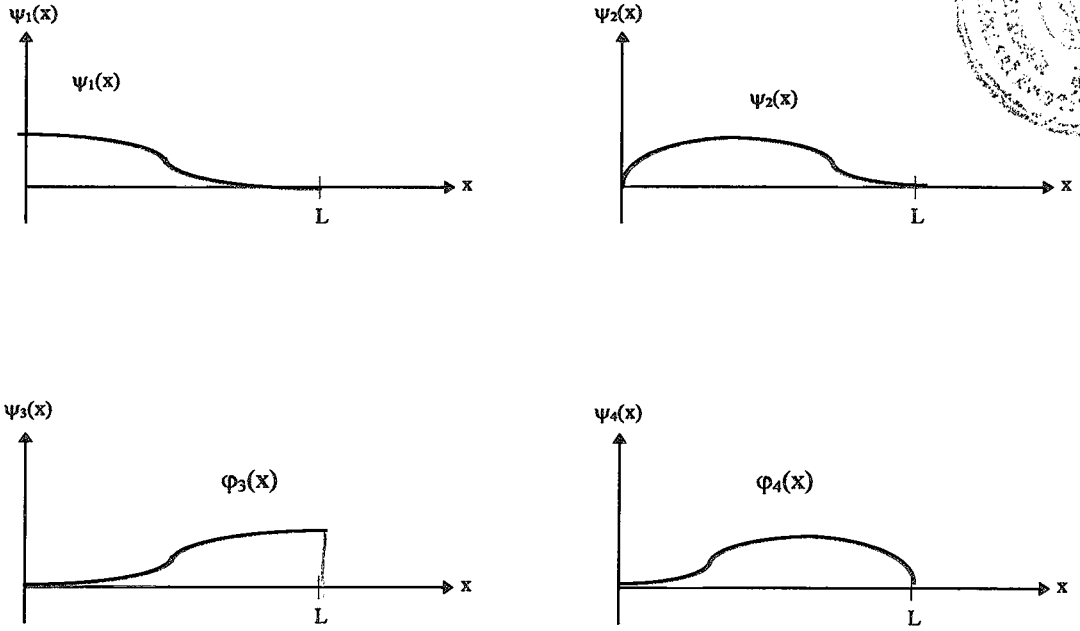
$$v_e(x) = c_1 + c_2 \frac{x}{L} + c_3 \left(\frac{x}{L}\right)^2 + c_4 \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (4.13)$$

dir. Burada yine lineer terimleri normalleştirmek için x yerine x / L kullanılır. Denklem (4.11)'de verilen dört grup sınır şartını (4.13) denklemlerinde yerine konulursa her bir grup sınır şartından şekil fonksiyonları;

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= 1 - 3 \left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2 \left(\frac{x}{L}\right)^3 \\ \psi_2(x) &= x - 2L \left(\frac{x}{L}\right)^2 + L \left(\frac{x}{L}\right)^3 \\ \psi_3(x) &= 3 \left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2 \left(\frac{x}{L}\right)^3 \\ \psi_4(x) &= -L \left(\frac{x}{L}\right)^2 + L \left(\frac{x}{L}\right)^3 \end{aligned} \quad (4.14)$$

olarak elde edilir. Bu şekil fonksiyonları Şekil 4.3'te gösterilmektedir. Eğilme deformasyonu yapan kiriş için rijitlik, kütle ve kuvvet vektörü terimleri;

$$k_{e,ij} = \int_0^L E I \psi_i''(x) \psi_j''(x) dx \quad (4.15-a)$$



Şekil 4.3 Kiriş elemanın eğilme deformasyonuna ait şekil fonksiyonları

$$m_{ij} = \int_0^L \rho A \psi_i(x) \psi_j(x) dx \quad (4.15-b)$$

$$P_{ij} = \int_0^L p(x, t) \psi_i(x) dx \quad (4.15-c)$$

olarak ifade edilir. (4.14) denklemlerini (4.15-a) denklemine koyarak eleman rijitlik matrisi;

$$[K_e] = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ & & 12 & -6L \\ & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

elde edilir. (4.14) denklemleri, (4.15-b) denkleminde yazılırsa eleman kütle matrisi şu şekilde oluşur:



$$[M_e] = \frac{\rho A L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22 L & 54 & -13 L \\ & 4 L^2 & 13 L & -3 L^2 \\ & & 156 & -22 L \\ & & & 4 L^2 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Çubuk üzerinde yaylı yükün üniform olması halinde, $p(x,t) = f(t)$ genelleştirilmiş kuvvet vektörü, (4.14) denklemlerinin (4.15-c)'de yerine yazılmasıyla

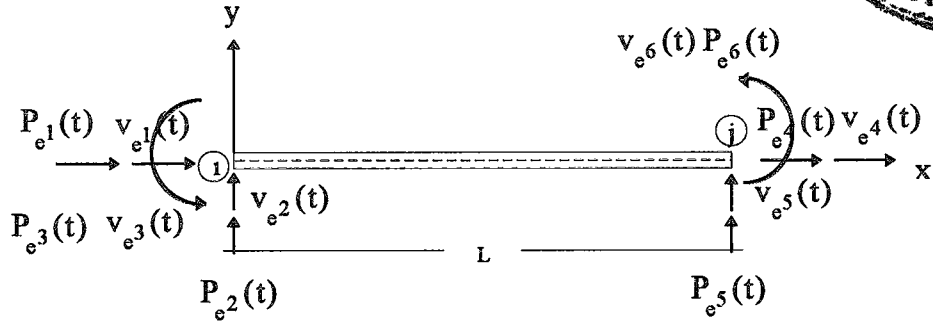
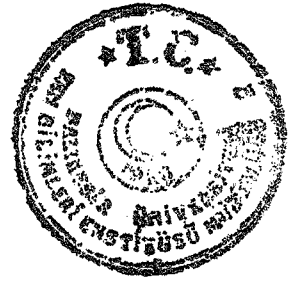
$$\{P_e(t)\} = \begin{Bmatrix} \frac{f(t)L}{2} \\ f(t)L^2 \\ \frac{12}{f(t)L} \\ \frac{2}{f(t)L^2} \\ -\frac{12}{12} \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

olarak elde edilir.

4.2.3 Düzlemi İçinde Yüklü Eleman İçin Rijitlik, Kütle Matrisi ve Kuvvet Vektörü

Kiriş elemanının eksenel ve eğilme deformasyonlarından elde edilen yukarıdaki matrisler süperpoze edilirse, düzlemi içinde yüklü kiriş elemanı için (şekil 4.4), her bir ucundaki üçer adet genelleştirilmiş koordinata bağlı rijitlik matrisi;

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$



Şekil 4.4 Düzlemsel yükler etkisinde çubuk eleman

formunda elde edilir.

Benzer şekilde düzlemi içinde yüklü çubuk elemanın kütle matrisi;

$$[M_e] = \frac{\rho A L}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22 L & 0 & 54 & -13 L \\ 0 & 22 L & 4 L^2 & 0 & 13 L & -3 L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13 L & 0 & 156 & -22 L \\ 0 & 13 L & -3 L^2 & 0 & -22 L & 4 L^2 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

olur.

Düzlemi içinde yüklü çubuk eleman için sönüm matrisi $[C_e]$, düzlemde çubuk elemanın rijitlik matrisi $[K_e]$ dan EI yerine C sönüm katsayısı konarak bulunabilir. Çubuk elemanın yük vektörü ise eleman üzerindeki yük dağılımının $p(x,t) = f(t)$ şeklinde üniform olması halinde;

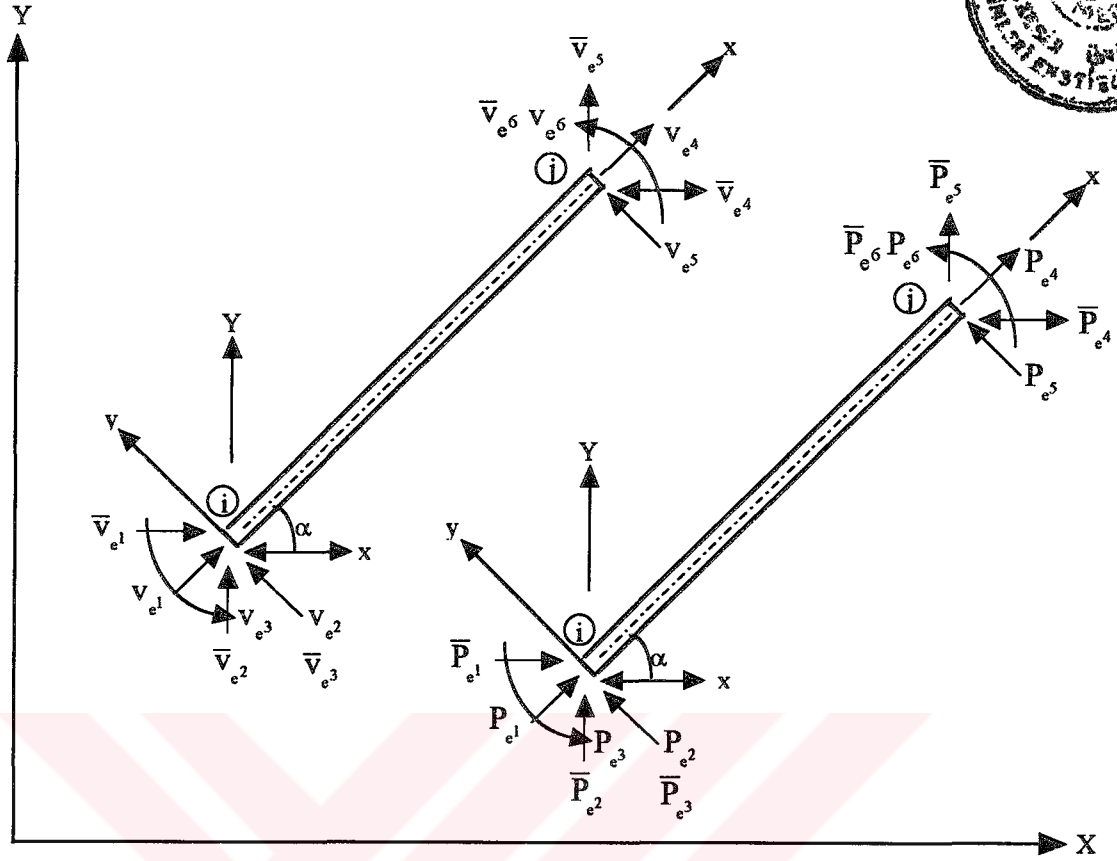


$$\{P_e\} = \begin{Bmatrix} \frac{f(t) L}{2} \\ \frac{f(t) L}{2} \\ f(t) L^2 \\ \frac{12}{f(t) L} \\ \frac{2}{f(t) L} \\ \frac{2}{f(t) L^2} \\ 12 \end{Bmatrix} \quad (4.21)$$

olarak elde edilir. Diğer yük dağılımları için çubuk elemanına ait yük vektörleri benzer şekilde elde edilebilir.

4.3 Koordinat Dönüşümü

Önceki bölümlerde elde edilen rijitlik, kütle ve sönüm matrisleri, elemanın bir ucunu koordinat merkezi kabul eden ve elemanın boyuna eksenini bu eksen takımından x ekseninde yer alan koordinat sistemine göre belirlenmiştir. Bu eksen takımı eleman koordinatları ya da lokal koordinatlar olarak bilinir. Sistemi teşkil eden elemanlar sistemde farklı konumlarda yer alacağına göre sistem için bir eksen takımının belirlenmesi gerekir. Sistem için seçilen eksen takımı, sistem koordinatları ya da global koordinatlar olarak isimlendirilir. Koordinat dönüşümünden amaç lokal koordinatlara göre hesaplanan eleman matrislerini (rijitlik, sönüm, kütle) sistem koordinatlarında ifade etmektir. Koordinat dönüşümü ile sistemi teşkil edecek elemanlar sistem koordinatlarında ifade edildiğinde bu matrisler birleştirilerek yapıya ait sistem matrisleri elde edilebilir. Düzlemi içinde yüklü düzlem çerçeve sistemi elemanının koordinat dönüşümü ifadelerini elde etmek için eleman ve sistem koordinatlarına göre verilen Şekil 4.5'teki çubuk elemanı ele alınsın. Şekil 4.5'te X, Y, Z eksenleri sistem koordinatlarını göstermektedir. z ve z' eksenleri şekil düzlemine dik ve yönü düzlemin üstüne doğrudur.

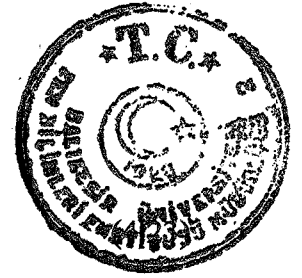


Şekil 4.5 Eleman ve sistem koordinatlarına göre, elemanın uç kuvvet ve deplasmanları

Şekilde verilen eleman uçlarındaki kuvvetlerden $P_1, P_2, P_3, \bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3$ 'ye; $P_4, P_5, P_6, \bar{P}_4, \bar{P}_5, \bar{P}_6$ ye eşdeğer olduğundan bu uç kuvvetleri arasındaki bağıntılar

$$\begin{aligned} P_{e1} &= \bar{P}_{e1} \cos \alpha + \bar{P}_{e2} \sin \alpha \\ P_{e2} &= -\bar{P}_{e1} \sin \alpha + \bar{P}_{e2} \cos \alpha \\ P_{e3} &= \bar{P}_{e3} \end{aligned} \quad (4.22)$$

olarak yazılabilir. Bu ifadeler matris formunda



$$\begin{Bmatrix} P_{e1} \\ P_{e2} \\ P_{e3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{P}_{e1} \\ \bar{P}_{e2} \\ \bar{P}_{e3} \end{Bmatrix}$$

olarak yazılabilir. Elemanın diğer ucundaki kuvvetler için

$$\begin{aligned} P_{e4} &= \bar{P}_{e4} \cos\alpha + \bar{P}_{e5} \sin\alpha \\ P_{e5} &= -\bar{P}_{e4} \sin\alpha + \bar{P}_{e5} \cos\alpha \\ P_{e6} &= \bar{P}_{e6} \end{aligned} \quad (4.24)$$

ifadeleri yazılabilir. Aynı şekilde bu ifadeler de matris formunda yazılabilmektedir.

$$\begin{Bmatrix} P_{e4} \\ P_{e5} \\ P_{e6} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{P}_{e4} \\ \bar{P}_{e5} \\ \bar{P}_{e6} \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

(4.23) ve (4.25) denklemleri birlikte matris formunda yazılacak olursa

$$\begin{Bmatrix} P_{e1} \\ P_{e2} \\ P_{e3} \\ P_{e5} \\ P_{e6} \\ P_{e7} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{P}_{e1} \\ \bar{P}_{e2} \\ \bar{P}_{e3} \\ \bar{P}_{e5} \\ \bar{P}_{e6} \\ \bar{P}_{e7} \end{Bmatrix} \quad (4.26)$$

elde edilir. Bu bağıntı kapalı formda

$$\{P_e\} = [T] \{\bar{P}_e\} \quad (4.27)$$

olarak ifade edilir.



Elemanın uçlarında tarif edilen eleman koordinatlarındaki $\{P_e\}$ kuvvetleri ile yine elemanın uçlarında verilen elemanın kuvvetlerinin sistem koordinatlarındaki bileşenlerinden elde edilen sistem koordinatlarındaki eleman kuvvetleri arasındaki bağıntı, $[T]$ transformasyon matrisi ile belirlenir.

Benzer işlemleri yaparak eleman koordinatlarındaki eleman uç deplasmanları ile bunların sistem koordinatlarındaki bileşenleri arasındaki bağıntı ;

$$\begin{Bmatrix} v_{e1} \\ v_{e2} \\ v_{e3} \\ v_{e5} \\ v_{e6} \\ v_{e7} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{v}_{e1} \\ \bar{v}_{e2} \\ \bar{v}_{e3} \\ \bar{v}_{e5} \\ \bar{v}_{e6} \\ \bar{v}_{e7} \end{Bmatrix} \quad (4.28-a)$$

şeklinde denklem (4.26) ile verilen $[T]$ dönüşüm matrisi deplasmanlar içinde elde edilir. Kapalı formda;

$$\{v_e\} = [T] \{\bar{v}_e\} \quad (4.28-b)$$

olarak yazılabilir.

Kuvvet vektörü ile, rijitlik ve kütle matrisini dönüştürülmüş koordinatlarda ifade edebilmek için virtüel iş ve enerji prensiplerinden yararlanılabilir. $\{v_e\}$ deplasmanlarına bağlı $\{P_e\}$ kuvvet vektörü ile $\{\bar{v}_e\}$ düzlem koordinatlarındaki deplasmanlara bağlı $\{\bar{P}_e\}$ kuvvet vektörü arasındaki bağıntıyı belirlemek için dış kuvvetlerin virtüel iş ifadesi yazılsın. Virtüel iş, sayısal bir değer olduğuna göre;

$$\delta W = \{\delta v_e\}^T \{P_e\} = \{\delta \bar{v}_e\}^T \{\bar{P}_e\} \quad (4.29)$$



olarak yazılabilir.

Denklem 4.28, denklem 4.29'da yerine konursa;

$$\delta W = \{\delta v_e\}^T \{P_e\} = \{\delta \bar{v}_e\}^T [T]^T \{P_e\} \quad (4.30)$$

olur. Denklem (4.29) ve (4.30)'un karşılaştırılmasından;

$$\{\bar{P}_e\} = [T]^T \{P_e\} \quad (4.31)$$

olarak elde edilir.

Rijitlik ve kütle matrisinin dönüştürülmüş koordinatlardaki ifadesini elde etmek için şekil değiştirme ifadesi;

$$V = \frac{1}{2} \{v_e\}^T [K_e] \{v_e\} = \frac{1}{2} \{\bar{v}_e\} [\bar{K}_e] \{\bar{v}_e\} \quad (4.32)$$

ve kinetik enerji ifadesi;

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{v}_e\}^T [M_e] \{\dot{v}_e\} = \frac{1}{2} \{\dot{\bar{v}}_e\} [\bar{M}_e] \{\dot{\bar{v}}_e\} \quad (4.33)$$

olur.

Denklem (4.28), denklem (4.32) ve (4.33)'te yerine yazılırsa;

$$V = \frac{1}{2} \{v_e\}^T [T]^T [K_e] [T] \{K_e\} = \frac{1}{2} \{\bar{v}_e\}^T [\bar{K}_e] \{\bar{v}_e\} \quad (4.34)$$

olur. Böylece eleman koordinatlarındaki rijitlik matrisi, sistem koordinatlarında

$$[\bar{K}_e] = [T]^T [K_e] [T] \quad (4.35)$$



olarak ifade edilir.

Benzer şekilde elemanın sistem koordinatlarındaki kütle matrisi

$$[\bar{M}_e] = [T]^T [M_e] [T] \quad (4.36)$$

olarak elde edilir. Sönüm matrisinin sistem koordinatlarındaki ifadesi, kütle ve rijitlik matrislerine benzer şekilde elde edilir.

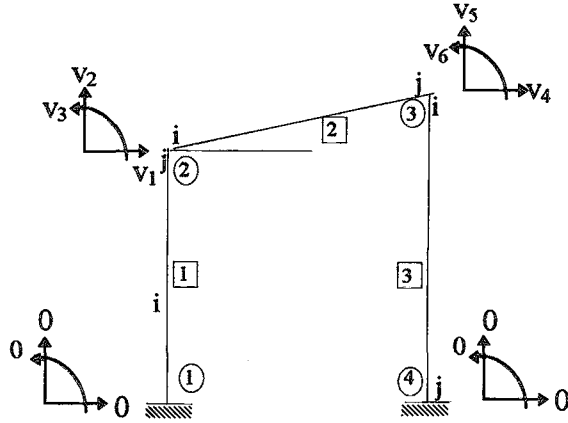
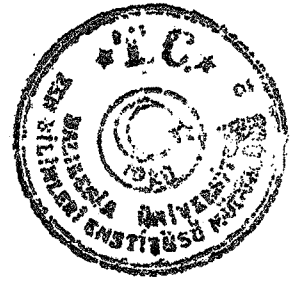
4.4 Sistem Rijitlik ve Kütle Matrislerinin Teşkili

Bir sistemin sonlu elemanlar metoduna göre hareket denklemlerini elde edebilmek için sisteme ait eleman matrislerinin eleman koordinatlarından dönüştürülerek sistem koordinatlarında yazılmış olması yeterli değildir. Bu eleman matrisleri elemanların birleştiği noktalarda sürekliliği sağlayacak şekilde belli bir düzene göre birleştirilmesi ve sisteme ait matrislerin elde edilerek hareket denklemlerinin belirlenmesi gerekmektedir.

Şekil 4.6'da üç çubuk elemanla teşkil edilen bir çerçeve sistemi ve sınır şartları verilmektedir.

Bir sistemin sıfırdan farklı düğüm noktalarındaki serbestlik dereceleri sistem yer değiştirme koordinatları olarak bir $\{V\}$ vektörü ile ifade edilebilir. Buna göre şekilde verilen sistem için düğüm noktaları 1, 2, 3, 4 olarak yuvarlak içinde belirtilmiştir ve sistem yer değiştirmeleri v_1 , 2 düğüm noktasında sistemin x eksenine doğrultusundaki yanal yer değiştirmesi; v_2 , 2 düğüm noktasının y eksenine doğrultusundaki yer değiştirmesi ve v_3 , 2 düğüm noktasının dönmesi olmak üzere sistem yer değiştirme koordinatları şu formda olur:

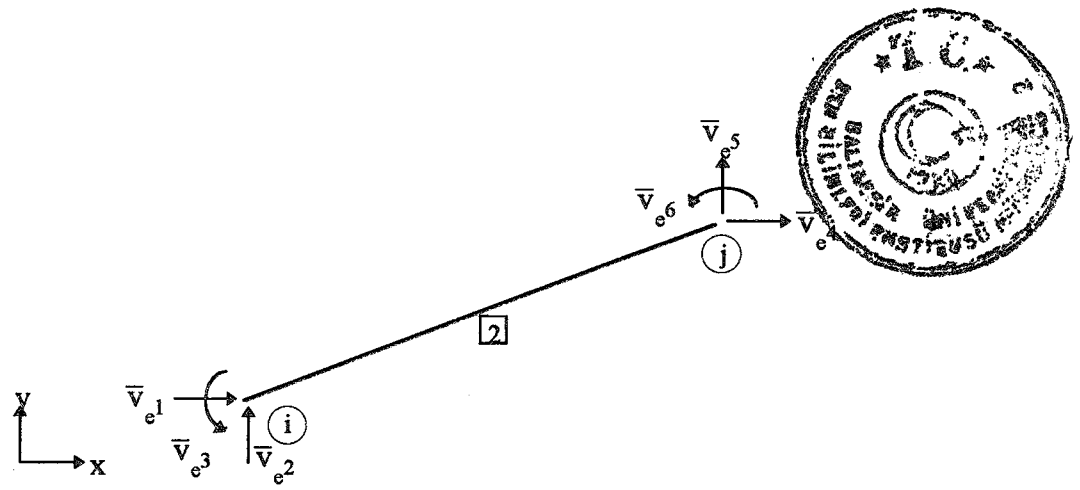
$$\{v\}^T = \{v_1, v_2, \dots, v_6\} \quad (4.37)$$



Şekil 4.6 Üç çubuk eleman ile teşkil edilmiş çerçeve

Böylece birbirinden farklı üç yerdeğiştirme koordinatı belirlenmiştir. Bunlardan birincisi eleman koordinatlarında ifade edilen elemanın uçlarında tarif edilen yer değiştirme koordinatları (Eleman uç deplasmanları), ikincisi sistem koordinatlarında ifade edilen eleman yerdeğiştirme koordinatları ve üçüncüsü de sistem yer değiştirme koordinatlarıdır. Sistem matrislerinin teşkil edilebilmesi için sistem koordinatlarındaki eleman yerdeğiştirme koordinatları ile sistem koordinatları arasındaki ilişkinin kurulması gerekmektedir. Doğrudan (direkt) rijitlik metodu ile sistem matrislerinin teşkili iş ve enerjinin sayısal bir değer olmasına dayanır. Örneğin bir sistemin toplam şekil değiştirme enerjisi, o sistemi teşkil eden elemanların şekil değiştirme enerjileri toplamıdır. O halde sistem koordinatlarındaki eleman yerdeğiştirmeleri, sistem yer değiştirmeleri cinsinden ifade edilebilir. Yani bir elemanın sistem koordinatlarındaki \bar{v}_e yer değiştirmesi sistem yer değiştirmesi v ile ifade edilebilir. Bunun için Şekil 4.6'daki üç çubuktan oluşan sistemin 2 no'lu elemanını ele alınsın. 2 no'lu elemanın sistem koordinatlarındaki yer değiştirme koordinatları Şekil 4.7'de verilmektedir.

Eleman eksenlerinin konumu eleman uçları i ve j ile gösterilerek belirlenir. Şekil 4.6 ve 4.7'den faydalanarak 2 no'lu elemanın, sistem koordinatlarındaki yer değiştirmeleri;



Şekil 4.7 Sistem koordinatlarında eleman yerdeğiştirme koordinatları

$$v_{e1} = v_1$$

$$v_{e2} = v_2$$

$$v_{e3} = v_3$$

$$v_{e4} = v_4$$

$$v_{e5} = v_5$$

$$v_{e6} = v_6$$

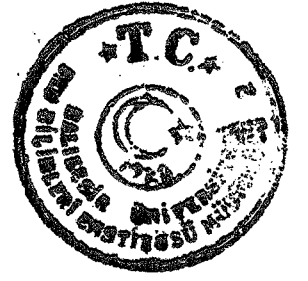
(4.38)

olur. Böylece elemanın, eleman ve sistem koordinatlarındaki yer değiştirme arasındaki bağıntı, yerleştirme matrisi L_e ile;

$$\{\bar{v}_e\} = [L_e] \{v_e\} \quad (4.39)$$

olarak ifade edilir.

Örneğin 2 no'lu elemanı sistem koordinatlarına yerleştirmek için teşkil edilecek yerleştirme matrisi



$$\begin{Bmatrix} \bar{v}_{21} \\ \bar{v}_{22} \\ \bar{v}_{23} \\ \bar{v}_{24} \\ \bar{v}_{25} \\ \bar{v}_{26} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{Bmatrix} \quad (4.40)$$

şeklinde teşkil edilir. (4.40) bağıntısından anlaşıldığı gibi $[L_e]$ yerleştirme matrisinin satır sayısı $\{\bar{v}_e\}$ vektörünün satır sayısına, sütun sayısı ise sistem serbestlik derecesi sayısına eşittir.

Böylece sistemin direkt rijitlik matrisinin teşkilini, sistemin şekil değiştirme enerjisinin sistemin elemanlarının şekil değiştirme enerjisi toplamı olarak ifade ederek;

$$V = \sum_{e=1}^{N_e} V_e = \sum_{e=1}^{N_e} \left(\frac{1}{2} \{\bar{v}_e\}^T [\bar{K}_e] [T] \{\bar{v}_e\} \right) = \sum_{e=1}^{N_e} \left(\frac{1}{2} \{v_e\}^T [\bar{\bar{K}}_e] \{v_e\} \right) \quad (4.41)$$

olarak bulunur. Burada

$$[\bar{\bar{K}}_e] = [L_e]^T [\bar{K}_e] [L_e] \quad (4.42)$$

dir. Böylece sistemin şekil değiştirme enerjisi

$$V = \frac{1}{2} \{v\}^T [\bar{K}] \{v\} \quad (4.43)$$

olarak yazılabilir. $[K]$ sistem rijitlik matrisi;

$$[K] = \sum_{e=1}^{N_e} [\bar{\bar{K}}_e] \quad (4.44)$$

olarak elde edilir.

Sistem kütle matrisi aynı yolla elde edilebilir. Sistemin kinetik enerjisi;

$$T = \frac{1}{2} \sum_{e=1}^{N_e} \{\dot{\bar{v}}_e\}^T [\bar{M}_e] \{\dot{\bar{v}}_e\} = \frac{1}{2} \sum_{e=1}^{N_e} \{v_e\} [\bar{\bar{M}}_e] \{v_e\} \quad (4.45)$$

ve

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{v}\}^T [\bar{\bar{M}}] \{\dot{v}\} \quad (4.46)$$

olarak yazılabilir. Burada

$$[\bar{\bar{M}}_e] = [L_e]^T [\bar{M}_e] [L_e] \quad (4.47)$$

$$[M] = \sum_{e=1}^{N_e} [\bar{\bar{M}}_e] \quad (4.48)$$

dir.

Dış kuvvetlerin yaptığı virtüel iş ifadesinden faydalanarak sistem yerdeğiştirmeleri $\{v\}$ ye karşı gelen sistem yük vektörü $\{P\}$ bulunabilir. Sistemin virtüel işi

$$\delta W = \sum_{e=1}^{N_e} \{\delta \bar{v}_e\}^T \{\bar{P}_e\} = \{\delta v\}^T \{P\} \quad (4.49)$$

yazılabilir.

(4.38) ve (4.49) denklemlerinden

$$\sum_{e=1}^{N_e} \{\delta \bar{v}_e\}^T \{\bar{P}_e\} = \{\delta v\}^T \left(\sum_{e=1}^{N_e} [L_e]^T \{\bar{P}_e\} \right) \quad (4.50)$$

dir. $\{\delta v\}^T$ bağımsız büyüklükler olduğuna göre



$$\{P\} = \sum_{e=1}^{N_e} [L_e]^T \{\bar{P}_e\} \quad (4.51)$$

olarak elde edilir.

4.5 Sistem Kütle ve Rijitlik Matrislerinin Serbestlik Dereceleri Yardımıyla Doğrudan Teşkil Edilmesi

Koordinat dönüşümü ile sistem koordinatlarına dönüştürülen elemanlara ait kütle ve rijitlik matrislerinin doğrudan doğruya serbestlik derecelerinden yararlanarak uygun şekilde toplanması ile sistem kütle ve rijitlik matrislerini teşkil etmek mümkündür.

Şekil 4.6'da gösterilen çerçeve örneği için sistem matrisleri elde edilecektir. Şekildeki üç çubuk eleman için sistem koordinatlarında rijitlik matrisleri aşağıdaki şekilde olsun.

$$[K]^1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 7 & 8 & 9 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} k_{7,7} & k_{7,8} & k_{7,9} & k_{7,1} & k_{7,2} & k_{7,3} \\ k_{8,7} & k_{8,8} & k_{8,9} & k_{8,1} & k_{8,2} & k_{8,3} \\ k_{9,7} & k_{9,8} & k_{9,9} & k_{9,1} & k_{9,2} & k_{9,3} \\ k_{1,7} & k_{1,8} & k_{1,9} & k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} \\ k_{2,7} & k_{2,8} & k_{2,9} & k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} \\ k_{3,7} & k_{3,8} & k_{3,9} & k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} \end{matrix} & \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \end{matrix}$$

$$[K]^2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & k_{1,4} & k_{1,5} & k_{1,6} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} & k_{2,4} & k_{2,5} & k_{2,6} \\ k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} & k_{3,4} & k_{3,5} & k_{3,6} \\ k_{4,1} & k_{4,2} & k_{4,3} & k_{4,4} & k_{4,5} & k_{4,6} \\ k_{5,1} & k_{5,2} & k_{5,3} & k_{5,4} & k_{5,5} & k_{5,6} \\ k_{6,1} & k_{6,2} & k_{6,3} & k_{6,4} & k_{6,5} & k_{6,6} \end{matrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \end{matrix}$$



$$[K]^3 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 4 & 5 & 6 & 10 & 11 & 12 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{matrix} & \begin{bmatrix} k_{4,4} & k_{4,5} & k_{4,6} & k_{4,10} & k_{4,11} & k_{4,12} \\ k_{5,4} & k_{5,5} & k_{5,6} & k_{5,10} & k_{5,11} & k_{5,12} \\ k_{6,4} & k_{6,5} & k_{6,6} & k_{6,10} & k_{6,11} & k_{6,12} \\ k_{10,4} & k_{10,5} & k_{10,6} & k_{10,10} & k_{10,11} & k_{10,12} \\ k_{11,4} & k_{11,5} & k_{11,6} & k_{11,10} & k_{11,11} & k_{11,12} \\ k_{12,4} & k_{12,5} & k_{12,6} & k_{12,10} & k_{12,11} & k_{12,12} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Matrislerin sağında ve üstünde yazılı olan numaralar serbestlik derecelerini göstermektedir. Yukarıda yazılan sistem koordinatlarındaki eleman rijitlik matrislerinin elemanları, matrislerin kenarlarında yazılı olan serbestlik dereceleri numaralarına göre toplanmak suretiyle sistem rijitlik matrisi elde edilir. Şöyle ki; şekil 4.6'da verilen sistemin mesnetleri ankastre kabul edildiğinde sistem serbestlik derecesi 6x6 olacaktır, dolayısıyla sistem rijitlik matrisinde derecesi 6x6 olacaktır.

Birinci elemanın rijitlik matrisinde 1 no'lu serbestlik derecesine karşı gelen rijitlik matrisi elemanı $(k_{11})^1$, ikinci elemanın rijitlik matrisinde 1 no'lu serbestlik derecesine karşı gelen rijitlik matrisi elemanı $(k_{11})^2$ toplanır ve sistem rijitlik matrisinde 1 no'lu serbestlik derecesine karşı gelen yere yazılır. Benzer şekilde toplama işlemi yapılarak sistem rijitlik matrisi elde edilir.

$[K]=$

$$\begin{bmatrix} k_{1,1}^1 + k_{1,1}^2 & k_{1,2}^1 + k_{1,2}^2 & k_{1,3}^1 + k_{1,3}^2 & k_{1,4}^2 & k_{1,5}^2 & k_{1,6}^2 \\ k_{2,1}^1 + k_{2,1}^2 & k_{2,2}^1 + k_{2,2}^2 & k_{2,3}^1 + k_{2,3}^2 & k_{2,4}^2 & k_{2,5}^2 & k_{2,6}^2 \\ k_{3,1}^1 + k_{3,1}^2 & k_{3,2}^1 + k_{3,2}^2 & k_{3,3}^1 + k_{3,3}^2 & k_{3,4}^2 & k_{3,5}^2 & k_{3,6}^2 \\ k_{4,1}^2 & k_{4,2}^2 & k_{4,3}^2 & k_{4,4}^2 + k_{4,4}^3 & k_{4,5}^2 + k_{4,5}^3 & k_{4,6}^2 + k_{4,6}^3 \\ k_{5,1}^2 & k_{5,2}^2 & k_{5,3}^2 & k_{5,4}^2 + k_{5,4}^3 & k_{5,5}^2 + k_{5,5}^3 & k_{5,6}^2 + k_{5,6}^3 \\ k_{6,1}^2 & k_{6,2}^2 & k_{6,3}^2 & k_{6,4}^2 + k_{6,4}^3 & k_{6,5}^2 + k_{6,5}^3 & k_{6,6}^2 + k_{6,6}^3 \end{bmatrix}$$

(4.52)

Aynı işlemler eleman kütle matrisleri için de yapılarak sistem kütle matrisi elde edilir.



5. MODLARIN SÜPERPOZİSYONU YÖNTEMİ

Sönümsüz kesme tipi n katlı çerçevenin zorlanmış hareket denklemleri, denklem (2.3) veya (2.4)'ten;

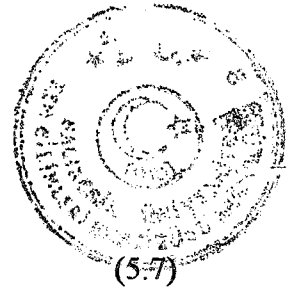
$$\begin{bmatrix} m_1 & . & . & . & . & 0 \\ 0 & m_2 & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & . & m_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1(t) \\ \ddot{v}_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ \ddot{v}_n(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & & & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ 0 & & & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ v_n(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ . \\ . \\ . \\ P_n(t) \end{Bmatrix} \quad (5.1-a)$$

yada kapalı formda;

$$[M] \{\ddot{v}(t)\} + [K] \{v(t)\} = \{P(t)\} \quad (5.1-b)$$

olarak elde edilmiştir.

(5.1)'de verilen birbirine bağlı denklem sisteminde her denklemin sadece bir tek bilinmeyeni içeren zaman fonksiyonuna sahip birbirinden bağımsız denklemler olduğu düşünülecektir. Yani, denklem takımı bir başka koordinat sisteminde yazılacaktır. Bunun için çözümleri her bir modun katkısını belirten katsayılar ile çarpılmış normal mod terimleri cinsinden ifade edilir. Serbest titreşim için bu katsayılar, zamanın fonksiyonu olan harmonik fonksiyon olarak belirlenmiştir. Burada zorlanmış hareket için bu katsayılar zamana bağlı genel fonksiyonlardır. Her bir modun katkısını belirten zamana bağlı bu fonksiyonlar $z_i(t)$ olarak ifade edilirse denklem (5.1)'in çözümü;



$$\begin{aligned} F_1(t) &= a_{11} P_1(t) + a_{21} P_2(t) + \dots + a_{n1} P_n(t) \\ F_2(t) &= a_{12} P_1(t) + a_{22} P_2(t) + \dots + a_{n2} P_n(t) \\ &\dots \dots \dots \\ F_n(t) &= a_{1n} P_1(t) + a_{2n} P_2(t) + \dots + a_{nn} P_n(t) \end{aligned} \quad (5.7)$$

dir.

Birbirinden bağımsız (5.6) diferansiyel denklemlerinin her birinin çözümü tek serbestlik dereceli zorlanmış sistemlere uygulanan Duhamel İntegrali ile çözümlenebilir. Aynı zamanda her bir modal denklemden davranışın maksimumları bulunabilir. Fakat bulunan bu modal maksimumların süperpozisyonu denklem (5.2)'de verilen bağıntıdan bulunduğu modal maksimumlar ayrı ayrı aynı zamanda oluşmayacağından elde edilen davranış mutlak değerleri ele alınarak hesaplandığında üst limit maksimum değerler;

$$\begin{aligned} v_1(t)_{\max} &= |a_{11} z_1(t)_{\max}| + |a_{12} z_2(t)_{\max}| + \dots + |a_{1n} z_n(t)_{\max}| \\ v_2(t)_{\max} &= |a_{21} z_1(t)_{\max}| + |a_{22} z_2(t)_{\max}| + \dots + |a_{2n} z_n(t)_{\max}| \\ &\dots \dots \dots \\ v_n(t)_{\max} &= |a_{n1} z_1(t)_{\max}| + |a_{n2} z_2(t)_{\max}| + \dots + |a_{nn} z_n(t)_{\max}| \end{aligned} \quad (5.8)$$

olarak hesaplanır.

Denklem (5.8)'den elde edilecek maksimum değerler gerçekten daha büyük olarak elde edilir. Spektral değerlerden maksimum davranışları elde etmek için kullanılan metotlardan birisi de modal katkıların karelerinin toplamının kareköklerini alarak;

$$v_1(t)_{\max} = \sqrt{(a_{11} z_1(t)_{\max})^2 + \dots + (a_{1n} z_n(t)_{\max})^2}$$



$$v_2(t)_{\max.} = \sqrt{(a_{21} z_1(t)_{\max.})^2 + \dots + (a_{2n} z_n(t)_{\max.})^2}$$

$$v_n(t)_{\max.} = \sqrt{(a_{n1} z_1(t)_{\max.})^2 + \dots + (a_{nn} z_n(t)_{\max.})^2} \quad (5.9)$$

olarak elde edilir.

Modların süperpozisyonu yöntemi şu adımlardan oluşmaktadır:

1. Hareket denklemleri: Sistemin fiziksel karakteristiklerinden kütle, rijitlik ve istenirse sönüm matrisleri elde edilerek hareket denklemleri yazılır.

$$M_n \ddot{z}_n(t) + K_n z_n(t) = F_n(t) \quad (5.10)$$

2. Mod şekilleri ve frekans analizi: Sönümsüz - serbest titreşim için modal matris (ϕ_n) ve doğal frekans (w_n) değerleri elde edilir.

Bulunan doğal frekans değerlerinden yararlanarak doğal periyot değerleri belirlenir. Sistem için en uygun sönüm oranı (ξ) seçilir. Deprem spektrumlarından, doğal periyotlar ve sönüm oranı yardımıyla spektral hız değerleri (PSV) alınır.

3. Genelleştirilmiş kütle ve rijitlik değerlerinin bulunması:

$$\bar{M}_1 = [\phi_1]^T [M] [\phi_1]$$

$$\bar{M}_2 = [\phi_2]^T [M] [\phi_2]$$

$$\bar{M}_n = [\phi_n]^T [M] [\phi_n]$$

(5.11)



4. Modal katılım oranları:

$$q_1 = \frac{[\phi_1]^T [M] [I]}{M_1}$$

$$q_2 = \frac{[\phi_2]^T [M] [I]}{M_2}$$

.....

$$q_n = \frac{[\phi_n]^T [M] [I]}{M_n}$$

(5.12)

5. Genelleştirilmiş koordinatların spektral değerleri:

$$Y_1 = \frac{q_1}{w_1} PSV_1$$

$$Y_2 = \frac{q_2}{w_2} PSV_2$$

.....

$$Y_n = \frac{q_n}{w_n} PSV_n$$

(5.13)

6. Ötelemelerin spektral değerleri:

$$\{U_1\} = \{\phi_1\} Y_1$$

$$\{U_2\} = \{\phi_2\} Y_2$$

.....

$$\{U_n\} = \{\phi_n\} Y_n$$

(5.14)



7. Her serbestlik derecesinde deprem kuvvetlerin spektral değerleri:

$$\{P_1\} = [M]w^2_1 \{U_1\}$$

$$\{P_2\} = [M]w^2_2 \{U_2\}$$

$$\{P_n\} = [M]w^2_n \{U_n\} \quad (5.15)$$

8. Her serbestlik derecesindeki kesme kuvvetleri:

$$T_1 = [S]P_1$$

$$T_2 = [S]P_2$$

.....

$$T_n = [S]P_n \quad (5.16)$$

9. Her serbestlik derecesindeki devirme momentleri:

$$DM_1 = H [S][T_1]$$

$$DM_2 = H [S][T_2]$$

.....

$$DM_n = H [S][T_n] \quad (5.17)$$



10. Her serbestlik derecesindeki yerdeğişirmeler, elastik kuvvetler, kesme kuvvetleri ve devirme momentlerine ait muhtemel maksimum değerler:

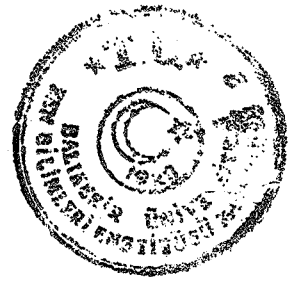
$$\{URMS\}_1 = [\{U_1\}^2 + \{U_2\}^2 + \dots + \{U_n\}^2]^{1/2} \quad (5.18)$$

$$\{PRMS\}_1 = [\{P_1\}^2 + \{P_2\}^2 + \dots + \{P_n\}^2]^{1/2} \quad (5.19)$$

$$\{TRMS\}_1 = [\{T_1\}^2 + \{T_2\}^2 + \dots + \{T_n\}^2]^{1/2} \quad (5.20)$$

$$\{DMRMS\}_1 = [\{DM_1\}^2 + \{DM_2\}^2 + \dots + \{DM_n\}^2]^{1/2} \quad (5.21)$$





6. YAPI DİNAMİĞİNDE SPEKTRUMLAR

6.1 Giriş

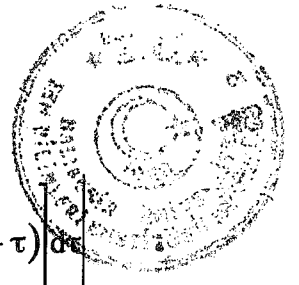
Herhangi bir değişkenin frekans tanım alanındaki değişimini belirleyen grafiklere spektrum denir. Bir başka şekildeki tanımı ise tüm serbestlik dereceli sistemlerin belirli bir yük fonksiyonu etkisindeki maksimum davranışlarının (yerdeğiştirme, hız, ivme yada herhangi bir değer) grafiği davranış spektrumu olarak isimlendirilir. Davranış spektrumlarında apsis ekseninde sistemin doğal frekansı (yada periyodu) ve ordinat ekseninde de maksimum davranışlar gösterilmektedir.

6.2 Deprem Davranış Spektrumu

Tek serbestlik dereceli sistemlerin deprem ivmesi etkisindeki davranışları t , ω (ya da T) ve ξ nin fonksiyonu olup, t zamanı ile değişir. Yapıların tasarımı açısından bakıldığında davranışın zamana göre değişiminden çok, ivme yada hız davranışlarının ne kadar olduğu gibi tepkilerin en büyük değerleri önemlidir. Deprem esnasında tek serbestlik dereceli sistemin yerdeğiştirmesi S_d , hızını S_v ve mutlak ivmesi S_a ;

$$S_d = \frac{1}{\omega_d} \left| \int_0^t \ddot{v}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega_d(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \quad (6.1)$$

$$S_v = \left| \int_0^t \ddot{v}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left[\cos \omega_d(t-\tau) - \frac{\xi\tau}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_d(t-\tau) \right] d\tau \right|_{\max} \quad (6.2)$$



$$S_a = \omega_d \left| \int_0^t \ddot{v}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \left[\left(1 - \frac{\xi^2}{1-\xi^2}\right) \sin \omega_d(t-\tau) + \frac{2\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \cos \omega_d(t-\tau) \right] d\tau \right|_{\max} \quad (6.3)$$

şeklinde elde edilir. Eğer zamana bağlı $\ddot{v}_g(t)$ yer ivmesi verilirse (6.1), (6.2) ve (6.3) denklemlerindeki $S_d(\xi, T)$, $S_v(\xi, T)$, $S_a(\xi, T)$ değerleri sönüm oranı ξ ile sönümsüz doğal periyot T nin fonksiyonu olurlar. Bu fonksiyonların sönüm oranı ξ yi parametre kabul ederek sönümsüz doğal periyot T 'ye göre grafiklerini çizilirse, $S_d(\xi, T)$ Bağıl yerdeğiştirme, $S_v(\xi, T)$ Bağıl hız ve $S_a(\xi, T)$ mutlak ivme spektrumları olarak elde edilir. Genel bir terim olarak bunlara deprem davranış spektrumları yada sadece davranış spektrumları denir.

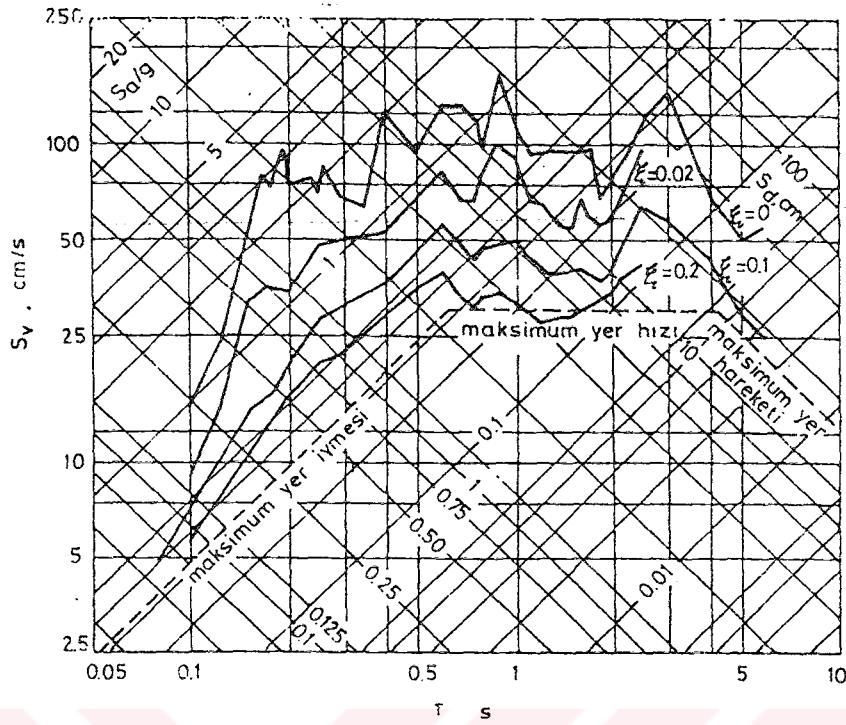
Şekil 6.1'de El Centro deprem dalgasının davranış spektrumları verilmiştir. Davranış spektrumlarının herbiri $\bar{\omega}$ farklı sönüm oranı $\xi_1=0.05$, $\xi_2=0$ ve $\xi_3=0.10$ için elde edilmiştir [3].

Normal yapılarda ξ sönüm oranı değeri 1'e göre küçük olduğundan yaklaşık olarak $\sqrt{1-\xi^2} = 1$ olur. Böylece $\omega_d = \omega \sqrt{1-\xi^2}$ ifadesinden $\omega_d = \omega$ elde edilir. Ayrıca ξ mertebesindeki terimler 1'in yanında terk edilecek olursa (6.1), (6.2) ve (6.3) ifadeleri;

$$S_d = \frac{1}{\omega} \left| \int_0^t \ddot{v}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \quad (6.4)$$

$$S_v = \left| \int_0^t \dot{v}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cos \omega(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \quad (6.5)$$

$$S_a = \omega \left| \int_0^t \ddot{v}_g(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \sin \omega(t-\tau) d\tau \right|_{\max} \quad (6.6)$$



Şekil 6.1 El Centro deprem spektrumu

şekline gelirler. Burada sadece maksimum değerler kapsandığından bu ifadelerdeki sinüs ve kosinüs aynı kabul edilirse S_d , S_v ve S_a arasında yaklaşık olmakla beraber, aşağıdaki basit bağıntılar bulunmaktadır.

$$\begin{aligned} S_d &= \frac{1}{\omega} S_v = \frac{T}{2\pi} S_v \\ S_v &= S_v \\ S_a &= \omega S_v = \frac{2\pi}{T} S_v \end{aligned} \quad (6.7)$$

önce hız spektrumu S_v yi hesaplayıp (6.7) ifadelerinden yararlanarak hesaplanan S_a ve S_d ' ye yalancı ivme ve yalancı yerdeğiştirme spektrumu denilmektedir. Denklem (6.4),(6.5) ve (6.6) e göre yalancı yerdeğiştirme ve yalancı ivme değerleri;

$$\begin{aligned} S_d &= v(t)_{\max} \\ S_a &= (\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g(t))_{\max} \end{aligned} \quad (6.8)$$

olduğundan (6.7) bağıntıları yardımı ile;



$$\frac{(\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g(t))_{\max}}{v(t)_{\max}} = \omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

bulunur. (6.7) bağıntılarından yararlanarak hız davranış spektrumu S_v nin aynı zamanda ivme davranış spektrumu S_a ve yerdeğiştirme spektrumu S_d olarak okunabildiği monogram tipinde şekiller hazırlamak mümkündür. Böyle şekillere üçlü davranış spektrumu adı verilir.

6.3 Normalleştirilmiş Davranış Spektrumu

Kütlesi m , yay sabiti k , sönüm oranı ξ olan T doğal periyotlu (yada ω doğal dairesel frekanslı) bir tek kütle sistemine $\ddot{v}_g(t)$ yer ivmesi etki etsin. Tek kütleli sistemin zemine göre bağıl yer değiştirmesini $v(t)$ ile gösterilirse, kütleyle etkileyen mutlak ivme $\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g(t)$ olur.

Kütleyle etkileyen mutlak ivmenin maksimum değerini, yani maksimum ivme davranışını yer hareketinin ivmesinin değerine bölümsün ve bu boyutsuz orana q_a denilsin.

$$q_a = \frac{|\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g(t)|_{\max}}{|\ddot{v}_g(t)|_{\max}} \quad (6.10)$$

Bu değer, deprem hareketinin bir çeşit ivme davranış büyütmesidir. (6.9) ifadesinde $|\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g(t)|_{\max} = \omega^2 |v(t)|_{\max}$ olduğundan $\omega^2 = \frac{k}{m}$ bağıntısından yararlanarak;

$$|\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g(t)|_{\max} = \frac{k|v(t)|_{\max}}{m} \quad (6.11)$$

olarak bulunur.



Böylece (6.10) ifadesi;

$$q_a = \frac{k|v(t)|_{\max}}{m|\ddot{v}_g(t)|_{\max}} \quad (6.12)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadenin payı, yay katsayısı ile kütlenin maksimum yerdeğiştirmesinin çarpımı olduğundan tek kütle sistemine etkiyen maksimum kesme kuvvetidir. (6.12) ifadesinin paydası ise, kütlesi m olan sistemin zemin üzerinde olması halinde yani ($k = \infty$) için cisme etkiyen maksimum atalet kuvvetidir. Dolayısı ile q_a , tek kütle sistemine etkiyen maksimum kesme kuvveti ile zemin üstünde aynı kütlede bir rijit cisme etkiyen maksimum kuvvetin oranını göstermektedir. Rijit cisim tek kütle sisteminin ($k = \infty$) olması halinde limit durum olduğundan, rijit cismin doğal periyodu $T=0$ dir. (6.8) bağıntısından yararlanarak;

$$q_a(\xi, T) = \frac{S_a}{|\ddot{v}_g(t)|_{\max}} \quad (6.13)$$

olarakta yazılabilir. Burada q_a, ξ ve T nin fonksiyonudur yani $q_a(\xi, T)$ dir. Davranış spektrumlarında yapıldığı gibi $q_a(\xi, T)$, ξ sönüm oranı parametre olmak üzere, doğal periyoda göre çizilirse bu şekle normalleştirilmiş ivme davranış spektrumu denir. Aynı şekilde normalleştirilmiş hız ve yerdeğiştirme spektrumları (6.12) veya (6.13) ifadesi ile aynı şekilde;

$$q_v(\xi, T) = \frac{|\dot{v}(t)|_{\max}}{|\dot{v}_g(t)|_{\max}} = \frac{S_v}{|\dot{v}_g(t)|_{\max}} \quad (6.14)$$

$$q_d(\xi, T) = \frac{|v(t)|_{\max}}{|v_g(t)|_{\max}} = \frac{S_d}{|v_g(t)|_{\max}} \quad (6.15)$$

elde edilir.



Normalleştirilmiş davranış spektrumlarından, ivme değeri farklı olan iki ya da daha fazla deprem dalgasının davranış özelliklerini karşılaştırırken yararlanır.

6.4 Davranış Spektrumunun Fiziksel İfadesi [6]

1- Deprem davranış spektrumu, belli bir deprem dalgasının, tek kütle sistemi ile temsil edilebilen yapılara yapacağı en büyük etkiyi ifade etmektedir. Deprem dalgasının, yalnız kayda bakarak anlaşılamayan çeşitli karakteristikleri, özellikle yapılar üzerindeki etkisi spektrumlarda açıkça görülür.

2- İvme davranış spektrumu, yapılara etkileyen kuvveti, yani zeminden yapıya deprem girişini verir. Yapının doğal periyodu ile sönüm oranına göre, ivme davranış spektrumundan okunan $|\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g(t)|_{\max}$ davranış değeri, yapıya etkileyen mutlak ivme olup, bununla yapının m kütlesi çarpıldığı zaman deprem esnasında yapıda meydana gelen maksimum Q_{\max} kesme kuvveti;

$$Q_{\max} = m|\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g(t)|_{\max} \quad (6.16)$$

olur. Bu maksimum kesme kuvvetinin yapı ağırlığı olan $W = mg$ ye oranı

$$C = \frac{Q_{\max}}{W} = \frac{|\ddot{v}(t) + \ddot{v}_g(t)|_{\max}}{g} = \frac{S_a(\xi, T)}{g} \quad (6.17)$$

ye taban kesme kuvveti katsayısı denir. Yapıya etkileyen deprem kuvveti ile ağırlığın bu oranı statik deprem katsayısına karşı gelmektedir.

3- Hız davranış spektrumu, deprem hareketinin yapılara verdiği maksimum enerjiyi ifade etmektedir. Yani, yapının yay katsayısını k, maksimum yerdeğiştirmesi $|v(t)|_{\max}$ ile gösterirsek;

$$\text{Maksimum şekil değiştirme enerjisi} = \frac{1}{2}k|v(t)|_{\max}^2$$



Birim kütle başına maksimum enerji:

$$= \frac{1}{2} \frac{k}{m} |v(t)|_{\max} = \frac{1}{2} |\omega v(t)|_{\max}^2 = \frac{1}{2} S_v^2$$

olur. Böylece hız spektrumu bir çeşit güç spektrumu olarak yorumlanabilir.

4- Yerdeğiştirme davranış spektrumu, yerdeğiştirme veya şekil değiştirmenin büyüklüğünü göstermekte olup, yapı elemanlarında meydana gelen gerilmelerle ilişkilidir. Doğal periyot ve sönüm oranına göre, yerdeğiştirme mukabele spektrumundan okunan değer maksimum yerdeğiştirme $|v(t)|_{\max}$ olduğundan, bunun yay sabiti k ile çarpılması ile maksimum kesme kuvveti şu şekilde elde edilir;

$$Q_{\max} = k |v(t)|_{\max} \quad (6.18)$$

5- Davranış spektrumu aslında, basit tek kütle sistemi ile ilgili bir kavramdır. Karışık çok serbestlik dereceli yapıların titreşimi bile mod denilen basit tek kütle sistemi titreşim bileşenlerine ayrılabilir. Davranış spektrumuna göre herbir bileşenin davranışı bulunduğundan sonra bunların süperpoze edilmesi ile çok serbestlik dereceli sistemin davranışını elde etmek mümkün olur. Bu analiz yöntemine modal analiz denir.



7. ÖRNEKLER İÇİN YAPILAN KABULLER ve BİLGİSAYAR PROGRAMI HAKKINDA BİLGİ

Bu bölümde açıklık sayısı, kat adedi, kiriş-kolon boyutları ve serbestlik dereceleri farklı düzlem çerçevelerin dinamik analizi yapılmıştır. Sistemin yük analizi ile kiriş kütleleri birim uzunluk için hesaplanmıştır. Kolon kütleleri ihmal edilmiştir. Deprem kuvvetinin düzlem çerçeve doğrultusundan geldiği kabulü ile eleman atalet momentleri bu doğrultuda hesaplanmıştır. Kullanılan malzemeye (betonarme) göre elastisite modülü $30.000.000 \text{ kN/m}^2$ olarak seçilmiştir. Yerçekimi ivmesi 9.81 m/s^2 'dir. Çözümde kullanılan birimler kN ve metredir. Sönüm oranı için herhangi bir araştırma yapılmamasına rağmen 0.02 değeri seçilmiştir. Sonuçların karşılaştırılması bakımından eşdeğer statik yük yöntemi kullanılmıştır[10]. Bu yöntemde yapı için kullanılan katsayılar en olumsuz durum için seçilmiştir. Yani deprem bölgesi 1, hareketli yük azaltma katsayısı $n=1$ alınmıştır. Yeni deprem yönetmeliği, bu tez çalışmasının son zamanlarında yayınlandığı için eşdeğer statik deprem yükleri eski yönetmeliğe göre hesaplanmıştır.

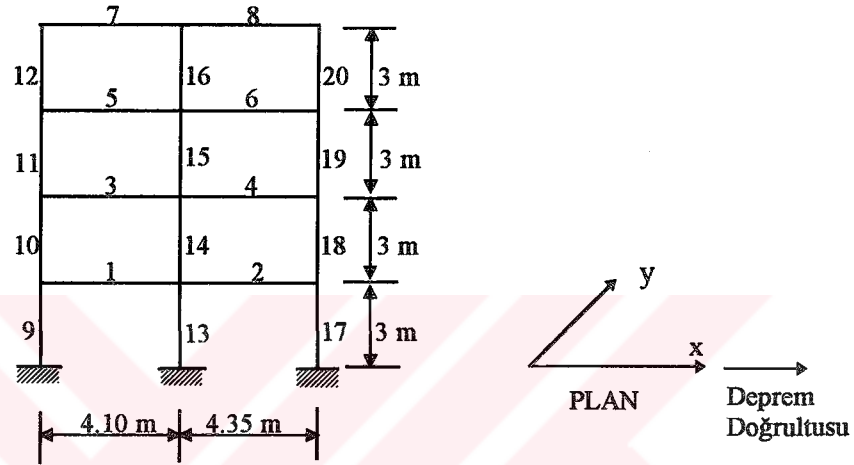
Bilgisayar programı fortran dilinde olup, orijinali [8]'den alınabilir. Eleman sayısı, serbestlik derecesi sayısı, elastisite modülü, toplu kütle ya da yayılı kütle seçimi, her eleman için uzunluk, kesit alanı, atalet momenti, birim uzunluğa düşen kütle, yatayla yapılan açı, serbestlik dereceleri, sistemin doğal periyotlarına karşı gelen ve El-Centro deprem spektrumundan alınan spektral hız değerleri data olarak girilmiştir. Sönümsüz sistem için doğal frekanslar ve modal matris, Jacobi yöntemiyle iterasyon yapılarak belirlenmektedir. Spektral hız değerleri yardımıyla sistemin serbestlik dereceleri doğrultusundaki deprem kuvvetleri her mod için hesaplanmakta ve bu değerlerin kareleri toplamının karekökü alınarak, muhtemel maksimum değerler hesaplanmaktadır. Bilgisayar programına ait akış diyagramı Ek-A'da verilmiştir.



8. ÖRNEKLER ve ÇÖZÜM SONUÇLARI

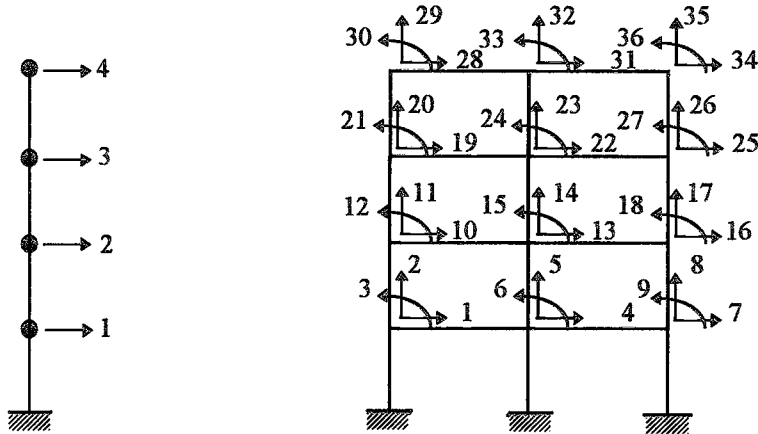
ÖRNEK 1:

Şekilde verilen iki açıklıklı dört katlı betonarme çerçeve için kesit özellikleri aşağıda verilmiştir. Hazırlanan bilgisayar programına göre sırasıyla kesme tipi yaklaşımı ve elastik katlı çerçeve modellemesiyle çözüm yapılmıştır.



Şekil 8.1

1- Serbestlik dereceleri :



Şekil 8.2 Kesme yaklaşımı

Çerçeve yaklaşımı



2- Elastisite modülü: $30.000.000 \text{ kN/m}^2$

3- Kirişler : (20x50) cm

Kesit alanları: $A = 0.1 \text{ m}^2$

Atalet momentleri: $I_{1y} = I_{3y} = I_{5y} = I_{8y} = 0.00352 \text{ m}^4$

$I_{2y} = I_{4y} = I_{6y} = 0.00358 \text{ m}^4$

$I_{7y} = 0.00345 \text{ m}^4$

Kütleler: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m_6 = 3.920 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_7 = m_8 = 1.890 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

4- Kolonlar :

Kesit alanları: $A_{13} = A_{14} = 0.1 \text{ m}^2$ (25x40) cm

$A_{11} = A_{12} = A_{16} = A_{19} = A_{20} = 0.0625 \text{ m}^2$ (25x25) cm

$A_9 = A_{10} = A_{15} = A_{17} = A_{18} = 0.075 \text{ m}^2$ (25x30) cm

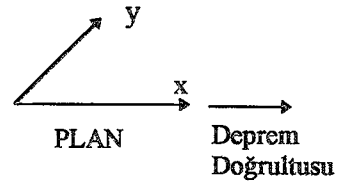
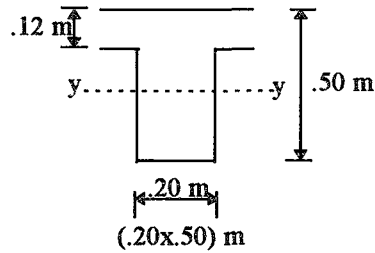
Atalet momentleri: $I_{13y} = I_{14} = 0.00133 \text{ m}^4$

$I_{11y} = I_{12y} = I_{16y} = I_{19y} = I_{20y} = 0.000325 \text{ m}^4$

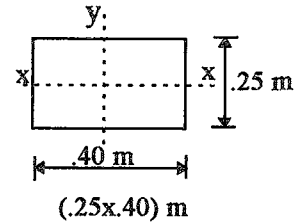
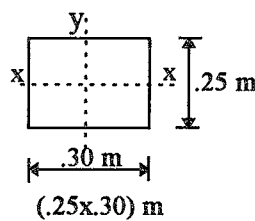
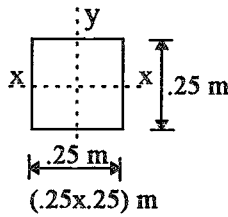
$I_{9y} = I_{10y} = I_{15y} = I_{17y} = I_{18y} = 0.000563 \text{ m}^4$

5. Eleman kesit şekilleri:

a- Kirişler için:



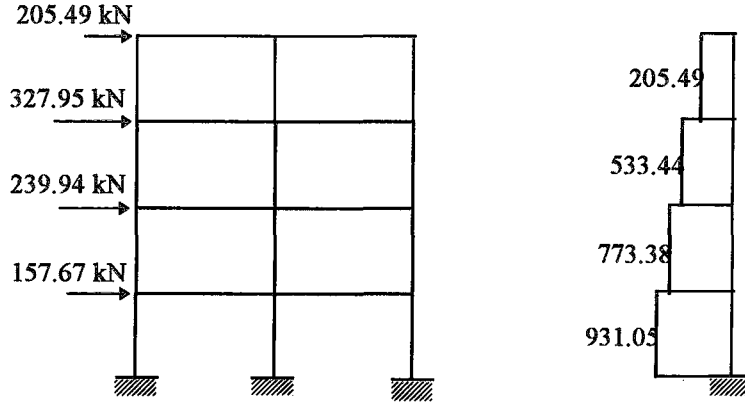
b- Kolonlar için:





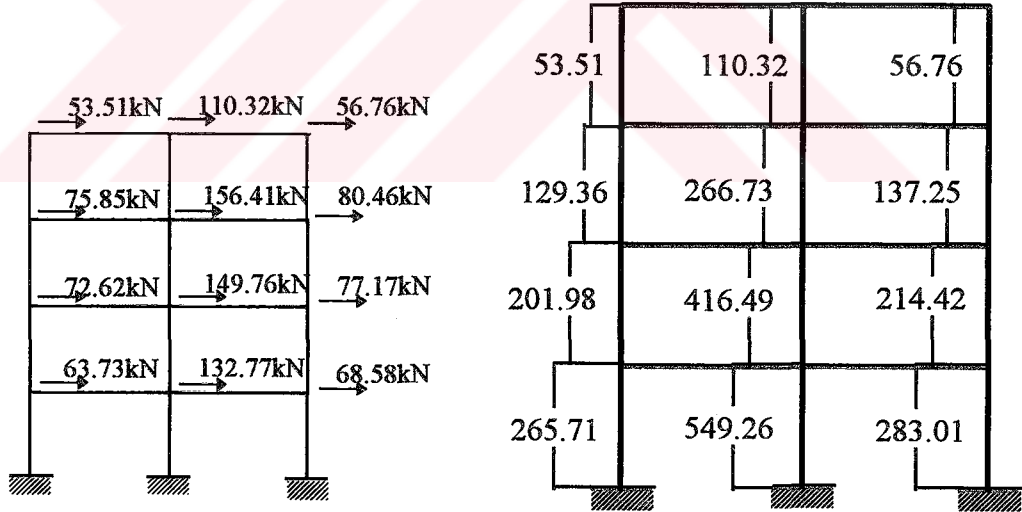
Örnek 1'in bilgisayar çözümü ile elde edilen kuvvetleri aşağıda gösterilmiştir.

Kesme tipi yapı yaklaşımı ile oluşan kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlar)

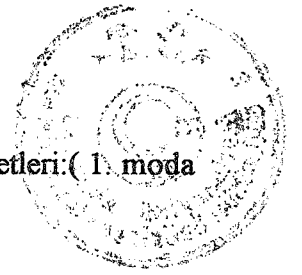


Şekil 8.3

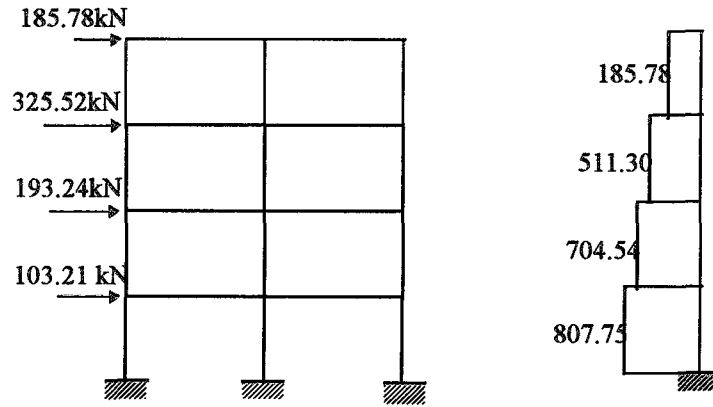
Tam çerçeve yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlar)



Şekil 8.4

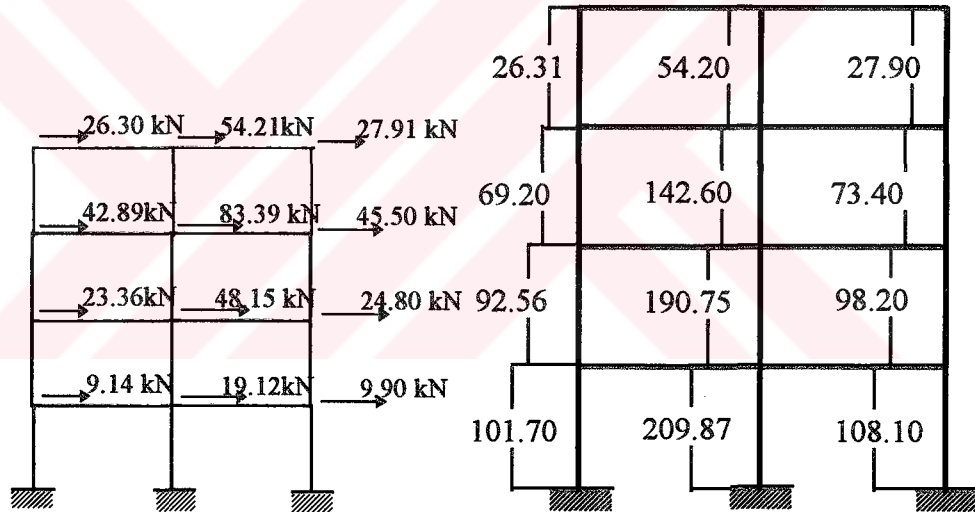


Kesme tipi yapı yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moda göre)



Şekil 8.5

Tam çerçeve kabulü kuvvetler ve kat kesme kuvveti diyagramı (1. moda göre)



Şekil 8.6



Örnek 1'in eşdeğer statik yatay yükler yardımı ile çözümü:

Deprem bölgesi : 1 I = 1.0 H = 12 m
C₀ = 0.1 T₀ = 0.60 s D = 8.45 m
K = 1.5 N = 4 (Kat adedi)

Yapının doğal periyodunun belirlenmesi:

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{D}} = \frac{0.09 \times 12}{\sqrt{8.45}} = 0.37 \text{ s}$$

$$T = (0.07 \approx 1.00)N = 0.09 \times 4 = 0.36 \text{ s}$$

$$T = 0.36 \text{ s alınmıştır.}$$

Spektrum katsayısının hesabı:

$$S = \frac{1}{0.8 + T - T_0} = \frac{1}{0.8 + 0.36 - 0.6} = 1.79 > 1 \Rightarrow S = 1 \text{ alınmıştır.}$$

Deprem katsayısının hesabı:

$$C = C_0 K S I = 0.1 \times 1.5 \times 1 \times 1.0 = 0.15$$

Çerçeve kat ağırlıklarının hesabı:

	<u>Sabit yük</u>	<u>Hareketli yük</u>
K7 :	18.6 × 4.10 = 76.26 kN	
K8 :	18.6 × 4.35 = 80.91 kN	
	W ₃ = G ₃ = 15.717 kN	
K5 :	3.85 × 4.10 = 15.785 kN	1.01 × 4.10 = 4.141 kN
K6 :	3.85 × 4.35 = 16.748 kN	1.01 × 4.35 = 4.394 kN
	G ₃ = 32.533 kN	P ₃ = 8.535 kN
	W ₃ = G ₃ + n P ₃ = 32.533 + 1 × 8.535 = 41.068 kN	
	W ₁ = W ₂ = W ₃ = 41.068 kN	



Toplam çerçeve ağırlığı:

$$\sum W = 3 \times 410.68 + 157.17 = 1389.21 \text{ kN}$$

$$\sum W_i h_i = 410.68 \times (3 + 6 + 9) + 157.17 \times 12 = 9278.28$$

Statik eşdeğer yatay yükler toplamı:

$$F = C W = 0.15 \times 1389.21 = 208.38 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{H}{D}\right)^2 = \left(\frac{12}{8.45}\right)^2 = 2.02 < 3 \Rightarrow F_i \text{ alınmamıştır.}$$

Katlara etki eden statik eşdeğer yatay yükler:

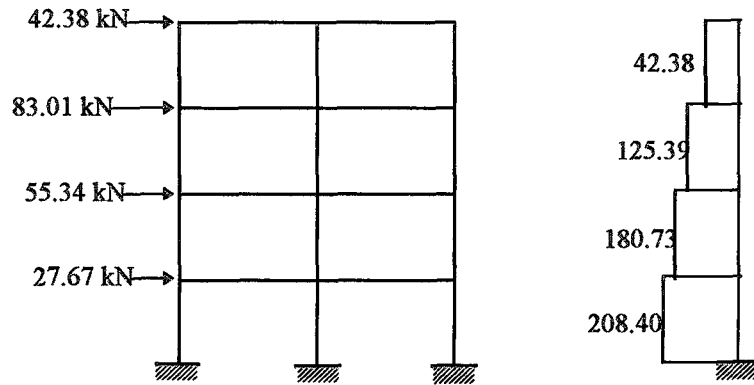
$$F_i = F \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i}$$

$$F_1 = 208.38 \times \frac{410.68 \times 3}{9278.28} = 27.67 \text{ kN}$$

$$F_2 = 208.38 \times \frac{410.68 \times 6}{9278.28} = 55.34 \text{ kN}$$

$$F_3 = 208.38 \times \frac{410.68 \times 9}{9278.28} = 83.01 \text{ kN}$$

$$F_4 = 208.38 \times \frac{157.17 \times 12}{9278.28} = 42.36 \text{ ton}$$

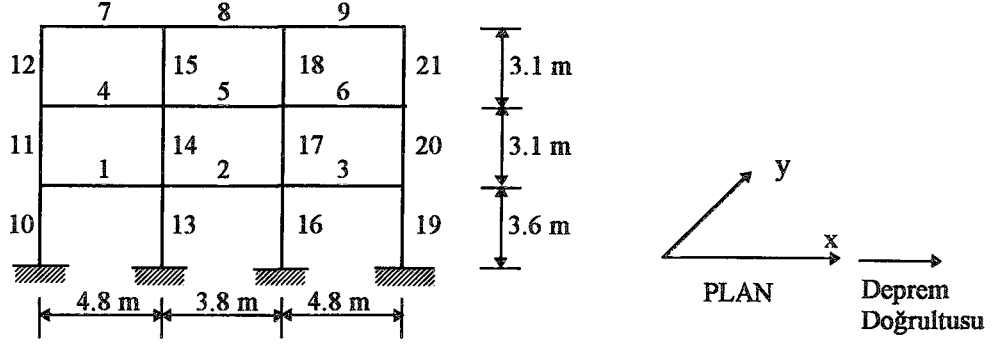


Şekil 8.7 Toplam kesme kuvveti: T=208.4 kN



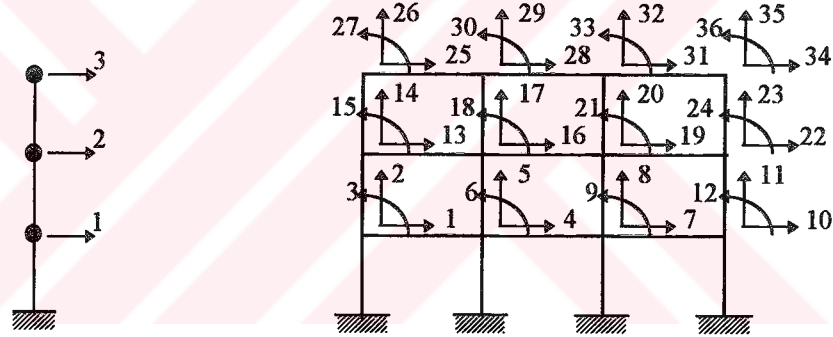
ÖRNEK 2:

Şekilde verilen üç açıklıklı üç katlı betonarme çerçeve için kesit özellikleri aşağıda verilmiştir. Hazırlanan bilgisayar programına göre sırasıyla kesme tipi yaklaşımı ve elastik katlı çerçeve modellemesiyle çözüm yapılmıştır.



Şekil 8.8

1- Serbestlik dereceleri:



Şekil 8.9 Kesme yaklaşımı

Tam çerçeve yaklaşımı

2- Elastisite modülü: $30.000.000 \text{ kN/m}^2$

3- Kirişler : (20x50) cm

Kesit alanları: $A = 0.1 \text{ m}^2$

Atalet momentleri: $I_{1y} = I_{3y} = I_{4y} = I_{6y} = I_{7y} = I_{9y} = 0.003928 \text{ m}^4$

$I_{2y} = I_{5y} = I_{8y} = 0.003434 \text{ m}^4$

Kütleler: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m_6 = 2.37 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_7 = m_8 = m_9 = 1.26 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$



4- Kolonlar :

Kesit alanları: $A_{10} = A_{13} = A_{16} = A_{19} = 0.1225 \text{ m}^2$ (35x35) cm

$A_{11} = A_{14} = A_{17} = A_{20} = 0.09 \text{ m}^2$ (30x30) cm

$A_{12} = A_{15} = A_{18} = A_{21} = 0.0625 \text{ m}^2$ (25x25) cm

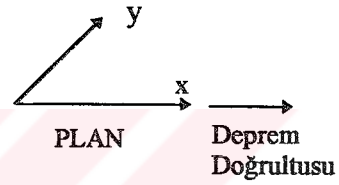
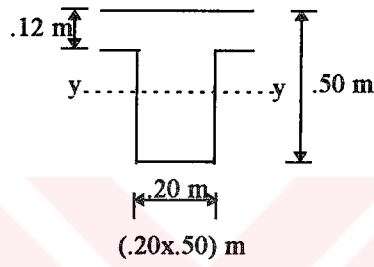
Atalet momentleri: $I_{10y} = I_{13y} = I_{16y} = I_{19y} = 0.00125 \text{ m}^4$

$I_{11y} = I_{14y} = I_{17y} = I_{20y} = 0.000675 \text{ m}^4$

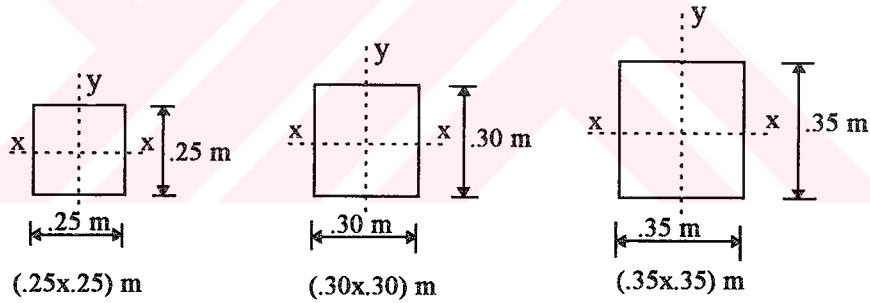
$I_{12y} = I_{15y} = I_{18y} = I_{21y} = 0.000326 \text{ m}^4$

5. Eleman kesit şekilleri:

a- Kirişler için:



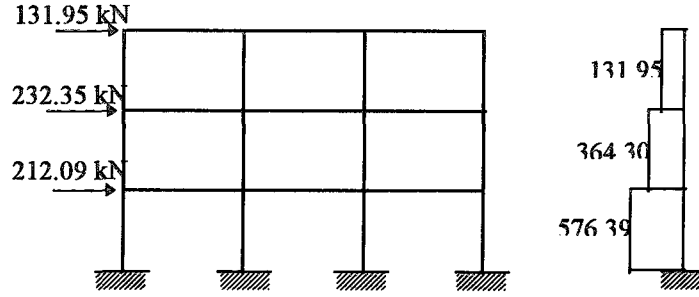
b- Kolonlar için:





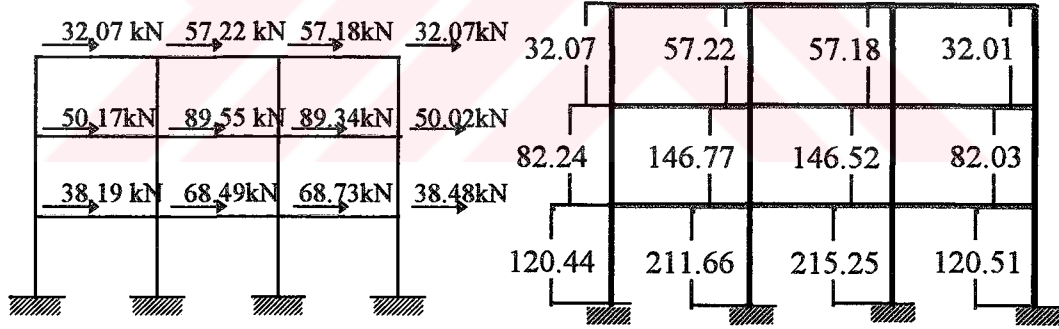
Örnek 2, bilgisayar programı ile çözümlenerek sisteme etki eden kuvvetler bulunmuştur.

Kesme tipi yapı yaklaşımı ile tüm modlara göre yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri:



Şekil 8.10

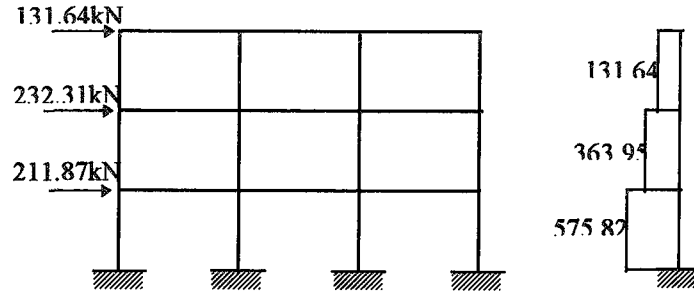
Tam çerçeve yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlar):



Şekil 8.11

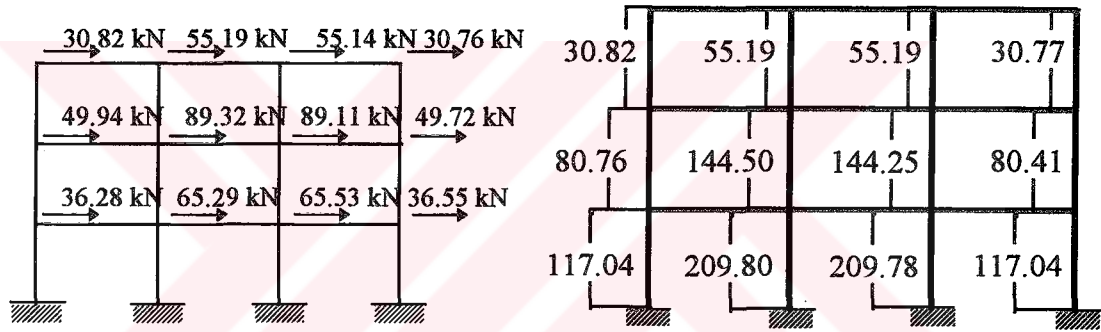


Kesme tipi yapı yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moda göre)

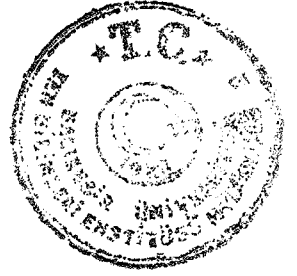


Şekil 8.12

Tam çerçeve yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moda göre)



Şekil 8.13



Örnek 2'in eşdeğer statik yatay yükler yardımıyla ile çözümü:

Deprem bölgesi : 1 I = 1.0 H = 9.8 m
C₀ = 0.1 T₀ = 0.60 s D = 13.4 m
K = 1.5 N = 3 (Kat adedi)

Yapının doğal periyodunun belirlenmesi:

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{D}} = \frac{0.09 \times 9.8}{\sqrt{13.4}} = 0.24 \text{ s}$$

$$T = (0.07 \approx 1.00)N = 0.09 \times 3 = 0.27 \text{ s}$$

$$T = 0.24 \text{ s alınmıştır.}$$

Spektrum katsayısının hesabı:

$$S = \frac{1}{0.8 + T - T_0} = \frac{1}{0.8 + 0.24 - 0.6} = 2.27 > 1 \Rightarrow S = 1 \text{ alınmıştır.}$$

Deprem katsayısının hesabı:

$$C = C_0 K S I = 0.1 \times 1.5 \times 1 \times 1.0 = 0.15$$

Çerçeve kat ağırlıklarının hesabı:

	<u>Sabit yük</u>	<u>Hareketli yük</u>
K7 :	12.37 × 4.80 = 59.38 kN	
K8 :	12.37 × 3.80 = 47.01 kN	
K9 :	12.37 × 4.80 = 59.38 kN	
	W ₃ = G ₃ = 165.77 kN	
K1, K4:	23.22 × 4.80 = 111.46 kN	8.0 × 4.80 = 38.4 kN
K2, K5:	23.22 × 3.80 = 88.24 kN	8.0 × 3.8 = 30.4 kN
K3, K6:	23.22 × 4.80 = 111.46 kN	8.0 × 4.80 = 38.4 kN
	G ₁ = G ₂ = 311.16 kN	P ₁ = P ₂ = 107.2 kN
	W ₁ = W ₂ = G ₁ + n P ₁ = 311.16 + 1 × 107.2 = 418.36 kN	



Toplam çerçeve ağırlığı:

$$\sum W = 2 \times 418.36 + 165.77 = 1002.49 \text{ kN}$$

$$\sum W_i h_i = 418.36 \times (3.6 + 6.7) + 165.77 \times 9.8 = 5933.65$$

Statik eşdeğer yatay yükler toplamı:

$$F = C W = 0.15 \times 1002.49 = 150.37 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{H}{D}\right)^2 = \left(\frac{9.8}{13.4}\right)^2 = 0.53 < 3 \Rightarrow F_t \text{ alınmamıştır.}$$

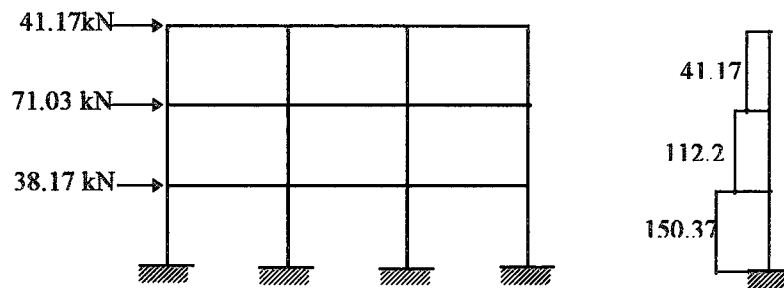
Katlara etki eden statik eşdeğer yatay yükler:

$$F_i = F \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i}$$

$$F_1 = 150.378 \times \frac{418.36 \times 3.6}{5933.65} = 38.17 \text{ kN}$$

$$F_2 = 150.37 \times \frac{418.36 \times 6.7}{5933.65} = 71.03 \text{ kN}$$

$$F_3 = 150.37 \times \frac{165.77 \times 9.8}{5933.65} = 41.17 \text{ kN}$$

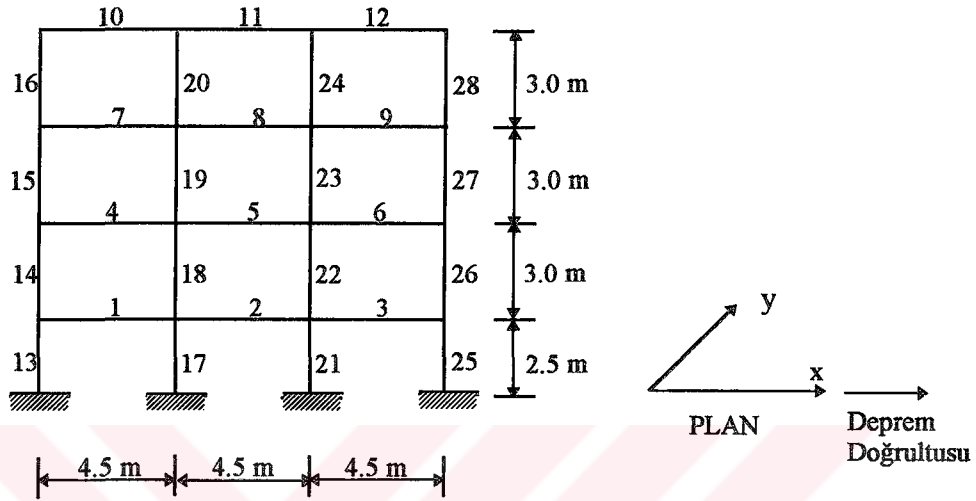


Şekil 8.14 Toplam kesme kuvveti: $T = 150.37 \text{ kN}$



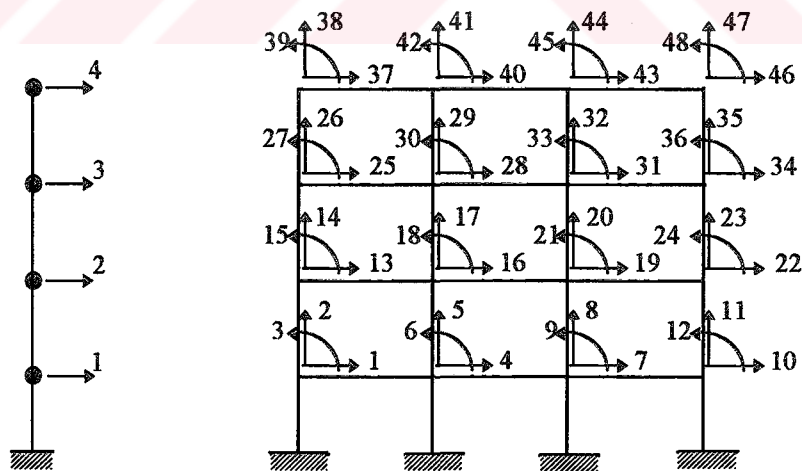
ÖRNEK 3:

Şekilde verilen üç açıklıklı dört katlı betonarme çerçeve için kesit özellikleri aşağıda verilmiştir. Bilgisayar programına göre kesme tipi ve elastik katlı çerçeve tipi çözüm elde edilmiştir.



Şekil 8.15

1- Serbestlik dereceleri :



Şekil 8.16 Kesme yaklaşımı

Tam çerçeve yaklaşımı



2- Elastisite modülü: 30.000.000 kN/m²

3- Kirişler : (20x50) cm

Kesit alanları: $A = 0.1 \text{ m}^2$

Atalet momentleri: $I_{1y} = I_{4y} = I_{7y} = 0.0038 \text{ m}^4$

$I_{2y} = I_{5y} = I_{8y} = 0.00354 \text{ m}^4$

$I_{3y} = I_{6y} = I_{9y} = 0.00379 \text{ m}^4$

$I_{10y} = I_{12y} = 0.00374 \text{ m}^4$

$I_{11y} = 0.00349 \text{ m}^4$

Kütleler:

$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m_6 = m_7 = m_8 = m_9 = 3.150 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_{10} = m_{11} = m_{12} = 2.070 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

4- Kolonlar :

Kesit alanları: $A_{13} = A_{14} = 0.125 \text{ m}^2$ (25x50) cm

$A_{17} = A_{18} = A_{21} = A_{22} = 0.125 \text{ m}^2$ (50x25) cm

$A_{19} = A_{23} = A_{25} = A_{26} = 0.1 \text{ m}^2$ (40x25) cm

$A_{20} = A_{24} = A_{27} = 0.075 \text{ m}^2$ (30x25) cm

$A_{15} = 0.1 \text{ m}^2$ (25x40) cm

$A_{16} = 0.075 \text{ m}^2$ (25x30) cm

$A_{28} = 0.0625 \text{ m}^2$ (25x25) cm

Atalet momentleri: $I_{13y} = I_{14y} = 0.002604 \text{ m}^4$

$I_{17y} = I_{18y} = I_{21y} = I_{22y} = 0.000651 \text{ m}^4$

$I_{19y} = I_{23y} = I_{25y} = I_{26y} = 0.000521 \text{ m}^4$

$I_{20y} = I_{24y} = I_{27y} = 0.000391 \text{ m}^4$

$I_{15y} = 0.0013333 \text{ m}^4$

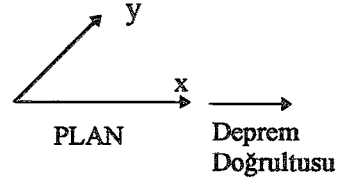
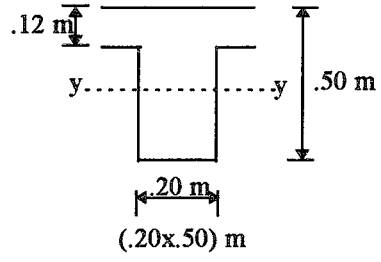
$I_{16y} = 0.000563 \text{ m}^4$

$I_{28y} = 0.000326 \text{ m}^4$

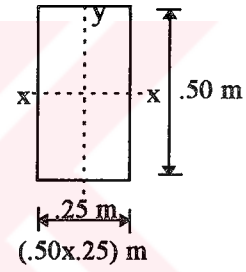
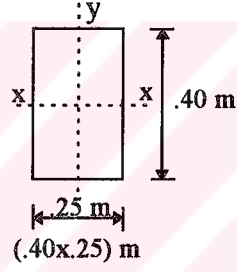
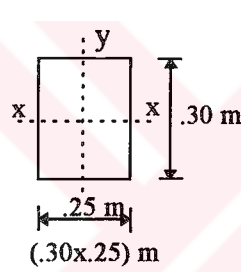
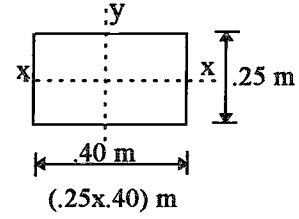
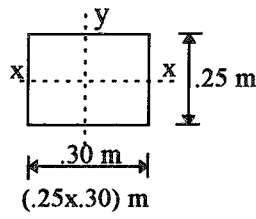
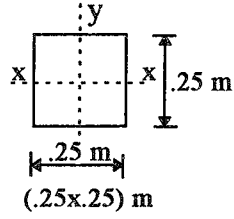


5. Eleman kesit şekilleri:

a- Kirişler için:



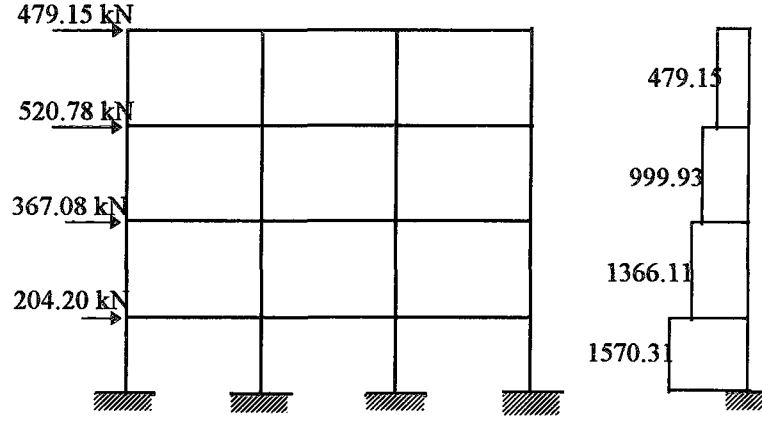
b- Kolonlar için:





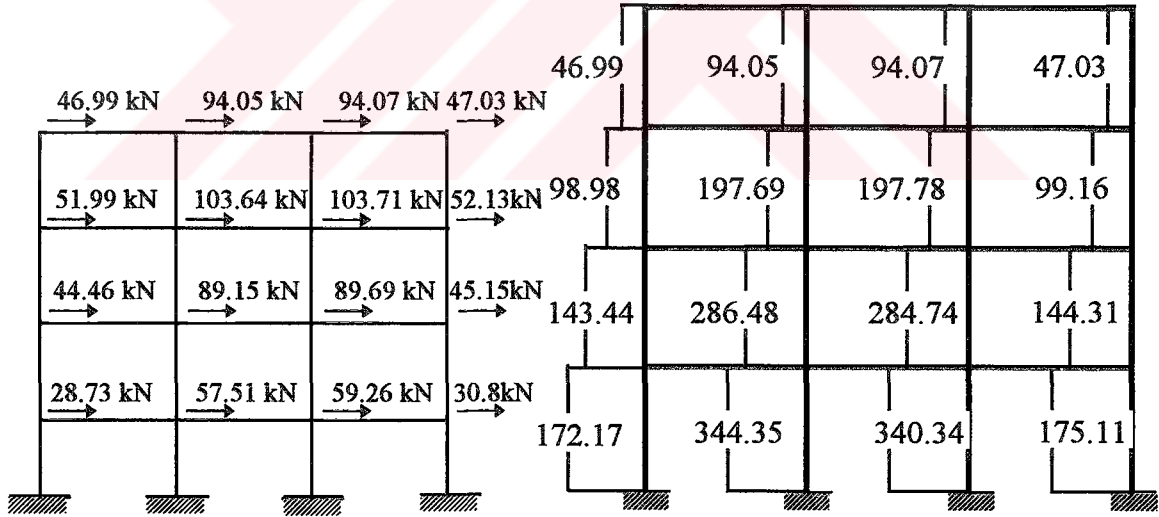
Örnek 3'ün bilgisayar programı ile çözümünden bulunan kuvvetler sisteminde gösterilmiştir.

Kesme tipi yapı yaklaşımı yatay kuvvetleri ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlar)



Şekil 8.17

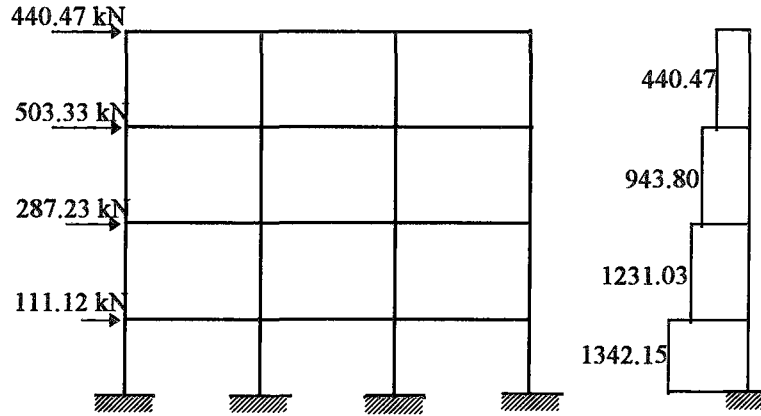
Tam çerçeve yaklaşımı yatay kuvvetleri ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlar)



Şekil 8.18

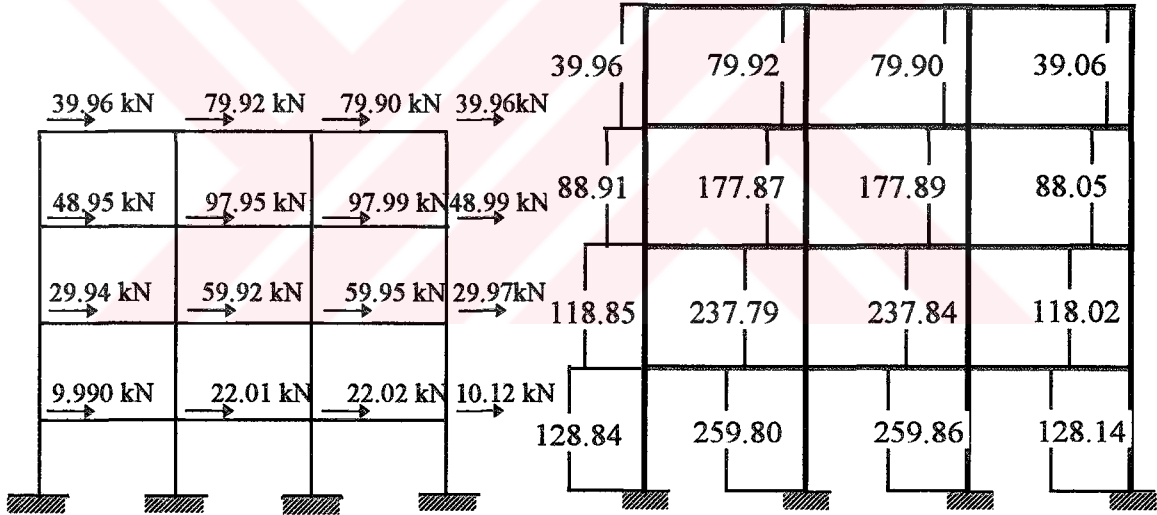


Kesme yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moda göre)



Şekil 8.19

Tam çerçeve yaklaşımı için yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. mod)



Şekil 8.20



Örnek 3'ün eşdeğer statik yatay yükler yardımıyla ile çözümü:

Deprem bölgesi : 1 I = 1.0 H = 11.5 m
C₀ = 0.1 T₀ = 0.60 s D = 13.5 m
K = 1.5 N = 4 (Kat adedi)

Yapının doğal periyodunun belirlenmesi:

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{D}} = \frac{0.09 \times 11.5}{\sqrt{13.5}} = 0.28 \text{ s}$$

$$T = (0.07 \approx 1.00)N = 0.09 \times 4 = 0.36 \text{ s}$$

$$T = 0.28 \text{ s alınmıştır.}$$

Spektrum katsayısının hesabı:

$$S = \frac{1}{0.8 + T - T_0} = \frac{1}{0.8 + 0.28 - 0.6} = 2.08 > 1 \Rightarrow S = 1 \text{ alınmıştır.}$$

Deprem katsayısının hesabı:

$$C = C_0 K S I = 0.1 \times 1.5 \times 1 \times 1.0 = 0.15$$

Çerçeve kat ağırlıklarının hesabı:

	<u>Sabit yük</u>	<u>Hareketli yük</u>
K10	20.31 × 4.50 = 91.39 kN	
K11	20.31 × 4.50 = 91.39 kN	
K12	20.31 × 4.50 = 91.39 kN	
	W ₄ = G ₄ = 274.17 kN	
K1	30.84 × 4.50 = 138.78 kN	2.50 × 4.50 = 11.25 kN
K2	30.84 × 4.50 = 138.78 kN	2.5 × 4.50 = 11.25 kN
K3	30.84 × 4.50 = 138.78 kN	2.5 × 4.50 = 11.25 kN
	G ₁ = G ₂ = G ₃ = 416.34 kN	P ₁ = P ₂ = P ₃ = 33.75 kN
	W ₁ = W ₂ = W ₃ = G ₁ + n P ₁ = 416.34 + 1 × 33.75 = 450.09 kN	



Toplam çerçeve ağırlığı:

$$\sum W = 3 \times 450.09 + 274.17 = 1624.44 \text{ kN}$$

$$\sum W_i h_i = 45.09 \times (2.5 + 5.5 + 8.5) + 274.17 \times 11.5 = 10579.44$$

Statik eşdeğer yatay yükler toplamı:

$$F = C W = 0.15 \times 1624.44 = 243.67 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{H}{D}\right)^2 = \left(\frac{11.5}{13.5}\right)^2 = 0.73 < 3 \Rightarrow F_t \text{ alınmamıştır.}$$

Katlara etki eden statik eşdeğer yatay yükler:

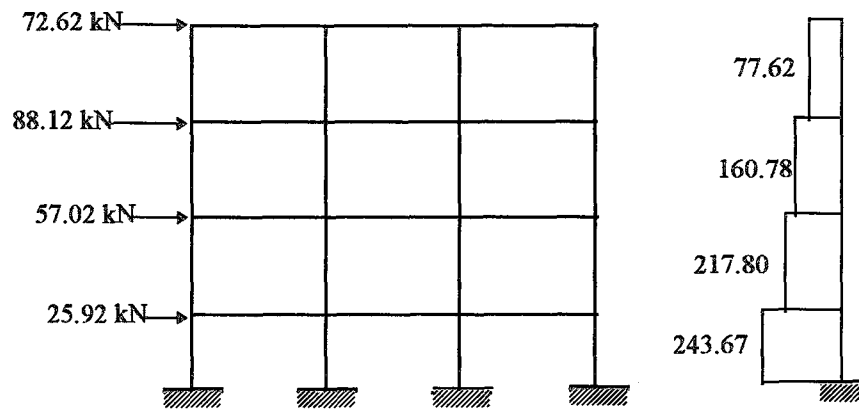
$$F_i = F \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i}$$

$$F_1 = 243.67 \times \frac{450.09 \times 2.5}{10579.44} = 25.92 \text{ kN}$$

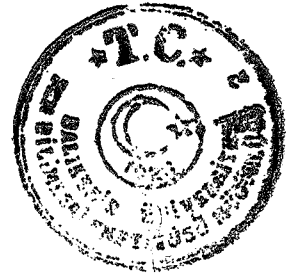
$$F_2 = 243.67 \times \frac{450.09 \times 5.5}{10579.44} = 57.02 \text{ kN}$$

$$F_3 = 243.67 \times \frac{450.09 \times 8.5}{10579.44} = 88.12 \text{ kN}$$

$$F_4 = 24.367 \times \frac{274.17 \times 11.5}{10579.44} = 72.62 \text{ kN}$$

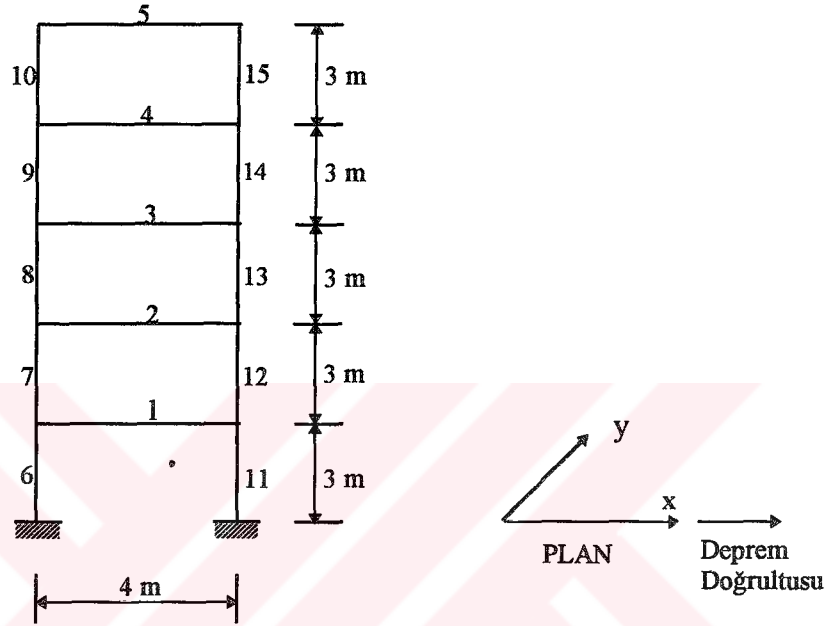


Şekil 8.21 Toplam kesme kuvveti: $T = 243.67 \text{ kN}$



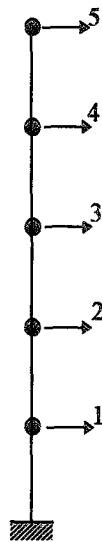
ÖRNEK 4:

Şekilde verilen tek açıklıklı beş katlı betonarme çerçeve için kesit özellikleri aşağıda verilmiştir. Bilgisayar programına göre kesme tipi ve elastik katlı çerçeve tipi çözüm elde edilmiştir.

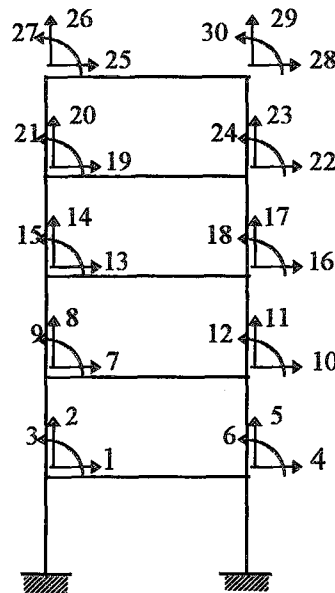


Şekil 8.22

1- Serbestlik dereceleri:



Şekil 8.23 Kesme yaklaşımı



Tam çerçeve yaklaşımı



2- Elastisite modülü: $30.000.000 \text{ kN/m}^2$

3- Kirişler : (20x50) cm

Kesit alanları: $A = 0.1 \text{ m}^2$

Atalet momentleri: $I_{1y} = I_{2y} = I_{3y} = I_{4y} = I_{5y} = 0.002083 \text{ m}^4$

Kütleler : $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 2.190 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_5 = 1.130 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

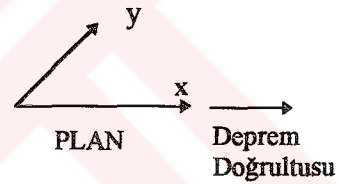
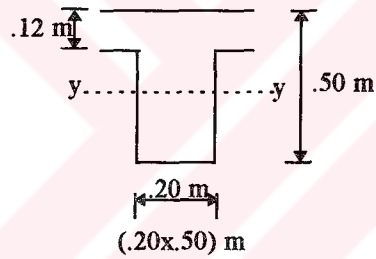
4- Kolonlar : (25x50) cm

Kesit alanları: $A = 0.125 \text{ m}^2$

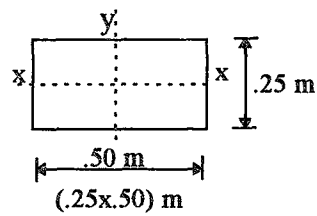
Atalet momentleri: $I_y = 0.002604 \text{ m}^4$

5. Eleman kesit şekilleri:

a- Kirişler için:



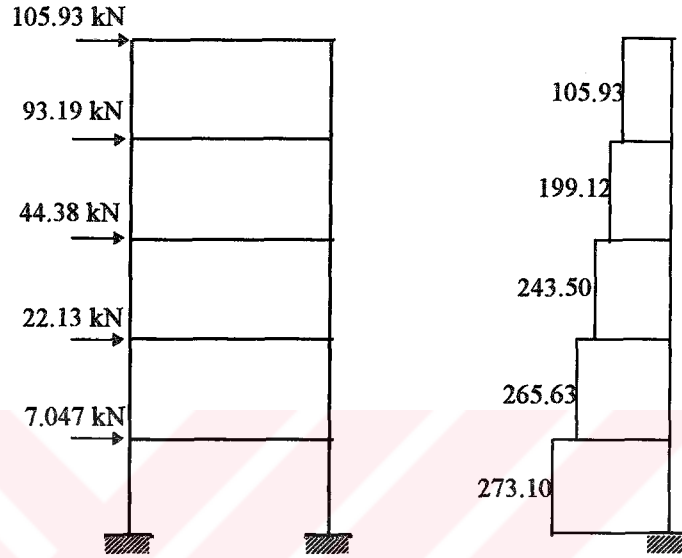
b- Kolonlar için:





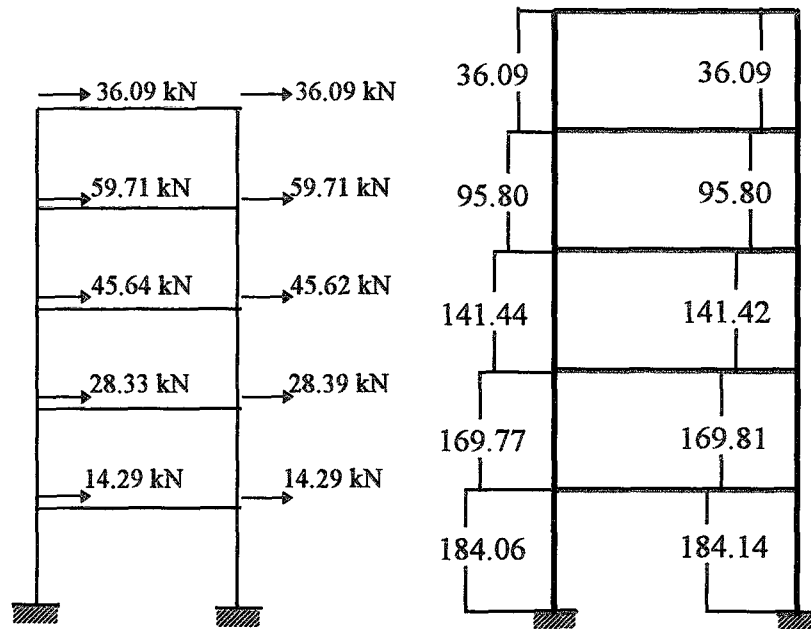
Örnek 4'ün bilgisayar programı ile çözümünden bulunan sonuçlardan yararlanarak kesme kuvveti diyagramları çizilmiştir.

Kesme tipi yapı yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlardan gelen etkiler):



Şekil 8.24

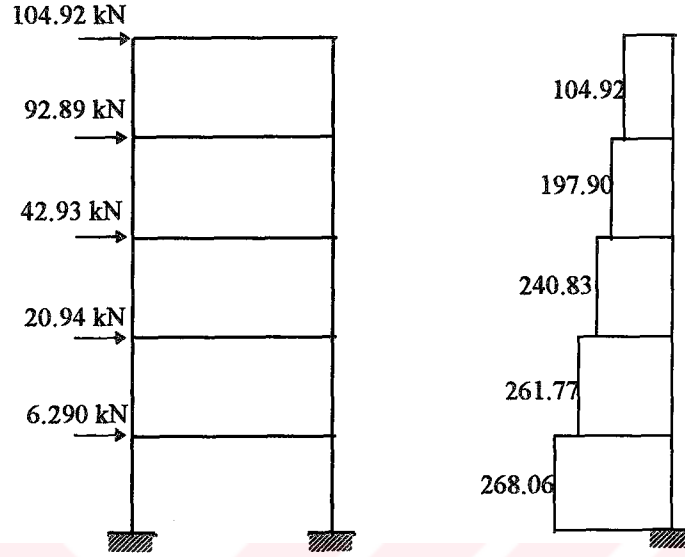
Tam çerçeve yaklaşımı ile oluşan yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlardan gelen etkiler):



Şekil 8.25

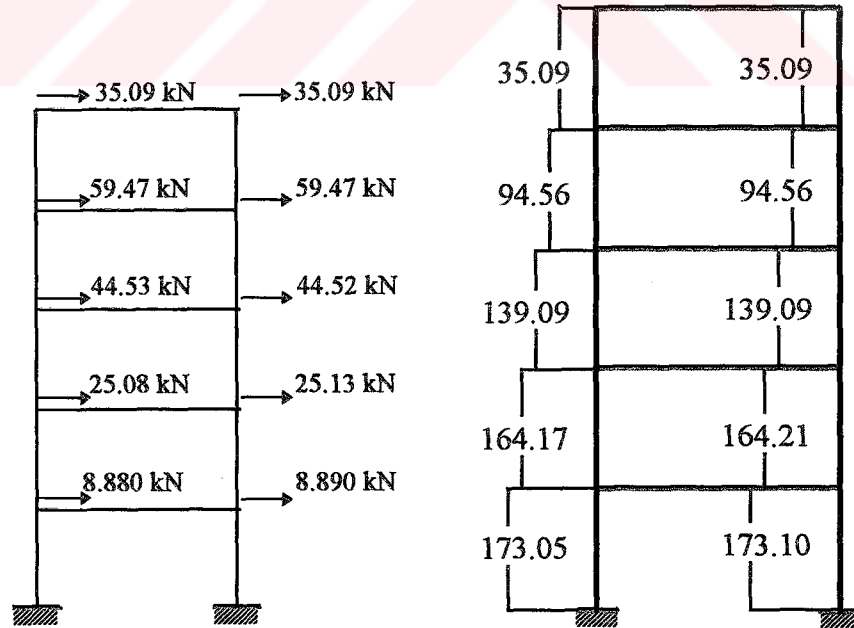


Kesme tipi yapı yaklaşımı ile oluşan yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moddan gelen etkiler):



Şekil 8.26

Tam çerçeve yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri(1. moda göre)



Şekil 8.27



Örnek 4'ün eşdeğer statik yatay yükler yardımıyla ile çözümü:

Deprem bölgesi : 1 I = 1.0 H = 15 m
C₀ = 0.1 T₀ = 0.60 s D = 14 m
K = 1.5 N = 5 (Kat adedi)

Yapının doğal periyodunun belirlenmesi:

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{D}} = \frac{0.09 \times 15}{\sqrt{5}} = 0.6 \text{ s}$$

$$T = (0.07 \approx 1.00)N = 0.09 \times 5 = 0.45 \text{ s}$$

T = 0.45 s alınmıştır.

Spektrum katsayısının hesabı:

$$S = \frac{1}{0.8 + T - T_0} = \frac{1}{0.8 + 0.45 - 0.6} = 1.54 > 1 \Rightarrow S = 1 \text{ alınmıştır.}$$

Deprem katsayısının hesabı:

$$C = C_0 K S I = 0.1 \times 1.5 \times 1 \times 1.0 = 0.15$$

Çerçeve kat ağırlıklarının hesabı:

	<u>Sabit yük</u>	<u>Hareketli yük</u>
K5	11.07 × 5.00 = 55.35 kN	
	W ₅ = G ₅ = 55.35 kN	

K1, K2, K3, K4	21.57 × 5.00 = 107.85 kN	8.0 × 5.00 = 40.0 kN
	G ₁ = G ₂ = G ₃ = G ₄ = 416.34 kN	P ₁ = P ₂ = P ₃ = P ₄ = 33.75 kN
	W ₁ = W ₂ = W ₃ = W ₄ = G ₁ + n P ₁ = 107.85 + 1 × 40.0 = 147.85 kN	

Toplam çerçeve ağırlığı:

$$\sum W = 4 \times 147.85 + 55.35 = 646.75 \text{ kN}$$

$$\sum W_i h_i = 147.85 \times (3 + 6 + 9 + 12) + 55.35 \times 15 = 5265.75$$



Statik eşdeğer yatay yükler toplamı:

$$F = C W = 0.15 \times 646.75 = 97.01 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{H}{D}\right)^2 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 = 14.06 > 3 \Rightarrow F_t \text{ gereklidir.}$$

$$F_t = 0.004 F \left(\frac{H}{D}\right)^2 = 0.004 \times 97.01 \times 14.06 = 5.460 \text{ kN}$$

Katlara etki eden statik eşdeğer yatay yükler:

$$F_i = (F - F_t) \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i}$$

$$F_1 = (97.01 - 5.46) \times \frac{147.85 \times 3}{5265.75} = 7.71 \text{ kN}$$

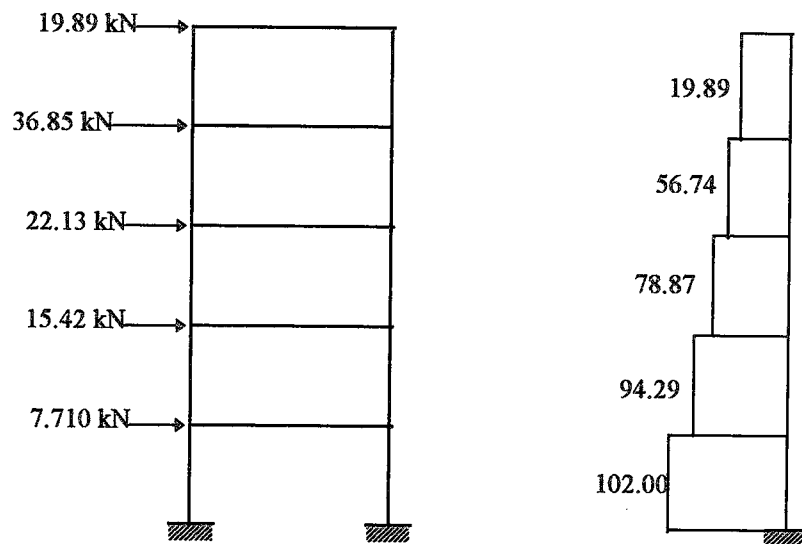
$$F_2 = (97.01 - 5.46) \times \frac{147.85 \times 6}{5265.75} = 15.42 \text{ kN}$$

$$F_3 = (97.01 - 5.46) \times \frac{147.85 \times 9}{5265.75} = 23.13 \text{ kN}$$

$$F_4 = (97.01 - 5.46) \times \frac{147.85 \times 12}{5265.75} = 30.85 \text{ kN}$$

$$F_5 = (97.01 - 5.46) \times \frac{55.35 \times 15}{5265.75} = 14.43 \text{ kN}$$

$$F_5 = 14.43 + F_t = 14.43 + 5.46 = 19.89 \text{ kN}$$

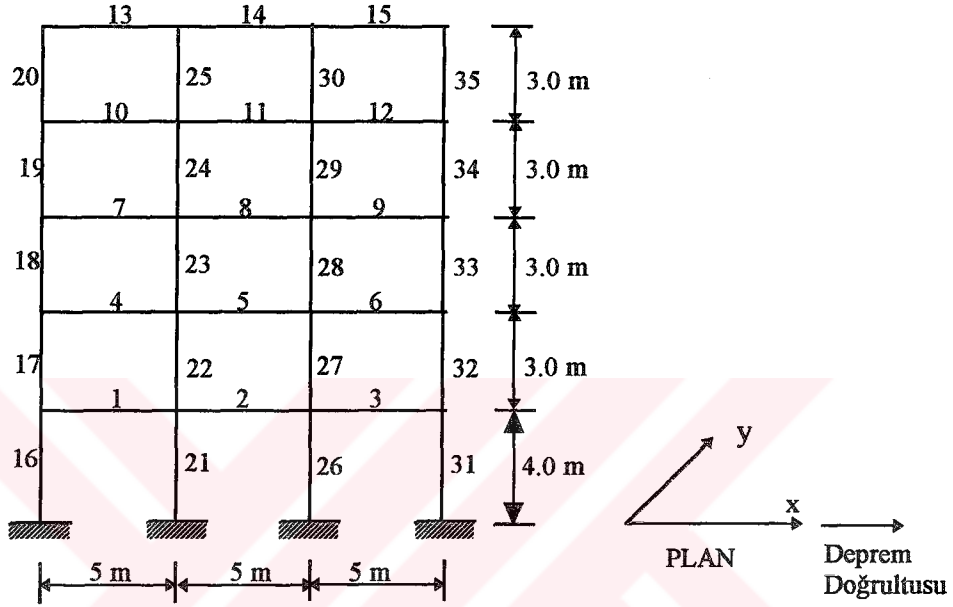


Şekil 8.28 Toplam kesme kuvveti: $T = 10.200 \text{ t}$



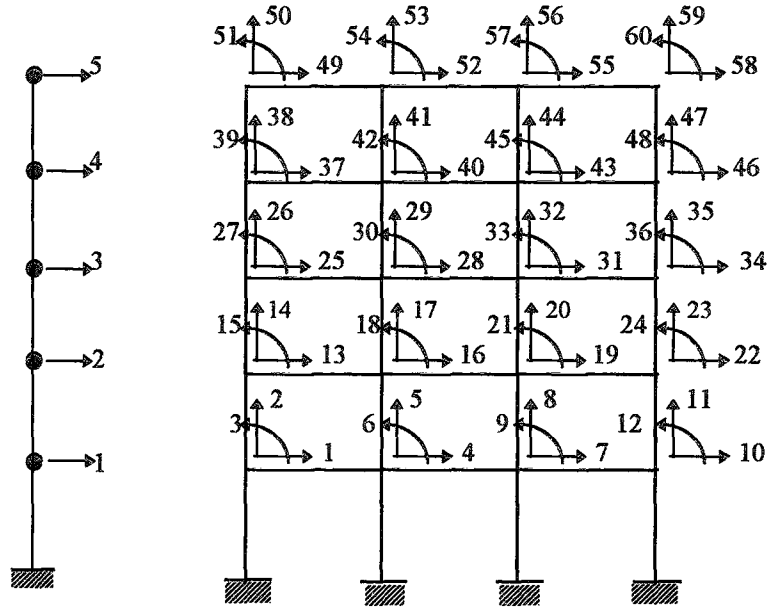
ÖRNEK 5:

Şekilde verilen üç açıklıklı beş katlı betonarme çerçeve için kesit özellikleri aşağıda verilmiştir. Bilgisayar programına göre kesme tipi ve elastik katlı çerçeve tipi çözüm elde edilmiştir.



Şekil 8.29

1- Serbestlik dereceleri:



Şekil 8.30 Kesme yaklaşımı

Tam çerçeve yaklaşımı



2- Elastisite modülü: $30.000.000 \text{ kN/m}^2$

3- Kirişler : (20x50) cm

Kesit alanları: $A = 0.1 \text{ m}^2$

Atalet momentleri: $I_y = 0.002083 \text{ m}^4$

Küteller: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m_5 = m_6 =$

$m_7 = m_8 = m_9 = m_{10} = m_{11} = m_{12} = 2.23 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_{13} = m_{14} = m_{15} = 1.22 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

4- Kolonlar :

Kesit alanları: $A_{16} = A_{21} = A_{26} = A_{31} = 0.15 \text{ m}^2$ (25x60) cm

$A_{17} = A_{22} = A_{27} = A_{32} = 0.125 \text{ m}^2$ (25x50) cm

$A_{18} = A_{23} = A_{28} = A_{33} = 0.1 \text{ m}^2$ (25x40) cm

$A_{19} = A_{20} = A_{24} = A_{25} =$

$A_{29} = A_{30} = A_{34} = A_{35} = 0.075 \text{ m}^2$ (30x25) cm

Atalet momentleri $I_{16y} = I_{21y} = I_{26y} = I_{31y} = 0.0045 \text{ m}^4$

$I_{17y} = I_{22y} = I_{27y} = I_{32y} = 0.002604 \text{ m}^4$

$I_{18y} = I_{23y} = I_{28y} = I_{33y} = 0.001333 \text{ m}^4$

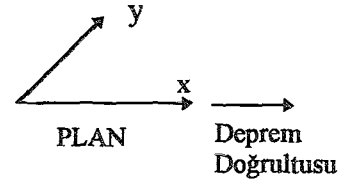
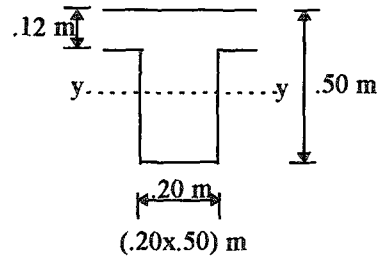
$I_{9y} = I_{20y} = I_{24y} = I_{25y} =$

$I_{29y} = I_{30y} = I_{34y} = I_{35y} = 0.000563 \text{ m}^4$

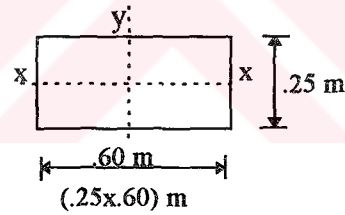
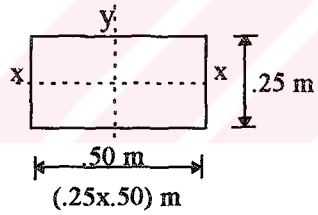
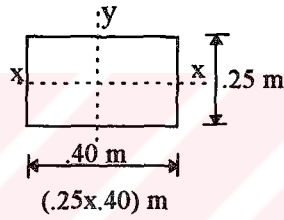
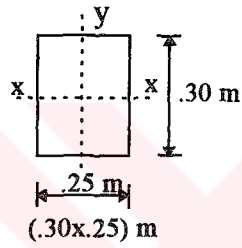


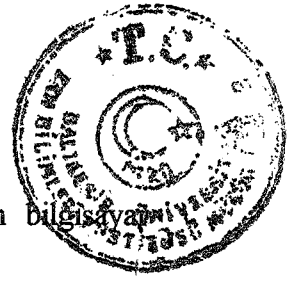
5. Eleman kesit şekilleri:

a- Kirişler için:



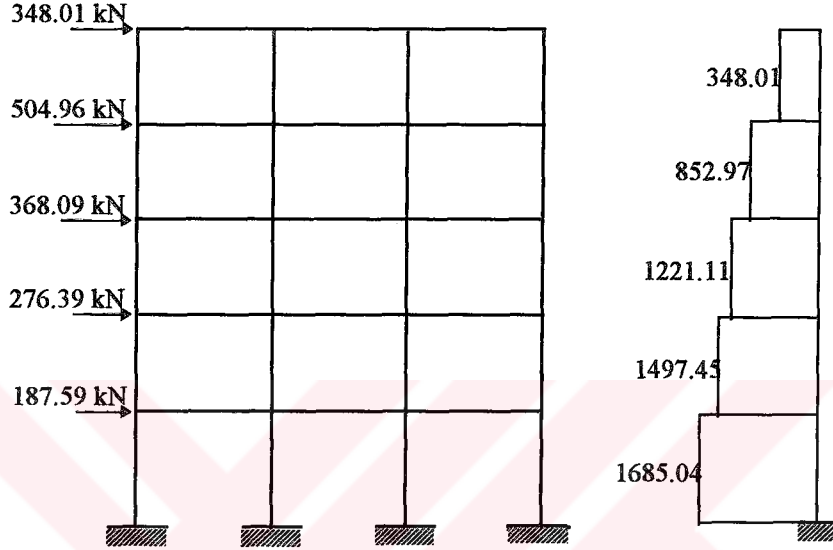
b- Kolonlar için:



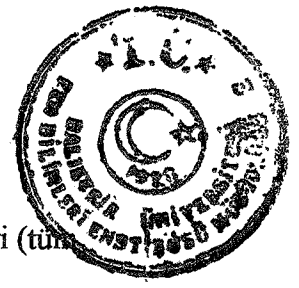


Örnek 5'te verilen üç açıklıklı beş katlı çerçevenin, hazırlanan bilgisayar programına göre elde edilen yatay kuvvetleri aşağıda verilmiştir.

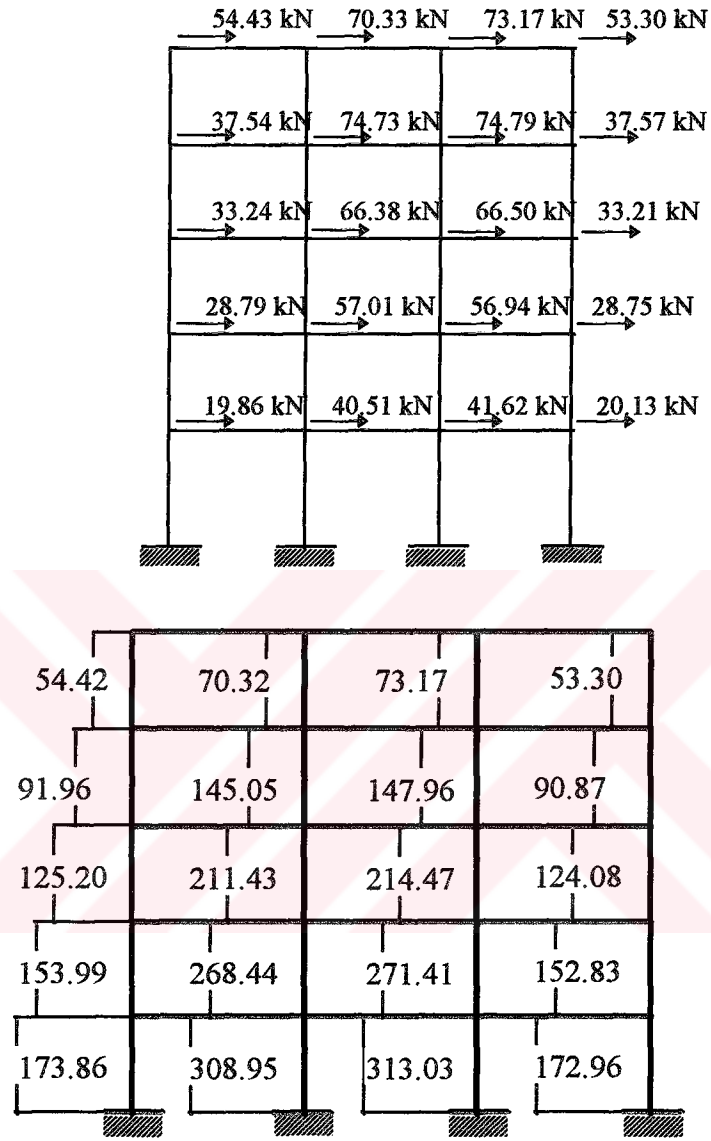
Kesme tipi yapı yaklaşımı ile oluşan yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlara göre):



Şekil 8.31



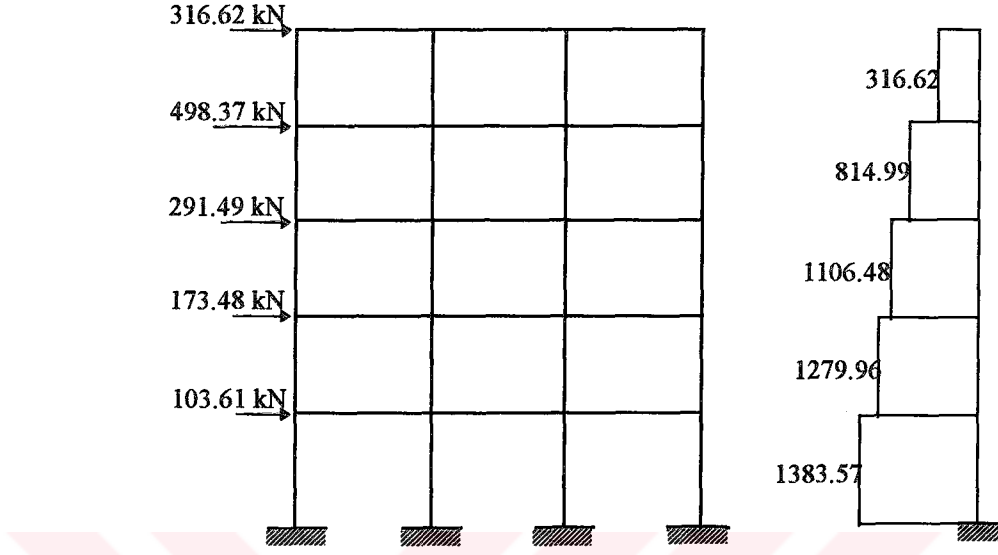
Tam çerçeve yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlara göre):



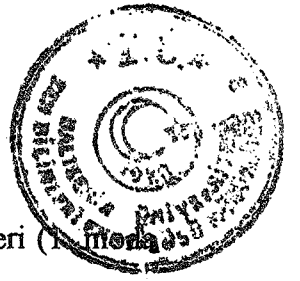
Şekil 8.32



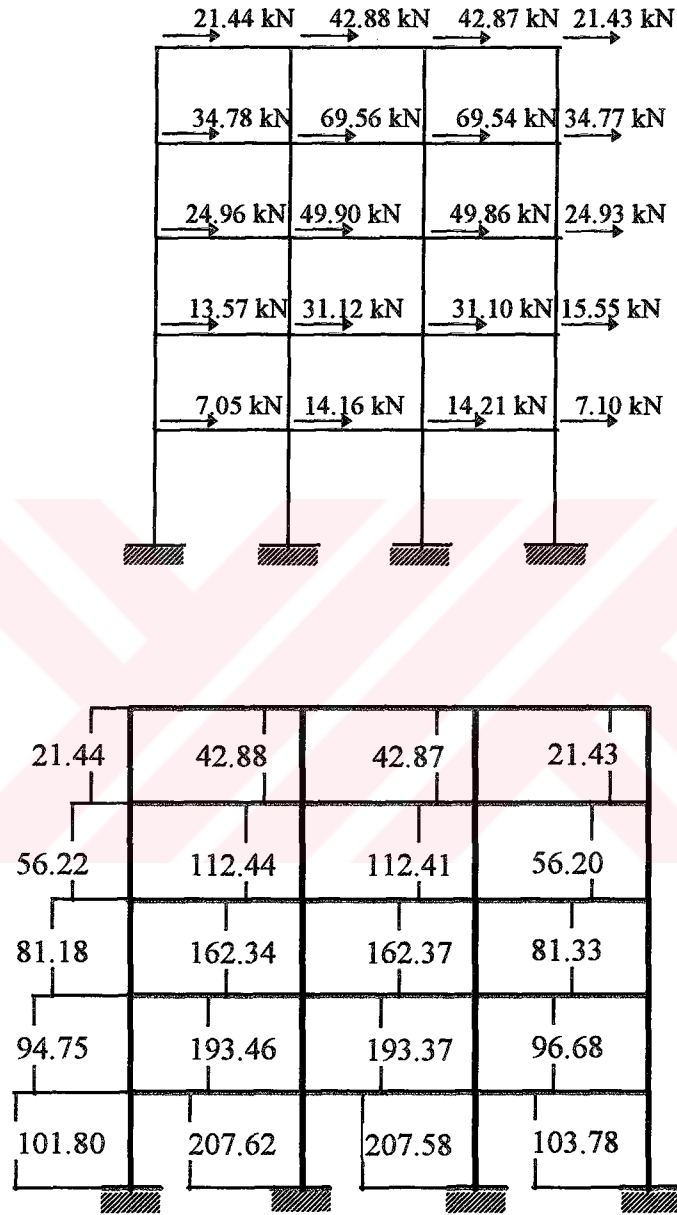
Kesme tipi yapı yaklaşımı ile oluşan yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri
(1. moda göre)



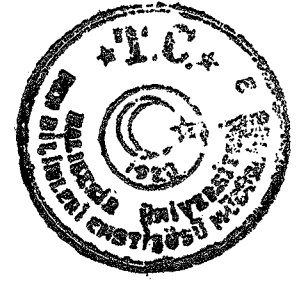
Şekil 8.33



Tam çerçeve yaklaşımı için yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. Modas göre):



Şekil 8.34



Örnek 5'in eşdeğer statik yatay yükler yardımı ile çözümü:

Deprem bölgesi : 1 I = 1.0 H = 16 m
C₀ = 0.1 T₀ = 0.60 s D = 15 m
K = 1.5 N = 5 (Kat adedi)

Yapının doğal periyodunun belirlenmesi:

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{D}} = \frac{0.09 \times 16}{\sqrt{15}} = 0.37 \text{ s}$$

$$T = (0.07 \approx 1.00)N = 0.09 \times 5 = 0.45 \text{ s}$$

$$T = 0.37 \text{ s alınmıştır.}$$

Spektrum katsayısının hesabı:

$$S = \frac{1}{0.8 + T - T_0} = \frac{1}{0.8 + 0.37 - 0.6} = 1.75 > 1 \Rightarrow S = 1 \text{ alınmıştır.}$$

Deprem katsayısının hesabı:

$$C = C_0 K S I = 0.1 \times 1.5 \times 1 \times 1.0 = 0.15$$

Çerçeve kat ağırlıklarının hesabı:

	<u>Sabit yük</u>	<u>Hareketli yük</u>
K13	11.97 × 5 = 59.85 kN	
K14	11.97 × 5 = 59.85 kN	
K15	11.97 × 5 = 59.85 kN	
	W ₅ = G ₅ = 179.55 kN	
K10	21.88 × 5 = 109.40 kN	.8.0 × 5 = 40.0 kN
K11	21.88 × 5 = 109.40 kN	.8.0 × 5 = 40.0 kN
K12	21.88 × 5 = 109.40 kN	.8.0 × 5 = 40.0 kN
	G ₄ = 328.20 kN	P ₄ = 12.0 kN
	W ₁ = W ₂ = W ₃ = W ₄ = G ₄ + n P ₄ = 328.20 + 1 × 120.0 = 448.20 kN	



Toplam çerçeve ağırlığı:

$$\sum W = 4 \times 448.20 + 179.55 = 1972.55 \text{ kN}$$

$$\sum W_i h_i = 448.20 \times (4 + 7 + 10 + 13) + 179.55 \times 16 = 18111.6$$

Statik eşdeğer yatay yükler toplamı:

$$F = C W = 0.15 \times 1972.55 = 295.88 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{H}{D}\right)^2 = \left(\frac{16}{15}\right)^2 = 1.07 < 3 \Rightarrow F_t \text{ alınmamıştır.}$$

Katlara etki eden statik eşdeğer yatay yükler:

$$F_i = F \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i}$$

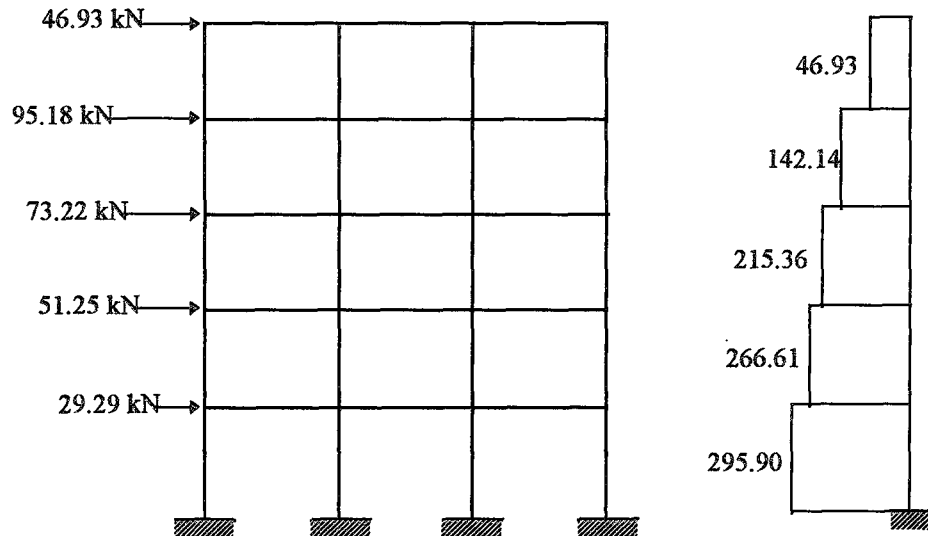
$$F_1 = 295.88 \times \frac{448.20 \times 4}{18111.6} = 29.29 \text{ kN}$$

$$F_2 = 295.88 \times \frac{448.20 \times 7}{18111.6} = 51.25 \text{ kN}$$

$$F_3 = 295.88 \times \frac{448.20 \times 10}{18111.6} = 73.22 \text{ kN}$$

$$F_4 = 295.88 \times \frac{448.20 \times 13}{18111.6} = 95.18 \text{ kN}$$

$$F_5 = 295.88 \times \frac{179.55 \times 16}{18111.6} = 46.93 \text{ kN}$$

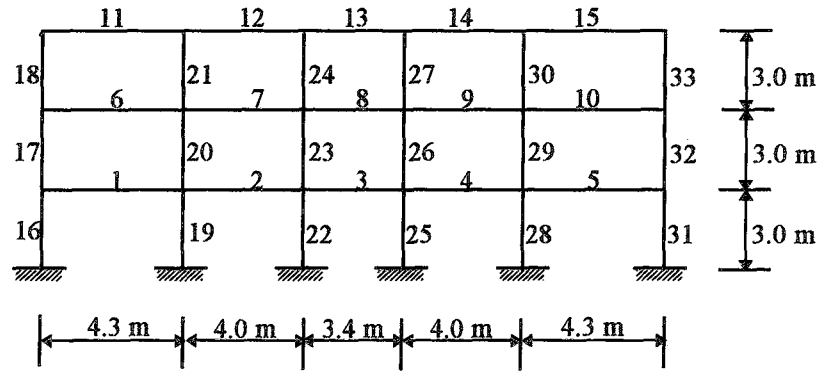


Şekil 8.35 Toplam kesme kuvveti: 295.90 ton

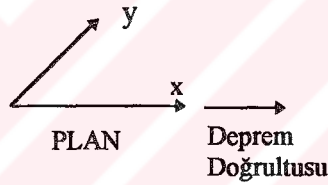


ÖRNEK 6:

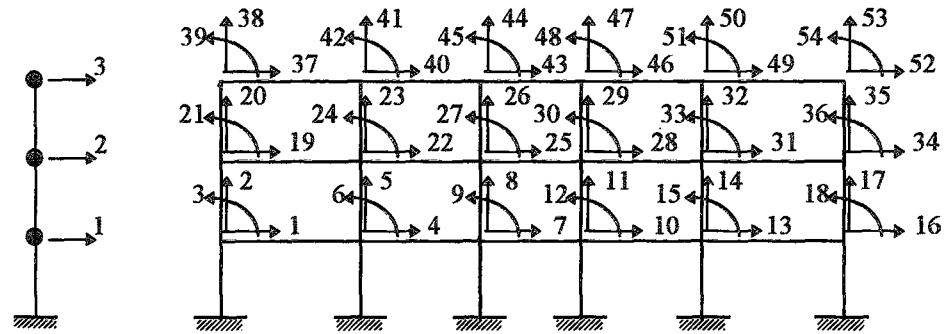
Şekilde verilen beş açıklıklı üç katlı betonarme çerçeve için kesit özellikleri aşağıda verilmiştir. Bilgisayar programına göre kesme tipi ve elastik katlı çerçeve tipi çözüm elde edilmiştir.



Şekil 8.36



1- Serbestlik dereceleri



Şekil 8.37 Kesme yaklaşımı

Tam çerçeve yaklaşımı



2- Elastisite modülü: 30.000.000 kN/m²

3- Kirişler : (20x60) cm

Kesit alanları: $A = 0.12 \text{ m}^2$

Atalet momentleri: $I_{3y} = I_{8y} = I_{13y} = 0.005544 \text{ m}^4$

$I_{2y} = I_{4y} = I_{7y} = I_{9y} = I_{12y} = I_{14y} = 0.00578 \text{ m}^4$

$I_{1y} = I_{5y} = I_{6y} = I_{10y} = I_{11y} = I_{15y} = 0.00639 \text{ m}^4$

Kütleler: $m_1 = m_5 = m_6 = m_{10} = 2.01 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_2 = m_4 = m_7 = m_9 = 2.20 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_3 = m_8 = 2.17 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_{11} = m_{15} = 0.94 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_{12} = m_{14} = 1.13 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_{13} = 1.09 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

4- Kolonlar :

Kesit alanları: $A_{16} = A_{31} = 0.075 \text{ m}^2$ (30x25) cm

$A_{28} = A_{19} = 0.1225 \text{ m}^2$ (35x35) cm

$A_{22} = A_{25} = 0.1 \text{ m}^2$ (25x40) cm

$A_{17} = A_{20} = A_{23} = A_{26} =$

$A_{29} = A_{32} = 0.0625 \text{ m}^2$ (25x25) cm

$A_{18} = A_{21} = A_{24} = A_{27} =$

$A_{30} = A_{33} = 0.0625 \text{ m}^2$ (25x25) cm

Atalet momentleri $I_{16y} = I_{31y} = 0.005625 \text{ m}^4$

$I_{28y} = I_{19y} = 0.00125 \text{ m}^4$

$I_{22y} = I_{25y} = 0.001333 \text{ m}^4$

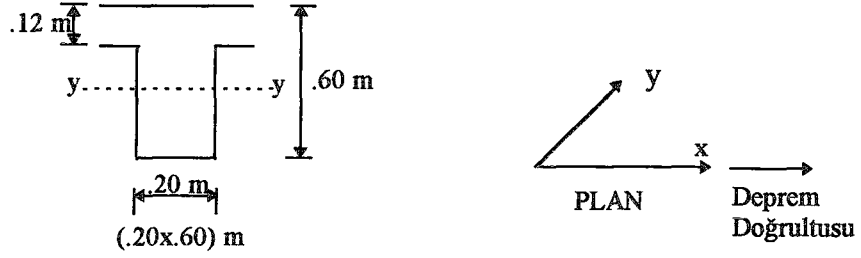
$I_{17y} = I_{20y} = I_{23y} = I_{26y} = I_{29y} = I_{32y} = 0.0003255 \text{ m}^4$

$I_{18y} = I_{21y} = I_{24y} = I_{27y} = I_{30y} = I_{33y} = 0.0003255 \text{ m}^4$

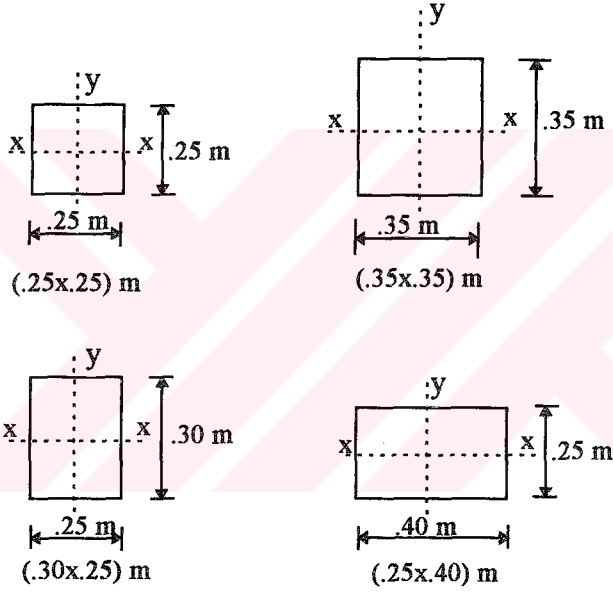


5. Eleman kesit şekilleri:

a- Kirişler için:



b- Kolonlar için:

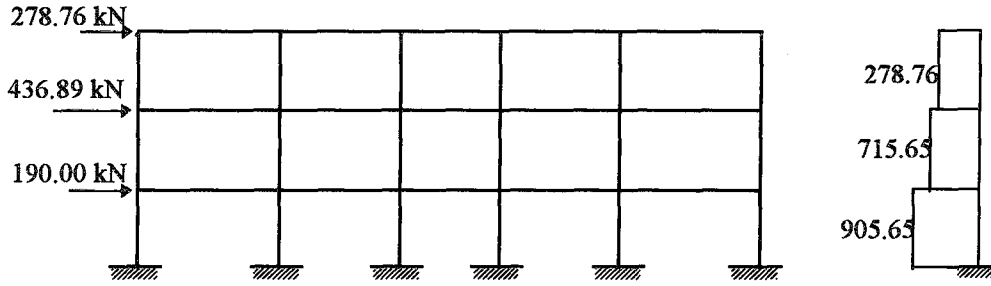


T.C. Çevre, Şehircilik ve İklim Değişikliği Bakanlığı
MİTİT



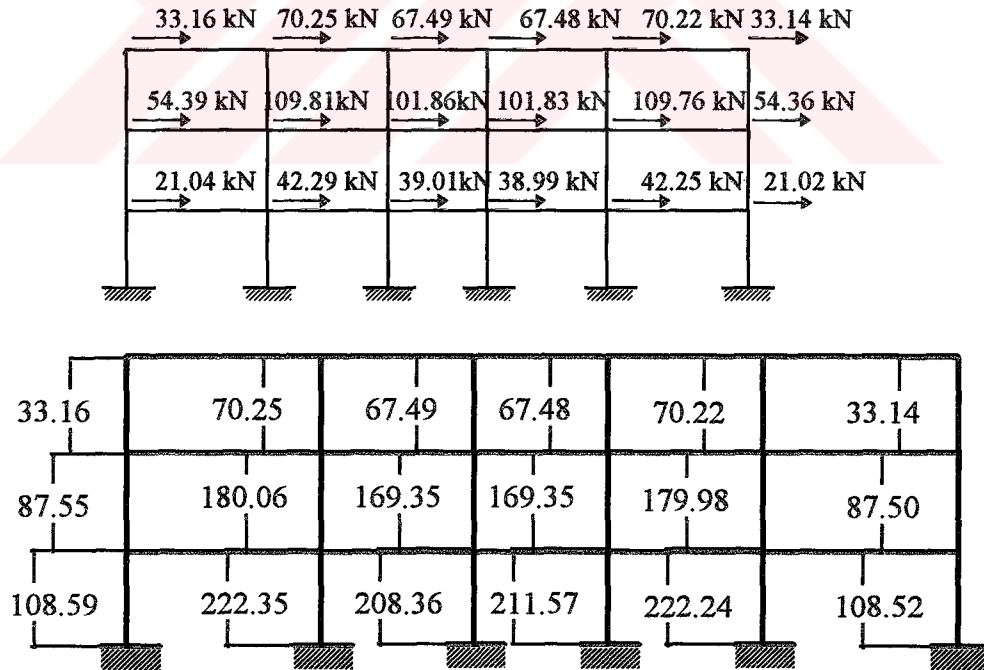
Örnek 6'nın mevcut bilgisayar programıyla spektral analizine göre yatay kuvvetler bulunmuştur.

Kesme tipi yapı yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlara göre):

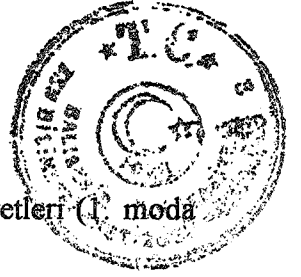


Şekil 8.38

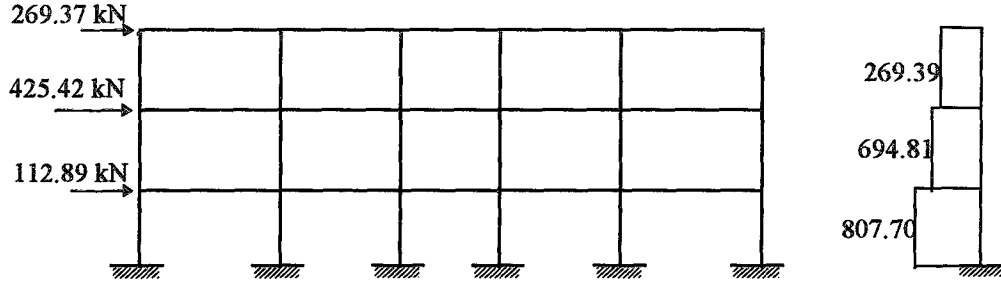
Tam çerçeve yaklaşımı ile oluşan yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlara göre):



Şekil 8.39

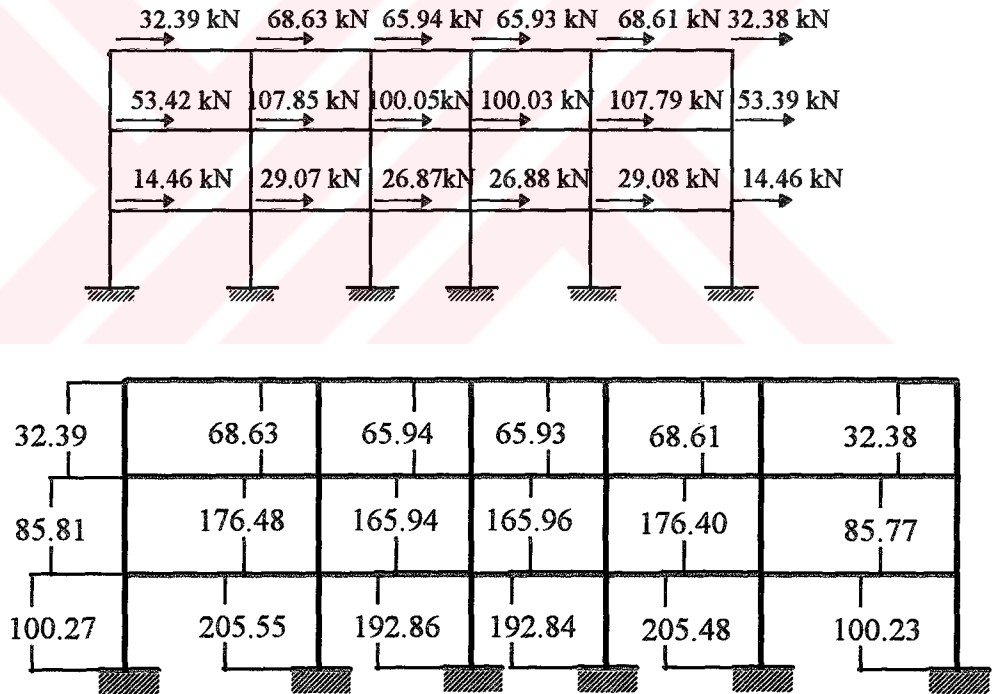


Kesme yaklaşımı ile oluşan yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moda göre)

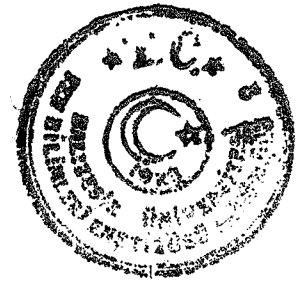


Şekil 8.40

Tam çerçeve yaklaşımı ile oluşan yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moda göre)



Şekil 8.41



Örnek 6'nın eşdeğer statik yatay yükler yardımı ile çözümü:

Deprem bölgesi : 1	I = 1.0	H = 9 m
C ₀ = 0.1	T ₀ = 0.60 s	D = 20 m
K = 1.5		N = 3 (Kat adedi)

Yapının doğal periyodunun belirlenmesi:

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{D}} = \frac{0.09 \times 9}{\sqrt{20}} = 0.18 \text{ s}$$

$$T = (0.07 \approx 1.00)N = 0.09 \times 3 = 0.27 \text{ s}$$

$$T = 0.18 \text{ s alınmıştır.}$$

Spektrum katsayısının hesabı:

$$S = \frac{1}{0.8 + T - T_0} = \frac{1}{0.8 + 0.18 - 0.6} = 2.63 > 1 \Rightarrow S = 1 \text{ alınmıştır.}$$

Deprem katsayısının hesabı:

$$C = C_0 K S I = 0.1 \times 1.5 \times 1 \times 1.0 = 0.15$$

Çerçeve kat ağırlıklarının hesabı:

	<u>Sabit yük</u>	<u>Hareketli yük</u>
K11	9.22 × 4.3 = 39.65 kN	
K12	11.09 × 4 = 44.36 kN	
K13	10.69 × 3.4 = 36.35 kN	
K14	11.09 × 4 = 44.36 kN	
K15	9.220 × 4.3 = 39.65 kN	
	$W_3 = G_3 = 204.37 \text{ kN}$	
K6	19.72 × 4.3 = 84.79 kN	8.0 × 4.3 = 34.40 kN
K7	21.58 × 4 = 86.32 ton	8.0 × 4 = 32.0 kN



$$\begin{aligned} \text{K8} & 21.29 \times 3.4 = 72.39 \text{ kN} & 8.0 \times 3.4 = 27.2 \text{ kN} \\ \text{K9} & 21.58 \times 4 = 86.32 \text{ kN} & 8.0 \times 4 = 32.0 \text{ kN} \\ \text{K10} & 1.972 \times 4.3 = 84.79 \text{ kN} & 8.0 \times 4.3 = 34.4 \text{ kN} \\ & G_2 = 414.61 \text{ kN} & P_2 = 160.0 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$W_1 = W_2 = G_2 + n P_2 = 414.61 + 1 \times 160. = 574.61 \text{ kN}$$

Toplam çerçeve ağırlığı:

$$\sum W = 2 \times 574.61 + 204.37 = 1353.59 \text{ kN}$$

$$\sum W_i h_i = 574.61 \times (3 + 6) + 204.37 \times 9 = 7010.82$$

Statik eşdeğer yatay yükler toplamı:

$$F = C W = 0.15 \times 1353.59 = 203.04 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{H}{D}\right)^2 = \left(\frac{9}{20}\right)^2 = 0.2021 < 3 \Rightarrow F_i \text{ alınmamıştır.}$$

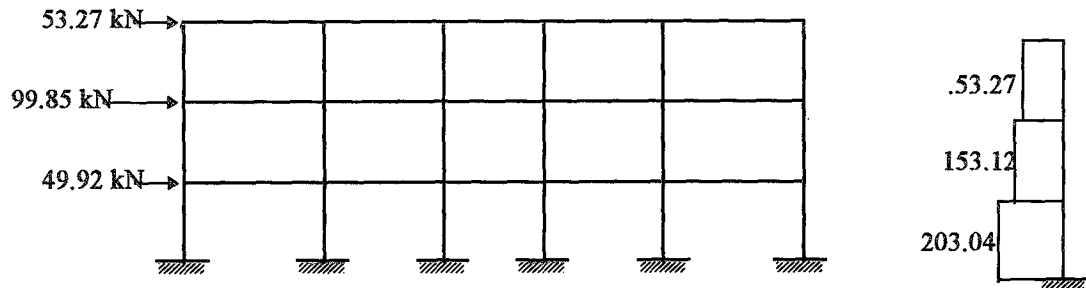
Katlara etki eden statik eşdeğer yatay yükler:

$$F_i = F \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i}$$

$$F_1 = 203.04 \times \frac{574.61 \times 3}{7010.82} = 49.92 \text{ kN}$$

$$F_2 = 203.04 \times \frac{574.61 \times 6}{7010.82} = 99.85 \text{ kN}$$

$$F_3 = 203.04 \times \frac{204.37 \times 9}{7010.82} = 53.27 \text{ kN}$$

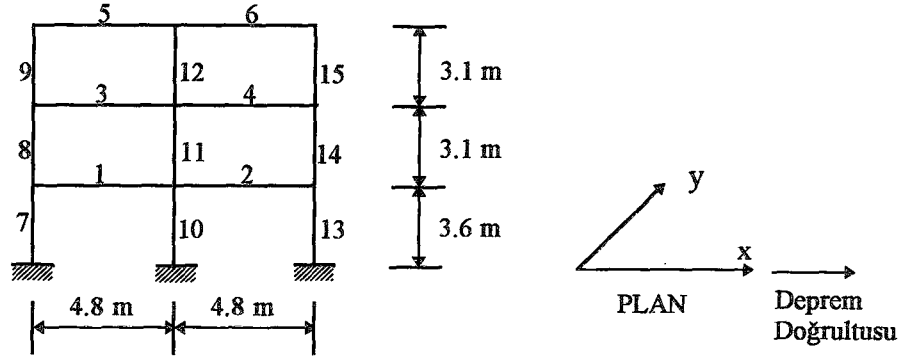


Şekil 8.42 Toplam kesme kuvveti: $T = 203.04 \text{ kN}$



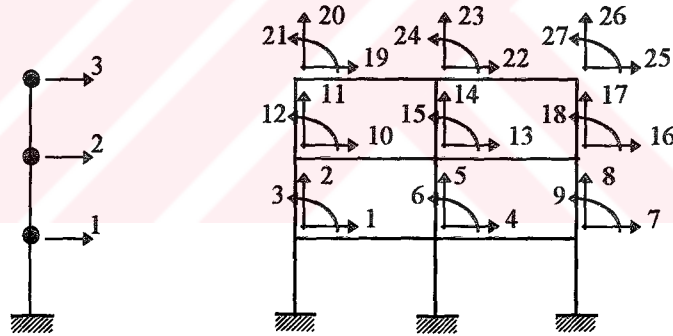
ÖRNEK 7:

Şekilde verilen iki açıklıklı üç katlı betonarme çerçeve için kesit özellikleri aşağıda verilmiştir. Bilgisayar programına göre kesme tipi ve elastik katlı çerçeve tipi çözüm elde edilmiştir .



Şekil 8.43

1- Serbestlik dereceleri:



Şekil 8.44 Kesme yaklaşımı

Tam çerçeve yaklaşımı

2- Elastisite modülü: $30.000.000 \text{ kN/m}^2$

3- Kirişler : (20x50) cm

Kesit alanları: $A = 0.1 \text{ m}^2$

Atalet momentleri: $I_y = 0.003264 \text{ m}^4$

Kütleler: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 2.41 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$



4- Kolonlar :

Kesit alanları: $A_7 = A_{10} = A_{13} = 0.1225 \text{ m}^2$ (35x35) cm

$A_8 = A_{11} = A_{14} = 0.09 \text{ m}^2$ (30x30) cm

$A_9 = A_{12} = A_{15} = 0.0625 \text{ m}^2$ (25x25) cm

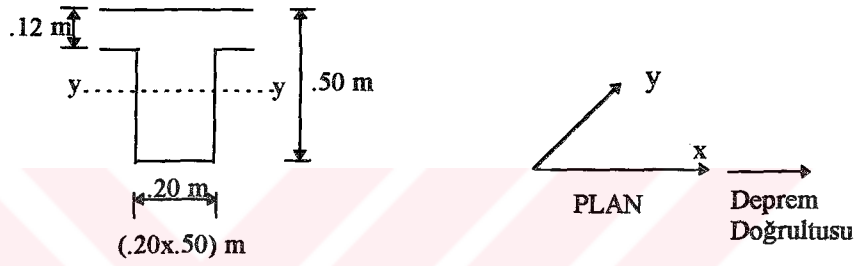
Atalet momentleri $I_{7y} = I_{10y} = I_{13y} = 0.00125 \text{ m}^4$

$I_{8y} = I_{11y} = I_{14y} = 0.000675 \text{ m}^4$

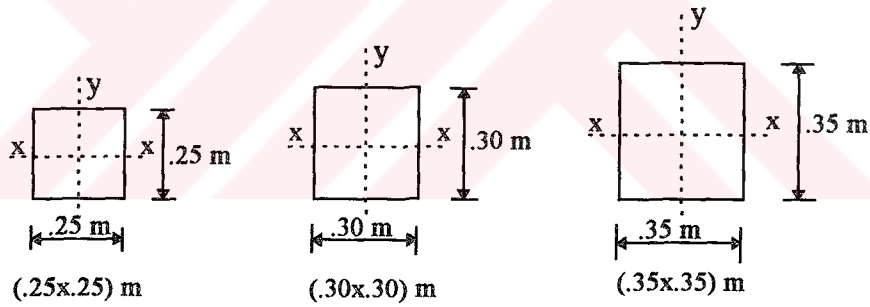
$I_{9y} = I_{12y} = I_{15y} = 0.000326 \text{ m}^4$

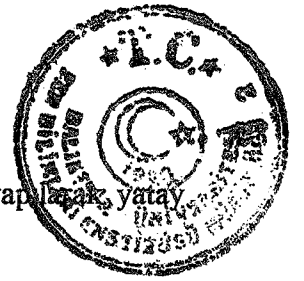
5. Eleman kesit şekilleri:

a- Kirişler için:



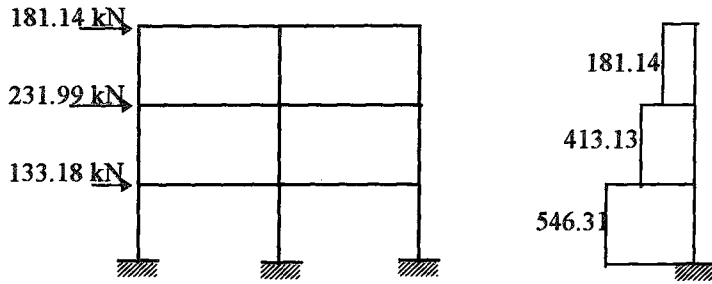
b- Kolonlar için:





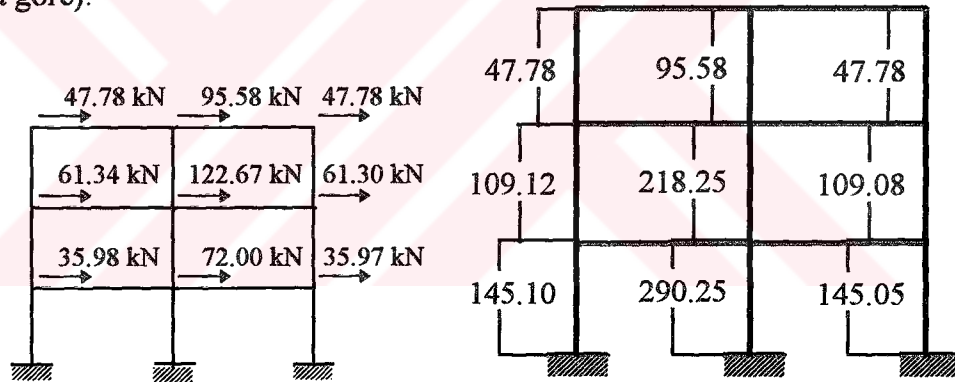
Örnek 7'de verilen çerçevenin bilgisayar programı ile analizi yapılarak yatay yöndeki kuvvetler belirlenmiştir.

Kesme tipi yapı yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlara göre)



Şekil 8.45

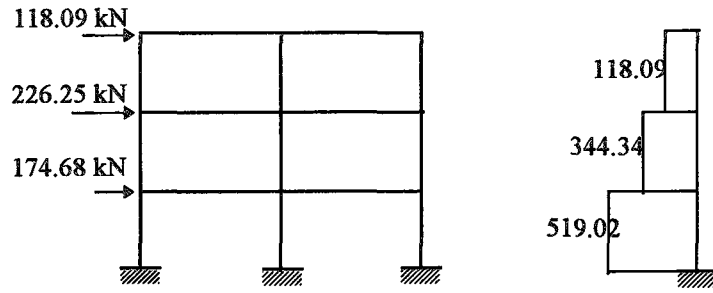
Tam çerçeve yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlara göre):



Şekil 8.46

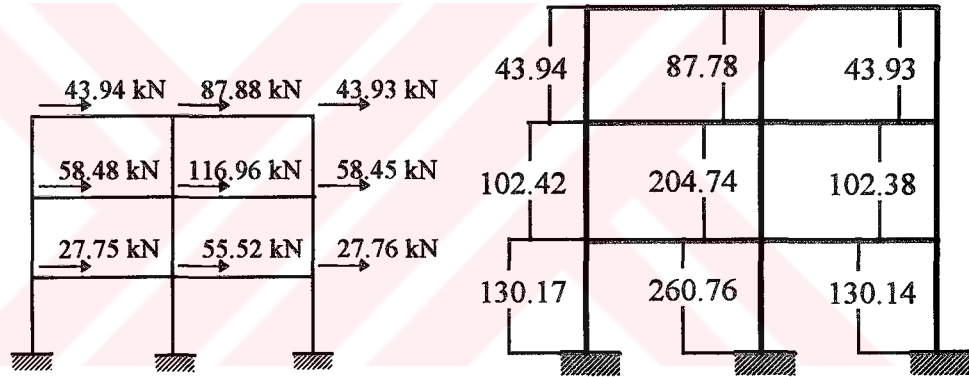


Kesme tipi yapı yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moda göre):



Şekil 8.47

Tam çerçeve yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moda göre):



Şekil 8.48



Örnek 7'nin eşdeğer statik yatay yükler yardımı ile çözümü:

Deprem bölgesi : 1	I = 1.0	H = 9.8 m
C ₀ = 0.1	T ₀ = 0.60 s	D = 9.6 m
K = 1.5		N = 3 (Kat adedi)

Yapının doğal periyodunun belirlenmesi:

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{D}} = \frac{0.09 \times 9.8}{\sqrt{9.8}} = 0.28 \text{ s}$$

$$T = (0.07 \approx 1.00)N = 0.09 \times 3 = 0.27 \text{ s}$$

T = 0.27 s alınmıştır.

Spektrum katsayısının hesabı:

$$S = \frac{1}{0.8 + T - T_0} = \frac{1}{0.8 + 0.27 - 0.6} = 2.12 > 1 \Rightarrow S = 1 \text{ alınmıştır.}$$

Deprem katsayısının hesabı:

$$C = C_0 K S I = 0.1 \times 1.5 \times 1 \times 1.0 = 0.15$$

Çerçeve kat ağırlıklarının hesabı:

	<u>Sabit yük</u>	<u>Hareketli yük</u>
K5	12.8 × 4.8 = 61.44 kN	
K6	12.8 × 4.8 = 61.44 kN	
	W ₃ = G ₃ = 122.88 kN	
K3	23.60 × 4.8 = 113.28 kN	8.0 × 4.8 = 38.4 kN
K4	23.60 × 4.8 = 113.28 kN	8.0 × 4.8 = 38.4 kN
	G ₂ = 226.56 kN	P ₂ = 76.80 kN
	W ₁ = W ₂ = G ₂ + n P ₂ = 226.56 + 1 × 76.8 = 303.36 kN	



Toplam çerçeve ağırlığı:

$$\sum W = 2 \times 303.36 + 122.88 = 729.60 \text{ kN}$$

$$\sum W_i h_i = 303.36 \times (3.6 + 6.7) + 122.88 \times 9.8 = 4328.83$$

Statik eşdeğer yatay yükler toplamı:

$$F = C W = 0.15 \times 729.60 = 109.44 \text{ ton}$$

$$\left(\frac{H}{D}\right)^2 = \left(\frac{9.8}{9.6}\right)^2 = 1.042 < 3 \Rightarrow F_i \text{ alınmamıştır.}$$

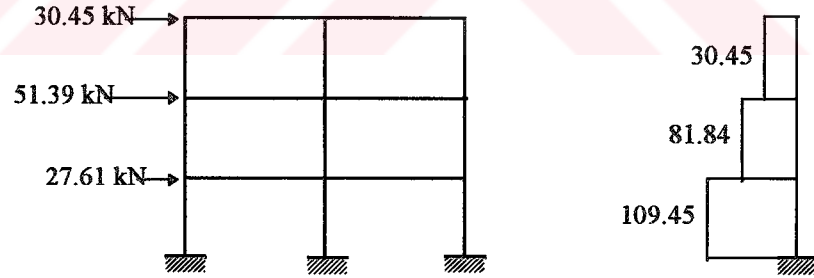
Katlara etki eden statik eşdeğer yatay yükler:

$$F_i = F \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i}$$

$$F_1 = 109.44 \times \frac{303.36 \times 3.6}{4328.83} = 27.61 \text{ kN}$$

$$F_2 = 109.44 \times \frac{303.36 \times 6.7}{4328.83} = 51.39 \text{ kN}$$

$$F_3 = 109.44 \times \frac{122.88 \times 9.8}{4328.83} = 30.45 \text{ kN}$$

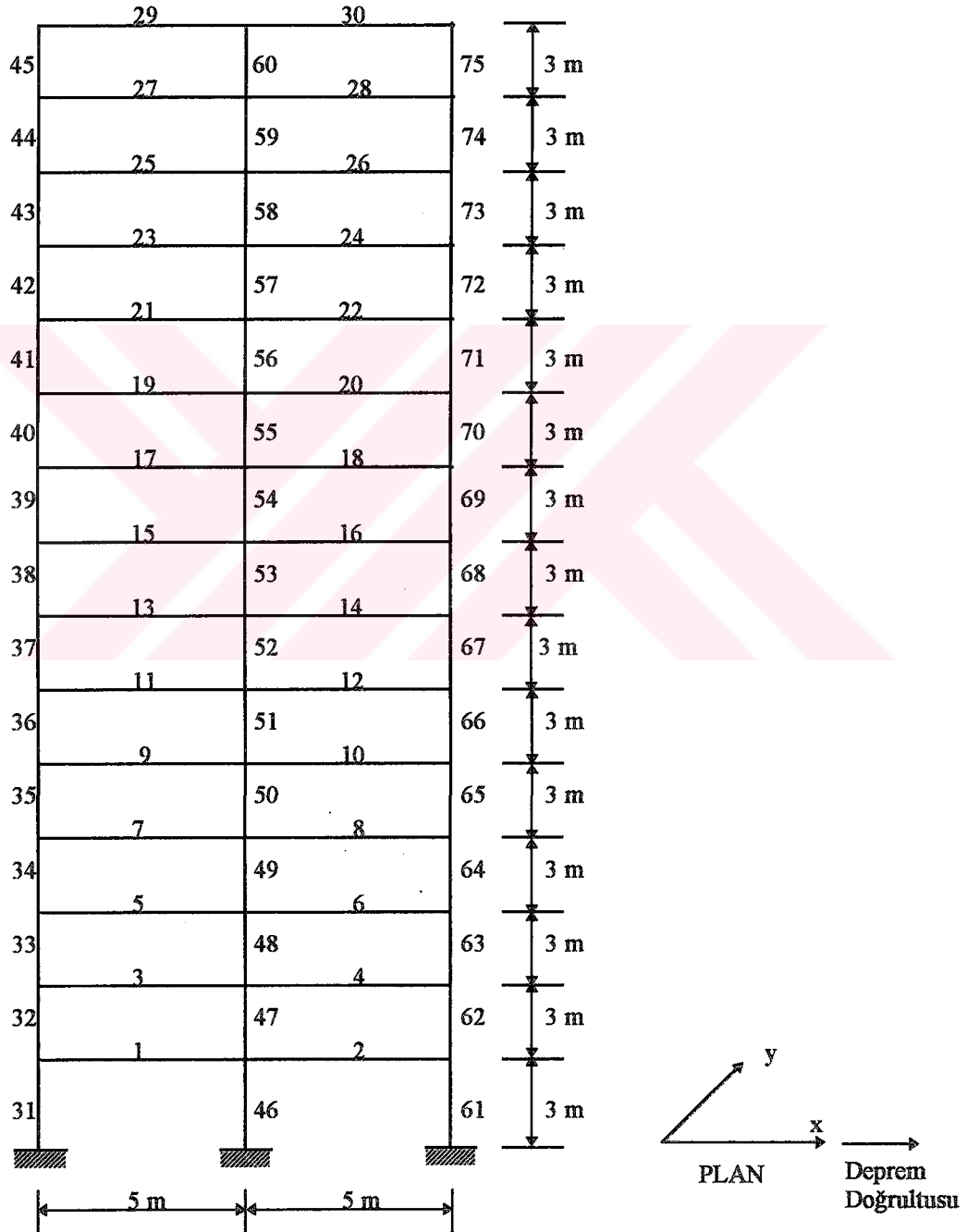


Şekil 8.49 Toplam kesme kuvveti: T=109.45 kN



ÖRNEK 8:

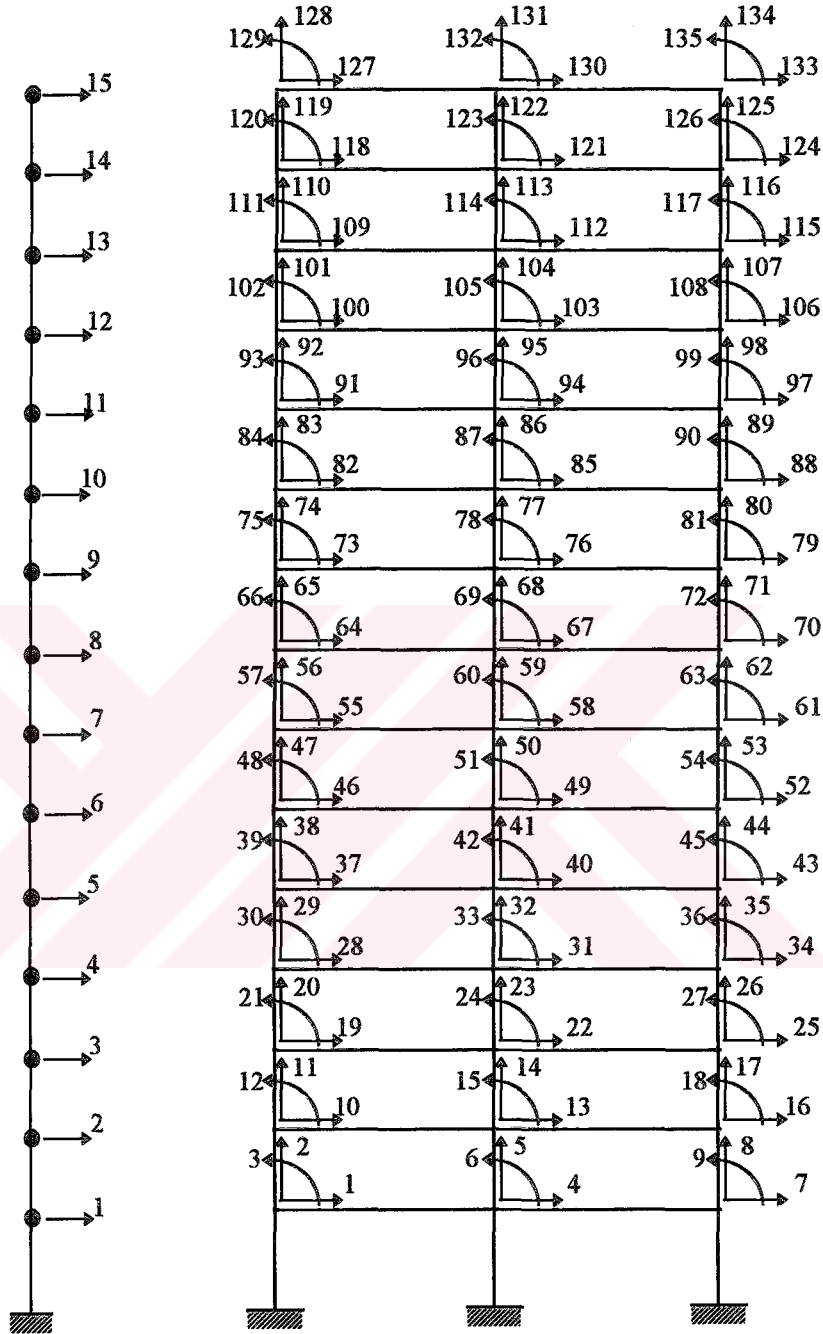
Şekilde onbeş katlı iki açıklıklı betonarme yapının sistem ve eleman özellikleri verilmiştir. Spektral yöntem ile düzenlenen bilgisayar programına göre sistemin dinamik analizi yapılmıştır.



Şekil 8.50



1. Serbestlik dereceleri:



Şekil 8.51 Kesme tipi

Tam çerçeve yaklaşımı



2- Elastisite modülü: $30.000.000 \text{ kN/m}^2$

3- Kirişler : (20x50) cm

Kesit alanları: $A = 0.1 \text{ m}^2$

Atalet momentleri: $I_y = 0.00208 \text{ m}^4$

Kütleler: $m_{29} = m_{30} = 0.92 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

$m_1 = m_2 = \dots = m_{28} = 2.21 \text{ kN s}^2/\text{m/m}$

4- Kolonlar :

İlk beş katta: $A = 0.175 \text{ m}^2$ (25x70) cm

$I_y = 0.00715 \text{ m}^4$

İkinci beş katta: $A = 0.15 \text{ m}^2$ (25x60) cm

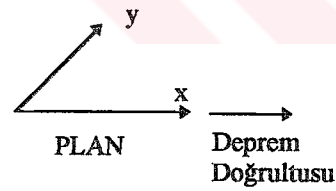
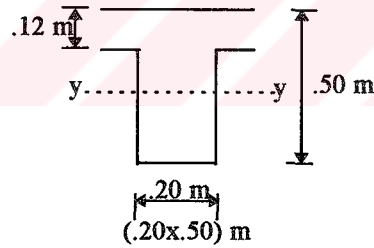
$I_y = 0.0045 \text{ m}^4$

Üçüncü beş katta: $A = 0.125 \text{ m}^2$ (25x50) cm

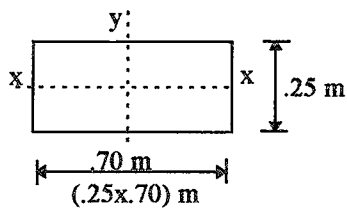
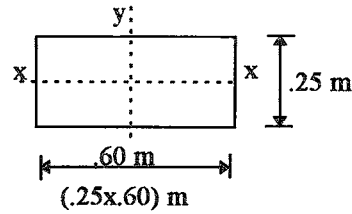
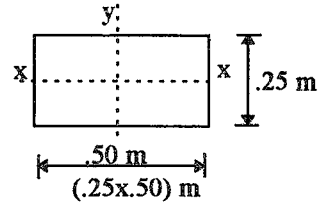
$I_y = 0.002604 \text{ m}^4$

5. Eleman kesit şekilleri:

a- Kirişler için:



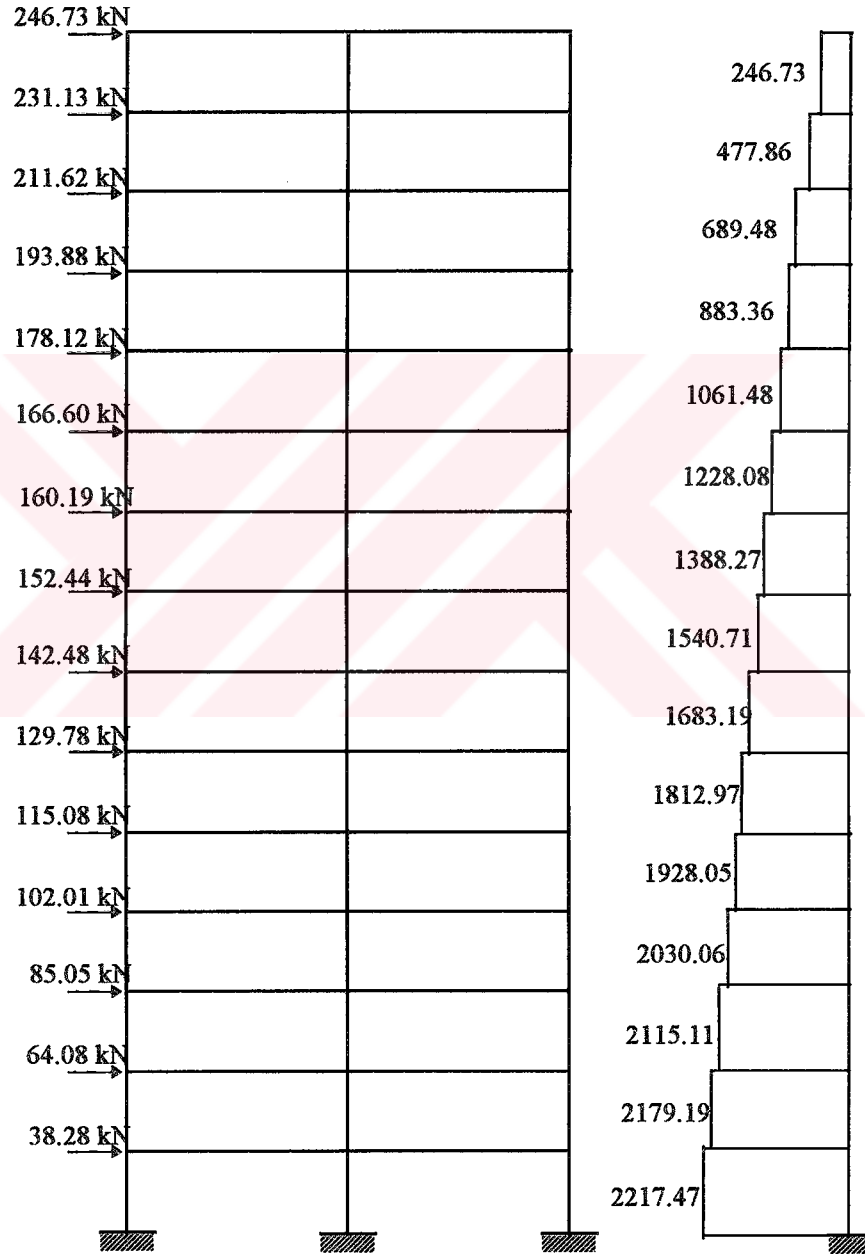
b- Kolonlar için:





Sistemin bilgisayar programı ile çözümünden yatay yöndeki kuvvetler bulunmuştur.

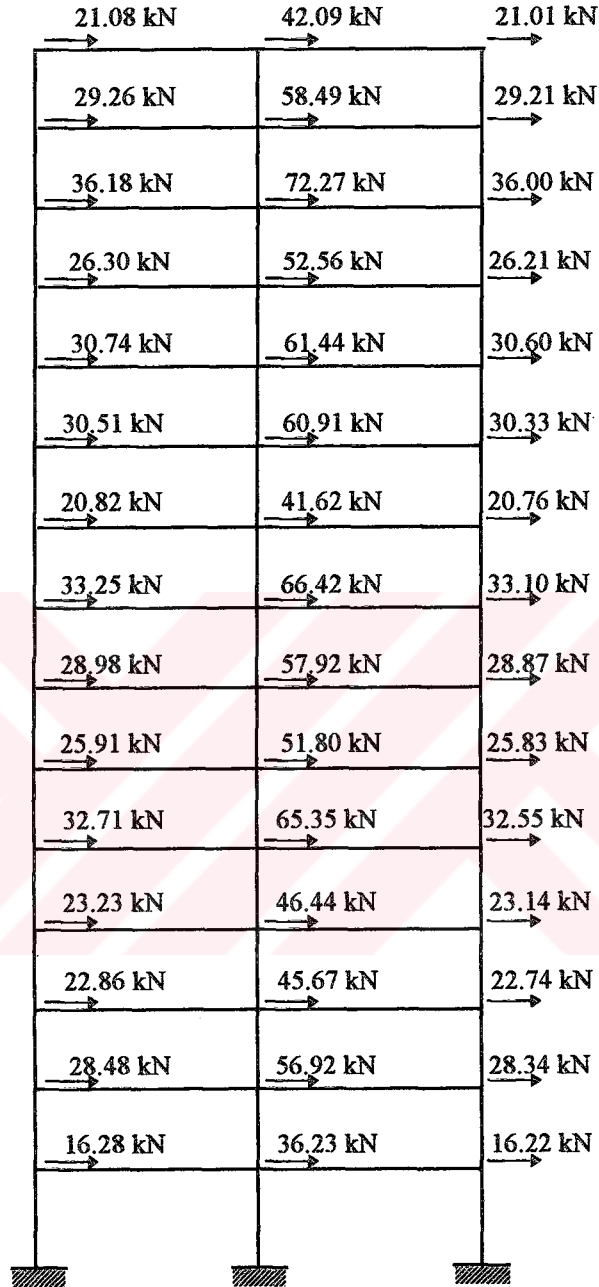
Kesme tipi yapı yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlara göre):



Şekil 8.52



Tam çerçeve yaklaşımı ile yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (tüm modlara göre):



Şekil 8.53-a



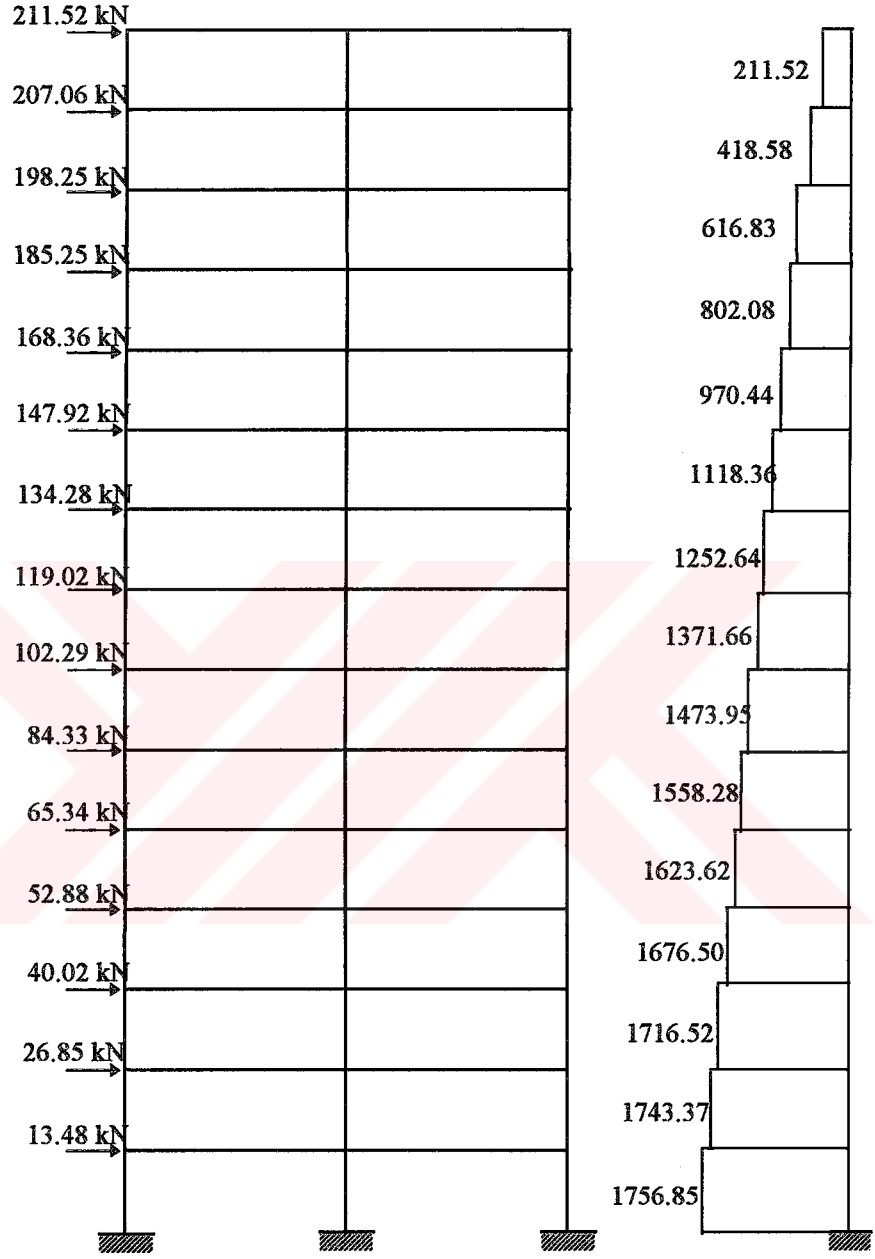
21.08	42.09	21.01
50.34	100.58	50.22
86.52	172.56	86.22
112.81	225.42	112.43
143.55	286.86	143.03
174.06	347.77	173.36
194.88	389.39	194.11
228.13	455.82	227.21
257.11	507.62	256.09
283.02	565.54	281.92
315.73	630.89	314.47
338.97	677.33	337.61
361.86	723.00	360.35
390.30	779.92	388.69
406.59	812.55	404.91

Şekil 8.53-b

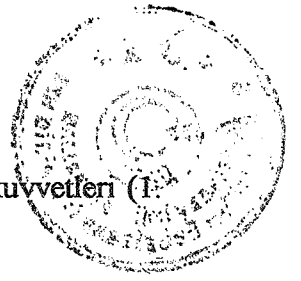


Kesme tipi yapı yaklaşımı ile oluşan yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri

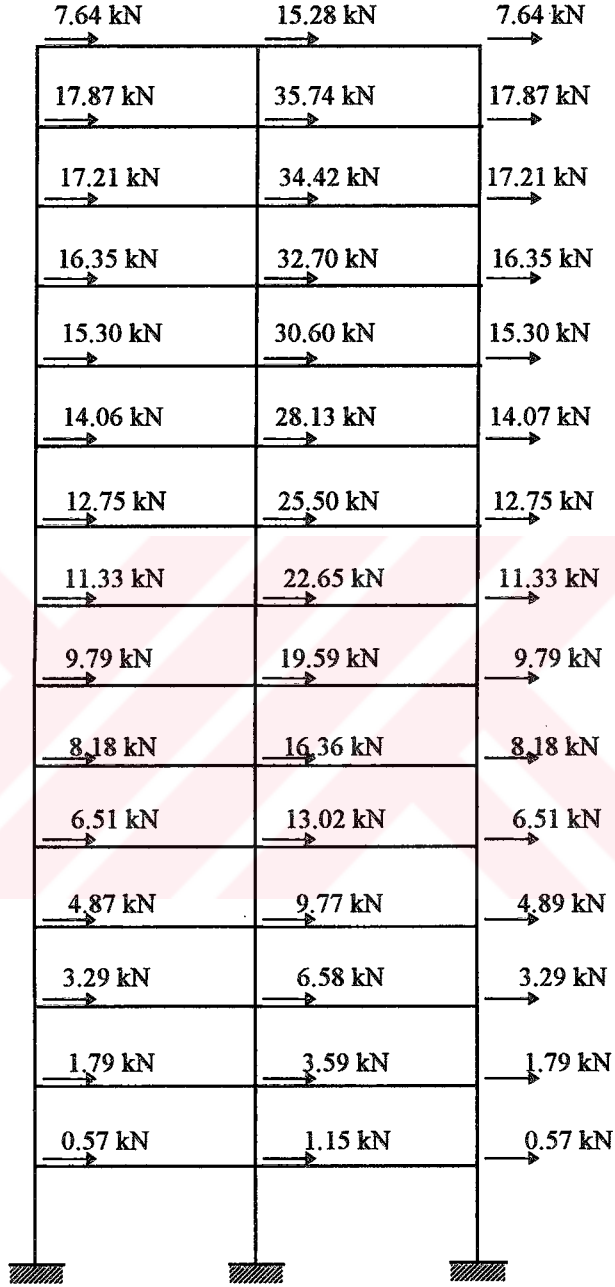
(1. moda göre):



Şekil 8.54



Tam çerçeve yaklaşımı ile oluşan yatay kuvvetler ve kat kesme kuvvetleri (1. moda göre):

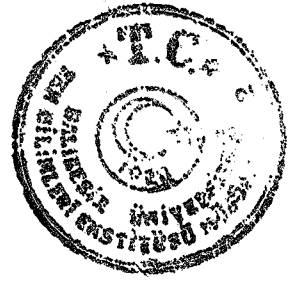


Şekil 8.55-a



7.64	15.28	7.64
25.51	51.02	25.51
42.72	85.44	42.72
59.07	118.14	59.07
74.37	134.49	74.37
88.43	156.92	88.44
101.18	181.82	101.19
112.51	204.47	112.52
122.30	224.06	122.31
130.48	240.42	130.49
136.99	253.44	137.00
141.86	263.21	141.89
145.15	229.79	145.18
146.94	273.38	146.94
147.51	274.53	147.54

Şekil 8.55-b



Örnek 8'in eşdeğer statik yatay yükler yardımı ile çözümü:

Deprem bölgesi : 1 I = 1.0 H = 45 m
C₀ = 0.1 T₀ = 0.60 s D = 10 m
K = 1.5 N = 15 (Kat adedi)

Yapının doğal periyodunun belirlenmesi:

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{D}} = \frac{0.09 \times 45}{\sqrt{10}} = 1.28 \text{ s}$$

$$T = (0.07 \approx 1.00)N = 0.09 \times 15 = 1.35 \text{ s}$$

T = 1.28 s alınmıştır.

Spektrum katsayısının hesabı:

$$S = \frac{1}{0.8 + T - T_0} = \frac{1}{0.8 + 1.28 - 0.6} = 0.68 < 1 \Rightarrow S = 0.68 \text{ alınmıştır.}$$

Deprem katsayısının hesabı:

$$C = C_0 K S I = 0.1 \times 1.5 \times 0.68 \times 1.0 = 0.102$$

Çerçeve kat ağırlıklarının hesabı:

	<u>Sabit yük</u>	<u>Hareketli yük</u>
K29	9.03 × 5 = 45.15 kN	
K30	9.03 × 5 = 45.15 kN	
	W ₁₅ = G ₁₅ = 90.3 kN	
K27	21.68 × 5 = 108.4 kN	8.75 × 5 = 43.75 kN
K28	21.68 × 5 = 108.4 kN	8.75 × 5 = 43.75 kN
	G ₁₄ = 210.680 kN	P ₁₄ = 87.5 kN
	W ₁ = W ₂ = ... = W ₁₄ = G ₁₄ + n P ₁₄ = 216.80 + 1 × 87.5 = 304.30 kN	



Toplam çerçeve ağırlığı:

$$\sum W = 14 \times 304.30 + 90.30 = 4350.35 \text{ kN}$$

$$\sum W_i h_i = 304.30 \times (3 + 6 + \dots + 42) + 90.3 \times 45 = 99918.0$$

Statik eşdeğer yatay yükler toplamı:

$$F = C W = 1.02 \times 4350.5 = 443.75 \text{ kN}$$

$$\left(\frac{H}{D}\right)^2 = \left(\frac{45}{10}\right)^2 = 20.25 > 3 \Rightarrow F_t \text{ hesaplanacaktır.}$$

$$F_t = 0.004 F \left(\frac{H}{D}\right)^2 = 0.004 \times 443.75 \times 20.25 = 35.94 \text{ kN}$$

Katlara etki eden statik eşdeğer yatay yükler:

$$F_i = (F - F_t) \frac{w_i h_i}{\sum w_i h_i}$$

$$F_1 = (443.75 - 35.94) \times \frac{304.30 \times 3}{99918.0} = 3.73 \text{ kN}$$

$$F_2 = 407.81 \times \frac{304.30 \times 6}{99918.0} = 7.45 \text{ kN}$$

$$F_3 = 407.81 \times \frac{304.30 \times 9}{99918.0} = 11.18 \text{ kN}$$

$$F_4 = 407.81 \times \frac{304.30 \times 12}{99918.0} = 14.90 \text{ kN}$$

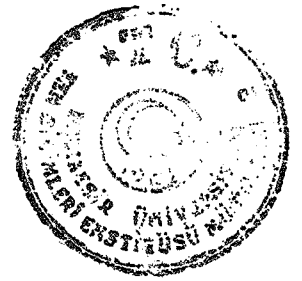
$$F_5 = 407.81 \times \frac{304.30 \times 15}{99918.0} = 18.63 \text{ kN}$$

$$F_6 = 407.81 \times \frac{304.30 \times 18}{99918.0} = 22.36 \text{ kN}$$

$$F_7 = 407.81 \times \frac{304.30 \times 21}{99918.0} = 26.38 \text{ kN}$$

$$F_8 = 407.81 \times \frac{304.30 \times 24}{99918.0} = 29.81 \text{ kN}$$

$$F_9 = 407.81 \times \frac{304.30 \times 27}{99918.0} = 33.53 \text{ kN}$$



$$F_{10} = 407.81 \times \frac{304.30 \times 30}{99918.0} = 37.26 \text{ kN}$$

$$F_{11} = 407.81 \times \frac{304.30 \times 33}{99918.0} = 40.99 \text{ kN}$$

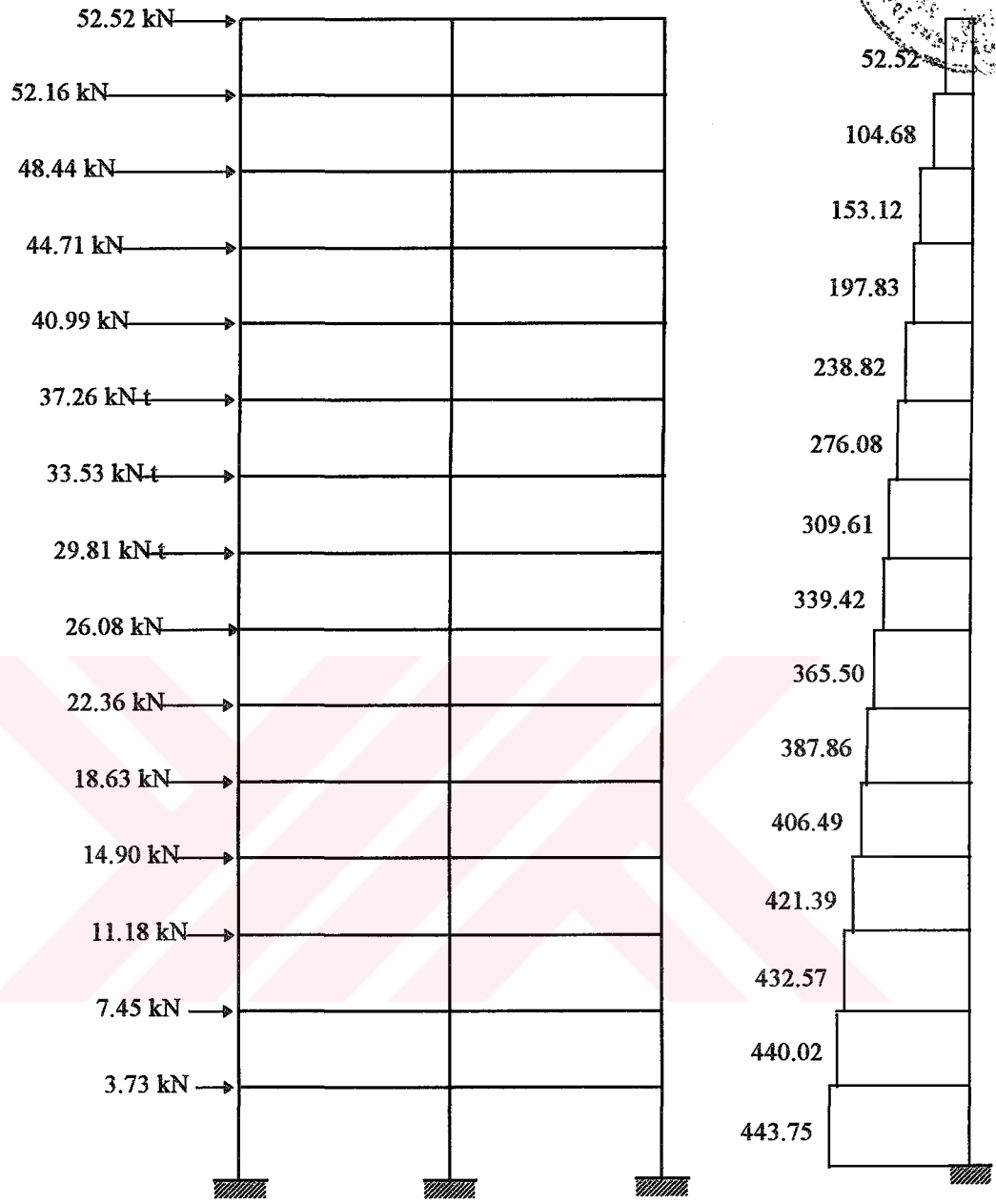
$$F_{12} = 407.81 \times \frac{304.30 \times 36}{99918.0} = 44.71 \text{ kN}$$

$$F_{13} = 407.81 \times \frac{304.30 \times 39}{99918.0} = 48.44 \text{ kN}$$

$$F_{14} = 407.81 \times \frac{304.30 \times 42}{99918.0} = 52.16 \text{ kN}$$

$$F_{15} = 407.81 \times \frac{304.30 \times 45}{99918.0} = 16.58 \text{ kN}$$

$$F_{15} = 16.58 + F_t = 16.58 + 35.94 = 52.52 \text{ kN}$$



Şekil 8.56 Toplam kesme kuvveti: $T = 443.75 \text{ kN}$



9. TARTIŞMA VE SONUÇ

Kirişlerden ve kolonlardan oluşan, perde bulunmayan düzlem çerçevelerin analizleri için iki kabul yapılabileceği ve bunların kesme tipi yapı kabulü ile tam çerçeve (elastik katlı çerçeve) yaklaşımı olduğu belirtilmişti. Analize başlarken, kesme tipi yapı yaklaşımı için düğüm noktalarında sadece yatay yönde serbestlik tanımlanmıştı. Yani, girişlere eksenel yönde etki gelmektedir ve kolonlarda ise çubuk eksenine dik olarak kesme kuvveti etki etmektedir. Diğer yönlerde serbestlik derecesi tanımlanmamıştır. Kütlelerin kat hizalarında toplanması, giriş-döşme rijitliklerinin kolon rijitliklerine göre büyük olması ve sistemin kolonlardaki eksenel kuvvetlerden bağımsız olması kabulleriyle yapılan kesme tipi çözümlerde, kat hizalarındaki yanal kuvvetler, tam çerçeve çözümüne göre büyük çıkmıştır. Bu kuvvetler düğüm noktasında birleşen elemanların rijitlik oranlarına bağlı olarak dağıtılır. Analizdeki hesapları kısaltmak için yapılan bu kabuller ile elde edilen sonuçlar, yapının gerçek davranışından uzaktır. Tam çerçevede ise sistemin bütün düğüm noktalarında yatay, düşey ve dönme serbestlikleri tanımlanmış, yapının bu yönlerde deplasman yapabileceği kabul edilmiştir. Aynı zamanda, kütleler düğüm noktalarında statik olarak toplanmayıp şekil fonksiyonları yardımıyla tanımlanan serbestlik dereceleri doğrultusundaki kütle değerlerinin alınması, giriş ve kolon rijitliklerinin gerçek değerlerinin alınması ile yapılan çözüm daha iyi sonuçlar vermektedir.

Yapı, titreşim hareketi boyunca zamanla değişen bir kuvvete maruzdur. Titreşim hareketi sırasında sistemin frekansı yükseleceği için etki eden deprem kuvvetinin değeri yüksek modlarda azalmıştır. Sistemin titreşimi bitinceye kadar bu kuvvetler ayrı ayrı etki edecektir. Kuvvetlerin tamamının etkisi muhtemel maksimum değerler şeklinde elde edilmiştir.

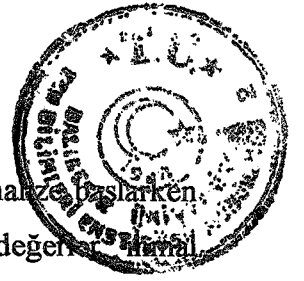


Çözüm sonuçları genel olarak, bir yapıda olması gereken statik analiz sonuçlarına göre büyüktür. Bunun sebebi; yükün sabit olmayıp zamana göre değişim göstermesi, kütleler üzerinde yer değiştirmelerden dolayı atalet kuvvetlerinin oluşması, tüm modlardan gelen etkilerin göz önünde bulundurulması ve spektrumlardan alınan spektral hız (ya da ivme, deplasman) değerlerinin sönüm oranının seçimine göre büyük olmasıdır.

Kesme tipi yapıda kiriş rijitlikleri sonsuz alındığından çerçeve açıklıklarının kesit tesirlerine etkisi görülmemektedir. Tam çerçeve yaklaşımında ise açıklıkların büyük olması kiriş rijitliklerinin küçülmesine sebep olmuştur. Bu nedenle kolonlara etki eden kesme kuvvetleri azalmıştır. Ayrıca, katlarda rijitlik dağılımlarının düzensiz olması yatay deprem kuvvetlerinin dağılımını etkileyecektir.

Deprem spektrumlarından alınan spektral hız değerleri; sistemin rijitliği, kütle, doğal frekans, periyotlar ve sönüm oranına göre yapı için alınacak yatay kuvvetler belirlenir. Sönüm oranı için bu çalışmada detaylı bir araştırma yapılmamıştır. Ama, deprem spektrumlarından alınan spektral değerler, sönüm oranının seçimine göre sonuçlara belirli oranda katkı yapacaktır.

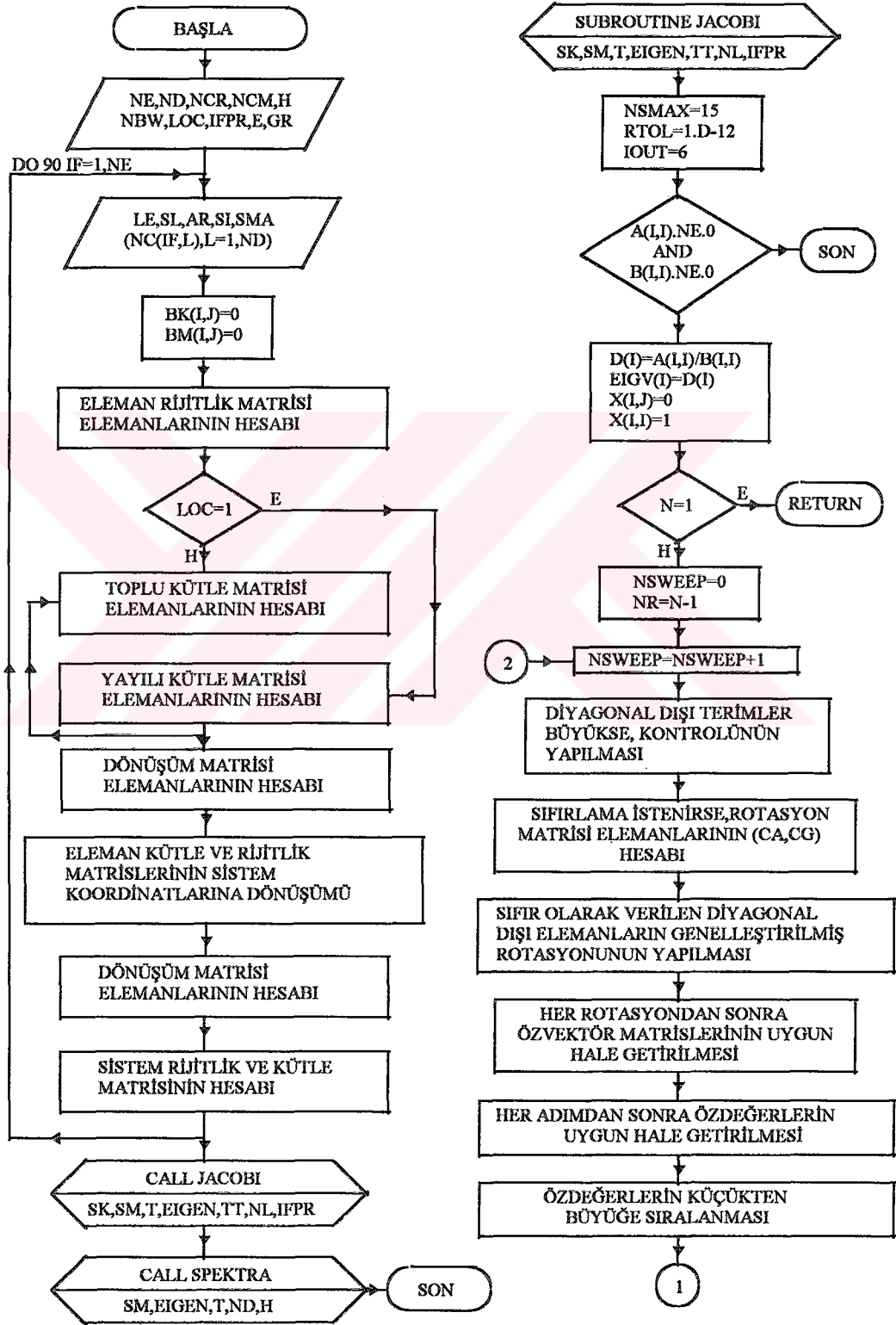
Tezin konusuna göre dinamik analiz ile çözülen örnekler, ayrıca eşdeğer statik yük yöntemiyle de çözülmüştür. Örneklerde gösterilen sistemler bu yöntemde, toplu kütleli sistem formunda idealleştirilerek çözülmüştür. Her katta sabit ve hareketli yükler kullanılarak yük analizi yapılmıştır. El Centro depremi kayıtlarına göre yapılan çözüme uygunluk sağlaması bakımından; yapı tipi katsayısı, yapı önem katsayısı, zemin hakim periyodu, deprem bölgesi katsayısı değerleri sırasıyla, $I=1.0$, $K=1.5$, $T_0=0.60$ s, $C_0=0.1$ olarak seçilmiştir. Kat ağırlıkları hesaplanırken kullanılan hareketli yük azaltma katsayısı, karşılaştırma amacıyla $n=1$ olarak alınmıştır. Eşdeğer statik yük yönteminde sisteme etki eden kuvvetler, eleman rijitliklerine göre yaklaşık hesap yöntemleri [9]'da verilen yöntemler yardımı ile ya da rijitlik matrisleri yöntemi ile her bir elemanda oluşacak kesit tesirleri belirlenebilir.

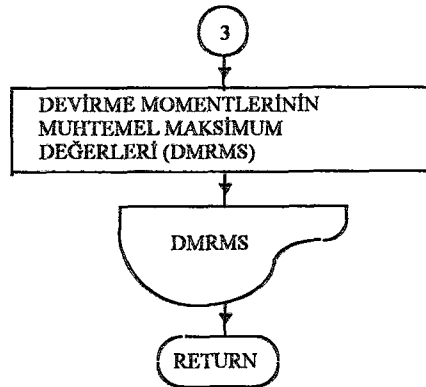
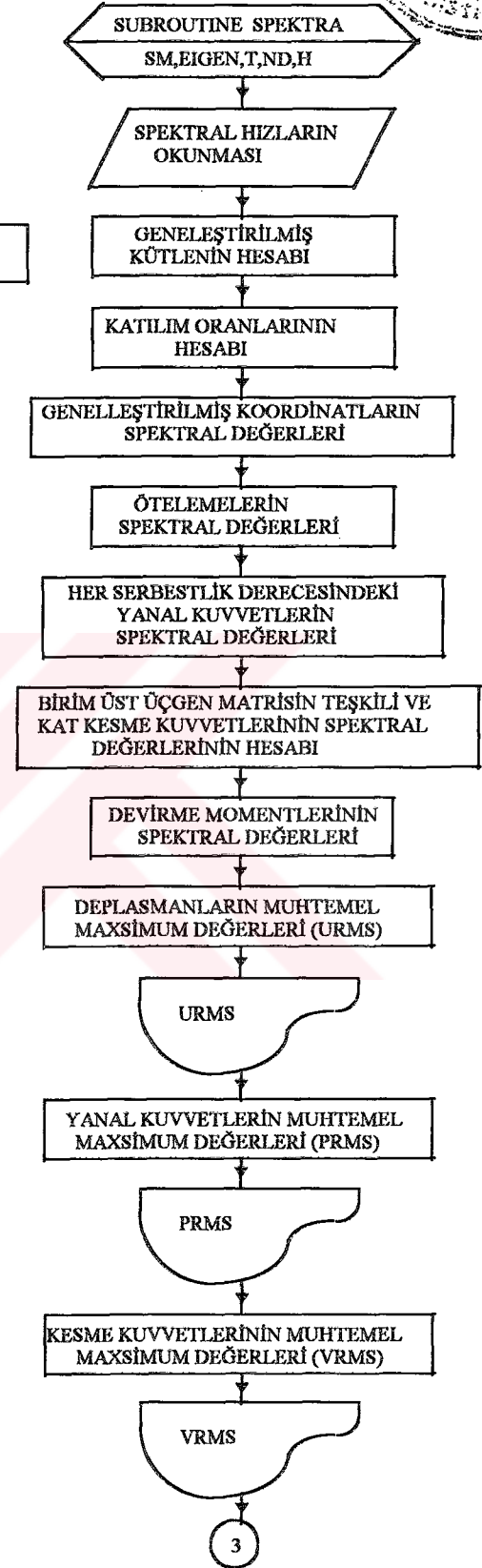
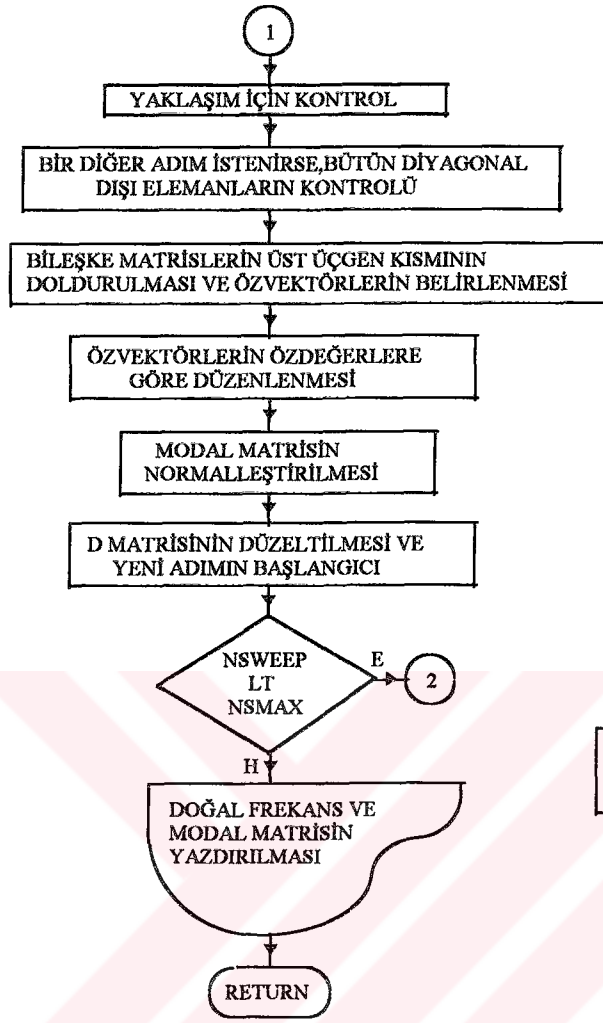
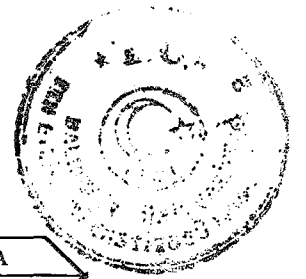


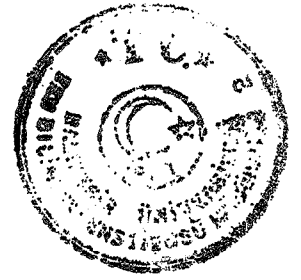
Amaç yapının gerçek davranışını belirlemektir. Bu sebeple analiz yapılırken yapılan kabullerde çözümü basitleştirmek gibi nedenlerle bazı değerler göz ardı edilmemelidir. Her türlü faktörün katkıları incelenmelidir. Düzlem çerçeve idealleştirilmesi de bir kabuldür. Yapı düzlemine dik yönden gelen etkiler düşünülmemektedir. Sistemin uzay çerçeve olarak idealleştirilmesi, daha doğru sonuçların alınmasını sağlar.



EK A Bilgisayar Programı Akış Şeması







KAYNAKLAR

- [1] Yüzügüllü, Ö., Erdik, M., Deprem Mühendisliği Açısından Yapı Dinamiğine Giriş, Deprem Araştırma Enstitüsü, Ankara, (1980)
- [2] Clough, R.W., Penzien, J., Dynamics of Structure, Mc Graw Hill Inc., New York, (1975)
- [3] Celep, Z., Kumbasar, N., Örneklerle Yapı Dinamiği Ve Yapı Dinamiğine Giriş, Sema Matbaacılık, İstanbul, (1992)
- [4] Chopra, A., Modal Analysis of Linear Dynamics Systems : Physical Interpretation, Davis Hall., Univ. of California, Berkeley, (1995)
- [5] Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik, Bayındırlık ve İskan Bakanlığı, Ankara, (1996)
- [6] Saylan, Ş., Yapı Dinamiği, Balıkesir, (1996), (Basılacak.)
- [7] Tezcan, S., Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makinaları İle Çözümü, İstanbul, (1970)
- [8] Paz, M., Structural Dynamics - Theory And Computation, Mc Graw Hill, New York, (1980)
- [9] Oğuz, S., Yapılarda Yatay Yük ve Burulma Etkileri Hesabı, İstanbul, (1988)
- [10] Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik, İmar ve İskan Bakanlığı, Ankara, (1975)

İNGİLİZCE ABSTRAKT (en fazla 250 sözcük) :

The structures which have been modelled as plane frames can be analysed by shear building and complete frame approach. In this study, the structures modelled as plane frames have been analysed according to different approaches and the results have been compared from the pointview of element and frame characteristics. For the shear building approaches, assumed that the structure is only subjected to lateral earthquake forces and that it only yields lateral displacement. In complete frame approaches, degree of freedom of nodal points have been defined at horizontal, vertical and rotational directions. Element mass matrices have been determined in two ways: For shear building approach, consistent mass matrices have been obtained.

The natural frequencies (eigenvalues) which are formed due to free vibration of structure, have been determined by Jacobi's iteration approach and the modal matrices (eigen vector) corresponding to those natural frequencies have been computed. Exact values of modes have been obtained by normalisation.

In the following section, the natural periods corresponding to natural frequencies of the structure have been determined and then by choosing the proper damping ratio, spectral values have been taken from earthquake spectra. Generalised mass values, influence of mass of structural elements on degree of freedom, have been computed. By obtaining modal contribution factors from these values, spectral values for displacements and forces which are generated at each degree of freedom, have been determined. The values above do not simultaneously occur for each mode at a particular structure. However, probable maximum values have been computed by taking the square root of sum of forces generated by influence of all modes at a particular degree of freedom. These procedure can be performed for displacement, shear forces and overturning moments as well.

Düzlem çerçeve kabulü ile modellenen yapılar kesme tipi ve elastik katlı çerçeve yaklaşımı ile çözülebilir. Bu tez çalışmasında, düzlem çerçeve olarak modellenilebilen sistemlerin farklı kabullere göre analizleri yapılmış, sonuçlar eleman ve çerçeve özellikleri bakımından mukayese edilmiştir. Kesme tipi çerçeve çözümünde yapının sadece yanal deprem kuvvetlerine maruz kaldığı ve sadece yanal deplasman yaptığı kabul edilmiştir. Elastik katlı çerçeve yaklaşımında ise yapının düğüm noktalarındaki serbestlikleri yatay, düşey yönde ve dönme olarak tanımlanmıştır. Eleman kütle matrisleri iki yöntem ile belirlenmiştir: Kesme tipi yapı yaklaşımı için kütlelerin kat hizalarına toplanması ile toplu kütle matrisi, elastik katlı çerçeve kabulü için yayılı kütle matrisi elde edilmiştir.

Yapının serbest titreşiminden oluşan doğal frekanslar (özdeğerler), Jacobi yöntemiyle iterasyon yapılarak belirlenmiş ve bunlara karşı gelen özvektörler yani modal matris hesaplanmıştır. Modların gerçek değerleri, normalleştirme işlemi yapılarak elde edilmiştir.

Daha sonra yapının doğal frekanslarına karşı gelen periyotlar belirlenmiş ve yapı için uygun bir sönüm oranı seçilerek, deprem spektrum grafiklerinden spektral değerler alınmıştır. Yapıyı oluşturan elemanların kütlelerinin serbestlik derecelerindeki etkisi anlamına gelen genelleştirilmiş kütle değerleri hesaplanmıştır. Elde edilen bu değerlere göre modal katılım oranları belirlenerek, her serbestlik derecesinde oluşacak olan deplasman ve kuvvetler için spektral değerler hesaplanmıştır. herhangi bir yapıda bu değerler, her bir mod için aynı anda oluşmaz. Ama herhangi bir serbestlik derecesinde tüm modların etkisinden dolayı oluşan kuvvetlerin kareleri toplamının karekökü alınarak muhtemel maksimum değerler hesaplanmıştır. Aynı işlemler deplasman, kesme kuvvetleri ve devirme momentleri için de yapılabilmektedir.