

**T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI**



**FRAKTAL GEOMETRİ İLE KATI YÜZEYLERİN
TANIMLANMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ENDER ÇAY

BALIKESİR, MAYIS - 2015

**T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI**



**FRAKTAL GEOMETRİ İLE KATI YÜZEYLERİN
TANIMLANMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ENDER ÇAY

BALIKESİR, MAYIS - 2015

KABUL VE ONAY SAYFASI

Ender ÇAY tarafından hazırlanan “**FRAKTAL GEOMETRİ İLE KATI YÜZEYLERİN TANIMLANMASI**” adlı tez çalışmasının savunma sınavı 14.05.2015 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Anabilim Dalı olarak kabul edilmiştir.

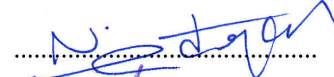
Jüri Üyeleri

İmza

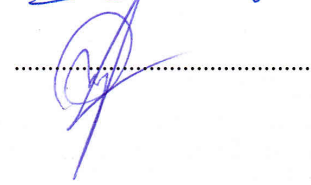
Danışman
Doç. Dr. Mehmet BAYIRLI



Üye
Yrd. Doç. Dr. Necmettin ERDOĞAN



Üye
Yrd. Doç. Dr. Tayfun UZUNOĞLU



Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Doç. Dr. Necati ÖZDEMİR

.....

ÖZET

FRAKTAL GEOMETRİ İLE KATI YÜZEYLERİN TANIMLANMASI
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENDER ÇAY
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI
(TEZ DANIŞMANI: DOÇ. DR. MEHMET BAYIRLI)
BALIKESİR, MAYIS - 2015

Doğal manyezit cevheri üzeri ve çatlaklarında oluşan mangan depozitleri birbirinden bağımsız farklı geometrik desen görüntüsündedir. Fraktal yapıda olup jeolojik oluşum esnasında cevher yüzeyi üzerinde akan sediment sıvı içindeki iyonların azalan sıcaklık etkisinde çökelirken iyonların indirgenmesi yolu ile kristalleştiği varsayılmaktadır. Ancak mangan depozitlerin oluşumu mekanizmaları ile ilgili tartışmalar devam etmektedir. Bu amaç ile doğal mangan depozitleri fraktal geometri kullanılarak makroskobik olarak incelenmektedir. Bunlar tarayıcı kullanılarak bilgisayar ortamına taşındı. İki farklı numuneden deseni oluşturan taneciklerin cevher yüzeyini kaplama oranına göre beş farklı örnek belirlendi. Bunlara ait kutu sayma algoritmasıyla fraktal boyut ve kayan kutu algoritması kullanılarak lacunarity değerleri hesaplandı. Hesaplanan lacunarity ve kutu boyutunun değişimi iki farklı hipotez ile açıklandı. Bunlar birincisi lacunarity ve kayan kutu boyutunun büyüklüğüyle değişimini tanımlayabilen hiperbolik bir fonksiyonu bir matematiksel bir model olarak önerilmektedir. Burada α , β ve γ incelenen sistemin temel özelliklerini belirleyen model parametreleridir. İkinci olarak lacunarity değeri ile kayan kutu büyüklüğü arasında ölçekleme teorisine göre tanımlanabilen üs yasa ilişkisinin varlığı gösterilmiştir. Ayrıca örnekler için öteleme homojenlik indeksleri hesaplandı. Öteleme heterojenlik indeks değeri kaplama oranı ve mangan depozitlerini oluşturan taneciklerinin kümeleşmesi ile ters orantılı olduğu gözlemlendi. Bu çalışma; nano ölçekte deneysel üretilen depozit ile alt tabaka arasındaki ilişkiyi, jeomorfolojik diğer farklı numune yüzeylerdeki depozit ve gözenekleri tanımlamada kullanılabilir. Ayrıca mangan depozitlerinin oluşumundaki jeomorfolojik çevrenin katkısı belirlemede yardımcı olabilir.

ANAHTAR KELİMELER: Fractal, Mangan depozitleri, fraktal geometri, kutu sayma algoritması, Lacunarity

ABSTRACT

FRactal Geometry and Identification of Solid Surfaces
MSC Thesis
ENDER ÇAY
BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
PHYSICS
(SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. MEHMET BAYIRLI)
BALIKESİR, MAY 2015

Manganese deposits formed in the above natural magnesite ore and crack different geometric pattern image is independent from each other. Fractal structure is the reduction of ore on the surface of the sediment flowing liquid precipitating effect of the ions in the ion temperature decreased during the geological formation is assumed to crystallize way. However, the formations of manganese deposits continue discussions on the mechanisms. Natural manganese deposits for this purpose are examined macroscopically using fractal geometry. They moved to the computer using a scanner. Two different samples of five different samples according to the pattern forming surface of the ore particles coating rate was determined. These fractal dimensions of the box counting algorithm and lacunarity values were calculated using a floating box algorithm. Calculated lacunarity and box dimensions of change were explained by two different hypotheses. They can be identified by a hyperbolic function first lacunarity and floating box size changes with the magnitude of the correlation is proposed as a mathematical model. Where α , β and γ are the model parameters that determine the basic properties of the investigated system. Second lacunarity value of the floating box size in the presence of definable scaling exponent law relationship with the relation shown by the theory. In addition, the homogeneity index was calculated shift for examples. With the aggregation of translational heterogeneity index value coverage and manganese particles that make up the deposit was found to be inversely proportional. This study the relationship between the substrate and deposit produced in experimental nano scale pores geomorphologic used to identify deposits and other different sample surface. In addition, the formation of manganese deposits can assist in determining the contribution of the geomorphologic environment.

KEYWORDS: Fractal, Manganese deposits, Fractal geometry, Box counting algorithm, Lacunarity

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
ŞEKİL LİSTESİ.....	iv
TABLO LİSTESİ.....	vi
ÖNSÖZ.....	vii
1. GİRİŞ	1
2. KURAMSAL BİLGİLER	5
2.1 Büyüme Teorisi ve Modelleri.....	5
2.1.1 Serbest Sınır Modeli ve Ara Yüzey için Sınır Şartları.....	5
2.1.2 Eriyiğin Katılaşmasında Yüzey Gerilimi ve Yüzey Kinetiği.....	6
2.1.3 Aşırı Doymuş Çözeltilerin Katılaşmasında Yüzey Gerilimi ve Yüzey Kinetiği.....	8
2.1.4 Kristalleşme Anizotropi.....	10
2.1.5 Kümeyi Temel Birimlerinden Büyütme Modeli (“Atomistic” Model).....	10
2.1.6 Yayılma – Faz Geçiş Modeli.....	11
2.1.7 Faz – Alan Modeli.....	14
2.2 Tanecik Kümeleşme Modelleri.....	16
2.2.1 Eden Modeli.....	16
2.2.2 Kararlılık Analizi.....	17
2.2.3 Evrensellik.....	19
2.2.4 Perkolasyon Kümeleri.....	21
2.2.5 Yörüngesini Kesmeksizin Yürüyüş.....	23
2.2.6 Temel Kümeleşme Modellerine Renormalizasyon Grup Yaklaşımı.....	24
2.3 DLA Modeli.....	25
2.3.1 Kümeleşme Modellerinde Katılma Desenlerinin Oluşumu.....	26
2.3.2 Çok Boyutlu Uzaylarda DLA Modeli.....	28
2.3.3 Büyüme Modeli Olarak “Cellulaar Automaton”lar.....	29
2.4 Geometrik Metotlar.....	30
2.4.1 Mozaik Döşeme (Voronoi Tessellations(VT)) Özellikleri.....	30
2.5 Yapısal Metotlar.....	33
2.6 Model Temelli Metotlar.....	35
2.6.1 Random (Rasgele) Alan Modelleri.....	35
2.7 Fraktallar.....	38
2.8 İstatistiksel Momentler.....	39
3. MATERYAL VE METOT	41
4. BULGULAR	48
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	73
6. KAYNAKLAR	75
7. EKLER	81

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1: Kare örgüde $b = 2$ kenarlı bir hücre için, Eden modeline göre, 1 numaralı gözdeki bir çekirdekten başlayarak dört gözü dolu bir küme elde etmek için dört farklı yol.....	16
Şekil 2.2: Kare örgüde $b=2$ kenarlı bir hücre için kapsayan örgü yaratığı konumları.....	24
Şekil 2.3: Difüzyonla sınırlı kümeleşmeye göre AB kümesini büyütmenin yolları.....	25
Şekil 2.4: (a) Beş adımlı rasgele yürüyüş (b) Altı adımlı rasgele yürüyüş.....	25
Şekil 2.5: Voronoi mozaiği: (a) Bir örnek desen nokta ve (b) Voronoi mozaiği	32
Şekil 3.1: (a) 10×10 boyutlu görüntü ve (b) Binary formatında görüntünün sayısal karşılığı.	41
Şekil 3.2: Lacunarity değerini bulurken izlenen adımların akış şemasında gösterimi.....	44
Şekil 3.3: (a,b,c) üç farklı morfolojik yapıların 12×12 (pixel) kare örgü görüntüsü ve (d,e,f.) bu görüntülerin Binary formatında sayısal karşılığı.....	45
Şekil 4.1: (a) ve (b) Manyezit cevheri yüzeyinde rasgele dağılımlı MD desenlerinin görüntüleri.....	49
Şekil 4.2: (a) Manyezit cevheri yüzeyinden MD olarak seçilen $L=100$ pixel boyutlu seçilen birinci bölge, (b)birinci bölgenin ölçekli görüntüsü ve (c) bu bölgenin binary formatında görüntüsü.....	52
Şekil 4.3: Manyezit cevheri yüzeyinde MD depozitleri ve farklı dağılıma sahip beş farklı kare örgüler.....	53
Şekil 4.4: Birinci bölge için kutu boyutu r değerinin lacunarity $\Lambda(r)$ değerinin değişimi.....	55
Şekil 4.5: Birinci bölge için lacunarity $\ln \Lambda(r)$ değerinin kutu boyutu $\ln(r)$ değerine göre değişimi.....	56
Şekil 4.6: Şekil 4.1(a) da gösterilen manyezit cevheri yüzeyinden seçilen farklı kaplama oranlı beş farklı MD dağılımlı bölgeler.....	60
Şekil 4.7: Beş farklı kaplama oranlı MD desenlerinin manyezit cevheri yüzeyinden alınan bölgelere ait, lacunarity Λ değerinin, kutu büyüklüğü r 'ye bağlı değişimi.....	63
Şekil 4.8: Beş farklı kaplama oranlı MD li manyezit cevheri yüzeyinden alınan bölgelere ait, \ln lacunarity $\ln(\Lambda)$ değerinin, \ln kutu büyüklüğü $\ln(r)$ ye bağlı değişimin fit edilmiş şeklinin gösterimi.....	64
Şekil 4.9: Lacunarity değerlerinin Λ , kutu sayısı büyüklüğü r ye bağlı değerini hesaplamak için kullanılan Şekil 4.1(b) 'den alınan bölgeler.....	65
Şekil 4.10: Şekil 4.1(b)'den farklı kaplama oranlı MD desenlerinin görüntüleri.....	68

Şekil 4.11: Şekil 4.10 da gösterilen birinci bölgeye ait lacunarity değerlerinin kutu büyüklüğüne bağlı değişimi. Matematiksel hiperbolik değişim modeline ait en küçük kareler yöntemi ile hesaplama sonucu, üzerinde çizgi grafiği.....	68
Şekil 4.12: Beş farklı kaplama oranlı MD' li manyezit cevheri yüzeyinden alınan bölgelere ait, lacunarity değerinin, kutu büyüklüğü r ye bağlı değişim.....	69
Şekil 4.13: Beş farklı kaplama oranlı MD' li manyezit cevheri yüzeyinden alınan bölgelere ait, ln lacunarity ln (Λ) değerinin, kutu büyüklüğü ln (r) ye bağlı değişimi.....	70

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1: Doku alt birimleri belirleme algoritması tarafından kullanılan Voronoi poligon özellikleri.....	33
Tablo 3.1: Kenar boyutu 12x12 piksel kare görüntü ve parçacık kaplama oranı $P=0,5$ için işlem adımlarında hesaplanan değerler.....	46
Tablo 4.1: Örgü boyutu $M=100$ piksel için kutu büyüklüğü r değerlerine göre dağılımı istatistiksel dağılımı temsil eden birinci ve ikinci momentle ve lacunarity değerleri.....	54
Tablo 4.2: Şekil 4.1(a)'dan alınan ve Şekil 4.4'de gösterilen beş farklı kaplama oranlı görüntüleri parametrelerine ait değerler.....	62
Tablo 4.3: Şekil 4.1(b) den alınan beş farklı kaplama oranlı MD görüntülerine ait hesaplanan değerler.....	67
Tablo 4.4: MD yapılarının doluluk oranlarına göre Öteleme Homojenlik İndeksi (ÖHİ) değerleri.....	72

ÖNSÖZ

Fraktal geometri ile katı yüzeylerin tanımlanmasını kapsayan bu çalışmanın gerçekleşmesini sağlayan ve her çalışmanın her anında yanımda olan danışman hocam Doç. Dr. Mehmet BAYIRLI, değerli hocalarım Prof. Dr. Ziya Merdan ile Yrd. Doç. Dr. M. Kubilay EKER'e ve kıymetli arkadaşım Tuğba ÖZBEY'e bilgi ve tecrübelerini paylaşarak desteklerini esirgemediği için teşekkür ederim.

Yüksel lisans hayatıma başlamam ve bu çalışmayı hazırlamam sırasında beni cesaretlendiren ve desteklerini esirgemeyen sevgili annem, babam ve kardeşlerime, her zaman yanımda olduğunuz için size minnettarım.

Bana çalışmam boyunca bir an desteğini esirgemeyen ve yalnız bırakmayan, tüm anlarımda yanımda olan ve hayata umutla bakmamı sağlayan sevgili eşim Meltem Özalp ÇAY'a çok teşekkür eder, onu her zaman seveceğimi bu çalışmamdanda duyurmak isterim.

1. GİRİŞ

Doğal oluşum veya deneysel çalışmalarda üretilen malzeme yüzeyleri zengin farklı geometrik desenlere sahiptir. Bu desenlerin oluşum mekanizmalarını ve bunları karakterize eden temel kavramları incelemek teknolojik uygulamalardan dolayı dikkat çekici bir olgudur [1, 2].

Tabiatta kendiliğinden desen oluşumunun en güzel ve tanımlanan örnekleri biyolojik sistemler dışında kristal büyümede gözlenir. Bir yapı yüzeyinde birbirinden bağımsız makroskobik veya mikroskobik olarak gözlenebilen desenler (birikinti ya da depozit) bir parçacık kümesi olarak tanımlanabilir [2]. Bu depozitlere ait desenler fiziksel, kimyasal ve biyolojik ortamlarda çevre oluşum parametrelerine bağlı olarak ana yapının yüzey ya da ara yüzeylerinde difüzyon, birikme ve çökme yolu ile oluşmaktadır [1, 2]. Özellikle doğal manyezit cevheri yüzeyinde MD (Mangan Depozit) jeolojik oluşumun başlangıcından günümüze kadar süreç içerisinde oluşumu ve gelişimi devam eden yapıların bir örneğidir [3-9]. Heterojen çevre koşulları ve düzensizlik olmasına rağmen depozitlerin nasıl olupta simetri veya kısmen simetri özellik taşıdığı temel doğal bilimleri ve jeofizik araştırmalarına konu teşkil etmektedir. [10 - 12].

MD desenlerinin fraktal geometri kullanılarak fraktal boyut ve lacunarity geofiziksel görüntü resimlerinin basit bir şekilde tanımlanmasında anlamlı katkı sağlar. MD desenlerinin oluşum mekanizmaları ve ölçekleme özelliklerini temel alan olgular bilim insanları tarafından hala tartışılmaktadır [11]. Bu amaçla günümüze kadar oluşum mekanizmalarını açıklamak için simülasyon, nümerik yaklaşımı [4, 6, 8, 11 - 18] ve deneysel çalışmalar[5, 8] yapılmıştır. Simülasyon çalışmalarından bazıları tüm benzer desenli depozitler için Witten ve Sander tarafından [15] önerilen difüzyonla sınırlı kümeleşme (diffusion-limited aggregation (DLA)) modeli ve Chopard ve arkadaşları tarafından [11] önerilen difüzyon reaksiyonla kümeleşme (diffusion - reaction aggregation (DRA)) modelidir. Bu modeller Monte Carlo tabanlı parçacıkların rasgele hareketlerinin kontrolünü referans alır. Modellerle üretilen depozitlerin temsil görüntüleri, MD desenlerinin reel yapılarına benzemesine rağmen kimyasal oluşum mekanizmasını ve kristalleşme yapısını açıklayamamaktadır [11,15].

Model temsilleri ile reel MD desenlerinin istatistiksel ve geometrik parametreleri, fraktal boyut ve parçacık yoğunluk korelesyon fonksiyonuna ait kritik üs değerleri uyum göstermektedir [4, 6, 11, 13, 15 - 18].

MD desenlerinin reel görüntüler kullanarak incelenmektedir. Bayırlı, Ozbey [6], Ng ve Teh [4] tarafından fraktal boyut ve şekil parametreleri ölçekleme teorisi [19] ve numerik yöntemler kullanılarak incelenmiştir. Bayırlı ve Ozbey manyezit cevheri yüzeyindeki MD desenlerinin Ng ve Teh ise Quartz yüzey ve çatlaklarında oluşan MD yapılarına ait ölçekleme değerlerini hesaplayarak oluşum mekanizmalarını tartışmışlardır. Bu arada deneysel çalışmalar ile ağaca benzer MD yapıları Gorcia – Ruiz ve arkadaşları [8] ile Xu ve arkadaşları [5] tarafından incelenmiştir. Garzia – Ruiz ve arkadaşları deneysel çalışmalarında bir hazneye MnOOH ve FeOOH oksit parçacıkları içeren kolloidal sıvı doldurmuşlardır. Haznenin içine üç cam dik konarak aralarına kolloidal sıvının girmesi sağladılar. Sıvının içine dış pasta SI (Kolloidal Soda) koyarak çekiç ile küçük şiddette sistemi çalıştırdılar. Böylece cam diskler arasında ağaca benzer MD desenlerinin oluştuğunu gözlediler [8]. Xu ve arkadaşları farklı numune üzerine ağaca benzer MD desenlerinin (riyolit, kil, silttaş ve kireçtaşı) yüksek çözünürlüklü elektron mikroskobu incelediler ve ağaç benzeri MD desenlerinin Manganhidroksit, demiroksit, sulfat ve kil minerallerinin nano ölçekte ana bileşenlerini içerdiğini gözlediler. Bu üç ağaç benzeri MD desenleri birbirine benzemesine rağmen araştırmanın sonucu olarak herbir örnekte manganın farklı ana fazda bulunduğunu keşfettiler. Örneğin, todorikite cevheri üzerindeki yapı özelliği zincir-genişlikli fazını gözlemlediler. Ayrıca todorikite kristalleri sıralı iç büyüme özelliği gösterdiğini rapor ettiler. Bu yapı özelliği söz konusu bilim insanlarını tarafından oktohedral zincir ve oktohedral duvar tabakaları konsepti ile açıkladılar [5].

Çoğu durumda MD desenlerinin büyümesi, konsantrasyon ve termal dengenin olmadığı koşullarda oluşur ve sonuçta birbirinden bağımsız, kendine benzer yapı özelliği gösterir [2]. Fakat MD oluşumu doğal özelliklerinin belirlenmesi ve geometrik karakteristiklerinin açıklanması ile ilgili oldukça az çalışma yapılmıştır. Buna rağmen MD desenlerinin madenciler tarafından oluşum mekanizmasının bilinmemesinden dolayı dikkate alınmadığı gözlenmektedir.

MD desenlerinin lacunarity değerlerinin hesaplanması oluşum mekanizmalarını anlaşılmasına katkı getirebilir [8]. Lacunarity fraktal görüntülerdeki

boşluk (gaps) büyüklüklerinin dağılımını tanımlamak için Mandelbrot tarafından önerilen bir kavramdır [20]. Geometrik objeler, eğer bunlar boşluk büyüklükleri geniş aralıkları içeriyorsa daha lacunar olarak görünür. Sonuç olarak lacunarity geometrik yapının “ boşluklu” ya da “hollü” olmasının bir ölçüsü olarak düşünülebilir. Lacunarity kavramı ve hesaplaması farklı bilim dallarında(meteoroloji, ekoloji, jeofizik ve tıp) uygulama imkanı bulmuştur. Gefen ve arkadaşları [21] 1983’de daha değerli bir tanım önerdi; lacunarity, fraktal gibi öteleme değişimlikli bir objeler topluluğunun geometrik değişimini belirler. Eğer herhangi bir obje üzerinde belirli bir yapı değiştirilmeden, bir olarak ölçekle objelerin istatistiksel parametreleri değiştirilmezse, geometrik objeler belirli ölçekte öteleme değişmezliğine sahiptir. Öteleme değişmezlik ölçeğe bağlıdır; objeler küçük ölçeklerde heterojen algılanmasına rağmen büyük ölçekte oldukça homojen yapılarda gözlenir. MD kümeleri makroskobik ölçekte homojen olarak gözlenmesine rağmen mikroskobik ölçekte heterojen bir yapıya sahiptir. MD desenlerinin manyezit cevheri yüzeyinde dağılımı bölgesel olarak farklılık göstermektedir. Bu durum manezit cevheri yüzeyindeki MD desenlerinde öbekleşme farklılığını göstermektedir. Bu yapıların lacunarity değerlerini hesaplamak ilginç sonuçlar verebilir.

Fraktal geometri, Lacunarity kavramı ile bir yapıyı temsil eden görüntüde fotometrik ve geometrik değişiklikleri tanımlamaktadır. Ayrıca görüntüdeki dönüşümlerin geniş bir yelpazede son derece ayrılabilir özellikleri de veren doku açıklamasıyla bir istatistiksel yaklaşım geliştirmiştir [20, 21, 23 - 25]. Depoziti gösteren dokunun temel özelliklerinin nümerik belirlenmesi, görüntünün çok ölçekli yerel ikili (binary) sisteme göre hesaplanan değeri tahmini ile ilgili lacunarity parametreleri birleştirilerek oluşturulur. Yüzeysel desenleri ayırt etmek için lacunarity analizinden yararlanılarak görüntüdeki yapıların lokal dağılımı karakterize edebilir [23, 24]. Ayrıca lacunarity değerinin hesaplanması için uygun nümerik yöntem ve yazılımlar geliştirilmiştir [26, 27].

Depozitlerin görüntüleri genellikle belirli düzeyde tekrarlı aynı tür desenleri oluşturan hücrel parçalar ile şiddetlerinin varyasyonlarından ortaya koyduğundan dolayı doku, görsel özelliğin temel bir parçasıdır [11, 12]. Malzemeyi yüzey dokusuna (desenine) göre sınıflandırma, nesnel olarak veya doğal yapıya göre tanımlama birçok görüntüleme ve görünümle ilgili uygulamalarda anlamlı bir ipucu sağlamaktadır [22 - 25].

Ölçekleme ve kendine benzerlik jeofizikte önemli bir kavramdır [1, 2, 19]. Bunlar üstel değerleri içeren basit güç yasaları ile tanımlanır. Genellikle doğal ve deneysel oluşum koşullarında birbirinden bağımsız yapı veya yapılar topluluğu fraktal geometri ve ölçekleme teorisi kullanılarak tanımlanabilir [2].

Bu tez çalışmasında manyezit cevheri yüzeyinde oluşan MD desenlerine ait fraktal geometri kullanılarak lacunarity ve ötelemeli homojenlik indeksi hesaplaması yapılmaktadır. Bu amaçla inceleme adımları aşağıda sunulmaktadır.

1- Doğal mangan depozitleri tarayıcı ve fotoğraf makinası kullanılarak bilgisayar ortamına taşınmaktadır.

2- Lacunarity hesabı için kayan kutu algoritması hazırlanarak uygulanmaktadır.

3- Görüntülerden kaplama oranına göre belli bölgeler seçilerek fraktal boyut ve Lacunarity değerleri hesaplanmaktadır.

4- Lacunarity değerini kutu büyüklüğüne göre grafiği hiperbolik bağıntıya göre en küçük kareler yöntemi kullanılarak morfolojik değişimi belirleyen katsayılar hesaplanmaktadır.

5- Sonuçlar oluşum mekanizmaları ile ilgili hipotezlerle karşılaştırılmaktadır.

6- Numunelere ait öteleme homojenlik indeksi (ÖHİ) hesaplanmaktadır.

2. KURAMSAL BİLGİLER

2.1 Büyüme Teorisi ve Modelleri

2.1.1 Serbest Sınır Modeli ve Ara Yüzey İçin Sınır Şartları

Aşırı soğumuş eriyiğin katılaşması esnasında, katılaşma hızı (yalnız sıvıda ısı yayılması göz önüne alınarak),

$$v_n = -\left(\frac{Dc_p}{L}\right) \nabla_n T \quad (2.1)$$

olarak verilir. Burada D ısı için (termal) yayılma sabiti, c_p sıvının öz ısısı ve L ise katı-sıvı faz geçişinde erime ısısıdır. Ara yüzey şeklini tahmin etmek ve hal değişim hızını hesaplamak için eriyiğin tümü için sıcaklığın süreç içerisinde bilinmesi gereklidir. Bu katılaşma (ya da genel olarak difüzyon) problemi için aşağıdaki difüzyon denkleminin,

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \nabla^2 T \quad (2.2)$$

ara yüzeyden çok uzaklarda, $T_\infty = T_m - \Delta$ sınır şartları ile çözülmesi gerekir. Bu denklemde T_m bir düz ara yüzeyin erime sıcaklığı, Δ ise aşırı soğuma seviyesidir.

Genellikle;

$$\Delta = (T_m - T_\infty) \frac{c_p}{L} \quad (2.3)$$

denklemini ile boyutsuz bir aşırı soğuma seviyesi tanımlanır. Diğer sınır şartı T_{int} ara yüzey sıcaklığıdır. Mikroskobik etkiler ihmal edildiğinde ara yüzey sıcaklığı T_{int} basitçe T_m 'ye eşitlenebilir.

Aşırı soğumuş eriyiğin katılaşmasında düzen parametresi korunmaz, çünkü ısı korunmamaktadır. Ara yüzey desen oluşumunun diğer bir örneği aşırı doymuş çözeltilerin katılaşmasıdır. Burada yayılan madde olduğundan düzen parametresi korunur. Bu model yukarıdakinin benzeridir; sadece T'nin yerine konsantrasyon c 'nin yerleştirilmesi yeterlidir. Böylece konsantrasyon için yayılma denklemi;

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \nabla^2 c \quad (2.4)$$

olur [59-66]. Bu denklemde D madde için yayılma sabitidir. Ara yüzeyden uzaklarda $c = c_\infty$ ara yüzeyde $c_{int} = c_{eq}$ dır. Boyutsuz aşırı doyma seviyesi de

$$\Delta = \frac{c_\infty - c_{int}}{c_s - c_{eq}} \quad (2.5)$$

olarak tanımlanır. (2.5) denkleminde; c_s katı konsantrasyonu ve c_{eq} sıvı–katı bir arada bulunma konsantrasyonudur. Hıza bağlılık denklem (2.6) den farklı olarak aşağıdaki gibidir.

$$(c_s - c_{int})v_n = D \nabla_n c \quad (2.6)$$

Bu denklem ara yüzeyde maddenin korunduğunu göstermektedir [27, 28].

2.1.2 Eriyiğin Katılaşmasında Yüzey Gerilimi ve Yüzey Kinetiği

Ara yüzeydeki sınır şartlarını şu iki mikroskobik etki belirler: Yüzey gerilimi ve ara yüzey kinetiği. Bu etkileri göstermek için bir düz, bir ara yüzey düşünelim. Bu ara yüzeyi oluşturan iki faz da T_M erime sıcaklığında dengede bulunsun. Ara yüzeyi bükme için enerji gerekir (yüzey enerjisi). Bu enerji yüzey alanındaki artışla orantılı olup, orantı sabiti yüzey gerilimi γ 'dır. Yüzey gerilimi, ara yüzeyi tekrar eski haline (düzlem) getirme eğilimindedir [29].

Maddenin iki halini (faz) ayıran bir ara yüzey varsa, bu ara yüzeyde yüzey gerilimi de bulunmak zorundadır.

R yarıçaplı bir katı küre eriyik ile erime sıcaklığından daha düşük sıcaklıkta T_{eq} dengededir. Buna göre şu eşitlik yazılabilir;

$$T_{eq} = T_M \left(-\frac{d_0}{R} \right) \quad (2.7)$$

Kılcal damar uzunluğu,

$$d_0 = \left[\frac{c_p \gamma T_M}{L^2 \rho} \right] \quad (2.8)$$

yüzey gerilimi ile orantılıdır. Burada ρ yoğunluktur. D_0 nanometre mertebesinde bir değere sahiptir.

Herhangi bir şekle sahip bir ara yüzey için sıcaklık,

$$T_{int} = T_{eq} = T_M(1 - d_{0\kappa}) \quad (2.9)$$

dir.

Burada κ bir boyutlu ara yüzeyin yerel eğriliğidir (1(yerel yarıçap)). Yukarıdaki denklemler yerel dengeyi ifade etmektedir ve ara yüzey için Gibbs Thomson bağıntıları diye bilinirler. Sıcaklığın her noktada eriyik ile dengede bulunan $R = \frac{1}{\kappa}$ yarıçaplı bir katınınki ile aynı olduğu varsayılmaktadır. Buna göre, ara yüzeyin eğriliği noktadan noktaya değıştikçe sıcaklıkta değışir.

Eğriliği büyük olan noktalar daha soğuk olur, ısı bu noktalara doğru akar, sıcaklığı yükseltir ve ara yüzeyi düzleştirir. Yüzey geriliminin yayılıma kararsızlıklarına karşı davranışı ve yayılma cephesini tekrar düzleştirmeye çabalaması böyle olmaktadır.

Ara yüzey sıcaklığı (2.7) denklemi ile belirleniyorsa, iki faz dengededir. Bu makroskobik olarak eriyiğin serbest enerjisinin F_{eriyik} , katının serbest enerjisi $F_{katı}$ ile aynı olduğu anlamına gelir. Mikroskobik olarak ise sıvıdan katıya atomların (ya da moleküllerin) soğurulma hızının, katıdan sıvıya geri verilme hızı ile aynı olduğu anlamına gelir. Bundan dolayı ara yüzey ilerlemez. Ara yüzeyin ilerlemesi için katının serbest enerjisinin (ara yüzeyde) sıvınınkinden daha küçük olması zorunludur. Bunu garantilemek için ara yüzey sıcaklığının denge sıcaklığından aşağıda tutulması gerekir. Genel olarak serbest enerjideki fark, incelenmekte olan özel sisteme bağlı olmak üzere sıcaklığın bir fonksiyonudur. Benzer şekilde bir sıvının bir katıya dönüşme hızı da serbest enerjilerindeki farkın bir fonksiyonudur. Bu aşamada bu türden düzeltmelerin nitel (kalitatif) etkisi ile ilgilenilecek ve serbest enerjiler arasındaki farka bağımlılığın doğrusal olduğu en basit durum incelenecektir.

$$\text{Faz geçiş hızı} \propto F_{eriyik} - F_{katı} \quad (2.10)$$

Ara yüzeyin ise v_n hızı faz geçiş hızı ile orantılıdır. T_{eq} ve T_{int} için verilen (2.9) denklemi ile birlikte yüzey sıcaklığı için sınır şartları;

$$T_{int} = T_M(1 - d_{0\kappa} - \beta_0 v_n) \quad (2.11)$$

olur.

Bu denklem şu iki mikroskobik etkiyi göstermektedir: Atomlar arası bağlanmanın mikroskobik etkisini gösteren denge halindeki yüzey gerilimi, ara yüzeyde faz geçiş kinetiği ile ilgili mikroskobik etkiyi yansıtan denge dışı terim veya yüzey kinetiğinin terimi.

Yüzey kinetiğinin kararlı hale getirme etkisi yüzey gerilimininkinden farklıdır. Yüzey kinetiğinin kararlı hale getirme etkisi ara yüzeyin hızlı hareket eden kısımlarının soğumasına ve yavaşlamasına sebep olur. Yüzey gerilimlerinin kararlı hale getirme etkisi ise ara yüzeyin eğri kısımlarının yavaşlamasına sebep olur [28, 29].

2.1.3 Aşırı Doymuş Çözeltinin Katılaşmasında Yüzey Gerilimi ve Yüzey Kinetiği

Bu durumda ara yüzeydeki c_{int} konsantrasyon için sınır şartları;

$$c_{int} = c_{eq}(1 + d_{0\kappa} + \beta_0 v_n) \quad (2.12)$$

olur. Düz olmayan bir ara yüzey yakınında konsantrasyon değerine yapılacak denge hal düzeltmeleri, isotropik yüzey gerilimi göz önüne alınarak şu şekilde elde edilir: İki fazdan ibaret olan bir sistem için denge şartları temel termodinamikten yararlanarak tekrar oluşturulabilir. Bu iki fazdan birisi kimyasal potansiyeli μ_s olan katı, diğeri de kimyasal potansiyeli μ_l olan sıvıdır. Sistemin izotermal olduğu kabul edilmekte ve sıvı tarafından çevrelenmiş bir katı küre göz önüne alınmaktadır. Denge şartı;

$$(\mu_s - \mu_l)dN + \gamma d\sigma = 0 \quad (2.13)$$

dir. Bu denklemde $d\sigma$ yüzey alanındaki (iki boyutlu uzaydaki sistemler için uzunluk) değişimdir. $(\mu_s - \mu_l) dN$ terimi “bulk” enerjisindeki değişim, $\gamma d\sigma$ ise enerji değişimine ara yüzeyin katkısıdır. Aşağıda sadece iki boyutlu uzayda “isotropic” sistemler incelenecektir. Sıvı tarafından kuşatılmış daire şeklinde (r yarıçaplı) bir katı faz bölgesi göz önüne alalım. Bu durumda tanecik sayısı ve ara yüzey uzunluğundaki son derece küçük değişimler;

$$dN = dV_p = 2\pi r dr \quad (2.14)$$

$$d\sigma = 2\pi dr \quad (2.15)$$

denklemleri ile verilirler. Burada ρ katı fazda birim alana düşen mikroskobik tanecik sayısıdır. Bu bağıntılar kullanılarak denklem (2.13) aşağıdaki şekline dönüşür;

$$\mu_l = \mu_s + \frac{\gamma\kappa}{\rho} \quad (2.16)$$

Bu şartı ideal çözelti yaklaşımını ($\mu_l = kT \cdot \ln \rho$) kullanarak yayılma denklemi için sınır şartlarına dönüşmekle;

$$c_{int} = e^{\mu_s + \gamma\kappa\rho^{-1}/k_B T} = c_{eq} e^{\gamma\kappa/k_B T\rho} \quad (2.17)$$

ifadesi elde edilir. Eğer $\gamma\kappa/k_B T\rho \ll 1$ yaklaşımı da yapılırsa konsantrasyona göre gelecek düzeltmeler;

$$c_{int} = c_{eq}(1 + d_{0\kappa}) \quad (2.18)$$

şeklinde yazılabilir. Burada d_0 kılcal damar (boru) uzunluğu olup şöyle tanımlanır;

$$d_0 = \frac{\gamma}{k_B T\rho} \quad (2.19)$$

Lineer (doğrusal) hız düzeltmesi boyut bakımından ele alınırsa $\beta_0 \sim (a_0\omega)^{-1}$ bulunur. Burada ω_0 erime ve katılaşma için bir karakteristik frekans, a_0 ise bir karakteristik uzunluktur (mesela, çekirdek büyüklüğü ya da kılcal damar (boru) uzunluğu). Aktivasyon hız yaklaşımı kullanılarak fonksiyon yapısının daha detaylı (ayrıntılı) biçimde ele alınması aşağıdaki sonuca götürür. Büyüme hızı katılaşma ve erime hızları arasındaki farkın, olay sırasında kazanılan a mesafesi ile çarpımı olarak ifade edilebilir.

$$v = a\omega_0 \left[\left(1 + e^{\frac{-\Delta S}{k_B}}\right)^{-1} - \left(1 + e^{\frac{+\Delta S}{k_B}}\right)^{-1} \right] \quad (2.20)$$

Ancak;

$$\Delta S = \frac{(\mu_s - \mu_l)\Delta N + \gamma d\sigma}{T} \quad (2.21)$$

$$\nabla N = \rho a^2 \quad (2.22)$$

dir. Böylece denklem (2.23) elde edilir ve

$$\beta_0 = \frac{2}{a\omega_0} \quad (2.23)$$

bağıntısı bulunur [29].

2.1.4 Kristalleşme Anizotropi

Anizotropi desen oluşumunda temel rol oynar. Anizotropi fiziki olayların uzayda belirli yönleri diğer yönlere tercih etmesinin sebebidir. En basit örnek kristal yapıya sahip bir katı örgüsüdür. Hem yüzey gerilimi hem de yüzey kinetiği örgüye göre yönelime bağlıdır. Ara yüzey atomları arasındaki ortalama bağlanma, ara yüzeyin yönelimine göre değişir. Böylece, farklı yönlerdeki ara yüzeyleri bükme için farklı miktarlarda enerjiye gerek vardır. Matematiksel olarak bu, d_0 'ın θ ile değiştiği anlamına gelir. (θ , uzaydaki sabit bir yön ile ara yüzeye dik (normal) yön arasındaki açıdır). d_0 'ın θ 'ya nasıl bağlı olduğu (θ ile nasıl değiştiği) incelenen özel sisteme bağlı bir özelliktir. Burada anlatımı basitleştirmek için iki boyutlu uzayda aşağıdaki fonksiyon kullanılacaktır;

$$d_0 \rightarrow d_0 (1 - d_1 \cos m\theta) \quad (2.24)$$

Burada d_1 , m-katlı anizotropinin büyüklüğüdür. Yüzey kinetiğinde θ açısının bir fonksiyonudur; bir atom, yüzeyin yönelimine bağlı olarak ara yüzeye farklı hızlara bağlanır. Bu da β_0 'ın θ 'ya d_0 gibi bağlı olması sonucunu verir;

$$\beta_0 \rightarrow \beta_0 (1 - \beta_1 \cos m\theta) \quad (2.25)$$

2.1.5 Kümeyi Temel Birimlerinden Büyütme Modeli (Atomistic Model) [29- 31]

Bu model, kümeyi temel birimlerinden (atom, molekül, tanecik) oluşturmayı sağlayan basit kurallardan oluşur. “Cellular Automaton” lar bu amaç için en uygun modellerdir. Bu tür (atomistic) modellerden bir diğeri Eden Modeli olup, küme şu kurala göre büyür: Kümeleşmenin bir adımında kümenin çevresine ait rasgele bir hücre seçilerek doldurulur; bu işlemin tekrarlanması ile küme büyür. Yapı birimlerinin eklenmesi ile büyüme modellerinden en yaygın biçimde kullanılanı difüzyonla sınırlı

kümeleşme (DLA) modelidir; büyüme kuralı şöyledir: Kümeleşmenin bir anında kümeden çok uzaktan (küme merkezli bir küre yüzeyi) bir tanecik rasgele yürümeye başlar. Küme çevresinin bir boş gözüne ulaşırsa oraya yerleşir. Küme dışına çıkarsa ihmal edilerek yeni bir tanecik rastgele yürümeye başlar. Bu işlemin tekrarlanması ile küme büyür [31].

2.1.6 Yayılma – Faz Geçiş Modeli

Bu model aşırı doymuş bir çözeltinin katılaşmasını incelemek üzere geliştirilmiş, “atomistic” ve sürekli ortam yaklaşımlarının birlikte kullanıldığı karma (melez, hibrit) bir modeldir. İdeal bir çözelti göz önüne alalım. Bu çözeltinin kimyasal potansiyeli ;

$$\mu_l = k_B T \ln c \quad (2.26)$$

bağıntısı ile verilmektedir. c konsantrasyon alanının zaman ile değişimi;

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \nabla^2 c \quad (2.27)$$

bağıntısını sağlamakta olup, D madde için yayılma sabitidir. Δ , boyutsuz aşırı doyum seviyesi;

$$\Delta = \frac{c_\infty - c_{eq}}{1 - c_{eq}} \quad (2.28)$$

eşitliği ile tanımlanmaktadır. Bura da c_∞ sınırlardaki konsantrasyon, c_{eq} ise düz bir ara yüzeyin sıvı-katı denge konsantrasyonu olup;

$$c_{eq} = e^{-\frac{\mu_s}{T}} \quad (2.29)$$

denklemleri ile ifade edilmektedir; μ_s katının kimyasal potansiyelidir.

Modeldeki dinamiğin ikinci kısmı, ara yüzeydeki faz geçişidir. Faz geçiş işlemini tek başına hücrelerin erime ve katılaşması şeklinde yerel işlemlere ayırabiliriz. Yalnız katıya komşu olan sıvı hücreleri katılaşabilir ve katının yalnız çevre hücreleri eriyebilir.

Faz geçişi ve yayılma işlemleri kare örgü üzerinde peş peşe uygulanır. Önce karakteristik yayılma zamanına ($(\text{örgü sabiti})^2 / D$) ve faz geçiş zamanına (aşağıda

tartışılacaktır) kıyasla küçük bir Δt zaman aralığında (süresinde) difüzyon (yayıma) denklemi çözülecektir. Bu basamakta düzen parametresinin korunumunu garantilemek için sıfır türevli sınır şartları kullanılmaktadır. Sonraki adımda, aşağıda tartışılan ihtimallere uygun olarak ara yüzeydeki erime ve katılma işlemleri yerine getirilecektir. Faz geçişi sırasında ara yüzeydeki çevre gözlerdeki konsantrasyon değişir. Sonra yeni bir yayılma ve faz geçiş çevrimi başlatılarak çevrimler tekrarlanır.

Bir hücrenin faz geçiş hızı yerel dengenin var olduğu farz edilerek hesaplanmaktadır. Bu durumda sistemin bir mikroskobik durumunun entropisinin;

$$S(s^1) = -k_B \ln p_{s^1} \quad (2.30)$$

olduğu bilinmektedir. Burada p_{s^1} , s^1 mikroskobik durumunda bulunma olasılığıdır. Mikroskobik durumlar arasındaki geçiş hızları;

$$\omega_M = \text{erime hızı} = \omega_0 p(\Delta S_M) \quad (2.31)$$

$$\omega_S = \text{katılma hızı} = \omega_0 p(\Delta S_S)$$

denklemleri ile ifade edilmektedir. Burada;

$$\frac{p(\Delta S_M)}{p(\Delta S_S)} = e^{\frac{-(\Delta S_M - \Delta S_S)}{k_B}} \quad (2.32)$$

ve ω_0 faz geçişinin karakteristik hızıdır.

Erime işlemi ve katılma işlemi esnasında entropi değişimi;

$$\Delta S = \frac{\Delta E}{T} = \frac{\mu_s - \mu_l}{T} \Delta N \quad (2.33)$$

burada μ_s , a^2 büyüklüğünde tek bir katı hücrenin kimyasal potansiyelidir. Katılma esnasında, yeni katı hücre $c=1$ ve $\Delta N=1$ değerlerine sahiptir. Erime esnasında, yeni sıvı hücrendeki konsantrasyonun 1 değerinde kalması gerekir. Fakat erime ve katılma işlemleri arasındaki simetriden dolayı konsantrasyon hücrenin en yakın komşuları ve hücrenin kendisi üzerine dağıtılır. Enerjideki farka biricik katkı ara yüzey enerjisinden gelir. Bu ara yüzey enerjisi, bir sıvı ve bir katı hücre arasındaki her bir sınırın E_B (bağ enerjisi) kadar enerji katkısı yapacağı farz edilerek hesaplanır. Bu model kare hücreli yapısından dolayı yüzey enerjisinde anizotropiye sahiptir. Örneğin

makroskobik birim uzunluk başına yüzey enerjisi (1,1) yönünde (1,0) yönündeki enerjiden $2^{0.5}$ daha büyüktür. Böyle bir yüzey enerjisi Ising Modelinde de bilinmektedir.

$$J_{ising} = 2E_B \quad (2.34)$$

Bir tek hücrenin faz geçişi esnasında entropi değişiminin (2.33) hesaplanmasında sıvıdaki konsantrasyon gradiyentleri (değişme eğilimleri) ve ara yüzey entropisi ihmal edilmektedir.

Modelin tamamlanması için (2.32) denklemindeki olasılık fonksiyonunun belirlenmesi gerekir. Bu fonksiyon temel bağıntılara dayanarak türetilemez. Doğal olarak seçilebilecek bir fonksiyon

$$P = (1 + e^{\frac{\Delta S}{k_B}})^{-1} \quad (2.35)$$

şeklinde olabilir. Modelin parametrelerini sürekli ortam modeli ile şöyle ilişkilendirebiliriz.

$$c_{int} = c_{eq}(1 + d_{0\kappa} + \beta_0 v_n) \quad (2.36)$$

Ortalama kılcal damar (boru) uzunluğu;

$$d_0 = \frac{\gamma}{k_B T_\rho} = \frac{E_B}{k_B T_{\rho a}} \quad (2.37)$$

dır.

Burada γ yüzey enerjisi, ρ katı fazda birim alan başına mikroskobik tanecik sayısı ve a hücrenin büyüklüğüdür.

d_0 'ın anizotropisi, Ising Ferro mıknatısının denge yüzey gerilimi için anizotropisinin geçerli olduğu kabul edilerek hesaplanabilir. Kinetik katsayı için, denklem (2.35) deki geçiş fonksiyonlarının geçerli olduğu varsayılarak ;

$$\beta_0 = \frac{2}{a\omega_0} \quad (2.38)$$

sonucu elde edilir.

2.1.7 Faz – Alan Modeli

Kararlı bir halin (katı), az kararlı bir hale (aşırı soğumuş eriyik) ilerlemesini incelemek için dengeye ulaşmamış bir hali (gelişmekte olan bir hali) kapsayan ifadelere gerek vardır. Bu ifadeleri Ginzburg – Landau teorisi sağlamaktadır. Bu yaklaşıma göre bir düzen parametresinin (faz) ϕ fonksiyonu olan bir serbest enerji denge durumundan sapmaları kontrol eder. Düzen parametresi konum ve zamanın, sürekli değerler alan bir fonksiyonu olup sistemin, dengeden ayrıldığında, halini tanımlar. Ancak, teori doğal olayların gözlemine dayandığından dolayı düzen parametresinin kesin bir tanımı yoktur. Mikroskobik tanımlamaya dayanan kesin bir türetim de yoktur. Düzen parametresinin bir tanımı şöyledir: Fazların birinde sıfırdan farklı değerler, diğerinde sıfır değeri alan bir niceliktir. Belirli bir sistemi tanımlamak için düzen parametresinin seçimi serbesttir. Aşırı soğumuş eriyikten katılaşıma örneğini göz önüne alalım. Erime sıcaklığı civarında serbest enerjinin iki kolu vardır: birisi katı faz, diğeri sıvı faz. Her biri serbest enerjinin bir yerel minimumuna karşılıktır. Erime sıcaklığının altında katı faza ait kolun serbest enerjisi en aşağıdadır. Sıvı-katı faz geçişini tanımlamak için fazlardan bir parametre (düzen parametresi) ve serbest enerjilerin de düzen parametresinin bir fonksiyonu haline getirilmesi gerekir. Erime noktasında her iki faz (T, P, μ) yoğun parametreleri bakımından aynı, fakat yaygın özellikler (özhacim, özentropi) bakımından farklıdırlar. Bundan dolayı, özhacim ve özentropi düzen parametresi olarak seçilebilirler. Eğer basıncın hemen hemen düzgün olduğu, sıcaklığın ise değiştiği (konumla ve zamanla) bir durum ile ilgileniliyorsa, tabii olan, özentropiyi düzen parametresi olarak seçmektir. Kolaylık olsun diye, ϕ çoğunlukla katı için +1, sıvı için -1 seçilir. ($T = T_M$ de). Bu iki fazın birbirine göre kararlılığı sıcaklığa bağlı olarak değişir. Serbest enerji çoğu kere iki kısımdan oluşur: bir potansiyel enerji $F(\phi, T)$, bir de çiftlenim enerjisi $\frac{1}{2} \xi^2 |\vec{\nabla} \phi|^2$, bu durumda serbest enerji;

$$F[\phi] = W \int d\vec{x} [F(\phi, T) + \frac{1}{2} \xi^2 |\vec{\nabla} \phi(\vec{x}, t)|^2] \quad (2.39)$$

şeklinde ifade edilir. İntegral hacim üzerinden alınmaktadır. ξ , faz değişimlerinin karakteristik uzunluğu, W de bir karakteristik enerji yoğunluğudur. $F(\phi, T)$, ϕ ye göre çoğu kere $T = T_M$ de çift kuyulu simetrik bir fonksiyondur. $T \neq T_M$ de λ_{c_p}

$(T-T_M) / L$ terimi ilave edilir. Bu terim katıyı $T < T_M$ de daha kararlı yapacak şekilde potansiyeli etkiler.

Φ 'nin zamana bağımlılığını inceleyebilmek için dinamiğinin belirlenmesi gerekir. Genellikle, makroskobik sistemin dengeye doğru aşırı sönümlü bir hareket yaptığı kabul edilir. Yani, serbest enerji zamana göre, azalma hızı değişmeden azalır. Bu şartı sağlayan basit bir denklem Ginzburg-Landau denklemi (faz denklemi) dir;

$$\tau \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\delta(F[\Phi]/W)}{\delta K\Phi(\vec{x})} \quad (2.40)$$

veya

$$f = \frac{-\partial(F/W)}{\partial \Phi} \quad (2.41)$$

olmak üzere;

$$\tau \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \xi^2 \nabla^2 \Phi + f(\Phi, T) \quad (2.42)$$

dir.

τ , düzen parametresinin karakteristik durulma zamanı olup, mikroskobik dinamiğin zaman ölçeğini yansıtmaktadır. Dalgalanma – sönümlenme ilkesi kabul edilmedikçe, τ serbest enerjiden türetilmemektedir. Faz denkleminde sıcaklığın kontrol edildiği kabul edilmektedir. Katılaşma sırasında erime ısısı açığa çıkar ve fazla ısı ara yüzeyden uzaklaşarak yayılır. İkinci bir denklem (alan ya da difüzyon denklemi) ısının korunumundan yararlanarak yazılmaktadır. Bundan dolayı, Φ deki değişme difüzyon denkleminde bir kaynak terimi olarak girer;

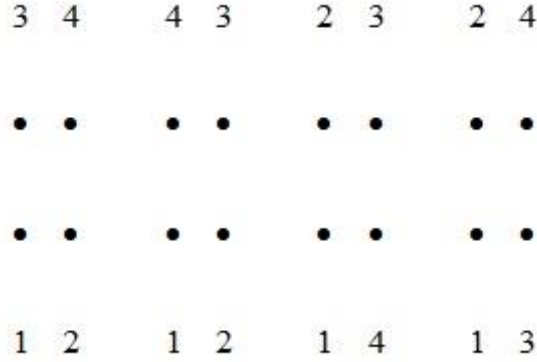
$$c_p \frac{\partial T}{\partial t} = c_p D \nabla^2 T - \frac{L}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2.43)$$

D , ısı için yayılma sabiti (genellikle, Φ nin bir fonksiyonu olmalıdır), c_p sıvının özısısı, L de erime ısısıdır. Bir diğer parametre aşırı soğuma Δ (eriyiğin, T_M 'nin altındaki ve ilerleyen katı – sıvı ara yüzeyinden uzaktaki sıcaklığı) olup, işlemdeki sürücü kuvvetin bir ölçüsüdür. (2.41) ve (2.42) denklemleri faz-alan katılaşma modelini tanımlamaktadır. Faz alan modeli ile serbest sınır modeli arasındaki ilişkiler ve bu ilişkilerin matematik dayanağı incelenmiş olup, faz-alan modelinin

simülasyonları serbest sınır modelinin simülasyonları ile nitelik bakımından uyuşmaktadır.

2.2 Tanecik Kümeleşme Modelleri

2.2.1 Eden Modeli



Şekil 2.1: Kare örgüde $b = 2$ kenarlı bir hücre için, Eden modeline göre, 1 numaralı gözdeki bir çekirdekten başlayarak dört gözü dolu bir küme elde etmek için gösterilen dört farklı yol.

Şekil 2.1'den renormalizasyon dönüşümü için

$$K' = 4K^3 + 4K^4 \quad (2.44)$$

ifadesi elde edilir. Buradan fraktal boyut değeri için $d_f = 1,72$, hücre kenarı $b=3$ iken ise $d_f = 1,73$ bulunur. Fraktal boyut en sonunda varacağı değere çok yavaş yakınsamaktadır, bundan dolayı daha büyük kenarlı hücrelerle d_f ' nin yakınsama tarzının incelenmesi gereklidir.

2.2.2 Kararlılık Analizi

Difüzyonla sınırlı kümeleşmede, büyüme sırasında ortaya çıkan simetriyi meydana getirmek için difüzyon gereklidir. Bunu görebilmek için, Eden'in büyüyen yaratıkları (hayvanları) da denilen benzer, ancak difüzyonsuz büyüme modelini göz önüne alacağız. Bu modelde küme çevresine ait her göz her adımda aynı ihtimalle büyür. Kümeler uzayın bir parçasını tamamen doldurur, yani kümenin fraktal boyutu (d_f) uzay boyutuna (d) eşittir. DLA kümelerindeki çok dallılık Eden kümelerinde

ortaya çıkmaz. DLA kümelerinde en dışarıdaki uçlar içeridekilerden çok daha çabuk büyük, çünkü rasgele yürüyen tanecikler içeriye ulaşmadan yakalanırlar. DLA kümeleri gibi karmaşık yapıların nereden kaynaklandığını ayrıntılı biçimde göstermek için elektrostatik benzerlikten faydalanılabilir. En sonunda kümeye dahil olan bir rasgele yürüyüş göz önüne alalım. Yürüyüşün \vec{x} konumundaki göze k-ıncı adımda ulaşma ihtimali $u(\vec{x},k)$ olsun. Herhangi bir rasgele yürüyüşte olduğu gibi $u(\vec{x},k)$ şu bağıntıyı sağlar;

$$u(\vec{x}, k + 1) = \frac{1}{c} \sum_{\vec{l}} u(\vec{x} + \vec{l}, k) \quad (2.45)$$

Burada \vec{l} , \vec{x} in c tane komşusu üzerinden toplamı göstermektedir. Yukarıdaki eşitlik sürekli ortamlar için difüzyon denkleminin, değişken değerlerinin kesikli olduğu halidir.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \eta \nabla^2 u \quad (2.46)$$

η difüzyon sabitidir. Çevre hücrelerine uğrayan yürüyüşler orada son bulduklarından bu hücreler ve küme hücreleri için, (2.44) eşitliğinin sağ tarafında $u=0$ alınmalıdır. Çevreye ait bir gözün (k+1) inci adımda bir tanecik alma ihtimali, (2.44) eşitliğindeki gibidir;

$$u(\vec{x}, k + 1) = \frac{1}{c} \sum_{\vec{l}} u(\vec{x} + \vec{l}, k) \quad (2.47)$$

Dik birim vektörü \hat{n} olan düzgün bir yüzey için \hat{n} yönündeki büyüme hızı V_n aşağıdaki şekilde ifade edilebilir;

$$V_n = \eta \hat{n} \cdot \vec{\nabla} u|_s \quad (2.48)$$

(2.45) ve (2.47) eşitlikleri büyüme çalışmalarında yaygın biçimde kullanılan ifadelerdir. U için bir diğer sınır şartı şudur: Difüzyonla sınırlı kümeleşmede u alanı kümeden uzaklarda, yüzeye kararlı bir akı sağlar. Şimdi u'nun zamana nasıl bağlı olduğuna bakalım: Çok uzaktan gelen kararlı bir akı için tek zamana bağımlılık kaynağı (2.47) deki sınır şartı olup, kümenin büyümesi yolu ile ortaya çıkmaktadır. Simülasyonlarda büyüme yeterince yavaş olduğundan (2.47) deki $\frac{\partial u}{\partial t}$ ihmal edilebilir. Bu durumda çözülmesi gereken, $u = 0$ olan bir sınır (iletken yüzey) var iken u için

laplace denklemdir. Yüzeydeki bir bölgenin büyüme hızı V_n oradaki $\vec{\nabla}u$ “elektrik alanı” ile orantılıdır.

Elektrik alanı bir iletkenin sivri noktaları civarında daha büyük olduğundan, bu noktalarda kararsız büyüme meydana gelir; gerçekten de DLA kümelerinin yapısı, elektrik boşalmalarından kaynaklanan yapılara, desenlere (şimşek, yıldırım vb.) benzemektedir. İki boyutlu uzay için kararlılık analizi aşağıda yapılmaktadır.

Yarıçapı;

$$r = R + \delta_m \cos(m\theta) \quad (2.49)$$

olan bir disk düşünelim. Burada δ_m küçüktür. u , diskin dışında laplace denkleminin bir çözümüdür;

$$U = A \ln(r) + B + C_m \cos(m\theta) / r^m \quad (2.50)$$

Eşitlik (2.47) ve $u(r) = 0$ kullanılarak aşağıdaki ifadeler elde edilebilir;

$$\frac{dR}{dt} = \frac{A}{R} \quad (2.51)$$

$$\frac{d\delta_m}{dt} = (m - 1) \delta_m \frac{A}{R^2} \quad (2.52)$$

$$\left(\frac{\dot{\delta}}{\delta} \right) = (m - 1) \left(\frac{\dot{R}}{R} \right) \quad (2.53)$$

$\dot{\delta}$ ve \dot{R} , δ ve R nin zamana göre türevleridir. Yukarıdaki ifadeye (2.52) göre, diskin çevresindeki bütün şekil bozuklukları (çember şeklinden farklılaşmalar) $m > 1$ için kararsız büyürler, $m > 2$ için de yarıçapın kendinden daha hızlı büyürler. Böylece küçük miktarlardaki etkiler bile düzgün bir yüzeyde geriye dönüşsüz değişiklikler meydana getirir. Üç ve daha yüksek boyutlu uzaylarda da benzer durum geçerlidir.

2.2.3 Evrensellik

Kritik olaylarda gözlenen, bir niceliğin kuvveti şeklindeki davranışların en çarpıcı özelliklerinden birisi evrenselliğidir. Yani, Hamilton işlemcisinin mikroskobik ayrıntılardan bağımsız olmasıdır. Bu davranış, mikroskobik etkileşmelerin hüküm

sürdüğü ölçeklere göre çok daha büyük ölçeklerde korelasyonların oluştuğu durumlarda beklenmeyen bir davranış değildir. DLA için de bu davranışın geçerli olması gerektiği, kare ve üçgen örgülerdeki ve örgüsüz simülasyonlarda fraktal boyut (d_f) için aynı değer hesaplanmasından anlaşılmaktadır. Evrenselliğin bir ikinci yanı, dallanarak büyümenin incelenme tarzı ile karşılaştırılarak aşağıda incelenmektedir: (2.45) ve (2.47) bu kaynaktakilerle aynıdır, fakat $u|_s = 0$ sınır şartı, yüzey geriliminin sıfır olduğu durum hariç, aynı değildir. Gerçek bir dallanarak büyüyen kümenin büyüme ucunun (tomurcuk) yarıçapını, Gibbs – Thomson sınır şartındaki;

$$u|_s = \Gamma K \quad (2.54)$$

kılcal damar (boru) uzunluğu Γ belirler. K , yüzeyin yerel eğriliğidir. DLA da rasgele yürüyen tanecik kümenin çevresine ait bir göze geldiğinde mutlaka kümeye yapışmaktadır (yapışma ihtimali $s = 1$). Bu durum DLA kümelerinde yüzey geriliminin sıfır olduğunu, dolayısı ile de yüzeyde sabit bir dağıtma alanı olduğunu göstermektedir. Bu probleme çözüm olarak, rasgele yürüyen taneciğin kümeye yapışma ihtimalinin $s \leq 1$ olduğu kabul edilmektedir. Bu difüzyon denkleminde bir uzunluk parametresi getirmektedir. Bu parametrenin DLA da nasıl bir değişiklik yaptığını anlamak için bir (2.54) boyutlu uzayda aşağıdaki analiz yapılmaktadır;

$$u(l, k + 1) = (1 - s) u(\theta, k) + \frac{1}{2} u(2l, k) \quad (2.55)$$

$$u(\theta, k + 1) = \frac{1}{2} u(l, k) \quad (2.56)$$

Bu ifadelerdeki θ küme çevresine ait bir gözü, l ve $2l$ de boş uzayı belirtmektedir. Kararlı hal söz konusu ise k ya bağımlılığı kaldırarak denklem (2.56) ve (2.57), eşitliklerinden,

$$su(l) = u(2l) - u(l) \quad (2.57)$$

bulunur. Sürekli ortamlar için de;

$$su|_s = l\hat{n} \cdot \hat{\nabla} u|_s \quad (2.58)$$

elde edilir. u 'nun logaritmik türevinin yüzeydeki değeri yeni bir uzunluk ölçeği verir;

$$\lambda = \frac{l}{s} \quad (2.59)$$

Bu uzunluk ölçeği istenildiği gibi ayarlanabilir. λ , alışagelmış incelemelerdeki kılcal damar (boru) uzunluğu görevini üstlenmektedir. Daha önce elektrostatik ile yapılmış olan benzerlikten yararlanarak (2.57) eşitliği yeniden yorumlanabilir. Bir küre yüzeyi düşünelim; $\lambda \ll R$ ise, $\vec{\nabla} U|_s \approx U_\infty / R$ olur, ve λ için birinci mertebeden

$$u|_s = u_\infty \lambda / R \quad (2.60)$$

yazılabilir. Buda (2.53) eşitliğindeki şart ile aynı yapıdadır. (2.57) eşitliğinin ne ifade ettiğini ortaya koymak için, yukarıdaki yeni sınır şartı kullanılarak kararlılık analizi yeniden yapılırsa iki boyutlu uzayda şu ifadeler elde edilir;

$$\frac{d\delta_m}{dt} = \frac{(m-1)\delta_m A}{R(R+m\lambda)} \quad (2.61)$$

$\lambda \gg \frac{R}{m}$ için $\frac{d\delta}{dt}$ (2.58) eşitliğindeki değerine göre ihmal edilecek kadar küçüktür; alışagelmış dallanarak büyüme durumundaki gibi işaret değiştirmez, fakat $R < \lambda$ ise, m ne olursa olsun şekil bozuklukları, zaman ilerledikçe R ye göre daha da büyümek yerine daha da küçülür. $R < \lambda$ için DLA ya sebep olan kararsızlık bastırıldığından, DLA yoğunluğunun $R \leq \lambda$ mesafelerinde sabit olması gerekir. Daha büyük R için, kararsızlıklar yine mevcuttur ve temel DLA modelindeki gibi dallanan kümeler oluşması gerekir. Aynı sonuçlar üç boyutlu uzayda da geçerlidir.

2.2.4 Perkolasyon Kümeleri

Bir örgü, örgü gözleri ve örgü bağlarından oluşur. Aşağıdaki işlem gözler için yapılırsa gözlerden oluşan kümeler, bağlar için yapılırsa bağlardan oluşan kümeler elde edilir. Bir örgünün bağları p ihtimali ile dolu $(1-p)$ ihtimali ile boş olsunlar ve her bağ için bu ihtimaller diğer bağların durumuna bağlı olmasın. Dolu bağlar ya tek başlarına bulunurlar ya da en yakın komşulardan bir küme oluştururlar. p özel bir p_c değerini aldığıında, diğer kümelerle birlikte, örgünün bir tarafından diğer tarafına veya taraflarına uzanan bir küme oluşur. Bu kümeye kapsayan (sonsuz) küme (ağ) denir ve sadece bir tanedir ve bir sıvının gözenekli bir ortamda (mesela kum) süzülerek

(sızarak) oluşturduğu ıslak gözenekler ağına (bölgesine) benzerlik gösterir. p_c ye perkolasyon (süzülme) eşiği denir. $p < p_c$ ise süzülen küme yoktur, $p \geq p_c$ ise sadece bir tane süzelen küme vardır. Buna göre perkolasyon bir faz geçişi olup $p = p_c$ de meydana gelir. Bir örgü gözü (bağı) için şunlardan sadece bir tanesi mümkündür;

1. $(1-p)$ ihtimali ile boş

2. $p \cdot P_\infty$ ihtimali ile “sonsuz” kümeye ait

3. $p \cdot (1-P_\infty)$ ihtimali ile başka bir kümeye ait. Örgüdeki dolu gözlerin “sonsuz” kümeye ait kesrine süzülme ihtimaliyeti P_∞ denir. $p > p_c$ olmak üzere $(p-p_c)$ çok küçük ise P_∞ ,

$$P_\infty \propto (p - p_c)^\beta \quad (2.62)$$

şeklinde davranır; β bir kritik üstür. Bir örgü gözünün S elemanlı bir kümeye ait olma ihtimaliyeti P_s ,

$$P_s = s \cdot n_s \quad (2.63)$$

dir. n_s , s gözlü küme sayısının bütün gözlerin sayısına oranıdır. Bütün bu ihtimallerin toplamı 1 (bir) e eşittir;

$$(1 - p) + p \cdot P_\infty + \sum_s s \cdot n_s = 1 \quad (2.64)$$

Küme sayılarının n_s , süzülme olayının incelenmesinde temel nicelik olduğu anlaşılmaktadır. p ihtimali ile doldurulan bir örgüdeki s elemanlı küme sayısını aşağıdaki ifade verir;

$$n_s(p) = \sum_t g_{st} p^s (1 - p)^t \quad (2.65)$$

Burada t , bir kümenin çevresi olup kümenin dolu gözlerinin en yakın komşusu olan boş örgü gözü sayısıdır; g_{st} ise çevresi t olan s gözlü bir kümenin, geometrileri birbirinden farklı konumlarının sayısıdır. g_{st} , $n_s(p)$ den daha temel bir nicelik olup p den bağımsızdır, örgü yaratıkları (hayvanları) da denilen kümelerin sayısını verir. Aşağıda iki boyutlu kare örgüde çeşitli örgü hayvanları için örnekler verilmektedir.

1. x

 x • x

 x

$$g_{st} = 1$$

$$n_1 = 1 \cdot p_1 \cdot (1-p)^4$$

2. x x x

 x • • x x • x

 x x x • x

 x

$$g_{st} = 2$$

$$n_2 = 2 \cdot p^2 \cdot (1-p)^6$$

3.

 x x x x x x x x x x

 x • • • x x • x x • x x • x x • • x x • • x

 x x x x • x x x • • x x x

 x • x x • • x x x • x x • x

 x x x x • x x x

 x

$$g_{st} = 2 + 4 = 6$$

$$n_3 = 2p^3(1-p)^8 + 4p^3(1-p)^7$$

2.2.5 Yörüngesini Kesmesizin Yürüyüş

Örgülerde doğrusal veya dallı polimerleri temsil etmek üzere kümeler oluşturmak, perkolasyon kümesi elde etmek gibi amaçlarla başvurulan bir yöntemdir. Yörüngesini kesmeden yürüyüşle perkolasyon kümesi aşağıda elde edilmektedir. Örgünün dolu bir gözünden, S_0 , başlayarak buna bağlı gözlere sadece bir defa uğranılır. $t = 1$ adımında S_0 un z tane en yakın komşusu p ihtimaliyeti ile doldurulup $(1-p)$ ihtimaliyeti ile boş bırakılır. Yürüyüşün bir anında $\{S_1\}$ dolu gözler (dallanma uçları) kümesini gösterebilir; $t = 2$ adımında $\{S_1\}$ e komşu olan ve daha önce ziyaret edilmemiş olan bütün gözler benzer şekilde doldurulup veya boş bırakılarak $t = 2$ adımı için dallanma uçları kümesi $\{S_2\}$ elde edilir. İşlemler bu şekilde yinelenerek elde edilen küme perkolasyon kümesi ile aynı evrensellik sınıfına aittir. Kendini kesmeyen yürüyüş elde etmenin bir yöntemi, rasgele yürüyüşü oluşturduktan sonra oluşan halkaları ortadan kaldırmaktır.

2.2.6 Temel Kümeleşme Modellerine Renormalizasyon Grup Yaklaşımı

Konum uzayı renormalizasyon grup yaklaşımı, Eden modeli, DLA modeli ve Örgü yaratıkları (hayvanları) da denilen kümeleri incelemek için uyarlanmaktadır.

Konum uzayı renormalizasyon grup (PSRG) yaklaşımında, ardışık uzunluk ölçeklemeleri yaparak kümenin bağdaki değişme tayin edilir. Bunun için örgü b kenarlı hücrelere bölünür, kümedeki her dolu göze bir ağırlık verilir ve hücreler tek bir noktaya ölçeklenir. Renormalizasyon dönüşümü;

$$K' = R(K) \quad (2.66)$$

olarak tanımlanmaktadır. Eğer bir yörünge hücreyi kapsıyor ise bu hücre dolu diye tanımlanır. $R(K)$, b kenarlı hücredeki bütün kapsayan konumları içerir. Fraktal boyut (d_f);

$$d_f = \frac{\ln \lambda_K}{\ln b} \quad (2.67)$$

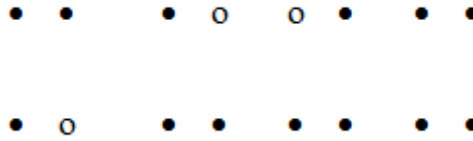
ifadesi ile verilir. λ_K yı bulmak için;

$$\lambda_K = \left(\frac{\partial K'}{\partial K} \right)_{K=K^*} \quad (2.68)$$

tanımı kullanılır ve K^* kritik sabit noktadır.

Konum uzayı renormalizasyon grup yaklaşımının farklı kümelerine uygulandığı aşağıda verilmektedir.

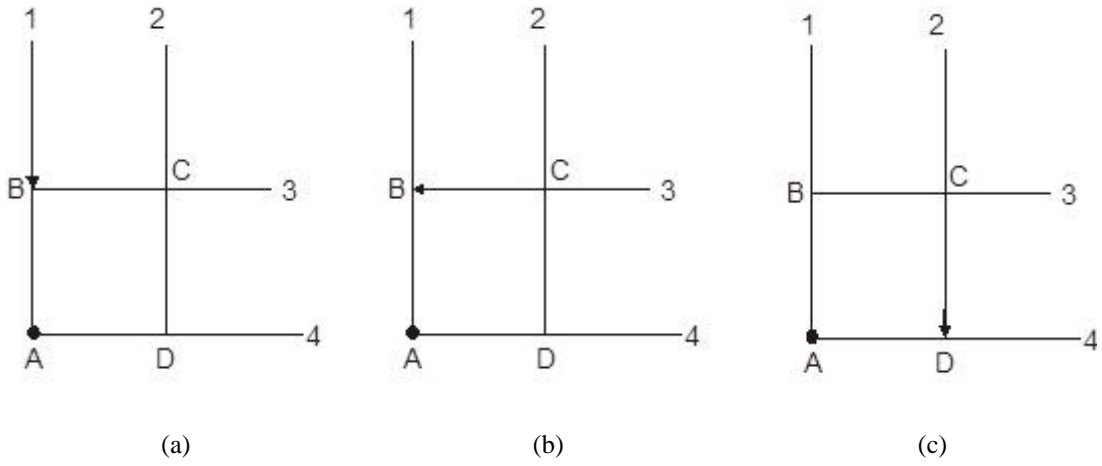
1. Örgü yaratıkları (hayvanları)



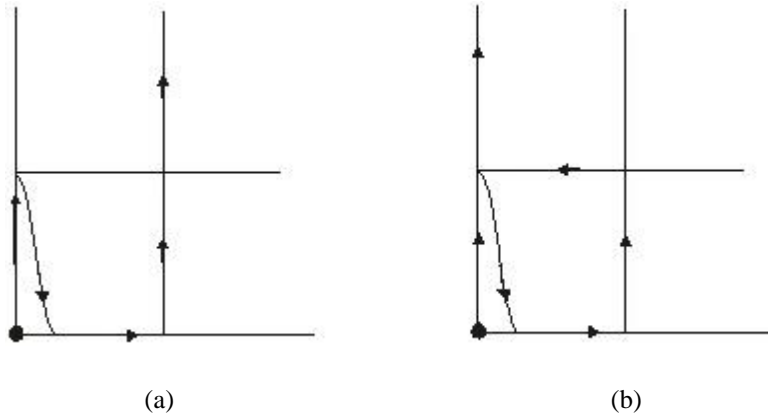
Şekil 2.2: Kare örgüde $b=2$ kenarlı bir hücre için kapsayan örgü yaratığı konumları.

Tanecik sayısı S olan, geometrileri farklı bütün kümelerine K^S çarpanı ağırlık olarak verilir (Şekil 2.2). Kapsayan yörüngeleri bulmak için hücrenin sol alt köşesinden başlanmaktadır. Kapsayan konumlar sayılarak $K' = 3K^3 + 1K^4$ renormalizasyon dönüşümü elde edilir. Buradan $d_f = 1,66$ ve örgü, kenarı $b=3$ olan karelere bölünerek de $d_f = 1,60$ bulunur.

2.3 DLA Modeli



Şekil 2.3: Difüzyonla sınırlı kümeleşmeye göre AB kümesini büyütmenin yolları.



Şekil 2.4: (a) Beş adımlı rasgele yürüyüş (b) Altı adımlı rasgele yürüyüş.

DSRG yaklaşımı ile DLA modelini incelemek için en az iki parametre gereklidir: K ağırlığı dolu göz için, W ağırlığı da kümeye eklenen taneciğin rasgele yürüyüşünün her adımı için. Renormalizasyon dönüşümü şöyle yapılmaktadır;

$$K' = \sum_{s,t} C_{st} K^s W^t \quad (2.69)$$

C_{st} , s tanecikli bir kapsayan kümeyi t adımlı rasgele yürüyüşle büyütmenin farklı yollarını vermektedir. Çekirdeğin bulunduğu göz, hücrenin sol alt köşesinde

bulduğundan, rasgele yürüyüşlerin hücreye yalnız kuzey ve doğudan girmesine izin vardır. Şekil 2.4 de kenarı $b = 2$ olan bir hücre için kapsayan kümelerin üretilmesini göstermektedir. İki gözlü kümelerin (AB ve AD), A daki çekirdekten başlayarak bütün büyütme yolları sayılmaktadır. Şekil 2.4 de AB kümesini büyütmenin üç yolu ağırlıkları ile birlikte gösterilmektedir. Her iki gözlü küme için ağırlık $2K^2W (1+2W)$ dir. Üç farklı üç gözlü küme için daha önceden mevcut olan iki gözlü bir hücreye gitmesi mümkün olan bütün yürüyüşler göz önüne alınmaktadır. Hücrede mümkün olan bütün rasgele yürüyüşler ve bütün mümkün kapsayan kümeler sayılırsa şu yineleme bağıntısı elde edilir;

$$K' = 6 K^3 W^2 (1 + 2W) + 8 K^4 W^3 (1 + 2W) \quad (2.70)$$

W için yineleme bağıntısı şöyle elde edilmektedir: Sonlu bir hücrede, sonsuz sayıda kapsayan rasgele yürüyüşü sayma probleminden kaçınmak için kritik ağırlıkta sadece $\xi = N^{\frac{1}{2}}$ uzunluğundaki yürüyüşlerin önemli olduğuna dikkat edilmelidir; N, yürüyüşteki adım sayısıdır. Buna göre bir yürüyüşteki adım sayısı uçtan uça yer değiştirmenin karesinden büyük ise o yürüyüş ihmal edilmektedir.

Bu durumda

$$W^1 = W^2 + 2W^3 + 5W^4 + 14W^5 \quad (2.71)$$

elde edilir. DLA kümelerinin fraktal boyutu K' ve W' için yukarıdaki eşitliklerden, $\lambda K'$ 'nin $K = K^*$ ve $W = W^*$ daki değeri kullanılarak bulunmaktadır. Kenarı $b = 2$ olan hücre için $d_f = 1,71$ ve kenarı $b=3$ olan hücre için de $d_f = 1,64$ değerleri Monte Carlo sonucu olan $d_f = 1,67$ ile iyi uyuşmaktadır.

2.3.1 Kümeleşme Modellerinde Katılaşma Desenlerinin Oluşumu

Katılaşma sırasında oluşan desenleri elde etmek üzere DLA modeli üzerinde genelleştirmeler yapılmaktadır. Tek bir çekirdekten büyüyen iki boyutlu kümeler önce daire şeklinde iken daha sonra dallı büyümeye geçiş yapmaktadır. Anizotropik yüzey geriliminin etkileri incelenmektedir; bunun için taneciklerin yapışma ihtimaliyetlerinin, ara yüzeyin bölgesel yönelimine bağlı olarak değiştiği kabul edilmektedir. Tercihli rasgele yürüyüş yapan taneciklerin birikmesi yolu ile yönlü

katılaşmanın simülasyonu yapılmaktadır. Yönlü katılaşma deneylerinin temel özellikleri hesaba katıldığında doğrusal olarak kararlı desenler elde edilmektedir. Simülasyonlar sonucunda elde edilen desenler deneylerdekilere çok benzerlik göstermektedir.

Katılaşma cephesinin hareketini difüzyon alanı $u(x,t)$ tayin eder, eğer arayüzeyin yavaş ilerlediği farzedilirse $\nabla^2 u(x,t) = 0$ denklemini sağlar. Yüzeyden çok uzaklarda harekete geçen bir taneciğin rasgele yürüyerek x noktasına t anında varma ihtimali, yukarıdaki denkleme, denklem x ve t nin kesikli değerler almasına uygun olarak düzenlendiğinde uymaktadır. Bu denklemin ara yüzey sıcaklığı T_{int} ile erime sıcaklığı T_M arasındaki Gibbs-Thomson bağıntısı,

$$T_{int} = T_M \left(1 - \frac{\gamma K}{H} \right) \quad (2.72)$$

dikkate alınarak çözümlenmesi gerekir. Bu ifadede γ yüzey gerilimini, K arayüzeyin bölgesel eğriliğini, H da erime ısısını göstermektedir. Bu şartın etkilerini gözönüne alabilmek için DLA'da şu değişiklik yapılmaktadır: Küme yüzeyine yapışma ihtimaliyeti arayüzeyin bölgesel eğriliğine bağlıdır. Gibbs-Thomson bağıntısına göre, $K > 0$ ise $T_{int} < T_M$ olur ve yerel sıcaklık azalma eğilimine geçer. Bu etki yerel büyüme hızını azaltır (büyümeyi yavaşlatır). Yüzey geriliminin bu kararlı hale getirme özelliğini hesaba katmak için yapışma ihtimaliyeti diye bir nicelik tanımlanmaktadır, $K > 0$ olan yerlerde yapışma ihtimaliyeti daha küçüktür ve küme bu yerlerde daha yavaş büyür. Yüzeyde bir x noktasındaki yerel eğriliğin ölçüsü olarak x merkezli $(L \times L)$ alanlı bölgedeki kümeye ait tanecik sayısı n_L kullanılmaktadır. $n_L = \frac{N_L}{L^2}$ ve $n_0 = \frac{(L-1)}{2L}$ olmak üzere $(n_L - n_0)$, ortalama yerel eğriliğin yaklaşık değeri olarak alınabilir; n_0 , bir taneciğin yüzeye dokunduğu x noktasındaki düz arayüze karşılıktır. Yapışma ihtimaliyetinin eğriliğe bağımlılığı için,

$$\rho(n) = A(n - n_0) + B \quad (2.73)$$

ifadesi kullanılabilir; n , ara yüzeye varış yerini çevreleyen bir kutu içindeki normalleştirilmiş tanecik sayısı olup, eğrilik K bununla temsil edilmektedir. Gibbs-Thomson bağıntısı ile bu ifade ilişkilendirilirse,

$$B = T_M$$

$$\frac{A}{B} = \frac{\gamma}{H} \quad (2.74)$$

$$(n_0 - n) = K$$

olduğu görülür. A veya B'yi değiştirerek düzensiz fraktal büyümeden kar tanesi görünümlü büyümeye geçiş yapılabilir. Modelin kuralları özetle şunlardır:

1. Tanecikler DLA'daki gibi rasgele yürür.
2. Taneciklerin büyümekte olan küme yüzeyine yapışma ihtimali ara yüzeyin eğriliğine bağlıdır.
3. Tanecik, en yakın komşu sayısı en fazla olan (potansiyel enerjisi en düşük olan) bir konumda kararlı duruma gelir.

Ara yüzeydeki bir boş göze bir taneciğin yerleşme ihtimali, o gözün en yakın dolu komşularının sayısı ile orantılıdır. Buradaki modelde ise, bu yerleşme ihtimalini bulmak için bu gözü merkez kabul eden (LxL) tane göz kontrol edilerek dolu gözlerin sayısı NL elde edilmektedir.

2.3.2 Çok Boyutlu Uzaylarda DLA Modeli

DLA modeli kullanılarak uzay boyutu $2 \leq d \leq 6$ aralığında olmak üzere kare gözlü örgülerde küme simülasyonları yapılmaktadır. 2 ve 3 boyutlu uzaylarda ayrıca örgüsüz simülasyonlar yapılmaktadır. Yapışma ihtimaliyeti (s) değiştirilerek yapılan simülasyonlar, küçük s değerlerine doğru daha yoğun kümeler vermekte fakat 0, $1 \leq s \leq 1$ aralığındaki değerler için fraktal boyut değişmemektedir. Örgüsüz simülasyonlar da aynı sonucu vermektedir. Simülasyon yapılan bütün boyutlarda ($2 \leq d \leq 6$) geçerli olan $d_f = \frac{5d}{6}$ ifadesi sağlanmaktadır.

2.3.3 Büyüme Modeli Olarak "Cellular Automaton"lar

Cellular automatonlar değişkenleri (konum, zaman, hal) kesikli değerler alan dinamik sistemler olup, kendiliğinden düzene girerek karmaşık desenler oluştururlar. Bundan dolayı, doğadaki karmaşık sistemlere model olarak başvurulmaktadır. Von

Neumann tarafından biyolojideki sistemlerin kendi benzerlerini üretmelerine, Ulam tarafından da büyümeye model oluşturmak üzere önerilmişlerdir. Wolfram tarafından teorisi geliştirilerek 1 (bir) boyutlu uzaydaki Cellular Automaton'ların dört sınıfta toplanabileceği gösterilmiştir. Konumların bulunduğu örgünün türü, sınır şartları ve "cellular automaton"ın zaman içinde gelişimini sağlayan kuralın seçimi araştırmacıya kalmaktadır. Bir Cellular Automaton'ın (t+1) inci anda (zaman adımında) aldığı hal (bütün örgü gözlerinin aldığı haller), t-inci zaman adımındakine bağlıdır. Dinamiği ise, herhangi bir i-nci örgü gözü için ve 1(bir) boyutlu uzayda en yakın komşuların göz önüne alındığı aşağıdaki gibi bir yerel fonksiyon (cellular automaton kuralı) sağlar;

$$x_i^{(t+1)} = f(x_{i-1}^t, x_i^t, x_{i+1}^t) \quad (2.75)$$

Bir kar tanesinin büyümesini göz önüne alalım: Altıgen şeklinde bir buz kristali atmosferdeki su buharının içinden, üzerine buz ekleyerek geçip yere iner. Basit bir model şu özellikleri sağlamalıdır;

Difüzyon gibi işlemlerin ayrıntılarını bulundurmamalı; bir uzunluk ölçeğinde, parça oluşturmaya karşı kararsız olmalıdır. Buzun eklendiği yerde erime ısıyı serbest kalır, kristalin o bölgesi ısınır ve o bölge civarında büyümeyi önler. Buna göre model, bir önceki adımda buz ilave olunan gözün komşularına çok az ihtimalle buz eklenmesini sağlamalıdır. Bu şartları sağlayan bir Cellular Automaton kuralı bulunabilir; altıgen gözlü bir örgü seçimi de gerekli simetriyi sağlar.

DLA kümelerini "cellular automaton" ile elde etmek mümkün olup, her iki yönleme göre oluşturulan kümeler aynı fraktal boyuta sahiptir. Bakteri ve mantar kümelerinin büyümesi için geliştirilen Cellular Automaton'lar DLA kümelerinin çok benzerlerini üretmektedirler.

2.4 Geometrik Metotlar

Dokunun tanımlanması için birçok metot kullanılır. Bunlardan biri de geometrik metottur. Geometrik metotlar başlığı altında doku analiz metotlarının sınıfı ilkel ya da doku parametreleri olarak dokunun tanımlanması ile karakterize edilir. Genellikle analiz metodu bu doku parametrelerinin geometrik özelliklerine bağlıdır. Görüntüde doku elementleri tanımlanırken, dokuyu analiz etmek için iki büyük yaklaşım vardır. Biri genişletilmiş doku parametrelerinden istatistiksel

özellikleri hesaplamak ve doku özelliklerini belirlemek için bunlardan faydalanmak, diğeri dokuyu tanımlayan yerleşim kurallarını genişletmeyi denemektir. Daha sonraki yaklaşım analiz edilen dokunun geometrik ya da yapay metotları birleştirebilir.

2.4.1 Mozaik Döşeme (Voronoi Tessellations (VT)) Özellikleri [39]

Doğal veya deneysel numune görüntüleri kullanılarak geometrik özelliklerinin belirlenmesi önemlidir. Görüntünün geometrik özelliklerini belirlemek için Tuceryan ve Jain [52] verilen görüntünün VT temel özelliklerinin kullanılmasıyla dokunun temel geometrik yapısının belirlenmesi için genişletilebileceğini önerdi. VT desenlerine ait yerel uzaysal komşulukların tanımlanması genel yapının belirlenmesinde önemli yer teşkil etmektedir. Çünkü dokudaki belirti şeklindeki desenlerin yerel uzaysal dağılımları Voronoi poligonlarının şekillerini yansıtmaktadır.

Önce dokudaki lekeleri genişletilir ve sonra (mozaığe) yapılaştırılır. Belirti şeklindeki (leke) desen görüntüde yüksek gradient adasal noktası gibi basit ya da çizgi parçaları ya da kapatılmış sınırla gibi karmaşık şekilde olabilir.

Bir yüzeye ait bilgisayar görüntüsü, Voronoi mozaığı ilk "komşuluklar" etkisini tanımlayan bir model olarak Ahuja tarafından önerilmiştir. Üç veya daha fazla lekeyi temsil eden bir dizi, S , verildiğini varsayalım. Öklid düzleminde (basitlik için, biz bir belirteç ya da bir nokta olduğunu varsayılır). Bu noktaları tüm sözde doğrusal olmadığı ve hiçbir komşunun etkisinin olduğu varsayılır. Keyfi noktaları P çifti ve Q doğrultusu birleştiren P açıortay düşünülür. $P(Q)$ ve $Q(P)$ eşit açıda ve düzlemi ikiye böler. Yarım düzlem H_Q^P (H_Q^P) yakın $P(Q)$ için $Q(P)$ daha nokta olduğunu, herhangi bir P noktası, böyle yarım düzlemleri temsil eden bir dizi Q farklı seçenekler ile elde edilir. Böyle bir bölge noktası ile ilişkiliye Voronoi [54] poligonu denir. Komple çokgen kümesi S 'ye Voronoi diyagramı denir [39]. Birlikte dışbükey gövde ve eksik çokgenler ile voronoi diyagramı, tüm düzlemi bir Voronoi mozaiklenmeyi tanımlar. İki nokta onları çevreleyen Voronoi çokgenler, ortak bir kenarı paylaşmak durumunda Voronoi komşular olduğu söylenir. Voronoi mozaığıne ikili gösterimi, yukarıda tanımlandığı gibi olduğu bir Voronoi komşu tüm noktaları çift bağlantı ile elde edilen Delaunay grafiktir. Optimal algoritma, bir leke deseni için Voronoi mozaığı Preparata ve Shamos [54] tarafından önerilen ve bunları hesaplamak için basit bir 2D noktalı desen ve Voronoi mozaığı Şekil 2.5 'de gösterilmiştir.

Bir belirteç olarak P lokasyonunu içeren Voronoi poligonu ile tanımlanır. Bir belirtinin çevre algısal önemli özelliklerinden çoğu mahalleleri görmek Voronoi (Şekil 2.5) geometrik özellikleri bu yaklaşımla bulunabilir. Voronoi çokgenin geometrik özellikleri doku özellikleri olarak kullanılabilir.

Farklı seviyedeki görüntüleri gray formatta geometrik yöntemleri uygulamak için, öncelikle görüntüleri belirli yöntemlerle ayıklamak gerekir. Gray seviyeli dokusal görüntüleri belirlemek için aşağıdaki basit bir algoritma kullanır. Bu işleme filitreleme denir.

1. Görüntüyle bir Laplace- Gauss (*LoG or ∇^2G*) filtresi uygulanır. Hesaplama verimliliği için, ∇^2G filtresi Gauss (*DoG*) filtrenin bir fark ile yaklaşım olabilir. (*DoG*) filtre boyutu iki Gauss filtre boyutları ile belirlenir. Tuceryan ve Jain ilk filtrelemek için Gauss ve $\sigma_1 = 1$ ve ikinci olarak $\sigma_2 = 1.6 \sigma_1$ olan boyunca uzanan pixelleri kullanılmıştır. Filtrelenmiş görüntüde bir pixel, eğer onun magnitude altıdan büyük ya da sekiz en yakın komşularından daha büyükse yerel maksimum üzerinde olduğu söylenir. Bu bir ikili görüntüyle sonuçlanır [39].

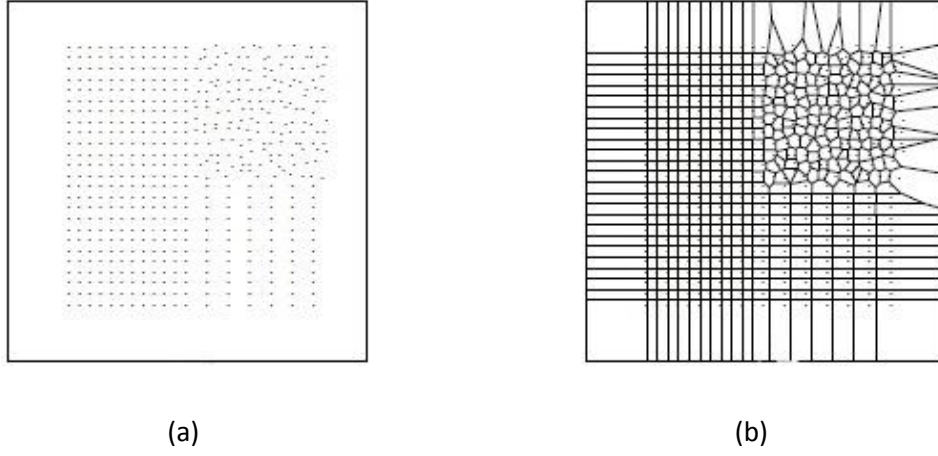
2. Filtrelenmiş görüntüde yerel yoğunluğun en büyük olduğu konum boyunca uzanan pixelin en yakın sekiz yada altı komşusuna göre en büyük yoğunluğa sahip ise belirlenir ve görüntü filitrelenmiş olur. Bu yapı binery (ikili) formatlı görüntü ile sonuçlanır.

3. Sekiz en yakın komşulukları (BMP formatında) ile ikili görüntüye bağlı bir bileşen analizi yapılır. Her bağlı bileşen bir dokunun ilkel tanımlar.

Sonuçlanan lekelerin belirlenmesi ile VT'ları yapılandırır. Her Voronoi hücre, tek şekillenimli doku bölgelerini yapılandırarak ve benzer özellikli lekeleri gruplayarak genişletilir. VT'nın alan momentleri hem dokulaştırılmış görüntüde lekelerin şekilleri hem de uzaysal dağılımları yansıtan özelliklerin kullanışlı bir kümesini gösterir. Koordinatları (x_0, y_0) olan bir filitreleme ile ilgili olarak, kapalı bir bölge R alanının $(p + q)$ inci durumu tanımlanabilir [40].

$$m_{pq} = \iint_R (x - x_0)^p (y - y_0)^q dx dy \quad (2.76)$$

\bar{x}, \bar{y} Voronoi çokgenin köşelerinin koordinatlarıdır. Burada $p + q = 0, 1, 2, \dots$ kullanılan beş özelliklerine yönelik bir açıklama Tablo 2.1' de verilmiştir.



Şekil 2.5: Voronoi mozaïği: (a) Bir örnek desen nokta ve (b) Voronoi mozaïği

Voronoi poligonlarının temel alan doku özellikleri dokulaşmış görüntülerin alt birimsel yapıları için kullanılır. Alt birimleri belirleme algoritması lekelerin komşu topluluklarının istatistiksel karşılaştırma kullanılarak kenarları temel alır. Doku özellikleri arasında büyük benzerlik, dokunun kenarları için aynı değildir.

Tablo 2.1: Doku alt birimleri belirleme algoritması tarafından kullanılan Voronoi poligon özellikleri.

Texture Feature	Computation
f_1	m_{00}
f_2	$\sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2}$
f_3	$\text{atan}(\bar{y}/\bar{x})$
f_4	$\frac{\sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}}{m_{20} + m_{02} + \sqrt{(m_{20} - m_{02})^2 + 4m_{11}^2}}$
f_5	$\text{atan}\left(\frac{2m_{11}}{m_{20} - m_{02}}\right)$

Burada; f_2 çokgen köşegenler için filtreleme vektör büyüklüğünü, f_3 yönü, f_4 (bir daire için $f_4 = 0$) poligon genel uzama ve f_5 kendi ana eksen yönünü verir. (\bar{x}, \bar{y}) Voronoi çokgenin köşegen koordinatlarını tanımlar.

2.5 Yapısal Metotlar

Dokunun genel görünümü ilk yapısal yapısının karışımıdır. Texture, belirli yerleşim kurallarına göre bu ilk oluşumun tekrarlanarak yerleştirilmesi ile üretilir. Genelde algoritmaların bu sınıfı, çok kurallı dokular olmasada gücü sınırlıdır. Yapısal doku analizleri iki büyük adımı içerir;

- (a) Doku elementlerinin genişletilmesi,
- (b) Yerleşim kurallarının etkisi.

Görüntülerde doku öğelerini ayıklamak için bir kaç farklı metod vardır. Bu bağlamda doku elemanları ne anlama geldiğini tanımlamak için yararlıdır. Genellikle doku elemanları tek şekilli gray seviyeleri ile görüntüdeki bölgelerinden oluşmaktadır. Voorhees ve Poggio [41] lekelerin doku oluşumunda önemli olduğunu önerdiler. Onlar Gauss (LoG) ise farklı ölçeklerde maskelenmiş Laplacian özellikli görüntüyü filtreleme ve görüntüdeki lekeler ayıklamak için bu bilgileri birleştirmeye dayalı bir yöntem önerdi. Blostein ve Ahuja [42] ölçeklerde LoG filtre işlemi inceleyerek görüntülerde doku belirteçleri ayıklamak için benzer işlemleri uygulayacak. Her ikisi de filtreleme süreçlerinin sonuçlarını iyileştirmek amacıyla yüzey şekli hesaplama ve çoklu ölçekli leke algılamayı bütünleştirmişleridir. Aynı zamanda Tomita ve Tsuji [54], parçalanmış bir orta eksen görüntünün bağlı bileşenleri dönüşümü yaparak doku belirteçleri işlem için bir yöntem göstermektedir. Bunlar daha sonra, görüntü yoğunluğunu ve bu tespit leke gibi şekillerin özelliklerini bir dizi hesaplar.

Ayrıca, Tomita ve Tsuji segmente edilmiş görüntünün bağlantılı alt bileşenleri üzerinde orta eksen dönüşümü yaparak doku belirtilerini hesaplayan bir metod teklif ettiler. Bu yöntem ile belirlenmiş belirtilerin şekillerini ve yoğunluklarını hesapladılar.

Zucker, ideal dokunun bozuk versiyonu gibi gözlenebilen dokular (gerçek dokular) ile ilgili başka bir yöntem önerdi. Yerleştirme kuralı veya yarı düzenli mozaik izomorfik bir grafik ile ideal bir doku tanımlanır. Bu grafikler daha sonra gözlemlenebilir doku oluşturulması için dönüşür. Bu tespit ile doku üzerindenki

lekeleri göreceli konumlanandan bağımsız olarak iki boyutlu histogram hesaplanmasıyla yapılabilir.

Yapısal modelleme doku için bir başka yaklaşım Fu [44] tarafından tarif edilmektedir. Bu yaklaşımda, dokuda görüntü yerleştirme kuralına göre düzenlenmiş doku temel öğeleri olarak kabul edilir. İlkel görüntüdeki gray değeri tek bir piksel alabileceği gibi basit gözükmesine rağmen genellikle pikseller topluluğudur. Yerleştirme kuralı bir ağaç algoritması ile tanımlanmıştır. Bir doku daha sonra terminal semboller gibi olan doku ilkel algoritma tarafından tanımlanan bir dizi olarak görülür. Bu yöntemin bir avantajı, doku üretimi gibi doku analizi için kullanılabilir olmasıdır. Ağaç algoritmaları tarafından oluşturulan desenler de Zucker modelinde ideal dokular olarak kabul edilebilir. Bu metodun avantajın şudur ki, doku üretimi doku analizi için kullanılabilir. Üç grammarla üretilen desenler ayrıca Zucker's modelindeki ideal texture ile ilgili olabilir.

2.6 Model Temelli Metotlar

Model temsili desen analizleri sadece deseni tanımlama değil aynı zamanda onu sentez etmenin yanında görüntü yapısını temel alır.

2.6.1 Random (Rasgele) Alan Modelleri

Markov rastgele alanlar (MRFs) görüntüleri modelleme için popüler olmuştur. Bir görüntüden yerel (mekansal) bilgiler için yakalamak mümkündür. Bu modeller görüntüdeki her pikselin parlaklığının komşu pikselin yoğunluğuna bağlı olduğu varsayar. MRF modeller, doku sentezi [44], doku sınıflamasına [54, 46], görüntü segmentasyonu [47, 48], görüntü restorasyonu [49, 50] ve görüntü sıkıştırma gibi çeşitli görüntü [51] işleme uygulamalarında uygulanmıştır.

Görüntü matematiksel olarak genellikle $L = \{(i, j) | 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N\}$ ile gösterilen bir $N \times N$ örgü ile temsil edilir. Örgü boyutu örgü gözlerinin koordinatı ve $L, I(i, j), (i, j)$ gri seviyesini temsil eden bir rasgele değişkendir. Örgü indeksleme $t = (i - 1)N + j$ ile I_t matematiksel kolaylık için basitleştirilmiştir. Bir aralık, tüm rasgele değişkenler I_t ortak ayarlanmış olsun ve $\Omega = \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{MN}) | x_t \in A, \forall t\}$ tüm I_t etiketlenmeler kümesini göstermesine izin verir. Uygulamaya göre A belirlenmesini ihmal edilmemelidir. Örneğin, 256 farklı gray seviyeleri ile bir görüntü

için $\{0, 1, \dots, 255\}$ değerli dizi olabilir. Rastgele vektör $I = (I_1, I_2, I_3, \dots, I_{MN})$ örgü bir renklenme gösterir. Bir Markov rastgele alan için olasılık kütle fonksiyonu pozitifliği, Markovianity özelliklere sahiptir ve homojenliği rasgele bir alandır.

Bir t sitinin komşu kümesi farklı yollarla tanımlanabilen t 'nin birinci düzen komşuları dört bağlantılı komşular ve ikinci düzen komşuları sekiz bağlantılı komşularıdır. Bu komşuluklar (tek site, çiftler, üçlüler ve dörtlüler) gibi şekillenen komşuların kümeleri koşullu olasılıkların tanımlanmasında kullanılır. Oluşturulan Gibbs (GRF) rasgele alan örgü içindeki olasılık kütle fonksiyonu belirler. Bu değer;

$$P(X = x) = \frac{1}{Z} e^{-U(x)} \quad (2.77)$$

$$\forall x \in \Omega$$

bağlantısı ile tanımlanır. Burada $U(x)$, enerji fonksiyonu ve Z bölüşüm fonksiyonu olarak isimlendirilen bir normalize sabitidir. Enerji fonksiyonu genellikle komşuluklu pikseller üzerinde şekillenen yapılar yüzünden özelleşir.

Enerji fonksiyonu daha sonra versiyonların Q üzerinde potansiyel fonksiyonlar $V_C(\cdot)$ cinsinden ifade edilir. Bu ifadenin formülü;

$$U(x) = \sum_{c \in Q} V_C(x) \quad (2.78)$$

olarak tanımlanır.

Gibbs rasgele alanlarını kullanarak potansiye fonksiyonlarını modellemenin çok sayıda yolu vardır [53]. Bunlar arasında Derin-Elliot çiftlerindeki ve Auto-Binomial model ki onlar bir gözün ikinci düzen komşuluklarındaki cliques ve tek pikselin düşünülmesiyle tanımlar. Her iki modelde koşullu olasılıklar aşağıda verilmiştir. Buna göre;

$$P(x_t | R_t) = \frac{1}{Z_t} e^{-w(x_t | R_t)^T \theta} \quad (2.79)$$

olarak gösterilir. Burada;

$$Z_t = \sum_{g \in A} e^{-w(g, R_t)^T \theta} \quad (2.80)$$

normalize sabitidir. Gibbs rasgele alanın enerjisi;

$$U(x) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{MN} w(x_t, R_t)^T \theta \quad (2.81)$$

denklemleri ile verilir. Buradan;

$$w(x_t, R_t) = [w_1(x_t) w_2(x_t) w_3(x_t) w_4(x_t)]^T \quad (2.82)$$

ve

$$\theta = [\theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4]^T \quad (2.83)$$

dir.

İki modelde de w vektörünün bileşenleri $w_r(x_t)$ direk olarak aşağıdaki gibi tanımlanır;

a- Derin- Elliott Modeli;

$$w_r(x_t) = I(x_t, x_{t-r}) + I(x_t, x_{t+r}) \quad (2.84)$$

$$1 \leq r \leq 4$$

b- Auto-Binomial Modeli;

$$w_r(x_t) = x_t(x_{t-r}, x_{t+r}) \quad (2.85)$$

$$1 \leq r \leq 4$$

olarak tanımlanır. Burada r bir site, t ' nin komşulaşma kümesinin bir indeksidir. $I(a, b)$ aşağıda tanımlanan kaynaştırma fonksiyonudur;

$$I(a, b) = \begin{cases} -1, & \text{if } a = b \\ 1, & \text{diğer durumda} \end{cases} \quad (2.86)$$

Vektör Θ görüntüde dokusal özellikleri tanımlamak ve modellemek parametreleri kümesidir. Doku sentezi sorunlarında, değerler elde edilecek doku tipini kontrol etmek için ayarlanır. Sınıflandırma ve segmentasyon problemleri, parametreler dokular görüntüleri işlemek için tahmin edilmesi gerekmektedir. Doku Cross ve Jain

bu yöntem kullanılarak sentezlenmiştir. Model parametreleri de doğal dokular bir dizi için tahmin edilmiştir. Tahmin edilen parametreler, sentetik dokular üretmek için kullanılmış ve sonuçlar, orijinal görüntü ile karşılaştırıldı. Modeller de mikro doku yakalanan, ancak düzenli ve homojen olmayan dokular ile başarısız oldu.

2.7 Fraktallar

Çoğu doğal yüzeyler farklı ölçekte kendine benzer (self- similarity) ve istatistiksel kalite değerlerine sahiptir. Fraktallar çok kullanışlı ve görüntü işlemede bu özelliklerinin modellenmesi popüler olmuştur. Mandelbrot doğal dünyada onların varlığını ilk kez fark etti ve fraktal geometriyi önerdi..

Temel konseptlerin bazısını takdim etmek için deterministik fraktal Tuceryan ve Jain takdim etmiştir. Fraktal geometride ölçeklemeye karşı kendine benzerlik önemsiz bir kavramdır. Bir deterministik fraktal kendine benzerliğin bu konsepti kullanılarak aşağıdaki gibi tanımlanır. Euclidean n- boyutlu uzayda sınırlandırılmış A kümesi verildiğinde, A, r değerinin bir oranı ile küçültülerek ölçeklerin her biri kendisinin N belirli kopyasının birimi olduğu zaman A kümesi kendine benzer olabilir. Fraktal boyut D, sayısı N ve r değerinin oranıyla ilişkilidir. Böylece fraktal boyut D;

$$D = \frac{\log N}{\log(1/r)} \quad (2.87)$$

Fraktal boyut bir yüzeyin pürüzlüğünün bir ölçüsünü verir. Sonuç olarak daha büyük fraktal boyut, daha pürüzlü dokuya sahiptir. Uzaysal izotropik fraktallar olarak modelleme bilen çoğu doğal yüzeylerin görüntüleri delil olarak verdi.

Çoğu doğal yüzeyler ve özel texturlanmış yüzeyler yukarıda tanımlandığı gibi deterministik değildir. Fakat istatistiksel varyanslara sahiptir. Bu fraktal boyutun hesaplanmasını oldukça zorlaştırır.

Fraktal boyut D 'yi tahmin etmek için önerilen birçok metotlar vardır. Bu metotlardan biri aşağıda tanımlandığı gibi kutu sayma metodudur. Euclidian n- boyutlu uzayda sınırlı küme A verilsin. A kümesini kaplayan bir side üzerinde L_{max} boyutlu kutular düşünülür. Oran r ile A kümesinin azalan ölçekte $N = 1/r^D$ ile sonuçlanır.

Bu yeni küme $L = rL_{max}$ büyüklüğünü kutularıyla kaplanabilir. Böyle kutuların sayısı, ondan sonra fraktal boyutla ilişkilidir. Böylece fraktal boyut;

$$N(L) = \frac{1}{r^D} = \left[\frac{L_{max}}{L} \right]^D \quad (2.88)$$

denklemini yazılabilir.

Fraktal boyut yukarıda tanımlanan denklem ile aşağıda tanımlanan istatistik işlemler ile tahmin edilir. Verilen bir L için, A kaplanan kutuların sayısını sayar ve L büyüklü kutuları ızgara şeklinde n boyutlu uzaya bölünür. L'nin farklı değerleri için bu işleme devam edilir. Ondan sonra doğrusal grafiğin eğiminden fraktal boyut değeri tahmin edilir (hesaplanır).

$$\ln(N(L)) = -D \ln(L) + D \ln(L_{max}) \quad (2.89)$$

Bu verilerin en küçük kareler yöntemi kullanılarak hesaplanması ile başarılabılır. Yani $\ln(L)$ ve $-\ln(N(L))$ grafiğinin eğimi hesaplanarak elde edilir.

Fraktal boyutu tahmin etmenin düzenlenmiş bir metodu Voss tarafından önerildi. Bu görüntü yüzeyi A'nın fraktal boyunu hesaplamak için kullanıldı.

2.8 İstatistiksel Momentler

Bir rastgele değişkenin beklenen değer (aritmetik ortalama) ve varyansından başka önemli karakteristiklerinden biri de çeşitli dereceden momentleridir.

Terimlerin sıfırdan veya aritmetik ortalamadan sapmalarının değişik kuvvetlerinin beklenen değerine moment adı verilir.

Tanım: a bir gerci sayı ve r pozitif tamsayı olmak üzere $E[(x-a)]^r$ değerine X rastgele değişkeninin a civarında r inci dereceden momenti adı verilir. X'in kesikli ya da sürekli olmasına göre bu tanım aşağıdaki biçimde formüle edilir;

$$\mu_r = E[(X - a)^r] = \begin{cases} \sum_{i=1}^n (x_i - a)^r \cdot P(x_i) & X \text{ rastgele değişkeni kesikli ise} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - a)^r f(x_i) dx & X \text{ rastgele değişkeni sürekli ise} \end{cases}$$

Burada $a=0$ olduğunda X rastgele değişkeninin 0 civarındaki r inci momenti

$$m_r = E[(X)^r] = \begin{cases} \sum_{i=1}^n (x_i)^r \cdot P(x_i) & X \text{ rastgele değişkeni kesikli ise} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i)^r f(x_i) dx & X \text{ rastgele değişkeni sürekli ise} \end{cases}$$

Momentlerin var olabilmesi için formüldeki toplam ve integralin tanımlı olması gerekir.

$r=0$ olması durumunda $E(X^0)=1=m_0$

$r=1$ olması durumunda $E(X)=\mu_1=m_1$

$a= \mu$ alınırsa $E[(X- \mu)^r]= \mu_r$ olup burada $r=1$ iken

$$E[(X - \mu)] = 0 \quad (2.90)$$

$r=2$ iken

$$E[(X - \mu)^2] = Var(X) \quad (2.91)$$

elde edilir.

Sıfır civarındaki momentlerin hesaplanması ortalama civarındaki momentlerin hesaplanmasına göre daha kolaydır. Bu nedenle her iki tür momentler arasındaki ilişkileri ortaya koymak yararlı olacaktır.

Tanım;

$$E[(X - \mu)^r] = \mu_r \text{ ve } E[(X)^r] = m_r \quad (2.92)$$

olmak üzere;

$$\mu_r = \sum_{i=0}^r (-1)^i \binom{r}{i} \mu^i \cdot m_{r-i} \quad (2.93)$$

dir.

Teoremin ispatı verilmeyecektir. Fakat bu teorem kullanılarak aşağıdaki sonuçlara varılır.

$$r=1 \text{ için } \mu_1 = E[(X - \mu)^1] = 0$$

$$r=2 \text{ için } \mu_2 = E[(X - \mu)^2] = Var(X) = m_2 - m_1^2 \quad (2.94)$$

$$r=3 \text{ için } \mu_3 = E[(X - \mu)^3] = m_3 - 3m_1m_2 + 2m_1^3$$

$$r=4 \text{ için } \mu_4 = E[(X - \mu)^4] = m_4 - 4m_1m_3 + 6m_1^2m_2 - 3m_1^4$$

elde edilir.

X rasgele değişkeninin simetrik olmama veya çarpıklık katsayısı a^3 ile gösterilir ve ortalamaya göre 3 üncü momentin, sapmasının küpüne oranı ile elde edilir.

$$a_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (2.95)$$

$a_3=0$ ise olasılık dağılımı simetriktir. $a_3>0$ ise dağılım sağa doğru $a_3<0$ ise dağılım sola eğiktir.

X rasgele değişkeninin ortalamaya göre 4 üncü momentinin standart sapmasının 4 üncü kuvvetine oranına basıklık katsayısı denir.

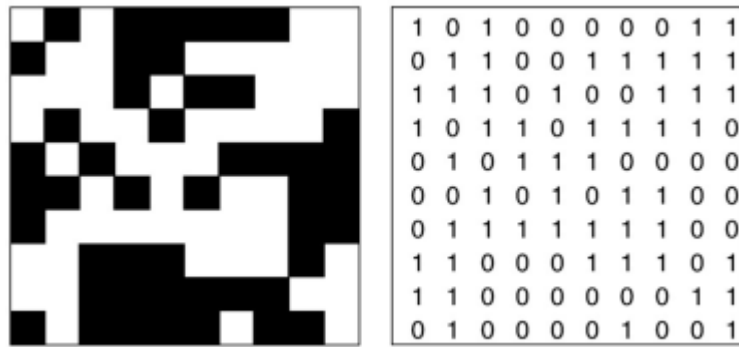
$$\beta_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} \quad (2.96)$$

ile gösterilir. Buna göre $\beta_4 = 3$ yada 3 e yakın değerler alıyorsa dağılım normaldir denir. $\beta_4 > 3$ ise dağılım sivrileşir, $\beta_4 < 3$ ise dağılım basıktır.

3. MATERYAL VE METOT

Doğal ve deneysel yapıları tanımlamak için lacunarity kavramı fraktal boyuta ek olarak ilk defa Mandebrot [9, 10] tarafından ve Lin ve Yang [57] (1986) ve Gefen ve ark [57, 58] tarafından çok özelleşmiş bir kavram olarak verilmiştir. Son zamanlarda Allain ve Cloitre (1991) [14] hem deterministlik hem de rasgele fraktalların lacunarity hesaplamak için öngörülebilir ve basit bir algoritma tanımlanmıştır. Bu yönteme Kayan Kutular Algoritması (gliding box algoritm, (GBA)) denir. Bu çalışmada MD desenlerinin lacunarity değerini hesaplamak için aşağıda tanımlanacak olan algoritma kullanılmaktadır. Ancak algoritmanın güvenilirliğini test etmek ve literatürdeki değerlerle karşılaştırmak için ön çalışma şu şekilde yapılmaktadır.

Bir görüntünün lacunarity değerini hesaplamak için Allain ve Cloître (1991) [14] GBA şu şekilde tanımlanabilir. Bu algoritma kısaca bir 10×10 rasgele ikili görüntü yardımı ile burada özetlendi. Şekil 3.1(a) ve Şekil 3.1(b) sırası ile Image to Ascii Converter ile kutu sayma yöntemini kullanarak görüntüyü pixel-pixel boyutlu kutulara göre ölçekleyerek, her bir kutunun dolu veya boş olmasına göre eğer o pikselde siyah görüntü varsa yani o piksel dolu ise 1, görüntü yoksa 0 değerini atayarak görüntü değerlendirildi.



(a)

(b)

Şekil 3.1: (a) 10x10 boyutlu görüntü ve (b) Binary formatında görüntünün sayısal karşılığı.

Elde edilen sonuçları matris formatına dönüştürüldü. Dönüştürülen Matris Kutu Sayma (Matris Sayma) Metodu algoritması ve özel hazırlanan yazılım kullanılarak örneklerin lacunarity değerleri hesaplanmıştır. Binary formatındaki görüntü bilgisayar ortamına taşınmaktadır.

İlk olarak, bir $r \times r$ kutusu (başlangıçta $r = 1$), üst sol köşeye yerleştirildi. 2×2 kutuda Şekil 3.1 durumunda (beyaz hücre) işgal sitelerinin sayısı ikidir. Kutu sağa doğru hareket ettirilerek bir piksel yer değiştirir ve dolu sitelerinin sayısı tekrar sayılır. Bu işlemler daha sonra tüm görüntü üzerinden matrisi taşıyarak ve frekans dağılımı üretilene kadar tekrarlanır. S işgal edilen (dolu) gözleri içeren r büyüklüklü kutuların sayısı $n[S, r]$ ve r büyüklüğündeki kutuların sayısı $N(r)$ ile gösterilir. Eğer görüntünün boyutu M ise aşağıdaki bağıntı tanımlanabilir. Buna göre;

$$N[r] = (M - r + 1)^2 \quad (3.1)$$

Dolu sitelerin sayısı S , kutu boyutu r 'li dolu sitelerin sayısı $n[S, r]$ olmak üzere frekans dağılımı değeri $N(r)$ değerine bölerek bir olasılık dağılımı dönüştürülür. Böylece olasılık dağılımı;

$$Q(S, r) = n[S, r]/N[r] \quad (3.2)$$

bağıntısı elde edilir. Ayrıca olasılık dağılımı $Q(s, r)$ görüntüye ait kaplama oranı olarak tanımlanabilir ve P ile gösterilmiştir. Daha sonra birinci dereceden $Z^{(1)}$ ve ikinci dereceden istatistiksel momentler $Z^{(2)}$ hesaplanır. Buna göre sırası ile birinci ve ikinci momentler;

$$Z^{(1)} = \sum S^* Q(S, r) \quad (3.3)$$

$$Z^{(2)} = \sum S^{2*} Q(S, r) \quad (3.4)$$

denklemleri ile tanımlanır. İstatistiksel birinci momentin ikinci momente oranı olarak hesaplanan lacunarity (Λ) değeri, kutu boyutu r ile orantılı olup aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Böylece lacunarity $\Lambda(r)$ değeri;

$$\Lambda[r] = Z^{(2)}/[Z^{(1)}]^2 \quad (3.5)$$

denklemleri ile gösterilir. Bu denklem dikkate alınarak istatistiksel birinci moment;

$$Z^{(1)} = M[r] \quad (3.6)$$

ve ikinci moment;

$$Z^{(2)} = S_s^2[r] + M[r]^2 \quad (3.7)$$

olduğundan $M[r]$ ortalama ve $S_s^2[r]$ kutu başına sitelerin sayısının istatistiksel varyansı olmak üzere lacunarity değeri ayrıca ;

$$\Lambda[r] = S_s^2[r]/M[r]^2 + 1 \quad (3.8)$$

denklemleri ile tanımlanır. Bunun bir sonucu olarak, lacunarity açıkça sadece hareketli kutu, r büyüklüğüne bağlı değildir. Rasgele haritada beyaz kareler ilgili ortam tarafından işgal haritanın kısmı sadece P 'ye bağlı değil aynı zamanda boşluklar dağılımına (ilgili alanda siyah kareler) bağlıdır. Böylece, işgal sitelerin yani dolu gözlerin aynı kaplama oranı olan iki farklı desenli harita boşlukların istatistiksel dağılımına bağlı olarak lacunarity değeri farklıdır.

Farklı bir yaklaşımla; Lacunarity, $Q(m,r)$ olasılık dağılımının varyansı, $Q(m,r)$ değerinin olasılık dağılım fonksiyonunun $Z^{(1)}(r)$ ve $Z^{(2)}(r)$ istatistiksel momentlerini dikkate alarak varyasyon sabiti hesaplanabilir. Böylece $Q(m,r)$ olasılık dağılımının $cv(r)$ varyasyon sabiti için;

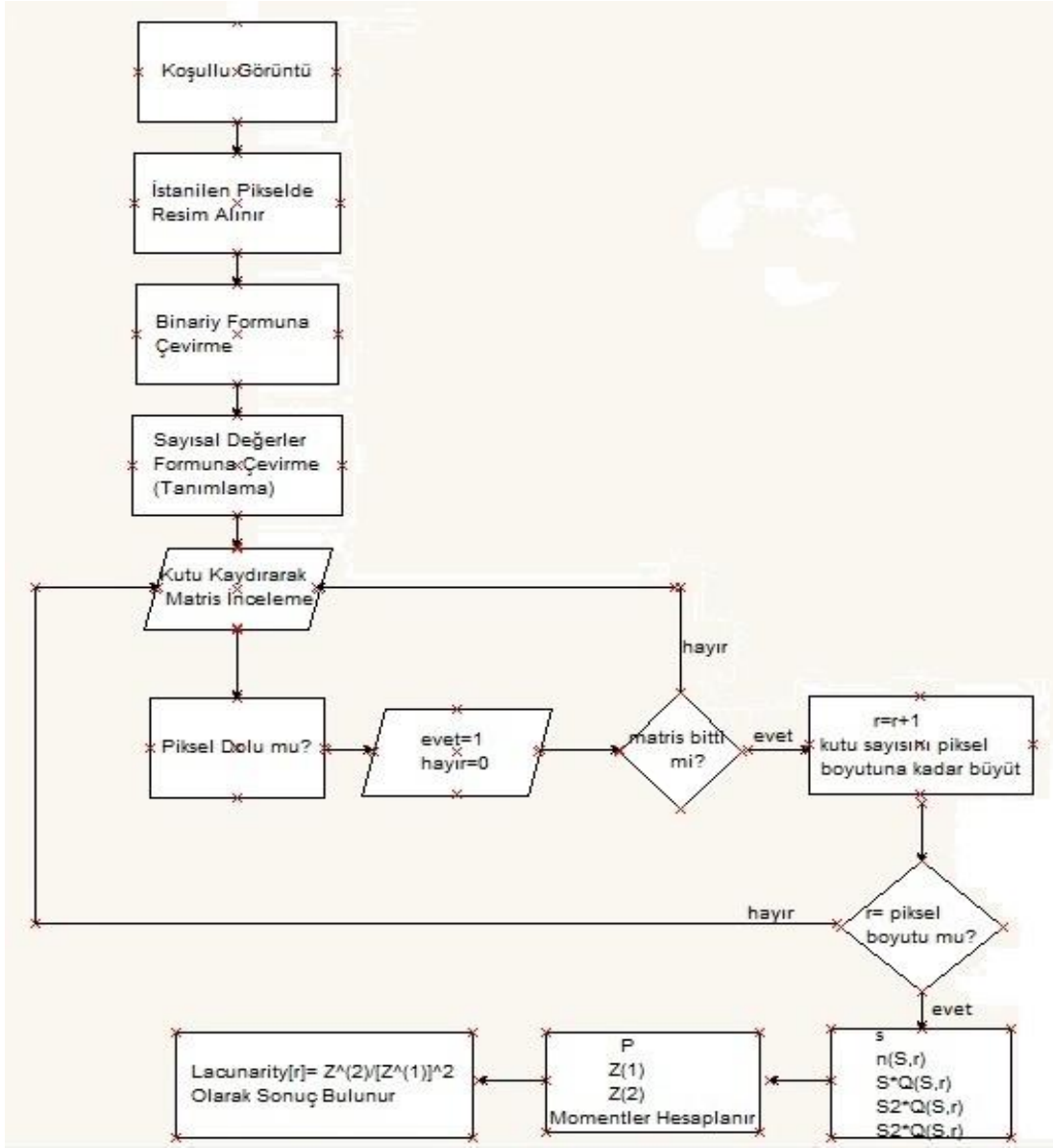
$$cv(r) = \frac{\sqrt{Z^{(2)}(r) - Z^{(1)}(r)^2}}{Z^{(1)}(r)} \quad (3.9)$$

bağıntısı ile yazılabilir. Ayrıca varyasyon sabitinin lacunarity ile

$$cv(r) = \sqrt{\Lambda(r) - 1} \quad (3.10)$$

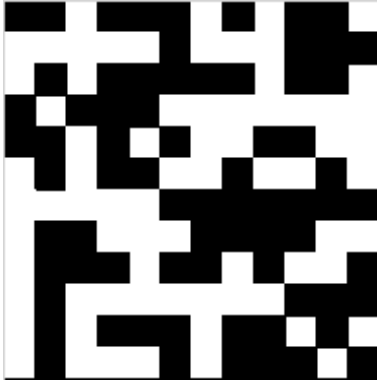
ilişkisi vardır.

Lacunarity değerinin hesaplanmasında kullanılan kayan kutu algoritmasına ait akış şeması Şekil 3.2 de gösterilmiştir.

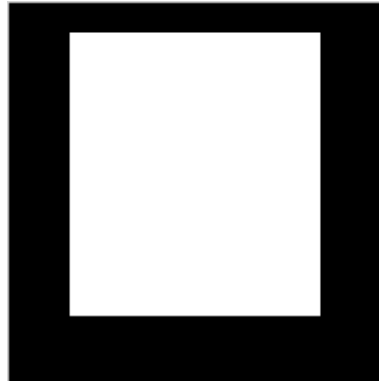


Şekil 3.2: Lacunarity değerini bulurken izlenen adımların akış şemasında gösterimi.

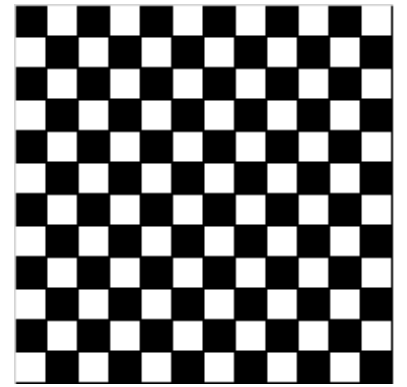
Yukarıda tanımlanan ilişkilerden yararlanarak aynı doluluk oranına sahip üç farklı desene sahip görüntü alınarak her birinin lacunarity değerleri hazırlanan algoritmanın güvenilirliğini test etmek için hesaplanmaktadır. Bu üç görüntünün binary formatındaki görüntüleri Şekil 3.3(a), Şekil 3.3(b) ve Şekil 3.3(c) de gösterilmektedir.



(a)



(b)



(c)

1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1

(d)

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

(e)

1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

(f)

Şekil 3.3: (a,b,c) üç farklı morfolojik yapıların 12x12 (pixel) kare örgü görüntüsü ve (d,e,f.) bu görüntülerin Binary formatında sayısal karşılığı.

Kaplama oranı ve lacunarity değeri sırası ile $P=0,5$ ve $\Lambda= 1,04$ (A), $P=0,5$ ve $\Lambda= 1,810$ (B) ve $P=0,5$ ve $\Lambda= 1,00$ hesaplanmıştır.

Şekil 3.3.(a), (b), (c) de boyutları 12x12 pixel kare farklı desenli ve kaplama oranı $P=0,5$ olan görüntüler gösterilmektedir. Bu görüntünün lacunarity değerini hesaplamak için yukarıda tanımlanan işlem basamakları uygulanmaktadır. Hesaplanan kutu boyutu $r=2$, olasılık dağılımı $Q(s, r)$, istatistiksel birinci moment $Z^{(1)}$, ikinci moment $Z^{(2)}$ ve lacunarity değeri Tablo 3.1’de sunulmuştur.

Tablo 3.1: Kenar boyutu 12x12 piksel kare görüntü ve parçacık kaplama oranı $P=0,5$ için işlem adımlarında hesaplanan değerler.

	S	n(S,r)	$S*Q(S,r)$	$S^2*Q(S,r)$	$S^2*Q(S,r)$
r=2	0	3	0,024	0	0
	1	35	0,289	0,289	0,289
	2	46	0,380	0,766	1,530
	3	29	0,239	0,719	2,157
	4	4	0,066	0,264	1,057

Birinci Moment

$$Z^{(1)}=2,033$$

Üçüncü Moment

$$Z^{(3)}=5,024$$

Lacunarity

$$\Lambda(2)= 1.810$$

Bu ilişkilerden lacunarity değerinin bir fonksiyonu için aşağıdaki sonuçlar çıkartılabilir.

1. Kayan kutuların büyüklüğü: Kutu büyüklüğü artarken ortalama kutu kütlesi ve ortalamanın azalmasından dolayı kutu kütlesi farklı olacağından olasılığı artar. Yani geçerli varyansı (değişinti) azalır. Aynı özellikli kutu büyüklüğü arttığı için daha düşük lacunarity değerine sahip olacaktır. Örneğin lacunarity değeri $r = 4$ de $\Lambda = 1.037$ dir.

2. İlgilenilen parçacıklarla doldurulmuş görüntünün kaplama oranı P: Görüntüde dolu gözlerin ortalama sayısı sifira giderken $Z^{(1)} / (Z^{(2)})^2$ değeri sonsuza gider. Böyle dağınık parçacık yapıları için aynı kayan kutu büyüklüğü için yoğun görüntülerden daha yüksek lacunarity değerine sahiptir.

3. Görüntü geometrisi: Şekil 3.3(a), Şekil 3.3(b) ve Şekil 3.3(c) aynı kaplama oranına ($P=0,5$) sahiptir. Fakat Şekil 3.3(b)'deki görüntünün ortasında tek bir boşluk (gap) vardır. Bu görüntü için hesaplanan lacunarity $\Lambda(2) = 2.053$ ve $\Lambda(4) = 1.810$

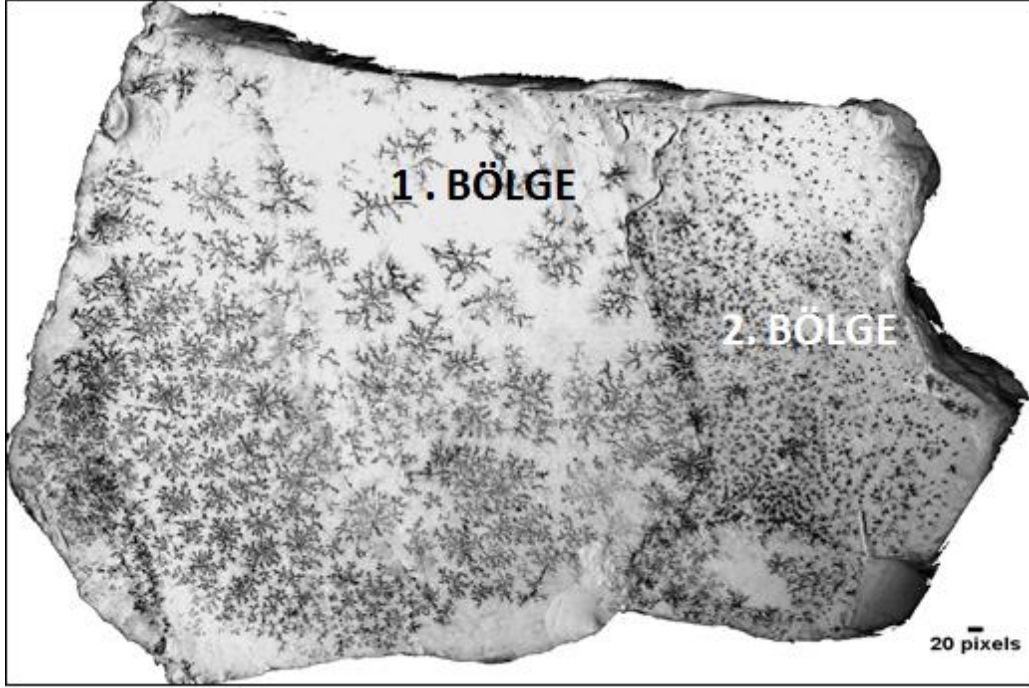
değerlerindedir. Bu lacunarity deki artış hem tam işgal edilme ($S=4$) hem de toplam boş sitlerin görüntüde kaymasının artmasından dolayıdır.

Böylece; verilen bir P için daha büyük lacunarity daha yüksek yayılma olduğunu gösterir. Aksine Şekil 3.3(c) toplam parçacıkların dağılımı düzenli bir görüntü ve doluluk oranı Şekil 3.3(a) ve Şekil 3.3(b) de olduğu gibi $P=0,5$ değerlidir. Bir kayan kutu olmaksızın dolu sitlerin sayısının varyansı sıfır olduğu zaman görüntünün herhangi yerleşiminde sıfır olabilir. Bir düzenli diziye sahip bir görüntünün lacunarity değeri, tekrarlanan desenin birim büyüklüğünden daha geniş herhangi kayan kutu büyüklüğü için $\Lambda(r_{\max})=1$ değerindedir.

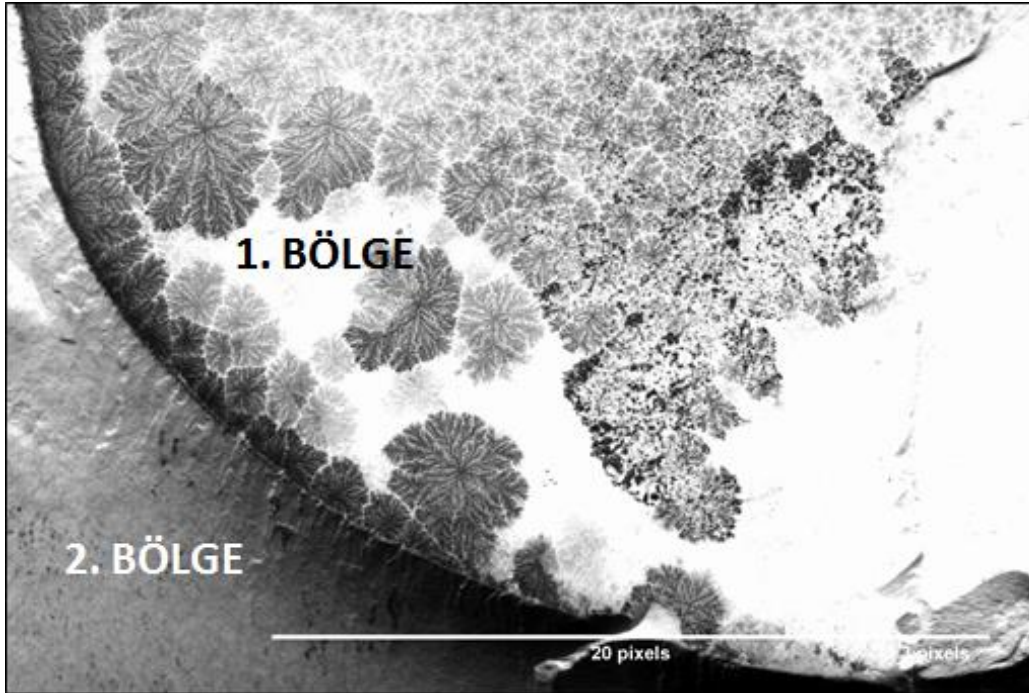
Bu yaklaşımları öngörüsü ile verilen bir desenli görüntü tek kayan kutu kullanılarak oluşturulan tek değerli lacunarity değerinin kullanımı en iyi görüntüyü tanımlamak için sınırlandırılmış değerdir. Ayrıca farklı görüntülerin karşılaştırılması için temel bir büyüklük olarak diğer büyüklükler de referans alınarak kullanılabilir. Lacunarity değerinin hesaplamasının kullanışlı en temel özelliği kayan kutuların geniş aralıkları üzerinden elde edilen bilginin büyüklüğü iledir. Burada dikkat etmek gerekir ki görüntü, kayan kutulardan bağımsızdır. Bu tamamen uzaysal örneğin tipik geomorfolojik parçacıklarını yüzey üzerindeki yerleşimi tanımlayan anahtar farklılıktır.

4. BULGULAR

Manyezit cevheri yüzeyi ve ara yüzeylerin de biriken doğal mangan depozitlerinin (MD) dağılımına ait lacunarity istatistiklerini hesaplamak için farklı kaplama oranları P değerlerinde bulunan görüntüler tarayıcı kullanılarak bilgisayar ortamına taşınmıştır. İki boyutlu (2B) farklı görüntüler Şekil 4. 1(a) ve Şekil 4. 1(b) de gösterilmiştir. Jeolojik oluşum esnasında MD numunesini saran ve yüzey üzerindeki gözenekleri ve çatlakları dolduran sediment ve hidro termal sıvı içindeki mangan ve demir iyonları indirgenme, çökeltme ve difüzyon yolu ile manyezit cevherinin yüzeyine yapışarak, çatlaklarını ve gözeneklerini doldurup çökeltmekle geometrik bir görüntü veya yapı oluştururlar. Şekil 4.1(a) ve Şekil 4.1(b) de gösterilen numuneler Kütahya Manyezit İşletmeleri A.Ş.' ne (KÜMAŞ) ait manyezit madeni işletmelerinden toplanmıştır. Şekil 4.1(a) iki ya da daha fazla farklı yüzeysel yapıda olduğu mangan sıvamalarında veya depozitlerinden anlaşılabilir. Görüntünün sağ tarafında (2. bölge) mangan sıvamaları belirti, benek ve bazıları noktasal görünüme sahiptir. Sağ ile sol arasında bir çatlak vardır. Çatlak içinde oluşan mangan kümeleri sağ ve sol bölgelere zayıf ve küçük menzilli sızmalar halinde kümeleşmiştir. Çatlağa göre sol tarafta (1. bölge) kalan bölgede ise mangan sıvamaları genellikle dentritik özellik göstermektedir. Mangan sıvamalarını farklı kristalleşmesi manyezit cevheri yüzeyinin oluşumunun bölgesel olarak yapısal değişime sahip olduğunu göstermektedir. Şekil 4.1(b) incelendiğinde manyezit cevheri yüzeyi üzerindeki mangan kümeleri bölgesel olarak değişim göstermektedir. Çatlak genişliğinin büyüklüğü ve çatlağı oluşturan yan duvarlardaki yapı kusurları mangan kümelerinin oluşum geometrisini belirlemektedir. Şekildeki görüldüğü gibi 2. bölgenin yoğunlaşma gradiyenti 1. bölgeden daha büyüktür. Dolayısıyla mangan depozitlerinin oluşumu çatlak etrafında 1. bölgeye doğru yönelmiştir. Bu yapılar, numune yüzeydeki gözeneklerin geometrisini belirler. Yani manyezit cevheri yüzeyinin oluşum esnasındaki yüzey morfolojisi ile ilişkilidir. Herhangi bir yapının örgü üzerindeki birim yüzeyde biriken kütle jeofiziksel bir yaklaşım ile “tanecik kümesi” kavramı ile tanımlanabilir. Manyezit cevheri yüzeyden seçilen keyfi bir bölgedeki birbirinden bağımsız depozitlerin, toplam kütlelerin örgü yüzeyinin alanına oranı “kaplama oranı” kavramı olarak tanımlanabilir [7, 19]. Kaplama oranı numune yüzeyindeki gözenek yoğunluğunun bir ölçüsüdür.



(a)



(b)

Şekil 4.1: (a) ve (b) Manyezit cevheri yüzeyinde rasgele dağılımlı MD desenlerinin görüntüleri.

Böylece kaplama oranı P ;

$$P(N, M) = N(\rho)(LxL)_i^{-d} \quad (4.1)$$

bağıntısı ile hesaplanabilir. Burada $N(\rho)$ gözeneğe biriken parçacık sayısı L ise kare örgünün kenar uzunluğu ve d Öklit boyutudur. Genelde yüzeydeki kaplama oranı yüzdelik değer referans alınarak belirlenir. Eğer kaplama oranı $P=1$ ise yüzey tamamen depozitler ya da depoziti oluşturan taneciklerin toplamı ile kaplandığı anlamına gelir. Sonuç olarak kaplama oranının değeri $0 < P \leq 1$ arasında değişmektedir.

Ayrıca, Şekil 4.1(a) ve Şekil 4.1(b) görüntüleri incelendiğinde MD desenleri yüzeylerde rasgele dağılmış ve geometrik şekilleri makroskobik ölçekte birbirinden farklı (örneğin saçaklı, ağaca benzer, dendrit, fraktal, benek, yoğun dallı vb.) özellik göstermektedir.

Herhangi bir numune yüzeyinde oluşmuş depozitler, o yüzeyde pürüzlülük oluşturur. Fraktal boyut değeri, D , yüzeydeki pürüzlülüğünün bir ölçüsüdür. Bu değeri hesaplamak için ölçeklemede alt yapıya göre depoziti oluşturan yabancı maddeleri tanecik yoğunluğu referans alınmaktadır. Çatlakları dolduran birimsel tanecik yoğunluklarının toplamı oransal olarak depozit kütlelerini ya da birimsel birikinti kesit alanını belirler. Buna göre ölçeklenen yüzeyde görüntü renginin değişiminden dolayı depozitin yapısı belirlenebilir ve ölçekleme sonucu herhangi kare örgü gözünde birimsel tanecik yoğunluğu, $\rho(r)$, olarak tanımlanabilir. Böylece ölçeklenen kapalı kare örgü gözü dolu ya da boş olma durumuna göre tanecik yoğunluğu, $\rho(r)$, belirlenir. Buna göre tanecik yoğunluğu;

$$\rho(r) = \begin{cases} 1, & \text{dolu} \\ 0, & \text{boş} \end{cases} \quad (4.2)$$

bağıntısı ile belirlenir. Bu tez çalışmada, manyezit cevheri yüzeyinde MD desenlerinin fraktal boyut, D , değerini hesaplamak için yaygın olarak kullanılan kutu-sayma (box-counting) [1, 2, 4, 6] algoritması kullanılmaktadır. Böylece; kare örgü gözündeki depozitlerin tanecik yoğunluklarının toplamı $N(\delta)$ olmak üzere \mathcal{S} piksel boyutlu tanecikleri bağlı olarak değişimi;

$$N(\delta) \propto \delta^{-D} \quad (4.3)$$

bağıntısıyla tanımlanır. $N(\delta)$ ile \mathcal{S} arasında ölçekleme teorisine göre [1, 2, 19] üstel bir yasa ilişkisi vardır. Burada, D , değeri ilişkiyi karakterize eden fraktal geometriye göre bir kritik üs olarak fraktal boyut D değeridir [1, 2, 4, 19]. Buna göre fraktal boyut D değeri;

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N(\delta)}{-\log(\frac{1}{\delta})} \quad (4.4)$$

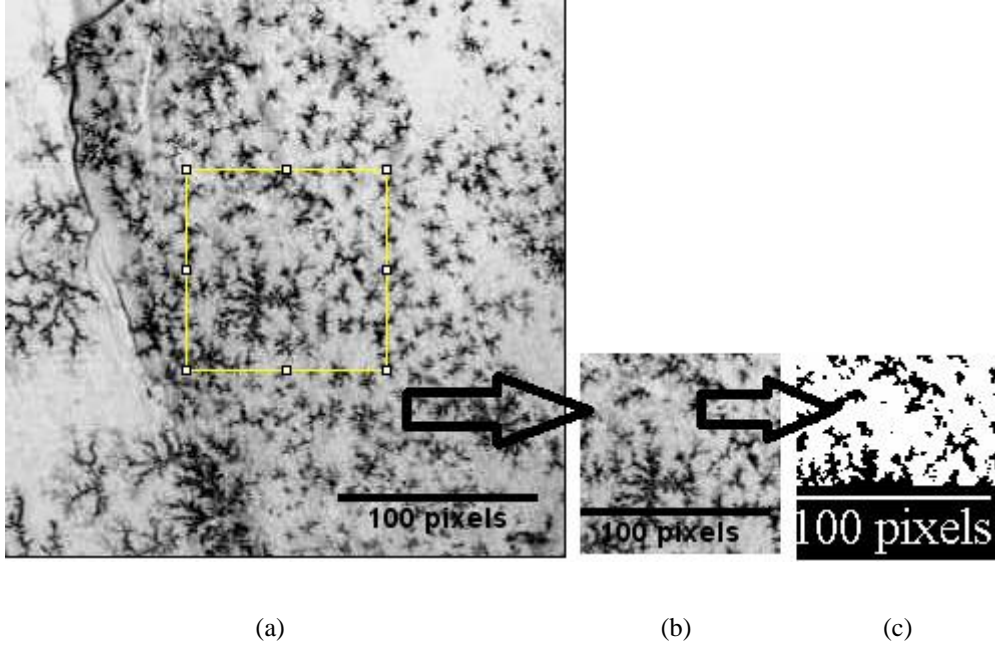
bağıntısı ile hesaplanır. Burada $N(\delta)$, ölçeklenen görüntüde δ birim (piksel) yanal kenar uzunluklu dolu kare gözlerin sayısıdır. Fraktal boyut, D değeri adım adım dolu kare gözler sayılıp gruplanarak hesaplanabilir. Her adımda sonra δ değeri artırılır ve bu değere karşılık gelen $N(\delta)$ değeri hesaplanır. Bu çalışmada kullanılan kutu boyutu için 2 nin üs değeri $\delta = 2^n$ ve $n=1, 2, 3, 4, \dots$ pixel olacak şekilde alınmaktadır. $N(\delta)$ düşey, $1/\delta$ - yatay eksenlerin logaritmik değerlerinin en küçük kareler yöntemi kullanılarak hesaplanan eğim değeri fraktal boyut, D , değeri olarak hesaplanmış olur.

Genel olarak, eğer tanecikler bütün örgüyü dolduruyorsa, depozit yapısı geometrik olarak iki boyutlu olup $D=2$ değerli kare, eğer bir boyutlu doğrusal bir yapıda ise $D=1$ değerini bulunur. Fraktal boyut değeri manyezit cevheri üzerindeki MD desenlerinin yerel kompleksliğini ve pürüzlülüğünü belirleyen bir değer olarak tanımlanabilir.

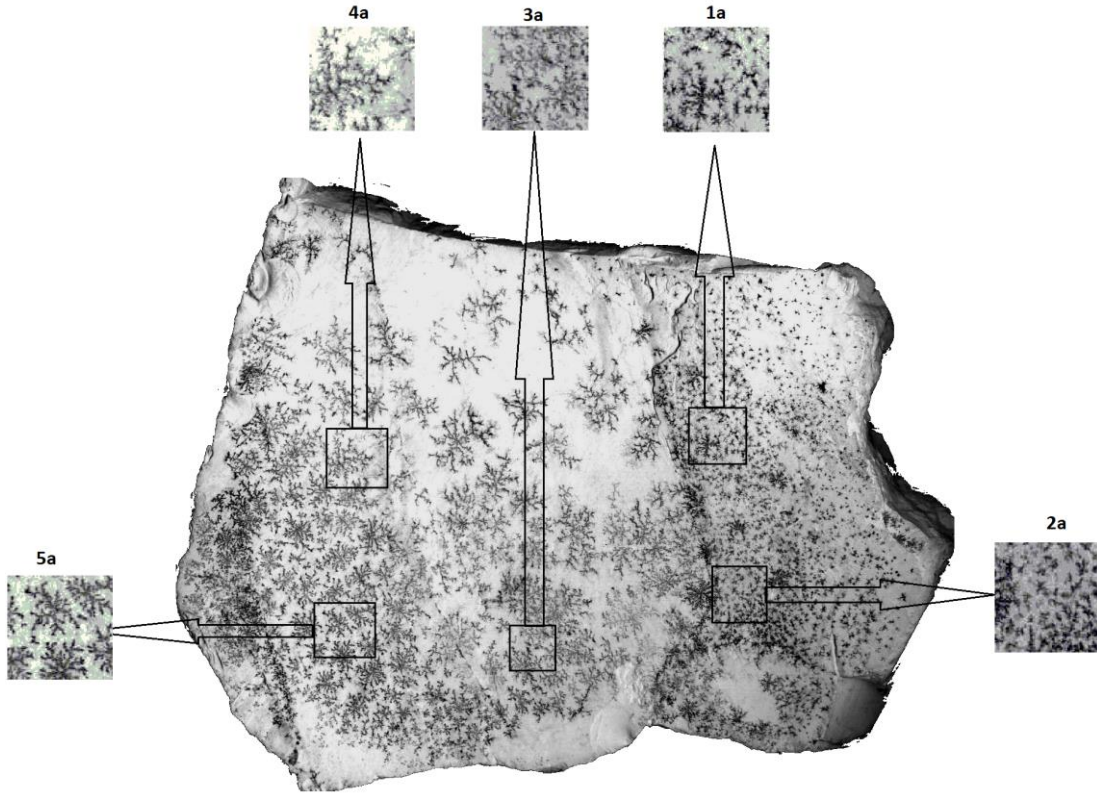
Manyezit cevheri yüzeyindeki MD desenlerinin fraktal geometri ve lacunarity istatistiklerini hesaplamak için Şekil 4.1(a), (b) de gösterilen MD görüntülerinden farklı kaplama oranı, P , değerine sahip yani tanecik yoğunlukları referans alınarak, kurulu M^2 elemanlı M sütun ve M satırdan oluşmuş bir diziler grubu yani içinde MD desenleri bulunan kare örgü oluşturuldu. Numune yüzeyinden keyfi $M = 100$ pixel boyutlu kare örgü bilgisayar ortamına taşınarak 8-bit değerinde BMP formatına dönüştürüldü. Dizi elemanlarının ikili (binary) sisteme göre temsilinde bir (1-siyah-var) değeri MD parçacığını ve sıfır (0-beyaz-yok) ise manyezit cevherini temsil etmektedir. Her bir örgü için 2 değerinin çarpımı ile $r = 1$ de $r = 100$ pixele kadar aralıkla değişen kutu büyüklüğü için hesaplandı.

Tez çalışmasının ilk adımı; lacunarity hesaplamaları için Şekil 4.1(a) görüntüsünden $L = 100$ pixel boyutlu MD desenlerinin üzerinde bulunduğu ve Şekil 4.2 (a), (b) ve (c) de gösterildiği gibi kare örgü seçilmiştir. Buna göre Şekil 4.2 (a);

rasgele yüzey, (b); $L=100$ pixel boyutlu seçilen alan ve (c); BMP formatında görüntüsünü göstermektedir.



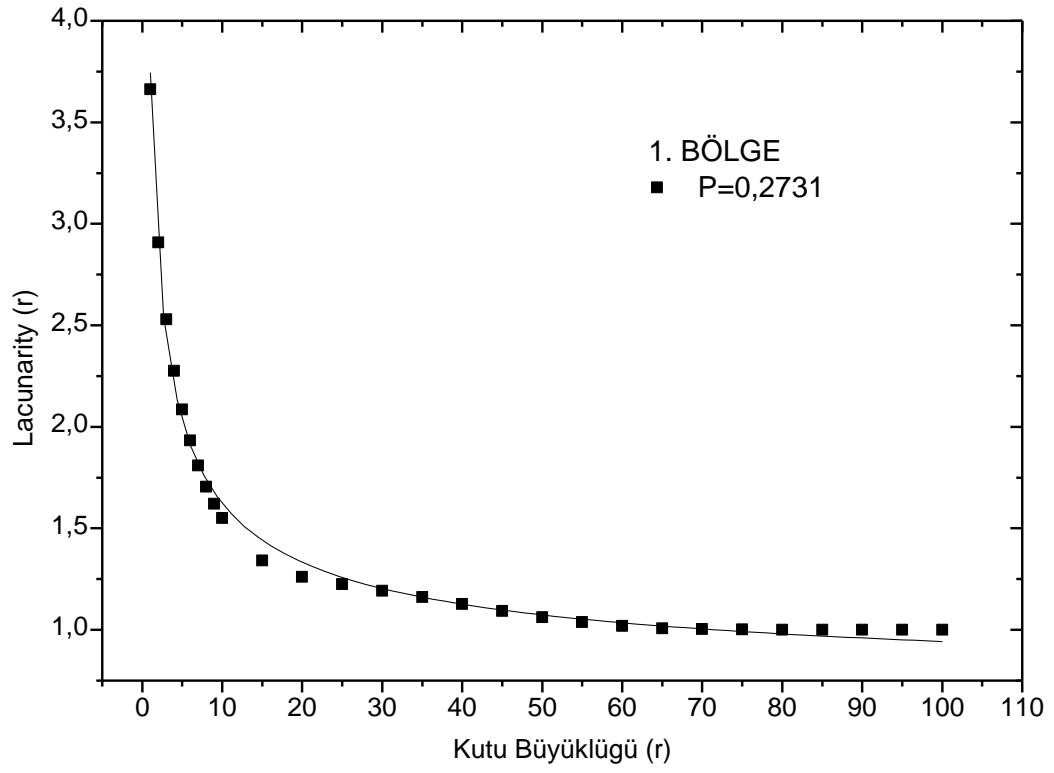
Şekil 4.2: (a) Manyezit cevheri yüzeyinden MD olarak seçilen $L=100$ pixel boyutlu seçilen birinci bölge, (b) birinci bölgenin ölçekli görüntüsü ve (c) bu bölgenin binary formatında görüntüsü.



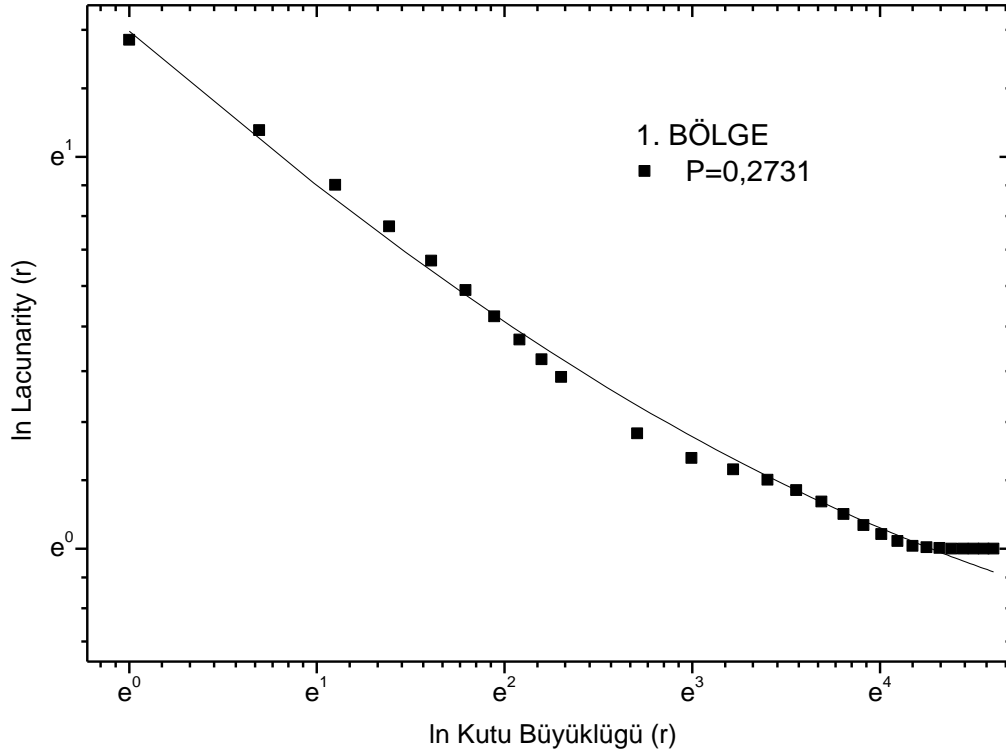
Şekil 4.3: Manyezit cevheri yüzeyinde MD depozitleri ve farklı dağılıma sahip beş farklı kare örgüler.

Tablo 4.1: Örgü boyutu M=100 piksel için kutu büyüklüğü r değerlerine göre dağılımı istatistiksel dağılımı temsil eden birinci ve ikinci momentle ve lacunarity değerleri.

Kutu Boyut (r)	Kaplama Oranı (P)	Fraktal Boyut (D)	Birinci moment $Z^{(1)}(r)$	İkinci moment $Z^{(2)}(r)$	Lacunarity ($\Lambda(r)$)
1	0,273	1,589	0,2731	0,2731	3,662
2			1,088	3,441	2,908
3			2,438	14,999	2,530
4			4,307	42,211	2,276
5			6,691	93,592	2,085
6			9,626	179,174	1,933
7			13,098	310,265	1,809
8			17,132	500,621	1,705
9			21,734	765,575	1,621
10			26,906	1122,259	1,550
20			111,836	15770,17	1,261
30			254,886	77447,11	1,192
40			456,092	234575,4	1,128
50			711,952	538348,3	1,062
60			1025,158	1071731	1,020
70			1390,106	1939315	1,004
80			1793,254	3217359	1,001
90			2186,372	4782181	1,000
100			2731	7458361	1,000



Şekil 4.4: Birinci bölge için kutu boyutu r değerinin lacunarity $\Lambda(r)$ değerinin değişimi.



Şekil 4.5: Birinci bölge için lacunarity $\ln \Lambda(r)$ değerinin kutu boyutu $\ln(r)$ değerine göre değişimi.

Bu değişim doğrusal özellikli olup en küçük kareler yöntemi kullanılarak hesaplanan eğim sistemi karakterize eden lacunarity indeksi olarak tanımlanır. Rasgele ve farklı kaplama oranı P değerli kare örgüler için lacunarity değerleri ve bunların kutu büyüklüğüne bağlı istatistiksel değişimler incelendi. Örgü boyutu L değerinin en küçük değeri kutu boyutu $r = 1$ de değerinde hesaplanmıştır. Yani kayan kutu büyüklüğü görüntüdeki deseni oluşturan parçacıklarının en büyük toplamı ölçüt olarak eşitlenmiştir. Ancak MD yapıları bir birinden bağımsız olduğundan bir bütün olarak tanımlanamam mümkün değildir. Bu amaçla istatistik yapmak uygun olacaktır. Herhangi bir örnek için $Q(1,1)=P$ ve $Z(1)/(Z(2))^2=P/P^2$ olduğu için $r = 1$ değerinde doğal olarak lacunarity $\Lambda(1)=1/P$ değerini alır. Lacunarity için hesaplanan bu değer yalnızca görüntüyü oluşturan kapalı kare örgüdeki dolu gözlerin yüzdelik oranının bir fonksiyonudur. Ancak lacunarity değeri görüntünün aşırı büyümesi ve dağılıma ait detaylardan bağımsızdır. Sonuç olarak bir verilen kaplama oranı P için aynı y-ekseni üzerinde sınırlandırılabilen değere sahiptir. Kutu boyutu r değeri arttırıldığında, lacunarity değeri azalmaktadır. Bu istatistiksel olarak beklenen bir sonuçtur. Çünkü parçalı desen içinde artan kutu büyüklüğüne göre desenler azalmaktadır. Lacunarity

değerinin kutu boyutuna bağlı değişimi ters orantı özelliği göstermektedir. Eğer kutu boyutu $M \times M$ olduğunda yani kare örgü görüntü boyutunda ise kutu kütlelerinin değişimi (varyansı) sıfır ve lacunarity değeri doğal beklenen bir sonuç olarak $\Lambda(M)=1$ değerine eşit olmak zorundadır. Şekil 4.2 de $L=100$ piksel boyutlu kare örgüde manyezit cevheri yüzeyinde bulunan MD desen grubundan bir kapalı kare örgü ve ikili (binary) formatına dönüştürülmüş bir görüntü gösterilmektedir. Örgü boyutu $L=100$ pixel değerli birinci bölge için GBA yöntemi kullanılarak kutu büyüklüğü $r_{\min}=1$ den $r_{\max}=100$ değerine kadar birinci adımda kaplama oranı (yüzeydeki tanecik yoğunluğunu) istatistiksel birinci moment ve ikinci momentler istatistiksel olarak tahmin edilir. Birinci ve ikinci momentlerin oranı ile sistemin lacunarity değeri hesaplanmıştır. Bu bölge için kutu boyutu $r_{\min}=1$ de lacunarity $\Lambda(1)=3,662$ ve $r_{\max}=100$ de lacunarity $\Lambda(100)=1.000$ değerinde hesaplanmıştır. Ayrıca birinci bölge için kutu boyutu $1 \leq r \leq 100$ aralığında GBA algoritması kullanılarak hesaplanan birinci momentler ve ikinci momentler Tablo 4.1 de ve lacunarity Λ değerinin kutu boyutu r ye bağlı değişim diyagramı Şekil 4.4 de gösterilmektedir. Tablo 4.1 ve Şekil 4.4 incelendiğinde kutu boyutu r değeri arttığında lacunarity Λ değeri azalmaktadır. Bu durum beklenen bir sonuçtur. Çünkü bir fraktal özellikli bir sistemde (tanecik kümesine) lacunarity değeri yapının genel görüntüsünden ziyade sistemin tanımlanmasında kullanılan ölçek büyüklüğü ile ilişkilidir. Büyük ölçekte tanımlanan bir depozit grubu morfolojik olarak yapıları heterojen gözükmesine rağmen, ölçek küçültüldüğünde yapı homojen bir görünüm kazanır.

Şekil 4.3 örnek bölge için lacunarity $\Lambda(r)$ değerinin kutu boyutu r değişimi incelendiğinde; lacunarity değerinin kutu boyut değerine karşı ilişkisi iki farklı matematiksel, fiziksel sonuç ile açıklamak mümkündür olabilir.

Bunlardan biri lacunarity değerinin kutu büyüklüğü ile değişimi hiperbolik bir değişimdir. Hesaplama, r_{\min} ve r_{\max} arasındaki r 'in her bir değerini içermek, lacunarity değerini hesaplamak ve ayrıntılı görüntüleri tanımlamak için başlar. Çözümleme yapıldıktan sonra lacunarity değerinin r 'nin uyan değerlerine göre grafik üzerinde sonuçları gösterir. Hesaplama amacı ile kullanılan bütün görüntü analizlerinden lacunarity değerinin $\Lambda(r)$, davranışı $r=r_{\min}+r_{\min}+1 \dots r_{\max}$ bir matematiksel model ile hiperbolik fonksiyon ile benzerlik göstermektedir. Buna göre lacunarity değeri r ye bağlı değişimi belirlemek için bir matematiksel model fonksiyon olarak tanımlanabilir. Buna göre matematiksel model fonksiyon;

$$\Lambda(r) = \frac{\beta}{r^\alpha} + \gamma \quad (4.5)$$

bağıntısı ile tanımlanabilir. Burada α , β ve γ sistemi tanımlayabilen uygun reel sayı değerleri alabilen model parametrelerdir. Bu çalışmada özel olarak manyezit cevheri yüzeyindeki MD davranışını model fonksiyonu $\Lambda(r)$, $r = [r_{min}, r_{max}]$ ile $r = r_{min} + r_{min} + 1 \dots r_{max}$ arasında lacunarity değerinin en iyi yorumu lineer olmayan fonksiyon olarak en küçük kareler yöntemi kullanılabilir. Burada α , β ve γ parametreleri sisteme ait her bir örnek için birbirinden bağımsız ve keyfi değişkenlerdir. Özellikle hesaplanan sonuçlar, kullanılan görüntüdeki piksellerin, kütle yoğunluğu dağılımını ve yüzeydeki bölgesel morfolojik faz geçişlerini en iyi gösteren model fonksiyonun genel sabit parametreleri α^* , β^* ve γ^* terimleri ile gösterilebilir.

Lacunarity Λ değerinin kutu büyüklüğüne bağlı değişimi matematiksel bir model ile tanımlanabilir. Matematiksel modele ait üç parametre (α , β ve γ) her bir MD görüntüsünün lacunarity fonksiyonunun tek bir anlamı vardır. Özellikle, α değeri $\Lambda(r)$ fonksiyonunun yakınsamasını, β lacunarity için çizilen grafikteki çukurluğu ve γ ise bir geçiş terimini temsil eder.

Hesaplamalar gösterdi ki; β değeri çok geniş sayısal aralıklarda değer alırken α ve γ parametreleri küçük değerler arasında kalır. Küçük β değeri geniş çukurluğu bir hiperbolik fonksiyon (yüksek lacunarity değerli) büyüyen β değeri ise sıkı çukurluğu bir hiperbolik fonksiyon (düşük lacunarity değerli) olarak tanımlanır. Hiperbolik fonksiyon parametreleri α ve β sabitleri arasında görüntülerin doluluk ve morfolojik yapısını tanımlanabilen bir korelasyon çıkartılabilir. Özellikle α değerinin bir küçük değişimi β değerinin anlamlı değişimine karşılık gelir.

İkinci olarak lacunarity değerinin kutu büyüklüğü ile değişimi, ölçekleme teorisi ve kendine benzerlikten dolayı [1, 2, 19] göre üs-yasa ilişkisiyle tanımlanabilir. Buna göre lacunarity ile kutu boyutu arasındaki ilişki

$$\Lambda(r) \propto r^{-K} \quad (4.6)$$

bağıntısı ile tanımlanabilir. Burada K değeri kritik bir üstür. Lacunarity ve kutu büyüklüğü değerlerinin ln logaritmaları alınarak çizilen grafiğin en küçük kareler

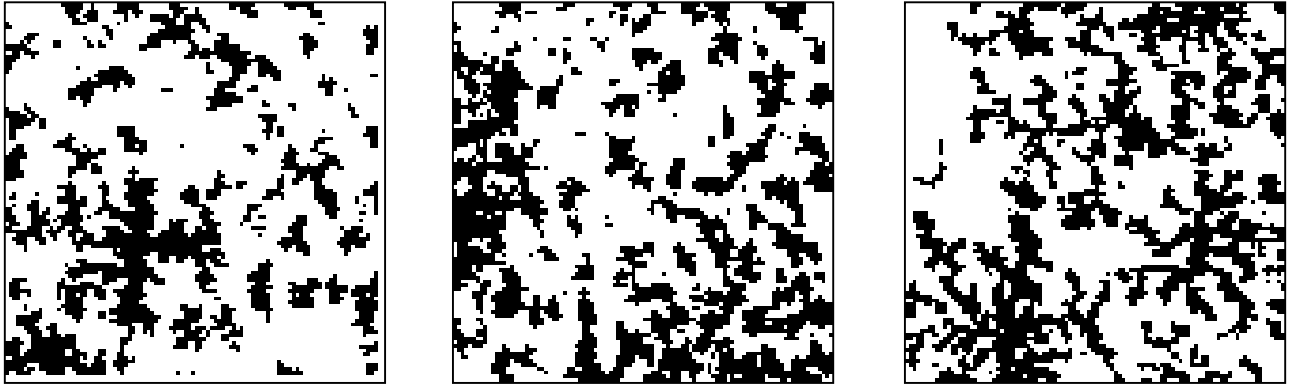
yöntemi ile hesaplanan eğimi sistemi tanımlayan kritik bir üs değeri olarak alınabilir. Böylece;

$$\ln \Lambda(r) = \ln A - \kappa \ln r \quad (4.7)$$

bağıntısı yazılabilir. Örnek çözüm bölgesi için kritik üs değeri $K = 0,278 \pm 0,001$ ve $\ln A = 1,155 \pm 0,038$ değerleri $R = 0,983$ regresyon katsayısı ile hesaplanmıştır. Regresyon sabiti $R \approx 1$ değerine yakın olması matematiksel model uyum fonksiyonunun sistemde veri dağılımını iyi temsil ettiğini göstermektedir. Ayrıca kritik üs K değeri lacunarity indeksi olarak tanımlanabilir. Kritik üs K ile fraktal boyut D arasında;

$$K = D - d \quad (4.8)$$

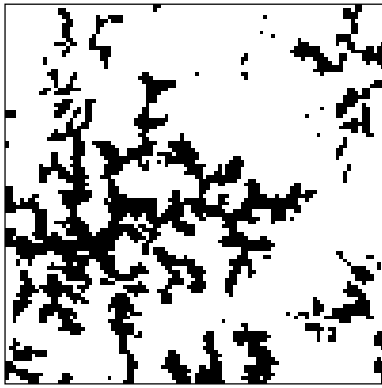
ilişkisi vardır. Burada $d=2$ olarak Euclide boyutunu gösterir. Kritik üs K değeri incelenen cevhere ait sıvımalı yüzeylerde öbikleşmenin bir ölçüsünü belirler [25]. Denklem 4.8 de belirtilen ilişki Tablo 4.2 ve Tablo 4.3 incelendiğinde yaklaşık sağladığı gözlenmektedir.



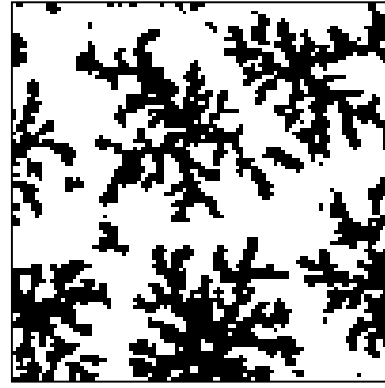
1a

2a

3a



4a



5a

Şekil 4.6: Şekil 4.1(a) da gösterilen manyezit cevheri yüzeyinden seçilen farklı kaplama oranlı beş farklı MD dağılımlı bölgeler.

Şekil 4.1(a) den rasgele MD dağılımı gösteren ve örgü boyutu $L= 100$ pixel değerli farklı kaplama oranlı beş alan seçilmektedir. Seçilen beş farklı bölge Şekil 4.6 (1a), (2a), (3a), (4a) ve (5a) da gösterilmiştir. Şekil 4.6 incelendiğinde MD tanecikleri birinci, ikinci ve üçüncü bölgelerde rasgele dağılımlı desenler oluştururken, dördüncü ve beşinci bölgelerde de simetrik bir dağılım göstermektedir. Aynı zamanda kaplama oranı artmakta ve genel görünüm içinde MD desenleri birbirinde bağımsız konumda bulunmaktadır.

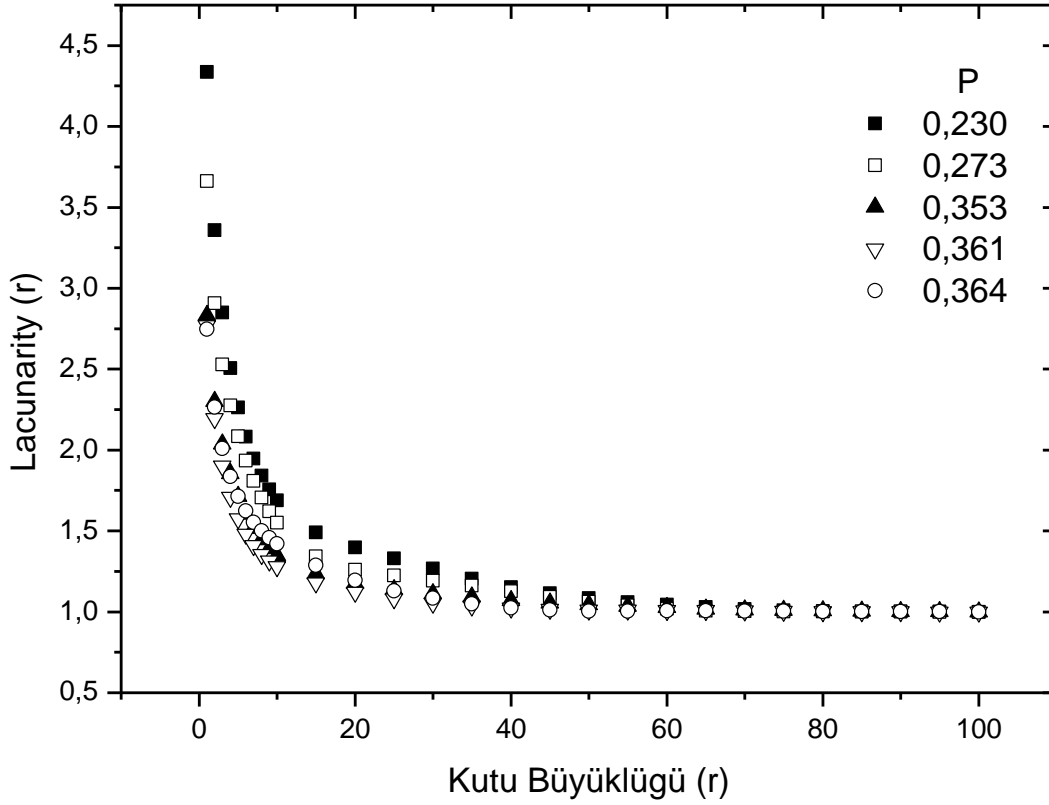
Şekil 4.6 de gösterilen beş farklı bölge için kaplama oranlı MD yapılarının fraktal boyut D , lacunarity $\Lambda(r_{min})$, $\Lambda(r_{max})$, model parametreleri α , β ve γ lacunarity indeksi κ ve regresyon sabiti R değerlerine ait hesaplama sonuçları Tablo 4.2'de

gösterilmiştir. Fraktal boyut değeri kaplama oranı ve kümelerin dağılımına göre $1,535 \leq D \leq 1,663$ arasında hesaplanmıştır.

Wan ve arkadaşları lacunarity indeksini tanımlayan A ve κ kullanılması ile cevher yüzeylerinde öbikleşmenin nümerik yaklaşımla tanımlanabileceğini belirlediler[25]. Manyezit cevheri yüzeyinde MD desenlerine ait lacunarity indeks A ve κ değerlerinin birbirinden farklı değer alması manyezit cevheri yüzeyindeki öbikleşmenin bölgesel olarak değişiminin bir sonucudur. Yerel öbikleşme belirlenmesi ile ilgili çalışmada lacunarity indeks değerlerinin $A < 1,36$ ve $\kappa < 0,1$ koşullarında düşük seviyede, $1,36 \leq A < 2,37$ ve $0,2 < \kappa < 0,3$ değerlerini alan koşullarda nispeten orta seviyede ve $A > 2,9$ ve $\kappa > 0,3$ değerleri alan koşullarda yoğun öbikleşmiş alan olarak tanımlanabilir [25]. Buna göre lacunarity için kullanılan Şekil 4.1(a) dan rasgele seçilen örneklerden (1a), (2a), (3a) ve (5a) yoğun öbikleşmiş yapı özelliği gösterirken (4a) orta seviyeli öbikleşmiş özellik göstermektedir.

Tablo 4.2: Şekil 4.1(a) dan alınan ve Şekil 4.4 de gösterilen beş farklı kaplama oranlı görüntülerin parametrelerine ait değerler

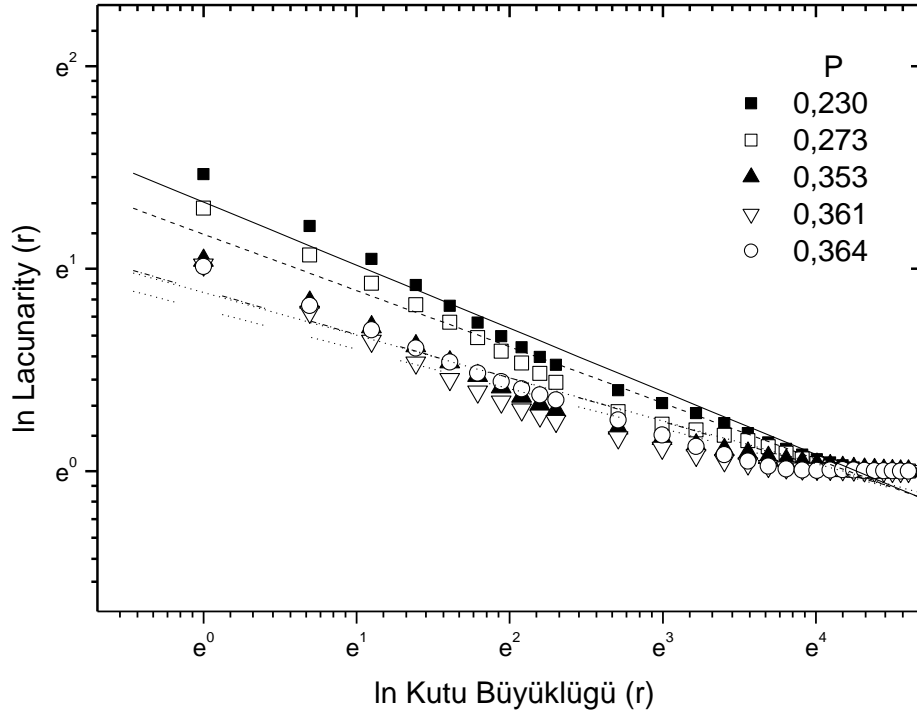
Örnekler	Fraktal Boyut (D)	Kaplama Oranı (P)	Lacunarity $\wedge(r_{min}=1)$	Lacunarity $\wedge(r_{max}=100)$	Model parametreleri			Regresyon sabiti	Lacunarity indeksi		
					α^*	β^*	γ^*		(R)	A	(κ)
1a	1,535	0,231	4,336	1,000	0,522	3,805	0,304	0,988	3,386± 0,139	0,312 ± 0,009	0,939
2a	1,589	0,273	3,661	1,000	0,494	3,122	0,311	0,983	2,952± 0,110	0,278 ± 0,001	0,942
3a	1,658	0,353	2,831	1,000	0,532	2,108	0,392	0,971	2,309± 0,081	0,211 ± 0,010	0,933
4a	1,683	0,361	2,769	1,000	0,637	1,963	0,430	0,952	2,162± 0,088	0,196 ± 0,012	0,906
5a	1,663	0,364	2,746	1,000	0,461	2,103	0,347	0,978	2,306± 0,071	0,216 ± 0,009	0,948



Şekil 4.7: Beş farklı kaplama oranlı MD desenlerinin manyezit cevheri yüzeyinden alınan bölgelere ait, lacunarity Λ değerinin, kutu büyüklüğü r ye bağlı değişimi.

Beş bölgeye ait fraktal boyut D , kaplama oranı P , lacunarity $\Lambda(r_{\min})$ ve $\Lambda(r_{\max})$, matematiksel model parametreleri, lacunarity indeksi ve bunlar regresyon katsayısı R değeri Tablo 4.3 de verilmiştir.

Şekil 4.1(a)' den rasgele seçilen beş farklı örnekler için fraktal boyut değerleri 1,535 ile 1,663 değerleri arasında değişmektedir. Ortalama değeri 1,626 dir. Manyezit cevheri yüzeyinde bulunan MD yapıları için fraktal boyut değerleri 1,626 ile 1,880 aralığında değiştiği rapor edilmiştir[6, 8, 11, 13, 18]. Ayrıca benzer yapılardan kireç taşındakiler için 1,780 ile quartz yapılar üzerinde bulunan yapılar için 1,51 değerleri hesaplanmıştır [4]. MD yapılarının saçaklarının artması fraktal boyut değerini arttırmakta olduğu gözlenmiştir.

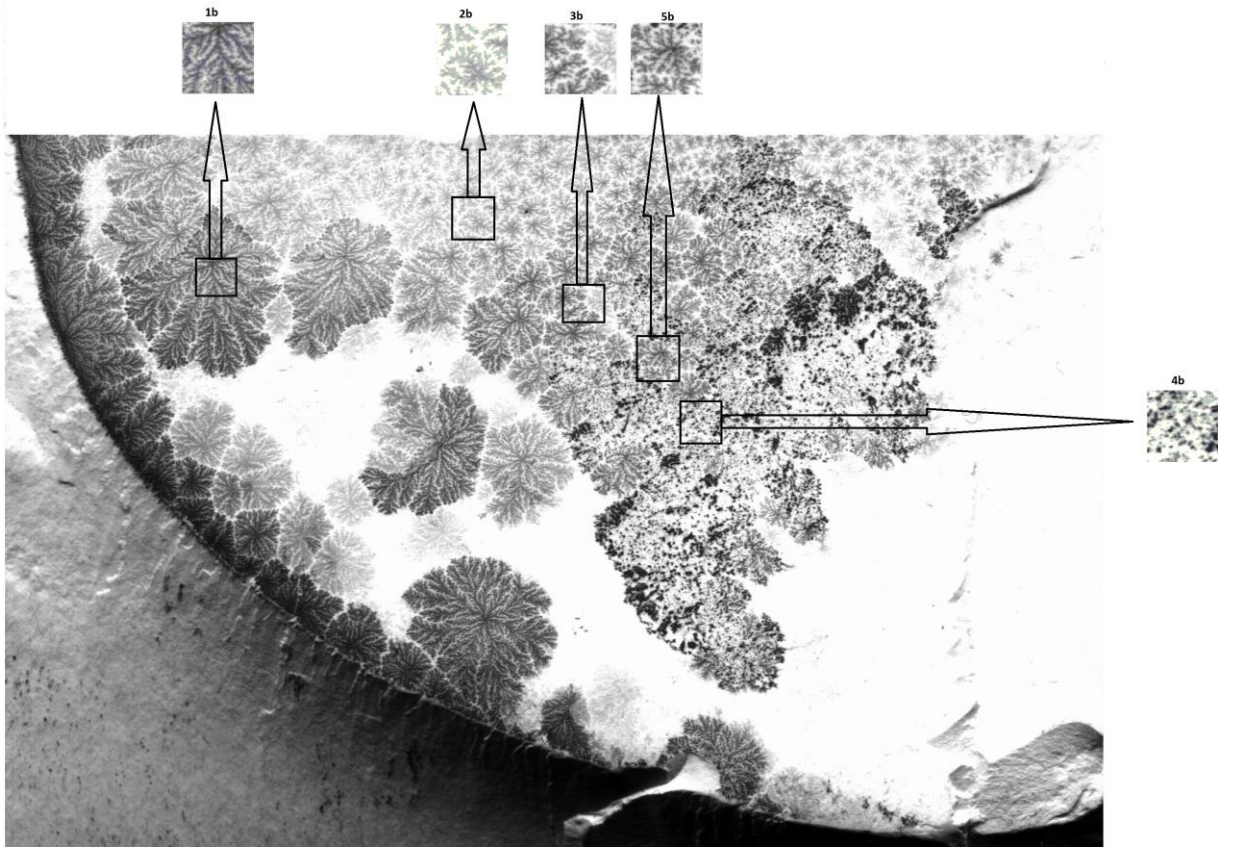


Şekil 4.8: Beş farklı kaplama oranlı MD li manyezit cevheri yüzeyinden alınan bölgelere ait, In lacunarity $\ln(\Lambda)$ değerinin, In kutu büyüklüğü $\ln(r)$ ye bağlı değişimi.

Veri dağılımlarını belirleyen en küçük kareler yöntemi ile hesaplanan eğim değeri sistemi tanımlayabilen kritik üs değeridir.

Ölçekleme teorisine göre kendine benzer yapılarda kritik üs jeomorfolojik olarak öbeklenmenin bir ölçüsüdür. Hesaplanan κ kritik üs değerleri Tablo 4.2' de verilmiştir.

Şekil 4.1(b) deki gösterilen MD 100 piksellik Şekil 4.9 da gösterildiği gibi 5 parçada incelendi.

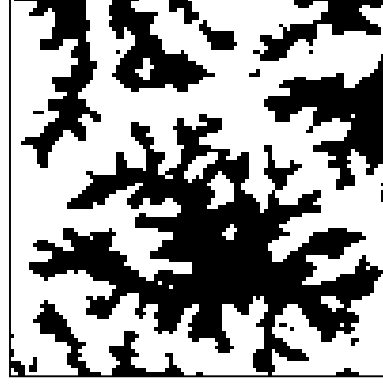


Şekil 4.9: Lacunarity değerlerinin Λ , kutu sayısı büyüklüğü r ye bağlı değerini hesaplamak için kullanılan Şekil 4.1(b) 'den alınan bölgeler.

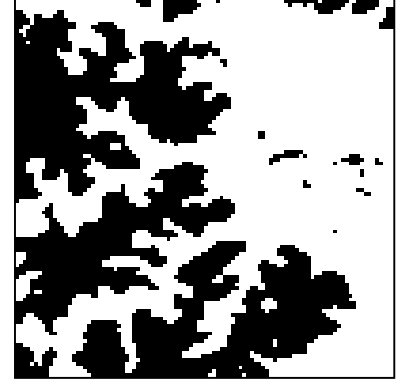
Şekil 4.1(b) görüntü itibari ile Şekil 4.1(a)'dan farklıdır. Bu yüzey üzerindeki MD desenlerinin istatistiksel parametrelerini hesaplamak için farklı kaplama oranlı beş farklı bölge seçilmektedir. Seçilen bu bölgeler Şekil 4.9 da ve her biri Şekil 4.10 (1b), (2b), (3b), (4b) ve (5b) olarak gösterilmiştir. Şekil 4.11 de lacunarity değerinin kutu boyutuna karşı değişimi gösterilmiştir. Şekil 4.12 de lacunarity değerinin kutu boyutuna karşı değişimini tanımlayabilen matematiksel model eğrisi $P = 0,282$ değerli Şekil 4.11 (a) örnek için verilmektedir. Şekil 4.13 de ise lacunarity değerinin kutu boyutuna bağlı değişiminin doğal logaritmaları alınarak en küçük kareler yöntemi ile lacunarity indeksine ait A ve κ değerleri hesaplanmıştır. Söz konusu parametreler Tablo 4.3 de gösterilmiştir.



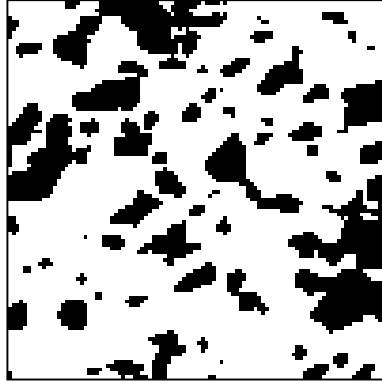
1b



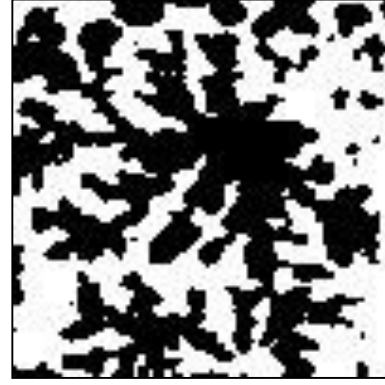
2b



3b



4b



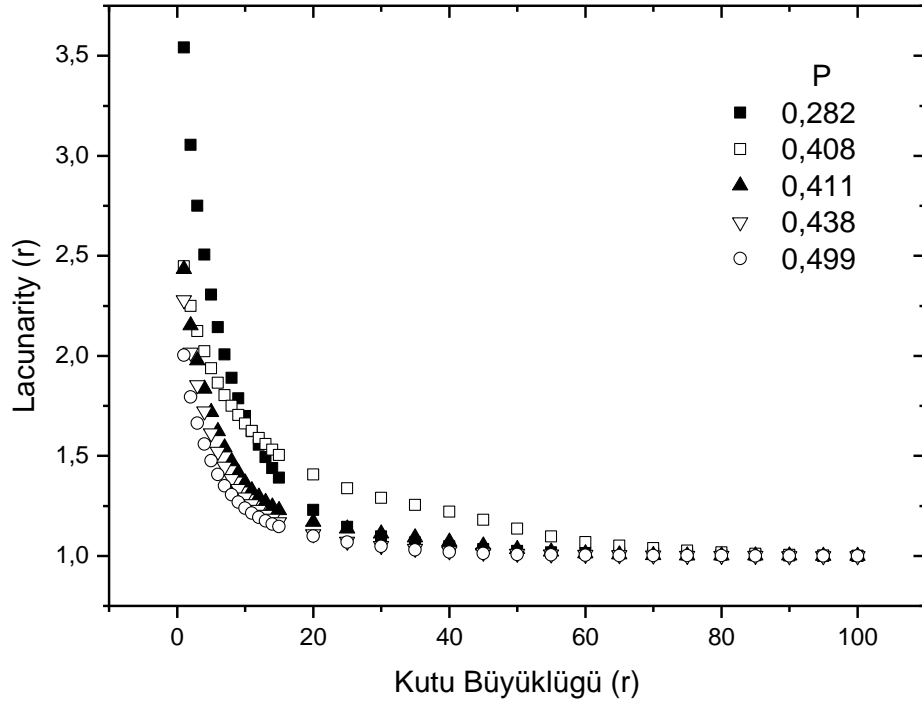
5b

Şekil 4.10: Şekil 4.1 (b)'den farklı kaplama oranlı MD desenlerinin görüntüleri.

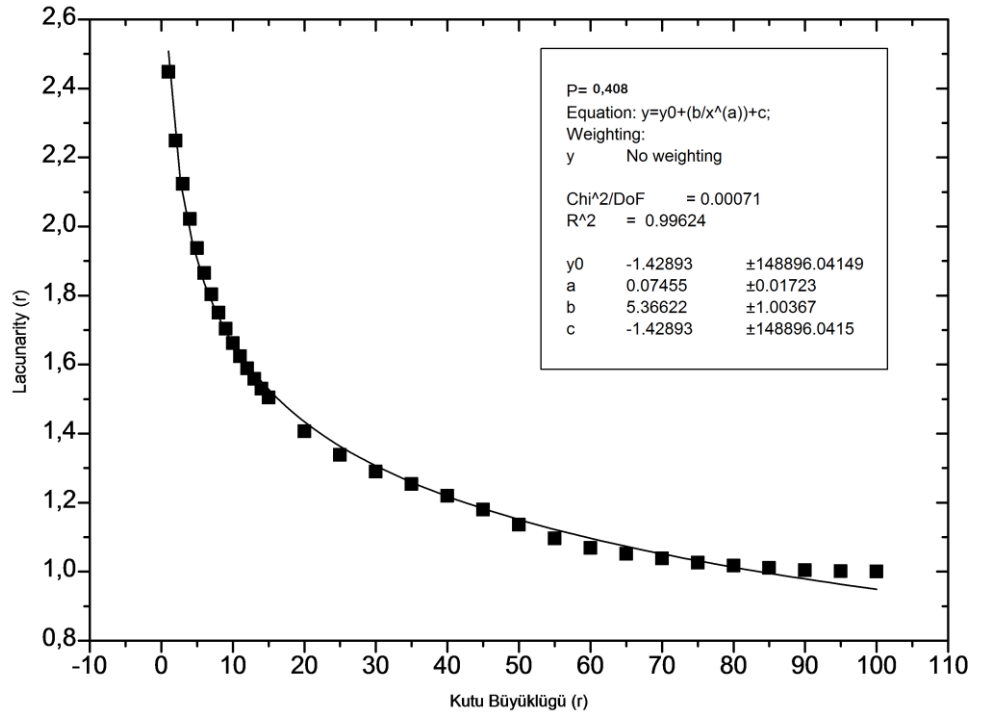
Şekil 4.1(b) den alınan beş farklı kaplama oranlı MD görüntülerine ait hesaplanan değerler. Tablo 4. 3'de gösterilen kaplama oranları farklı beş bölgelere ait hesaplanan fraktallar boyut, lacunarity $\Lambda(r_{min})$, $\Lambda(r_{max})$, model parametreleri α, β, γ lacunarity indeksi A ve κ ve regresyon sabit r değerleri gösterilmiştir. Tablo 4. 3 incelendiğinde κ değeri seçilen bölgeler için 0,312 ile 0,216 arasında değer almaktadır. Buna göre seçilen bölgelerin her birinde öbekleşme farklılık göstermektedir. Hesaplanan regresyon sabiti ise $0,939 \leq R \leq 0,948$ arasında değeri alır.

Tablo 4.3: Şekil 4.1(b)'den alınan beş farklı kaplama oranlı MD görüntülerine ait hesaplanan değerler.

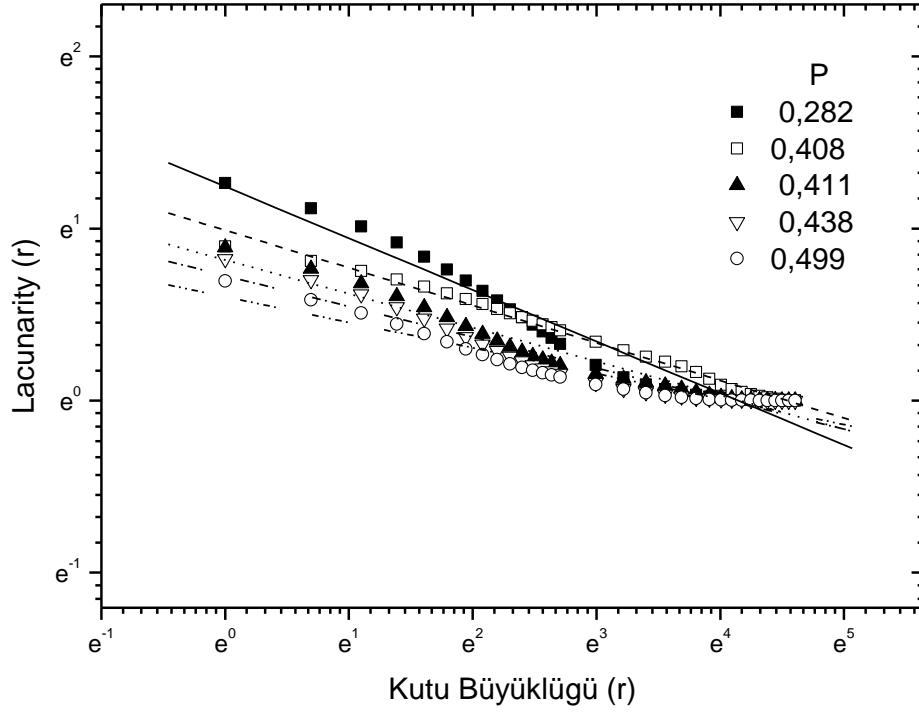
Örnekler	Fraktal Boyut (D)	Kaplama Oranı (P)	Lacunarit y $\wedge(r_{min}=1)$	Lacunarity $\wedge(r_{max}=100)$	Model parametreleri			Regresyon sabiti (R)	Lacunarity indeksi		
					α^*	β^*	γ^*		A	(κ)	R
1b	1,497	0,282	3,541	1,000	0,378	3,484	0,134	0,976	1,243 \pm 0,040	0,300 \pm 0,012	0,977
2b	1,681	0,408	2,447	1,000	0,074	5,366	1,428	0,996	0,981 \pm 0,116	0,218 \pm 0,004	0,996
3b	1,699	0,411	2,432	1,000	0,396	1,898	0,320	0,975	0,818 \pm 0,027	0,196 \pm 0,008	0,975
4b	1,610	0,438	2,278	1,000	0,443	1,653	0,365	0,960	0,726 \pm 0,031	0,179 \pm 0,009	0,961
5b	1,705	0,499	2,003	1,000	0,433	1,297	0,390	0,962	0,603 \pm 0,025	0,148 \pm 0,008	0,962



Şekil 4.11: Şekil 4.10 da gösterilen birinci bölgeye ait lacunarity değerlerinin kutu büyüklüğüne bağlı değişimi. Matematiksel hiperbolik değişim modeline ait en küçük kareler yöntemi ile hesaplama sonucu, üzerinde çizgi grafiği.



Şekil 4.12: Beş farklı kaplama oranlı MD yüzeyinden alınan bölgelere ait, lacunarity değerinin, kutu büyüklüğü r ye bağlı değişimi.



Şekil 4.13: Beş farklı kaplama oranlı MD' li manyezit cevheri yüzeyinden alınan bölgelere ait, \ln lacunarity $\ln(\Lambda)$ değerinin, kutu büyüklüğü $\ln(r)$ ye bağlı değişimi.

Tipik en küçük kareler yöntemi kullanılarak hesaplanan matematiksel model parametre değerleri Şekil 4.12 üzerinde ayrıca verilmiştir.

Şekil 4.1(b)' den alınan beş farklı örnekler için fraktal boyut değerleri 1,479 ile 1,705 değerleri arasında değişmektedir. Ortalama değeri 1,625 dir. Manyezit cevheri yüzeyinde bulunan MD yapıları için fraktal boyut değerleri 1,626 ile 1,880 aralığında değiştiği rapor edilmiştir[6, 8, 11, 13, 18]. Ayrıca benzer yapılardan kireçtaşındaki için 1,780 ile quartz yapılar üzerinde bulunan yapılar için 1,51 değerleri hesaplanmıştır [4]. MD yapılarının saçaklarının artması fraktal boyut değerini arttırmakta olduğu gözlenmiştir.

Lacunarity indeks değerlerine göre Şekil 4.1 (b) dan rasgele seçilen örneklerden (1b), (2b) ve (4b) nispeten orta seviyeli, (3b) ve (5b) düşük seviyeli öbikleşme göstermektedir.

Manyezit cevheri yüzeyinde bulunan MD görüntüleri üzerinde incelenen bölgelerin kutu büyüklüğüne göre için lacunarity değerinin hesaplanmasına ek olarak ve öteleme heterojenliği değişimini (ÖHD) belirlemek mümkündür. Bu amacı gerçekleştirmek için ölçekleme işlemlerinde uygun en büyük kutu büyüklüğüne ihtiyaç duyulur. Mevcut ölçekte heterojen MD desenlerinin hiyerarşik yapısını ve karmaşık uzaysal geçişli desenleri analiz etmek için alınabilecek kutu büyüklüğü ya da tek ölçek yoktur. Bu yüzden heterojenliği küçük ölçekte bilgisi ve lacunarity çözümünde düzenlenmiş istatistik bilgilerden yararlanır. Çok büyük kutu ile çok küçük kutu arasındaki ilişkilerin karşılaştırması, belirlenmesi ve birleştirilmesine ihtiyaç duyulur.

Buna göre MD desenlerini net olarak tanımlamak için ayarlanmış maksimum kutu büyüklüğü 100x100 piksel yaklaşık en uygun değer büyüklük olabilir. Ayrıca $\ln A - \ln r$ lacunarity eğrisinde, kutu büyüklüğü r eğrisini belirleyen x-eksene maksimum yaklaştığı konum değerini tanımlayan noktalara göre bir uzunluk ölçeği incelenen yüzeyin homojenliği tanımlamak için kullanışlı olabilir. Bu değer sistemin öteleme değişmezliğini gösterir.

Bir sistemde öteleme değişmezliğini belirlemek için birinci adımda, lacunarity değeri üzerinde yaklaşık doğrusal (quasi-linear) üç ardışık noktaları belirlenir. Eğer lacunarity doğru üzerinde rasgele deneyerek sıralı seçilen noktaların seçim koşulu; regresyon sabiti $r = 1$ değerli doğrusal değerlere karşılık gelen sabit kutu boyut büyükleridir. Genel istatistiksel yaklaşım ile regresyon sabiti değeri $0 < r \leq 1$ arasında değer alır ve doğrusallığın ölçüsünü belirler [55]. Kutu boyutuna göre artan uzunluk ölçeğinde doğrusallığı temsil eden regresyon sabiti r değerli noktalar seçilir. Bu noktalar farklı kutu büyüklüğünün varyasyonları ve maksimum doğrusallığı karşılamalıdır. Bunu için bazı örneklerin binde birler ya da on binde birler basamağındaki değerlerde uygun değişim yapılabilir.

MD desenlerini tanımlayabilen eşik ve kritik kutu büyüklüklerinden sonra sistemler ölçekten bağımsız ve kendine benzer (self-similar) özellikler gösterir. Böylece lacunarity değerine ek olarak lacunarity ve kutu büyüklükleri kullanılarak alınarak yeni bir kavram olarak ötelemeli homojenlik indeksi (ÖHİ) tanımlanabilir. Buna göre ÖHİ;

$$\text{ÖHİ}(r) = \exp \left[\ln(r_{\min}) - \frac{\ln(\Lambda(r_{\min})) \cdot [\ln(r_{\max}) - \ln(r_{\min})]}{[\ln(\Lambda(r_{\max})) - \ln(\Lambda(r_{\min}))]} \right] \quad (4.9)$$

bağlantısı ile hesaplanabilir. Burada r_{\max} ve r_{\min} lacunarity eğrisindeki yaklaşık doğrusallığı gösteren ardışık kutu büyüklük değerleridir. ÖHİ, lacunarity eğrisinin doğrusal bölümünde ekstra çiziminde kutu büyüklüğünü gösteren x- eksenine en yakın noktalar. ÖHİ, MD desenlerinin homojenliği ve dokudaki öteleme değişmezliği olan değeri bir referans veren manyezit cevheri yüzeyindeki MD desenlerinin büyüklüğüne bağlı uzunluk ölçөгüdür. İncelenen sistemde öteleme heterojenliği, lacunarity değeri bir kritik değere ulaştığında kutu pozisyonundan bağımsızdır.

Tablo 4.4: MD yapılarının doluluk oranlarına göre Öteleme Homojenlik İndeksi (ÖHİ) değerleri.

	P	r_{\min}	r_{\max}	Lacunarity r_{\min}	Lacunarity r_{\max}	ÖHİ
Şekil 4.1(a)	0,231	26	28	1,318	1,292	15,558
	0,273	32	34	1,179	1,167	23,612
	0,353	45	47	1,057	1,049	39,502
	0,361	64	66	1,008	1,008	215,775
	0,364	70	72	1,005	1,004	215,239
Şekil 4.1(b)	0,282	40	42	1,047	1,041	33,968
	0,408	23	25	1,212	1,196	22,720
	0,411	31	33	1,107	1,098	31,966
	0,438	48	50	1,013	1,012	94,629
	0,499	56	58	1,003	1,003	189,134

Kutu büyüklüğü kritik formata ulaştığı uzaysal değeri hesaplamak için Denklem 4. 9 kullanılarak ÖHİ değerleri hesaplanıp Tablo 4.4 de sunuldu. Tablo 4.4 değerler incelendiğinde her bir örnekte kutu büyüklüğü için ÖHİ değeri değişmektedir. MD desenlerinin dağılımı, öbeklenmesi ve tanecik sayısı ile orantılı olan kaplama oranı değerinin değişimi ÖHİ etkilediği gözlenmektedir. Buna göre Şekil 4.1 (a) den seçilen rasgele beş farklı numune için ÖHİ değeri 15,558 ile 215,239 pixel, Şekil 4.1(b) den seçilen örnekler için ise 22,721 ile 189,134 piksel aralığında değişim göstermektedir.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Hidrotermal sedimantasyon kayaçlardan manyezit cevheri yüzeyi ve çatlaklarda biriken mangan depozitlerinin yapısı fraktal geometrisi ölçekleme yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Mangan depozitlerinin oluşumu ve yapısı jeomorfolojik açıdan (a) volkanik kayaç oluşumu ile eş yaşlı gözenekler (birincil gözeneklilik) içinde, (b) kayaç oluşumundan sonra kazanılmış kırık ve çatlaklara bağlı gözenekler (ikincil gözeneklilik) içinde ve (c) iki farklı kayaç yüzeyi arasında/üzerinde gelişen boşluk dolguları olarak tanımlanabilir.

Manyezit cevheri yüzeyindeki boşluklar, daha sonra meydana gelebilecek sedimantasyonla doldurulabileceği gibi hidro termal evrenin son evresine ait çok düşük sıcaklıklı mangan içeren çözeltiler tarafında da doldurulabilir. Bu çalışmada verilen görsel materyallerde mangan içeren çözeltilere ait boşluk dolguları ve sıvamaları (birikintiler) net olarak gözlenmiştir. Doğal olarak depozitlerin yüzey şekli ve geometrileri sedimantasyon akışkanın hareket ettiği ve çökelim (birikinti) yaptığı bu gözenekler (boşluklar) tarafından kontrol edilmektedir. Bir boşluk içerisinde çözünmüş madde taşıyan bir hidrotermal akışkanın içindeki iyonların zaman içinde azalan sıcaklığa bağlı olarak kristalleşme veya çökelim sürecine dayanması ile oluşabilir. Bu tür işlemler sonucu oluşan hidrotermal oluşumlar boşluk dolguları (open space filling textures) olarak maden yatacılar tarafından da araştırılmaktadır. Özellikle epitermal sistemlerde kullanılan en basit ve etkin arama ve tanımlama kılavuzlarındandır. Ayrıca volkanik kayaçlar içinde gözlenen gaz boşlukları çoğu durumda birbiri ile bağlantılı değildir. Bu durumda kayacın yüzey kesiminde akışkanlar ile temas eden boşluklarında birikintiler oluşurken, akışkanlarla temas etmeyen kesimlerindeki boşluklar doldurulamayacaktır. Dolayısıyla birikintilerin net geometrisi aslında boşlukların geometrisi yanında kayaçların geçirgenliği, sistemde bulunan akışkan miktarı ve akışkan tarafından taşınan çözünmüş madde miktarı ile de alakalı olmalıdır. Örneğin 3 cm³ hacimli küp ve çok düzensiz şekilli bir boşluk ile 1 mg/cm³ çözünmüş madde içeren 1 cm³ değerinde akışkan olduğu varsayılın. Bu durumda mevcut bulunan ve akışkan tarafından taşınan çözünmüş madde boşluğu tamamen dolduramayacağı için çökelim sonucu oluşacak birikintinin geometrisi

akışkanın hareketi sırasında en azından azalan sıcaklığa bağlı olarak çökmenin boşluğun neresinde ve hangi yüzeyinde gerçekleştiği ile kontrol edilebilir. Dolayısı ile mangan sıvamalarını yapısı boşlukların geometrisi ile orantılıdır.

Bu çalışmada iki farklı manyezit cevheri yüzeyi ve çatlaklarında oluşan doğal mangan depozit görüntülerinden farklı kaplama oranına göre beşer kapalı kare örgü alınarak kutu sayma algoritmasıyla fraktal boyut, kayan kutu algoritmasıyla lacunarity değerleri hesaplandı. Fraktal boyut değerleri daha önce yapılan çalışmalar ile uyumlu olduğu görüldü. Lacunarity değerleri kutu boyut değeri ile azalmakta ve hiperbolik bir değişim gösterdi. Bundan dolayı lacunarity değerinin kutu boyutuna göre değişimi bir matematiksel model ile lineer olmayan regresyon kullanılarak tanımlanabildi. Görüntülerde öteleme heterojenlik indeks değerleri sunulan örnekler için hesaplandı. Kaplama oranını arması ve mangan depozitlerinin yüzey ve çatlaklarda öbekenmesi desende daha dağınık bir yapı oluşturduğu gözlemlendi.

Buna göre lacunarity için kullanılan Şekil 4.1 (a) dan rasgele seçilen örneklerden (1a), (2a), (3a) ve (5a) yoğun öbekenmiş yapı özelliği gösterirken (4a) orta seviyeli öbekenmiş özellik göstermektedir. Lacunarity indeks değerlerine göre Şekil 4.1 (b) dan rasgele seçilen örneklerden (1b), (2b) ve (4b) nispeten orta seviyeli, (3b) ve (5b) düşük seviyeli öbekenme göstermektedir.

Bu çalışma hem nano ölçekte deneysel üretilen depozit yüzeylerini hem de jeomorfolojik diğer farklı numune yüzeylerdeki depozit ve gözenekleri tanımlamada yardımcı olabilir. Ayrıca mangan depozitleri yapısını açıklamak için genel katılma teorileri ile ilişkisi araştırılabilir.

6. KAYNAKLAR

- [1] Barbarsi, A. L., Stanley, H.E., *Fractal concepts in surface growth*, Cambridge University Press, Cambridge, (1995).
- [2] Vicsek, T., *Fractal growth phenomena*, Word Scientific, Singapore, (1992).
- [3] Potter, R. M., Rossman, G. R., “Mineralogy of manganese dendrites and coatings”, *American Mineralogist*, 64, 1291-1226, (1979).
- [4] Thamfatt, T. F., Teh, G.H, “Fractal and shape analyses of manganese dendrites on vein quartz”, *Geological Society of Malaysia Bulletin*, 55, 73-79, (2009).
- [5] Xu, H., Chen, T., Konishi, H., “HRTEM investigation of trilling todorokite and nano-phase Mn- Oxides in manganese dendrites”, *American Mineralogist*, 95, 556-562, (2010).
- [6] Bayirli, M. and Ozbey, T., “Numerical approaches about the morphological description parameters for the manganese deposits on the magnesite ore surface”, *Z. Naturforsch*, 68, 405–411, (2013).
- [7] Schlueter, E. M., Zimmerman, R. W., Witherspoon P. A., “Cook N.G.W. The fractal dimension of pores in sedimentary rocks and its influence on permeability”, *Engineering Geology*, 48, 199-215, (1997).
- [8] Garcia-Ruiz, J., Otalora, F., Sanches-Navas, A., Higes-Rolando, F. J., “The formation of manganese dendrites as the mineral record of flow structures”, *Z. Naturforsch*, 78a, 307-318, (1994).
- [9] Mandelbrot B. B., Van Ness J. W., “Fractional brownian motions, fractional noises and applications”, *SIAM Review*, 10, 422, (1968).
- [10] Mandelbrot, B. B., Wallis, J. R., “Some long-run properties of geophysical records”, *Water Resour. Res.*, 5, 321-340, (1969).

- [11] Chopard, H., Herrmann, H. J., Vicsek, T., “Structure and growth mechanism of mineral dendrites”, *Nature*, 353, (1991).
- [12] Fowler, A. D., Roach, D. E., “A model and simulation of branching mineral growth from cooling contacts and glasses”, *Mineralogical Magazine*, 60, 595-601, (1996).
- [13] Bayirli, M., “Numeric approaches of cluster statistics for stochastic manganese deposits”, *Naturforsch*, 69, 581-588, (2014).
- [14] Allain, C., Coloite, M., “Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets”, *Physical Review A*, 44, 3552-3558, (1991).
- [15] Witten, T. A., Sander, L. M., “Diffusion limited aggregation”, *Phys. Rev. B.*, 5686, (1983).
- [16] Bayirli, M., “The geometrical approach of the manganese compound deposition on the surface of manganite ore”, *Physica A*, 353, 1-8, (2005).
- [17] Bayirli, M., Kockar, H., “A numeric application using diffusion limited aggregation model for the manganese dendrites”, *Zeitschrift for Naturforschung Section A-A Journal of Physical Sciences*, 6510, 777-780, (2010).
- [18] Merdan, Z., Bayirli, M., “Computation of the fractal pattern in manganese dendrites”, *Chinese Physics Letters*, 22, 2112, (2005).
- [19] Taylor, H. M. S., Karlin, S., *An introduction to stochastic modeling*, Academic Press, California, USA, (1988).
- [20] Mandelbrot, B. B., *The fractal geometry of nature*, San Francisco, CA, Freeman, (1983).
- [21] Gefen, Y., Meir, Y., Aharony, A., “Geometric implementation of hypercubic lattices with noninteger dimensionation by use of low lacunarity fractal lattices”, *Physical Review Letters*, 50, 145-148, (1983).
- [22] Roy, A., Perfect, E., Dunne, W. M., Odling N., Kim J. W., “Lacunarity analysis of fracture networks: Evidence for scale-dependent clustering”, *Journal of structural Geology*, 32, 1444-1449, (2010).

- [23] Butson, C. R., King, D. J., “Lacunarity analysis to determine optimum extents for sample-based spatial information extraction from high-resolution forest imagery”, *International journal of Remote Sensing*, 27, 105-120, (2006).
- [24] Plotnick, R., Gardner, R. H., O’Neill R. V., “Lacunarity indices as measures of landscape texture”, *Landscape Ecology*, 8, 201-211, (1993).
- [25] Wan, L., Xie, D., Hu, X., “Study of local mineralized intensity using rescaled range analysis and lacunarity analysis”, *Engineering Science and Technology Review*, 6, 105-109, (2013).
- [26] Schneider, C. A., Rasband, W. S., Eliceiri, K. W., “NIH Image to ImageJ 25 years of image analysis”, *Nature Methods*, 9, 671-675, (2012).
- [27] Malhi, Y., and Román-Cuesta, R. M., "Analysis of lacunarity and scales of spatial homogeneity in IKONOS images of Amazonian Tropical Forest canopies". *Remote Sensing of Environment*, 112, 2074–2087, (2008).
- [28] Kepler, J., *Nive Sexangula godfrey Tampach*, Frankfurtham Main, (2000).
- [29] Langer, J. S., “Instability and pattern formation in crystal growth”, *Rev. Mod. Phys.*, 52, (1980).
- [30] Eden, M., *In proceedings of the fourth berkeley, symposium on magnatical statics and probability*, University of California Press, Berkeley, (1999).
- [31] Witten, T. A., Sender, L. M., “Diffusion limited aggregation”, *Phys. Rev. B.*, 52, 5686, (1983).
- [30] Halsey T. C., “Diffusion limited aggregation as branched growth”, *Phys. Rev. B.*, 72, 1228, (1994).
- [31] Chopard, H., Herrmann, H. J., Vicsec, T., “Structure and growth mechanism of mineral dendrites”, *Nature*, 353, (1991).
- [32] Garcia-Ruiz, J., Otalora, F., Sanches-Navas, A., Higes-Rolando, F. J., *The formation of mangane dendrites as the mineral record of flow structures*, Newyork, Academic Press, 307, (1994).

- [33] Lopez Salvas, M. Q., Saues, F., Claret, J., Bassas, J., “Fingering instability in thin-layer electrodeposition: general trends and morphological transitions”, *Journal of Electro analytical Chemistry*, 421, 205-212, (1997).
- [34] Mansur Filho, J. C., Silva, A. G., Carvalho, A. T. G., Martins, M. L., “Electro crystallization under magnetic fields: experiment and model”, *Physica A*, 350, 393-406, (2005).
- [35] Gurin, V. S., Poroshkov, V. P., “Off-lattice simulation of the fractal growth with attractive radial drift and mobility, nonlinear phenomena in complex systems”, *Physico-Chemical Research Institute*, 3, 87-92, (2000).
- [36] Meakin, P., “Diffusion-Controlled cluster formation in 2-6 dimension space”, *Physical Review Letters*, 52(12), 1033-1036, (1983).
- [37] Ferreira, S. C., Alves, S. G., Faissal Brito, A., Moreira, J. G., “Morphological transition between diffusion-limited and ballistic aggregation growth patterns”, *Phys. Rev. E*, 156-158, (2006).
- [38] Xiao Jun Xu, Ping Gen Cai, Quan Lee Ye, A.Gen Xia, Gao Xiang Ye, “Effects of long range magnetic interactions on dla aggregation” , *Phys. Lett.A*, 338, 1-7, (2005).
- [39] Marr, D., *Vision*, Freeman, Aldine Press, San Francisco, (1982).
- [40] Hu, M. K., “Visual Pattern Recognition by Moment Invariants,” *IRE Transactions on Information Theory*, 8, 179-187, (1962).
- [41] Voorhees, H. and Poggio T., “Detecting textons and texture boundaries in natural images,” *In Proceedings of the First International Conference on Computer Vision*, 59, 250-258, London, (1987).
- [42] Blostein, D. and Ahuja N., “Shape from texture: integrating texture-element extraction and surface estimation,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11, 1233-1251, (1989).
- [43] Zucker, S. W., “Toward a model of texture,” *Computer Graphics and Image Processing*, 5, 190-202, (1976).

- [44] Fu, K. S., *Syntactic pattern recognition and applications*, Prentice-Hall, New Jersey, (1982).
- [45] Cross, G. C. and Jain, A. K., "Markov random field texture models," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-5, 25-39, (1983).
- [46] Chellappa, R. and Chatterjee, S. "Classification of textures using gaussian markov random fields," *IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, ASSP-33, 959-963, (1985).
- [47] Khotanzad, A. and Kashyap, R., "Feature selection for texture recognition based on image synthesis," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 17, 1087-1095, (1987).
- [48] Cohen, F. S. and Cooper, D. B., "Simple parallel hierarchical and relaxation algorithms for segmenting no causal markovian random fields," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-9, 195-219, (1987).
- [49] Therrien, C. W., "An estimation-theoretic approach to terrain image segmentation," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 22, 313-326, (1983).
- [50] Geman, S. and Geman D., "Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6, 721-741, (1984).
- [51] Besag, J., "Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems," *Journal of Royal Statistical Society*, B-36, 344-348, (1974).
- [52] Derin, H. and Elliott, H., "Modeling and segmentation of noisy and textured images using Gibbs random fields," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-9, 39-55, (1987).
- [53] Tuceryan, M. and Jain, A. K., "Texture segmentation using voronoi polygons," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, PAMI-12, 211-216, (1990).

- [54] Voronoi, G., “Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques. Deuxième mémoire: recherches sur les paralléloèdres primitifs,” *J. Reine Angew. Math.*, 134, 198-287, (1908).
- [55] Tomita, Fumiaki and Tsuji, S., *Computer analysis of visual textures*, Kluwer Academic Publishers, Boston, (1990).
- [56] Beyazit M., Oğuz E. B. Y., *Mühendisler için istatistik*, Birsen Yayın Evi, İstanbul (2013).
- [57] Lin, B., and Yang, Z. R., “A suggested lacunarity expression for sierpinski carpets”, *Journal Physics A: Mathematical and General* 19, L49-L52, (1986).

EKLER

3. EKLER

EK-1

BİLGİSAYARIN ÖZELLİKLERİ

Üretici: LENOVO

Model: LENOVO G 500

İşlemci: 3. nesil Intel® Core™ i3-3120M

Bellek (RAM): 4 GB

Sistem Türü: 32 bit İşletim Sistemi

Ekran Kartı: ATI Mobility Radeon HD 4530 Serisi

Windows sürümü: Windows 8.1

EK-2

SÖZLÜK

Pixel	Ekrandaki bir nokta; en küçük çizim parçası
Simulation	Simülasyon, taklit, benzetim
Azoic	Cansız
Non-azoic	Canlı
Polar	Kutuplu
Percolation	Süzülme, sızma, perkolasyon
Monte Carlo Method	Olayları ihtimaliyet temeline göre inceleme yöntemi
Colony	Aynı türden canlılar topluluğu, koloni
Peak	Tepe, zirve
Self-similarity	Kendine benzerlik
Brownian motion	Brown hareketi, mikroskobik bir tanecigin rasgele hareketi
Lattice	Örgü
Square lattice	Kare gözlü örgü
Manganese dendrite	Mangan dendriti, mangan çiçeği, mangan kümesi
Interface	Ara yüzey
Boundary	Sınır
Latent heat	Bir maddenin 1(bir) gramının sıcaklığı değişmeden hal değiştirmesi için gerekli ısı miktarı
Diffusion	Yayılma, difüzyon
Order parameter	Düzen parametresi
Melt	Eriyik
Solution	Çözelti
Curvature	Eğrilik
Instability	Kararsızlık
Under cooling	Asırı soğuma
Super saturation	Asırı doyma
Ensemble	Aynı türden sistemler topluluğu x
Particle	Tanecik, parçacık
Fractal dimension	Fraktal boyut, Hausdorff boyutu, topolojik boyut
Dilute	Seyrek, seyreltik, seyreltilmiş
Dilation	Genileme, açılma, sisme
Ramification	Dallanma, çatallanma, kollara ayrılma
Scale	Ölçek
Rescale	Yeniden ölçeklemek
Scale-invariance	Ölçek ile degismezlik
Stability	Kararlılık
Self-organization	Kendiliginden düzene girme
Discrete variable	Sonlu sayıda deger (kesikli deger) alabilen degisken
Dendrite	Çalı, yosun, ağaç görünümlü küme
Dendrite Structure	Dallı yapı
Surface tension	Dallanarak büyüme
Front	Çephe
Solidification	Katılma
Quantitative	Nitelikçe, nitelik bakımından
Self-reproduction	Miktarca, miktar bakımından