

68986



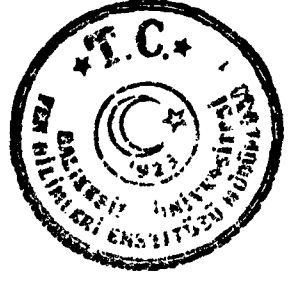
T.C.  
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BOŞLUKLU BETONARME KİRİŞLERİN DAVRANIŞI BOŞLUK  
CİVARINDA GERİLME DAĞILIMININ İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

İnş. Yük. Müh. Hasan ELÇİ

Balıkesir, Eylül - 1998



T.C.  
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

BOŞLUKLU BETONARME KİRİŞLERİN DAVRANIŞI BOŞLUK  
CİVARINDA GERİLME DAĞILIMININ İNCELENMESİ

DOKTORA TEZİ

İnş. Yük. Müh. Hasan ELÇİ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Şerif SAYLAN

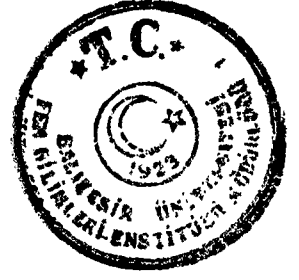
Sınav Tarihi : 16.10.1998

Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Şerif SAYLAN (Danışman BA.Ü)

: Prof. Dr. Muhammed D. TEKİN (C.B.Ü)

: Doç. Dr. Eşref ÜNLÜOĞLU (O.Ü.)

Balıkesir, Eylül - 1998



**ÖZ**

**BOŞLUKLU BETONARME KİRİŞLERİN DAVRANIŞI BOŞLUK  
ÇIVARINDA GERİLME DAĞILIMININ İNCELENMESİ**

**Hasan ELÇİ**

**Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü**

**İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı**

**(Doktora Tezi / Tez Danışmanı: Prof. Dr. Şerif SAYLAN)**

**Balıkesir, 1998**

Sıhhi tesisat, pis su tesisatı, elektrik ve telefon kabloları, kalorifer boruları ve havalandırma kanalları gibi tesisatın tavandan geçirilişi sırasında kiriş gövdelerinde boşluk bırakılması zorunluluğu, yapı mühendislerinin sık karşılaştığı sorunlardandır. Eğer bu tür tesisatın, yapının bütünlüğünü bozmadan, kiriş gövdelerinde boşluklar bırakılarak geçirilmesi sağlanabilirse, tavan yüksekliğinden azami şekilde faydalanılır. Bununla birlikte boşluk bırakılması, çatlakların ve deplasmanların artmasına, kullanılabilirlik sorunlarına ve kiriş mukavemetinin azalmasına neden olabilir.

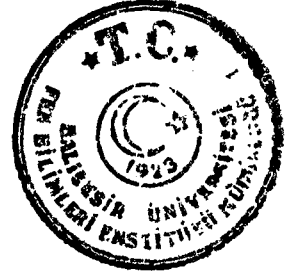
Bu çalışmada, kirişlerin gövdelerinde bırakılacak kare ve dikdörtgen boşlukların, kirişin yük taşıma kapasitesine etkisi araştırılmıştır. Büyük dikdörtgen boşluklarda esas değişkenler olarak, boşluğun uzunluğu, yüksekliği ve yeri alınmıştır. Küçük kare boşluklarda ise boşluğun boyutları, yeri ve eksantrikliği esas değişkenler olarak alınmıştır. Her iki durumda da basit ve ankastre mesnet hali ile tablalı ve dikdörtgen kesit şekilleri ayrı ayrı incelenmiştir.



Düzlem gerilme hali için iki boyutlu Sonlu Elemanlar Metodu kullanılarak sayısal çözümler yapılmıştır. Çözümlerde, beton, donatı ve aderans ayrı ayrı modellenmiştir. Artan yükler altında malzemenin lineer olmayan davranışı dikkate alınmıştır. Ayrıca, büyük dikdörtgen boşluklu betonarme kirişler için bir analitik çözüm yöntemi verilmiştir.

**Anahtar sözcükler:** betonarme kirişler / gövde boşlukları / çatlama / deplasman/ lineer olmayan analiz / kullanılabilirlik / Sonlu Elemanlar Metodu / Rijitlik Matrisi Metodu





## ABSTRACT

# BEHAVIOR OF REINFORCED CONCRETE BEAMS WITH WEB OPENINGS INVESTIGATION OF THE STRESS DISTRIBUTION AROUND THE OPENING

Hasan ELÇİ

Balıkesir University, Institute of Science,

Department of Civil Engineering

(Ph. D. Thesis / Supervisor : Prof.Dr. Şerif SAYLAN)

Balıkesir-Turkey, 1998

The structural engineer is frequently confronted with the problem of providing passages for utility ducts and pipes to accommodate such essential services as plumbing, heating, air-conditioning, telephones, and electricity. If openings through beams can be made for ducts or pipes without sacrificing structural integrity, the dead space in false ceilings is eliminated. However, provision of openings may cause serviceability problems of excessive cracking and deflection, and may affect the strength of a beam.

In this study, the effects of square and rectangular web openings on the load carrying capacity of beams investigated. For the large rectangular openings, the major variables were the length, depth and location of openings. For the small square openings, the major variables taken into account were the dimensions, eccentricity and location of openings. Considering the simple and fixed-end support condition of T and rectangular section beams with both type web openings were investigated.



Numerical solutions were obtained by the Finite Element Method using two-dimensional plane stress finite elements. In the numerical analysis, concrete, reinforcement and bond were modelled by the different finite elements. Under the increasing loads, the nonlinear behavior of the materials were taken into consideration. In addition an analytical design method for reinforced concrete beams with large rectangular openings was introduced.

**Keywords:** reinforced concrete beams / web openings / cracking / deflection / non-linear analysis / serviceability / Finite Element Method / Stiffness Matrix Method





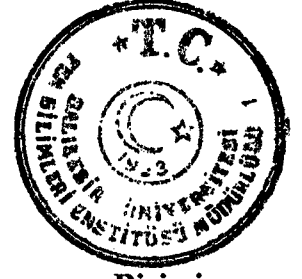
## İÇİNDEKİLER

<b>ÖZ, ANAHTAR SÖZCÜKLER</b>	ii
<b>ABSTRACT, KEYWORDS</b>	iv
<b>İÇİNDEKİLER</b>	vi
<b>SEMBOL LİSTESİ</b>	viii
<b>ŞEKİL LİSTESİ</b>	xiii
<b>ÇİZELGE LİSTESİ</b>	xv
<b>ÖNSÖZ</b>	xvi
<b>1. GİRİŞ</b>	1
1.1 Önceki Çalışmalara Genel Bakış	2
1.2 Amaç ve Kapsam	4
<b>2. BETONARME MALZEMENİN DAVRANIŞI VE MODELLENMESİ</b>	6
2.1 Beton İçin Kabul Edilen Bünye Denklemi	6
2.2 Donatı İçin Kabul Edilen Bünye Denklemi	21
2.3 Aderans ve Aderansın Modellenmesi	23
2.4 Agreganın Kilitlenmesi	32
2.5 Kaldıraç Etkisi	35
<b>3. SONLU ELEMANLAR METODUNUN BETONARME YAPI ELEMANLARINA UYGULANMASI</b>	38
3.1 Çalışmada Kullanılan Sonlu Elemanlar ve Rijitlik Matrisleri	42
3.1.1 Betonun Sonlu Elemanlara Bölünmesi	43
3.1.2 Yay Elemanlar	57
3.1.3 Donatı Elemanları	62
3.2 Betonarme Düzlem Sistemlerin Hesabı İçin Bir Yük Artımı Metodu	63
3.3 Çatlama, Akma ve Göçme ile İlgili Kabuller	66
3.3.1 Betonda Çatlama ve Ezilme	66
3.3.2 Donatının Akması	68



3.3.3 Aderans Kopması	
3.3.4 Yapının Göçmesi	
3.4 Boşluklu Betonarme Kirişlerin Bilgisayar Programı ile Çözümü	70
<b>4. BÜYÜK BOŞLUKLU BETONARME KİRİŞLERİN ANALİTİK ÇÖZÜMÜ</b>	<b>79</b>
4.1 Yapısal Çözümleme	81
4.2 Mukavemet Boyutlandırması	82
4.3 Kullanılabilirlik Boyutlandırması	88
<b>5. BOŞLUKLU BETONARME KİRİŞLERİN SONLU ELEMANLAR METODU İLE ÇÖZÜMLERİ</b>	<b>91</b>
5.1 Küçük Boşluklu Kirişler	93
5.2 Büyük Boşluklu Kirişler	99
<b>6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER</b>	<b>107</b>
<b>EKLER:</b>	
<b>EK A</b> Bilgisayar Programı Akış Diyagramı ve Çalışma Sırası	111
<b>EK B</b> Gerilme Transferi Metodu	114
<b>KAYNAKÇA</b>	<b>119</b>



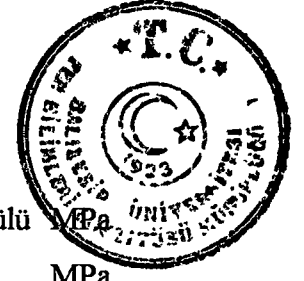


## SEMBOL LİSTESİ

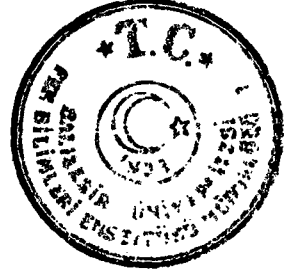
Simge Adı

Birimi

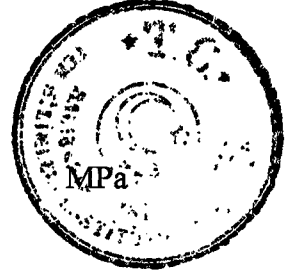
$A_d$	Boşluk köşeleri için gerekli diyagonal donatı alanı	$mm^2$
$A_g$	Beton elemanın kesit alanı	$mm^2$
$A_s$	Boyuna donatı enkesit alanı	$mm^2$
$A_s''$	Etriye enkesit alanı	$mm^2$
$A_v$	Boşluk kenarı için gerekli düşey etriye alanı	$mm^2$
$A_1$	Her bir yay eleman için donatı yüzey alanı	$mm^2$
$b, b_w$	Kiriş gövde genişliği	mm
$b''$	Etriye genişliği	mm
[B]	Şekil değiştirme -deplasman matrisi	
$c$	Bir sabit ( $c=0.7$ )	
$c$	Beton örtüsünün donatı dış yüzünden itibaren kalınlığı	cm
$C_t$	Betonun sünme katsayısı	
$C_u$	Yükleme zamanı katsayısı	
$d$	Kiriş faydalı yüksekliği, yerel kayma	mm
$d''$	Etriye yüksekliği	mm
$d_c$	Basınç başlığının yüksekliği	mm
$D$	Donatı çapı, kiriş toplam yüksekliği	cm, mm
[D]	Malzeme matrisi	
[D']	Çatlamış beton eleman için asal doğrultudaki malzeme matrisi	
$e$	Bir katsayı. ( $e=0.00001E_{in}$ )	
$E$	Elastisite modülü	MPa
$E_c$	Betonun elastisite modülü	MPa
$E_{ce(t,t_0)}$	Betonun efektif elastisite modülü	MPa
$E_{c_j}$	Normal ağırlıktaki betonlar için j günlük elastisite modülü	MPa
$(EI)_{eq}$	Boşluklu kesitin eşdeğer eğilme rijitliği	$Nmm^2$
$E_{in}$	Betonun başlangıç elastisite modülü	MPa



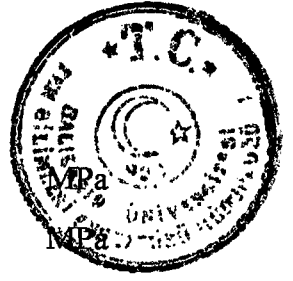
$E_s$	Betonun $f_o$ 'a karşı gelen sekant modülü, çeliğin elastisite modülü	MPa
$E_t$	Teğet elastisite modülü	MPa
$E(t_o)$	Betonun başlangıç elastisite modülü	MPa
$E_1, E_2$	1 ve 2 doğrultusundaki elastisite modülleri	MPa
$f$	Gerilme	MPa
$f_c$	Beton gerilmesi	MPa
$f_f$	Betonun göçme gerilmesi	MPa
$f_o$	En büyük beton basınç gerilmesi	MPa
$f_{ckj}$	j günlük betonun karakteristik silindir basınç dayanımı	MPa
$f'_{cm28}$	28 günlük betonun basınç mukavemeti	MPa
$f'_{cmto}$	Yüklemenin başlangıcında betonun basınç mukavemeti	MPa
$f_y$	Çeliğin hesap mukavemeti	MPa
$f_{yv}$	Etriyenin akma gerilmesi	MPa
$f_{yk}$	Çeliğin karakteristik akma mukavemeti	MPa
$F_{xy}$	Kaldıraç kuvveti	N/mm
$(GA)_{eq}$	Boşluklu kesitin eşdeğer kayma rijitliği	N
$G_{cj}$	j günlük betonun kayma modülü	MPa
$G_f$	Betonun kayma modülü	MPa
$h$	Kiriş yüksekliği	mm
$h$	Nem oranı	
$I$	Donatı atalet momenti	mm <sup>4</sup>
$I_{gb}$	Alt başlık atalet momenti	mm <sup>4</sup>
$I_{gt}$	Üst başlık atalet momenti	mm <sup>4</sup>
$K$	Etkili uzunluk faktörü ( $K=1$ )	
$[K]$	Rijitlik matrisi	
$K_a$	Yükleme anında betonun yaş katsayısı	
$K_e$	Karışımdaki hava boşluğu oranı katsayısı	
$[K_e]$	Eleman rijitlik matrisi	
$K_f$	Karışımdaki ince malzeme oranı katsayısı	
$K_h$	Aderans elemanının H doğrultusundaki rijitliği	N/mm
$[K_o]$	Rijitlik matrisindeki değişim	



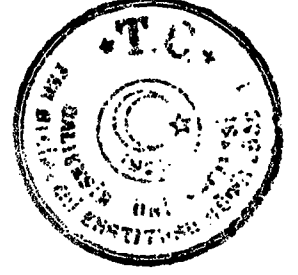
$K_s$	Beton kıvam katsayısı	
$K_t$	Yükleme zamanı katsayısı	
$K_{th}$	Minimum kalınlık katsayısı	
$K_u$	Rölatif nem oranı katsayısı	
$K_v$	Aderans elemanının V doğrultusundaki rijitliği	N/mm
$\ell$	Donatı elemanının boyu	mm
$\ell_e$	Boşluk etkili uzunluğu	mm
$\ell_o$	Boşluğun gerçek uzunluğu	mm
$\ell_u$	Basınç elemanının mesnetlenmemiş boyu	mm
$m$	Boyuna donatı sayısı	adet
$M_m$	Dizayn eğilme momenti	Nmm
$N$	Şekil fonksiyonu	
$N_b, N_t$	Başlık elemanlarına etki eden aksel normal kuvvetler	N
$N_u$	Eksel normal kuvvet	N
$p$	Üniform yayılı yük	N/mm
$P$	Tekil yük	N
$\{P\}$	Yük vektörü	
$\{P_i^*\}$	Eşdeğer düğüm noktası kuvvetleri vektörü	
$\{q_e\}$	Yer değiştirme vektörü	
$R_e$	Şekil değiştirme oranı	
$R_E$	Modüler oran	
$R_f$	Gerilme oranı	
$r$	Eğrilik yarıçapı	mm
$\{r_o\}$	Deplasman vektörü	
$s$	Etriye aralığı, donatı eleman genişliği	mm
$t$	Donatı elemanının yüksekliği, eleman kalınlığı	mm
$t$	Betonun yaşı	gün
$[T]$	Dönüştürme matrisi	
$t_o$	Betonun yükleme yaşı	gün
$u$	Yerel aderans gerilmesi	MPa
$u$	x doğrultusunda yer değiştirme fonksiyonu	



$u_{ult}$	Aderans gerilmesi taşıma kapasitesi	
$v$	y doğrultusunda yer değiştirme fonksiyonu	
$V_b, V_t$	Başlık elemanlarına etki eden kesme kuvvetleri	N
$V_c$	Betonun kesme kuvveti taşıma kapasitesi	N
$V, V_m$	Dizayn kesme kuvveti	N
$V/S$	Hacim/yüzey oranı	mm
$w_m, w_n$	Ağırlık fonksiyonları	
$\beta$	Agrega kilitleme katsayısı	
$\chi(t, t_0)$	Betonun yaş katsayısı	
$\delta$	Deplasman	mm
$\delta_{nm}$	Çatlak genişliği	mm
$\delta_{nt}$	Kayma deplasmanı	mm
$\varepsilon$	Şekil değiştirme	
$\varepsilon_c$	Beton şekil değiştirmesi	
$\varepsilon_f$	$f_f$ 'ye karşı gelen şekil değiştirme	
$\varepsilon_h, \varepsilon_v$	Aderans elemanının H ve V doğrultusundaki rölatif deplasmanları	mm
$\varepsilon_o$	$f_o$ 'ye karşı gelen şekil değiştirme	
$\varepsilon_s$	Çelik şekil değiştirmesi	
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$	Şekil değiştirmeler	
$\varepsilon_y$	Çeliğin akma başlangıcındaki şekil değiştirme oranı	
$\nu$	Poisson oranı	
$\rho$	Donatı oranı	
$\rho'$	Açıklık ortasındaki basınç donatısı yüzdesi	
$\rho''$	Etriye hacminin, etriye dış yüzünden itibaren beton örtüsünün hacmine oranı	
$\{\sigma\}$	Gerilme vektörü	
$\sigma_h, \sigma_v$	H ve V doğrultusundaki aderans kuvvetleri	N
$\sigma_{nm}$	Karşılıklı pürüzlü çatlak yüzeyler arasında aktarılan normal gerilme	MPa
$\sigma_{nt}$	Karşılıklı pürüzlü çatlak yüzeyler arasında aktarılan kayma gerilmesi	MPa

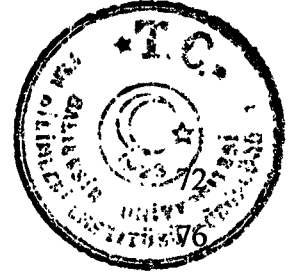


$\sigma_s$	Çelik gerilmesi	
$\sigma_1, \sigma_2$	Maksimum ve minimum gerilmeler	
$\sigma_{12}$	Kayma gerilmesi	
$\xi$	Zaman faktörü	
$\xi, \eta$	Elemanın doğal koordinatları	
$\xi_m, \eta_n$	Sayısal integrasyon noktası koordinatları	
$\eta$	Kayma yoğunluk faktörü ( $\eta=2$ )	
$\phi$	Diyagonal donatının yatayla yaptığı açı	
$\lambda$	Katsayı	
$\emptyset$	Kapasite azaltma faktörü ( $\emptyset=0.85$ )	
$\emptyset_u(t_0)$	$\emptyset$ sünme katsayısının maksimum değeri	
$\emptyset(t, t_0)$	Sünme katsayısı	
$\Delta$	Üçgen elemanın alanı	mm <sup>2</sup>
$\Delta_{AB}$	Çatlak yüzeyler arasındaki toplam kayma deplasmanı	mm

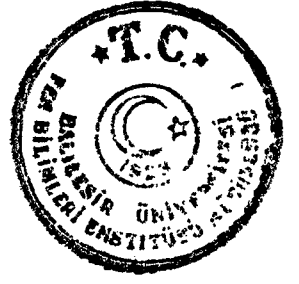


## ŞEKİL LİSTESİ

Şekil Numarası	Adı	Sayfa
Şekil 2.1	Beton için tanımlanmış elastisite modülleri.	7
Şekil 2.2	Beton için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları [12,14].	12
Şekil 2.3	Sargılı ve sargısız beton için önerilen gerilme-şekil değiştirme bağıntısı [13].	12
Şekil 2.4	Betonarme eleman kesiti.	14
Şekil 2.5	Etriye miktarının beton gerilme-şekil değiştirme bağıntısına etkisi [13].	15
Şekil 2.6	Betonun iki eksenli gerilmesi için kırılma kriteri.	17
Şekil 2.7	Sabit eksenel basınç altında betonun zamana bağlı tipik sünme eğrisi.	19
Şekil 2.8	Çelik için gerilme-birim uzama eğrisi.	22
Şekil 2.9	Donatı için kabul edilen gerilme-birim uzama bağıntısı [15].	22
Şekil 2.10	Farklı çaptaki çubuklar için aderans-kayma eğrileri.	25
Şekil 2.11	Aderans mukavemetinin beton mukavemeti ile değişimi.	26
Şekil 2.12	Aderans bağlantısı için yay eleman.	27
Şekil 2.13	Aderans için yay eleman.	28
Şekil 2.14	Aderans-kayma eğrisi.	28
Şekil 2.15	Tipik aderans elemanı.	29
Şekil 2.16	Aderans-kayma diyagramı.	29
Şekil 2.17	Aderans gerilmesi-kayma bağıntısı.	30
Şekil 2.18	Düz yüzeyli çubuklar için aderans-kayma bağıntısı.	30
Şekil 2.19	Agrega kenetlenme modeli. (2.26) bağıntısının işaret düzenlemesi.	35
Şekil 2.20	Donatıda kaldıraç etkisi.	36
Şekil 3.1	Betonarme kirişin Sonlu Elemanlar Metodu ile modellenmesi.	44
Şekil 3.2	Üçgen sonlu eleman.	46
Şekil 3.3	Dörtgen sonlu eleman.	51
Şekil 3.4	Tipik kare eleman için sayısal integrasyon noktaları.	57
Şekil 3.5	Çelik çubuk eleman.	62



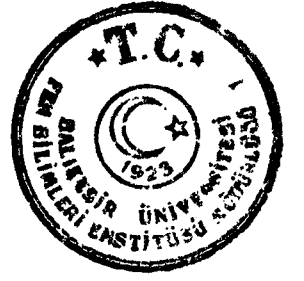
Şekil 3.6	Betonda çatlak oluşumu.	
Şekil 3.7	Düzeltilmiş gerilme-şekil değiştirme eğrisi.	
Şekil 3.8	Dörtgen eleman için fiktif düğüm noktası.	77
Şekil 4.1	Kabul edilen göçme modu.	80
Şekil 4.2	Boşluklu kısmın serbest cisim diyagramı.	84
Şekil 5.1	Düzgün yayılı yük ile yüklenmiş betonarme konsol kiriş [30].	92
Şekil 5.2	Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılan çözümlere ait sonuçlar.	92
Şekil 5.3	Tekil yük ile yüklenmiş B1 Kirişi [9].	92
Şekil 5.4	DeneySEL ve teorik çalışma sonuçlarının karşılaştırılması.	93
Şekil 5.5	Boşluk civarındaki en büyük gerilmeler.	94
Şekil 5.6	Kare boşluklu betonarme kiriş.	95
Şekil 5.7	Dikdörtgen kesitli, boşluklu betonarme kirişlerin yük taşıma kapasiteleri.	96
Şekil 5.8	Tablalı kesitli, boşluklu betonarme kirişlerin yük taşıma kapasiteleri.	97
Şekil 5.9	Büyük boşluklu, basit mesnetli, tablalı betonarme kiriş ve kesiti	100
Şekil 5.10	Boşluk civarında asal gerilme dağılımı.	104
Şekil 5.11	Boşluğun, kirişin yük-deplasman diyagramına etkisi.	105
Şekil 5.12	Tekil yükün boşluk kenarına olan mesafesinin sonuçlara etkisi	106
Şekil 5.13	Tekil yükün boşluk kenarına olan mesafesinin sonuçlara etkisi	106
Şekil 6.1	Büyük boşluklu kirişler için öneriler	108



## ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge Numarası	Adı	Sayfa
Çizelge 2.1	Maksimum $f_c$ gerilmesine karşı gelen elastisite modülü değerleri [12].	10
Çizelge 5.1	Dikdörtgen kesitli büyük boşluklu betonarme kirişlerin yük taşıma kapasiteleri.	101
Çizelge 5.2	Tablalı kesitli büyük boşluklu betonarme kirişlerin yük taşıma kapasiteleri.	102
Çizelge 5.3	Büyük bir boşluğun iki parça halinde yapılmasının sonuçlara etkisi.	103



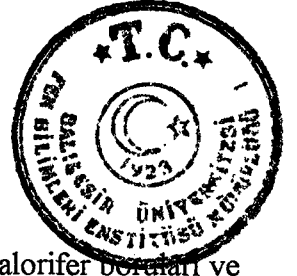


## ÖNSÖZ

Doktora tezi olarak sunulan bu çalışmada, araştırma konusunun ve kapsamının oluşturulmasında yardım, ilgi ve katkılarından dolayı tez danışmanım Sayın Prof.Dr. Şerif SAYLAN'a, çalışmamın başlangıcında Sonlu Elemanlar Metodunun betonarme yapı elemanlarına uygulanması ile ilgili vermiş olduğu temel bilgi ve katkılar için Sayın Prof.Dr. S. Tanvir WASTİ'ye, çalışmalarım sırasındaki katkılarından dolayı Arş. Gör. arkadaşlarıma ve özellikle şekillerin çizilmesindeki katkılarından dolayı Arş. Gör. Altuğ YAVAŞ'a teşekkürlerimi sunarım.

Balıkesir, 1998

Hasan ELÇİ



## 1. GİRİŞ

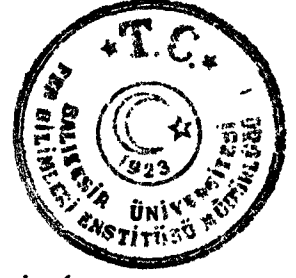
Sihhi tesisat, pis su tesisatı, elektrik ve telefon kabloları, kalorifer boruları ve havalandırma kanalları gibi tesisatın tavandan geçirilişi sırasında kiriş gövdelerinde boşluk bırakılması zorunluluğu, yapı mühendislerinin sık karşılaştığı sorunlardandır. Eğer bu tür tesisatın yapının bütünlüğünü bozmadan, kiriş gövdelerinde boşluklar bırakılarak geçirilmesi sağlanabilirse, tavan yüksekliğinden azami şekilde faydalanılır. Ayrıca bu tür tesisatın kiriş etrafında dolaştırılmasından doğacak maliyet artışı ve akışkan borularındaki yersel yük kayıpları da önenebilir.

Kiriş gövdelerinde boşlukların bırakılması, özellikle tavan yüksekliği az olan çok katlı yapılarda önemlidir. Tek katlı yapılarda ise, tesisat daha çok kat tabanından geçirilmektedir [1].

Kiriş gövdelerinde bırakılan boşlukları boyutlarına göre, küçük ve büyük boşluklar olmak üzere başlıca iki grupta inceleyebiliriz. Eğer boşluğun en büyük boyutu, kiriş toplam yüksekliğinin yarısından daha büyük değilse, bu tür boşluklara küçük boşluklar denir. Boşluğun en büyük boyutunun kiriş toplam yüksekliğinin yarısından fazla olduğu boşluklara ise büyük boşluklar denir.

Küçük boşluk yapılması halinde çok önemli bir problemle karşılaşılmazken, esas sorun kiriş gövdelerinde büyük boşluk veya boşluklar bırakılması durumunda ortaya çıkmaktadır. Bu yüzden gövdesinde büyük boşluk veya boşluklar bulunan betonarme kirişlerin dizaynı daha büyük bir önem kazanmaktadır. Betonarme kirişlerde bu tür boşluklar oluşturulduğunda, kirişin gerek mukavemet ve gerekse rijitlik açısından kaybı olacağından ve ayrıca gerilme yığılmaları meydana gelmesi nedeniyle boşluk civarında fazla çatlaklar oluşacağı için analiz ve dizaynda özel bir dikkat gerekmektedir [2].

Gövdesinde boşluk bulunan bir kiriş için dayanım kontrolü mutlaka yapılmalı ve boşluğun etrafına yeterli miktarda donatı yerleştirilerek, boşluk nedeniyle meydana gelecek rijitlik azalması önlenmeli veya en aza indirilmelidir [3].



## 1.1 Önceki Çalışmalara Genel Bakış

Gövdesinde enine doğrultuda boşluk bulunan betonarme kirişlerin davranış ve mukavemetlerinin daha iyi anlaşılabilmesi için, geçen 20 yıl boyunca bir çok araştırma yapılmıştır. Kısa bir özeti aşağıda verilen bu araştırmaları, teorik ve deneysel araştırmalar olmak üzere iki grupta toplamak mümkündür.

Mansur ve Paramasivam tarafından yapılan çalışmada, gövdesinde küçük dairesel boşluk bulunan betonarme kirişlerin, eğilme ve burulma etkisi altında analitik çözümü için bir yöntem önerilmiştir. Deney sonuçları ile uyum içinde olan bu analitik çözüm yöntemi, kare ve kareye yakın boşluk şekilleri için de aynen uygulanabilmektedir. Ancak bu analitik yöntem, göçme modu tamamen farklı olan büyük dikdörtgen boşluklu betonarme kirişlerin çözümü için uygulanamamaktadır [4].

Gövdesinde küçük dikdörtgen boşluk bulunan veya boşluksuz betonarme kirişlerin eğik eğilme halinde, göçme modunun ve burulma mukavemetinin önceden belirlenmesi amacıyla Hasnat ve Akhtaruzzaman tarafından bir analitik yöntem önerilmiştir. Önerilen mukavemet denklemleri kullanılarak bir burulma-eğilme-kesme karşılıklı etkileşim yüzeyi diyagramı elde edilmiştir. Gövdesinde boşluk bulunan, boyutları sabit 24 adet dikdörtgen betonarme kiriş dört grup halinde ayrılmış ve burulma, eğilme ve kesmenin değişik kombinasyonları altında test edilmiştir. Değişkenler, alt ve üst boyuna donatı oranı, burulma-eğilme oranı ve moment-kesme kuvveti oranı olarak alınmıştır. Elde edilen teorik sonuçlar ile deney sonuçları arasında iyi bir yaklaşım sağlandığı görülmüştür [5].

Mansur, Tan ve Lee tarafından yapılan çalışmada, gövdesinde büyük boşluklar bulunan betonarme kirişlerin göçme modları ile boşluğun alt ve üst başlık elemanları tarafından taşınacak kesme kuvvetleri araştırılmıştır. Üzerinde tekil yük bulunan büyük boşluklu bir betonarme kirişin davranışı incelenmiş, boşluğun boyutlarının, yerinin ve eksantrikliğinin kirişin yük taşıma kapasitesine etkisi araştırılmıştır [3].



Mansur ve diğerleri tarafından yapılan çalışmada, gövdesinde büyük dikdörtgen boşluk bulunan, eğilme momenti ve kesme kuvveti etkisindeki kirişler için bir analitik çözüm yöntemi önerilmiştir. Önerilen çözüm yöntemi ile 12 adet kirişin dizaynı yapılmış ve bu kirişler tekil yük altında teste tabi tutulmuşlardır. Esas değişkenler olarak; boşluğun boyu, yüksekliği, eksantrikliği (dışmerkezliği) ve yeri ile boşluk köşe donatısının miktarı ve yerleşimi alınmıştır. Test sonuçları, önerilen metodun yeterli olduğunu göstermiştir. Yine bu çalışmadan elde edilen sonuca göre, köşe donatısı olarak kullanılan diyagonal çubuklar, çatlak ve deplasmana karşı düşey etriyelerden daha etkilidir [6].

Mansur ve diğerleri tarafından yapılan çalışmada, gövdesinde büyük dikdörtgen boşluklar bulunan betonarme kirişlerin işletme yükleri altındaki davranışı incelenmiş ve bir analitik çözüm yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntemde kiriş, boşluklar nedeniyle, birkaç parçadan oluşan bir yapı elemanı olarak ele alınmış ve bu parçaların eşdeğer rijitlikleri elde edilmiştir. Daha sonra elde edilen bu rijitliklerle, Rijitlik Matrisi Metodu kullanılarak, işletme yükleri altında hesaplanan deplasmanlar ve mesnet reaksiyonları deneysel sonuçlarla karşılaştırılmış ve genelde iyi bir yaklaşım elde edilmiştir [7].

Tan ve Mansur tarafından yapılan çalışmada, gövdelerinde büyük boşluklar bulunan betonarme kirişlerin dizaynı ve komple analizi için bir analitik çözüm yöntemi önerilmiştir. Boşlukların yerleştirilmesine ilişkin genel kuralların verildiği bu çalışma, deney sonuçları ile de desteklenmiştir. Yük taşıma kapasitesi ve sehimler için hem kısa hem de uzun süreli bir kontrol yöntemi sunulmuştur. Boşluk civarında oluşan çatlakların uygun donatı detaylarıyla kontrol edilebilmesi için önerilerde bulunulmuştur [8].

Mansur ve diğerleri tarafından yapılan deneysel çalışmada, her birinin gövdesinde büyük dikdörtgen boşluk bulunan 8 adet betonarme kiriş kullanılmıştır. Kirişler dikdörtgen kesitli olup, hepsi de aynı miktar ve düzende donatıya sahiptir. Bu çalışmada esas değişkenler olarak açıklık sayısı, boşluk boyutu ve boşluğun açıklık boyunca yeri alınmıştır. Deneylerin detaylı sonuçları verilmiştir [9].



Gövdelerinde büyük boşluklar bulunan T kesitli betonarme kirişlerin üst başlıkların başlıklar dizayn yönteminin ilkelerinin bulunmasına katkı sağlamak amacıyla yapılan deneysel çalışmada, 15 adet deney numunesi gövdelerinde büyük boşluklar bırakılarak üretilmiştir. Tüm boşluklar üst başlığa (tabla alt yüzeyine) bitişik olarak üretilmiş olup, esas değişkenler olarak boşluğun yeri ve boyutları alınmıştır. Bu numuneler deneye tabi tutularak, analitik çözüm ilkelerinin belirlenmesi için önemli sonuçlar elde edilmiştir [2].

Pool ve Lopes tarafından fotoelastik yöntemle yapılan çalışmada, gerilme-yığılmalarının en az olduğu boşluk şekli araştırılmıştır. Bunun için, gövdelerinde aynı alana sahip değişik geometrik şekillerdeki boşluklar bulunan polyester kirişler, açıklık ortasından tekil yükü yüklenmişlerdir. Elde edilen sonuçlar Sonlu Elemanlar Metodu ile doğrulanmıştır. Daha sonra, gövdesinde boşluk bulunan 1/1 ölçekli betonarme kirişlerin yük taşıma kapasitelerini belirlemek için, bu kirişlere devirli artan dinamik yükler tatbik edilmiş ve sonuçlar tablo halinde verilmiştir [1].

## 1.2 Amaç ve Kapsam

Betonarme kiriş gövdelerinde boşluk bırakılması oldukça sık karşılaşılan bir durumdur. Bu boşlukların geometrik şekli genellikle dikdörtgen ve daire şeklinde olmaktadır. Bunların tercih nedeni ise, imalatlarının kolay olması ve daire boşluklarda büyük gerilme-yığılmalarının meydana gelmemesidir. Kiriş gövdelerinde enine doğrultuda bırakılan boşluklar, boşluğun boyutlarına, yerine, geometrik şekline ve boşluk civarına yerleştirilen donatının miktar ve yerleştirilme düzenine bağlı olarak kirişin yük taşıma kapasitesini değiştirmektedir.

Bu çalışmada, özellikle büyük boşlukların bırakılması gerektiği hallerde, imalat kolaylığı nedeniyle sıkça kullanılan dikdörtgen boşluklar ele alınmıştır. Küçük boşluklar için Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılan sayısal uygulama sonuçları verilmiştir. Büyük boşluklar için ise, Sonlu Elemanlar Metodu ile birlikte bir analitik çözüm metodu da kullanılmıştır.



Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılan çalışmada, monoton artan yükler altında boşluk civarında meydana gelen gerilme dağılımı ve gerilme yığılmalarının meydana geldiği bölgeler belirlenmiştir. Kirişte göçme meydana gelinceye kadar yük sürekli olarak artırılmış ve kirişin göçme yükü hesaplanmıştır.

Gövdesinde büyük boşluklar bulunan betonarme kirişler için, bundan önce yapılmış olan çalışmalar esas alınarak bir analitik çözüm yöntemi uygulanmıştır. Bunun için, verilen yüklerle boşluklu kirişin boyutlandırılması yapılmış ve donatısı hesaplanarak yerleştirilmiştir. Daha sonra bu kirişin Sonlu Elemanlar Metodu ile göçme yükü hesaplanmıştır. Göçme yükü ile verilen yükler karşılaştırılarak analitik çözüm sonuçları değerlendirilmiştir.

Sonlu Elemanlar Metodu ile monoton artan yükler altında statik çözüm yapılmıştır. Malzemenin lineer olmayan davranışı nedeniyle, her hesap adımında eleman rijitlik matrisleri ve sistem rijitlik matrisi yeniden kurulmuş ve buna göre çözüm yapılmıştır. Betonda zamana bağlı sünme etkileri de göz önüne alınmıştır. Aderansın yay bağlantı elemanları ile göz önüne alındığı çalışmada ikinci mertebe etkiler ihmal edilmiştir.



## 2. BETONARME MALZEMENİN DAVRANIŞI VE MODELLENMESİ

Bir sürekli ortam mekaniği probleminin çözümünde izlenecek yol, üç aşamada özetlenebilir.

1.) Denge koşulunun sağlanması.

2.) Uygunluk koşullarının sağlanması.

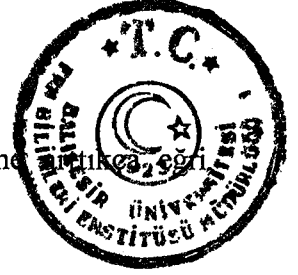
3.) Malzeme veya malzemeler için gerilme-birim deformasyon ilişkilerinin belirlenmesi.

İlk iki aşama malzeme davranışından bağımsız olduğundan, malzeme özellikleri ancak üçüncü aşamada dikkate alınır. Çözüm, malzeme davranışı ne kadar gerçekçi modellenirse o kadar doğru olacağından, malzeme gerilme-birim deformasyon özellikleri büyük önem taşır [10].

Bu çalışmada beton için, lineer olmayan ve gerilmeye bağlı ortotrop bir bünye denklemi kabul edilmiş; donatı, çubuk ve düzlem elemanlar ile, aderans da yay elemanlar ile hesaba katılmıştır. Artan yükler altında betonun çatlaması, aderans sıyrılması, donatının akması ve betonun ezilmesi göz önüne alınmıştır.

### 2.1 Beton İçin Kabul Edilen Bünye Denklemi

Tek eksenli basınç altında betonun davranışı literatürde çok sayıda deney ile incelenmiştir. Betonun gerilme-birim deformasyon eğrisi lineer olmayıp birçok değişkene bağlıdır. Bunlar arasında çimento ve agrega türleri, beton karışımı, deney elemanın şekli ve boyutu, kür yöntemi, deneydeki yükleme hızı, sargılı olup olmama durumu ve betonun yaşı sayılabilir. Bu değişkenlerin etkilerinden dolayı beton için tek ve kesin bir gerilme-birim deformasyon ( $f$ - $\epsilon$ ) eğrisi tanımlamak imkansızdır. Ancak,  $f_c$  en büyük beton basınç gerilmesi olmak üzere,  $f < f_c/3$  gibi düşük gerilmelerde

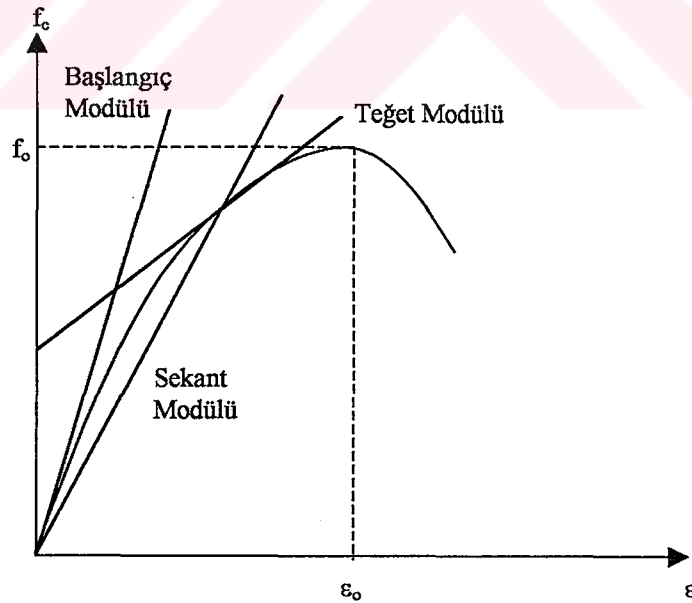


yaklaşık olarak doğrusal bir  $f$ - $\epsilon$  eğrisi kabul edilebilir. Gerilme  $f$ - $\epsilon$  eğrisi doğrusal olmaktan çıkmakta ve bir parabol halini almaktadır.

Doğrusal olmayan bir davranış gösteren betonun elastisite modülü,  $f$ - $\epsilon$  eğrisinin eğimine eşit olduğuna göre, gerilme mertebesine göre değişecektir. Literatürde betonun elastisite modülü için yapılan çeşitli tanımlardan üç tanesi aşağıda verilmiştir. Söz konusu elastisite modülleri Şekil 2.1'de,  $f$ - $\epsilon$  eğrisi üzerinde gösterilmiştir.

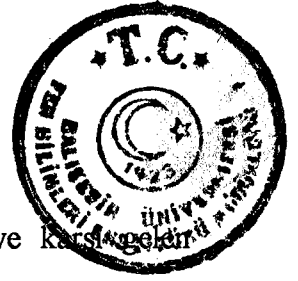
**Başlangıç Elastisite Modülü :**  $f$ - $\epsilon$  eğrisinin başlangıç noktasına çizilen teğetin eğimi olarak tanımlanır. Bu, bazı yayınlarda dinamik modül olarak da adlandırılır. Beton çok düşük gerilmelere maruz ise, başlangıç modülü kullanılarak gerçekçi sonuçlar alınabilir.

**Teğet Modülü :**  $f$ - $\epsilon$  eğrisine herhangi bir noktada çizilen teğetin eğimidir. Pratikte bu teğet, yaklaşık olarak  $0.4f_c$  gerilmesi temel alınarak çizilir.



Şekil 2.1 Beton için tanımlanmış elastisite modülleri.





**Sekant Modülü** : Orijinden, eğride herhangi bir gerilmeye karşılık gelen noktaya çizilen doğrunun eğimi olarak tanımlanır. Betonun, emniyet gerilmelerine yakın gerilmelere maruz olduğu durumlarda bu modül iyi sonuçlar verir. Genelde sekant modülü  $0.5f_c$  gerilmesine göre hesaplanır [10,11].

Gerilme-birim deformasyon için çok sayıda eğriler mevcuttur. Saenz, Kent ve Park, Hognestad yanında Voellmy ile Smith ve Young eğrileri bulunmaktadır. Kent ve Park'ın eğrisi, beton birim kısalması  $\epsilon_c=0.002$ 'ye ulaşana dek parabol, daha sonra düşen bir çizgiden ibarettir. Saenz'in eğrisi ise, karışık bir kübik ifadedir; ancak her noktada sürekliliği sağlamaktadır. Bunların dışında, Viwathanatepa, Popov ve Bertero tarafından gerçekleştirilen deneylerden bir gerilme-birim deformasyon eğrisi elde edilebilir. Ramadan, bu deney sonuçlarına uyan kübik bir polinom ifadesini hesaplamıştır [10-14].

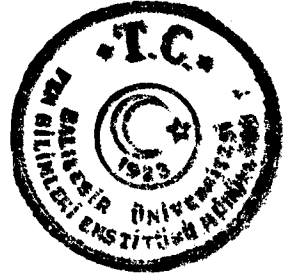
Saenz, tek eksenli basınç gerilmesi altındaki beton için, her noktada sürekliliğin sağlandığı bir fonksiyon önermiştir. Buna göre, betonun şekil değiştirmeye bağlı gerilme ifadesi aşağıdaki şekilde yazılabilir [12].

$$f_c = \frac{E\epsilon}{1 + (R + R_E - 2)\frac{\epsilon}{\epsilon_0} - (2R - 1)\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^2 + R\left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0}\right)^3} \quad (2.1)$$

Burada;

$$R = \frac{R_E(R_f - 1)}{(R_e - 1)^2} - \frac{1}{R_e}$$

$$R_E = \frac{E}{E_s} \quad ; \text{ modüler oran}$$



$$R_f = \frac{f_o}{f_f} \quad ; \text{ gerilme oranı}$$

$$R_e = \frac{\varepsilon_f}{\varepsilon_o} \quad ; \text{ şekil değiştirme oranı}$$

olarak verilmiştir. Bağıntılardaki semboller ise;

- $f_c$  :  $\varepsilon$  şekil değiştirmesine karşı gelen beton basınç gerilmesi,  
 $f_o$  : en büyük beton basınç gerilmesi,  
 $\varepsilon_o$  :  $f_o$ 'a karşı gelen şekil değiştirme,  
 $E$  : betonun başlangıç elastisite modülü,  
 $E_s$  :  $f_o$ 'a karşı gelen sekant modülü =  $f_o/\varepsilon_o$ ,  
 $\varepsilon_f$  : betonun göçme gerilmesi  $f_f$ 'ye karşı gelen şekil değiştirme

şeklinde tanımlanmıştır.

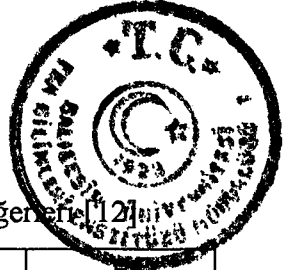
Saenz,  $\varepsilon_o$  ve  $E$ 'nin hesabı için aşağıdaki bağıntıların kullanılmasını önermiştir.

$$\varepsilon_o = 1.20416 \times 10^{-4} \sqrt[4]{f_o} (9.077548 - \sqrt[4]{f_o}) \quad f_o : \text{MPa} \quad (2.2)$$

$$E = \frac{10^5 \sqrt{f_o}}{\sqrt{145 + 0.87 \sqrt{f_o}}} \quad f_o : \text{MPa} \quad (2.3)$$

Saenz,  $\varepsilon_f$  ve  $f_f$ 'nin çeşitli değerlerini kullanarak, verilen bağıntılarla, her tür beton için aşağıdaki çizelgeyi elde etmiştir (bkz. Çizelge 2.1).

Saenz tarafından önerilen bu gerilme-şekil değiştirme bağıntısının deneysel sonuçlarla uyum içinde olduğu gösterilmiştir.



Çizelge 2.1 Maksimum  $f_o$  gerilmesine karşı gelen elastisite modülü değerleri [12]

$f_o$ MPa	$\epsilon_f$	$f_f$ MPa	$\epsilon_o$	$E_s$ MPa	$E$ MPa
8.793	0.0035	7.310	0.00153	5 766	20 276
20.724	0.0030	18.621	0.00178	11 586	28 483
30.621	0.0025	28.897	0.00191	16 069	32 828
49.517	0.0025	46.897	0.00205	24 138	38 759

(2.1) bağıntısının  $\epsilon$ 'a göre birinci türevini aldığımızda, tek eksenli basınç altındaki betonun  $\epsilon$  şekil değiştirmesine karşı gelen elastisite modülü;

$$E_t = \frac{df_c}{d\epsilon} = \frac{E \left[ 1 + C_1 \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right)^2 - 2C_2 \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right)^3 \right]}{\left[ 1 + C_3 \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right) - C_1 \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right)^2 + C_2 \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right)^3 \right]^2} \quad (2.4)$$

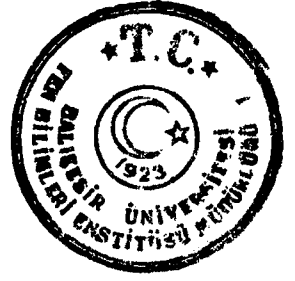
olarak hesaplanır. Burada;

$$\begin{aligned} C_1 & : 2R-1 \\ C_2 & : R \\ C_3 & : R+R_g-2 \end{aligned}$$

olarak tanımlanmıştır.

Tek eksenli çekmeye maruz beton için, basınçtaki başlangıç tanjant modülü sabit olarak alınabilir [12].

Bir karşılaştırma yapmak için, Viwathanatepa, Popov ve Bertero tarafından aşağıda verilen değerlerle 3. dereceden bir polinom çıkarılmıştır [14].



$$\varepsilon_o=0.0026$$

$$f_o=30.83 \text{ MPa}$$

$$E_c=22\ 890 \text{ MPa}$$

Burada ;

$\varepsilon_o$  :maksimum beton basınç mukavemeti  $f_o$ 'a karşı gelen şekil değiştirme,

$E_c$  :betonun başlangıç elastisite modülüdür.

Buna göre matematik ifade;

$$f_c=2.365 \times 10^4 \varepsilon_c - 5.977 \times 10^6 \varepsilon_c^2 + 5.458 \times 10^8 \varepsilon_c^3 \quad (f_c : \text{MPa}) \quad (2.5)$$

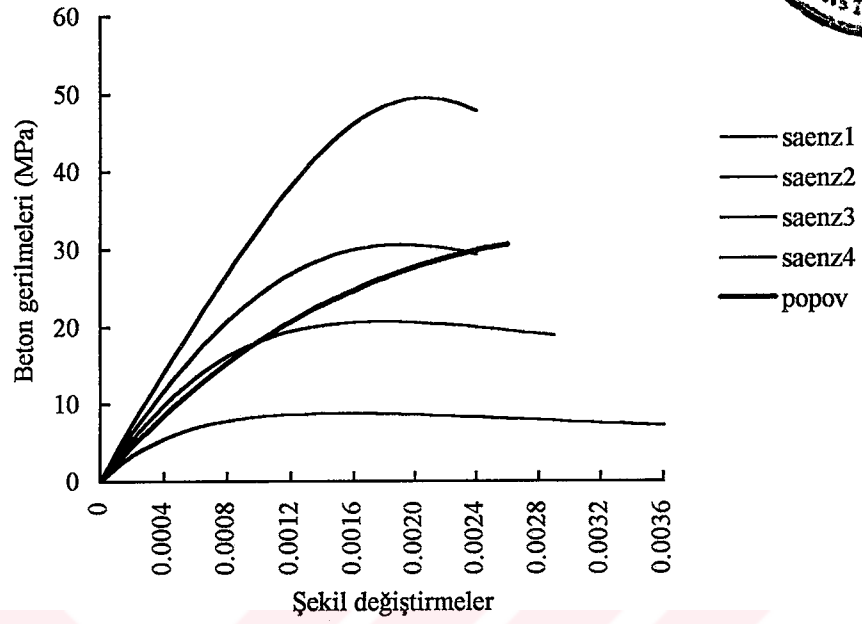
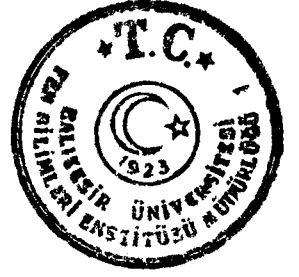
olarak verilmiştir. Bu fonksiyona ve Saenz tarafından önerilen fonksiyona göre çizilen beton gerilme-şekil değiştirme eğrileri Şekil 2.2 'de verilmiştir.

Mevcut deneysel sonuçlardan yararlanarak, Kent ve Park tarafından tek eksenli basınç altındaki sargılı ve sargısız betonlar için Şekil 2.3'te verilen gerilme-şekil değiştirme diyagramı önerilmiştir [13].

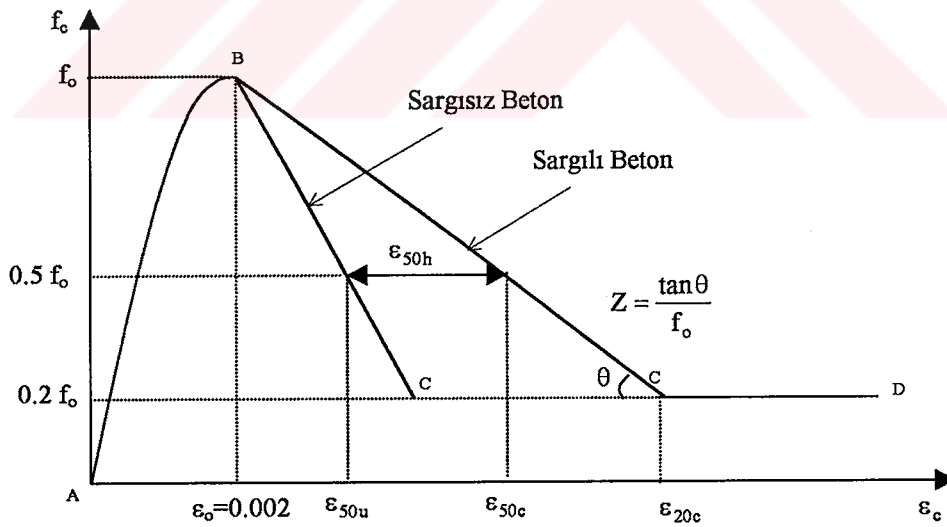
Kent ve Park tarafından önerilen diyagramda gösterilen AB bölgesi 2. dereceden bir paraboldür. Sargılı ve sargısız her iki tür beton için de geçerli olan bu bölge, betonun maksimum basınç mukavemeti olan  $f_o$ 'da son bulur. Maksimum mukavemete karşı gelen şekil değiştirme,  $\varepsilon_o=0.002$  olarak alınmıştır. Bu bölge için kabul edilen bağıntı;

$$f_c = f_o \left[ \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_o} - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] \quad (2.6)$$

şeklindedir. Burada;  $\varepsilon_o=0.002$ 'dir.



Şekil 2.2 Beton için gerilme-şekil değiştirme bağıntıları [12,14].



Şekil 2.3 Sargılı ve sargısız beton için önerilen gerilme-şekil değiştirme bağıntısı [13].



BC bölgesi, eğrinin azalma kısmı olup iki doğrudan oluşur. Sargısız halle karşılık gelen BC doğrusunda kısa süreli yüklerde,  $0.5f_o$  gerilmesi için şekil değiştirme,

$$\epsilon_{50u} = \frac{0.0207 + 0.002f_o}{f_o - 6.897} \quad (f_o : \text{MPa}) \quad (2.7)$$

olarak hesaplanır.

Yine  $0.5f_o$  gerilmesine karşı, sargılı ve sargısız haller arasındaki şekil değiştirme farkı ise,

$$\epsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho'' \sqrt{\frac{b''}{s}} \quad (2.8)$$

bağıntısından hesaplanabilir. Burada  $\rho''$ , etriye hacminin, etriye dış yüzünden itibaren beton örtüsünün hacmine oranı olup,

$$\rho'' = \frac{2(b'' + d'')A_s''}{b''d''s} \quad (2.9)$$

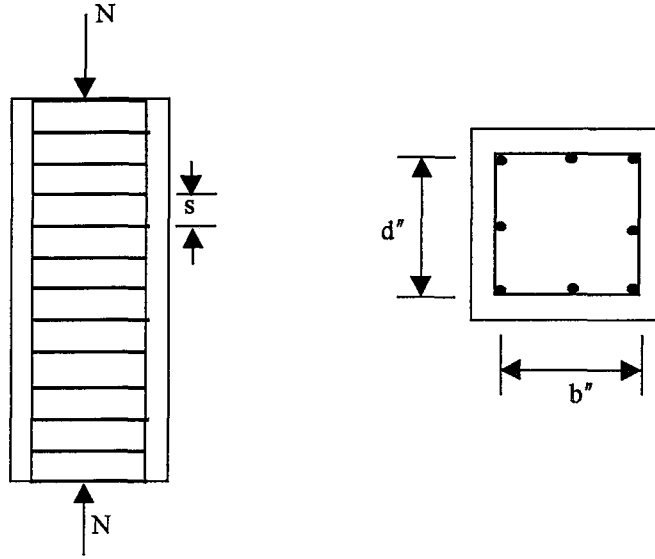
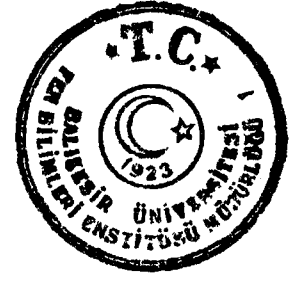
olarak hesaplanır. Burada;  $A_s''$  etriyenin enkesit alanı,  $s$  ise etriye aralığıdır (Şekil 2.4).

Bütün bu açıklamalardan sonra Şekil 2.3'teki BC bölgesi için,

$$f_c = f_o [1 - Z(\epsilon_c - \epsilon_o)] \quad (2.10)$$

bağıntısı yazılabilir. (2.10) bağıntısındaki  $Z$  değeri;

$$Z = \frac{0.5}{\epsilon_{50h} + \epsilon_{50u} - \epsilon_o} \quad (2.11)$$



Şekil 2.4 Betonarme eleman kesiti.

olarak hesaplanır. Sargısız durumda  $\rho''$  ve  $\varepsilon_{50h}$  sifira eşit olacağından ifade daha da basitleşecektir.

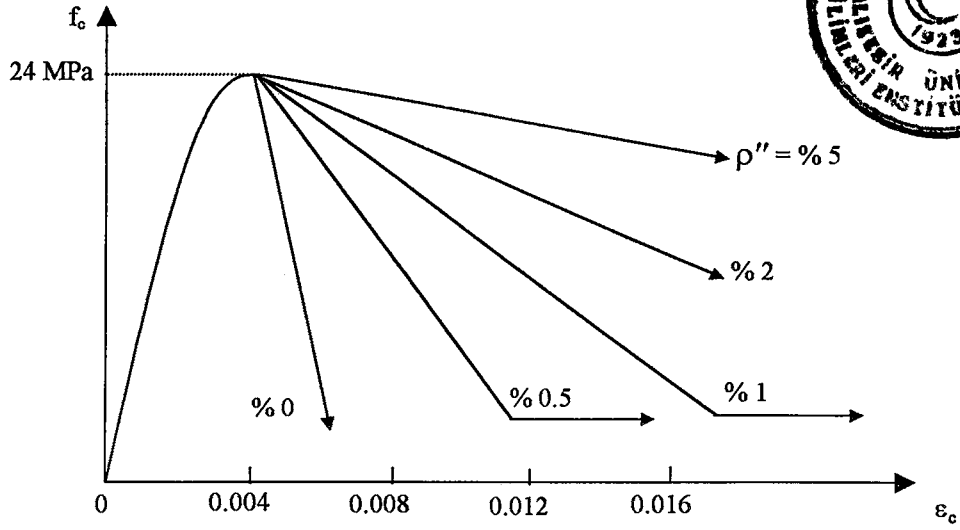
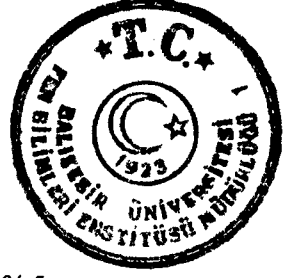
CD bölgesi ise yatay bir doğrudan oluşur ve C noktasından sonsuza kadar betonun  $0.2f_c$  gerilmesini taşıyabileceğini ifade eder.

AB bölgesinde  $\varepsilon_c$  şekil değiştirmesine karşı gelen tanjant modülü (2.6) bağıntısının  $\varepsilon_c$ 'ye göre birinci türevinin alınmasıyla elde edilir.

$$E_t = \frac{df_c}{d\varepsilon_c} = 1000f_o \left[ 1 - \frac{\varepsilon_c}{0.002} \right] \quad (2.12)$$

BC bölgesinde Z'ye eşit olan tanjant modülü CD bölgesinde ise sıfır olacaktır.

Etriyelerin beton mukavemetine etkisini göstermek için, standart silindir basınç mukavemeti 24 MPa,  $b''/s=1.0$  olarak verilen beton için değişik etriye miktarlarına göre, betonun gerilme şekil-değiştirme bağıntısı elde edilmiştir (Şekil 2.5) [13].



Şekil 2.5 Etriye miktarının beton gerilme-şekil değiştirme bağıntısına etkisi [13].

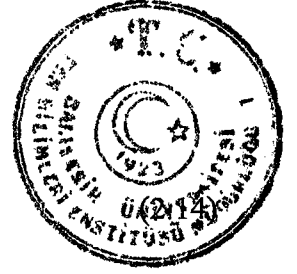
Hognestad tarafından önerilen ve yaygın olarak kullanılan modelde,  $f_c$ - $\epsilon_c$  eğrisinin tepe noktasına kadar olan parçası ikinci derece bir parabol, düşüş parçası ise, doğrusal olarak kabul edilmiştir. Maksimum gerilme genelde beton silindirik mukavemetinin %85'i olarak alınır ( $f_o=0.85f_{ck}$ ). Maksimum gerilmeye karşılık gelen birim kısalma,  $\epsilon_o=2f_o/E_c$  olarak verilmişse de, genelde  $\epsilon_o=0.002$  kabul edilebilir. Modeldeki beton elastisite modülü  $E_c$  için Hognestad tarafından aşağıdaki bağıntı önerilmiştir [10].

$$E_c = \text{tg}\alpha = 12680 + 460f_o \quad (E_c, f_o = \text{MPa}) \quad (2.13)$$

Hognestad modelinde maksimum birim kısalma 0.0038 ile sınırlandırıldığından, sarılmış beton için uygun değildir.

Deney sonuçları ile en iyi uyumu sağlayabilmek için önerilen bağıntılardan birisi de Voellmy bağıntısıdır.  $\epsilon < \epsilon_o$  için geçerli olan bu bağıntı;





$$f_c = f_o \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \left( 2 - \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right)$$

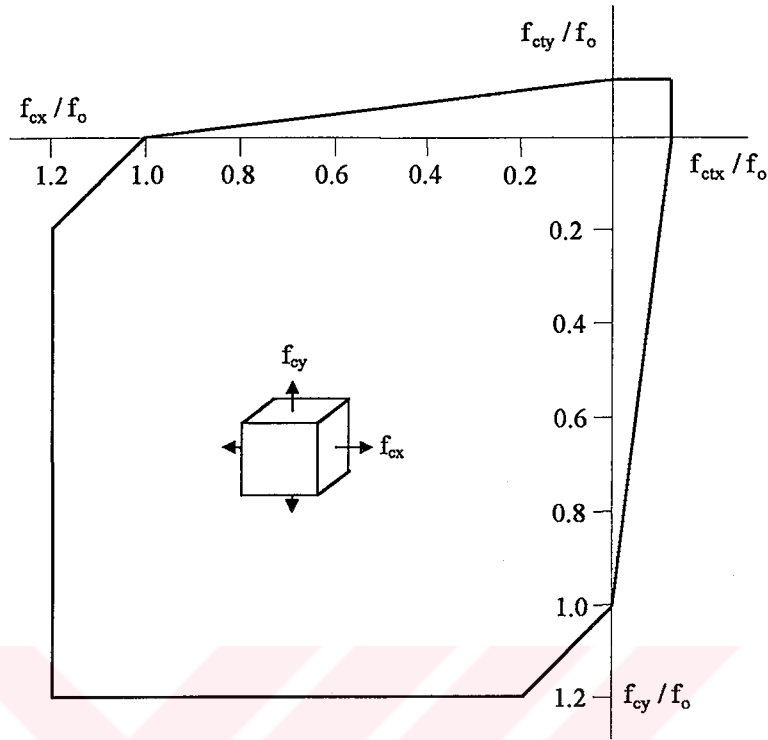
olarak verilmiştir. Deney sonuçları ile daha iyi uyum sağlayan Smith ve Young tarafından önerilen bağıntı;

$$f_c = f_o \frac{\epsilon}{\epsilon_o} e^{\left( 1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_o} \right)} \quad (2.15)$$

olarak ifade edilmiştir [11].

Münih Teknik Üniversitesi'nde Prof. H. Rüş ve arkadaşları tarafından gerçekleştirilen deneysel çalışmadan elde edilen sonuçlardan yararlanarak, Şekil 2.6'da gösterilen zarf eğrisi elde edilmiştir. Bu zarf eğrisi betonun iki eksenli gerilmesi için kırılma kriteri olarak kullanılmaktadır. Şekilden görüleceği gibi, her iki yöndeki gerilmelerin çekme olduğu durumda, betonun çekme mukavemeti tek eksenli çekme mukavemetinden farklı değildir. Birbirine dik yönlerde çekme ve basınç gerilmelerinin olduğu durumlarda ise mukavemet, tek eksenli çekme dayanımına oranla daha küçüktür. Her iki yönde basınç gerilmelerinin bulunduğu durumdaki mukavemet, tek yönlü basınca oranla daha yüksektir (en fazla %27). İki yöndeki basınç gerilmelerinin eşit olduğu durumda,  $\sigma_1 = \sigma_2$ , iki eksenli gerilme nedeniyle mukavemetteki artış %16 dolaylarındadır. Ancak, mevcut sonlu eleman betonarme bilgisayar programlarının çoğunda düzlemsel gerilme durumu kabul edildiği halde, alınan beton mukavemetinin değeri tek eksenli basınç değeridir [10,15,16].

Betonun poisson oranı gerilme düzeyine göre değişir. ODTÜ Yapı Mekaniği Laboratuvarı'nda yapılan deneylerde bu oranın gerilme düzeyi arttıkça büyüdüğü gözlenmiştir. Çok düşük ve çok yüksek gerilmeler bir tarafa bırakılırsa,  $f_c/f_o = 0.3-0.7$  arasındaki gerilme düzeyinde poisson oranı 0.15-0.25 dolaylarındadır. TS 500, poisson oranı için 0.20 değerini önermektedir [10,17].



Şekil 2.6 Betonun iki eksenli gerilmesi için kırılma kriteri.

TS 500'de normal ağırlıktaki betonlar için j günlük betonun elastisite modülü;

$$E_{cj} = 3250\sqrt{f_{ckj}} + 14000 \quad (\text{MPa}) \quad (2.16)$$

bağıntısından hesaplanabilir. Bağıntıdaki  $f_{ckj}$ , j günlük betonun karakteristik silindir basınç dayanımıdır.

Yine TS 500'e göre betonun kayma modülü elastisite modülünün bir fonksiyonudur. j günlük betonun kayma modülü;

$$G_{cj} = 0.40E_{cj} \quad (2.17)$$

bağıntısından hesaplanabilir [17].



Betonun ani deformasyonları dışında, zamana bağlı olan iki tür deformasyonu vardır. Bunlar rötre ve sünmedir.

Beton priz yaptıktan sonra, çimentoyla kimyasal reaksiyona girmemiş suyun buharlaşması nedeniyle, nemini kaybederse büzülür. Dış yüklerden bağımsız olan bu olaya rötre (büzülme) denir. Beton, döküldükten sonra nemli ortamda tutulursa rötre azalır, kuru ortamda artar; ince malzemenin fazlalığı rötreyi artırır. Betonun işlenmesini kolaylaştırmak için fazla su katılması yine rötreyi arttıran bir etkidir. Atmosferle temas yüzeyi büyük olan bir elemanın -örneğin döşemelerin- rötre deformasyonu diğerlerine oranla büyük olur.

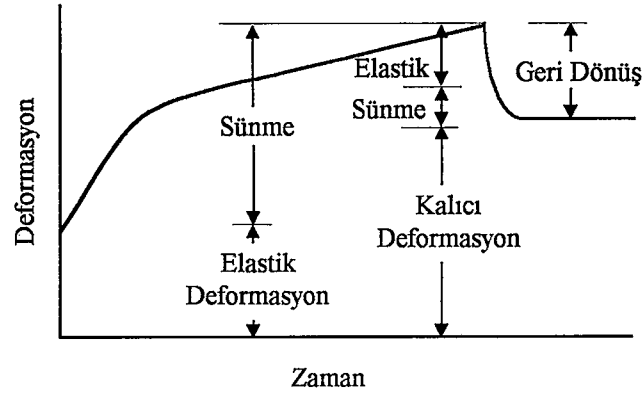
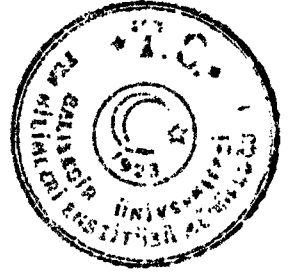
Rötrenin önemli bir özelliği de hemen bütünüyle geri dönüşebilen bir etki olmasıdır. Kuru ortamda büzülmesi sağlanmış bir deney elemanı suda bırakılırsa yine şişer ve başlangıçtaki duruma gelir [18].

Sünme, malzemenin elastik sınırın altında gerilme meydana getiren yüklerden dolayı, zamana bağlı deformasyonudur. Sünme deformasyonu zamanla oran olarak azalır, miktar olarak artar. Toplam sünme deformasyonu başlangıçtaki elastik deformasyonun birkaç katına ulaşır. Rötreyi etkileyen faktörler sünme için de geçerlidir. Ek olarak, betonun yüklenme yaşı önemlidir. Beton taze iken yüklenirse sünme etkisi artar.

Yüklemenin boşaltılması halinde elastik deformasyonların hemen geri döndüğü, sünme deformasyonlarının kısmen geri dönmesinin ise zaman içinde meydana geldiği Şekil 2.7'de gösterilmiştir [18-21].

Şekil 2.7'de görüldüğü gibi sünmenin, beton elemanın deformasyonları üzerinde çok büyük etkisi vardır. Bu yüzden hesaplamalar sırasında sünme etkisi mutlaka hesaba katılmalıdır.

Bazant, betonun zamana bağlı sünme etkilerini de göz önüne alarak, (2.18) bağıntısında verilen efektif elastisite modülünü tanımlamıştır [22].



Şekil 2.7 Sabit aksenal basınç altında betonun zamana bağlı tipik sünme eğrisi.

$$E_{ce}(t, t_0) = \frac{E(t_0)}{1 + \chi(t, t_0)\phi(t, t_0)} \quad (2.18)$$

Burada;

$E_{ce}(t, t_0)$ : betonun efektif elastisite modülü,

$E(t_0)$  : betonun başlangıç elastisite modülü,

$\chi(t, t_0)$  : betonun yaş katsayısı ( $\chi=0.8$  alınabilir [23]).

$\phi(t, t_0)$  : sünme katsayısı,

$t$  : betonun yaşı (gün),

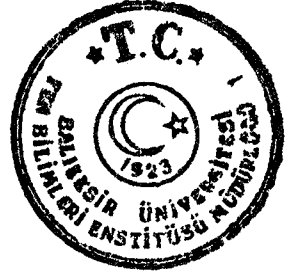
$t_0$  : yüklemenin başlamasından itibaren geçen süre, yüklenme yaşı (gün)

olarak tanımlanmıştır.

Sünme katsayısının hesabı için çeşitli ampirik bağıntılar verilmiştir. Bazant, sünme katsayısının,

$$\phi(t, t_0) = \frac{\phi_u(t_0)(t - t_0)^{0.6}}{10 + (t - t_0)^{0.6}} \quad (2.19)$$

olarak hesaplanmasını önermektedir [22].



Burada;  $\phi_u(t_0)$ ,  $\phi$  katsayısının maksimum değeri olup,

$$\phi_u(t_0) = \phi(\infty, 7) 1.25 t_0^{-0.118} \quad (2.20)$$

bağıntısından hesaplanır.  $\phi_u(t_0)$  değeri yaklaşık olarak 2.5 alınabilir. Bu durumda sünme katsayısı  $\phi(t, t_0)$ , zamana bağlı olarak, yaşı 100 günden 10000 güne kadar olan betonlar için, 1.5-2.5 arasında bir değerdir. 20-30 yıllık bir beton için sünme katsayısı 2.4 olarak alınabilir [22].

Gardner ve Zhao, sünme katsayısının hesabı için aşağıdaki bağıntıyı önermektedir [24].

$$\phi(t, t_0) = \left[ \frac{7.27 + \ln(t - t_0)}{17.18} \right] \left[ 1.57 + 2.98 \left( \frac{f'_{cm28}}{f'_{cmto}} \right) \left( \frac{25}{f'_{cm28}} \right)^{1/2} (1 - h^2) \left( \frac{t - t_0}{t - t_0 + 0.1(V/S)^2} \right) \right] \quad (2.21)$$

Burada;

$f'_{cm28}$  : 28 günlük betonun basınç mukavemeti (MPa),

$f'_{cmto}$  : yüklemenin başlangıcında betonun basınç mukavemeti (MPa),

$h$  : nem oranı,

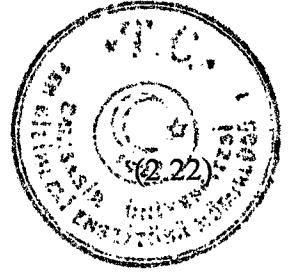
$V/S$  : hacim/yüzey oranı (mm),

$t$  : betonun yaşı (gün),

$t_0$  : yüklemenin başlamasından itibaren geçen süre (gün)

olarak tanımlanmıştır.

Yaygın olarak kullanılan metot ise ACI Komisyonu tarafından verilen metottur. Buna göre, sünme deformasyonunun elastik deformasyona oranı olarak verilen betonun sünme katsayısı  $C_s$ , çeşitli değişkenlerin fonksiyonu olarak aşağıdaki bağıntı ile verilmiştir [21].



$$C_t = C_u K_t K_a K_u K_{th} K_s K_f K_e$$

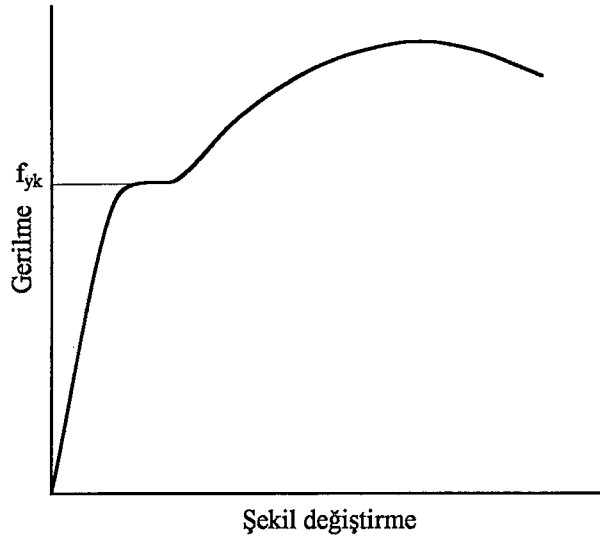
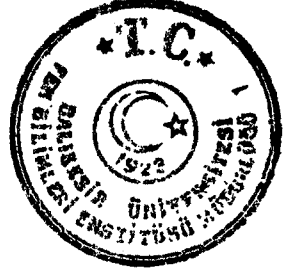
Bu bağıntıda verilen;

- $C_u$  : malzeme sünme katsayısı,  
 $K_t$  : yükleme zamanı katsayısı,  
 $K_a$  : yükleme anında betonun yaş katsayısı,  
 $K_u$  : rölatif nem oranı katsayısı,  
 $K_{th}$  : minimum kalınlık katsayısı,  
 $K_s$  : beton kıvam katsayısı,  
 $K_f$  : karışımdaki ince malzeme oranı katsayısı ve  
 $K_e$  : karışımdaki hava boşluğu oranı katsayısıdır.

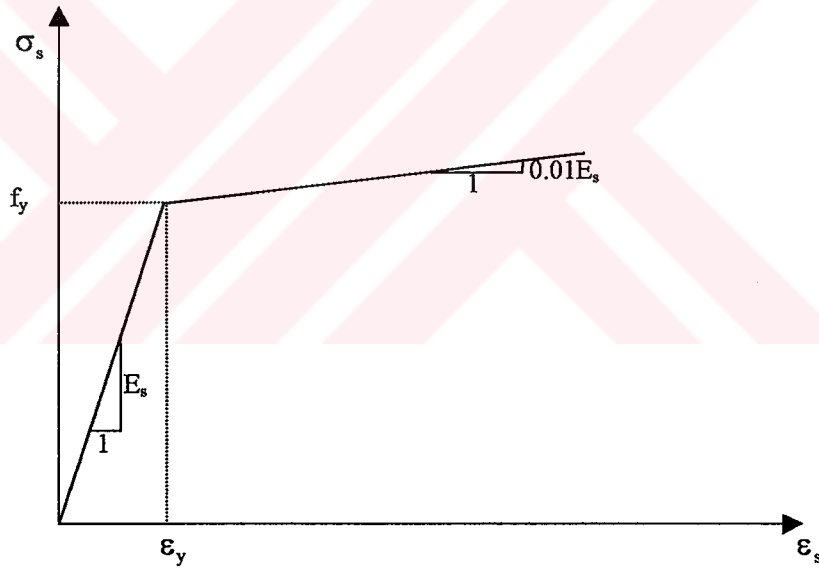
## 2.2 Donatı İçin Kabul Edilen Bünye Denklemi

Çelik, çekme ve basınç altında benzer özellikler gösteren bir malzemedir. Çeliğin gerilme-birim deformasyon özellikleri, genellikle çekme deneyinden elde edilir. Şekil 2.8’de doğal sertlikteki çelik için deneysel olarak elde edilmiş tipik bir gerilme-birim uzama eğrisi gösterilmiştir. Şekilde görüleceği gibi doğal sertlikteki çeliklerde bir akma sınırı vardır. Çeliğin akma sınırındaki gerilmesi, “akma gerilmesi” veya “akma dayanımı” olarak adlandırılır ve genellikle mühendislik hesaplarında bu dayanım temel alınır. Bu sınıra ulaşıncaya kadar gerilme ve birim uzama arasındaki ilişki lineerdir. Akma sınırına ulaştıktan sonra gerilme sabit kalırken, birim uzama artar. f-e eğrisinin akma sınırından sonraki bu düz bölümü, “akma sahanlığı” olarak adlandırılır. Akma sahanlığını bir “pekleşme bölgesi” izler. Pekişme sınırına ulaşıldığında, gerilme tekrar artmaya başlar ve belirli bir gerilmeye ulaşıldığında, numunenin bir noktasındaki kesit küçülmeye başlar ve numune bu noktadan kopar [10,25].

Çalışmada, tek boyutlu çubuk elemanlar veya düzlem elemanlar olarak modellenebilen çelik donatı için hem çekme, hem de basınç halinde geçerli olmak



Şekil 2.8 Çelik için gerilme-birim uzama eğrisi.



Şekil 2.9 Donatı için kabul edilen gerilme-birim uzama bağıntısı [15].

üzere ideal elasto-plastik davranış kabul edilmiştir. Ancak, sayısal hesaplar sırasında karşılaşılan güçlükleri önlemek üzere bilgisayar programında, akmanın başlamasından sonraki kısım küçük bir eğimle yükselen doğru şekilde kabul edilmiştir (Şekil 2.9).

Donatının çelik çubuk olarak modellenmesi halinde, bu çubukların kendi eksenlerine dik doğrultuda taşıdıkları kuvvetler ihmal edilmiştir.



Donatı çeliğinin elastisite modülü  $2 \times 10^5$  MPa olarak alınmıştır. Donatının düzlem eleman olarak modellenmesi halinde poisson oranı  $\nu=0.3$  olarak alınmıştır.

### 2.3 Aderans ve Aderansın Modellenmesi

Beton ve çelik çubuklardan oluşan bir yapı elemanının betonarme olarak davranabilmesi için çubukların betona kenetlenmesi gerekir. Kenetlenmeyi sağlayan, çelik çubukla beton arasındaki kayma gerilmelerine aderans denir. Donatı ve beton arasında var olan bu bağ kuvvetleri nedeniyle, donatıdaki gerilme moment değişimine paralel olarak değişir, büzülme ve sünme gibi betona özgü deformasyonlar donatıyı da etkiler. Aderansın iki türünden söz edilebilir. Beton bir blok içindeki çubukların çıkarılması sırasında meydana gelen aderans, ankraj aderansıdır. Betonarme elemanlarda beton ve çelik çubuğun birlikte çalışmasını sağlayan ve çatlama durumunu belirleyen aderansa ise, iç aderans denir.

Aderans olarak adlandırılan beton ve donatı arasındaki bağın, üç temel nedene dayandığı kabul edilmektedir.

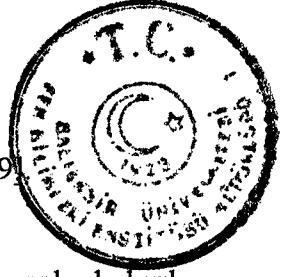
a.) Çelik ve beton arasında “yapışma” olarak nitelenebilecek moleküler ve kapiler bağ kuvvetleri.

b.) Beton ve çelik çubuk arasında oluşan sürtünme kuvvetleri.

c.) Donatı çubuğu ve beton arasındaki mekanik dış kuvvetleri.

Düz yüzeyli çubuklarda aderans ilk iki nedene, yani yapışma ve sürtünmeye dayanmaktadır. Nervürlü çubukların aderansında ise ilk iki nedenin etkisi ihmal edilebilecek kadar azdır. Bu tür çubukların aderansı, çubuk üzerindeki çıkıntılarının betona yaslanması ile sağlanmaktadır. Bu yaslanmadan oluşan kuvvetlere mekanik dış kuvvetleri denmektedir [10,25].





Aderans dayanımını etkileyen başlıca faktörler şunlardır [10,19]

a.) Betonun mukavemeti. Nervürlü çubuklarla donatılmış elemanlarda kırılma, yarılma ile olacağından, çekme dayanımı özellikle önemlidir.

b.) Çeliğin akma dayanımı kenetlenme boyunca aderans gerilmesi dağılımını etkileyeceğinden, önemlidir.

c.) Çubuğun yüzey geometrisi (nervürlü veya nervürsüz olması).

d.) Donatı çapı. Çap değiştikçe, kenetlenmeyi sağlayan çevrenin, uygulanan kuvveti etkileyen alana oranı değişmektedir. Ayrıca, yarılma kırılmasında betonda oluşan çekme gerilmeleri de çapla orantılı olmaktadır.

e.) Aderans kenetlenme boyu ile değişir. Ancak aderans mukavemeti, kenetlenme boyu ile orantılı değildir. Yani kenetlenme boyunun iki katına çıkarılması, aderans mukavemetinin iki kat arttığı anlamına gelmez.

f.) Özellikle nervürlü çubukla donatılmış elemanlar için, donatı etrafındaki beton örtüsü kalınlığı (paspayı).

g.) Betonarme çubuğunun betonlama sırasındaki konumu. Betonlama sırasında üst yüzeye yakın çubukların altında biriken hava kabarcıkları bu çubukların aderansını zayıflatır.

h.) Yerel gerilmeler de aderansı etkileyebilir. Örneğin, mesnetin uyguladığı yerel basınç gerilmesi, özellikle nervürlü donatı kullanılan durumlarda yarılmayı geciktirebilir.

i.) Sargı donatısı. Sargı donatısı özellikle nervürlü donatı kullanıldığında etkilidir. Sargı donatısı beton kütleyle sararak, yarılmaya karşı mukavemeti önemli ölçüde artırabilir.

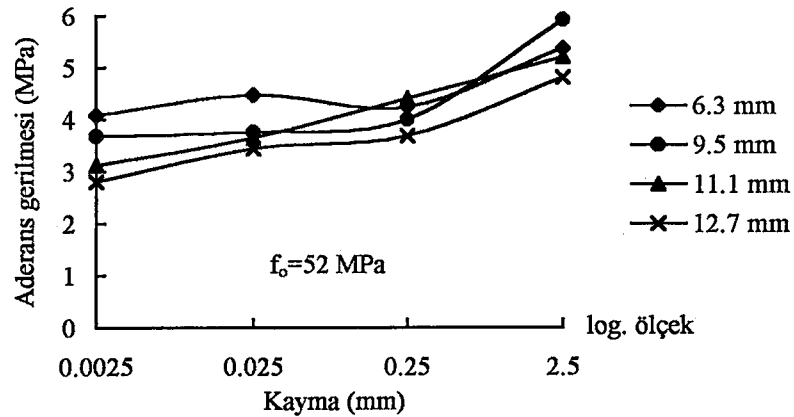


j.) Kullanılan agreganın cinsi ve katkı maddeleri ile sıcaklık ve nem de aderans etkiler. Örneğin, hafif agrega ile yapılan betonun aderans dayanımı, normal agregayla yapılanlara oranla daha düşüktür. Puzzolanlı katkı maddeleri de aderansı olumsuz yönde etkileyebilir.

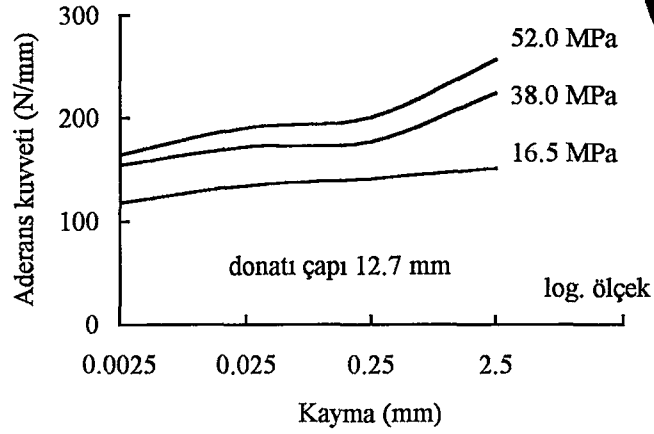
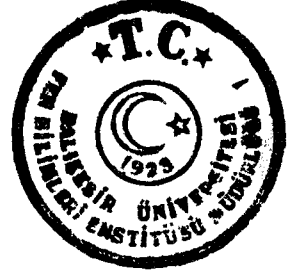
k.) Yükleme hızı ve tekrarlanan yük şiddeti.

Yapılan deneysel araştırmalar sonucunda donatı çapı ile aderans-kayma bağıntısı ve beton mukavemeti ile aderans-kayma bağıntısı arasındaki ilişki ortaya konmuştur (Şekil 2.10, Şekil 2.11) [19].

Düşük gerilme seviyelerinde, beton ve çelik arasında tam aderans olabilir. Gerilme arttıkça kaçınılmaz olarak hem çatlaklar hem de aderans kaymaları meydana gelir. Bu da beton ve çelikteki gerilme dağılımına etki eder. Bu etkileri dikkate alabilmek için ilave bir sonlu eleman kullanılmasına ihtiyaç vardır. Betonarme yapıların Sonlu Elemanlar Metodu ile analizinde, eğer varsa, özellikle yüksek kayma gerilmelerinin bulunduğu bölgelerde aderans etkisi mutlaka hesaba katılmalıdır. Eğer beton ile çelik arasındaki aderans dikkate alınmazsa (ihmal edilirse), göçme yükü olduğundan daha düşük, donatı gerilmeleri ise daha fazla olarak hesaplanır [26].



Şekil 2.10 Farklı çaptaki çubuklar için aderans-kayma eğrileri.

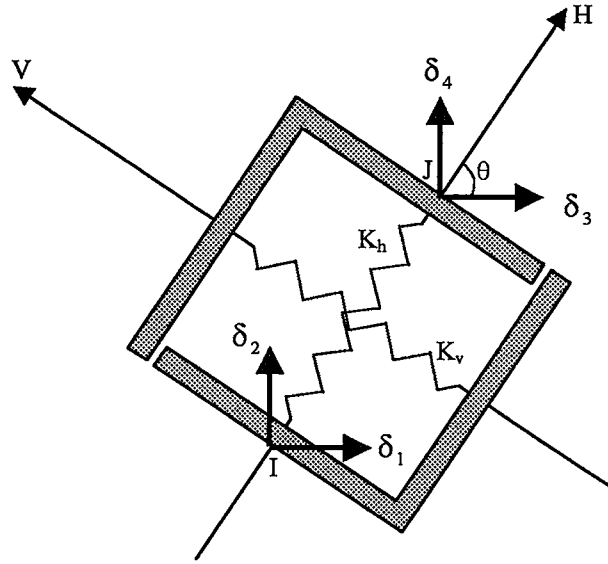


Şekil 2.11 Aderans mukavemetinin beton mukavemeti ile değişimi.

Aderans davranışının tam olarak modellenmesi için bugüne kadar bir çok deneysel ve teorik çalışma yapılmıştır. Bu çalışmaların bir kısmı aşağıda kısaca özetlenmiştir.

Beton ve çelik arasındaki aderans vasıtasıyla gerilme aktarılmasını gerçekçi bir şekilde modellemek oldukça güçtür. Aderans ile gerilme aktarımının modellenmesi başlıca iki grupta toplanabilir. Bunlardan birincisi, özel elemanlarla bir sınır tabaka oluşturmaktır. Bu sınır tabakada donatı ile ona komşu beton elemanın merkezleri aynı kabul edilir. Bu elemanların özelliklerinin normal betondan farklı oldukları belirtilmelidir. Bu çalışmada da kullanılan diğer bir yol, ilk olarak Ngo ve Scordelis tarafından önerilen yay bağlantılar kullanmaktır. Aderansı temsil etmek için kullanılan Şekil 2.12'deki bağlantı elemanı birbirine dik iki yaydan oluşmaktadır. Bu yaylardan çubuk eksenine paralel olanı aderansı temsil etmektedir.

Bağlantı elemanın fiziksel hiçbir boyutu yoktur ve sadece mekanik özellikleri dikkate alınır. Bağlantı elemanın boyutu olmadığı için, geometrisini bozmadan kirişin herhangi bir yerine yerleştirilebilir. Ngo ve Scordelis yay rijitliklerini sabit değerler olarak almıştır [27].



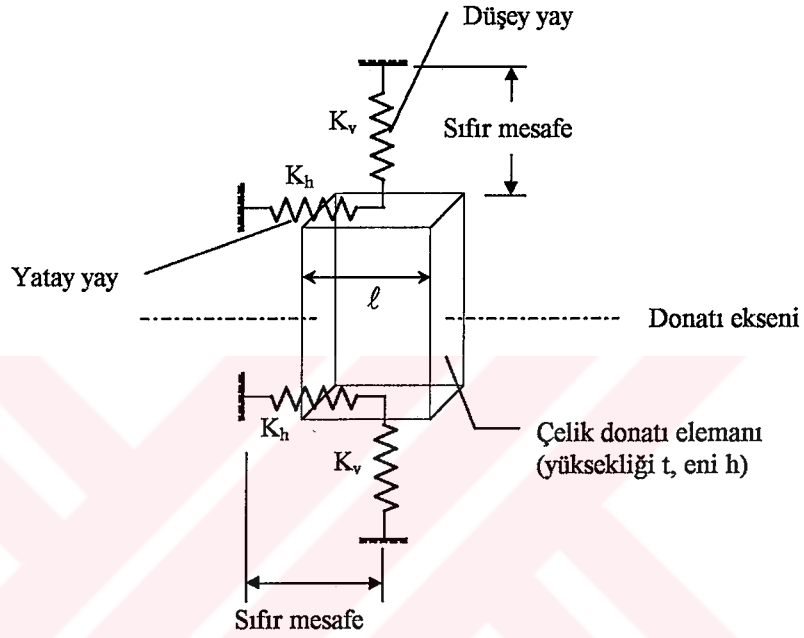
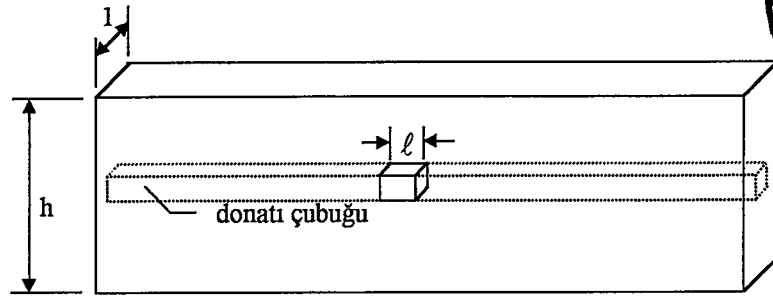
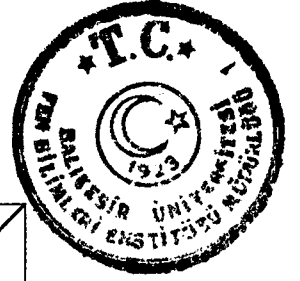
Şekil 2.12 Aderans bağlantısı için yay eleman.

Benzer bir yay bağlantı elemanı, Nilson tarafından da önerilmiştir (Şekil 2.13). Ancak Nilson, Ngo ve Scordelis'ten farklı olarak yay elemanların lineer olmayan davranışını göz önüne almıştır. Bresler ve Bertero'nun deneysel çalışmaları esas alınarak, Nilson tarafından nervürlü çelik için, yerel aderans gerilmesi  $u$  ile yerel kayma  $d$  arasında aşağıdaki 3. dereceden bir polinom çıkarılmıştır [28].

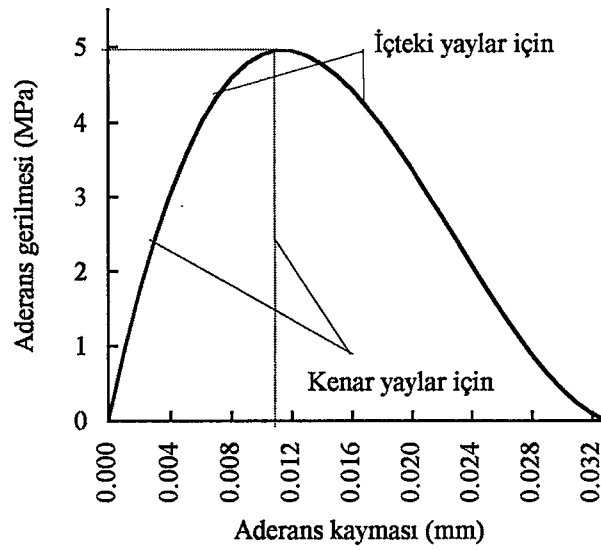
$$u=9.791 \times 10^2 d - 5.725 \times 10^4 d^2 + 8.358 \times 10^5 d^3 \quad (u:\text{MPa}, d:\text{mm}) \quad (2.23)$$

Bu polinoma ait grafik Şekil 2.14'de verilmiştir.

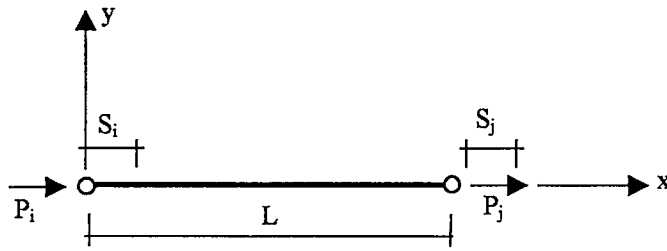
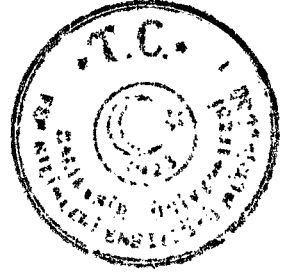
Yankelevsky, aderans için yeni bir sonlu eleman ve aderans gerilmesi ile aderans kayması arasındaki ilişkiyi göstermek için de birkaç doğru parçasından oluşan bir diyagram önermiştir (Şekil 2.15 ve Şekil 2.16). Ayrıca bu diyagramın her bir bölgesi için diferansiyel denklemin kapalı formda çözümünü önermiştir.



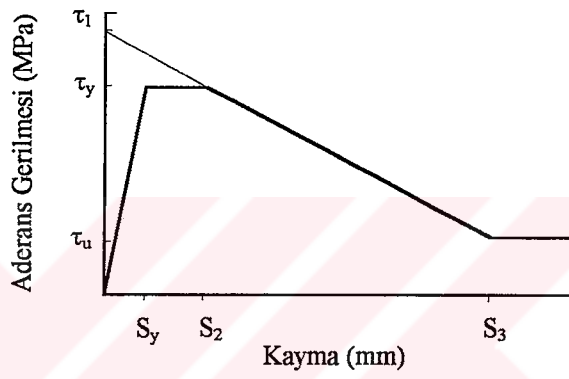
Şekil 2.13 Aderans için yay eleman.



Şekil 2.14 Aderans-kayma eğrisi.



Şekil 2.15 Tipik aderans elemanı.



Şekil 2.16 Aderans-kayma diyagramı.

Yankelevsky tarafından önerilen bu modelin deneysel sonuçlarla oldukça iyi bir uyum içerisinde olduğu gösterilmiştir. Şekil 2.16 için aşağıdaki değerler kullanılabilir [29].

$$S_y=0.62 \text{ mm.}$$

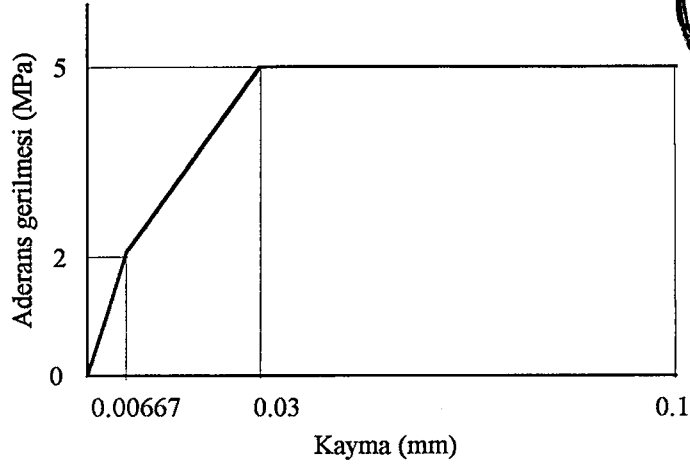
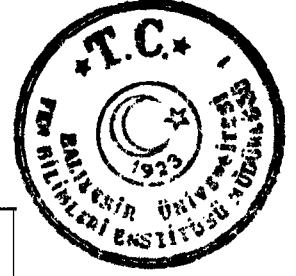
$$\tau_y=14.7 \text{ MPa}$$

$$S_2=1.60 \text{ mm.}$$

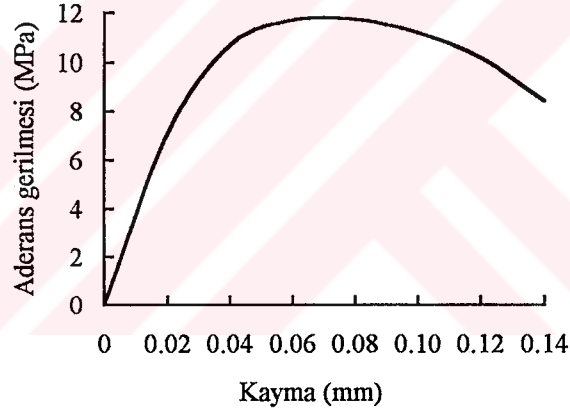
$$\tau_u=4.05 \text{ MPa}$$

$$S_3=5.90 \text{ mm.}$$

Sarıgül tarafından yapılan doktora çalışmasında, aderans gerilmesi-kayma ilişkisini ortalama anlamda hesaba katmak üzere, nervürlü çubuklar için, Şekil 2.17'deki bağıntı kullanılmıştır [30].



Şekil 2.17 Aderans gerilmesi-kayma bağıntısı.



Şekil 2.18 Düz yüzeyli çubuklar için aderans-kayma bağıntısı.

Evans ve Robinson tarafından, düz yüzeyli çubuklar için elde edilen aderans gerilmesi-kayma bağıntısı Şekil 2.18’de verilmiştir [19].

Chan ve diğerleri tarafından yapılan çalışmada, aderans etkisini de dikkate alarak, çekmeye maruz betonarme elemanların çatlak analizi için bir analitik metot önerilmiştir. Modeli daha pratik ve daha basit yapmak için analizde, aderans-kayma fonksiyonu yerine yeni bir aderans gerilmesi dağılımı fonksiyonu kullanılmıştır. Aderans gerilmesi taşıma kapasitesi ve aderans gerilmesi transfer (aktarma) boyu, aderans gerilmesi dağılımı fonksiyonundan elde edilmiştir. Buna göre aderans gerilmesi taşıma kapasitesi;



$$u_{ult} = 1.44c^{0.3} \frac{\sqrt{f_o}}{D}$$

olarak verilmiştir. Burada;

- $u_{ult}$  : aderans gerilmesi taşıma kapasitesi (MPa),  
 $c$  : beton örtüsünün donatı dış yüzünden itibaren kalınlığı (cm.),  
 $D$  : donatı çapı (cm.),  
 $f_o$  : beton basınç mukavemeti (MPa)

olarak tanımlanmıştır [31,32].

Mirza ve Houde tarafından yapılan çalışmada, standart çekme numunelerine gömülmüş nervürlü donatının uçlarından çekme kuvveti uygulanmıştır. Bu kuvvet etkisi altında beton ve çelik arasındaki aderans davranışı incelenmiştir. Bu şekilde 62 adet betonarme numunenin deney sonuçlarından yararlanarak bir aderans gerilmesi-kayma bağıntısı çıkarılmıştır. Çalışmada parametre olarak, yükün şiddeti, beton örtüsünün kalınlığı ve beton mukavemeti alınmıştır. Elde edilen bünye denklemi, beton ve çelik düğüm noktaları arasındaki yay elemanın rijitliğini hesaplamak için kullanılabilir.

Yapılan deneysel çalışmada, çelik ve beton arasındaki aderans gerilmesinin maksimum değerine 0.03048 mm.'lik kayma meydana gelmesi halinde ulaşılmıştır. Bu maksimum değere ulaşmadan önce aderans gerilmesi  $u$  ile aderans kayması  $d$  arasındaki bağıntı aşağıdaki şekilde 4. dereceden bir polinomla;

$$u=5.295 \times 10^2 d - 2.512 \times 10^4 d^2 + 5.85 \times 10^5 d^3 - 5.468 \times 10^6 d^4 \quad (\text{MPa}) \quad (2.25)$$

olarak ifade edilmiştir [33].





Ashour ve Morley, önerilen bu aderans-kayma bağıntısını kullanarak beton ve çelik arasındaki aderansı modellemek için üç boyutlu bir yay bağıntı elemanı tanımlamışlardır [34].

Allwood ve Bajarwan tarafından yapılan bir çalışmada, daha önce yapılmış olan deneysel ve teorik çalışmalar geliştirilerek, aderans etkisini dikkate alan, özellikle kiriş-kolon birleşim bölgelerinde kullanılmak üzere, yeni ve etkili bir algoritma önerilmiştir. Çalışmaya göre aderans gerilmesinin şiddeti, bu gerilmenin hesaplandığı yerin beton yüzüne olan uzaklığına bağlı değildir. Beton yüzüne yakın bölgelerde aderans gerilmelerinin düşük çıkmasının nedeni, poisson oranı nedeniyle çeliğin çapında meydana gelen değişimdir [35].

Wu ve diğerleri tarafından yapılan çalışmada, aderans özelliklerinin deformasyonlar üzerindeki etkisini hesaplamak için bir analitik metot sunulmuştur. Beton ve çelik arasındaki aderans özellikleri doğrudan doğruya çatlak genişliği ve boyuna bağlı olarak elde edilmiştir [36].

Ghio ve Monteiro tarafından yapılan deneysel çalışmada, püskürtme betonun aderans mukavemetine etkisi araştırılmıştır. Aynı boyut, donatı ve yaklaşık aynı basınç mukavemetine sahip püskürtme betonu ile yapılmış kirişler ile yerinde dökülen beton ile yapılmış kirişlerin aderans mukavemetleri karşılaştırılmıştır. Bu deneysel çalışma sonuçlarına göre, püskürtme betonu kullanılması halinde kiriş alt kısmındaki aderans mukavemetinin, yerinde dökülen betona nazaran daha az, fakat üst kısmında ise daha fazla olduğu görülmüştür. Daha sonra araştırmacılar tarafından, aderans mukavemetini artırmak için, PASRA olarak adlandırdıkları bir karışım önerilmiştir [37].

#### **2.4 Agreganın Kilitlenmesi**

Çatlaklar içeren bir betonarme yapı elemanında, çatlakın her iki tarafında bulunan yüzeyler tamamen birbirlerinden kopmuş olmaz. Agreganın parçalarının birbirine dokunması sonucu bir kayma kuvveti taşıma ve transfer mekanizması meydana gelir.



Buna agrega kilitlenmesi (aggregate interlock) denir. Agrega kilitlenmesi davranışı hala tam olarak bilinmemektedir [15].

Diyagonal çatlak yüzeyleri boyunca oluşan agrega kilitlenmesi, ince gövdeli betonarme kirişlerin kesme kuvveti taşıma kapasitesine büyük katkı sağlar. Bu katkı, kesme çatlaklarının gövdede olduğu kesitler için daha büyük olurken, kirişin alt başlığında eğilme çatlakları nedeniyle meydana gelen kesme çatlaklarında daha azdır.

Küçük etriye çapı ve yüksek beton mukavemeti agrega kilitlenmesi etkisini artırır [38].

Sonlu Elemanlar Metodunun betonarme yapı elemanlarına uygulanması ile ilgili olarak ilk kez Ngo ve Scordelis tarafından yapılan çalışmada, agrega kilitlenmesi etkisi tamamen ihmal edilmiş veya doğrudan doğruya aderansı temsil eden elemanlara dahil edilmiştir [27]. Benzer şekilde, önceki araştırmalarda çatlama betonun kayma modülü;

a.) sıfır,

b.) çatlama hale karşı gelen değer  $1/4$ 'ü,

c.) izotropik özellikler esas alınarak, çatlama hale karşı gelen kayma modülünün küçük bir katsayı ile çarpımıyla elde edilmiştir.

Agrega kilitlenmesi davranışı ile ilgili çalışmalar ve bu davranışın sayısal çözümde göz önüne alınabilmesi için önerilen yöntemler aşağıda kısaca özetlenmiştir.

Sonlu Elemanlar Metodu ile betonarme yapı elemanlarının analizinde ve dizaynında karşılaşılan problemlerden birisi de, çatlama kesitlerde agrega kilitlenmesi ve kaldırma etkisi ile kayma gerilmesi aktarılmasıdır. Fardis ve Büyüköztürk tarafından önerilen analitik yöntemde, çatlama dik doğrultuda kayma rijitliği azaltılmaktadır. Ancak bu ifade, kaldırma etkisi nedeniyle betonun ezilmesini veya donatının elastik



olmayan davranışının etkilerini kapsamamaktadır. Ayrıca önerilen modelde kayma göçmesi meydana gelmesinin çok yakın olmadığı durumdaki, betonarme yapılarla kayma rijitliğinin hesabında kullanılabilir [39].

Walraven ve Reinhardt tarafından, agrega kilitlemesini hesaba katmak için önerilen formülasyon aşağıdaki gibidir [40].

$$|\sigma_{nt}| = -\frac{f_o}{30} + \left[ 1.8\delta_{nn}^{-0.8} + (0.234\delta_{nn}^{-0.707} - 0.20)f_o \right] \delta_{nt} \quad (2.26a)$$

$$|\sigma_{mn}| = -\frac{f_o}{20} + \left[ 1.35\delta_{mn}^{-0.63} + (0.191\delta_{mn}^{-0.552} - 0.15)f_o \right] \delta_{nt} \quad (2.26b)$$

Bağıntılarda;

$\sigma_{nt}, \sigma_{mn}$  : karşılıklı pürüzlü çatlak yüzeyler arasında aktarılan kayma gerilmesi ve normal gerilmeler (MPa),

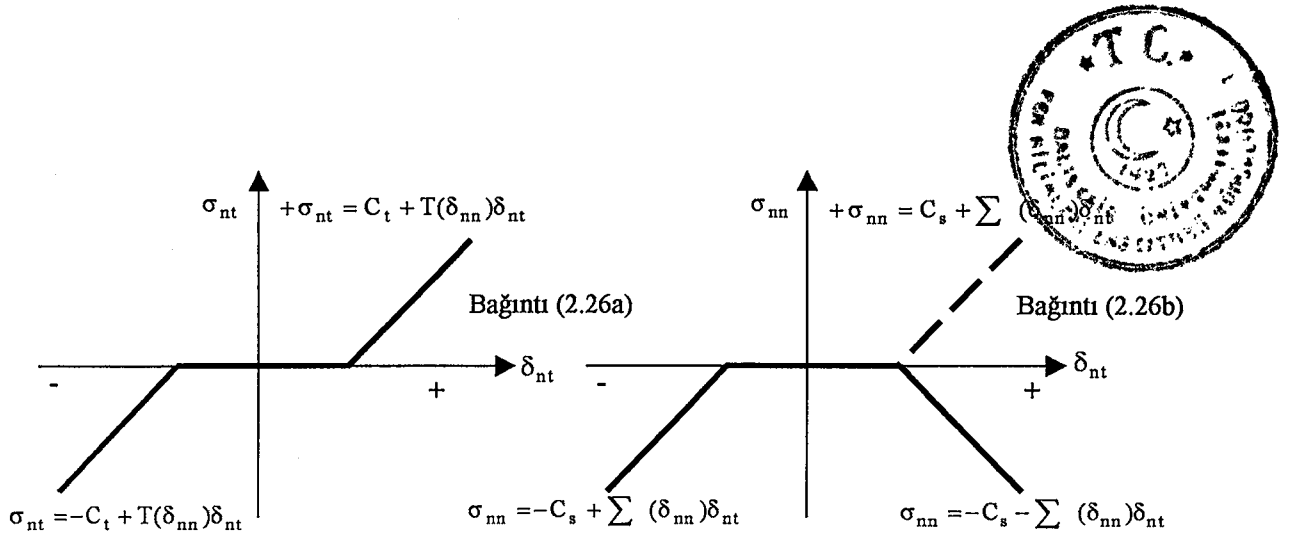
$\delta_{nt}, \delta_{mn}$  : kayma deplasmanı ve çatlak genişliği (mm),

$f_o$  : betonun tek eksenli basınç mukavemetidir (MPa).

(2.26) bağıntısının işareti şöyle belirlenir. Normal gerilmeler daima basıncıdır. Yani eksi işaretlidir. Kayma gerilmesi kayma deplasmanının işaretini izler. Çatlak genişliği daima pozitiftir. Şekil 2.19'da, (2.26) bağıntısının bu şartlara uyacak şekilde düzenlenmiş hali görülmektedir.

Cervenka tarafından, çatlamış beton için önerilen kayma rijitliği azaltma faktörü, boy değişimi oranına bağlı olarak aşağıdaki şekilde ifade edilmiştir.

$$\beta = (1 - \alpha^{0.5}) \quad (2.27)$$



Şekil 2.19 Agrega kenetlenme modeli. (2.26) bağıntısının işaret düzenlemesi.

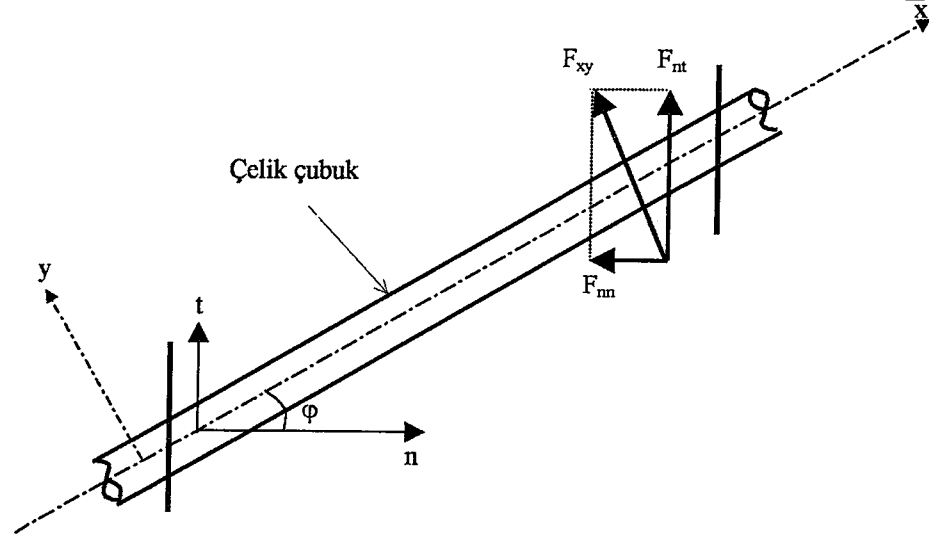
$$\alpha = \epsilon_i / 0.005 \quad i = x, y$$

Eğer  $\epsilon_i > 0.005$  ise  $\alpha = 1.0$  olarak alınmalıdır [31].

(2.27) bağıntısından da görüleceği gibi çatlama beton eleman için kayma rijitliği azaltma faktörü  $\beta$ , 0 ile 1 arasında değişen değerler alabilir. Çavdar,  $\beta$ 'nın 0.0, 0.5 ve 1.0 değerlerini alması halinde çözüm sonuçlarında meydana gelen değişimi incelemiştir [41]. Ramadan ile Suidan ve Schnobrich bu katsayıyı 0.5 olarak almışlardır [14,42].

## 2.5 Kaldıraç Etkisi

Donatı, eğilme rijitliği yanında betonun kayma rijitliğine de katkı sağlamaktadır. Bu katkı kaldıraç etkisi 'dowel action' olarak bilinir. Kaldıraç kuvveti ve deplasman arasındaki ilişki; donatı boyunca betonda kayma olmadıkça ve betonda ezilme veya çelik çubukta plastikleşme görülmedikçe, yaklaşık olarak elastik zemine oturan bir kiriş gibi modellenebilir. Eğer çatlak genişliğinin çelik çubuğun serbest boyu üzerindeki etkisi ihmal edilirse, kaldıraç kuvveti aşağıdaki şekilde yazılabilir.



Şekil 2.20 Donatıda kaldıraç etkisi.

$$F_{xy} = \beta^3 E_s I \Delta_{AB} \quad (2.28)$$

$$\beta = \left[ \frac{D G_f}{4 E_s I} \right]^{0.25} \quad (2.29)$$

Bağıntılarda;

$\Delta_{AB}$  : çatlak yüzeyler arasındaki toplam kayma deplasmanı,

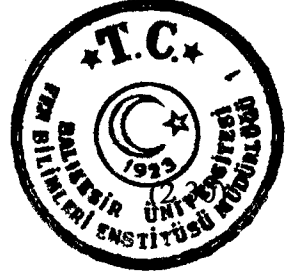
$I$  : çubuğun atalet momenti,

$G_f$  : betonun kayma modülü,

$E_s$  : çeliğin elastisite modülü,

$D$  : donatı çubuğunun çapı olarak tanımlanmıştır.

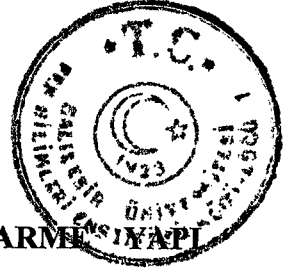
Çelik çubuk genellikle çatlığa dik değildir. Bu eğimin, koordinat dönüşümü ile sadece geometrik etkisi göz önüne alınır.



$$\begin{Bmatrix} F_{mn} \\ F_{nt} \end{Bmatrix} = \beta^3 E_s I \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \cos^2 \varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{mn} \\ \delta_{nt} \end{Bmatrix}$$

Son olarak, donatı oranı  $\rho$ 'yu kullanarak  $F_{mn}$  ve  $F_{nt}$  kaldırma kuvvetleri çatlak yüzeyin alanı üzerine dağıtılır. Bunlar, donatıdaki kaldırma etkisinden dolayı çatlak yüzeydeki normal ve kayma gerilmeleridir [40].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{nn}^s \\ \sigma_{nt}^s \end{Bmatrix} = \frac{\beta^3 E_s D^2 \rho \cos \varphi}{16} \begin{bmatrix} \sin^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \cos^2 \varphi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{mn} \\ \delta_{nt} \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$



### 3. SONLU ELEMANLAR METODUNUN BETONARME ELEMANLARINA UYGULANMASI

Günümüzde betonarme, yapı malzemesi olarak geniş ölçüde kullanılmaktadır. Büyük ve küçük ölçekli betonarme yapı elemanları üzerinde yapılan araştırmalar, betonarmeyi oluşturan çelik ve beton elemanlardaki şekil değiştirme ve iç gerilme dağılımının tam olarak hesaplanabildiği analitik yöntemlerin birçok durumda yetersiz kaldığını göstermektedir. Analitik yöntemlerin geliştirilmesine engel olan en önemli etkenler, betonun homojen olmaması ve artan yükler altında lineer olmayan davranışı, aderans kayması, kaldıraç kuvvetleri, agrega kilitlenmesi ve benzeri etkilerin halen tam olarak anlaşılammış olmasıdır. Belirtilen bu noksanlıklar, sürekli ortam mekaniğinin klasik teorilerinin doğrudan uygulanmasını imkansızlaştırmaya bile çok zorlaştırmaktadır.

Yapıların ve betonarme elemanların çatlamasının, deplasmanlarının, gerilme ve şekil değiştirmelerinin hesaplanmasında kullanılan Sonlu Elemanlar Metodu, artan bir şekilde ilgi ve kabul gören bir sayısal çözüm metodudur [42].

Son 30-35 yıldan beri betonarmenin davranışını Sonlu Elemanlar Metodu ile inceleyen çalışmalara geniş ölçüde rastlanmaktadır. Sonlu Elemanlar Metodu ile değişik sınır koşulları, malzeme tür ve özelliklerinin değişmesi ve yükleme şekilleri kolaylıkla hesaba katılabileceğinden, betonarme gibi kompozit bir yapı elemanında kritik bazı bölgelerin davranışını bu yöntemle incelemek faydalı olur.

Sonlu Elemanlar Metodu, sistemi sonlu elemanlara veya küçük bölgelere ayrılmış kabul edip, her eleman için gerilme veya yer değiştirme fonksiyonlarını seçmek, bu elemanları bir araya getirip sistemin tümü için varyasyonel prensibini uygulayarak, gerekli denklem takımını elde edip sistemi çözmektir [43,44].



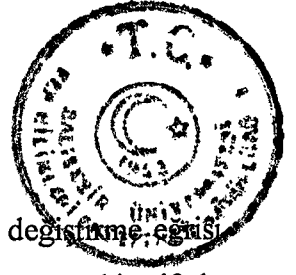
Beton ve çelikteki gerilme dağılımını belirlemek, aderans gerilme eğilimi ve deplasmanları hesaplamak için betonarmenin gerçekçi bir şekilde analiz edilmesi, aşağıdaki sebeplerden dolayı oldukça zordur.

- 1.) Yapı sistemini iki veya üç boyutlu olarak modelleme gereği doğmaktadır.
- 2.) Betonarme homojen bir malzeme değildir. Farklı davranış gösteren beton ve donatının birlikte modellenmesi gerekmektedir.
- 3.) Yapı sistemi, artan yük altında betonda çatlaklar oluşması nedeniyle sürekli değişen bir özelliğe sahiptir.
- 4.) Betonun gerilme-şekil değiştirme bağıntısı lineer değildir ve bir çok değişkene bağlıdır.
- 5.) Betonarmeye özgü aderans, aderans sıyrılması, agrega kilitlenmesi ve kaldıraç etkisi gibi tesirlerin modellenmesi ancak basit şekillerde mümkün olmaktadır.
- 6.) Betonarme gerilme ve deplasmanları, rötre ve sünmeden dolayı zamana bağlı olarak değişmektedir [15,27,28,45].

Betonarme yapı elemanlarının Sonlu Elemanlar Metodu ile analizine ait günümüze kadar birçok araştırma yapılmıştır.

Bu konudaki ilk araştırma Ngo ve Scordelis tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada, beton ve çelik arasındaki aderansı temsil eden bağlantı elemanları ayrı ayrı modellenmiştir. Daha sonra, önceden farklı şekillerde seçilmiş çatlak türleri için, L/3 noktalarından tekil yük ile yüklenmiş birkaç basit mesnetli betonarme kirişin Sonlu Elemanlar Metodu ile hesabı yapılmış ve çözüm sonuçları verilmiştir. Sonlu Elemanlar Metodunun kullanılmasının zorlukları kadar potansiyelini araştırmak ve kullanılabilirliğini göstermek için yapılan bu çalışmada nihai amaç; göçme yüküne kadar betonarmenin hesabı için genel bir yöntemin geliştirilmesidir [27].





Nilson tarafından beton için lineer olmayan bir gerilme-şekil değiştirme eğrisi kullanılmış ve analizde aderans sıyrılması için yine lineer olmayan bir ifade kullanılmıştır. Analiz yük artımlı olarak gerçekleştirilmiştir. İki eleman arasında oluşan çatlak, ortak düğüm noktalarının birbirinden ayrılması ve yeni bir geometrik durumun tanımlanması ile gösterilmiştir [28].

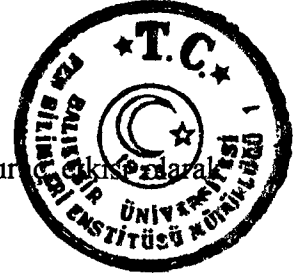
Valliappan ve Doolan tarafından yapılan çalışmada, beton ve çelik için elasto-plastik davranış, aderans için ise tam aderans kabulü yapılmıştır. Sünme ve rötire etkileri ise göz önüne alınmamıştır [45].

Valliappan ve Doolan tarafından yapılan çalışmaya ek olarak, Schnobrich ve diğerleri, çatlaklı beton elemanlardaki ortotropik davranışı hesaba katmak için, malzeme matrisinin değiştirilmesini ve çatlaklı elemanın kayma rijitliğinin azaltılmasını önermişlerdir [46].

Büyüköztürk, artan yükler altında, beton için iki eksenli gerilme-şekil değiştirme bağıntısını kullanarak sonlu eleman hesabı yapmıştır. Deney sonuçları ile uyum içinde olan bu çalışmada, çatlaklı beton elemanlar için agrega kilitlemesi etkisi dikkate alınmıştır [47].

Schnobrich tarafından yapılan çalışmada, Sonlu Elemanlar Metodu ile betonarme sistemlerin hesabı üzerine yapılan çalışmalar gözden geçirilmiştir. Artan yükler altında rijitlik matrisleri değiştirilerek çözüm yapılmış ve eleman çatladıktan sonra bu elemana ait çekme gerilmeleri, eleman düğüm noktalarına yük olarak etkilmiştir. Çalışmada, çelik ve basınçtaki beton için elastik-tam plastik, çekmedeki beton için ise elastik davranış kabul edilmiştir. Schnobrich, beton için iki ve üç boyutlu modelleme örnekleri vermiştir [16].

Allwood ve Bajarwan, donatının modellenmesi için yeni bir metot önermiştir. Önerilen bu metoda göre, donatı ve betonun analizi ayrı ayrı yapılmaktadır. Betonarme yapıdaki donatının tamamı, beton için önerilen sonlu eleman ağından



tamamen bağımsız olarak göz önüne alınmaktadır. Donatının kaldırılması etkisi olarak bilinen davranışı betonun kayma rijitliğine eklenmektedir [48].

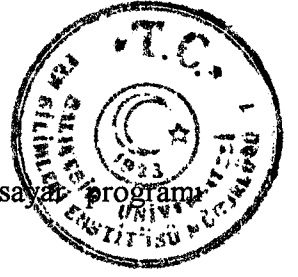
Chan ve diğerleri tarafından yapılan bir çalışmada, önerilen aderans gerilmesi dağılımı fonksiyonu yardımıyla, donatı çubuğu ile beton yüzeyi arasındaki kayma miktarını göz önüne alınmaksızın, aderans etkisi hesaba katılabilmektedir [31].

Suidan ve Schnobrich, üç boyutlu, 20 düğüm noktalı dikdörtgen sonlu elemanlar kullanarak bir sonlu eleman analizi yapmışlardır. Donatı ile beton arasında tam aderans kabulünün yapıldığı bu çalışmada, betonun ve donatı çeliğinin elasto-plastik davranışı ve limit değerlerin aşılması halinde betonda çatlakların oluşması hali göz önüne alınmıştır. Analizde, çatlamış beton için bir kayma azaltma faktörü ( $\beta=0.5$ ) alınmıştır. Gerilme ve şekil değiştirmeler eleman düğüm noktalarında hesaplanmış ve böylece bu noktalar için çatlama, akma ve betonun ezilmesi durumları kontrol edilmiştir [42].

Nam ve Salmon tarafından yapılan çalışmada, Sonlu Elemanlar Metodu ile betonarmenin lineer olmayan davranışının analizinde kullanılan iki genel yaklaşım verilmiştir. Bu yaklaşımlardan sabit rijitlik yaklaşımının, beton gibi kolay çatlayan bir malzemeye uygulanmasında, deplasman ve gerilmelerin yanlış hesaplanabileceği için değişken rijitlik yaklaşımının kullanılmasının daha uygun olacağı belirtilmiştir. Çalışmada, çatlamış eleman için kayma rijitliği sıfır alınmıştır [49].

Ashour ve Corley, betonarmenin Sonlu Elemanlar Metodu ile analizini 3 boyutlu eleman kullanarak yapmışlardır. Artan yük altında sistem rijitlik matrisi yeniden kurulmuştur. Betonarme kirişlerle ilgili yapılan sayısal uygulamalar deneyden elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır [34].

Çavdar tarafından yapılan çalışmada, betonarme kirişlerin Sonlu Elemanlar Metodu ile analizi yapılmıştır. Elemanlarda oluşan gerilme ve şekil değiştirmeler ile aderans kuvvetleri hesaplanmış, çatlamış eleman için kayma rijitliği azaltma faktörü



$\beta$ 'nin sayısal değeri araştırılmıştır. Bu amaçlara uygun bir bilgisayar programı geliştirilmiştir [41].

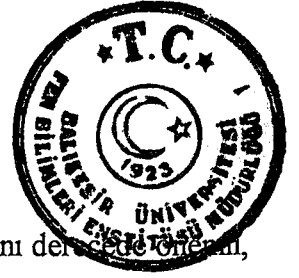
Sarıgül, iki boyutlu betonarme düzlem sistemlerin gerçek davranışlarını göz önünde tutarak, Sonlu Elemanlar Metodu ile hesabı için bir bilgisayar programı geliştirmiştir. Bu çalışmada, betondaki çatlakların düğüm noktalarında ortaya çıkıp yayılabilecekleri ve yükler monoton arttırıldığından doğrultularının sabit kalacağı kabul edilmiştir. Çatlama nedeniyle düğüm noktalarındaki malzeme rijitlikleri azaltılmış ve bunun eleman rijitlik matrislerine etkisi, yine bu çalışmada çıkarılan formüller yardımıyla göz önünde tutulmuştur [30].

Ramadan, betonarme yapıların Sonlu Elemanlar Metodu ile analizi için bir bilgisayar programı geliştirmiştir. Bu program yardımıyla, beton ve aderans için farklı gerilme-şekil değiştirme bağıntıları kullanılarak çözüm yapılabilmektedir [14].

Wasti, yapı sistemlerinin gerilme analizinde kullanılan Sonlu Elemanlar Metodu hakkında kısa bilgiler vermiş ve yöntemin matris formülasyonunu göstermiştir. Metodun betonarme yapı elemanlarına uygulandığındaki zorlukları anlatılmıştır. Malzemenin lineer olmayan davranışı, aderans ve artan yükler altında oluşan çatlaklarla değişen yapı topolojisinin nasıl modellendiğini anlatılmıştır. Hazırlanan bilgisayar programı tanıtılmış ve içeriğindeki çözüm yöntemleri adımlar halinde sunulmuştur [15].

### 3.1 Çalışmada Kullanılan Sonlu Elemanlar ve Rijitlik Matrisleri

Betonarme elemanların Sonlu Elemanlar Metodu ile analizi bir, iki veya üç boyutlu olarak ele alınabilir. Genişlik ve yüksekliğine nazaran uzunluğu fazla olan çatlama elemanlarda gerilmeler, mesnet reaksiyonlarının ve tekil yüklerin yakın çevresi hariç, çoğu kez elemanın boyuna eksenine paralel olacaktır. Bu tür elemanlar tek boyutlu olarak analiz edilebilir. Kolonlar, kirişler ve çekme elemanları bu sınıfa girer.



Derin kirişlerde ve duvarlarda ise, yükseklik ve uzunluk aynı derinlikte eleman, fakat genişlik az olduğundan bu elemanlar iki boyutlu olarak ele alınmalıdır. Benzer durum plaklar için de geçerlidir.

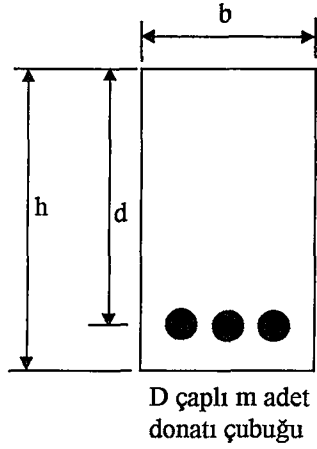
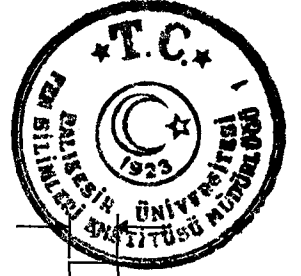
Ancak elemanlarda çatlakların oluşması, çatlaklar arasında beton gerilmelerinin üniform olmaması ve kayma gerilmeleri oluşması nedeniyle elemanın gerçek davranışının anlaşılabilmesi için, elemanların üç boyutlu analizi en ideal çözümdür.

Diğer taraftan, tipik bir betonarme kirişte, donatı genellikle kiriş genişliği boyunca üniform olarak yerleştirilmiştir. Uygulanan yükler ise kiriş yüksekliği ve uzunluğunun oluşturduğu düzleme paraleldir. Ek olarak, genellikle elemanın genişliği yüksekliğinden azdır. Bu gibi durumlarda gerçek gerilme dağılımına çok yakın sonuçlar vereceği için iki boyutlu analiz yeterli olacaktır.

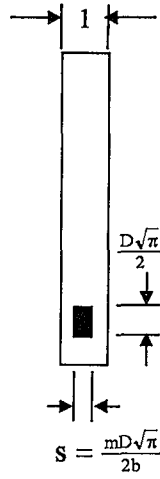
Bu çalışmada, betonarme elemanlar iki boyutlu sabit kalınlıklı elemanlar olarak alınmıştır. Donatı ise yine iki boyutlu olarak alınabileceği gibi tek boyutlu olarak da alınabilmektedir. Aderansı temsil eden yay elemanların fiziksel bir boyutu yoktur.

### **3.1.1 Betonun Sonlu Elemanlara Bölünmesi**

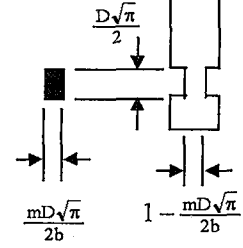
Betonun iki boyutlu düzlem elemanlar olarak, donatının ise bir veya iki boyutlu elemanlar olarak modellenebileceği daha önce belirtilmişti. Donatının iki boyutlu düzlem eleman olarak modellenmesi halinde, donatı alanının beton alanından çıkarılması gerekir. Nilson, bu şekilde yapılacak bir modelleme için, betonarme kirişin aşağıdaki şekilde sonlu elemanlara bölünmesini önermektedir [15,28].



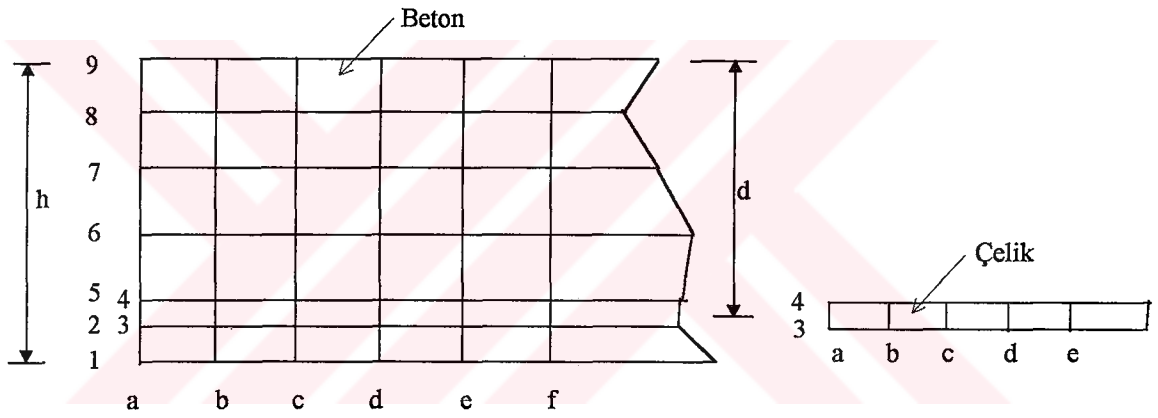
D çaplı m adet donatı çubuğu



(b) Birim enli kesit



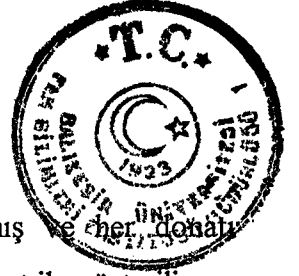
(c) Çelik ve beton



(d) Sonlu elemanlar ağı

Şekil 3.1 Betonarme kirişin Sonlu Elemanlar Metodu ile modellenmesi.

Şekil 3.1a'da gösterilen kesitte kirişin dış boyutları  $b$  ve  $h$ , donatı çapı  $D$ , donatı sayısı  $m$  ve donatı ağırlık merkezine kadar olan kiriş yüksekliği  $d$  olarak verilmiştir. Betonarme elemanların çoğunda olduğu gibi, donatının eleman genişliği boyunca üniform olarak yerleştirildiği kabul edilmiştir. Aynı zamanda kirişin genişliği yüksekliğinden daha az alındığından, kirişin genişliği yönündeki gerilmeler ihmal edilmiştir. Böylece eleman iki boyutlu düzlem eleman olarak modellenmiştir.



Sonlu eleman modeli için kiriş genişliği 1 olarak alınmış çubuğunun alanı kare kesit olarak düşünülmüştür. Karenin bir kenarı t ile gösterilirse;

$$t = \sqrt{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{D}{2} \sqrt{\pi} \quad (3.1)$$

olarak hesaplanır. Ancak kesit genişliği 1'e normalize edildiğinden, Şekil 3.1b'de gösterilen donatının genişliği;

$$s = \frac{mt}{b} = \frac{mD}{2b} \sqrt{\pi} \quad (3.2)$$

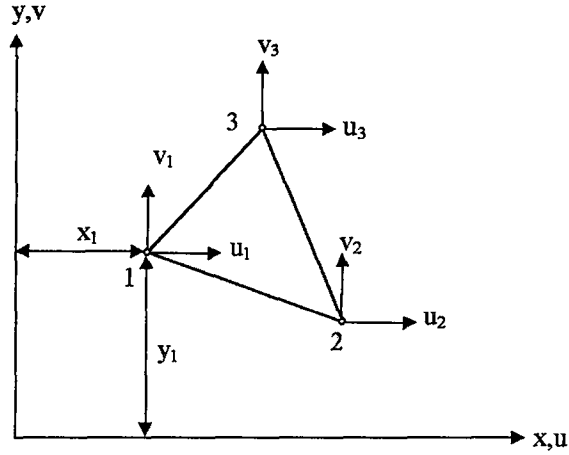
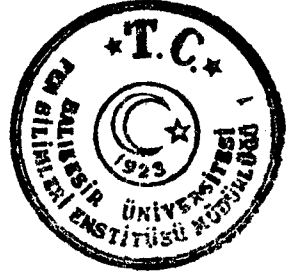
şeklinde olacaktır.

Donatı genişliği s'nin, bulunduğu seviyedeki beton birim genişliğinden düşülmesi gerektiğinden, modelin son durumu Şekil 3.1c'de gösterilmiştir. Betonarme için sonlu eleman ağı Şekil 3.1d'de gösterilmiştir. Donatı iki boyutlu olarak modellenmiş olup, donatının bulunduğu seviyede betonun da düğüm noktalarının ve bu düğüm noktaları arasında aderansı temsil eden yayların bulunması gerekmektedir.

Donatı dışında kalan beton, üçgen veya dörtgen sonlu elemanlara bölünür. Daha sonra bu elemanlara ait eleman rijitlik matrisleri hesaplanır [44,50].

### Üçgen Elemanlar:

Şekil 3.2'de verilen üçgen elemanın düğüm noktalarında u ve v olmak üzere ikişer serbestlik derecesi olsun. Buna göre yer değiştirme fonksiyonları;



Şekil 3.2 Üçgen sonlu eleman.

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (3.3a)$$

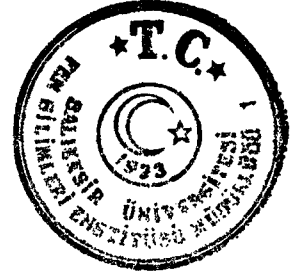
$$v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \quad (3.3b)$$

olarak seçilsin. Bu bağıntılar matris formda,

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\{U\} = [\phi^T] \{\alpha\} \quad (3.5)$$

şeklinde yazılabilir. (3.5) bağıntısında, düğüm noktalarının koordinatlarını yerlerine yazılırsa, eleman düğüm noktalarının yer değiştirmelerini gösteren  $\{q_e\}$  vektörü aşağıdaki şekilde elde edilebilir.



$$\{q_e\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_2 & y_2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & x_3 & y_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_1 & y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\{q_e\} = [A]\{\alpha\} \quad (3.7)$$

(3.7) bağıntısının her iki tarafı  $[A]^{-1}$  ile çarpılarak;

$$\{\alpha\} = [A]^{-1}\{q_e\} \quad (3.8)$$

elde edilir. Bu  $\{\alpha\}$  değeri (3.5) bağıntısında yerine koyularak,

$$\{U\} = [\phi]^T [A]^{-1} \{q_e\} = [N]^T \{q_e\} \quad (3.9)$$

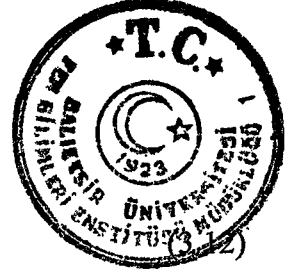
elde edilir. Burada;

$$[N]^T = [\phi]^T [A]^{-1} \quad (3.10)$$

olarak tanımlanmıştır.  $[N]^T$  değerinin hesaplanabilmesi için ilk olarak  $[A]^{-1}$  hesaplanmalıdır.

$$[A] = \begin{bmatrix} [A^*] & [0] \\ [0] & [A^*] \end{bmatrix}, \quad [A^*] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$





$$[A^*]^{-1} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} x_2y_3 - x_3y_2 & x_3y_1 - x_1y_3 & x_1y_2 - x_2y_1 \\ y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix}$$

$$2\Delta = x_1y_2 - x_1y_3 - x_2y_1 + x_2y_3 + x_3y_1 - x_3y_2 \quad (3.13)$$

Burada  $\Delta$ , üçgenin alanıdır.

Buna göre  $[N]^T$  matrisi,

$$[N]^T = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A^*]^{-1} & [0] \\ [0] & [A^*]^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

şeklinde yazılır.

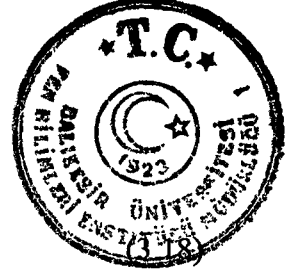
İki boyutlu düzlem gerilme problemlerinde deplasmanlara karşılık gelen şekil değiştirmeler;

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.15)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.16)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.17)$$

bağıntılarından hesaplanabilir. Bu ifadeler matris formda,



$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

$$\{\varepsilon\} = [C]\{U\} \quad (3.19)$$

şeklinde yazılabilir.  $\{U\}$ 'nun (3.9) bağıntısındaki değeri, (3.19) bağıntısında yerine yazılırsa,  $\{\varepsilon\}$  şekil değiştirme vektörü,

$$\{\varepsilon\} = [C][N]^T \{q_e\} \quad (3.20)$$

olarak elde edilir. Şekil değiştirme-deplasman matrisi  $[B]$ ,

$$[B] = [C][N]^T \quad (3.21)$$

olarak tanımlanır, (3.20) bağıntısındaki şekil değiştirme vektörü,

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q_e\} \quad (3.22)$$

olarak yazılabilir. Elemanın  $x$  ve  $y$  doğrultusundaki şekil fonksiyonları lineer olduğundan,  $[C]$  matrisinde belirtilen türev işleminden sonra,  $\{\varepsilon\}$  vektörü hiç bir değişken içermeyecek olup sadece sabitlerden oluşacaktır.

$[D]$  malzeme matrisi olmak üzere, elemanda oluşan gerilmeler,

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (3.23)$$

$$\{\sigma\} = [D][B]\{q_e\} \quad (3.24)$$



bağıntıları yardımıyla hesaplanabilir. Sonlu elemana etki eden iç ve dış kuvvetler dengede ise, toplam potansiyel enerji minimum olmalıdır. Eğer eleman üzerinde yüzey kuvvetleri yoksa ve elemanın kendi ağırlığı da ihmal edilirse, bu elemana ait toplam potansiyel enerji;

$$\pi_e = \frac{1}{2} \int_v [\sigma]^T \{\epsilon\} dv \quad (3.25)$$

olarak yazılabilir. (3.22) ve (3.24) bağıntılarındaki,  $\{\epsilon\}$  ve  $\{\sigma\}^T$  ifadeleri (3.25) bağıntısında yerine yazıldığında, toplam potansiyel enerji;

$$\pi_e = \frac{1}{2} \int_v \{q_e\}^T [B]^T [D][B] \{q_e\} dv \quad (3.26)$$

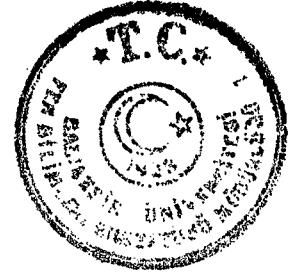
olarak elde edilir. Burada  $v$ , elemanın hacmidir. Toplam potansiyel enerjinin minimum olması için bu ifadenin  $\{q_e\}$ 'ye göre birinci türevi sifıra eşitlenir.

$$\frac{\partial \pi_e}{\partial \{q_e\}} = \int_v ([B]^T [D][B]) \{q_e\} dv \quad (3.27)$$

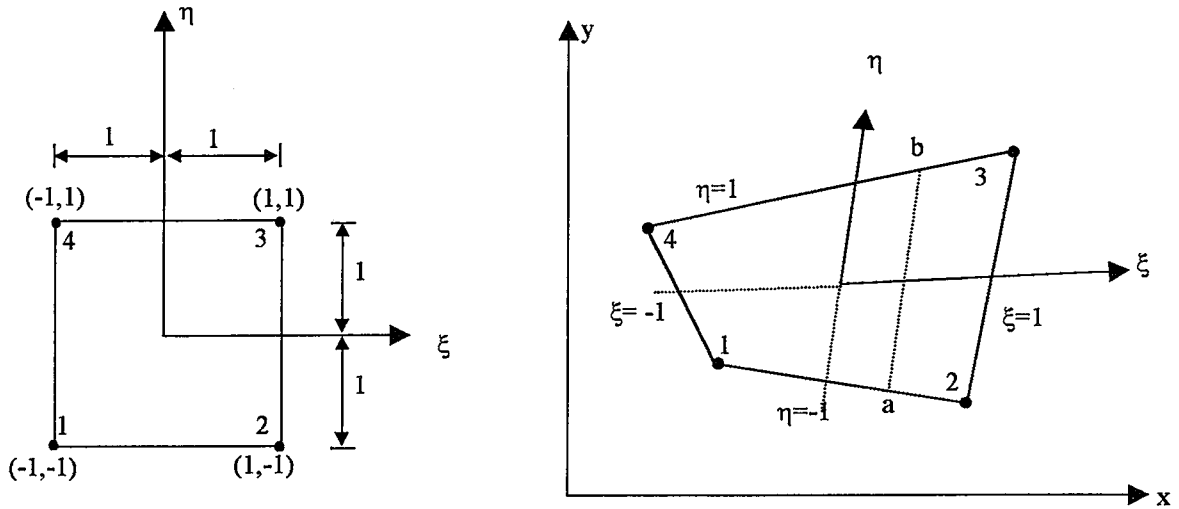
Buna göre, eleman rijitlik matrisi  $[K_e]$ ,

$$[K_e] = \int_v [B]^T [D][B] dv \quad (3.28)$$

olarak elde edilir.



### Dörtgen Elemanlar:



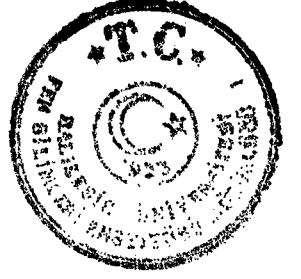
Şekil 3.3 Dörtgen sonlu eleman.

Şekil 3.3'te verilen dörtgen elemanın her bir düğüm noktasında u ve v olmak üzere ikişer tane serbestlik derecesi olsun. Buna göre 1 numaralı düğüm noktası için şekil fonksiyonu;

$$N_1 = \alpha_1 + \alpha_2 \xi + \alpha_3 \eta + \alpha_4 \xi \eta \quad (3.29)$$

olarak alınır. Burada  $\xi$  ve  $\eta$  değerleri yerlerine yazılıp, ifade her düğüm noktasına uygulanırsa, 1 numaralı düğüm noktasına ait  $N_1$  şekil fonksiyonu elde edilir.

1 no'lu düğüm noktası için	$N_1=1=\alpha_1+\alpha_2(-1)+\alpha_3(-1)+\alpha_4(-1)(-1)$
2 no'lu düğüm noktası için	$N_1=0=\alpha_1+\alpha_2(+1)+\alpha_3(-1)+\alpha_4(+1)(-1)$
3 no'lu düğüm noktası için	$N_1=0=\alpha_1+\alpha_2(+1)+\alpha_3(+1)+\alpha_4(+1)(+1)$
4 no'lu düğüm noktası için	$N_1=0=\alpha_1+\alpha_2(-1)+\alpha_3(+1)+\alpha_4(-1)(+1)$



$$\begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix}$$

$$\alpha_1 = \alpha_4 = 1/4$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = -1/4$$

Hesaplanan bu  $\alpha$  değerleri (3.29) bağıntısında yerine yazıldığında, 1 numaralı düğüm noktası için  $N_1$  şekil fonksiyonu,

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi - \eta + \xi\eta)$$

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad (3.30a)$$

olarak elde edilir. Bu işlemler sırasıyla diğer 3 düğüm noktası için de uygulandığında her bir düğüm noktası için şekil fonksiyonu;

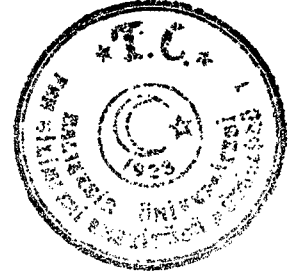
$$N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \quad (3.30b)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \quad (3.30c)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \quad (3.30d)$$

olarak elde edilir. Kolaylıkla kontrol edilebileceği gibi, 1 numaralı düğüm noktasında  $\xi = -1$ ,  $\eta = -1$  ve  $N_1 = 1$ 'dir.  $N_2 = N_3 = N_4 = 0$ 'dir. Aynı kontrol diğer düğüm noktaları için de yapılabilir.

Her bir düğüm noktasının u ve v doğrultusundaki deplasmanları, şekil fonksiyonları yardımıyla,



$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

şeklinde yazılır. Kalınlığı  $t$  olan,  $A$  alanına sahip, 4 düğüm noktalı bir elemanın düzlem gerilme haline ait  $8 \times 8$ 'lik eleman rijitlik matrisi;

$$[K_e] = t \int_A [B]^T [D] [B] dx dy \quad (3.32)$$

bağıntısından hesaplanabilir. Burada  $D$ , malzeme matrisidir. Deplasmanlara karşı gelen şekil değiştirmeler ise, (3.15), (3.16), (3.17) bağıntılarından hesaplanır. Bu şekil değiştirmeler, şekil fonksiyonlarından yararlanarak, matris formda aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} N_1 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} N_2 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} N_3 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} N_4 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} N_1 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} N_2 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} N_3 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} N_4 \\ \frac{\partial}{\partial y} N_1 & \frac{\partial}{\partial x} N_1 & \frac{\partial}{\partial y} N_2 & \frac{\partial}{\partial x} N_2 & \frac{\partial}{\partial y} N_3 & \frac{\partial}{\partial x} N_3 & \frac{\partial}{\partial y} N_4 & \frac{\partial}{\partial x} N_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$



(3.33) bağıntısındaki  $3 \times 8$ 'lik matris  $[B]$  matrisidir ve şekil fonksiyonlarının  $x$  ve  $y$ 'ye göre türevlerinden oluşur. Şekil fonksiyonları elemanın kendi doğal koordinatlarında elde edilmiş olduğundan, türev için değişkenin değiştirilmesi gerekmektedir. Bu işlem aşağıdaki gibi yapılır.

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (3.34a)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (3.34b)$$

Burada  $i$ ; 1, 2, 3 veya 4 olabilir. Bu ifade matris formda,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

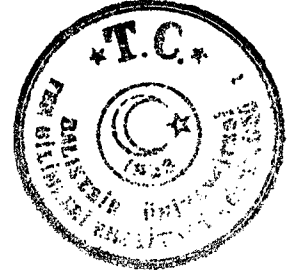
olarak yazılabilir. Burada  $[J]$ , Jacobian matristir.  $x_i$  ve  $y_i$  sırasıyla  $i$  düğüm noktasının  $x$  ve  $y$  koordinatları olmak üzere,

$$x = x_1 N_1 + x_2 N_2 + x_3 N_3 + x_4 N_4 \quad (3.36a)$$

$$y = y_1 N_1 + y_2 N_2 + y_3 N_3 + y_4 N_4 \quad (3.36b)$$

olarak yazılabilir. (3.35) bağıntısından faydalanarak Jacobian matrisi aşağıdaki şekilde elde edilebilir.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$



[J] matrisinin tersi,

$$[J]^{-1} = \frac{1}{|[J]|} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

bağıntısından hesaplanır. Burada |[J]|, Jacobian matrisin determinanı olup,

$$|[J]| = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (3.39)$$

olarak hesaplanır. Sistem koordinatlarındaki eleman alanı ile doğal koordinatlardaki eleman alanı arasında,

$$dA = dx dy = |[J]| d\xi d\eta \quad (3.40)$$

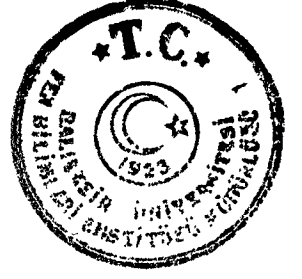
şeklinde bir bağıntı mevcuttur. Bu alan ifadesini (3.32) bağıntısında yerine koyarak, eleman rijitlik matrisi  $[K_e]$ ,

$$[K_e] = t \int_A [B]^T [D] [B] dx dy = t \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] |[J]| d\xi d\eta \quad (3.41)$$

$$[K_e] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [G](\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3.42)$$

olarak elde edilir. Burada [G],  $t[B]^T[D][B][J]$ 'ye bağlı bir terimdir. İntegrasyon eleman doğal koordinatlarında hesaplanır. [G] matrisinin hesabı için Gauss sayısal integrasyon yönteminin kullanılması gerekir. Sayısal integrasyon yöntemi aşağıda kısaca verilmiştir. [19,44,50].





$$[K_e] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [G](\xi, \eta) d\xi d\eta$$

$$= \int_{-1}^1 \sum_{m=1}^N w_m [G](\xi_m, \eta) d\eta$$

$$= \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N w_m w_n [G](\xi_m, \eta_n) \quad (3.43)$$

Burada;

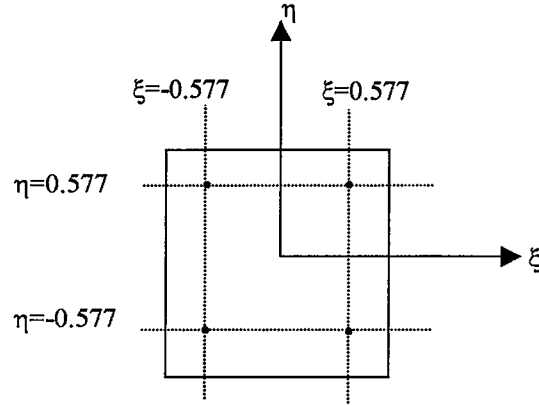
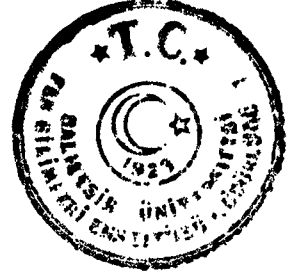
$w_m, w_n$  : ağırlık fonksiyonları,

$\xi_m, \eta_n$  : sayısal integrasyon noktası koordinatlarıdır.

Tipik bir kare eleman için  $N \times N$  integrasyon noktası vardır ve  $N=2$  alınması yeterlidir.  $N=2$  için integrasyon noktalarının yerleri Şekil 3.4'te gösterilmiştir.

Eleman rijitlik matrislerinin hesabında kullanılan malzeme matrisi aşağıdaki şekilde alınmıştır. Wilson ve Clough, iki eksenli gerilme altındaki elastik, ortotropik malzeme için, asal gerilmeler ile asal şekil değiştirmeler arasındaki bağıntıyı veren malzeme matrisini aşağıdaki şekilde almıştır [28].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E_1}{\left(1 - \frac{E_1}{E_2} \nu^2\right)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & E_2/E_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - E_1 \nu^2 / E_2}{2(1 + E_1 \nu / E_2)} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$



Şekil 3.4 Tipik kare eleman için sayısal integrasyon noktaları.

Burada;

$\nu$  : poisson oranı,

$\sigma_1, \sigma_2$  : maksimum ve minimum gerilmeler,

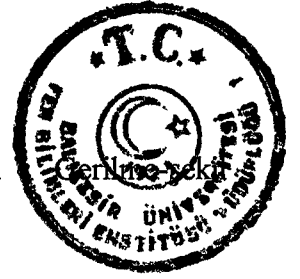
$\sigma_{12}$  : kayma gerilmesi ve

$E_1, E_2$  : 1 ve 2 doğrultusundaki elastisite modülleri olarak tanımlanmıştır.

Artan yük altında elastik olmayan analiz için (3.44) bağıntısı kullanılmıştır. Bu durumda  $E_1$  ve  $E_2$  değerleri, beton için kullanılan gerilme-şekil değiştirme bağıntısı gereğince, bir önceki yük artımından elde edilecek şekil değiştirmelerin bir fonksiyonu olarak alınacaktır.

### 3.1.2 Yay Elemanlar

Aderansı temsil eden yay bağlantı elemanını bilgisayar programına eklemek için, ilk olarak bu elemanın rijitlik matrisinin elde edilmesi gerekir. Yayları H ve V doğrultularındaki rijitliklerine sırasıyla  $K_h$  ve  $K_v$  diyelim. Bu durumda  $\delta$



deplasmanlarının pozitif yönleri Şekil 2.12'deki gibi olacaktır. değiştirme bağıntısı;

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \quad (3.45a)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_h \\ \sigma_v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_h \\ \varepsilon_v \end{Bmatrix} \quad (3.45b)$$

olarak ifade edilir [27].

Burada;  $\varepsilon_h$  ve  $\varepsilon_v$ , i ve j düğüm noktalarının H ve V doğrultularındaki rölatif deplasmanları olup çekme olduğunda pozitifdir. Şekil değiştirmeler ile deplasmanlar arasındaki ilişki, deplasman dönüştürme matrisi [T] kullanılarak;

$$\{\varepsilon\} = [T]\{\delta\} \quad (3.46a)$$

veya daha açık şekilde,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_h \\ \varepsilon_v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -c & -s & c & s \\ s & -c & -s & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{Bmatrix} \quad (3.46b)$$

olarak ifade edilebilir.

Burada;  $\theta$  yay bağlantı elemanı eksenini ile sistem eksenini arasındaki açı olmak üzere,  $c=\text{Cos}\theta$  ve  $s=\text{Sin}\theta$  olarak verilmiştir.

Böylece yay bağlantı elemanının sistem koordinatlarındaki  $[K_e]$  rijitliği;

$$[K_e] = [T]^T [C] [T] \quad (3.47a)$$



$$[K_e] = \begin{bmatrix} -c & s \\ -s & -c \\ c & -s \\ s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c & -s & c & s \\ s & -c & -s & c \end{bmatrix} \quad (3.47b)$$

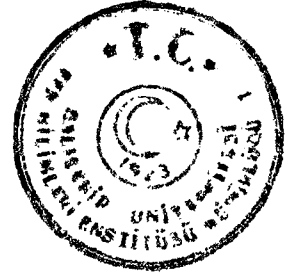
$$[K_e] = \begin{bmatrix} K_h c^2 + K_v s^2 & K_h s c - K_v s c & -K_h c^2 - K_v s^2 & -K_h s c + K_v s c \\ K_h s c - K_v s c & K_h s^2 + K_v c^2 & -K_h s c + K_v s c & -K_h s^2 - K_v c^2 \\ -K_h c^2 - K_v s^2 & -K_h s c + K_v s c & K_h c^2 + K_v s^2 & K_h s c - K_v s c \\ -K_h s c + K_v s c & -K_h s^2 - K_v c^2 & K_h s c - K_v s c & K_h s^2 + K_v c^2 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

olarak ifade edilir.

Eğer çelik donatının beton kirişe bu tür bir aderans bağlantısı ile bağlandığı kabul edilirse, aderansı temsil eden yay elemanın çubuk doğrultusundaki kuvvetleri, yüklemenin her bir aşamasında ve çatlama durumlarında kiriş boyunca aderans kuvvetlerini verecektir. Aderans kuvvetlerinin, ilgili yaya ait donatı yüzey alanına bölünmesiyle de aderans gerilmesi elde edilmiş olacaktır. Bundan sonraki soru ise, bağlantı elemanına ait iki yayın rijitliğinin hesabıdır.

Aderans kayması (beton ile çelik arasındaki rölatif yer değiştirme) ile aderans gerilmesi arasındaki ilişki çok karmaşıktır ve bir çok faktöre bağlıdır. Ngo ve Scordelis tarafından yapılan çalışmada bir kolaylık sağlamak için, aderans kayması ile aderans gerilmesi arasında lineer bir bağlantı kabul edilmiştir. Yani kirişin herhangi bir kesitindeki aderans kayması, aderans gerilmesi ile doğru orantılıdır. Bu orantıya “kayma modülü” denir.

Ngo ve Scordelis, boyuna yay rijitliği  $K_h$  için deneysel sonuçlardan da faydalanarak aşağıdaki 3 farklı değeri kullanmıştır.



$$K_h = 315.245 \text{ kN/mm}$$

$$K_h = 385.299 \text{ kN/mm}$$

$$K_h = 455.354 \text{ kN/mm}$$

Yapılan karşılaştırma sonucunda,  $K_h$  değerinin farklı seçilmesi halinde sonuçların yaklaşık %5 mertebesinde değiştiği görülmüştür [27].

Nilson'a göre birim donatı boyu için yay rijitliği, (2.23) bağıntısının  $d$ 'ye göre türevinin, o bağlantı elemanına ait donatı yüzey alanının çarpımına eşittir. Eğer donatının altında ve üstünde yay elemanlar varsa ve donatı boyunca yerleştirilmiş olan iki yay arasındaki mesafe  $\ell$  ise, boyuna yay rijitliği  $K_h$  aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$K_h = \frac{du}{dd} A_1 \quad (3.49)$$

$$\frac{du}{dd} = 9.791 \times 10^2 - 11.451 \times 10^4 d + 25.074 \times 10^5 d^2 \quad (\text{N/mm}^3) \quad (3.50)$$

$$A_1 = \frac{m\pi D\ell}{2b} \quad (3.51)$$

(3.51) bağıntısındaki;

$A_1$  : her bir yay eleman için donatı yüzey alanı,

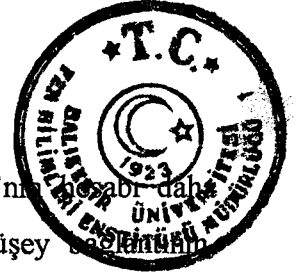
$m$  : boyuna donatı sayısı,

$D$  : boyuna donatı çapı,

$\ell$  : iki yay eleman arasındaki mesafe,

$b$  : kirişin gövde genişliği

olarak tanımlanmıştır. Paydadaki 2 sayısı, donatının altında ve üstünde birer yay eleman olması hali içindir [15,28].

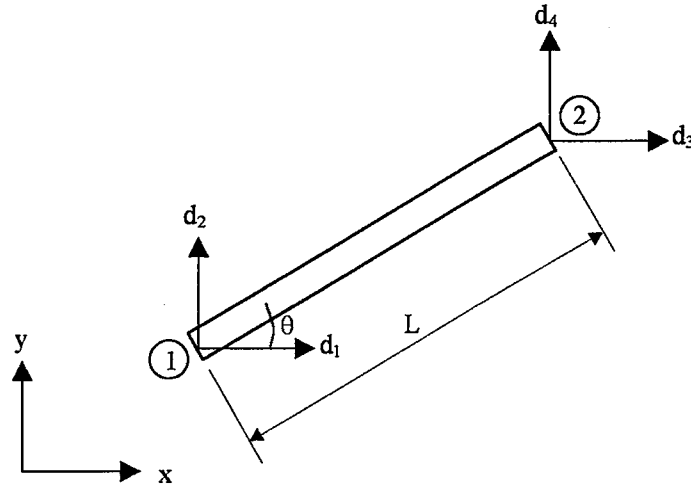
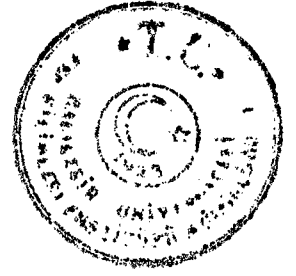


Yay elemanın çubuk eksenine dik doğrultudaki rijitliği  $K_v$ 'nin hesabı daha zordur. Gerçek bir kirişte boyuna donatıya dik doğrultudaki düşey deplasman, kirişte büyük çatlaklar oluşmasından sonra, “kaldıraç etkisi” veya “press-down” nedeniyle önemli bir etki haline geldiği söylenebilir. Bu durumda kayma, sadece çelik ve beton arasındaki yapışma veya mekanik kilitlemeden değil, aynı zamanda çeliğin çubuk eksenine dik doğrultuda beton tarafından nasıl sarıldığına ve tutulduğuna bağlıdır. Bu da 3 boyutlu bir problemdir. Ancak çubuk eksenine dik doğrultudaki çelik deplasmanı çok düşüktür ve ihmal edilebilir. Bu yüzden Ngo ve Scordelis düşey yay rijitliği  $K_v$  için, her bir bağlantı elemanında, çok büyük keyfi bir değerin atanabileceğini belirtmişlerdir. Bunun fiziksel anlamı, çelik ve beton düşey doğrultuda hemen hemen rijit bağlanmıştır. Ngo ve Scordelis, bu kabullerinin doğruluğunun tartışılabilir olduğunu ve daha çok araştırma yapılması gerektiğini belirtmişlerdir [27].

Ramadan, donatının bulunduğu seviyedeki çelik, betonda boyuna çatlakların oluşumunu yapay olarak önlemesin diye, bu değerin bilgisayar analizinde çok düşük ve hatta sıfır alınmasını önermektedir [14].

Allwood ve Bajarwan ile Ashour ve Morley, çubuk eksenine dik doğrultudaki davranışı temsil eden yayların rijitliklerinin çok büyük alınmasını önermişlerdir [34,35].

Bu çalışmada ise, çubuk eksenine dik doğrultudaki davranışı temsil eden yay rijitliği  $K_v$ , aderansı temsil eden yay rijitliği  $K_h$ 'ya eşit olarak alınmıştır. Böylece, bu değerin çok büyük alınması sonucu, betonda boyuna çatlakların oluşumunun yapay olarak engellenmesi önlenmiştir. Ayrıca  $K_v$  değerinin çok küçük veya sıfır alınması halinde, beton ve çeliğin aynı koordinatlara sahip farklı düğüm noktalarının birbirinden çok farklı düşey deplasmanlar yapmaları önlenmiştir.



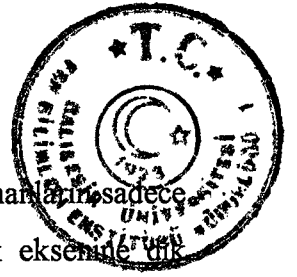
Şekil 3.5 Çelik çubuk eleman.

### 3.1.3 Donatı Elemanları

Betonarme kirişin içinde bulunan donatı, beton gibi iki boyutlu olarak modellenebileceği gibi tek boyutlu olarak da modellenebilmektedir. Donatının iki boyutlu olarak modellenmesi halinde eleman rijitlik matrisleri, beton elemanlar için elde edildiği gibidir. Ancak çelik izotrop bir malzemedir. Bu yüzden iki boyutlu izotrop malzemede düzlem gerilme hali için verilen  $[D]$  malzeme matrisi;

$$[D] = \frac{E_s}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

kullanılmalıdır. Burada  $E_s$ , çeliğin elastisite modülü,  $\nu$  ise poisson oranıdır [44].



Donatının tek boyutlu olarak modellenmesi halinde, çubuk elemanlar sadece eksenleri doğrultusunda kuvvet taşıdıkları kabul edilecektir. Çubuk ekseninde dik doğrultudaki rijitliklerin çok büyük olduğu hesaplarda göz önünde tutularak çubuk elemanlar için (4x4). mertebeden olan eleman rijitlik matrisi, yay elemanlar için (3.48) bağıntısında verilen genel ifadeden elde edilebilir. Ancak (3.48) bağıntısındaki  $K_h$  değeri aşağıdaki şekilde hesaplanmalıdır.

$$K_h = \frac{E_s A_s}{\ell} \quad (3.53)$$

Burada  $A_s$  donatının enkesit alanı,  $\ell$  ise donatı elemanının boyudur.

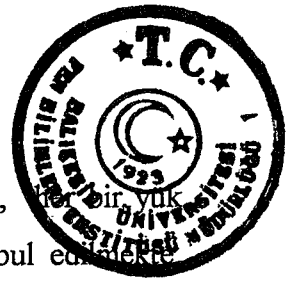
### 3.2 Betonarme Düzlem Sistemlerin Hesabı İçin Bir Yük Artımı Metodu

Göçme sırasında yapı, genellikle malzeme ve geometri değişimi bakımından veya her iki bakımdan lineer davranış göstermediğinden, sistemin lineer olmayan teoriye göre hesaplanması gerekmektedir. Böylece, göçmeye karşı istenen bir güvenlik sağlanabilir ve malzemenin lineer-elastik sınırın üstündeki taşıma özelliğinden faydalanılabilir [51].

Bu çalışmada incelenen sistemlerde meydana gelen yer değiştirmelerin çok küçük olduğu kabul edilmiştir. Bu yüzden sistem, geometri değişimi bakımından lineerdir. Böylece denge denklemlerinin şekil değiştirmemiş sistemde yazılması mümkün olmuştur. Sistemin lineer olmayan davranışının nedeni, bünye denklemlerinin lineer olmaması ve ayrıca artan yükler altında betonun çatlaması veya ezilmesi, donatının akması veya aderans kopması nedeniyle sistem rijitliğinin azalmasıdır.

Lineer olmayan davranış gösteren malzemenin özellikleri gerilme durumuna bağlıdır. Lineer olmayan analiz için kullanılan yük artımı metodu, her bir yük artımı için ayrı bir çözüm adımı gerektirir. Aslında, bu çözüm metodunda malzemenin





davranışı birkaç doğru parçası ile tanımlanmaktadır. Diğer bir deyişle, artırımın uygulanması esnasında malzemenin lineer elastik olduğu kabul edilir fakat farklı yük artımları için farklı malzeme matrisleri kullanılmaktadır. Böylece, lineer-elastik davranış için kullanılan prensipler, her bir küçük yük artımı için kullanılabilir hale gelmektedir [43].

Son 30-35 yıldır yapılan çalışmalarda, Sonlu Elemanlar Metodu kullanılarak betonarmenin lineer olmayan davranışı araştırılmıştır. Bu araştırmalarda iki genel yaklaşım kullanılmıştır. Sabit rijitlik metodunda elastik yöntem kullanılmış ve rijitlikler sabit alınmıştır. Malzemenin gerçek davranışına uygun olması için ardışık düzeltmeler yapılarak başlangıç rijitliği kullanılmıştır. Değişken rijitlik metodu olarak bilinen ikinci yaklaşımda, lineer olmayan davranış için çok sayıda lineer bağıntıdan faydalanılmış ve ardışık çözümlerle sonuca ulaşılmıştır. Aşağıda bu iki metot kısaca açıklanmıştır [49].

**a.) Sabit Rijitlik Metodu:** Sabit rijitlik metodu, yapının başlangıç rijitliğini kullanarak bir lineer elastik problem gibi ardışık çözüm yapmaktır. Eğer çatlama, ezilme, akma veya aderans kopmasından biri veya birkaçı meydana gelirse, bu durumda başlangıç rijitliği gerçek değer olmayacaktır. Bu yüzden denge denklemi yeniden kurulmalıdır.

$$([K] + [K_o])(\{r\} + \{r_o\}) = \{P\} \quad (3.54)$$

Burada  $[K_o]$ , rijitlik matrisindeki değişim,  $\{r_o\}$  ise deplasman vektörüdür. Denklemden  $[K_o](\{r\} + \{r_o\})$ , çatlama, akma veya her ikisinin birden eşdeğer yüke dönüşmesi olarak düşünülebilir. Bu yük ve  $[K]$  başlangıç rijitliği kullanılarak yeni  $\{r_o\}$  deplasmanları elde edilebilir. Bu işlem, eşdeğer yüklerin şiddeti yeterince küçülünceye kadar tekrarlanır. Bu metodun avantajı, yapı rijitliği  $[K]$ 'nin her bir adım için yeniden kurulmasına gerek olmamasıdır. Yapının lineer olmayan davranışı üzerinde çok etkili olan çatlama nedeniyle, normal olarak, eğilmeye çalışan betonarme elemanlar için yakınsama çok yavaştır. Ayrıca bu yaklaşımın doğruluğu da tartışılır.



**b.) Değişken Rijitlik Metodu:** Değişken rijitlik metodunda nihai çözüm, yüklemenin her aşamasında değişken malzeme matrisi kullanarak, çok sayıda lineer elastik problemin çözümü olarak elde edilir. Elastisite katsayıları yapının rijitlik matrisine etki ettiğinden, denge denklemi aşağıdaki şekilde kurulur.

$$\{P_i\} = [K(\{r_{i-1}\})]\{r_i\} \quad (3.55)$$

Aynı yük adımı için işlemin tekrarlanması gerekirse, bu durumda denge denklemi;

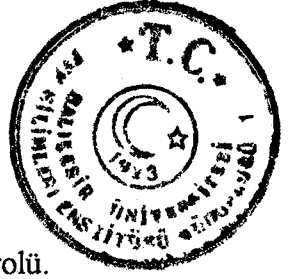
$$\{P_i\} = [K(\{r_i\})]\{r_{i+1}\} + \{P_i^*\} \quad (3.56)$$

şeklini alır. Burada  $\{P_i^*\}$ , betonda çatlama nedeniyle oluşan fazlalık gerilmelere eşdeğer düğüm noktası kuvvetleridir. Yani  $\{r_{i+1}\}$ 'in çözümü için önce  $\{P_i^*\}$  hesaplanır. Bu işlem, rijitlik matrisindeki değişimler yeterince küçülünceye kadar tekrarlanır.

Bu metodun yakınsaması sabit rijitlik metodundan daha hızlıdır. Rijitlik matrisinin her seferinde yeniden kurulmasının maliyeti çok fazla olabilir. Bu da sabit rijitlik metodundaki yakınsamaya olan avantajı dengeler. Bununla beraber, betonarme kirişlerin çatlama, bu elemanlarda yüksek derecede lineer olmayan davranışa sebep olur. Bu yüzden sabit rijitlik metodunda yeterli yakınsamayı elde etmek için daha çok sayıda iterasyona gerek duyulur. Bu gibi durumlar için değişken rijitlik metodu daha ekonomik ve gerçekçi sonuçlar verebilir [49]. Bu yüzden, bu çalışmada da değişken rijitlik metodu kullanılmıştır.

Değişken rijitlik metodu kullanılarak yapılacak tipik bir yük artımlı çözümün başlıca adımları şunlardır.

- 1.) Eleman rijitlik matrislerinin elde edilmesi.
- 2.) Sistem rijitlik matrisinin toplanması.
- 3.) Sistem yük vektörünün toplanması.



- 4.) Dügüm noktası deplasmanlarının hesabı.
- 5.) Eleman gerilmelerinin hesabı.
- 6.) Çatlama, ezilme, akma, aderans kopması ve göçme kontrolü.
- 7.) Dengelenmemiş düğüm noktası kuvvetlerinin hesabı.
- 8.) Yakınsamanın kontrolü.
- 9.) Yeterli yakınsaklık sağlanmamışsa yeniden çözüm.

9. adımda, eğer yeni çatlaklar, ezilme, akma veya aderans kopması meydana gelmişse bütün işlemler tekrarlanır. 1'den 5'e kadar olan adımlar elastik analiz için deplasman metodunun klasik işlemleridir. 6'dan 9'a kadar olan adımlar ise lineer olmayan davranışı hesaba katmak için ilave işlemlerdir [45,49].

Betonun bünyesel davranışı ile çatlama ve ezilme durumu, çeliğin akması ve aderans kaybının doğrusal bağıntılarla ifade edilemeyişi gibi etkenler, betonarme yapı elemanlarının sonlu eleman çözümünün yük artımlı olmasını ve ancak bilgisayar yardımıyla gerçekleştirilmesini kaçınılmaz kılmaktadır.

### 3.3 Çatlama, Akma ve Göçme ile İlgili Kabuller

Betonda ilk çatlak oluşuncaya kadar elastik çözüm yapılır. Herhangi bir beton eleman çatladığında, bu elemana ait rijitlik matrisi değiştirilerek işleme devam edilir. Bu esnada, aderans kopması ve donatı elemanlardaki akma kontrol edilir. Çatlamış veya ezilmiş betonun, akmış donatının ve kopmuş aderans bağlantısının etkileri de göz önüne alınarak, yapıda göçme meydana gelinceye kadar işleme devam edilir.

#### 3.3.1 Betonda Çatlama ve Ezilme

Her yük artımı için bütün beton elemanlarda asal gerilmeler hesaplanır. Eğer beton elemanın asal doğrultularının birinde meydana gelen çekme gerilmesi betonun çekme mukavemetini aşarsa, bu çekme gerilmesine dik doğrultuda bir çatlak oluşur



ve beton bu çatlığa dik doğrultudaki çekme gerilmelerini artık taşıyamaz. Çatlama meydana getiren beton çekme gerilmeleri, ait olduğu elemanın düğüm noktalarına yük olarak etkililerek işleme devam edilir. Beton çekme gerilmelerinin düğüm noktalarına yük olarak etkililmesi işleminin nasıl yapılacağı Ek B’de açıklanmıştır.

Ancak bunlar yapılmadan önce, çatlamış betonun asal doğrultularda yazılmış olan malzeme matrisinin değiştirilmesi ve sistem koordinatlarına dönüştürülmesi gerekir. Çatlamış beton eleman için asal doğrultulardaki malzeme matrisi;

$$[D'] = \begin{bmatrix} e & e & e \\ e & E_{in} & e \\ e & e & \beta \frac{1}{2} \frac{E_1}{\left(1 + \frac{E_1}{E_2} \nu\right)} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

şeklinde olacaktır. Burada;

$E_{in}$  : betonun başlangıç elastisite modülü,

$e$  : küçük bir katsayı ( $e=0.00001E_{in}$ ),

$\beta$  : agreganın kilitlemesine ait katsayı ( $\beta=0.5$ ),

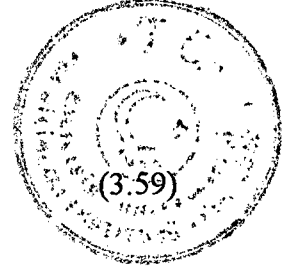
$E_1, E_2$  : 1 ve 2 numaralı asal doğrultulardaki beton elastisite modülleri ve

$\nu$  : betonun poisson oranı olarak tanımlanmaktadır.

Çatlamış beton için asal doğrultularda verilen bu malzeme matrisi, dönüştürme matrisi yardımıyla sistem koordinatlarında,

$$[D] = [T]^T [D'] [T] \quad (3.58)$$

olarak yazılır. Benzer şekilde asal şekil değiştirmeler sistem koordinatlarında,



$$\{\varepsilon\} = [T]^T \{\varepsilon'\}$$

olarak yazılır. Burada [T], 3x3 boyutlu dönüştürme matrisi olup,

$$[T] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ -2sc & 2sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada  $\theta$ , asal koordinatlarla sistem koordnatları arasındaki açı olmak üzere;  $c=\text{Cos}\theta$  ve  $s=\text{Sin}\theta$  olarak verilmiştir [44].

Eğer beton elemanın asal doğrultularının birinde meydana gelen maksimum basınç şekil değiştirmesi, beton için önceden verilmiş olan  $\varepsilon_{cu}$  değerini aşarsa, bu durumda beton eleman ezilmiştir. Ezilmiş betonun malzeme matrisi;

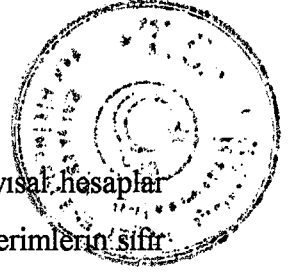
$$[D] = \begin{bmatrix} e & e & e \\ e & e & e \\ e & e & e \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

olarak tanımlanır. Çatlama durumunda olduğu gibi yine  $e=0.00001E_{in}$  olarak alınır [14,42].

Çatlamış veya ezilmiş beton elemanlarda, malzeme matrisindeki terimlerin sıfır yerine çok küçük sayılar olarak atanmasının nedeni, yapının süreklilik ve stabilitesinin korunması ve böylece çözüme devam edilebilmesi içindir.

### 3.3.2 Donatının Akması

Donatı ister iki boyutlu düzlem eleman olarak, ister tek boyutlu çubuk eleman olarak tanımlansın, donatı eksenini boyunca meydana gelen boy değişimi oranı çeliğin



akma şekil değiştirmesine ulaştığında donatı akmış kabul edilmiştir. Sayısal hesaplar sırasında, rijitlik matrisinin esas köşegeni üzerinde bulunan donatıya ait terimlerin sıfır çıkması nedeniyle meydana gelecek çözümsüzlükleri önlemek için bilgisayar programında, akmanın başlamasından sonraki diyagram kısmı küçük bir eğimle yükselen doğru şeklinde kabul edilmiştir (Şekil 2.9). Buna göre, akmış bir donatı elemanının elastisite modülü, başlangıç elastisite modülünün bir  $\alpha$  katsayısı ile çarpımına eşittir. Uygulamada  $\alpha=0.01$  olarak alınmıştır. Bu da akmış bir donatı elemanı için malzeme matrisinin başlangıçtaki değerinin %1'i olarak alınacağı anlamına gelir.

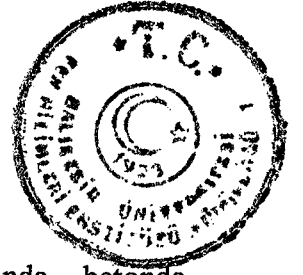
### 3.3.3 Aderans Kopması

Artan yükler altında, aderans kayması ve buna bağlı olarak da aderans gerilmeleri artmaktadır. Aderans için kabul edilen bünye denkleminde verilen maksimum kayma sınırı aşıldığında o bölgede aderans çözülmesi olduğu kabul edilir. Ancak, belli bir bölgede aderansın kaybolması, sistemin taşıma gücünün sona erdiği anlamına gelmez. Taşıma gücünü yitirmemiş bölgelerde beton ile çelik çubuk arasında yük aktarılması devam eder.

Aderans için Nilson tarafından önerilen diyagramın kullanılması halinde, donatı ile beton arasındaki aderans gerilmesi maksimum değeri aştığında, kenar yay bağlantı elemanları için aderans rijitliği sıfır alınır. Diğer yay bağlantı elemanları için ise diyagram geçerli olmaya devam eder ve eksi işaretli yay rijitliği hesaplanır [28].

Yankelevsky tarafından önerilen diyagramın, Ramadan tarafından sürekli bir eğri olarak ifade edildiği bağıntının kullanılması halinde ise, maksimum kayma değerine ulaşıncaya kadar bir sınırlama yoktur. Bu değerden sonra ise aderansın çözüldüğü kabul edilir [14,29].

Sarıgül [30], Evans ve Robinson [19] aderans bağıntılarında maksimum aderans gerilmesine ulaşıldıktan sonra aderans rijitliği sıfır alınmıştır.



### 3.3.4 Yapının Göçmesi

Çelikte en büyük birim uzama oranı  $\epsilon_{\max}=0.01$  sınırına ulaştığında, betonda büyük şekil değiştirmeler ve çatlamlar nedeniyle göçme olacağı kabul edilmiştir. Bu anda ilgili çelik elemanın koptuğu ve hiç yük taşıyamayacağı kabul edilir.

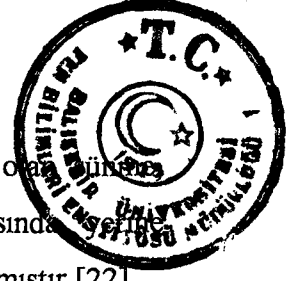
Eğer betonarme kirişin herhangi bir noktasındaki düşey deplasman, önceden belirlenmiş en büyük sehim değerini aşarsa, bu durumda yapı kullanılamaz hale geleceğinden göçme olacağı kabul edilir.

### 3.4 Boşluklu Betonarme Kirişlerin Bilgisayar Programı ile Çözümü

Bu çalışmada kısa adı **FINEARCS** (FINITE Element Analysis of Reinforced Concrete Structures) olan, hem çizgisel çatlak gelişimini yük artımlı olarak inceleyebilen, hem de yüklemeye bağlı olarak bölgesel çatlak gelişimini otomatik olarak ele alabilen bir bilgisayar programı sunulmuştur. Program ilk kez 1968 yılında Nilson tarafından kodlanmış ve 1987'de Ramadan tarafından daha etkin ve verimli hale getirilmiştir. Ramadan bu bilgisayar programını kullanarak, Broms'un yapmış olduğu, betonda çatlak oluşumu ile ilgili deneysel çalışma sonuçlarını karşılaştırmış ve sonuçların uyum içinde olduğunu göstermiştir [14,28,52].

Ek A'da akış diyagramı ve çalışma düzeni verilen programa, bazı eklemeler ve düzenlemeler yapılmıştır.

Programda mevcut olan, Nilson tarafından önerilen Şekil 2.14'teki aderans-kayma bağıntısı ile Yankelevsky tarafından önerilen Şekil 2.16'daki aderans-kayma bağıntısına ek olarak, Şekil 2.17'de görülen Sarıgül tarafından kullanılan aderans-kayma bağıntısı ilave edilmiştir. Ayrıca, Evans ve Robinson tarafından düz yüzeyli çubuklar için önerilen Şekil 2.18'de verilen bağıntı, bilgisayar programında, 11 MPa aderans gerilmesine kadar lineer, daha sonra yatay olarak devam eden bir doğru olarak idealize edilerek programa eklenmiştir [19,28-30].



Beton elemanların deformasyonları üzerinde çok büyük etkisi olan sünme (2.19) bağıntısından hesaplanan sünme katsayısının (2.18) bağıntısında konmasıyla, betonun efektif elastisite modülü kullanılarak göz önüne alınmıştır [22].

Yüklemenin her aşamasında hesaplanan düğüm noktası deplasmanları için programa sehim sınır şartı eklenmiştir. Bölüm 4.3'te verildiği gibi, kısa süreli sehim sınırı  $L/360$ , sünme etkilerinin de göz önüne alındığı uzun süreli sehim için sınır ise  $L/240$  olarak alınmıştır [17].

Programın birim sistemi SI olarak düzenlenmiştir.

FINEARCS programında uygulanan analiz yöntemi, yüklemenin tüm aşamalarında betonarme davranışının incelenmesine imkan sağlamakta, beton ve çelik için lineer olmayan malzeme özellikleri, lineer olmayan aderans-kayma bağıntıları, yerel aderans kayıpları ve çatlakların oluşumu ve ilerlemesini de kapsamaktadır. Programda, aderans davranışını modellemek için özel yay bağlantı elemanları kullanılmıştır. Ayrıca sünme etkileri de göz önüne alınmıştır. Program, beton için üç farklı gerilme-şekil değiştirme eğrisi ile birlikte, dört değişik aderans-kayma bağıntısını içermektedir. Çatlamış beton elemanlar için agrega kilitlenmesi etkisi dikkate alınmıştır.

Betonarme bir elemanda çatlakların oluşması ve ilerlemesi, iç gerilme ve deplasmana dış yükler kadar etki eder. Bir elemanda çatlakların ilerlemesi demek, artan yük altında elemanın fiziksel özelliklerinin sürekli değişmesi demektir.

Nilson tarafından önerilen ve çatlak genişliklerinin de hesaplanabildiği çizgisel çatlak modelinde her yük artımı için yapı topolojisi yeniden tanımlanmalıdır. Bu da aşağıdaki şekilde yapılır [28].

Çatlamamış bir beton elemana, bir veya birden çok bölgesindeki asal çekme gerilmesi, betonun çekme mukavemetini aşınca kadar artımlı olarak yük uygulanır. Eğer iki komşu beton elemanın asal çekme gerilmelerinin ortalaması betonun çekme



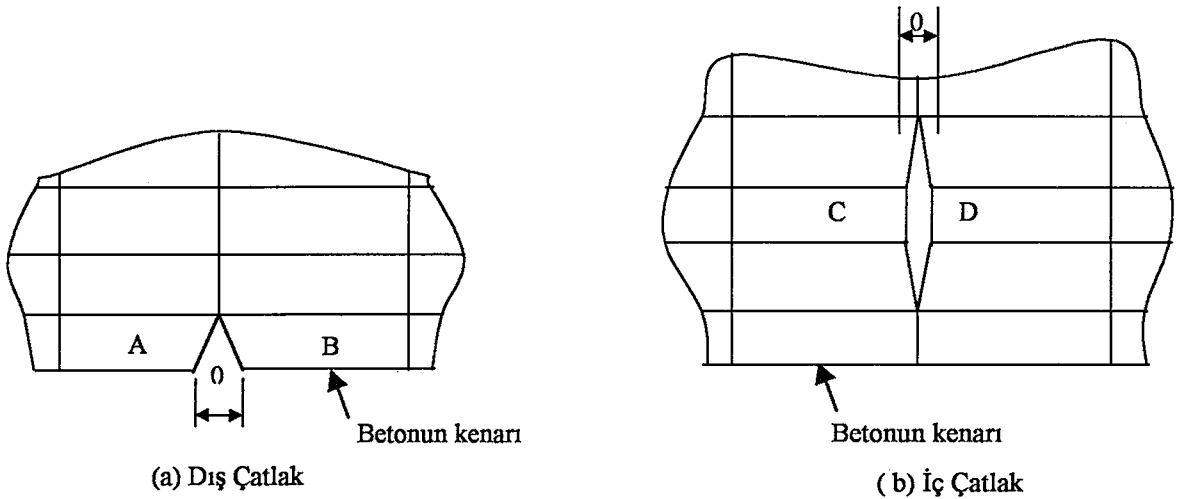


mukavemetini aşarsa, bu durumda, bu iki elemanın ortak kenarları boyunca bir çatlak oluştuğu kabul edilir. Bu işlem, elemanların ortak köşe noktalarının birbirinden ayrılmasıyla yapılır. Şekil 3.6a'ya göre beton bloğun kenarlarında, A ve B elemanları arasında bir çatlak başlamıştır ve bu elemanların dış düğüm noktaları birbirinden ayrılmıştır.

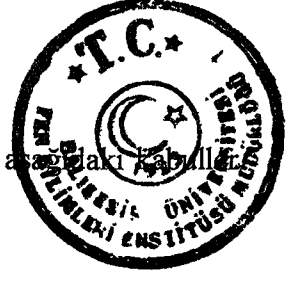
Çatlağın iç bölgelerde başlaması için, Şekil 3.6b'de görüldüğü gibi C ve D elemanları arasındaki ortak köşe noktalarına ait düğüm noktalarının her ikisinin de birbirinden ayrılması gerekir. Bu durum, çatlak boyunu olduğundan daha fazla gösteriyor ise de sonlu eleman tipinin ve boyutlarının uygun seçilmesiyle hata azaltılır.

Bundan sonra çatlak gelişimi ise, ilk durumda olduğu gibi, ortak tek köşe düğüm noktasının ayrılmasıyla devam eder. Asal çekme gerilmeleri elemanın kenarları ile belli bir açı yaptığında, çatlağın asal gerilme doğrultusuna nispeten daha dik kenar boyunca meydana geldiği kabul edilir.

Çatlama kriteri ile birlikte, aderans kayması, aderans göçmesi ve donatının akması gibi kriterler her yük artımı için tek tek kontrol edilmeli ve gereği yapılmalıdır.



Şekil 3.6 Betonda çatlak oluşumu.



Elemanda çatlak oluşuktan sonra, çatlama teorisi ile ilgili aşağıdaki kabul edilmiş yapılar [53].

a.) İki çatlağın ortasında aderans gerilmesi sıfırdır ve işaret değiştirir.

b.) İki çatlağın ortasında donatıya komşu beton elemanlardaki çekme gerilmeleri maksimum değerine ulaşır.

c.) Çatlama anında aderans gerilmesi sıfırdır.

d.) Çatlamanın meydana geldiği noktada aderans gerilmesi sıfırdır. Çatlağın hemen yanındaki aderans gerilmeleri, bunun tersi olarak maksimum değerine ulaşır.

Yapıda bir çatlak oluşuktan sonra, bütün yükler kaldırılır ve yapı yeniden tanımlanarak artan yükler altında hesap başlatılır. Bu şekilde her çatlak oluşumundan sonra aynı işlemler tekrarlanır. Yapı göçme yüküne ulaştığında işleme son verilir [28].

Programda kullanılan diğer bir çözüm şekli de, bölgesel çatlak gelişiminin yük artımlı olarak ele alınmasıdır. Bu yöntemin çizgisel çatlak gelişimi kabulü ile yapılan işleme göre en büyük avantajı, yapı sisteminde herhangi bir çatlak meydana geldiğinde bunun otomatik olarak rijitlik matrislerinde göz önüne alınabilmesi ve ara vermeden göçme yüküne ulaşınca kadar işleme devam edilebilmesidir. Böyle bir çözümün başlıca adımları şunlardır [15].

1.) Donatının lineer elastik davrandığı kabul edilerek, seçilen beton gerilme-şekil değiştirme bağıntısı ile, artan yük altında ilk çatlak oluşana kadar sonlu eleman analizi yapılır. Yüklemenin her aşamasında tüm elemanlar için asal gerilmeler ve yönleri hesaplanır.

2.) Herhangi bir beton elemanda oluşan asal çekme gerilmesinin betonun çekme mukavemetinden büyük olması halinde, elemanda bu asal gerilme doğrultusuna dik yönde bir çatlak meydana geldiği kabul edilir. Çatlamış eleman,



basınç ve agrega kilitlenmesi sonucu bir miktar kayma gerilmesi taşıyabilmektedir. Dolayısıyla, eleman malzeme matrisinde değişikliğe gidilir. Bu çatlakların oluşması sonucu boşalan çekme gerilmelerinin diğer elemanlara dağıtılması Zienkiewicz, Valliappan ve King tarafından önerilen “gerilme transferi metodu”na göre yapılır [54]. Bu işlemin betonarmeye uygulanışı geniş şekilde Ek B’de verilmiştir.

3.) Dağıtım işleminin sonucunda başka çatlaklar da oluşuyorsa, analiz aynı şekilde tekrarlanır. Aksi taktirde yük artırılır.

4.) Çelik elemanların herhangi birinde eksenel deformasyon akma sınırını aşıyorsa, o eleman için çelik elastisite modülü değeri  $E_s$ ’den  $\alpha E_s$  gibi düşük bir değere indirilir. Bu çalışmada  $\alpha=0.01$  alınmıştır. Bu durum için de analiz tekrarlanır.

5.) Betonun basınç altındaki birim deformasyonu, beton için seçilen  $\epsilon_{cu}$  ezilme değerine ulaşıncaya, ilgili elemanın mukavemeti sıfıra çok yakın bir değere indirilir ve analiz bu durum için de tekrarlanır.

6.) Bölüm 3.3.4’te verilen yapının göçmesi ile ilgili kriterlerden birinin gerçekleşmesi halinde işleme son verilir.

Bilgisayar programının diğer özellikleri ve çalışması ile ilgili bazı ayrıntılar aşağıda kısaca verilmiştir.

Program içerisinde eleman gerilmeleri ve şekil değiştirmeleri sistem koordinatlarında hesaplanır. Daha sonra, asal gerilme ve şekil değiştirmeler ile asal eksen takımı ve sistem eksen takımı arasındaki açı hesaplanır. Sistem koordinatlarında hesap yapabilmek için, asal doğrultularda hesaplanmış olan bu değerlerin ve özellikle asal doğrultular için verilmiş olan malzeme matrislerinin sistem koordinatlarına dönüştürülmesi gerekir. Bunun için de (3.60) bağıntısında verilen dönüştürme matrisinden yararlanılır. Her adımda, bütün elemanlar için bu işlemler tekrarlanır.



Aderansa etki eden en önemli faktörlerden biri olan donatının beton/çelik içindeki derinliği veya tam tersi olarak çatlamış yüzeye olan yakınlığıdır. Çünkü durumda, bölgesel aderans gerilmesi aynı kalarak, beton ve çelik arasındaki kaymanın devam etmesi beklenir. İkinci durumda ise, nervürlü çubuklarda aşağıdaki iki halden biri görülür.

a.) Deformasyon etkisiyle meydana gelen sıkışma nedeniyle, çubuk eksen boyunca betonda çatlaklar meydana gelir.

b.) Beton bloğun yüzeyinde beton çekme konisi oluşur ve aderans ortadan kalkar.

Bu davranış farkını tasarlanan modelde göstermek için aderans bağlantıları, kenar (çatlak yüzünden bir donatı çapı içeriye kadar olanlar) ve iç olmak üzere iki ayrı şekilde modellenmiştir. Bu iki bağlantının davranışı Şekil 2.14’de gösterilmiştir [28].

Herhangi bir yük artımının başlangıcındaki beton elastisite modülü  $E_c$ ’nin değeri, bu yük adımına kadar olan  $\varepsilon$  şekil değiştirmelerine bağlıdır. Eğer her yük artımında, toplanmış  $\varepsilon$  şekil değiştirmesi esas alınarak  $E_c$  değeri hesaplanırsa, gerçek çözümden uzaklaşma olabilir (Şekil 3.7). Bundan kaçınmak için, i. adımın  $\varepsilon_c$  değeri;

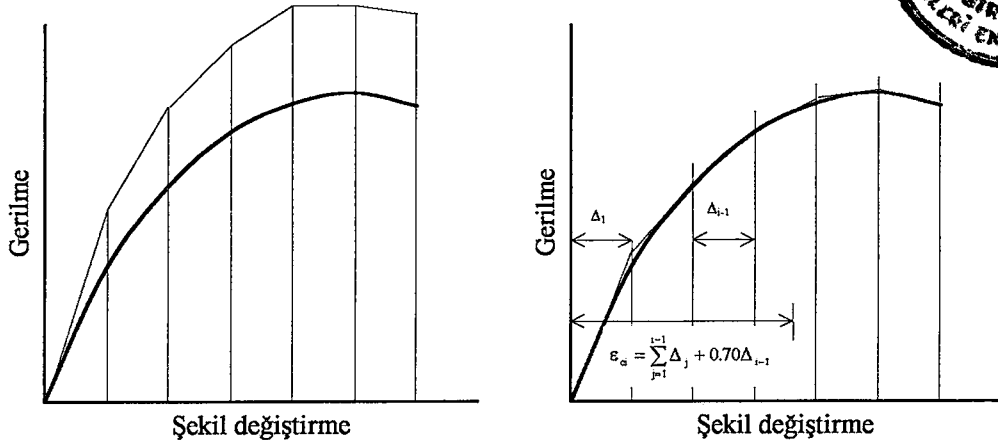
$$\varepsilon_i = \sum_{j=1}^{i-1} \Delta_j + c\Delta_{i-1} \quad (3.62)$$

olarak hesaplanmalıdır. Burada;

$\Delta_j$  : j. yük artımına karşı gelen şekil değiştirme,

c : bir sabittir.

$c=0.7$  olarak alınması halinde gerçekçi sonuçlar elde edilebilir [14].



Şekil 3.7 Düzeltilmiş gerilme-şekil değiştirme eğrisi.

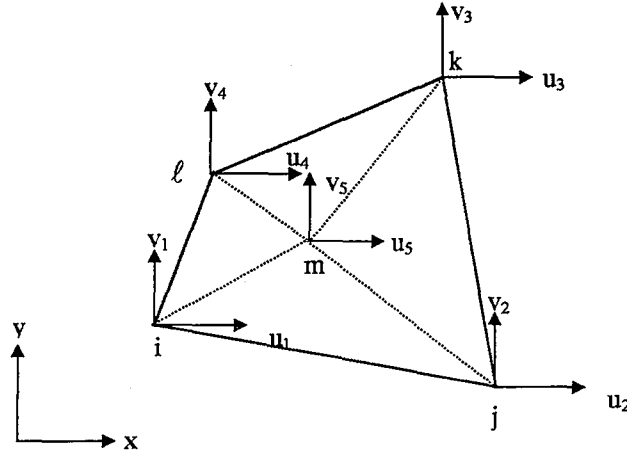
Aderans-kayma bağıntısının bir sürekli fonksiyon olarak seçilmesi halinde de işlemler bu esasa göre yapılır. Bu durumda (3.62) bağıntısı;

$$d_i = \sum_{j=1}^{i-1} \Delta_j + c\Delta_{i-1} \quad (3.63)$$

şeklini alır. Burada  $\Delta_j$ , j. yük adımına karşı gelen toplam kayma değeri, c ise daha önce tanımlandığı gibi bir katsayıdır ve 0.7 alınması uygundur [14].

Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılan çözümden daha hassas sonuçlar elde etmek için, yoğunlaştırma işleminin yapılması gerekir. Bunun bir çok yolu vardır. Bunlardan en yaygın olanları “fiktif düğümler metodu” ve “ek uçlar metodu” dur. Bu çalışmada fiktif düğümler metodu kullanılmıştır. Bu metotta, bir veya daha çok fiktif düğüm, dış kuvvetlerin bulunmadığı iç düğümler olarak tanımlanır. Şekil 3.8’de görüldüğü gibi; i, j, k, l dörtgen elemanın içine bir m fiktif düğüm noktası eklenir. Bu durumda eleman için denge denklemleri;

$$\begin{Bmatrix} \{P\} \\ \{P_m\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B^T & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\} \\ \{\delta_m\} \end{Bmatrix} \quad (3.64)$$



Şekil 3.8 Dörtgen eleman için fiktif düğüm noktası.

halini alır. m düğümü fiktif olduğundan, tanım gereği  $\{P_m\}=\{0\}$  olur. Dolayısıyla bu denklem açık formda;

$$\{P\} = [A]\{\delta\} + [B]\{\delta_m\} \quad (3.65a)$$

$$\{0\} = [B]^T \{\delta\} + [C]\{\delta_m\} \quad (3.65b)$$

olarak yazılabilir. (3.65b) bağıntısının her iki tarafı  $[C]^{-1}$  ile çarpılıp elde edilen sonuç (3.65a) bağıntısında  $\delta$  çıkarılarak yazılırsa;

$$\{P\} = \left[ [A] - [B][C]^{-1}[B]^T \right] \{\delta\} \quad (3.66)$$

olduğu gösterilebilir. Sonuç olarak, tanımdan;

$$[K_e] = \left[ [A] - [B][C]^{-1}[B]^T \right] \quad (3.67)$$

olarak elde edilir [49,55].



Daha önce de belirtildiği gibi, beton için üç ve aderans için dört farklı bünye denklemi kullanılabilir. ICST kontrol parametresi ile beton için istenilen gerilme-şekil değiştirme bağıntısı seçilebilir. Buna göre;

ICST=1 için Saenz tarafından önerilen (2.1) bağıntısı,

ICST=2 için Kent ve Park tarafından önerilen (2.6) ve (2.10) bağıntıları,

ICST=3 için Viwathanatepa, Popov ve Bertero tarafından önerilen (2.5) bağıntısı kullanılır.

IBST kontrol parametresi ile aderans için istenilen aderans-kayma bağıntısı seçilebilir. Buna göre;

IBST=1 için Nilson tarafından önerilen aderans-kayma bağıntısı,

IBST=2 için Yankelevsky tarafından önerilen aderans-kayma bağıntısı,

IBST=3 için Sarıgül tarafından kullanılan aderans-kayma bağıntısı ve

IBST=4 için Evans ve Robinson tarafından önerilen bağıntı kullanılır.

Ayrıca yukarıda kısaca açıklanan iki farklı çözüm yönteminden biri seçilebilir. Buna göre;

ICASE=1 için çizgisel çatlaklı adım adım analiz yöntemi,

ICASE=2 için bölgesel çatlaklı sürekli analiz yöntemi kullanılır.



#### 4. BÜYÜK BOŞLUKLU BETONARME KİRİŞLERİN ÇÖZÜMÜ

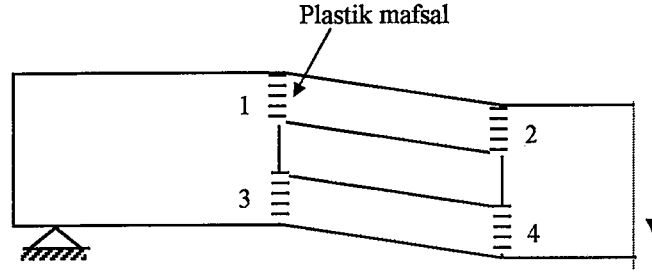
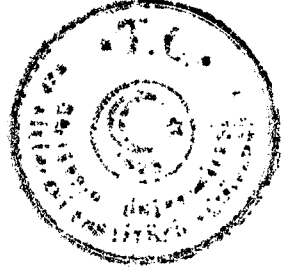
Gövdelerinde küçük boşluklar bulunan betonarme kirişlerin analitik çözümüne ilişkin yapılan çalışmalar ve bu çalışmada Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılan çözümler sonucu, bu tür betonarme kirişlerin dizaynında önemli bir problemle karşılaşmadığı görülmüştür [1,4,5]. Boşluk çevresine yerleştirilecek donatı miktarının, boşluklu kesitteki basınç veya çekme donatısının fazla olanına eşit olmasının yeterli olacağı görülmüştür. Böylece, ilk olarak çekme veya basınç donatısı akar, boşluk civarındaki donatının akması ise daha sonra olur.

Betonarme kirişlerin gövdesinde büyük boşluk veya boşluklar bulunması halinde, boşluk civarına yerleştirilecek donatının hesapla bulunması gerekmektedir. Bu yüzden, bu tür kirişlerin dizaynı için, bundan önce yapılmış olan teorik ve deneysel çalışmalar esas alınarak, bir analitik çözüm yöntemi uygulanmıştır [2,3,6,8,9,56]. Bu çalışmaların kısa bir özeti aşağıda verilmiştir.

Mansur ve diğerleri tarafından yapılan deneysel çalışmada, her birinin gövdesinde büyük dikdörtgen boşluklar bulunan 8 adet betonarme sürekli kiriş test edilmiştir. Bütün kirişler dikdörtgen kesitlidir ve aynı miktarda boyuna donatı ile donatılmıştır. Yapılan deneysel çalışma sonucu gövdesinde büyük bir boşluk bulunan betonarme kirişin genel davranışı incelenmiş, boşluğun kiriş deplasmanlarına olan etkisi şekillerle gösterilmiştir. Ayrıca, göçme modu ve plastik mafsall oluşum sırası verilmiştir. Gövde boşluğun yerinin (mesnede olan mesafe) ve boyutlarının göçme yüküne etkisi araştırılmıştır [9].

Mansur, Tan ve Lee tarafından yapılan çalışmada ise göçme modları ve boşluğun alt ve üst başlık elemanları tarafından taşınacak kesme kuvvetleri geniş bir şekilde araştırılmıştır. Üzerinde tekil yük bulunan büyük boşluklu bir betonarme kirişin taşıyabileceği en büyük tekil yükün şiddetinin analitik olarak elde edilmesi için bir yöntem önerilmiştir [3].





Şekil 4.1 Kabul edilen göçme modü.

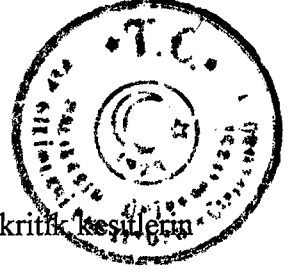
Yine aynı araştırmacılar, gövdesinde büyük dikdörtgen boşluk bulunan, eğilme momenti ve kesme kuvveti etkisindeki betonarme kirişler için deneysel çalışmalarla desteklenmiş bir analitik çözüm yöntemi önermişlerdir. Mekanizma durumu olarak, boşluğun altında ve üstünde bulunan başlık elemanlarının her iki uçlarında olmak üzere, 4 mafsalın oluşması kabul edilmiştir (Şekil 4.1). Akma kriteri olarak, aksenal normal kuvvet-eğilme momenti karşılıklı etki diyagramları kullanılmıştır [6].

Tan, Mansur, Huang ve Lee tarafından yapılan çalışmalarda, gövdesinde büyük boşluklar bulunan betonarme kirişlerin dizaynı için bir analitik çözüm yöntemi önerilmiştir [7,8].

Bir başka çalışmada ise, gövdesinde büyük boşluklar bulunan T kesitli betonarme kirişlerle ilgili deneysel çalışmalar esas alınarak analitik çözüm yöntemi önerilmiştir [2,8]. Önerilen yöntem bu çalışmada da kullanılmıştır.

Betonarme bir elemanın hesabı, aşağıdaki sıraya göre yapılabilir.

**1.) Yapısal Çözümleme :** Yapının maksimum yüklerden dolayı kesit tesirlerinin belirlenmesi. Bu aşamada, elverişsiz bütün yükleme durumları göz önüne alınır, eğilme momenti ve kesme kuvveti diyagramları buna göre belirlenir.



**2.) Mukavemet Boyutlandırması :** Eğilme ve kesmeye maruz kritik kesitlerin boyutlarının belirlenmesi.

**3.) Kullanılabilirlik Boyutlandırması :** Yapının, işletme yükleri altında tüm işlevlerini yerine getirmesini sağlayacak boyutların belirlenmesi.

Bu çalışmada kullanılan, gövdesinde büyük dikdörtgen boşluklar bulunan dikdörtgen kesitlerin boyutlandırılması ile ilgili analitik yöntemde de bu sıraya uyulmuştur. Buna göre, çözüm yöntemine ilişkin bilgiler aşağıda verilmiştir.

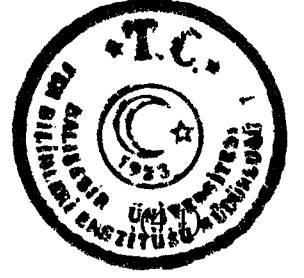
#### 4.1 Yapısal Çözümleme

İzostatik kirişlerde kesit tesirleri statik olarak belirlenebilir. Sürekli kirişlerde ise Rijitlik Matrisi Metodu kullanılan hesap yöntemlerinden biridir. Bu metoda göre, gövdesinde bir boşluk bulunan eleman, dolu kısım için brüt kesit ve boşluklu kısım için ise eşdeğer kesit alınarak, farklı kesit özelliklerine sahip prizmatik olmayan bir kiriş gibi düşünülür. Böylece problem, her boşluk için iki ilave düğüm noktasının eklendiği sıradan bir sürekli kiriş analizine indirgenmiş olur. Bundan sonra yapılacak olan ise, eleman rijitliklerinin belirlenmesidir.

**Kiriş Parçalarının Rijitliği :** Kirişlerin rijitliği brüt beton kesitine göre hesaplanır. Betonun elastisite modülü (2.16) bağıntısından, kayma modülü de (2.17) bağıntısından hesaplanır. Beton için poisson oranı  $\nu=0.2$  olarak alınır [17].

Boşluklu kesitin eşdeğer eğilme rijitliği  $(EI)_{eq}$  hesaplanırken, brüt beton kesitin atalet momentinden, boşluk kısmının atalet momenti çıkarılmalıdır.

Boşluklu kesitin eşdeğer kayma rijitliği;



$$(GA)_{eq} = \frac{12E_c(I_{gt} + I_{gb})}{\ell_e^2}$$

bağıntısından hesaplanabilir. Burada;

$I_{gt}$  : boşluğun üstünde kalan kesitin atalet momenti,

$I_{gb}$  : boşluğun altında kalan kesitin atalet momenti,

$\ell_e$  : boşluk etkili uzunluğudur.

Boşluk etkili uzunluğu ampirik olarak;

$$\ell_e = \frac{\ell_o}{1 - \left(\frac{d_o}{D}\right)^{1.5}} \quad (4.2)$$

bağıntısından hesaplanır. Bu bağıntıda;

$\ell_o$  : boşluğun gerçek uzunluğu,

$d_o$  : boşluğun yüksekliği,

$D$  : kiriş toplam yüksekliği olarak tanımlanmaktadır.

**Eğilme Momenti ve Kesme Kuvveti Diyagramları** : Kiriş için, bütün elverişsiz yük kombinasyonları göz önüne alınarak statik hesap yapılır. Kayma deformasyonlarının kolayca göz önüne alınabilmesi nedeniyle, Rijitlik Matrisi Metodu kullanarak bilgisayarla çözüm yapılabilir. [7,57-59].

#### 4.2 Mukavemet Boyutlandırması

Kirişin her kesitindeki eğilme momenti ve kesme kuvvetlerinin hesabından sonra, boşluksuz kısım için bilinen betonarme kesit hesabı yapılır. Boşluklu kısımda ise, boşluğun altında ve üstünde bulunan başlık elemanlarının davranışı önem kazanır.



Boşluğun ortasındaki kiriş momenti, başlık elemanlarının ağırlık merkezleri arasındaki mesafeye bölünerek, üst ve alt başlığa etki eden aksel normal kuvvetler ( $N_t$  ve  $N_b$ ) hesaplanır. Boşluğun ortasında hesaplanan kesme kuvveti, başlık elemanlarına rijitlikleri oranında dağıtılır. Böyle bir varsayım, uygulanan kesme kuvveti dağılımının hem gerçekçi olarak hesaplanmasını sağlar hem de hesapları kolaylaştırır. Daha sonra başlık elemanlarının uç momentleri statik olarak hesaplanır. Önerilen metodun özeti aşağıda verilmiştir.

**Başlık Elemanlarındaki Kuvvetler ve Momentler :** Eğilme momenti ve kesme kuvveti diyagramlarından, boşluğun ortasındaki dizayn eğilme momenti  $M_m$  ve kesme kuvveti  $V_m$  hesaplanır. Daha sonra sırasıyla üst ve alt başlık elemanına etki eden  $N_t$  ve  $N_b$  aksel normal kuvvetleri, basınç için pozitif alınarak;

$$N_t = \frac{M_m}{z} \quad (4.3)$$

$$N_b = -N_t \quad (4.4)$$

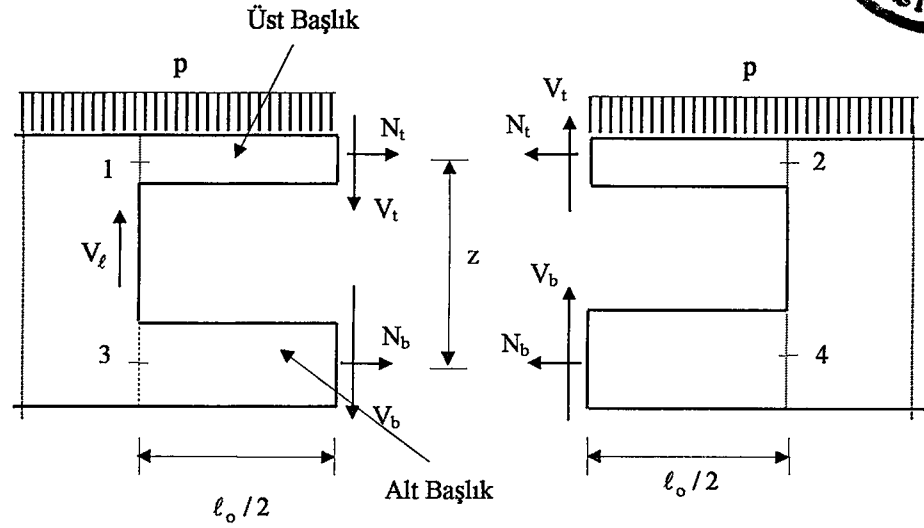
bağıntılarından hesaplanır. Burada  $z$ , alt ve üst başlık elemanlarının ağırlık merkezleri arasındaki mesafedir.

Uygulanan kesme kuvvetinin alt ve üst başlık elemanlarına dağılımı ise;

$$V_t = V_m \left( \frac{I_{gt}}{I_{gt} + I_{gb}} \right) \quad (4.5)$$

ve

$$V_b = V_m \left( \frac{I_{gb}}{I_{gt} + I_{gb}} \right) \quad (4.6)$$



Şekil 4.2 Boşluklu kısmın serbest cisim diyagramı.

bağıntıları yardımıyla hesaplanır. Burada  $I_{gt}$  ve  $I_{gb}$ , sırasıyla üst ve alt başlık elemanlarının atalet momentleridir.

Başlık elemanlarının uçlarındaki momentler Şekil 4.2'den faydalanarak,

$$M_1 = -\frac{pl_o^2}{8} - \frac{V_t l_o}{2} \quad (4.7)$$

$$M_2 = -\frac{pl_o^2}{8} + \frac{V_t l_o}{2} \quad (4.8)$$

$$M_3 = -\frac{V_b l_o}{2} \quad (4.9)$$

$$M_4 = \frac{V_b l_o}{2} \quad (4.10)$$

olarak hesaplanır.



Burada  $p$ , üst başlığa etki eden düzgün yayılı yükü;  $M$ , eğilme momentini; 1, 2, 3 ve 4 indisleri ise Şekil 4.2’de görülen kesitleri göstermektedir.

**Basınç Başlığının Stabilitesi** : Eğer incelenen kesit bir tablalı kiriş ise, basınç elemanın kapasite ve özelliklerini belirleyen çalışan tabla genişliği TS 500’de verilen üst sınırı aşmamalıdır.

Boşluklu kısım pozitif eğilmeye maruz kaldığında (örneğin, bir sürekli kirişin orta bölgesinde ise), üst başlık elemanı döşemenin devamı ile sınırlandırılacak ve böylece TS 500’de belirtildiği şekilde, yanal ötelenmesi engellenmiş bir eleman olarak kabul edilecektir. Narinlik etkisi, (4.11) bağıntısının sağlandığı durumlarda ihmal edilecektir [17].

$$\frac{K\ell_u}{r} < 34 - 12 \frac{M_{1b}}{M_{2b}} \quad (4.11)$$

Burada;

$K$  : etkili uzunluk faktörüdür ve  $K=1$  alınabilir.

$\ell_u$  : basınç elemanının mesnetlenmemiş boyu,

$r$  : eğrilik yarıçapı

olarak tanımlanmıştır.  $M_{1b}$  ve  $M_{2b}$  değerleri, ACI yönetmeliği Bölüm 10.12.2’deki gibi işaretleriyle birlikte, sırasıyla  $M_3$  ve  $M_1$  olarak alınabilir. Aynı yönetmeliğin 10.11.2 bölümüne göre eğrilik yarıçapı;

$$r = 0.3d_c \quad (4.12)$$

bağıntısından hesaplanabilir. Burada  $d_c$ , basınç başlığının yüksekliği olarak alınır.



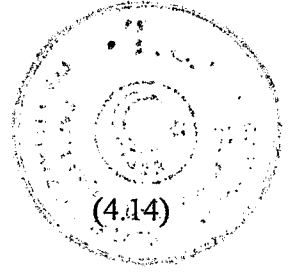
Boşluklu kısım negatif eğilmeye maruz kaldığında (örneğin, bir sürekli kirişin mesnedine yakın bir bölgede ise), basınca maruz kalan alt başlık elemanı ötelenmeye karşı engellenmemiş bir eleman olarak kabul edilir. Bu durumda narinlik etkisinin ihmal edilebilmesi için, ACI yönetmeliğinin 10.13.2 bölümünde verilen;

$$\frac{Kl_u}{r} < 22 \quad (4.13)$$

bağıntısının sağlanması gerekir. (4.11) ve (4.13) bağıntılarının sağlanamaması halinde, basınç başlığının dizaynı için ACI yönetmeliğinin 10.13 bölümünde verilen moment büyütme metodu kullanılabilir. Ancak başlık elemanları yeniden boyutlandırılarak narinlik etkisinin ihmal edilmesi daha uygundur.

**Başlık Elemanlarının Boyuna Donatı Hesabı :** Boşluklu kesite bitişik dolu kesitin boyuna donatıları, boşluk boyunca devam ettirilmelidir. Başlık elemanlarına etki eden eğilme momenti ve normal kuvvet için gerekli ek donatı, her bir başlık elemanı için ayrı ayrı hesaplanmalıdır. Ancak çoğu zaman, başlık elemanlarını simetrik donatılı olarak yapmak uygun olmaktadır. Boyuna donatılar bu şekilde belirlendikten sonra, başlık elemanları için eğilme momenti-normal kuvvet karşılıklı etki diyagramları çizilir. Eğer her bir elverişsiz yükleme hali için başlık elemanlarında hesaplanan kesit tesirleri, bu karşılıklı etki diyagramının içinde kalıyorsa sağlanan donatı yeterlidir. Aksi takdirde donatıda değişikliğe gidilmelidir. Üst başlık elemanının eğilme kapasitesi, üzerine doğrudan uygulanacak herhangi bir dış yükü de karşılamaya yetecek kadar olmalıdır.

**Başlık Elemanlarında Kayma Donatısı Hesabı :** Üst ve alt başlık elemanlarınca taşınan kesme kuvvetleri sırasıyla (4.5) ve (4.6) bağıntılarında verilmiştir. Bu kuvvetler bilindiğine göre kayma donatısı, kirişlerdekine benzer şekilde hesaplanabilir. Ancak ACI yönetmeliği Bölüm 11.3'e göre, başlık elemanlarındaki aksenal kuvvetler dizaynda göz önüne alınmalıdır. Buna göre, normal kuvvet basınç ise;



$$\phi V_c = 0.85 \times 0.166 \left[ 1 + 0.0725 \frac{N_u}{A_g} \right] \sqrt{f_o} b_w d$$

bağıntısı, normal kuvvet çekme ise;

$$\phi V_c = 0.85 \times 0.166 \left[ 1 + 0.29 \frac{N_u}{A_g} \right] \sqrt{f_o} b_w d \quad (4.15)$$

bağıntısı ile hesaplanan  $\phi V_c$  değeri, başlık elemanına etki eden kesme kuvvetine eşit veya daha büyük olmalıdır. Bu bağıntılarda;

- $\phi$  : kapasite azaltma faktörü ( $\phi=0.85$ ),
- $V_c$  : betonun kesme kuvveti taşıma kapasitesi (N),
- $N_u$  : aksenal normal kuvvet ( $N_u$  çekme ise negatif) (N),
- $A_g$  : beton elemanın kesit alanı ( $\text{mm}^2$ ),
- $f_o$  : betonun basınç mukavemeti (MPa),
- $b_w$  : kirişin gövde genişliği (mm),
- $d$  : kirişin faydalı yüksekliği (mm)

olarak tanımlanmıştır.

Boşluğun üst başlığa bitişik olduğu tablalı kirişlerde, üst başlık bir döşeme gibi alınabilir. Üst başlıkta kayma gerilmeleri genellikle çok düşüktür. Bunun sonucu olarak, üst başlıklara kayma donatısı konmasına genellikle ihtiyaç duyulmaz.

**İki Boşluk Arasındaki Geçiş Elemanının Boyutlandırılması :** Geçiş elemanı, hesaplanan toplam kesme kuvvetini taşıyacak bütün bir kesit olarak dizayn edilir. İki komşu boşluğa ait köşe donatılarının, kesitin kesme kuvveti taşıma kapasitesine etkisi ihmal edilir. Boşluk boyunca yapılan etriye sıklaştırması, geçiş elemanında da devam ettirilir.





### 4.3 Kullanılabilirlik Boyutlandırması

Çatlama ve sehim gibi iki önemli kullanılabilirlik şartı sağlanmalıdır.

**Çatlama :** Boşluksuz kesitin çatlak kontrolünün hesaplarla ve uygun donatı detayları ile karşılandığı kabul edilerek, boşluğun köşelerindeki kritik kesitlerde aşağıdaki çatlak kontrol şartlarının sağlanması önerilir. Boşluğun her bir düşey kenarında, düşey etriye ve diyagonal çubuklardan oluşan bir donatı kombinasyonu kullanılmalıdır. Kayma mukavemetinin en az %75'i bu diyagonal çubuklar tarafından sağlanmalıdır. Böylece boşluğun her bir düşey kenarı için gerekli düşey etriye alanı;

$$A_v = \frac{0.25(\eta V)}{\phi f_{yv}} \quad (4.16)$$

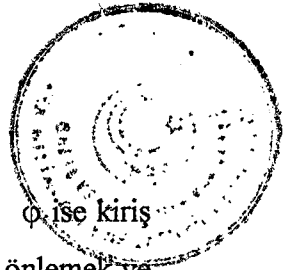
bağıntısından hesaplanır. Burada;

- $A_v$  : düşey etriye alanı,
- $\eta$  : kayma yoğunluk faktörü ( $\eta=2$ ),
- $V$  : dizayn kesme kuvveti,
- $\phi$  : kapasite azaltma faktörü ( $\phi=0.85$ ),
- $f_{yv}$  : etriyenin akma gerilmesi

olarak verilmiştir. Düşey etriyeler boşluğun kenarına, gerekli pas payının imkan tanıdığı ölçüde yakın olarak yerleştirilmelidir.

Boşluğun köşe noktalarına yerleştirilecek diyagonal donatının alanı;

$$A_d = \frac{0.75(\eta V)}{\phi f_{yd} \sin\phi} \quad (4.17)$$



bağıntısından hesaplanır. Burada  $f_{yd}$ , diyagonal donatının akma gerilmesi,  $\phi$  ise kiriş eksenini ile diyagonal çubuklar arasındaki açıdır. İmalat sırasında karışıklığı önlemek ve deprem gibi etkiler nedeniyle yüklerin tersinebilme olasılığını göz önüne alarak, aynı miktardaki diyagonal donatı, boşluğun hem alt hem üst kısmındaki köşelerinde bulundurulmalıdır.

**Sehim** : Kiriş faydalı yüksekliğinin kiriş açıklığına oranı olarak belirlenen kullanılabilirlik şartı boşluklu kirişler için geçerli değildir. Bu nedenle, işletme yükleri altında meydana gelecek gerçek deformasyonların bilinmesi gerekir. Bunun için, kirişin statik hesabında kullanılan Rijitlik Matrisi Metodu kullanılabilir. Tüm donatı detayları bilindiğinden işletme yüklerinden dolayı meydana gelecek deformasyon hakkında emniyetli tarafta kalacak bir hesaplama yapılabilir. Değişik bölümlerin çatlamış atalet momentleri kullanılarak yönetmeliklerde belirtilen şartlarla karşılaştırılabilir. Boşluklu kısmın (4.1) bağıntısından hesaplanan eşdeğer kayma rijitliği, başlık elemanlarının çatlamış atalet momentleri kullanılarak da hesaplanabilir.

ACI yönetmeliği Bölüm 9.5.2.6'ya göre, mesnetlenmemiş veya herhangi bir taşıyıcı elemana tutturulmadığı için büyük sehimlerde hasar meydana getirebilecek yapı elemanları için izin verilen kısa süreli sehim  $L/360$ 'dan fazla olmamalıdır. Bu sehim hesabında  $1.0g+1.0q$  yükleri dikkate alınır.

Uzun süreli sehim hesabında ise, eğilme elemanlarındaki sünme ve rötre etkilerini göz önüne alabilmek için, ömrü boyunca yapıya etki edecek yüklerden dolayı meydana gelecek ani sehimin, ACI yönetmeliği Bölüm 9.5.2.5'de verilen,

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \quad (4.18)$$

katsayısı ile çarpılması gerekir.



Burada  $\rho'$ , açıklık ortasındaki basınç donatısı yüzdesi, faktördür.  $\xi$ 'ye, yükleme süresine bağlı olarak;

5 yıl ve daha fazla	2.0
12 ay	1.4
6 ay	1.2
3 ay	1.0

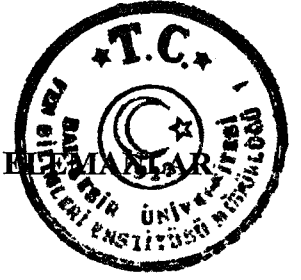
değerleri verilebilir. Buna göre uzun süreli sehim;

$$\text{Uzun süreli sehim} = \text{İşletme yüklerinin ani sehimi} + \lambda(\text{sabit yüklerden meydana gelen sehim})$$

olarak hesaplanır.

Eğer hareketli yükün bir kısmı yapıda sürekli olarak kalıyorsa, bu yükler uzun süreli sehimde dikkate alınmalıdır. Örneğin, yapı elemanına etki eden hareketli yüklerin %20'sinin sürekli olarak sistemde kaldığını düşünürsek, bu durumda sabit yüklerden meydana gelecek ani sehim hesabında,  $1.0g+0.2q$  yükünün dikkate alınması gerekir [8].

ACI yönetmeliği Bölüm 9.5.2.6'ya göre, uzun süreli sehim  $L/240$ 'dan fazla olamaz [56].



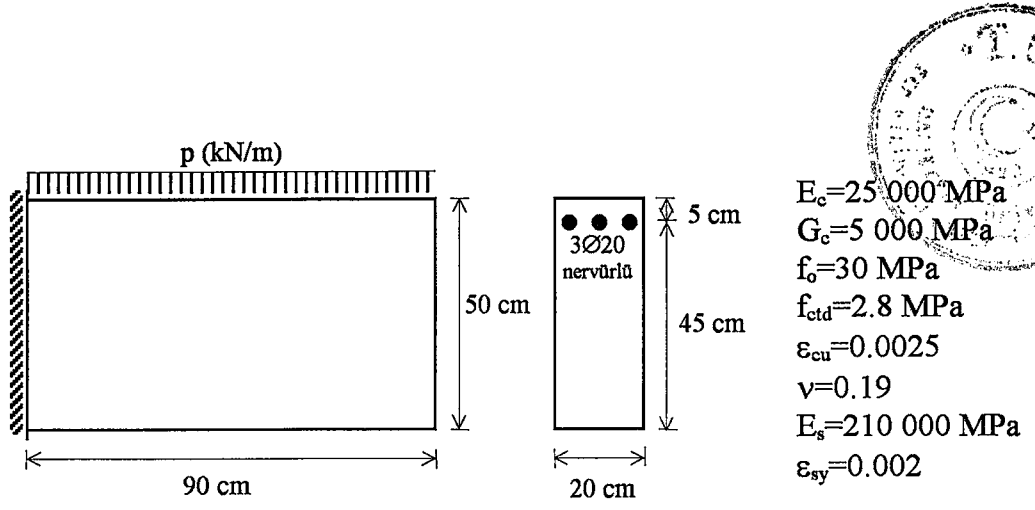
## 5. BOŞLUKLU BETONARME KİRİŞLERİN SONLU ELEMANLAR METODU İLE ÇÖZÜMLERİ

Boşluklu betonarme kirişlerin statik yükler altında davranışlarını inceleyerek, gövdesinde değişik boyut ve geometrik şekillerde boşluklar bulunan betonarme kirişlerin boyutlandırılmasına temel teşkil edecek esasların belirlenmesi amacı ile yapılan bu çalışmada, hazırlanan bilgisayar programı ile çok sayıda boyut, geometri şekli ve mesnet şartları farklı örnek kiriş çözümlerine davranışları belirlenmeye çalışılmıştır. Hazırlanan programdan elde edilen çözümlerin doğruluğu, daha önce yapılmış çalışmalarda verilen örnekler çözümlenerek belirlenmeye çalışılmıştır.

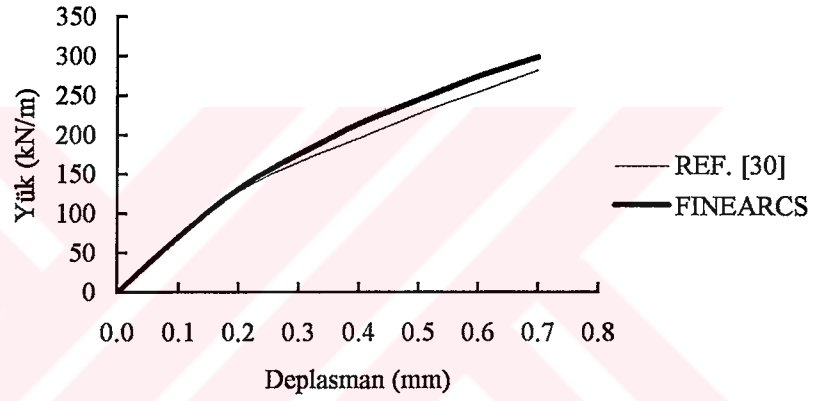
Bu amaçla yapılan örnek çözümleri ve sonuçlarının karşılaştırılması aşağıda verilmiştir.

Sarıgül [30], üzerinde üniform yayılı yük bulunan konsol kirişin Sonlu Elemanlar Metodu ile çözümünü yapmıştır. Çözülen konsol kirişin görünüşü ve kesiti Şekil 5.1’de verilmiştir. Aynı konsol kirişin çözümü mevcut bilgisayar programı ile de yapılmış ve her iki çözüme ait sonuçlar Şekil 5.2’de verilmiştir. Sonuçlar arasındaki farkın nedeni, yapılan kabullerin farklı olmasındadır. Sarıgül, beton elemanların düğüm noktalarındaki gerilmeleri hesaplamış ve buna göre çizgisel çatlaklı adım adım analiz yöntemini kullanmıştır. Bu çalışmada ise, beton gerilmeleri elemanların ağırlık merkezlerinde hesaplanmış ve bölgesel çatlaklı sürekli analiz yöntemi kullanılmıştır.

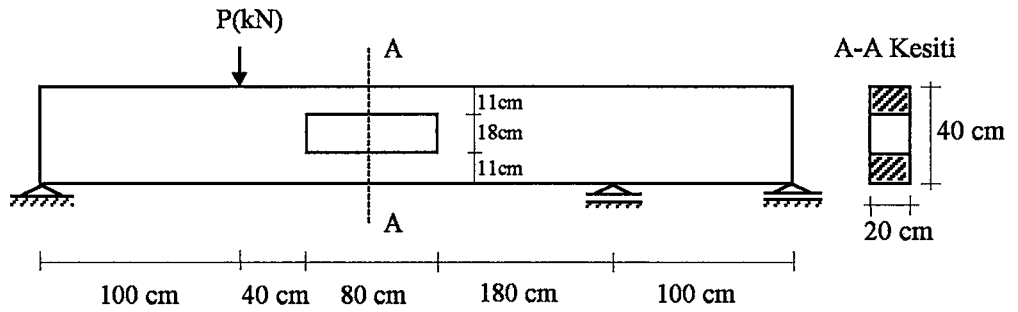
Mansur ve diğerleri tarafından yapılan deneysel çalışmada kullanılan, gövdesinde büyük bir dikdörtgen boşluk bulunan betonarme kirişin (B1 Kirişi) bilgisayar programı ile çözümü yapılmıştır. B1 kirişine ait bilgiler Şekil 5.3’te, deney sonuçları ile bilgisayar sonuçları da Şekil 5.4’te verilmiştir. Ayrıca B1 kirişinin Bölüm 4’te verilen analitik yöntemle de çözümü yapılmış ve elde edilen sonuçların, deneysel çalışma sonuçları ile genelde uyum içinde olduğu görülmüştür [9].



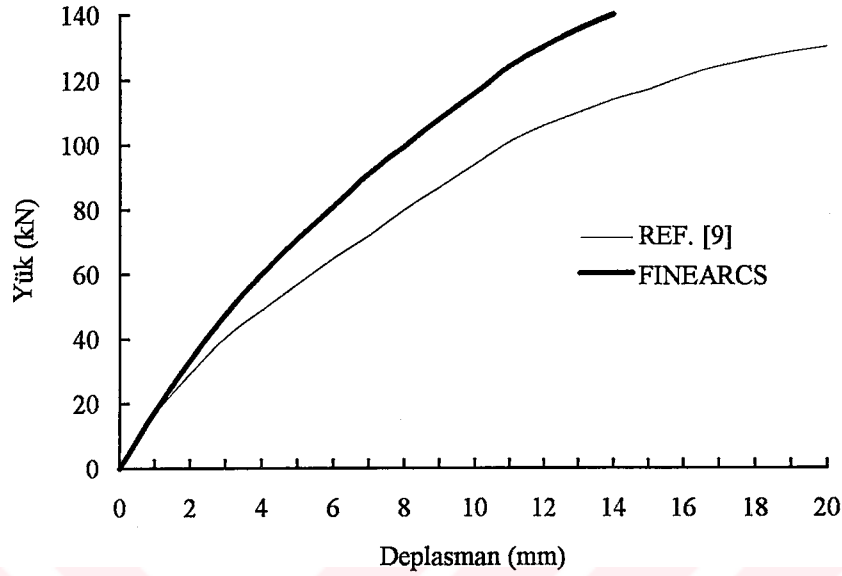
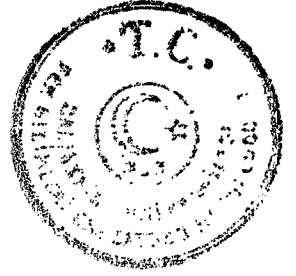
Şekil 5.1 Düzgün yayılı yük ile yüklenmiş betonarme konsol kiriş [30].



Şekil 5.2 Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılan çözümlere ait sonuçlar.



Şekil 5.3 Tekil yük ile yüklenmiş B1 Kirişi [9].

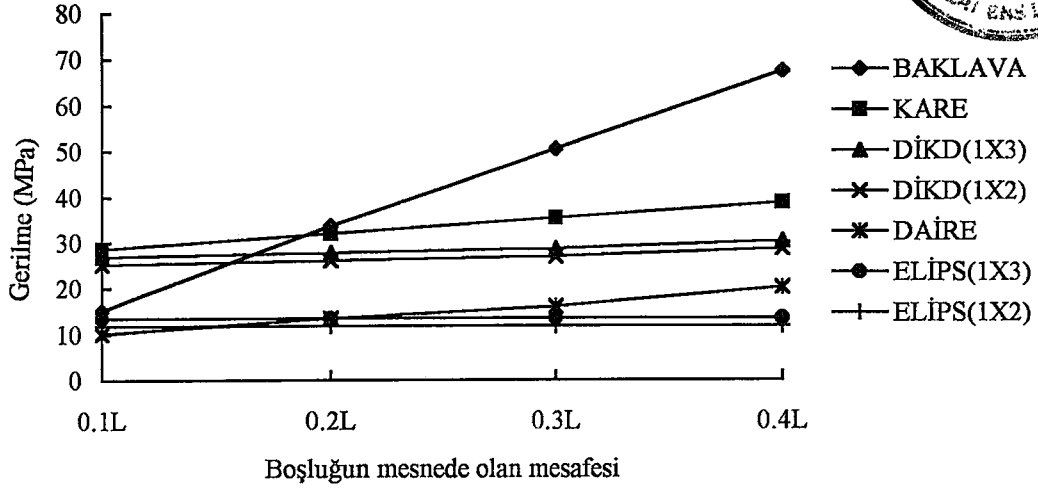
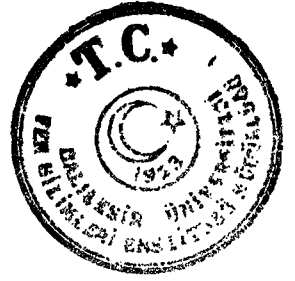


Şekil 5.4 Deneysel ve teorik çalışma sonuçlarının karşılaştırılması.

### 5.1 Küçük Boşluklu Kirişler

Betonarme kiriş gövdelerinde küçük boşluklar bırakılması sık karşılaşılan bir durumdur. İmalat açısından daha pratik oldukları için genellikle dikdörtgen ve daire şeklinde boşluklar bırakılır.

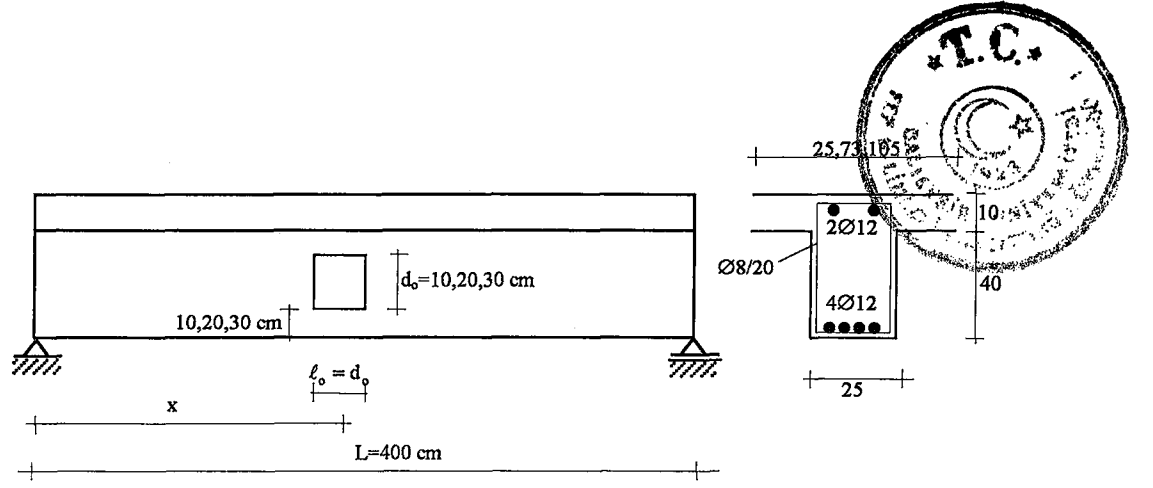
Pool ve Lopes tarafından yapılan çalışmada, gövdelerinde değişik geometrik şekillere sahip boşluklar bulunan betonarme kirişlerin dinamik yükler altındaki davranışları incelenmiş ve boşluk geometrisinin kiriş yük taşıma kapasitesine etkisi araştırılmıştır. Bu amaçla yapılan sonlu eleman çözümünden elde edilen, aynı yüzey alanına sahip kare, dikdörtgen, daire, elips ve baklava dilimi şeklinde boşlukları olan, tekil yük ile yüklenmiş, 175 mm. açıklığındaki basit mesnetli polyester kirişlerin, kiriş açıklığı boyunca boşluk civarındaki asal gerilmeleri Şekil 5.5'te verilmiştir [1].



Şekil 5.5 Boşluk civarındaki en büyük gerilmeler.

Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılan çalışmadan elde edilen sonuçlar, fotoelastik çalışma sonuçlarını doğrulamıştır. Şekil 5.5'te görüldüğü gibi en uygun boşluk şekli elipstir. Fakat mesnede yakın bölgelerde dairesel boşluk da aynı şekilde uygundur. Dairesel boşluk bırakılmasının bir avantajı da, elips boşluğa nazaran daha pratik ve uygulanabilir olmasıdır.

İmalat açısından pratik olması nedeniyle sıkça karşılaşılan kare boşluklu kirişler araştırılmıştır. Seçilen örnek kirişlerin bir grubunun çözümü ile gövdesinde değişik boyutlarda kare boşluklar bulunan betonarme kirişlerin davranışı incelenmiş ve bu boşlukların kirişin yük taşıma kapasitesine etkisi araştırılmıştır. Şekil 5.6'da verilen betonarme kiriş,  $p$ (kN/m) üniform yayılı yükü ile yüklenmiştir. Kiriş açıklığı 4.0 m. olup, malzeme BS 16, BÇ-I olarak seçilmiştir. Bölgesel çatlaklı sürekli analiz yönteminin kullanıldığı çözümde, Kent ve Park tarafından beton için önerilen gerilme-şekil değiştirme bağıntısı kullanılmıştır. Aderans bağıntısı olarak, Evans ve Robinson tarafından önerilen bağıntı kullanılmıştır. Agrega kilitlenme katsayısı  $\beta=0.5$  alınmıştır. Kiriş, boşluk civarında  $25 \times 25 \text{ mm}^2$ , diğer bölgelerde ise  $50 \times 25 \text{ mm}^2$  lik beton sonlu elemanlara bölünmüştür. Donatı, çubuk elemanlar olarak alınmıştır.



Şekil 5.6 Kare boşluklu betonarme kiriş.

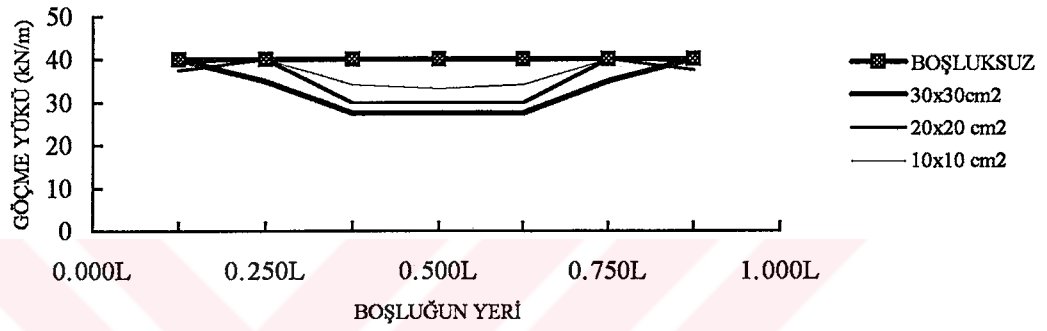
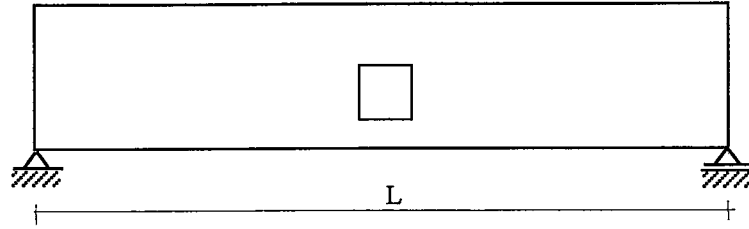
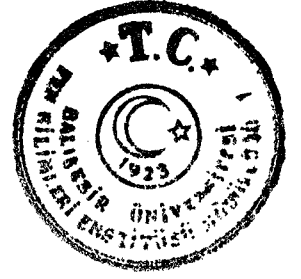
Kirişe, altta 4Ø12 ve üstte 2Ø12 donatı yerleştirilmiş olup, kayma donatısı olarak Ø8/20 etriye kullanılmıştır. Boşluk civarına özel donatı konmamış ve etriye sıklaştırılması yapılmamıştır.

Esas değişkenler olarak, mesnet şartları, kesit şekli (tablalı veya dikdörtgen kesit), boşluğun boyutları, kiriş eksenini boyunca yeri ve kiriş kesitindeki eksantrikliği alınmıştır. Bu eksantriklik düzenlenirken, boşluğun altında ve üstünde en az 10 cm.'lik bir kiriş parçası bırakılmıştır. Böylece ilave özel donatı için gerekli beton sağlandığı gibi, boşluğun tabla içine girmesi de önlenmiştir.

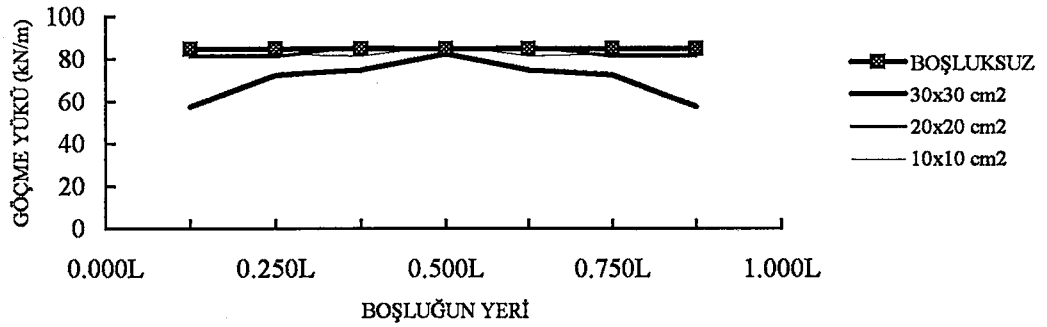
Kısa süreli yükler için hesap yapıldığından sünme etkileri ihmal edilmiştir. Kesit yüksekliği ve donatı oranı TS 500'e göre sehim tahkiki gerektirmeyecek şekilde belirlendiğinden sehim tahkiki yapılmamıştır.

Yapılan çözümler sonucu, boşluğun kiriş kesiti içindeki yerinin, boşluklu kirişin yük taşıma kapasitesine etkisinin belirli bir yönde olmadığı görülmüştür. Bu yüzden Şekil 5.7 ve Şekil 5.8'deki diyagramlarda, mesnetten herhangi bir x mesafesindeki boşluklar için, kirişin yük taşıma kapasitesinin ortalamaları alınmıştır.



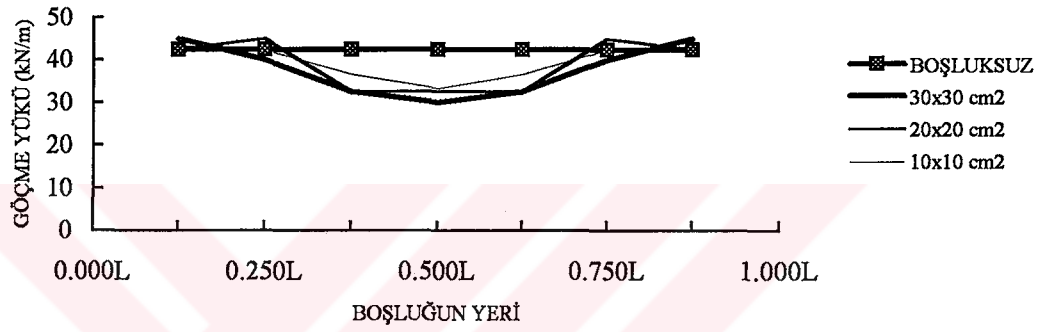
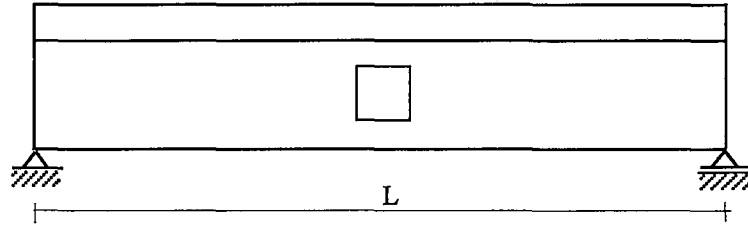


a.) Basit mesnetli dikdörtgen kesitli kiriş.

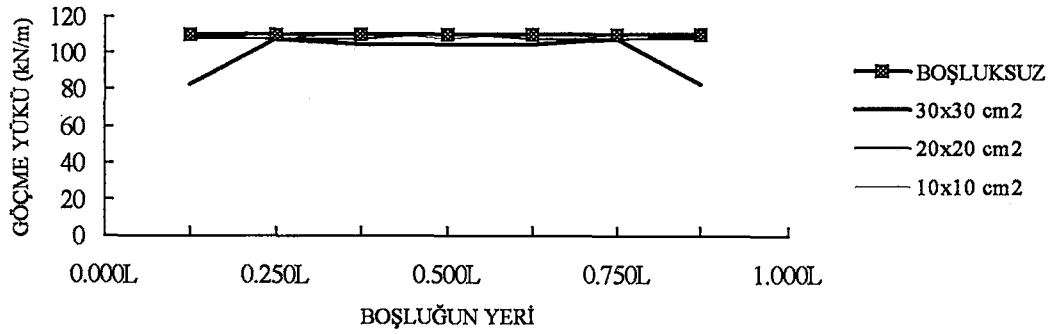


b.) Ankastre mesnetli dikdörtgen kesitli kiriş.

Şekil 5.7 Dikdörtgen kesitli, boşluklu betonarme kirişlerin yük taşıma kapasiteleri.



a.) Basit mesnetli tablalı kiriş



b.) Ankastre mesnetli tablalı kiriş.

Şekil 5.8 Tablalı kesitli, boşluklu betonarme kirişlerin yük taşıma kapasiteleri.



Şekil 5.7 ve Şekil 5.8'de görüldüğü gibi, kiriş gövdelerinde bırakılan boşlukların açıklığın orta bölgesinde olması halinde, basit mesnetli kirişlerin yük taşıma kapasitesinde %30'u aşan oranlarda azalma olmaktadır. Boşluğun mesnetlere yakın olması halinde ise, ankastre mesnetli kirişlerin yük taşıma kapasitesinde 30x30 cm<sup>2</sup>'lik boşluklar için %25-%35 arasında bir azalma olmaktadır. 20x20 cm<sup>2</sup> ve 10x10 cm<sup>2</sup>'lik boşluk bırakılması halinde ise yük taşıma kapasitesinde meydana gelen azalmalar daha düşük oranlarda olmaktadır.

Boşluk civarına, boşluğun etrafını çevreleyecek şekilde özel bir sargı donatısı konması halinde, taşıma kapasitelerindeki bu azalmaların kısmen de olsa önüne geçilebilmektedir. Sargı donatısı olarak kesitteki en büyük donatı (çekme veya basınç donatısı) alanı alınmıştır. Örneğin, boşluğun açıklık ortasında olması halinde basit mesnetli dikdörtgen kesitli kirişlerde;

30x30 cm<sup>2</sup> için % 31.25 olan kapasite kaybı % 18.75'e inmiş ,

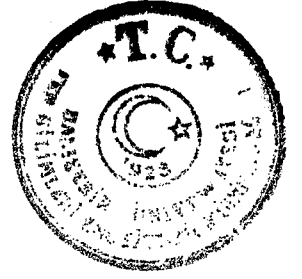
20x20 cm<sup>2</sup> için % 25.00 olan kapasite kaybı ise değişmemiştir.

Benzer şekilde, boşluğun mesnede yakın olması halinde ankastre mesnetli dikdörtgen kesitli kirişlerde;

30x30 cm<sup>2</sup> için % 32.35 olan kapasite kaybı % 26.47'ye inmiş,

20x20 cm<sup>2</sup> için % 4.41 olan kapasite kaybı ise değişmemiştir.

Buradan da görüldüğü gibi, böyle bir düzenleme boşluk boyutlarının küçük olması halinde sonuçlara önemli bir etki yapmamaktadır. Bu yüzden etriye sıklaştırması ve ilave boyuna donatı konması gibi daha etkin önlemler alınmalıdır. 30x30 cm<sup>2</sup>'lik boşluk bırakılması halinde, yüksek oranda olan kapasite kaybı bir miktar azaltılabilmektedir.



## 5.2 Büyük Boşluklu Kirişler

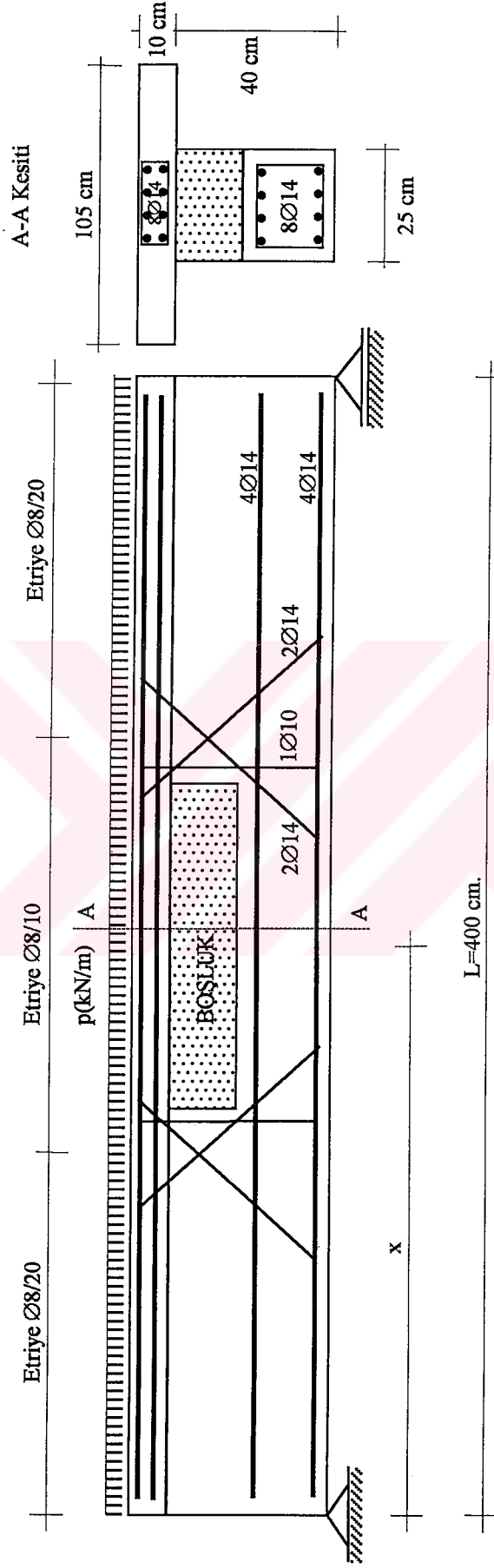
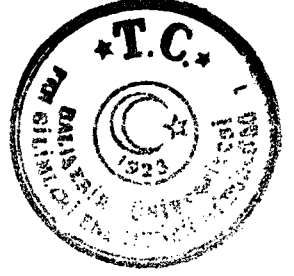
Kiriş gövdelerinde bırakılacak büyük boyutlu boşlukların kirişlerin yük taşıma kapasitesileri üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Malzeme BS 20, BÇ-I olarak seçilmiş olup, bölgesel çatlaklı sürekli analiz yöntemi kullanılmıştır. Beton için, Kent ve Park tarafından önerilen gerilme-şekil değiştirme bağıntısı, aderans için ise Evans ve Robinson tarafından önerilen bağıntı kullanılmıştır. Agregre kilitleme katsayısı  $\beta=0.5$  alınmıştır. Kiriş, boşluk civarında  $25 \times 25 \text{ mm}^2$ , diğer bölgelerde ise  $50 \times 25 \text{ mm}^2$ 'lik beton sonlu elemanlara bölünmüştür. Donatı, çubuk elemanlar olarak alınmıştır.

Boşluk boyutları; 50/20, 100/20, 50/25, 100/25, 50/30, 100/30 olarak alınmış ve bu boşlukların kiriş eksenine boyunca yerlerine bağlı olarak yük taşıma kapasiteleri hesaplanmıştır. Boşluk üst kısımlara tablaya bitişik olarak, yani kiriş üst yüzünden itibaren 10 cm. mesafede yapılmıştır.

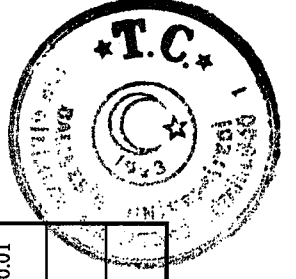
Boşluksuz kirişe altta ve üstte  $4\text{Ø}14$  boyuna donatı konmuş olup, kiriş boyunca  $\text{Ø}8/20$  etriye kullanılmıştır. Boşluklu kirişlerde ise boşluk boyunca etriye aralığı 10 cm'ye indirilmiş, boşluğun her iki kenarına ek olarak  $1\text{Ø}10$  düşey etriye konmuştur. Ayrıca boşluğun her iki tarafına, yatayla  $45^\circ$  açı yapan birbirine dik doğrultuda ve her biri  $2\text{Ø}14$  çubuktan oluşan diyagonal donatı konmuştur. Bunlara ek olarak, boşluğun altında ve üstünde, yakın olduğu yüzdeki kadar ( $4\text{Ø}14$ ) ilave donatı kiriş boyunca yerleştirilmiştir (Şekil 5.9).

20-30 yıllık bir süre için hesap yapılmış ve sünme katsayısı 2.4 alınarak uzun süreli yüklemeler için sünme etkileri de bu şekilde göz önüne alınmıştır. Şehim sınırı  $L/240=16.67 \text{ mm}$ . olarak alınmıştır.

Kiriş kesitinin tablalı veya dikdörtgen olması, mesnetlerin ankastre veya basit mesnet olması halleri ayrı ayrı incelenmiştir. Buna göre çözümlerden elde edilen sonuçlar Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2'de verilmiştir.

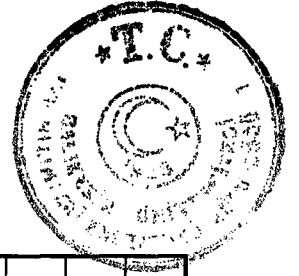


Şekil 5.9 Büyük boşluklu, basit mesnetli, tablalı betonarme kiriş ve kesiti.



Çizelge 5.1 Dikdörtgen kesitli büyük boşluklu betonarme kirişlerin yük taşıma kapasiteleri.

Boşluğun Yeri	Boşluk Boyutları $\ell_x / L - d_x / D$	BASİT MESNETLİ KİRİŞLER İÇİN			ANKASTRE MESNETLİ KİRİŞLER İÇİN			
		25X50 Kiriş L=400 cm	25X60 Kiriş L=600 cm	25X50 Kiriş L=400 cm	25X60 Kiriş L=600 cm	25X50 Kiriş L=400 cm	25X60 Kiriş L=600 cm	
x	Boşluksuz	Göçme Yüğü $p=42.5kN/m$	Göçme Nedeni <small>Sehim sınırı aşıldı</small>	Göçme Yüğü $p=30.0kN/m$	Göçme Nedeni <small>Sehim sınırı aşıldı</small>	Göçme Yüğü $p=80.0kN/m$	Göçme Yüğü $p=55.0kN/m$	Göçme Nedeni <small>Donatıda <math>\epsilon&gt;0.01</math></small>
	0.125-0.4	1.294p	“	1.167p	“	1.375p	1.227p	“
	0.125-0.5	1.353p	“	1.167p	“	1.438p	1.273p	<small>Sehim sınırı aşıldı</small>
	0.125-0.6	1.353p	“	1.167p	“	1.563p	1.273p	“
	0.250-0.4	1.235p	“	1.083p	“	1.188p	0.955p	“
	0.250-0.5	1.294p	“	1.083p	“	1.188p	1.000p	<small>Donatıda <math>\epsilon&gt;0.01</math></small>
0.25L	0.250-0.6	1.294p	“	1.083p	“	1.125p	1.000p	<small>Sehim sınırı aşıldı</small>
	0.125-0.4	1.235p	“	1.250p	“	1.313p	1.182p	<small>Donatıda <math>\epsilon&gt;0.01</math></small>
	0.125-0.5	1.176p	<small>Donatıda <math>\epsilon&gt;0.01</math></small>	1.250p	“	1.219p	1.045p	<small>Sehim sınırı aşıldı</small>
0.75L	0.125-0.6	1.059p	<small>Sehim sınırı aşıldı</small>	0.917p	“	0.906p	0.773p	“
	0.250-0.4	0.941p	<small>Donatıda <math>\epsilon&gt;0.01</math></small>	0.750p	<small>Donatıda <math>\epsilon&gt;0.01</math></small>	0.906p	0.773p	<small>Donatıda <math>\epsilon&gt;0.01</math></small>
	0.250-0.5	0.824p	<small>Sehim sınırı aşıldı</small>	0.833p	<small>Sehim sınırı aşıldı</small>	0.750p	0.682p	“
	0.250-0.6	0.647p	<small>Donatıda <math>\epsilon&gt;0.01</math></small>	0.583p	<small>Donatıda <math>\epsilon&gt;0.01</math></small>	0.688p	0.591p	“



Çizelge 5.2 Tablalı kesitli büyük boşluklu betonarme kirişlerin yük taşıma kapasiteleri.

Boşluğun Yeri	Boşluk Boyutları $\ell_o / L - d_o / D$	BASİT MESNETLİ KİRİŞLER İÇİN				ANKASTRE MESNETLİ KİRİŞLER İÇİN			
		25X50 Kiriş L=400 cm	25X60 Kiriş L=600 cm	Göçme Nedeni	Göçme Nedeni	25X50 Kiriş L=400 cm	25X60 Kiriş L=600 cm	Göçme Nedeni	Göçme Nedeni
	Boşluksuz	p=45.0kN/m	p=35.0kN/m	Sehim sınırı aşıldı	Sehim sınırı aşıldı	p=92.5kN/m	p=62.5kN/m	Donatıda $\epsilon > 0.01$	Donatıda $\epsilon > 0.01$
0.50L	0.125-0.4	1.333p	1.214p	“	“	1.270p	1.200p	“	“
	0.125-0.5	1.389p	1.214p	“	“	1.351p	1.120p	“	“
	0.125-0.6	1.444p	1.214p	“	“	1.405p	1.280p	“	Sehim sınırı aşıldı
	0.250-0.4	1.333p	1.143p	“	“	1.270p	1.200p	“	Donatıda $\epsilon > 0.01$
	0.250-0.5	1.278p	1.143p	Donatıda $\epsilon > 0.01$	“	1.378p	1.240p	“	“
	0.250-0.6	1.333p	1.143p	Sehim sınırı aşıldı	“	1.432p	1.240p	“	“
0.25L	0.125-0.4	1.389p	1.357p	“	“	1.216p	1.160p	“	“
	0.125-0.5	1.444p	1.357p	“	“	1.216p	1.200p	“	“
0.75L	0.125-0.6	1.556p	1.429p	“	“	1.027p	1.000p	“	“
	0.250-0.4	1.167p	1.071p	Donatıda $\epsilon > 0.01$	Donatıda $\epsilon > 0.01$	0.892p	0.800p	“	“
	0.250-0.5	1.111p	1.143p	“	Sehim sınırı aşıldı	0.811p	0.800p	“	“
	0.250-0.6	1.000p	1.071p	Sehim sınırı aşıldı	“	0.730p	0.760p	“	“



Daha genel bir sonuç elde edebilmek için,  $L=6.0$  m. açıklığında,  $60$  cm yüksekliğinde ve  $25$  cm. genişliğindeki bir betonarme kiriş için de aynı çözümler yapılmış ve oran olarak benzer sonuçlar elde edilmiştir (Çizelge 5.1, Çizelge 5.2).

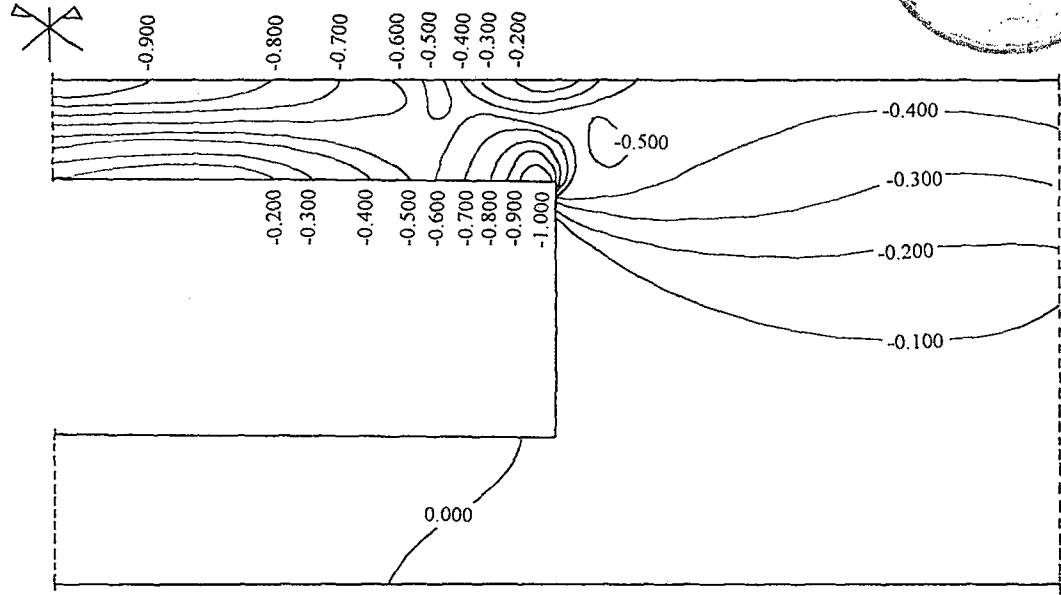
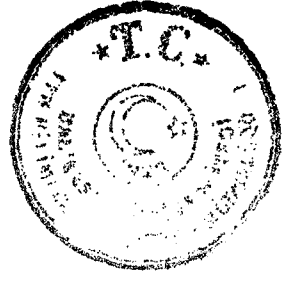
Kirişin açıklığının ortasında bir tane  $100 \times 25$  cm<sup>2</sup> boşluk bırakılması yerine, iki tane  $50 \times 25$  cm<sup>2</sup> 'lik boşluk bırakılması halinde yük taşıma kapasitesinde meydana gelen değişim araştırılmıştır. İki komşu boşluk arasında  $D/2=25$  cm.'lik mesafe bırakılmış ve aynı donatı detayları kullanılmıştır. Bu çözümlerden elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı olarak Çizelge 5.3'te verilmiştir. Çizelge 5.3'te görüldüğü gibi, böyle bir düzenleme kirişin yük taşıma kapasitesinin azalmasına neden olmuştur. Bu yüzden, iki boşluk arasındaki geçiş elemanının uzunluğu için  $D/2$  mesafesi yeterli olmamaktadır. Bölüm 4'de verilen analitik yöntemle yapılan çözümden elde edilen sonuçlara göre, geçiş elemanının boyu en az kiriş toplam yüksekliği olan  $D$  kadar olmalıdır.

Boşluklu betonarme kirişlerde, boşluk civarındaki beton elemanlarda meydana gelen asal gerilmeler hesaplanmıştır. Örnek olarak,  $x=2.0$  m.'de gövdesinde  $100 \times 25$  cm<sup>2</sup> boşluk bulunan dikdörtgen kesitli basit mesnetli kirişin, çatlak oluşmadan hemen önce,  $p=7.5$  kN/m yük için boşluk civarındaki asal gerilme dağılımı Şekil 5.10'da gösterilmiştir.

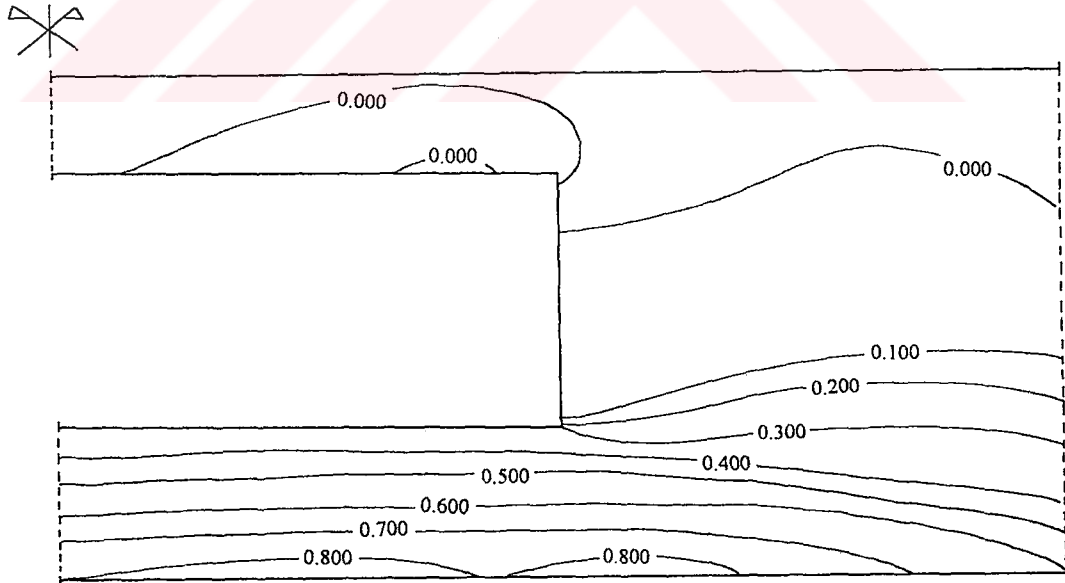
Çizelge 5.3 Büyük bir boşluğun iki parça halinde yapılmasının sonuçlara etkisi.

Boşluklu kirişin kesiti ve mesnetlenme şekli	100x25 cm <sup>2</sup> boşluk		2x50x25 cm <sup>2</sup> boşluk	
	Göçme Yüğü (kN/m)	Göçme Nedeni	Göçme Yüğü (kN/m)	Göçme Nedeni
Dikdörtgen, basit mesnetli	55.0	Donatıda $\epsilon > 0.01$	37.5	Donatıda $\epsilon > 0.01$
Dikdörtgen, ankastre mesnetli	95.0	"	100.0	"
Tablalı, basit mesnetli	57.5	"	42.5	"
Tablalı, ankastre mesnetli	127.5	"	112.5	"



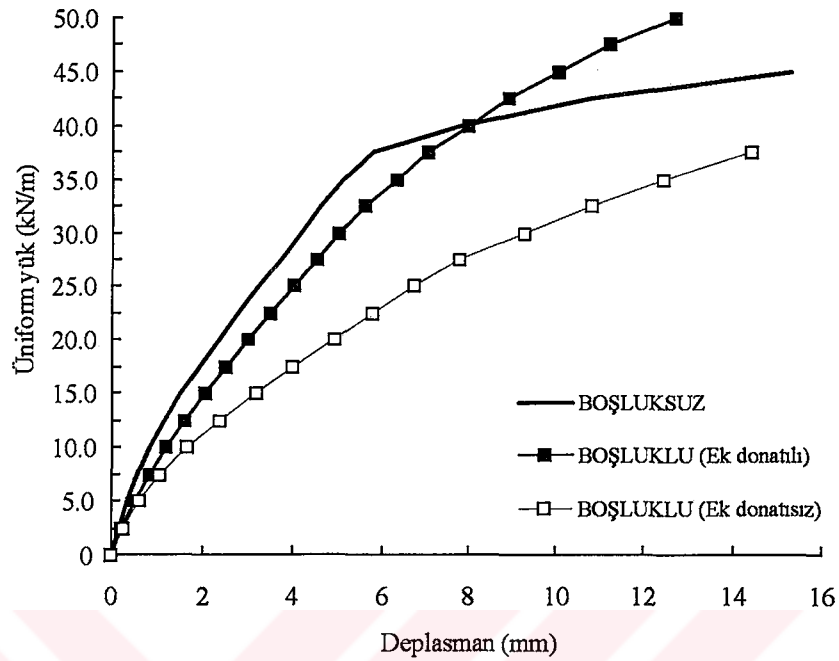
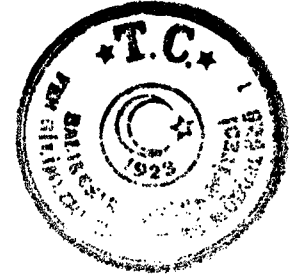


a) Boşluk civarında meydana gelen minimum asal gerilmeler.



b) Boşluk civarında meydana gelen maksimum asal gerilmeler.

Şekil 5.10 Boşluk civarında asal gerilme dağılımı.



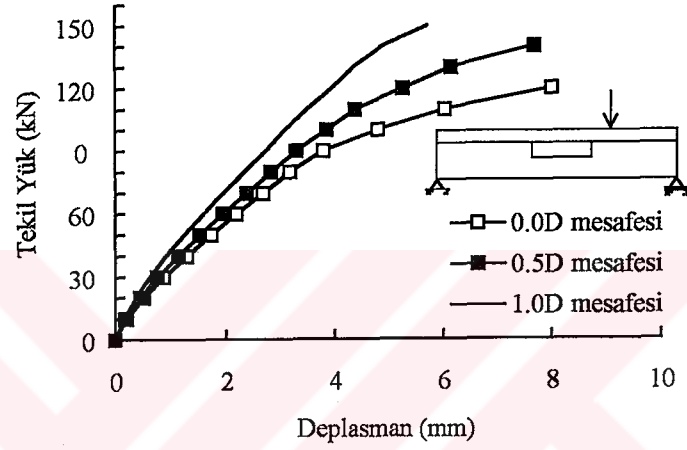
Şekil 5.11 Boşluğun, kirişin yük-deplasman diyagramına etkisi.

Kirişlerde büyük boşluk bırakılması halinde çok miktarda ilave donatının boşluk civarına yerleştirildiğini daha önce belirtmiştik. İlave olarak konan bu donatının sonuçları gerçekte ne oranda değiştirdiğini görmek için bir sayısal uygulama yapılmıştır. Bunun için, gövdesinde  $x=3.0$  m. ( $0.75L$ )'de  $100 \times 25$  cm<sup>2</sup> boşluk bulunan kirişin, boşluk nedeniyle konan ilave donatıların tamamı kaldırılarak yeniden hesabı yapılmıştır. Boşluksuz iken 45.0 kN/m'lik üniform yayılı yük taşıyabilen bu basit mesnetli tablalı kiriş, ilave donatıların konmaması halinde 37.5 kN/m'lik bir üniform yayılı yükü taşıyabilmektedir. Oysa bu kiriş, ilave donatılarla 50 kN/m'lik bir üniform yayılı yükü taşıyabilmektedir (Şekil 5.11).

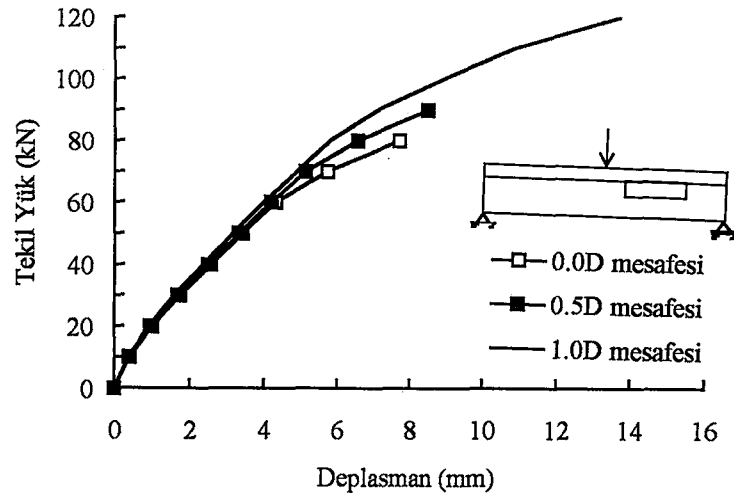
Üzerinde tekil yük bulunan kirişlerde, bu tekil yüklerin boşluk kenarına olan mesafelerinin kirişlerin yük taşıma kapasitelerine olan etkileri araştırılmıştır. Bunun için, gövdesinde  $100 \times 25$  cm<sup>2</sup> boşluk bulunan tablalı kesitli, basit mesnetli betonarme kiriş örneğinde, tekil yükün boşluk kenarına olan mesafesi esas değişken alınarak örnekler çözülmüştür.



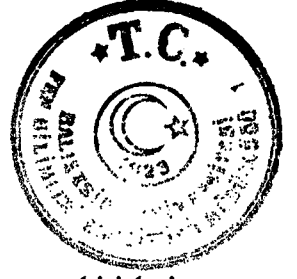
İlk olarak, boşluğun yeri  $x=0.5L$  olarak alınmış ve tekil yük boşluğun sağ kenarından itibaren sağ mesnede doğru hareket ettirilmiştir. Tekil yükün boşluğun sağ kenarına olan mesafesi 0.0D, 0.5D ve 1.0D alınarak ayrı ayrı çözümler yapılmış ve sonuçlar Şekil 5.12’de verilmiştir. Daha sonra boşluğun yeri  $x=0.75L$  olarak alınmış ve tekil yük boşluğun sol kenarından itibaren açıklık ortasına doğru 0.0D, 0.5D ve 1.0D mesafesinde iken yapılan çözümlere ait sonuçlar ise Şekil 5.13’te verilmiştir.



Şekil 5.12 Tekil yükün boşluk kenarına olan mesafesinin sonuçlara etkisi.



Şekil 5.13 Tekil yükün boşluk kenarına olan mesafesinin sonuçlara etkisi.



## 6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Gövdelerinde değişik boyutlarda boşluklar bulunan betonarme kirişlerin davranışları ve bu boşlukların kirişlerin yük taşıma kapasiteleri üzerindeki etkileri araştırılmıştır. En büyük boyutu kiriş toplam yüksekliğinin yarısından daha büyük olan boşluklar büyük boşluk, diğerleri ise küçük boşluk olarak tanımlanmıştır.

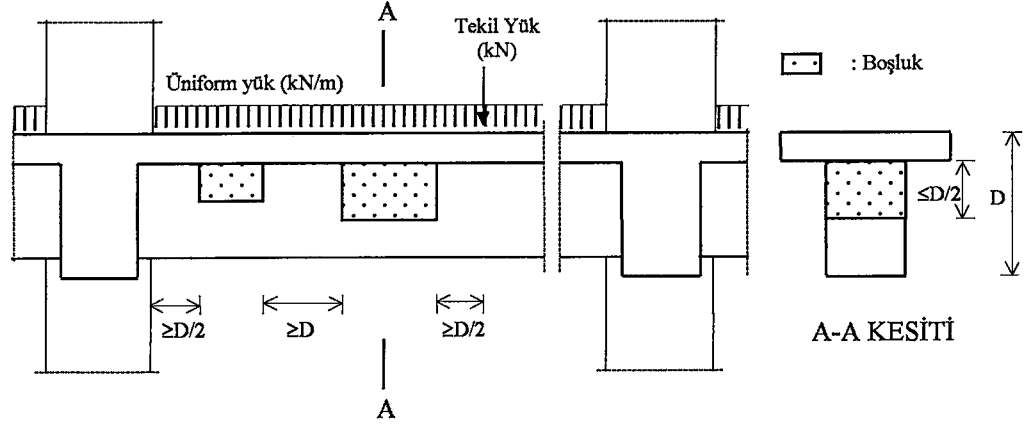
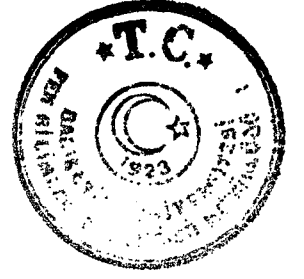
Gerek daha önce yapılmış olan deneysel ve teorik çalışmalar ve gerekse Bölüm 5'te yapılmış olan sayısal uygulamalardan elde edilen sonuçlar ve buna göre yapılan öneriler aşağıda verilmiştir [2,8].

Gövdelerinde büyük boşluklar bulunan kirişler için öneriler (Şekil 6.1).

1.) Boşluk yüksekliği, kiriş toplam yüksekliği  $D$ 'nin yarısından fazla olmamalıdır. Boşluk  $x=1.0$  m. veya  $x=3.0$  m.'de iken, boşluk yüksekliğinin  $D/2$ 'den fazla olması halinde, yerleştirilen ilave donatıya rağmen kirişin yük taşıma kapasitesi azalmaktadır (Çizelge 5.1, Çizelge 5.2).

2.) Tablalı kirişlerde yapım kolaylığı nedeniyle, boşlukların başlığa bitişik olarak yapılması tercih edilmektedir. Dikdörtgen kesitli kirişlerde ise boşluklar, kesitin orta bölgesine yerleştirilebileceği gibi eksantrik olarak da yerleştirilebilir. Burada dikkat edilmesi gereken en önemli nokta; boşluğun altında ve üstünde donatıları sarmaya yetecek kadar beton bırakılmalıdır. Bu beton tabakasının kalınlığı 10 cm.'den az olmamalıdır.

3.) Boşluklar, kayma kırılmaları ve donatı sıyrılmaları oluşabilecek olan kritik kesitlerden kaçınmak için, mesnetlere kiriş toplam yüksekliği  $D$ 'nin yarısından daha yakına yerleştirilmemelidir. Benzer şekilde, boşluklar tekil yüklere  $D/2$ 'den daha yakın yerleştirilmemelidir. Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2'de görüldüğü gibi, özellikle ankastre mesnetli kirişlerde, boşluğun mesnede yakın bölgelerde bırakılması halinde kirişin yük taşıma kapasitesi azalmaktadır. Benzer şekilde, tekil yüklere yakın bölgelerde meydana gelen gerilme yığılmaları erken göçmeye neden olabilir.



Şekil 6.1 Büyük boşluklu kirişler için öneriler

4.) Boşluk boyunu sınırlayan en önemli faktörler, başlık elemanlarının, özellikle basınç başlığının stabilitesidir. Boşluklu kesitlerdeki basınç başlığı genel olarak, burkulma göz önüne alınmadığında, kendisine etki eden eksenel normal kuvveti taşıyabilir. Ancak, basınç başlığının uzunluğunun fazla olması halinde, basınç elemanındaki göçme, burkulma nedeniyle meydana gelebilir. Bu yüzden, boyutlandırma sırasında basınç başlığında mutlaka burkulma kontrolü yapılmalıdır. Üst başlığa doğrudan etki eden yüklerden dolayı, burada sehim ve dayanım kontrolü ayrıca yapılmalıdır.

5.) Çizelge 5.3'te görüldüğü gibi, iki boşluk arasındaki mesafenin  $D/2$  olması halinde geçiş elemanı yetersiz kalmakta ve kirişin yük taşıma kapasitesinde azalmaya neden olmaktadır. Bu yüzden, birden çok boşluk bırakılması halinde, iki komşu boşluğun birbirinden bağımsız davranabilmesi için, aralarındaki mesafe kiriş toplam yüksekliğinden az olmamalıdır.

6.) Boşluk civarına mutlaka ilave donatı yerleştirilmelidir. Boşluğun hemen altına ve üstüne yerleştirilecek olan boyuna donatının miktarı, kendilerine en yakın boyuna donatı (çekme veya basınç donatısı) miktarından az olmamalıdır. Böylece



donatıdaki akmanın boşluk civarında başlaması büyük ölçüde önlenmiş olacaktır. Boyuna donatının boşluk yüzünden itibaren uzunluğu en az ankraj boyu kadar olmalıdır. Ancak güvenlik tarafında kalan bir yaklaşımla kiriş boyunca devam ettirilmesi daha uygundur. Şekil 5.11'de görüldüğü gibi böyle bir düzenleme, boşluk nedeniyle meydana gelen mukavemet kaybını önlemektedir.

Boşluk bölgesinde etriye sıklaştırması yapılmalı, boşluğun her iki kenarına ilave düşey etriyelerden başka diyagonal donatılar da yerleştirilmelidir. Bu donatıların nasıl hesaplanacağı Bölüm 4'te verilmiştir.

Gövdelerinde küçük boşluklar bulunan kirişler için öneriler.

1.) Şekil 5.7b ve Şekil 5.8b'de görüldüğü gibi, ankastre mesnetli kirişlerde  $30 \times 30 \text{ cm}^2$ 'lik boşluk bırakılması halinde, kirişin yük taşıma kapasitesi büyük oranda azalmaktadır. Bu yüzden boşluk boyutları kiriş toplam yüksekliğinin yarısından fazla olmamalıdır.

2.) Boşluğun etrafına özel donatı ile sarılmalıdır. Bu özel donatının kesit alanı, kiriş kesitindeki en büyük donatı alanından az olmamalıdır. Bölüm 5.1'de yapılan sayısal uygulamada, böyle bir dizaynın kirişin mukavemetini artırdığı gösterilmiştir.

3.) Mesnede yakın bölgelerde boşluk bırakılması halinde, özellikle ankastre mesnetli ve sürekli kirişlerde, boşluk bölgesinde etriye sıklaştırması yapılmalıdır.

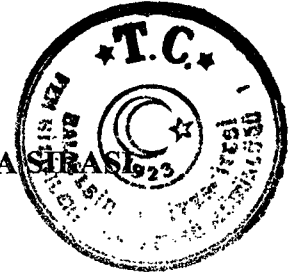
4.) Boşluğun altında ve üstünde en az 10 cm.'lik bir beton tabakası kalmalıdır.

Kiriş gövdesinde bırakılan boşluk ister büyük ister küçük olsun, boşluk kiriş eksenini boyunca en uygun yerde yapılmalıdır. Bu da kesit tesirlerinin en az olduğu yerdir. Buna göre, ankastre mesnetli kirişler için en uygun yer açıklık ortasıdır. Basit mesnetli kirişler içinse mesnede yakın bölgelerdir (Şekil 5.7 ve Şekil 5.8).

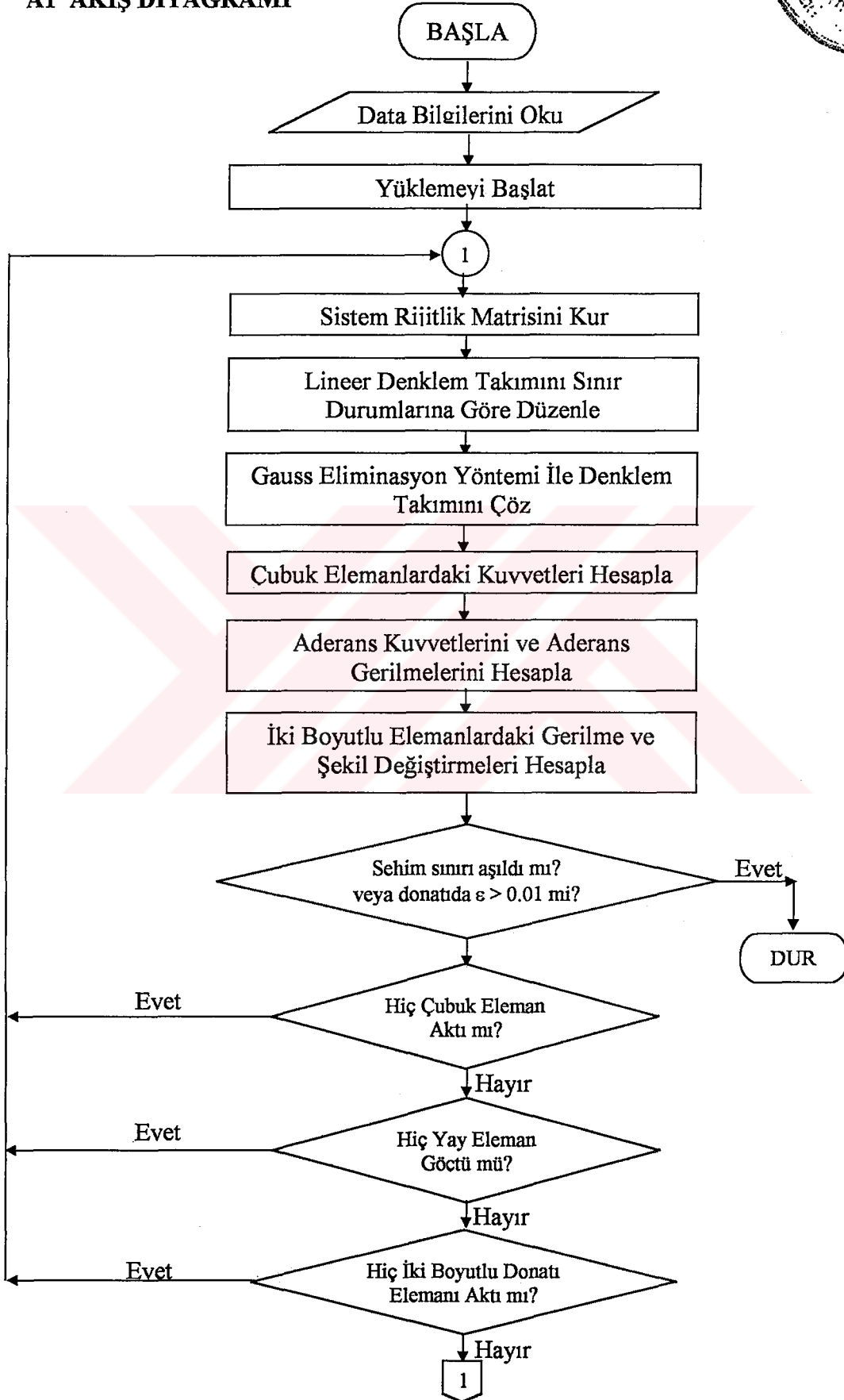


Boşluk, kesit içinde mümkün olduğunca beton çekme bölgesinde yapılmalıdır. Böylece basınç çalışan betondan azami şekilde faydalanılması mümkün olacaktır. Boşluğun beton basınç bölgesinde yapılmasının gerekli olduğu hallerde, özellikle büyük boşluk olması halinde, basınç başlığı için stabilite kontrolünün mutlaka yapılması gerekir.

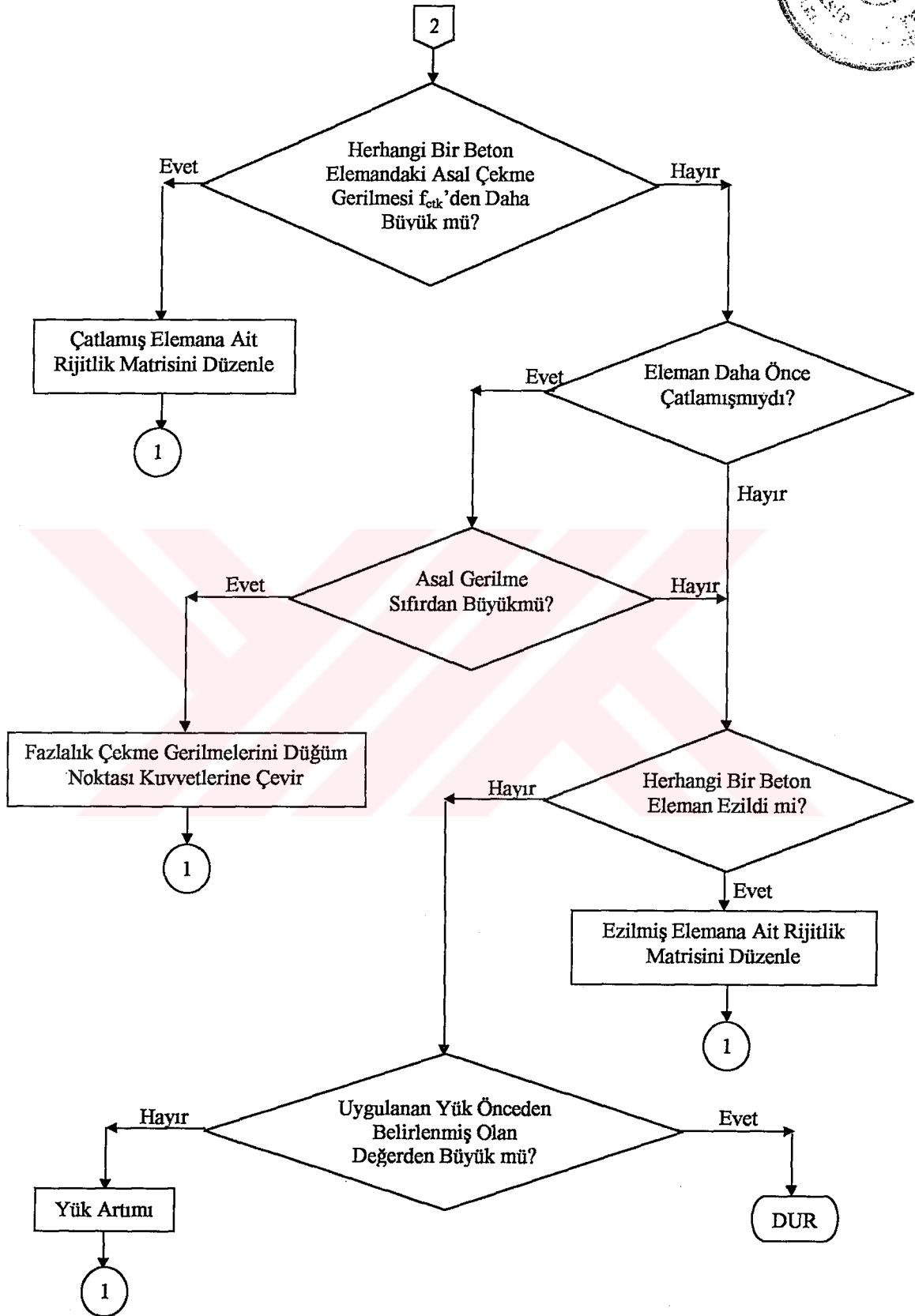
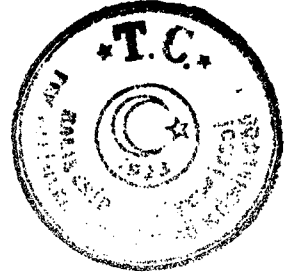
Bundan sonra yapılacak çalışmalarda, boşluklu betonarme kirişler üzerinde daha çok deneysel çalışmalar yapılabilir. Ayrıca üç boyutlu Sonlu Elemanlar Metodu kullanılarak, burulma etkilerini de hesaba katarak değişik sayısal çözümler yapılabilir. Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılacak çözümlerde, agrega kilitlenme katsayısı  $\beta$ 'nın beton çatlak genişliğinin bir fonksiyonu olarak alınması sağlanarak gerçeğe daha yakın çözümler elde edilebilir. Bölüm 4'te verilen analitik yöntem de kullanılarak; boşluğun yerine, boyutlarına, eksantrikliğine ve kirişin boyuna donatı miktarına bağlı olarak boşluk civarına konması gereken ek donatı miktarını belirlemek için abaklar hazırlanabilir.

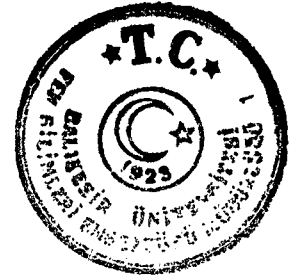


**EK A. BİLGİSAYAR PROGRAMI AKIŞ DİYAGRAMI VE ÇALIŞMA STRATEJİSİ**  
**A1 AKIŞ DİYAGRAMI**

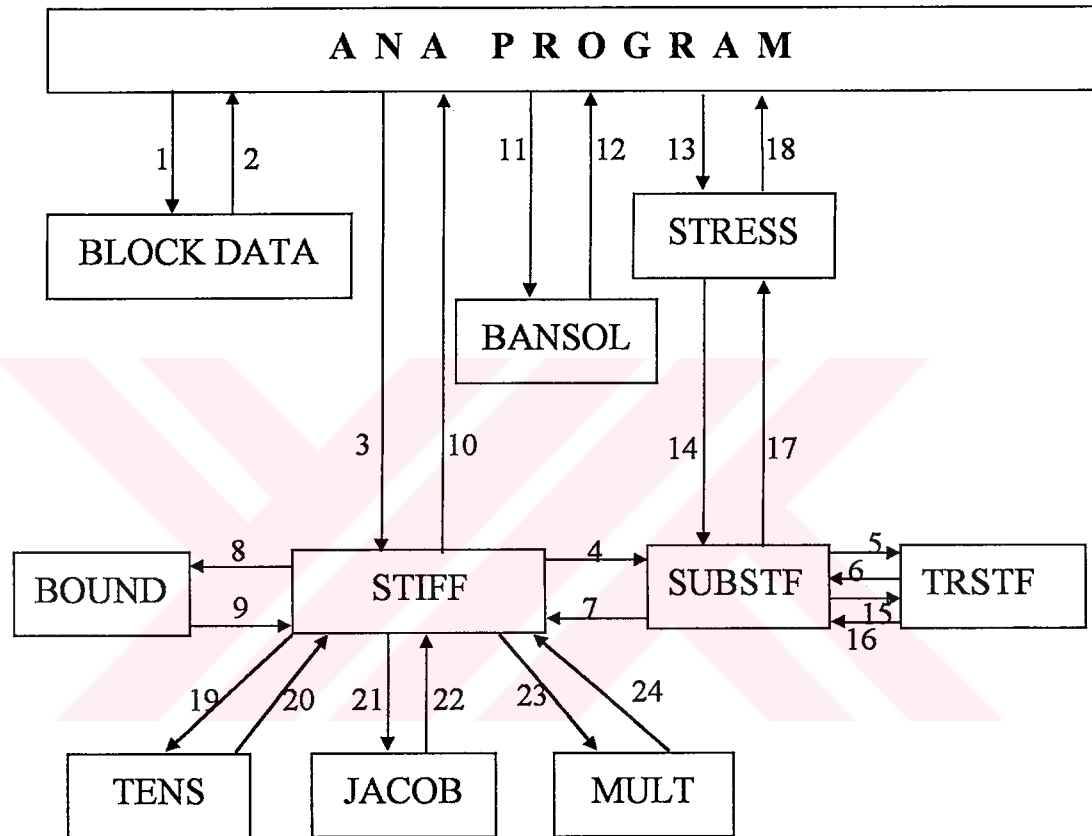


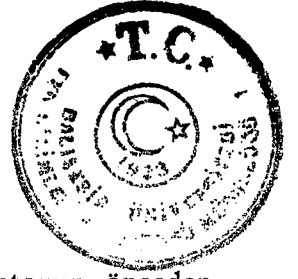






## A2 ANA PROGRAM ve ALT PROGRAMLARIN ÇALIŞMA SIRASI





## EK B. GERİLME TRANSFERİ METODU

Herhangi bir beton elemandaki asal çekme gerilmesi, betonun önceden tanımlanmış olan çekme mukavemetini aşarsa, bu durumda, o elemanda asal çekme gerilmesi doğrultusuna dik yönde bir çatlak oluştuğu kabul edilir. Bu çatlak nedeniyle boşalan eleman çekme gerilmelerinin sisteme ilave yük olarak etkililmesi gerekir. Bunun için de gerilme transferi metodu kullanılır. İlk kez Zienkiewicz, Valliappan ve King tarafından önerilen bu metodun başlıca adımları aşağıdaki şekilde tanımlanabilir [54].

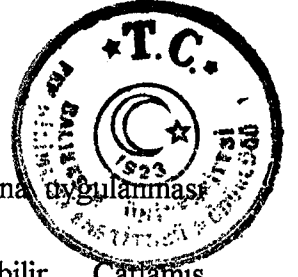
a.) Problemin çözümü elastik olarak yapılır ve her bir elemandaki asal gerilmeler hesaplanır. Eğer yükleme başlamadan önce bu elemanda bir gerilme mevcut ise (ön gerilme veya yapının kendi ağırlığından oluşan gerilmeler gibi) bu gerilmeler toplanır.

b.) İlk adımın sonunda bazı elemanlarda çekme gerilmeleri oluşacaktır. Eğer oluşan çekme gerilmesi betonun çekme mukavemetini aşmışsa beton çatlamıştır ve artık çekme gerilmesi taşıyamayacaktır. Bu durumda çekme gerilmeleri elemandan çıkarılır. Bu aşamada dengenin korunması için yapıya geçici olarak tutucu kuvvetler (restraining forces) uygulanır. Sonlu Elemanlar Metodu ile yapılacak çözüme göre, her bir eleman için bu tür kuvvetler şöyle hesaplanır.

Analizin herhangi bir adımında, asal doğrultularda verilen eleman gerilmeleri  $\{\sigma^n\}^e$  olsun. Bu gerilmeler,

$$\{\sigma^n\}^e = \{\sigma_1^n\}^e + \{\sigma_0^n\}^e \quad (B.1)$$

şeklinde iki parçaya ayrılabilir. Burada  $\{\sigma_0^n\}^e$ , elemandaki çekme gerilmelerini temsil etmektedir.



$\{\sigma_o^n\}^e$  gerilmelerini sistemden çıkarmak için düğüm noktalarına uygulanması gereken  $\{F_o^n\}^e$  kuvvetleri, virtüel iş prensibi kullanarak bulunabilir. Çatlamış elemanın düğüm noktalarına uygulanacak olan tutucu kuvvetler;

$$\{F_o^n\}^e = \int_v [B]^T \{\sigma_o^n\}^e dv \quad (B.2)$$

olarak hesaplanır. (B.2) bağıntısındaki integral eleman hacmi üzerinden alınır. Bu tür kuvvetler, çıkarılan çekme gerilmelerinin şiddetine bağlı olarak işlemin her adımında yeniden hesaplanmalıdır.

Asal doğrultularda hesaplanmış olan çekme gerilmelerinin sistemden çıkarılması için öncelikle sistem koordinatlarına dönüştürülmesi gerekir. Sistem koordinatlarında ifade edilen gerilmeler;

$$\sigma_{x1} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta \quad (B.3a)$$

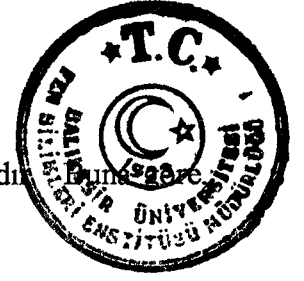
$$\sigma_{y1} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta \quad (B.3b)$$

$$\tau_{xy1} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta \quad (B.3c)$$

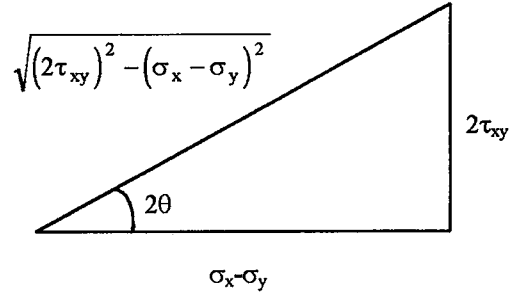
olarak hesaplanır. Burada;

$\sigma_1$  ve  $\sigma_2$  : asal doğrultulardaki gerilmeler,

$\sigma_{x1}$ ,  $\sigma_{y1}$ ,  $\tau_{xy}$  : çıkarılacak olan, sistem koordinatlarındaki gerilmelerdir.



$\theta$  ise sistem eksen takımı ile asal eksen takımı arasındaki açıdır. Buna göre  $\cos 2\theta$  ve  $\sin 2\theta$  değerleri;



$$\cos 2\theta = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{\sqrt{(2\tau_{xy})^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2}} \quad (\text{B.4a})$$

$$\sin 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sqrt{(2\tau_{xy})^2 + (\sigma_x - \sigma_y)^2}} \quad (\text{B.4b})$$

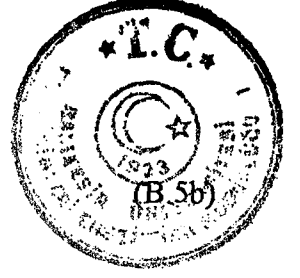
olarak hesaplanır. Bağlıdaki  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  ve  $\tau_{xy}$  elemanın sistem koordinatlarındaki gerilmeleridir.

Sistem koordinatlarına dönüştürülen eleman asal gerilmeleri için aşağıdaki 4 durum kontrol edilir.

1.) Eğer  $\sigma_1 < 0$  ve  $\sigma_2 < 0$  ise, bu durumda tutucu kuvvete dönüştürülecek çekme kuvveti yok demektir.

2.) Eğer  $\sigma_1 > 0$  ve  $\sigma_2 < 0$  ise, bu durumda (B.3) bağıntıları;

$$\sigma_{x1} = \frac{\sigma_1}{2} + \frac{\sigma_1}{2} \cos 2\theta \quad (\text{B.5a})$$



$$\sigma_{y1} = \frac{\sigma_1}{2} - \frac{\sigma_1}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau_{xy1} = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\theta$$

(B.5c)

halini alır.

3.) Eğer  $\sigma_1 < 0$  ve  $\sigma_2 > 0$  ise, bu durumda (B.3) bağıntıları;

$$\sigma_{x1} = \frac{\sigma_2}{2} - \frac{\sigma_2}{2} \cos 2\theta \quad (B.6a)$$

$$\sigma_{y1} = \frac{\sigma_2}{2} + \frac{\sigma_2}{2} \cos 2\theta \quad (B.6b)$$

$$\tau_{xy1} = -\frac{\sigma_2}{2} \sin 2\theta \quad (B.6c)$$

halini alır.

4.) Eğer  $\sigma_1 > 0$  ve  $\sigma_2 > 0$  ise, bu durumda (B.3) bağıntıları aynen kullanılır.

Eleman asal gerilmeleri sistem koordinatlarına dönüştürüldükten sonra, sistem koordinatlarındaki tutucu kuvvetler;

$$\{F\}^e = \int_v [B]^T \{\sigma\}^e dv \quad (B.7)$$

bağıntısından hesaplanabilir. Burada  $\{\sigma\}^e$ , düğüm noktalarına yük olarak etkitilecek olan sistem koordinatlarındaki gerilme vektörüdür.



c.) Hesaplanan tutucu kuvvetler gerçekte mevcut olmadıklarından, bu kuvvetlerin etkisi, süperpozisyon prensibinden yararlanarak elemana, kuvvetlerin uygulanmasıyla yapıdan çıkarılır. Bu kuvvetlerin etkisini hesaba katmak için yapı yeniden analiz edilir ve hesaplanan gerilmeler (b) adımının sonunda bulunan gerilmelere eklenir.

Burada yapılan analizde de yapının elastik davrandığı kabul edilir. Asal gerilmeler yeniden hesaplandığında, elemanda bir miktar çekme gerilmesinin hala mevcut olduğu görülecektir. Ancak bu çekme gerilmeleri bir önceki adımla karşılaştırıldığında azalmış olacaktır.

d.) Eğer (c) adımının sonunda asal çekme gerilmeleri hala mevcut ise, bütün çekme gerilmeleri, önceden belirlenmiş kabul edilebilir bir değere (bu çalışmada 0.345 MPa olarak alınmıştır) düşünceye kadar (b) ve (c) adımları tekrarlanır.

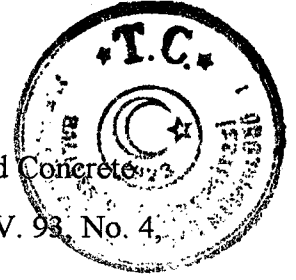
Gerilme transferi metodu, basit ve daima yakınsayan bir metottur. Bu metodun kullanılmasının iki değişik yolu vardır. Bunlardan ilki, (c) adımının elastik çözümünün malzemenin başlangıçtaki elastik özellikleri kullanılarak elde edilmesidir. İkincisi ise, çekme doğrultusundaki elastisite sabitlerinin azaltılarak değiştirilmesidir. İkinci durumda yakınsama daha hızlıdır. Birincisinde ise, rijitlik matrisleri aynı kaldığından çok hızlı çözüm yapmak mümkündür. Fakat gerekli iterasyon sayısı diğerinin hemen hemen iki katıdır. Malzemenin lineer olmayan davranışı ve hızla yakınsama nedeniyle, bu çalışmada ikinci yol seçilmiştir.

## KAYNAKÇA



- [1] Pool, B.P. and Lopes R., “Cyclically Loaded Concrete Beams with Web Openings”, *ACI Journal*, Title no. 83-69, September-October,(1986) 757.
- [2] Tan, K. H.; Mansur, M. A. and Huang, L. M., “Reinforced Concrete T-Beams with Large Web Openings in Positive and Negative Moment Regions”, *ACI Structural Journal*, V.93, No. 3, May-June, (1996) 277.
- [3] Mansur, M. A.; Tan, K.H. and Lee, S.L., “Collapse Loads of R/C Beams with Large Openings”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 110, No. 11, November, (1984) 2602.
- [4] Mansur, M.A. and Paramasivam, P., “Reinforced Concrete Beams with Small Opening in Bending and Torsion”, *ACI Journal*, Title no. 81-20, March-April, (1984) 180.
- [5] Hasnat, A. and Akhtaruzzaman, A.A., “Beams with Small Rectangular Opening under Torsion, Bending, and Shear”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, No. 10, October, (1987) 2253.
- [6] Mansur, M.A.; Tan, K.H. and Lee, S.L., “Design Method for Reinforced Concrete Beams with Large Openings”, *ACI Journal*, Title no. 82-46, July-August, (1985) 517.
- [7] Mansur, M.A.; Huang, L.M.; Tan, K.H. and Lee, S.L., “Deflections of Reinforced Concrete Beams with Web Openings”, *ACI Structural Journal*, V. 89, No. 4, July-August, (1992) 391.

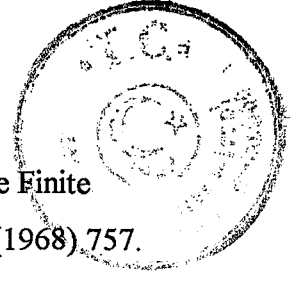




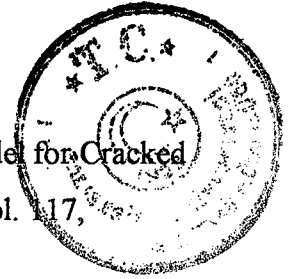
- [8] Tan, K.H. and Mansur, M.A., “Design Procedure for Reinforced Concrete Beams with Large Web Openings”, *ACI Structural Journal*, V. 93, No. 4, July-August, (1996) 404.
- [9] Mansur, M.A.; Lee, Y.F. and Lee, S.L., “Tests on RC Continuous Beams with Openings”, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, No. 6, June, (1991) 1593.
- [10] Ersoy, U., *Betonarme (Temel İlkeler ve Taşıma Gücü)*, Cilt-I, Evrim Basım-Yayın-Dağıtım, İstanbul, (1987), 643 sayfa.
- [11] Baradan, B., *Yapı Malzemesi II (Bağlayıcı Maddeler, Agregalar, Beton)*, D.E.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Basım Ünitesi, İzmir, (1991), 139 sayfa.
- [12] Saenz, L.P., “Equation for the Stress-Strain Curve Concrete”, *ACI Journal*, V. 61, No. 3, March, (1964) 1229.
- [13] Kent, D.C. and Park, R., “Flexural Members with Confined Concrete”, *Journal of the Structural Division*, Vol. 97, No. ST7, July, (1971) 1969.
- [14] Ramadan, S.L., *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Members*, M. Sc. Thesis, Middle East Technical University, Ankara, (1987).
- [15] Wasti, S.T., “Sonlu Eleman Yönteminin Betonarme Yapı Elemanlarına Uygulanması”, *İMO Teknik Dergi*, Ekim, (1990) 199.
- [16] Schnobrich, W.C., “Behavior of Reinforced Concrete Structures Predicted by the Finite Element Method”, *Computers & Structures*, Vol. 7, (1977) 365.
- [17] TS 500, *Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları*, Türk Standardları Enstitüsü, Ankara, Nisan (1984).



- [18] Berktaş, İ., Betonarme (Taşıma Gücü ve Kesit Hesapları), Cilt-I, TMMOB İnşaat Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi, İstanbul, Nisan, (1993), 408 sayfa.
- [19] Bangash, M.Y.H., Concrete and Concrete Structures (Numerical Modelling and Applications), Elsevier Applied Science, London, (1989), 651 pages.
- [20] Neville, A.M., Properties of Concrete, John Wiley and Sons, Singapore, (1993).
- [21] Saylan, Ş., Betonarme (Taşıma Gücü Yöntemi ile Betonarme Kesitlerin Hesabı), BA.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Balıkesir, (1993), 235 sayfa.
- [22] Zdenek, P.B., "Prediction of Concrete Creep Effect Using Age-Adjusted Effective Modulus Method", *ACI Journal*, Title no. 69-20, April, (1972) 212.
- [23] Bradford, M.A., "Service Load Analysis of Slender R-C Columns", *ACI Structural Journal*, V. 94, No. 6, November-December, (1997) 675.
- [24] Gardner, N.J. and Zhao, J.W., "Creep and Shrinkage Revisited", *ACI Materials Journal*, V. 90, No. 3, May-June, (1993) 236.
- [25] Park, R. and Paulay, T., Reinforced Concrete Structures, John Wiley & Sons, Inc., Singapore, (1975), 769 pages.
- [26] Floegl, H. and Mang, H.A., "Tension Stiffening Based on Bond Slip", *Journal of the Structural Division*, Vol. 108, No. ST12, December, (1982) 2681.
- [27] Ngo, D. and Scordelis, A.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams", *ACI Journal*, Title no. 64-14, March, (1967) 152.



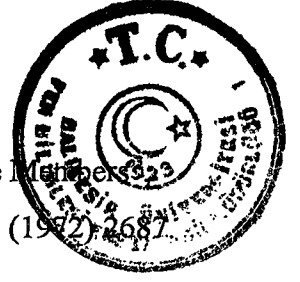
- [28] Nilson, A.H., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method", *ACI Journal*, Title no. 65-55, September, (1968) 757.
- [29] Yankelevsky, D.Z., "New Finite Element for Bond-Slip Analysis", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, No. 7, July, (1985) 1533.
- [30] Sarigül, G., İki Boyutlu Betonarme Sistemlerin Gerçek Davranışları Göz Önünde Tutularak Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Hesabı, Ph. D. Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi, İstanbul, (1981).
- [31] Chan, H.C.; Cheung, Y.K. and Huang, Y.P., "Analytical Crack Model for Reinforced Concrete Structures", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119, No. 5, May, (1993) 1339.
- [32] Chan, H.C.; Cheung, Y.K. and Huang, Y.P., "Crack Analysis of Reinforced Concrete Tension Members", *Journal of Structural Engineering*, Vol.118, No. 8, August, (1992) 2118.
- [33] Mirza, S.M. and Houde, J., "Study of Bond Stress-Slip Relationship in Reinforced Concrete", *ACI Journal*, Title no.76-2, January, (1979) 19.
- [34] Ashour, A.F. and Morley, C.T., "Three-Dimensional Nonlinear Finite Element Modelling of Reinforced Concrete Structures", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 15, No. 1, (1993) 43.
- [35] Allwood, R.J. and Bajarwan, A.A., "Modeling Nonlinear Bond-Slip Behavior for Finite Element Analyses of Reinforced Concrete Structures", *ACI Structural Journal*, V. 93, No. 5, September-October, (1996) 538.



- [36] Wu, Z.; Yoshikawa, H. and Tanabe, T., "Tension Stiffness Model for Cracked Reinforced Concrete", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 17, No. 3, March, (1991) 715.
- [37] Ghio, V. A. and Monteiro, J. M., "Bond Strength of Reinforcing Bars in Reinforced Shotcrete", *ACI Materials Journal*, V. 94, No. 2, March-April, (1997) 111.
- [38] Poli, S.D.; Gambarova, P.G. and Karakoç, C., "Aggregate Interlock Role in RC Thin-Webbed Beams in Shear", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, No. 1, January, (1987) 1.
- [39] Fardis, M.N. and Büyüköztürk, O., "Shear Stiffness of Concrete by Finite Elements", *Journal of Structural Division*, Vol. 106, No. ST6, June, (1980) 1311.
- [40] Frantzeskakis, C. and Theillout, J.N., "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures with a Particular Strategy Following the Cracking Process", *Computers & Structures*, Vol. 31, No. 3, (1989) 395.
- [41] Çavdar, S., Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, M. Sc. Thesis, METU Civil Engineering Department, Ankara, (1981).
- [42] Suidan, M. and Schnobrich, W.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete", *Journal of Structural Division*, Vol. 99, No. ST10, October, (1973) 2109.
- [43] Desai, C.S. and Abel, J.F., Introduction to the Finite Element Method A Numerical Method for Engineering Analysis, Van Nostrand Reinhold Company, USA, (1972), 477 pages.



- [44] Zienkiewicz, O.C., *The Finite Element Method in Engineering Science*, McGraw-Hill, London, (1971), 521 pages.
- [45] Valliappan, S. and Doolan, T.F., “Nonlinear Stress Analysis of Reinforced Concrete”, *Journal of Structural Division*, Vol. 98, No. ST4, April, (1972) 885.
- [46] Discussion by Schnobrich, W.C.; Salem, M.H.; Pecknold, D.A. and Mohraz, B., “Nonlinear Stress Analysis of Reinforced Concrete”, *Journal of Structural Division*, No. ST10, October, (1972) 2327.
- [47] Büyüköztürk, O., “Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures”, *Computers & Structures*, Vol. 7, (1977) 149.
- [48] Allwood, R.J. and Bajarwan, A.A., “A New Method for Modelling Reinforcement and Bond in Finite Element Analyses of Reinforced Concrete”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 28, (1989) 833.
- [49] Nam, C.H. and Salmon, C.G., “Finite Element Analysis of Concrete Beams”, *Journal of Structural Division*, Vol.100, No. ST12, December, (1974) 2419.
- [50] Wasti, S.T. and Utku, M., *Finite Elements in Structural Analysis (Class Notes)*, Middle East Technical University, Ankara, (1990), 127 pages.
- [51] Çakıroğlu, A. ve Özer, E., *Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından Lineer Olmayan Sistemler, Cilt-I*, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, (1980), 218 sayfa.
- [52] Broms, B.B., “Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members”, *ACI Journal*, Vol. 62, No. 10, October, (1965) 1237.



- [53] Edwards, A.D. and Picard, A., “Theory of Cracking in Concrete Members”, *Journal of Structural Division*, Vol.98, No. ST12, December, (1972), 2687.
- [54] Zienkiewicz, O.C.; Valliappan, S. and King, I.P., “Stress Analysis of Rock as a ‘No Tension’ Material”, *Geotechnique*, Vol. 18, No. 1, (1968) 56.
- [55] Günay, D., *Sonlu Elemanlar Metodu*, Adapazarı, (1990), 236 sayfa.
- [56] ACI 318R-95, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95)*, ACI, Detroit, (1995).
- [57] Elçi, H., *Düğüm Noktaları İdealleştirilmesinin Kesit Tesirlerine Etkisi*, M. Sc. Tezi, BAÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir, (1996).
- [58] Oakberg, R.G. and Weaver, W.Jr., “Analysis of Frames with Shear Walls by Finite Elements”, *Symposium on Application of Finite Elements Methods in Civil Engineering*, Vanderbilt University, November, (1969), 567-607.
- [59] Dündar, C.; Kırıl, E. ve Mengi, Y., *Yapı Mekaniğinde Bilgisayar Programları (Statik, Dinamik, Betonarme)*, Teknik Yayınevi, Ankara, (1986), 328 sayfa.