

**T.C.**  
**BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ**  
**ANABİLİM DALI**  
**MATEMATİK EĞİTİMİ**



**FONKSİYONLAR KONUSUNUN ÇOKLU TEMSİLLER İLE**  
**ÖĞRETİMİNİN ÖĞRENCİ BAŞARISINA ETKİSİNİN**  
**İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS**

**CİHAN CAN**

**BALIKESİR, HAZİRAN-2014**

**T.C.**  
**BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ**  
**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**  
**ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ**  
**ANABİLİM DALI**  
**MATEMATİK EĞİTİMİ**



**FONKSİYONLAR KONUSUNUN ÇOKLU TEMSİLLER İLE**  
**ÖĞRETİMİNİN ÖĞRENCİ BAŞARISINA ETKİSİNİN**  
**İNCELENMESİ**

**YÜKSEK LİSANS**

**CİHAN CAN**

**BALIKESİR, HAZİRAN-2014**

## KABUL VE ONAY SAYFASI

Cihan CAN tarafından hazırlanan "FONKSİYONLAR KONUSUNUN ÇOKLU TEMSİLLER İLE ÖĞRETİMİNİN ÖĞRENCİ BAŞARISINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ" adlı tez çalışmasının savunma sınavı 06.06.2014 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen jüri tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Danışman  
Yrd. Doç. Dr. Gözde AKYÜZ

Üye  
Doç. Dr. Hülya GÜR

Üye  
Yrd. Doç. Dr. Devrim ÜZEL

  
.....  
  
.....  
  
.....

Jüri üyeleri tarafından kabul edilmiş olan bu tez BAÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulunca onanmıştır.

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Prof. Dr. Cihan ÖZGÜR

.....

## ÖZET

### FONKSİYONLAR KONUSUNUN ÇOKLU TEMSİLLER İLE ÖĞRETİMİNİN ÖĞRENCİ BAŞARISINA ETKİSİNİN İNCELENMESİ YÜKSEK LİSANS TEZİ

CİHAN CAN

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ  
ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ

(TEZ DANIŞMANI: YRD. DOÇ. DR. GÖZDE AKYÜZ)

BALIKESİR, HAZİRAN - 2014

Bu çalışmanın amacı çoklu temsiller aracılığıyla fonksiyon öğretiminin öğrenci başarısına etkisinin incelenmesidir.

Araştırmanın çalışma grubunu 2013-2014 öğretim yılında Batı Marmara Bölgesi'nde bir lisede öğrenim gören 55 9. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmada gruplara deney ve kontrol grubu olarak seçilen sınıflara öğrenciler rastgele dağıtılamadığı için yarı deneysel model seçilmiştir. Analiz için veriler araştırmacı tarafından geliştirilen Fonksiyonlar Başarı Testi'nden elde edilmiştir. Buradan elde edilen veriler nicel ve nitel olarak analiz edilmiştir. Verilerin nicel analizinden son testten öğrencilerin aldıkları toplam puanlar, nitel analizde öğrencilerin cevap kağıtlarının doküman incelemesi yapılmıştır.

Öğrencilerin son teste ait toplam puanları Mann Whitney U-testi ile analiz edilmiştir. Analiz sonucunda deney grubundaki öğrenciler ile kontrol grubundaki öğrencilerin toplam puanları arasında deney grubu lehine anlamlı fark olduğu bulunmuştur,  $U= 161.500$ ,  $p<.05$ . Doküman incelemesi sonucunda ise deney grubundaki öğrencilerin fonksiyon kavramalarının, fonksiyonu değişik temsilleriyle birlikte kullanabilme becerilerinin, kontrol grubundaki öğrencilere göre daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca deney grubundaki öğrencilerin kendilerine verilen ilişkilendirmeyi grafiklerle gösterme ve fonksiyon notasyonunu başarıyla kullanmada kontrol grubu öğrencilerine göre daha başarılı oldukları söylenebilir.

**ANAHTAR KELİMELER:** Çoklu temsiller, fonksiyon, kavramsal öğrenme, kavram görüntüsü

## **ABSTRACT**

### **THE EFFECT OF USING MULTIPLE REPRESENTATIONS FOR TEACHING FUNCTIONS**

**MSC THESIS**

**CIHAN CAN**

**BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE**

**SECONDARY SCIENCE AND MATHEMATICS EDUCATION**

**MATHEMATICS EDUCATION**

**(SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. GOZDE AKYUZ )**

**BALIKESİR, JUNE 2014**

The aim of this study is to determine the effect of using multiple representations for teaching functions on students' achievement.

The study conducted with 55 9<sup>th</sup> graders of a high school in West Marmara Region in 2013-2014 academic year. Since control and experimental groups were not randomly selected, quasi experimental method is used in this study. Data for analysis was gathered from the test Functions Achievement Test, prepared by the researcher. This data was analyzed both qualitatively and quantitatively. In quantitative analysis, students' total score from the post test was used; in qualitative analysis, students' exam papers were used for document analysis.

Students' scores from post test were analyzed with Mann Whitney U-test. According to the results, there was significant difference between the total scores of control and experimental groups, favoring the experimental group,  $U= 161.500$ ,  $p< .05$ . According to the results of document analysis, students in experimental group were found to be better in conceptualization of function, illustrating a function with different representations than students in control group. In addition, it can be said that students in the experimental group were more successful than the students in control group in representing a relation in graphical form and using function notation.

**KEYWORDS:** Multiple representations, function, conceptual learning, concept image

# İÇİNDEKİLER

## Sayfa

<b>ÖZET.....</b>	<b>i</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>ii</b>
<b>İÇİNDEKİLER .....</b>	<b>iii</b>
<b>ŞEKİL LİSTESİ.....</b>	<b>iv</b>
<b>TABLO LİSTESİ.....</b>	<b>v</b>
<b>ÖNSÖZ.....</b>	<b>vi</b>
<b>ÖNSÖZ.....</b>	<b>vi</b>
<b>1. GİRİŞ.....</b>	<b>1</b>
1.1 Araştırmanın Amacı ve Önemi.....	4
1.2 Problem Cümlesi .....	7
1.2.1 Araştırmanın Alt Problemleri .....	7
1.3 Sınırlılıklar.....	7
1.4 Sayıtlar .....	8
1.5 Tanımlar .....	8
<b>2. TEORİK ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR .....</b>	<b>9</b>
2.1 Çoklu Temsiller.....	9
2.2 Fonksiyon Kavramı .....	14
2.3 Fonksiyonun Kavramsallaştırılması ve Öğretimi.....	15
2.3.1 Alana İlişkin Zorluklar.....	15
2.3.2 Fonksiyonun Kavramsallaştırılması Süreci .....	17
2.4 Kavram Görüntüsü ve Kavram Tanımı .....	23
2.5 Kavramsal Öğrenme-İşlemsel Öğrenme .....	25
2.6 Fonksiyon Öğretimi.....	30
<b>3. YÖNTEM.....</b>	<b>34</b>
3.1 Araştırmanın Modeli .....	34
3.2 Çalışma Grubu.....	35
3.3 Veri Toplama Araçları.....	35
3.4 Verilerin Toplanması.....	37
3.5 Verilerin Analizi.....	37
3.5.1 Nicel Verilerin Analizi.....	37
3.5.2 Nitel Verilerin Analizi .....	39
3.6 Uygulama Süreci .....	39
<b>4. BULGULAR VE TARTIŞMA .....</b>	<b>45</b>
4.1 Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar .....	45
4.2 İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular .....	48
4.3 Üçüncü ve Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgu ve Yorumlar .....	52
4.4 Tartışma.....	57
<b>5. SONUÇ VE ÖNERİLER .....</b>	<b>62</b>
5.1 Sonuç .....	62
5.2 Öneriler.....	63
5.2.1 Araştırma Sonucuna Dayalı Öneriler.....	63
5.2.2 Yeni Yapılacak Çalışmalara Yönelik Öneriler .....	64
<b>6. KAYNAKLAR.....</b>	<b>65</b>
<b>7. EKLER.....</b>	<b>74</b>

## ŞEKİL LİSTESİ

### Sayfa

<b>Şekil 1.1:</b> Matematiksel modelleme döngüsü (MEB, 2013, B).....	5
<b>Şekil 2.1:</b> Çoklu Temsil Sistemleri (Lesh, Post, & Behr, 1987).....	12
<b>Şekil 2.2:</b> Çoklu Temsillerin İşlevsel Sınıflaması (Ainsworth, 2006).....	12
<b>Şekil 2.3:</b> Fonksiyon Kavramının Karmaşıklığı (Akkoç&Tall, 2002) .....	16
<b>Şekil 2.4:</b> Fonksiyon makinesinin tablo, formül ve grafikte birlikte kullanımı (Tall, McGowen & DeMarois, 2000).....	22
<b>Şekil 2.5:</b> Bilgiyi işleme modeline göre kavramsal ve işlemsel öğrenme arasındaki ilişki (Rittle-Johnson & Schneider, baskıda) .....	29
<b>Şekil 4.1:</b> Fonksiyon tanımına ilişkin öğrenci cevabı.....	49
<b>Şekil 4.2:</b> Fonksiyon tanımını örnek vererek açıklayan bir öğrencinin cevabı	49
<b>Şekil 4.3:</b> Fonksiyonu bağımlı-bağımsız değişkenler üzerinden açıklayan bir öğrencinin cevabı .....	50
<b>Şekil 4.4:</b> Fonksiyonu küme gösterimiyle açıklayan bir öğrencinin cevabı.....	51
<b>Şekil 4.5:</b> Tablodan fonksiyon gösterimine geçişe ilişkin öğrenci cevabı.....	54
<b>Şekil 4.6:</b> Grafik ve fonksiyon gösterimi arasındaki geçişe ilişkin öğrenci cevabı .....	56

## TABLO LİSTESİ

### Sayfa

<b>Tablo 2.1:</b> Hareket ve Süreç Kavraması Arasındaki Farklılıklar (Carlson&Oehrtman, 2005).....	20
<b>Tablo 3.1:</b> Araştırmanın deseni .....	34
<b>Tablo 3.2:</b> Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin cinsiyete göre sınıflandırılması.....	35
<b>Tablo 3.3:</b> Fonksiyonlar Başarı Testi'nden alınabilecek en düşük ve en yüksek puanlar .....	36
<b>Tablo 3.4:</b> Ön test toplam puanlarına ilişkin normallik testi tablosu .....	38
<b>Tablo 3.5:</b> Son test toplam puanlarına ilişkin normallik testi tablosu.....	38
<b>Tablo 4.1:</b> Son test puanlarına ilişkin Mann Whitney U-testi sonuçları .....	45
<b>Tablo 4.2:</b> Soru koduna göre öğrencilerin son teste ait cevaplarına ilişkin frekansları.....	46
<b>Tablo 4.3:</b> 3.A kodlu soruda öğrencilerin temsil tercihlerine ait frekansları ...	53



## ÖNSÖZ

Tezimin hazırlanması sürecinde bana desteğini ve yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Yrd. Doç. Gözde AKYÜZ'e teşekkür ederim. Zaruri durumlarımdan dolayı ders kaydı gibi küçük ama önemli konularda bile yardımına duyduğum ihtiyacı göz önüne aldığımda hocama minnettarım.

Beni lisans dönemimden tezimdeki çalışma alanıma ilgi duymaya teşvik eden sayın hocam Yrd. Doç. Dr. Gülseren KARAGÖZ AKAR'a şükranlarımı sunuyorum. Kendisi içtenliği ve çalışkanlığıyla bana her zaman örnek olmuştur.

Sadece tez çalışmam değil, yüksek lisans sürecimin neredeyse tamamında yanımda olan ve beni motive eden biricik kardeşim Yasemin CAN, teşekkürden fazlasını hak ediyor.

Tezimin en önemli sürecinde, en zor sürecinde, en sıkıldığım zamanlarda yanımda olan, inancımı yitirmemi engelleyen ve sayesinde çalışmaya devam edebildiğim Ayşe DEMİRCAN'a edeceğim teşekkür gerçekte hak ettiğinin yanında çok küçük kalacaktır. Sanırım gerçekten çok uzun bir süre kendisine hak ettiği şekilde teşekkür edebilmek için çalışmam gerekecek.

Araştırmanın veri toplama sürecinde yardımlarını esirgemeyen matematik öğretmeni Cennet KÖKAY'a teşekkür ederim.

Balıkesir, 2014

Cihan CAN

# 1. GİRİŞ

Matematik dersi modern dünyada çok önemli olmasına rağmen öğrenciler için çoğunlukla hakkında olumsuz tutumların olduğu bir derstir (Kurbanoglu & Takunyacı, 2012). Matematik dersine yönelik tutumlarının olumsuz olmasının ötesinde öğrencilerin ülke genelinde yapılan üniversiteye giriş sınavında başarıları oldukça düşüktür. Bu sınavın birinci aşamasına ait temel matematik testinde öğrencilerin yaklaşık yarısı 40 soruya 4 ve altında doğru cevap verebilmiştir (ÖSYM, 2012).

Bununla beraber matematiğin çok önemli alanlarından biri olan fonksiyon konusu ise öğrenciler tarafından kavranması zor konulardan biri olarak görülmektedir. Bunun en önemli sebeplerinden biri kavramın kendi karmaşıklığıdır (Akkoç & Tall, 2002). Fonksiyonun tanımında kullanılan dilin ve matematiğin öğrenciler için çok yeni olması bunun sebeplerinden biri olarak görülebilir. Bir diğer sebebi ise fonksiyon öğretiminde öğrencilere hitap eden yaklaşımlara yer verilmemesidir. Akkoç (2006) fonksiyon öğretiminde öğrencilerin zengin kavram görüntüleri geliştirmelerine olanak verecek şekilde çoklu temsilleri kullanabildikleri öğrenme ortamlarının öneminden bahsetmiştir.

Matematiksel kavramların öğrenilmesi ve bunlar aracılığıyla kurulacak iletişimde çoklu temsiller önemli bir role sahiptir. Temsillerin kullanılması ve bu temsiller arasında geçiş yapabilme becerisi öğrencilerin bir kavramı ne kadar öğrenebildiklerine ilişkin önemli bir gösterge olarak ifade edilmektedir (Bosse, Adu-Gyamfi & Cheetham, 2011). Bununla birlikte çoklu temsiller verilen problem durumları ve/veya öğrenme alanlarının daha iyi anlaşılmasına ve bunların kendi aralarındaki ilişkilerin daha kolay kurulmasına yardımcı olmaktadır (Zachariades, Christou, & Papageorgiu, 2002). Çoklu temsillerin öğretim sürecinde öğrenciler tarafından kullanılıp, kullanılamaması veya kullanılma düzeyleri, öğrencilerin hata ve öğrenme eksikliklerinin tespit edilmesinde de önemli bir rol oynamaktadır (Lesh, Post, & Behr, 1987). Buradan hareketle, çoklu temsillerin öğretim sürecinde kullanımının önemli olduğu ifade edilebilir.

Çoklu temsiller içsel ve dışsal temsiller olarak iki alt kategoride irdelenmektedir. Bunlardan birincisi, öğrencilerin bir kavrama veya fikre dair zihinlerinde oluşan imgelerdir (Goldin, 1990). İkincisi ise kavram veya problem durumlarını somutlaştırmak amacıyla kullanılan farklı gösterimlerdir (Kaput, 1994). Çoklu temsillerin kullanılmasının önemine MEB (2013a) tarafından hazırlanan Ortaöğretim Matematik Öğretim Programı'nda da değinilmiştir. Burada, çoklu temsillerin özellikle kavramların ve kuralların öğrenilmesi sürecinde kullanılmasının öneminden bahsedilmiştir. Bununla birlikte, Amerikan Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM, 2000) çoklu temsillerin kullanımına matematiksel fikirlerin düzenlenmesi, kaydedilmesi ve bu fikirler arasında ilişkiler kurulması aşamalarında önemli görmüştür. Ainsworth (1999)'a göre çoklu temsillerin kullanımı öğretim sürecini öğrenciler açısından daha dikkat çekici, daha motive edici kılarken öğrenme ortamının daha iyi düzenlenmesine yardımcı olmaktadır. Ayrıca, çoklu temsillerin öğrenme sürecine dahil edildiğinde öğrenciler kendi tercih ettikleri temsilleri kullanarak çalışabilecek, bu da onların kendilerini daha rahat hissetmelerine yardımcı olacaktır.

Ortaöğretimde fonksiyon konusunun önemi hem günlük hayattaki kullanım alanlarının çokluğundan, hem de konunun ilerleyen matematik öğrenmeleri için önemli bir temel teşkil etmesindedir (Kalchman & Koedinger, 2005). Trigonometri, logaritma, türev ve integral gibi konuların ve daha fazlasının öğrenilmesinde fonksiyonlar ön koşul öğrenmedir. Fonksiyonun öğrenilmesi için ise öğrenciler, ilişkisel düşünebilmeli ve karşılıklı değişimi kavrayabilmelidirler. Bunlardan birincisi fonksiyondaki girdi-çıkı sürecini ifade ederken, ikincisi bağımlı-bağımsız değişkenlerin arasındaki ilişkiyi vurgulamaktadır. Fonksiyonun öğrenilmesi sürecinde kavramın geçirdiği aşamalar, veya kavramın değişik kavramsallaştırmaları, Dubinsky & Harel (1992) tarafından 4 madde halinde ifade edilmiştir. Bunlar; ilkel fonksiyon (pre function), hareket (action), süreç (process) ve nesne (object) şeklindedir. Bunlardan hareket ve süreç en çok karşılaşılan kavramsallaştırma basamaklarıdır.

Fonksiyonun hareket olarak kavramsallaştırılması statik, durgun bir süreci vurgulamaktadır. Öğrenciler bu aşamada fonksiyona ait girdi ve çıktıları tekil durumlar halinde düşünebilmektedirler. Fonksiyonun yaptığı işin kavranabilmesi için tanım kümesinin elemanlarının açıkça görülebilmesi, bunların fonksiyon

kuralında yerine konulması gerekmektedir. Fonksiyonun süreç olarak kavramsallaştırılması ise daha bütünsel bir bakış açısını ifade etmektedir. Bu aşamadaki öğrencilerin fonksiyonun yaptığı işi kavramaları ve açıklamaları için tanım kümesinin elemanlarını tek tek görmeleri gerekmemektedir. Öğrenciler tanım kümesinin elemanlarıyla, değer kümesinin elemanlarını bütün olarak ilişkilendirebilmektedirler. Bileşke ve ters fonksiyonların belirlenmesinde hareket aşamasında olan öğrencilerin fonksiyonun cebirsel ifadesini görmeleri gerekirken, süreç aşamasındaki öğrenciler bunu fonksiyonların yaptıkları işleri düşünerek ve tekil işlemlere ihtiyaç duymadan yapabilirler (Dubinsky & Harel, 1992).

Bütün bunlar, öğrencilerin zihinlerinde, Vinner (1983)'ın ifade ettiği şekliyle, doğru kavram görüntülerinin oluşturulması gerekliliğini vurgulamaktadır. Burada kavram görüntüleri öğrencilerin zihinlerinde bir kavramla ilgili bütün zihinsel imgeleri ifade etmektedir. Yine Vinner (1983)'a göre öğrenciler kavramları öğrenirken veya ilerleyen aşamalarda karşılaştıkları problem durumlarında o kavramla ilgili tanımı değil görüntüleri kullanmaktadırlar. Tanımlar etkililiğini zamanla yitirebilir, unutulabilirken kavram görüntüleri daha kalıcıdır.

Öğrenme türlerine kaynak teşkil eden bilgi çeşitleri ise işlemsel ve kavramsal bilgi olarak sınıflandırılmaktadır. Bunlardan birincisi öğrenme alanına ait hızlı ve etkili problem çözme için sağlayacak bilgileri ifade ederken, ikincisi kurallar ve ilişkilere ait bilgileri vurgulamaktadır. İşlemsel bilgi belli problem tiplerine özgü olup, başka alanlara genellenememektedir. Problem çözümlerinde otomatikleşmeyi hedefler. Kavramsal bilgi ise gerekçelendirerek öğrenme olup, genellenebilir. Bu tür bilgi doğru veya yanlışın nedenleriyle birlikte öğrenilmesi sayesinde kazanılır (Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001).

Her iki öğrenme türüne MEB (2013a) tarafından hazırlanan Ortaöğretim Matematik Öğretim Programı'nda da değinilmiştir. Burada matematiksel kavramların öğrenilmesi ve problem çözüm süreçlerinde işlemsel ve kavramsal bilgiye dengeli bir şekilde önem verilmesi gerektiği ifade edilmiştir. Kavramların gerekçelendirerek, kendi içlerindeki anlamlarının ve birbirleriyle ilişkilerinin öğrenilmesi kadar, işlem adımları ve bu işlemlerde kazanılacak pratiklik ve otomatikleşme de önemsenmiştir. Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali (2001)'de çalışmalarında kavramsal ve işlemsel öğrenme arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir.

Burada, işlemsel ve kavramsal öğrenmenin birbirlerini desteklediğini, herhangi birinin diğerinden daha önemli olmadığını ifade etmişlerdir. Ayrıca öğrenme sürecinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin paralel olarak kullanılmaları gerektiğini belirtmişlerdir.

Bu düşüncelerden hareketle yola çıkılan bu çalışmada, fonksiyon kavramının çoklu temsiller kullanılarak öğretimini temel alan etkinlikler hazırlanmıştır. Böylelikle öğrencilerin fonksiyonu kavramsal bir temele oturtabilmeleri, fonksiyonlar ile ilgili zengin, ileriki öğrenmelerini destekleyici kavram görüntüleri geliştirecekleri düşünülmüştür. Bunları gerçekleştirmek için ilgili alan yazını temel alan 13 tane etkinlik hazırlanmıştır. Etkinliklerin uygulaması 9. sınıf öğrencileriyle birlikte gerçekleştirilmiştir. Ders uygulamasının etkililiği nicel ve nitel olarak analiz edilmiştir.

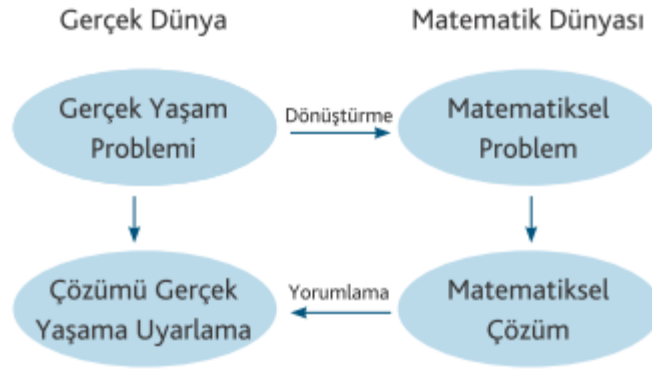
Öncelikle çoklu temsiller, kavramsal-işlemsel öğrenme, kavram görüntüsü ve fonksiyon öğretimiyle ilgili alanyazın incelemesine yer verilecektir.

### **1.1 Araştırmanın Amacı ve Önemi**

Bu araştırmanın amacı öğrencilerin fonksiyon kavramıyla ilgili zengin kavram görüntüleri oluşturmalarına yardım edecek, fonksiyonu çoklu temsilleriyle kullanabilecekleri ve bu temsilleri birbirine dönüştürebilecekleri etkinlikler hazırlamak ve bunların etkililiğini hem nicel hem de nitel olarak incelemektir. Bu amacı gerçekleştirmek için öğrencilerin MEB (2013a) de ifade edilen “değişkenler arasındaki ilişkileri gözleme, yeni bilgileri mevcut bilgilerle ilişkilendirme, verileri sınıflandırma, analiz etme ve yorumlama” süreçlerinden geçmelerini sağlayacak “seviyelerine uygun, aktif katılımlarını sağlayacak problemlerle uğraşacakları, matematiksel bilgiyi farklı disiplinlerle ilişkilendirebilecekleri, gerçek hayattan seçilmiş problemlerle karşılaşacakları” bir öğrenme ortamı sağlanması amaçlanmıştır. Bu süreçte öğrencilerin bilgiyi yapılandırılmaları aşamasında çoklu temsiller ve materyallerle karşılaşmalarına da dikkat edilmiştir.

Hazırlanan etkinlikler aracılığıyla öğrencilerin fonksiyonun gerçek yaşam durumlarını modellemede kullanılan bir araç olduğunu hissetmeleri amaçlanmıştır.

Etkinlikler çerçevesinde öğrencilerin Şekil 1.1’deki döngüsel süreci tecrübe etmeleri hedeflenmiştir.



Şekil 1.1: Matematiksel modelleme döngüsü (MEB, 2013, B)

Etkinliklerde öğrencilere gerçek yaşam durumlarından örnekler verilmiş ve bunlar konunun gereklerine uygun bir problem durumuna dönüştürülmüştür. Süreçte öğrencilerden, hem grup hem de sınıf tartışmaları yoluyla matematiksel bir sonuca varmaları beklenmiştir.

Öğrencilerin matematik ders sürecinde karşılaştıkları matematik kavramları üzerinde konuşabilmelerinin sağlanması, etkinliklerin geliştirilmesi sürecinde göz önüne alınan hususlardan bir tanesidir. Öğrencilerin etkinlik, problem çözme sürecine aktif katılımlarını ifade eden, fikirlerini söyleyebilmeleri ve tartışmalara dâhil olmalarını ima eden bu konuşmalar, matematiğin kavramsal öğrenilmesine de yardımcı olmaktadır (NCTM, 2013). Öğrenciler bu süreçte çıkarımlar yapmalı, konuşmalı, arkadaşlarının fikirlerine itiraz etmeli, katılmalı, kendini fikirlerini savunmalı veya düzeltmelidir (Stein, 2007). Matematik konuşmalarının bütün sınıfın katılımıyla gerçekleşmesi ve bir dersin, duruma göre değişebilmekle birlikte, 10 dakikasının ayrılması gerektiği ifade edilmektedir (Mueller & Pligge, 2012). Ayrıca öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerinin gelişmesi 2013 yılında yayımlanan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’nda da yer almaktadır. Bu amacın gerçekleştirilebilmesi için etkinlikler öğrencilerin düzeyine ve ilgi alanlarına göre düzenlenmiştir. Ayrıca dersler de “öğrencilerin düşüncelerini açıklayabilecekleri, tartışabilecekleri ve yazılı olarak ifade edebilecekleri” bir ortamda işlenmeye çalışılmıştır.

Bu çalışmanın motivasyonlarından bir tanesi fonksiyon konusunun matematik eğitimi içindeki yeridir. Fonksiyon konusu özellikle ortaöğretim matematik dersinin hemen her alanında önemli bir yere sahipken, öğrencilerin fonksiyonla ilgili kavrayışları yetersizdir (Hauge, 1993). Sadece tanımıyla verilen, ancak verilen örneklerde bu tanımın özelliklerini dikkate aldirmayan dersler öğrencilerin fonksiyonla ilgili zengin kavram görüntüleri oluşturmalarını engellemektedir. Bununla birlikte, fonksiyonun çoklu temsilleri ve bu temsillerin birbirleri ile aralarındaki ilişkilerin verilisinin de yetersiz oluşu bu çalışmayı başlatan dinamiklerden olmuştur.

Araştırmanın motivasyonlarından bir diğeri ise gerek ulusal, gerekse uluslar arası sınavlarda öğrencilerin matematik dersi performanslarının düşük oluşudur. Yükseköğretime Geçiş Sınavı (YGS)' nda temel matematik alanında 40 sorudan 4 ve altı doğru cevap yapan öğrenci sayısının sınavı geçerli olan öğrenci sayısına oranları yüzde olarak 2010, 2011, 2012 ve 2013 yılları için sırasıyla yaklaşık olarak %30, %42, %47 ve %47 olarak gerçekleşmiştir (ÖSYM, 2012, 2013). OECD ülkeleri matematik ortalamasının 494 puan olduğu PISA 2012 testinde ise Türkiye 448 puanla 65 ülke arasından 44. sırada yer alabilmiştir. Türkiye bu sonuçla öğrencilerin “yalnızca doğrudan çıkarım gerektiren durumları tanıyabilme ve yorumlayabilme, tek bir kaynaktan gelen bilgiyi ayırt edebilme ve tek bir temsil biçimini kullanabilme, temel işlemleri, formülleri kullanabilme ve doğal sayılar içeren problemleri çözebilme ile ilgili bir miktar beceriye sahip olma, sonuçlara ait yüzeysel yorumlar yapabilme” becerilerine sahip olduklarını gösteren 6 düzey arasında alttan 2. düzeyde, kalmıştır (Yıldırım, Yıldırım, Yetişir, & Ceylan, 2013) .

Öğrencilerin fonksiyonlarla ilgili başarılarını yükseltmek, kavrama karşı olumlu tutumlar geliştirmelerini sağlamak da bu çalışmanın önemine dair bir başka noktayı oluşturmaktadır. Fonksiyonla ilgili daha yüksek oranda gerçekleşecek öğrenmelerin, ortaöğretimin ilerleyen dönemlerinde karşılaşacakları trigonometri, limit, türev ve integral gibi konularda başarılarını etkileyeceği düşüncesinden hareketle, etkinliklerin ve dolayısıyla bu çalışmanın önemini gösterdiği söylenebilir.

## 1.2 Problem Cümlesi

Çoklu temsiller kullanarak fonksiyon kavramının öğretiminin öğrenci başarısına etkisi nedir?

### 1.2.1 Araştırmanın Alt Problemleri

Yukarıdaki araştırma problemine çözüm aramak amacıyla aşağıdaki alt problemler incelenmiştir

1. Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi toplam puanları arasında anlamlı farklılık var mıdır?
2. Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi'nde fonksiyon tanımını kullanma becerileri nasıldır?
3. Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi'nde fonksiyon kavramına ilişkin çoklu temsilleri kullanma ve bu temsiller arasında geçiş yapabilme becerileri nasıldır?
4. Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi'nde çoklu temsilleri kullanma eğilimleri nasıldır?

## 1.3 Sınırlılıklar

Bu çalışma;

1. 2013-2014 öğretim yılı birinci dönemi,
2. 2013-2014 öğretim yılında Marmara Bölgesi'nde bir lisenin 9. Sınıf öğrencilerinden elde edilen verilerle
3. Fonksiyonun tanımının öğretimiyle sınırlıdır.



#### 1.4 Sayıtlar

1. Çalışma sırasında öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi'ndeki sorulara doğru olduğunu düşündükleri cevapları verdikleri varsayılmıştır.
2. Deney grubunda çoklu temsiller ile yapılan uygulama planlanan şekilde yürütülmüştür.

#### 1.5 Tanımlar

*Çoklu Temsiller:* Bir fonksiyona ait farklı temsil türlerini ifade eder. Bu çalışmada fonksiyonun küme, tablo, grafik, okla eşleme ve fonksiyon gösterimleri kullanılmıştır.

*Fonksiyon:* İki kümenin elamanları olarak ifade edilebilen iki değişken arasında kurulan, özellikle bağımsız-bağımlı değişkenler, özel bir ilişkiyi ifade eder. Tanım kümesine ait her bir eleman, değer kümesinin herhangi bir elemanı ile sadece bir kez eşlenmelidir.

*Kavramsal Öğrenme:* Öğrencilerin fonksiyon kavramını bağımsız ve bağımlı değişkenler arasında kurulan özel bir ilişki bağlamında öğrenmekle birlikte, fonksiyonu farklı temsiller kullanarak da gösterebildikleri şekilde öğrenmelerini ifade eder.

*İşlemsel Öğrenme:* Öğrencilerin fonksiyon kavramıyla ilgili öğrenmelerinde hızlı ve etkili bir şekilde sonuçlara ulaşmalarını sağlayacak öğrenme türünü ifade eder.

*Kavram Görüntüsü:* Öğrencilerin fonksiyon kavramıyla ilgili zihinlerinde oluşturdukları bütün imgeleri ifade eder.

*Kavram Tanımı:* İki değişken arasında kurulacak bir ilişkinin fonksiyon olmasını sağlayacak özellikleri ifade eder.

*Fonksiyon Başarısı:* Öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi'nden (EK D) elde ettikleri puanı ifade eder.

## 2. TEORİK ÇERÇEVE VE İLGİLİ ÇALIŞMALAR

### 2.1 Çoklu Temsiller

Örnek, sembol anlamlarında kullanılan temsil sözcüğü kelime anlamı olarak sözlükte birinin veya bir topluluğun adına davranma şeklinde ifade edilmektedir (Akalm, vd., 2009). Bu açıdan bakıldığında orijinal durumundan farklı şekilde ifade edilen hemen her kavram, durum için temsil edilme söz konusu olabilir. Matematikte, özellikle matematik eğitiminde, temsillerin çokluğundan ise verilen bir problem durumunun ve/veya bir kavramın birden fazla yolla ifade edilmesi kast edilmektedir. Bu temsillerin neler olabileceği, kullanacak kişinin yaratıcılığına bağlı olarak değişse de genel olarak bunlardan resimler, semboller, işaretler, sözcükler, grafikler, tablolar, dinamik gösterimler vb. gibi birçok şey anlaşılabilir.

Matematik eğitiminde çoklu temsillerin önemi hem öğrenmeye araç olmaları, hem de öğrenmenin bir göstergesi olmaları gibi iki önemli noktada kendini göstermektedir. Öğrencilerin matematiksel kavramları anlamaları, bunları kullanarak etkili bir şekilde iletişim kurabilmeleri bunların değişik temsillerini kullanabilmeleri ve bu temsiller arasında geçiş yapabilmeleriyle ilgilidir (Bosse, Adu-Gyamfi, & Cheetham, 2011). Öğrenme sürecinde çoklu temsillerin, farklı gösterimlerin kullanılması öğrencilerin kendilerine verilen problem durumlarını, bunlar arasındaki ilişkileri daha iyi anlamalarına yardımcı olmaktadır (Zachariades, Christou, & Papageorgiu, 2002). Bir konuyu ve kavramı anlamak çoklu temsiller bağlamında incelendiğinde Çıkla (2004)'nın Owen & Clements (1998) den aktardığına göre altı şekilde kendini gösterir. Bunlar bir matematik fikrini değişik gösterimleri altında belirleyebilmek, o fikri değişik temsiller altında işleyebilmek, bir temsilden diğerine dönüştürebilmek, zihnindeki o fikirlerle ilgili görüntüleri ilişkilendirebilmek, verilen bir problemde en uygun gösterimi seçebilmek ve bir kavramın değişik temsillerinin benzerlik-farklılıklarını, güçlü-zayıf yanlarını belirleyebilmek olarak ifade edilmiştir. Öğrencilerin kavramla ilgili öğrenmeleri derinleştikçe, onunla ilgili zihinlerindeki ilişki ve dönüşümlerin karmaşıklaştığı ifade edilmektedir. Etkili bir öğretmenin ise bu süreci tersinden başlatabilmesi gerektiği, diğer bir deyişle o kavramı

basitleştirebilmesi, somutlaştırabilmesi, farklı yollarla gösterebilmesi, bunları öğrencilerin aşına olduğu durumlara adapte edebilmesi gerektiği söylenmektedir (Lesh, Post, & Behr, 1987). Öğrencilerin hataları ise farklı temsilleri kullanamamalarından veya bu temsiller arasındaki koordinasyonu sağlayamamalarından kaynaklanmaktadır (Greeno & Hall, 1997). Bununla birlikte öğrenme güçlüklerini tespit etmek ve uygun öğretim ortamları düzenlemekte de çoklu temsillerden faydalanılabilir. Bu amaçla öğretmenler bir kavramı, fikri veya problemi bir temsil türünde sunarak bunun başka bir şekilde temsil edilmesini isteyebilirler (Lesh, Post, & Behr, 1987).

MEB (2013a) tarafından hazırlanan Ortaöğretim Matematik Öğretim Programı'nda öğrencilerin matematiksel bilgiyi yapılandırma süreçlerinde çoklu temsillerin kullanımının önemine vurgu yapılmıştır. Öğrencilerin matematik kavramlarını ve kurallarını öğrenirken, bunları çoklu temsilleri kullanarak gösterebilmelerinin önemi üzerinde durulmuştur. Bunları teşvik etmede bilgi işlem teknolojilerinden yararlanılabileceği ifade edilmiştir. Sınıf ortamında kullanılacak bu teknolojiler, sanal ortamın sunacağı seçeneklerin çokluğundan destekle, çoklu temsillerin kullanımında ve problem durumlarının modellenmesinde faydalı olarak görülmüştür. Amerikan Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM, 2000) tarafından belirlenen matematik eğitimi standartlarında da çoklu temsillerin kullanımı önemli görülmüştür. Burada matematiksel fikirlerin çoklu temsiller aracılığıyla düzenlenebilmesi, kaydedilebilmesi ve bu fikirler arasında ilişkilerin kurulabilmesi gerektiği belirtilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin hangi temsilin nerede kullanılması gerektiğine karar verebilmeleri ve gerçek yaşam durumlarını çoklu temsiller aracılığıyla modelleyebilmeleri gerektiği vurgulanmıştır.

Çoklu temsiller, içsel ve dışsal olarak iki alt kategoride incelenmektedir. İçsel temsiller öğrencilerin zihinlerindeki kurgulamaları ifade ederken (Goldin, 1990), dışsal temsiller, öğrencilerin kavramları veya problem durumlarını somutlaştırma araçları olarak ifade edilmektedir. (Kaput, 1994).

Öğrenmeyi zenginleştirdiği gibi, öğrencilerin derse odaklanmaları üzerinde de olumlu etkileri olan çoklu temsillerin bilginin sunumunda kullanılması ve bunların aktif bir şekilde öğrenciler tarafından işlenmesi bir avantaj olarak ifade edilmektedir. Bununla birlikte temsillerin birçok faydası, bunların birbirleriyle

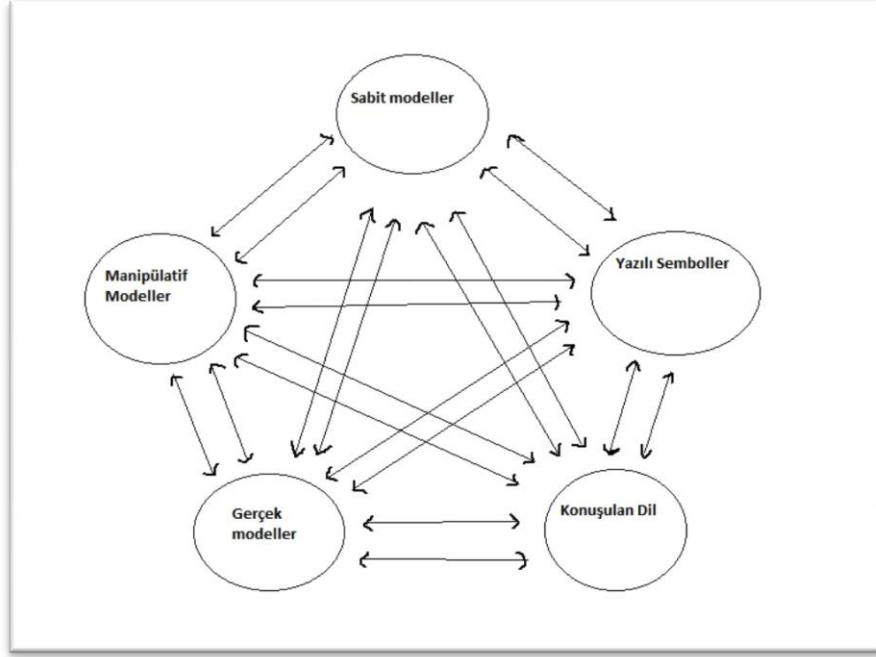
ilişkilendirilmeleri sonucu kendini göstermektedir. Bir temsilin etkililiğini ise temsil edilen bilgi ve bu bilginin temsil edilme biçimi göstermektedir (Ainstworth, 2006).

Ainstworth (2006) dışsal temsillerin öğrenme için avantajlarının işlemsel yükleme, yeniden temsil ve grafik sınırlamayı destekleme limitlerinin değişmesine göre farklılaştığını belirtmiştir. Aynı çalışmada çoklu temsil sistemlerine etki eden boyutlar olarak gösterim sayısı, bilginin nasıl sunulduğu, temsil sisteminin biçimi, temsillerin sırası ve temsiller arası geçişleri destekleme olarak verilmiştir. Öğrenenler çoklu temsillerle öğrenmede bilişsel görev olarak temsilin biçimini, temsil ve kaynak arasındaki ilişkiyi, uygun bir temsilin nasıl seçileceğini ve uygun bir temsilin nasıl inşa edileceğini anlamalıdır.

Matematik öğrenme ve problem çözmede kullanılan temsil sistemleri ise aşağıdaki gibi sınıflandırılmıştır:

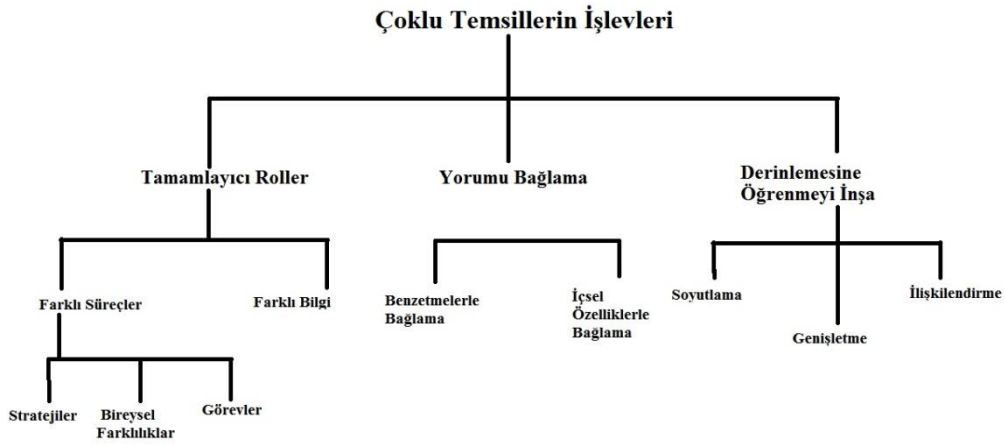
- Gerçek hayat olayları-tecrübeye dayalı
- Değiştirilebilir, üzerinde oynama yapılabilir modeller; bu modellerin kendi anlamları olmayıp, uygulandıkları gerçek hayat durumlarında anlam kazanırlar.
- Resim ve diyagramlar-sabit, görsel modeller
- Konuşulan dil-belirli kaynaklara ait alt diller
- Yazılı semboller-matematik sembolleri vb. (Lesh, Post, & Behr, 1987).

Bunların kendi aralarındaki ilişkilerine ait bir şema aynı kaynakta Şekil 2.1'deki gibi verilmiştir.



Şekil 2.1: Çoklu Temsil Sistemleri (Lesh, Post, & Behr, 1987)

Dışsal çoklu temsillerin işlevsel bir sınıflaması ise Ainsworth ( 2006 ) tarafından Şekil 2.2’de gösterilmiştir.



Şekil 2.2: Çoklu Temsillerin İşlevsel Sınıflaması (Ainsworth, 2006)

Problem durumlarının veya yeni kavramların birden fazla temsil kullanılarak sunulması dikkati daha iyi çekmekte, bu da etkili öğrenme için daha uygun bir ortam hazırlanmasına imkân vermektedir. Bununla birlikte, sunulan temsillerin çokluğu

öğrencilere kendi tercih ettikleri temsillerle çalışabilmelerine imkân sağlamaktadır. Bu sayede değişik temsil türlerinde tecrübe ve uzmanlık kazanan öğrenciler, en rahat ettikleri şekilde çalışabilecektir (Ainstworth, 1999). Bunlarla birlikte çoklu temsiller matematiksel fikirlerin öğrenme-öğretme sürecine dâhil olanlar tarafından uyumlu ve tutarlı bir şekilde kullanılmasına imkân verecek ortak dil sunar. Bu sayede öğrenilen matematiğin daha iyi öğrenilmesine ve başka alanlara transfer edilmesine hizmet eder. Öte yandan, iyi seçilmiş bir temsil matematiksel kavramın bir parçasını aktarabilir ancak temsiller arasında yapılan geçişler, o kavramla ilgili daha bütünsel bir mesaj iletacaktır. Çünkü temsiller arasında ilişkiler kurabilme, birinden diğerlerine geçebilmenin kavramsal öğrenme ve problem çözmenin önemli parçalarından olduğu ifade edilmiştir. Ayrıca, anlamlı öğrenmenin de bu şekilde gerçekleşebileceğinden bahsedilmiştir. (Bayazit, 2011).

Birden fazla faktör temsillerin birbirlerine dönüştürülmelerini etkilemektedir. Temsillerin birbirlerine dönüştürülmeleri ise temsillerin kendisinden ve öğrencilerin bireysel özelliklerinden etkilenmektedir. Temsillerin kendi aralarındaki farklılıklar temsilin duysal kaynağı, temsillerin çokluğu, temsilin soyutlama düzeyi, temsilin belirginliği, temsilin çeşidi, temsillerin birlikte sunumu, temsillerin statik-dinamik oluşu ve temsillerin çok boyutluluğundan kaynaklanmaktadır. Temsillerin birbirine dönüşmesini etkileyen bireysel özellikler ise temsile aşinalık, kaynağa aşinalık, yaş ve bireysel farklılıklar olarak ifade edilebilir (Ainstworth, 2006). Öğrencilerin temsillerle ilgili başarıları dönüşümleri yapabilmelerine ilişkin öğretmen beklentileri, dönüşümlerle ilgili yapılan öğretim, bazı dönüşümlerin karmaşıklığı ve bu dönüşümlerin bazılarında kullanılan matematiğin düzeyinden etkilenebilmektedir (Bosse, Adu-Gyamfi, & Cheetham, 2011).

Öğrenmenin düzeyi temsiller arası ve temsil içi geçişlerin etkililiği ile de ilgilidir. Bu becerilerin eksikliği öğrenme ve problem çözme performansını etkilemektedir (Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983).

## 2.2 Fonksiyon Kavramı

Fonksiyon kavramı günlük hayatta işlev anlamına gelirken, matematik terimi olarak bir veya birçok değeri değişebilen niceliklere bağlı olarak değişen nicelik olarak açıklanmaktadır. Matematik ve matematik eğitiminde oldukça önemli bir yere sahiptir. Bu önem hem fonksiyonun matematikte başka birçok kavramın açıklanması ve inşa edilmesinde kullanılmasından, hem de günlük-gerçek hayat durumlarının modellenmesi, anlaşılması, matematiksel olarak temsilinde kullanılmasındandır. Fonksiyonlarla dört işlemde trigonometriye, olasılıktan integral hesabına kadar matematiğin hemen her alt alanında; finansal planlama ve faiz hesabından, nüfus hesaplamaları, metrik hesaplar ve hatta “bakkal” hesabına kadar da günlük hayatın çoğu kısımlarında karşılaşılabilmektedir (Kalchman & Koedinger, 2005). Bunlara rağmen, bir değişkene ait değer, başka bir değer cinsinden hesaplanabilmesi, aralarındaki ilişki hakkında fikir edinilebilmesi gibi işlevlerinden bahsedilebilen fonksiyonlara ait tanımlar geçmişten günümüze değişerek gelmiştir.

Matematik tarihinde hesaplama, sayı dizileri, Babillilerin altmışlık sayılar, kare, karekök, küp ve küp kök sayılara ait karşılık tabloları halinde ilk olarak görüldüğü ifade edilen fonksiyonları öngördüğü iddia edilen kişi ortaçağın ünlü filozoflarından Fransız Nicole Oresme'dir. Enlemlerle ilgili çalışmalarında bağımlı ve bağımsız değişkenlerin ilk işaretleriyle karşılaştığı belirtilmiştir. Bundan sonra, Leibniz'in çalışmalarında sabit, parametre-değişken kavramlarına rastlanılırken, bir eğriye çizilen tanjant eğrileri ile ilgili yapılan hesaplarda fonksiyon kullanılmıştır. Bernoulli'nin bir sabit ve değişkenden oluşan nicelik olarak ifade ettiği fonksiyondan, Euler analitik fonksiyonlar olarak bahsetmiştir (Ponte, 1990). Cauchy değişkenler arasında bir formülle ifade edilen bağıllığı, Bourbaki  $A \times B$ 'nin belli alt kümelerini ve Dirichlet kurulma yolu önemli olmayan özel bir ilişkiyi fonksiyon olarak tarif etmiştir. Dirichlet'in tanımına Baire, Borel ve Lebesgue iki küme arasındaki ilişkinin bir kurala dayanması gerekçesiyle itiraz etmişlerdir (Kabael, 2010). Caraça (1951) fonksiyonların tarihsel olarak doğal süreçlerin niceliksel analizleri için gerekli olan matematiksel araç olarak ortaya çıktığını ifade etmiştir.

## 2.3 Fonksiyonun Kavramsallaştırılması ve Öğretimi

Bu kısımda araştırmacıların fonksiyon kavramının nasıl öğrenilmesi, öğrencilerin bunu nasıl anlamaları gerektiğine ilişkin, öğretim etkinliklerine de yön vermesi amacıyla, görüşleri paylaşılacaktır. Sonrasında, bu fikirler eşliğinde var olan fonksiyon öğretimi ve nasıl olması gerektiği ilgili alanyazın rehberliğinde incelenecektir.

### 2.3.1 Alana İlişkin Zorluklar

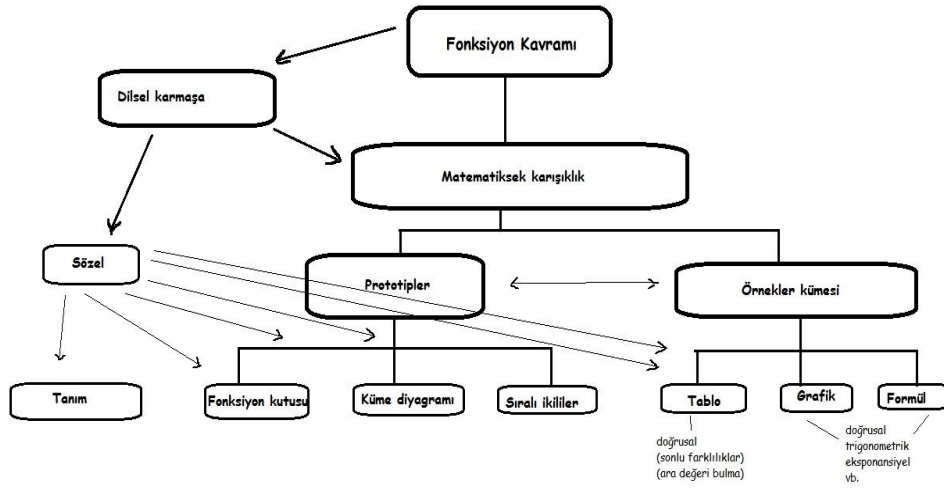
Fonksiyon kavramının öğrencilerde nasıl geliştirildiğine geçmeden önce, kavrama (conception) kelimesinin incelenmesi yerinde olacaktır. Zira kelimenin ilgili literatürde farklı şekillerde kullanılması bazı karışıklıklara sebep olmaktadır. Bu durumla, özellikle kavramsal öğrenmeyle ilgili çalışmalarda karşılaşılmaktadır. Bu karışıklıklardan birincisi “kavrama” kelimesinin matematiksel bir ifadenin farklı kullanımlarını veya yaklaşımlarını birbirinden ayırmak için kullanıldığında ortaya çıkar. Fonksiyon ele alınırsa buna fonksiyonun küme, grafik veya sıralı ikililer olarak kavranması şeklindeki farklılıklar örnek olarak verilebilir. İkinci karışıklık ise “kavrama” kelimesinin, kavramın anlamı ve kendisi arasındaki farkı ifade etmek amacıyla kullanıldığında ortaya çıkar. Kavram yanılgılarının incelendiği durumlarda “kavrama” kelimesi bu şekildeki haliyle tercih edilmektedir. Üçüncü karışıklık ise “kavrama” kelimesinin öğrenci veya öğretmenlerin matematik ve onun öğrenilmesiyle ilgili fikir ve/veya inançlarını açıklamak için kullanıldığında kendini gösterir. Dördüncü karışıklık ise, “kavrama” kelimesinin bireyler tarafından matematiğin yapısal ve epistemolojik elemanlarını algılayışlarındaki farklılıkları ifade etmek için kullanıldığında ortaya çıkmaktadır (Kaldrimidou & Tzekaki, 2005).

“Kavrama” ifadesinin çok anlamlılığının matematik bilgisinin karmaşıklığını göstermekle birlikte, matematiğin öğrenilmesinin de karmaşık bir süreç olabileceğini söyleyen Kaldrimidou & Tzekaki (2005), matematik eğitiminin teorik kurgusunu zorlaştıran, bu eğitime etkisi olan, farklı yaklaşımlar olduğunu da belirtmişlerdir. Bunlar;



1. Araştırma sorularının çok farklı şekillerde sınıflandırılabilmesi: matematiksel içerik, bilişsel düzey, araştırmanın amacı vb.
2. Var olan araştırmaların matematik eğitiminin dışından da gelebilmesi: tarih, epistemoloji, psikoloji vb.
3. Matematik eğitimi araştırmalarının başka alanlara ait teorik terimler, modeller ve yöntemler kullanması.

Bunlarla birlikte fonksiyon kavramının kendisinden kaynaklanan zorluklar da bulunmaktadır. Buradan hareketle, fonksiyonun kavranmasının öğrenciler açısından karmaşıklığı ve kurgulanacak öğretimin gerektireceği hassasiyet takdir edilebilir. Fonksiyon kavramının karmaşıklığı Akkoç & Tall (2002 ) tarafından Şekil 2.3’de gösterilmiştir.



Şekil 2.3: Fonksiyon Kavramının Karmaşıklığı (Akkoç&Tall, 2002)

Şekil 2.3’te de görüldüğü üzere fonksiyon kavramının en temelde dilsel ve matematiksel karmaşıklıkları ön plana çıkmaktadır. Fonksiyonun öğretiminde kullanılan matematiksel tanım öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları biçimdedir. Fonksiyonun kavramının sunumunda kullanılan örnekler ve/veya tanımları açıklamak için tercih edilen temsiller ise öğrenciler tarafından farklı tanımlar olarak algılanabilmektedir. Bunların hepsi fonksiyon kavramının öğretiminde ve öğrenciler tarafından öğrenilmesinde karşılaşılan zorluklar olarak kendini göstermektedir.

### 2.3.2 Fonksiyonun Kavramsallaştırılması Süreci

Fonksiyon kavramının öğrenci zihnindeki inşası sürecinde geçireceği aşamalar, gelmesi gereken nihai yerle ilgili farklı görüşler bulunmaktadır. Bunlar aşağıda incelenecektir:

Fonksiyonun kavranması sürecinde gerekli olan düşünme becerileri ilişkisel düşünme ve karşılıklı değişimi (kovaryasyon) kavrayabilmedir. Bu aşamada fonksiyonun anlaşılması için girdi ve çıktı temel kavramları oluşturmaktadır. İlişkisel düşünme sayesinde öğrenciler bir ilişkinin fonksiyon olabilmesi için gerekli en önemli adımı, girdi ve çıktı arasındaki bağlantıyı kurabileceklerdir. Bununla beraber, değişkenlerin karşılıklı değişimini inceleyebildiklerinde veya bu değişimi fark edebildiklerinde ise bir fonksiyondaki girdi ve çıktıları sırasıyla bağımsız ve bağımlı değişken olarak kavrayabileceklerdir. Burada söylenebilir ki, öğrenciler girdideki (bağımsız değişken) değişimin, çıktıdaki (bağımlı değişken) değişimi etkileyeceğini, aralarındaki ilişkiyi fark edeceklerdir. Fonksiyonun kavranması sürecinde, geçmiş öğretim programında da görüleceği üzere (MEB, 2011), kümeler ve bağıntı konuları, fonksiyonun iki küme arasında kurulan özel bir bağıntı olması fikri, önemli görülmektedir. Bu yaklaşım her ne kadar 2013 yılında yayımlanan öğretim programında benimsenmemiş olsa da, girdi ve çıktıların iki kümenin elemanları üzerinden açıklanıyor olmasının, aralarında kurulacak ilişkinin nitelikleri hakkında fikir verebileceği söylenebilir.

Fonksiyonun kavranması sürecinde ilgili literatürde 4 farklı kavramsallaştırmadan bahsedilmektedir. Bunlar Dubinsky & Harel (1992) tarafından aşağıdaki gibi açıklanmıştır:

1. İlkel fonksiyon( Pre function ): Öğrencide fonksiyonun kavranmasına ilişkin herhangi bir düşünme veya öğrenmenin gerçekleşmediği durumdur. Bu aşamada öğrencideki fonksiyon bilgisi veya öğrencinin fonksiyona ilişkin fikirleri, fonksiyon problemlerinin çözümünde veya fonksiyona ilişkin etkinliklerde işine yaramayacaktır.
2. Hareket (Action ): Fonksiyonun statik bir şekilde kavrandığı durumdur. Öğrenci fonksiyonu girdi-çıktı sürecinden ibaret olarak algılamaktadır. Fonksiyonu hareket aşamasında kavramış bir öğrenci cebirsel ifadesiyle

verilen fonksiyonda, istenilen girdilere ait çıktıları, başka bir deyişle görüntüleri,  $x$ 'in yerine istenen değerler yazarak bulabilir. Öğrenci iki fonksiyonun bileşkesini, yine cebirsel formda verilmiş olmak şartıyla, fonksiyonları sırasıyla birbirlerinin yerine yazarak bulabilir. Öte yandan, bu durumdaki bir öğrenci cebirsel formda verilmeyen veya farklı tanım kümeleriyle verilen fonksiyonlara ait bileşke fonksiyonları hesaplamakta güçlük çekecektir.

3. Süreç (Process): Fonksiyonel ilişkiye ait özelliklerin dinamik bir şekilde kavrandığı durumdur. Diğer bir deyişle, fonksiyon cebirsel biçimde verilmese bile yaptığı iş değişmediğinde, fonksiyonun aynı girdilere karşılık aynı çıktıları üreteceği öğrenci tarafından kavranmıştır. Fonksiyonun süreç olarak kavranması geliştikçe, öğrencinin fonksiyonun bire-bir ve örtenliği gibi özelliklerini anlaması kolaylaşacaktır. Yine bu durumda olan öğrenci, ters fonksiyonu, yani fonksiyonun geri işlemini, çok daha rahatlıkla kavramaktadır. Bu noktada ters fonksiyonun geri işlem olarak algılanması veya kavranmasının da süreç kavramasına ait bir özellik olduğunu vurgulamak gerekir. Fonksiyonu öğrenme sürecinde olan bir öğrencinin ise hareket aşamasından, süreç aşamasına geçişi ifade eden ilk-süreç (pre-process) aşamasında olduğu belirtilmektedir. Ayrıca fonksiyonun süreç olarak kavranmasının limit, türev ve integral gibi dinamik kavrayış gerektiren konularda çok önemli bir temel teşkil ettiğini eklemek gerekmektedir (Carlson & Oehrtman, 2005). Buradaki gelişimin çift yönlü yani süreçten, harekete ve hareketten sürece doğru olduğunu vurgulanması yerinde olacaktır. Problem çözme durumlarının gereklerine göre öğrenci uygun olan kavrama formatını tercih edecektir. Ne var ki, süreç aşamasında olan bir öğrenci hareket kavraması gerektiren durumları yorumlayabilir, ilgili problemleri çözebilirken, hareket aşamasında olan bir öğrenci aynı başarıyı süreç kavraması gerektiren durumlarda gösteremeyebilecektir veya güçlük çekecektir.
4. Nesne (Object): Kendisi üzerinde işlemler yapılması gerektiğinde fonksiyon nesne olarak kavranır. Fonksiyona ait işlemlerin bütün halinde algılanmasıyla nesne kavraması gerçekleşir. Bahsedilen nesne kavramı söz konusu olduğunda Tall, McGowen, & DeMarois (2000)buradaki süreci, “birey önce varolan nesnelere üzerinde tekil işlemler yapar, sonra bu işlemler bir süreç

olarak içselleştirilir, bunlarda sonra daha geniş bir zihinsel şema içinde nesne olarak yerleştirilir” şeklinde açıklamıştır.

Fonksiyonun yaygın kavramsallaştırılması hareket ve süreç olduğu için bunların üzerinde durulması, somut örnekler kullanılarak açıklanması yerinde olacaktır.

Tanım ve değer kümeleri reel sayılar olarak verilen  $f(x) = x+1$  fonksiyonu hareket kavramasına sahip bir öğrenci tarafından fonksiyon olarak algılanabilecektir. Kendisinden girdi ve çıktı süreci hakkında fikir yürütmesi, başka bir deyişle fonksiyonun yaptığı iş ile ilgili konuşması istendiğinde, tanım kümesinden belirli örnekler seçecek, örneğin “1, 2, 3, 4”, ve bunlara ait görüntüleri, “2, 3, 4, 5”, gösterecektir. Bu noktada öğrencinin seçtiği sayı değerleri üzerinden kullandığı akıl yürütme sürecinin vurgulanması yerinde olacaktır. Öte yandan, aynı fonksiyonun yaptığı işe ilişkin fikirleri süreç kavramasına sahip bir öğrenciden istendiğinde onun farklı bir yaklaşım sergilediği görülecektir. Fonksiyonu anlamak için belirli girdileri alıp fonksiyonda uygulamak yerine, yukarıdaki fonksiyonun, örneğin, her sayıyı kendisinin bir fazlasına götürdüğü şeklinde, daha bütüncül olduğu söylenebilecek bir açıklama getirecektir.

İki kavramsallaştırma arasındaki farklılık bileşke fonksiyon incelemesinde de kendini göstermektedir. Aynı tanım ve değer kümelerinde, yukarıdaki  $f(x)$  fonksiyonu ile başka bir  $g(x) = x+1$  fonksiyonun bileşkesi,  $(f \circ g)$ , istendiğinde hareket kavramasındaki bir öğrenci  $g$  fonksiyonunu  $f$  fonksiyonunda  $x$  yerine yazarak  $(f \circ g)(x) = x+2$  sonucunu bulacaktır. Süreç kavramasına sahip bir öğrenci ise, muhtemelen, her iki fonksiyonunda girdileri bir fazlasına götürdüğünden hareketle bileşke fonksiyonuna ait çıktıların girdilerden iki fazla olacağını söyleyecek ve  $(f \circ g)(x) = x+2$  sonucunu farklı bir yoldan bulacaktır.

Her iki kavramsallaştırma arasındaki farkın karşılıklı değişimin incelenmesini gerektirecek problem durumlarında kendini daha belirgin bir şekilde gösterdiği söylenebilir. Örneğin,  $f(x) = 2x+5$  fonksiyonu için  $f(x+1)$  ve  $f(x)+2$  ifadelerini karşılaştırmaları istendiğinde, hareket kavramasına sahip bir öğrenci cebirsel bir yaklaşım kullanarak ikisinin bir birine eşit olduğunu söyleyebilecektir. Süreç kavramasına sahip bir öğrenci ise, muhtemelen,  $f$ 'nin eğiminin 2 olmasına, yani  $x$  değerlerindeki 1 birimlik değişimin,  $y$  değerlerindeki 2 birimlik değişime karşılık

geleceğine dikkat çekecektir. Bu bağlamda,  $x$ 'den  $x+1$ 'e girdilerdeki 1 birimlik değişimin  $f(x)$ 'den  $f(x+1)$ 'e, yani çıktılardaki, 2 birimlik değişime karşılık geleceğini söyleyecektir. Buradan da,  $f(x)+2=f(x+1)$  sonucuna ulaşacaktır.

Süreç ve hareket kavramaları arasındaki farklılıklar ve özellikleri Carlson & Oehrtman (2005) tarafından Tablo 2.1'de bütün halinde gösterilmiştir.

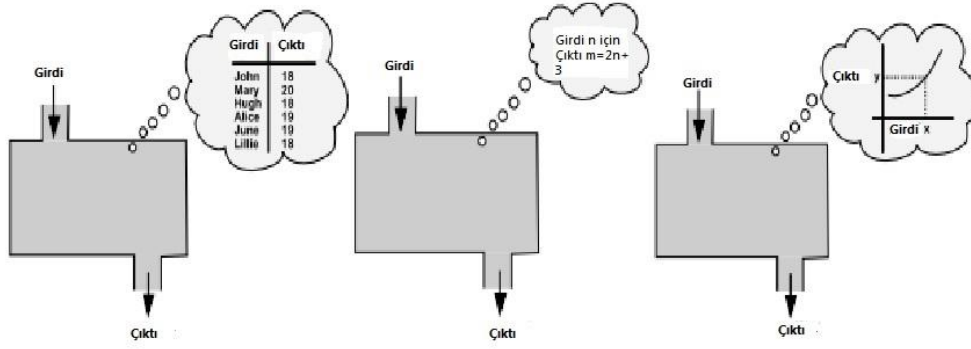
**Tablo 2.1: Hareket ve Süreç Kavraması Arasındaki Farklılıklar (Carlson&Oehrtman, 2005)**

Hareket	Süreç
Fonksiyon belirli bir kurala, formüle veya hesaba bağlıdır. Sonuca ulaşmak için yapılması gereken işlem adımları bellidir.	Fonksiyon bütünsel olarak ifade edilen ve girdilere ait kümeyi çıktılara ait kümeye bağlayan bir girdi-çıkıtı sürecidir
Öğrenci her işlem adımını düşünebilmeli veya bizzat uygulamalıdır.	Her adımı uygulamaya gerek olmaksızın öğrenci süreci bütünsel olarak düşünebilir.
Öğrenci girdi veya çıktı olarak bir defada sadece bir değeri düşünebilir (örneğin, $x$ bir sayının yerine geçer)	Öğrenci bir defada bütün girdileri düşünebilir. Bir fonksiyon bütün girdilerin dönüştürülmesidir.
Bileşke $x$ yerine bir formül veya ifadeyi koymaktır.	Bileşke iki farklı girdi-çıkıtı sürecinin koordinasyonudur; bir fonksiyona ait çıktılar diğerine ait girdiler olur.
Ters fonksiyon cebirsel veya geometrik ( $y=x$ 'e göre simetri) bir işlem den ibarettir.	Ters fonksiyon çıktılara ait kümenin girdiler olarak algılandığı bir geri işlemdir.
Tanım ve görüntü kümeleri en fazla cebirsel bir problem olarak algılanır	Tanım ve görüntü kümeleri muhtemel bütün girdi ve çıktılarının kümesinin üzerinde işlem yapılmasıyla oluşur.
Fonksiyon kavraması statiktir.	Fonksiyon kavraması dinamiktir.
Fonksiyonun grafiği geometrik bir şekildir.	Bir fonksiyonun grafiği girdilere ait bir kümenin çıktılara ait bir kümeye eşlenmesidir.

Fonksiyonun öğretim sürecinde kavramsallaştırılması bağlamında ele alınan bir diğer fikir bilişsel kök (cognitive root) kavramıdır. Bilişsel kökle ilgili tanımlar ve bilişsel kökün özellikleri Tall, McGowen, & DeMarois (2000) tarafından aşağıdaki maddeler halinde verilmiştir:

- i. Öğrenme sürecinin başında konu ile ilgili en temel fikirlerin öğrenciler tarafından kavranmasına yardımcı olacak bilişsel birim olma
- ii. Kavramın ilk inşasını bilişsel bir genişleme stratejisiyle yapmaya izin verme
- iii. Gelecek öğrenmeler için gereken, uzun süreli kullanılacak bir anlama sahip olma
- iv. Yeni kavramla ilgili öğrenmeler derinleştikçe ve ilerledikçe de anlamlı kalmaya devam etme

Fonksiyon makinesi metaforunu aynı araştırmacılar fonksiyon kavramına girişte kullanılacak bilişsel kök olarak öneriyorlar. Fonksiyon makinesinin fonksiyon öğretiminde hâlihazırda da kullanılan bir öğrenme aracı olarak, iki önemli özelliğe sahip olduğu belirtilmiştir. Bunlar süreç-nesne ikililiğine sahip olma, yani her ikisi içinde gerekli kavramsal temeli taşıma ve çoklu temsillerle kullanıma müsait olma şeklinde ifade edilmektedir. Ayrıca kendisinin görsel bir öge olması, teknoloji temelli eğitimde kullanılabilmesi ve sınıf ortamında somutlaştırılmaya müsait olması da ayrıca fonksiyon öğretiminde destekleyici unsurlar olarak değerlendirilmektedir. Fonksiyon kavramına girişte kullanılan fonksiyon makinesi çoğunlukla cebirsel ifadesiyle verilen bir fonksiyonun kuralını tahmin etmek veya yine cebirsel formda verilen bir fonksiyona ait çıktıları hesaplamak (MEB, 2011) amacıyla kullanılıyor. Öğretim sürecinde kullanılan bu yaklaşımın öğrencilerde bütün fonksiyonların bir formülle ifade edileceği algısını oluşturduğu vurgulanmaktadır. Bu noktada tavsiye edilen fonksiyon makinesinin değişik fonksiyon gösterimleriyle paralel olarak kullanılmasıdır (Tall, McGowen, & DeMarois, 2000). Aşağıdaki fonksiyon makinesinin tablo, formül ve grafikte birlikte kullanımına bir örnek Şekil 2.4'te verilmiştir:



**Şekil 2.4: Fonksiyon makinesinin tablo, formül ve grafikte birlikte kullanımı (Tall, McGowen & DeMarois, 2000)**

Öte yandan, bilişsel kök olarak fonksiyon makinesinin kullanımının bazı dezavantajlı durumlara sebep olabileceği yine Tall, McGowen, & DeMarois (2000) tarafından ifade edilmiştir. Bahsi geçen çalışmada fonksiyon makinesi kullanırken, fonksiyona ait tanım kümesinin açık olmamasının fonksiyon öğretimiyle ilgili sorun olabileceğini vurgulamışlardır. Araştırmacılar buna çözüm olarak tanım kümesinin muhtemel girdiler kümesi olarak verilebileceğini, bunun da tanım kümesinin sınırlandırılarak kullanılması gerektiği durumlarda öğrencilerin zihinlerinde karışıklık yaratabileceğini söylemişlerdir.

İkinci dönem analiz öğrencilerinin fonksiyon kavrayışlarına ilişkin yapılan bir çalışmada incelenen öğrenci yeterlilikleri ise fonksiyon notasyonunu kullanarak gerçek hayattaki fonksiyonel ilişkileri modelleyebilmek, belirli bir fonksiyon gösterimiyle işlem yapabilmek, aynı fonksiyonun değişik temsilleri arasında geçişler yapabilmek, bir fonksiyondaki değişkenlerden birindeki değişimin diğerini nasıl etkilediğini farkedebilmek, fonksiyondaki statik & dinamik ilişkileri yorumlayabilmek, fonksiyonun yerel ve genel davranışlarını değerlendirebilmek, değişik fonksiyon türlerini inşa edebilmek, bir fonksiyonu hem “süreç” hem “nesne” olarak kavrayabilmek, fonksiyonla denklem arasındaki ilişkinin farkında olmak şeklinde belirlenmiştir (Carlson, 1999).

Bayazit & Gray (2004) çoklu temsillerin fonksiyon öğretiminde kullanılmasını iki öğretmenin ters fonksiyonu öğretme pratikleri ve öğrencilerin kavrayışları üzerinden inceledikleri çalışmada değinmişlerdir. Bu çalışmada geçmiş bilgilerin ve günlük hayat uygulamalarının yeterli olmadığını, bilişsel olarak

zorlayıcı ve kavramsal öğrenme odaklı bir süreç dahilinde, değişik temsil türlerinden öğretimde uygun bir şekilde yararlanılması gerektiğini söylemişlerdir. Sadece cebirsel gösterimin ters fonksiyonun geri alma işlevini odak noktasından saptırdığını, kavramsal açıklamalara ve alt kavramlarla ilişkiliendirmelere yer verilen derslerin, öğretimde kendi başına bırakılan öğrencilere göre daha iyi öğrenme sonuçları ürettiğini belirtmişlerdir. Bu süreçlerin öğrencilerin fonksiyonu anlamlı bir şekilde öğrenmelerine ve onu değişik durumlarda kullanmalarına yardımcı olabileceğini ifade etmişlerdir.

Öğretmen adaylarının fonksiyon kavramıyla ilgili görüşlerinin incelendiği başka bir çalışmada, fonksiyon özelliklerinin çoğunlukla bir gösterime ait özel işlemler olarak algılandığı görülmüştür. Fonksiyona ait uygun terminolojiyi kullanmadığı tespit edilen öğretmen adaylarının modern tanımla tutarsız kavramsallaştırmalar sergiledikleri gözlenmiştir. Yine öğretmen adaylarının fonksiyona ilişkin kavram görüntülerini birbiriyle tutarlı, zengin, anlamlı ilişkiler çerçevesinde oluşturamadıkları belirlenmiştir. Bu sebepten, matematiksel kavramlara ilişkin yeterince esnek olamayan bir düşünce sistemi geliştirdikleri tespit edilmiştir (Hansson, 2006).

## **2.4 Kavram Görüntüsü ve Kavram Tanımı**

Eğitimde yeni bir kavramın ilk öğretiminde izlenecek yaklaşım, kullanılacak öğretim yöntemi o günkü öğretim felsefesinden etkilenmektedir. Söz konusu matematik eğitimi olduğunda öğrencilere soyut olan kavramların ilk olarak nasıl aktarılacağı önemli bir sorundur. 1960'ların matematik eğitimi ifade edilirken, yeni bir kavramın öğretimine girişte öğrencilerin anlayacağı tahmin edilen açık tanımların hazırlanarak bunların öğrencilere verilmesinin iyi bir başlangıç olacağını planlandığı belirtilmektedir. Ne var ki, bu yaklaşım üzerine yapılan araştırmaların öğrencilerin matematik kavramları üzerine düşünme yaklaşımlarının, tanımda kullanılan kelimelerden farklı olduğu görülmüştür (Sheehy, 1996). Örneğin, öğrencilerin bir fonksiyonun içbükeyliğini anlamalarına tanımın rolünü incelediği bir çalışmada Üreyen (2006) çukurluğun tanımının değişim oranı üzerinden verildiğinde öğrencilerin hem tanımı anlayabildiğini hem de uygulayabildiğini belirtmiştir. Halbuki çukurluğun tanımı ikinci türev üzerinden verildiğinde öğrencilerin bu kez



anlamadan problem çözdüklerini tespit etmiştir. Öte yandan, tanım tanjant doğruları üzerinden verildiğinde ise öğrencilerin grafikteki bağımsız-bağımlı değişken arasındaki ilişkiyi kavramakta zorluk yaşadıklarını söylemiştir. Bu noktada matematik eğitiminin ilerleyen düzeylerindeki odağın, öğrencileri profesyonel matematikçilerin dünyasına hazırlamak değil, matematik kavramlarının geliştirildiği tecrübeleri yaşatabilmek olması gerektiği vurgulanmaktadır (Tall, 1992).

Öğrencilerin kavramın tanımı, yani o kavramı belirginleştirmek için kullanılan sözcükler topluluğu, ile zihinlerinde sahip oldukları düşünme yaklaşımlarının farklılığı üzerine kavram görüntüsü ifadesi gündeme gelmektedir. Bir kavrama ait bireyin zihninde varolan yapıların tümünü vurgulamak için kullanılan kavram görüntüsü terimi, zihinde o kavramla ilgili bütün resim, ses, özellikler ve olguların tamamını temsil etmektedir. Vinner (1983) öğrencilerin kavramlarla başa çıkmada kavram görüntülerine, kavramlara ait tanımlardan daha çok ihtiyaç duyduklarını belirtmiştir. Yine Vinner (1983)'a göre kavrama ait tanım zihindeki etkinliğini zamanla yitirebilir, kavramın tanımı unutulabilirken, kavram görüntüleri düşünme sürecinde daha çok kullanılmaktadır. Öğrenme sürecinde zamanla şekillenen, değişen ve/veya gelişen bir kavrama ait zihindeki görüntülerin birbirleriyle tutarlı bir seyir izlemediklerine ek olarak, birbirleriyle çelişebilecekleri de ifade edilmektedir. Özellikle öğrencilerin eski bir kavramla, yeni bir durumda karşılaştıklarında o durumu anlamlandırmak için zihinlerindeki eski kavrama ait görüntüleri kullanmalarından dolayı bu çelişki veya karmaşaların yaşanabildiği belirtilmiştir. Yaşanabilecek böyle durumlara çözüm olarak, öğrencilerden kavram görüntülerinin etkisinde kalmadan kavram tanımını kullanmalarını beklemek yerine, yeni öğrenmelerin erken dönemlerinde sınıf içinde tartışmalar ve/veya konuşmaların faydalı olabileceği söylenmiştir. Bunlara ek olarak, öğretim sürecinde öğrencilerin zengin tecrübeler edinmelerine, kavramın anlamlı bir şekilde öğrenilmesinin sağlanmasına, örnek ve ters örneklerle bir denge kurulmasına da çalışılabilir (Tall & Vinner, 1981).

## 2.5 Kavramsal Öğrenme-İşlemsel Öğrenme

Öğretim sürecinin öğrencilerin özelliklerine göre kurgulanması gerektiği yapılan değişik çalışmalarda ifade edilmiştir (Block & Airasian, 1971; Dick, Carey, & Carey, 2001; İşman, 2005; Özdemir & Uyangör, 2011). Matematik düşünme süreçleri bireysel özelliklerin farklılaşmasına göre Ferri (2003) tarafından görsel, analitik ve kavramsal olarak sınıflandırılmıştır. Görsel düşünme stillerinin resimlere, dinamik figürlere; analitik düşünme stillerinin sembolik ifadelere ve kavramsal düşünme stillerine, fikirlere yoğunlaştığını belirtmiştir. Ayrıca karışık olarak ismlendirdiği bir dördüncü sınıfın da bahsedilen 3 düşünme stilinin değişik oranlarda beraber bulunmasından oluştuğunu söylemiştir. Karışık düşünme stiline sahip öğrenciler problem çözümlerinde daha esnek olabilmektedirler. Aynı yerde, sınıflarda değişik matematik düşünme stillerine sahip öğrencilerin olabileceği ve öğretim planlanırken bunun göz önüne alınması gerektiği vurgulanmıştır. Burada bahsedilen matematik düşünme stili ifadesinin, bireylerin matematikle ilgili olgu ve ilişkileri anlamaya çalışırken, değişik temsiller ve bireysel tasarımları aracılığıyla kullandıkları düşünme eğilimleri olduğunu vurgulamak yerinde olacaktır.

Sınıfta yapılan öğretim sürecinin sonunda arzu edilen öğrenmenin nasıl olması gerektiğine karar verilebilmesi için, öğretimin hangi bilgi türüne dayalı veya öğretimin hangi aşamasında hangi bilgi türüyle yapılacağına karar verilmesi gerekmektedir (Star & Stylianides, 2013). Matematik eğitiminde ön plana çıkan iki bilgi türü kavramsal ve işlemsel bilgidir. Bunlardan kavramsal bilgi bir öğrenme alanına ait kurallar ve ilişkilere ait bilgiyi ifade ederken, işlemsel bilgi öğrenme alanına ait hızlı ve etkili bir şekilde problem çözümünü sağlayacak bilgiyi vurgulamaktadır (Schneider & Stern, 2005). İşlemsel bilgi problem çözümünde kullanılan adımlar olup, belirli problem tiplerine özgüdür ve genellenemez. Kavramsal bilgi ise bir öğrenme alanına ait prensiplerin veya kuralların üstü açık veya kapalı bir şekilde ve gerekçelendirmeleriyle birlikte öğrenilmesini, anlaşılmasını ifade eder. Başka problem tiplerine genellebilen bilgi türüdür. Doğrunun niye doğru, yanlışın niye yanlış olduğunun gerekçelendirilmesini gerektirir. Bu bilgi türü zihinde var olmasına rağmen, sözel olarak dışa yansıtılamayabilir (Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001).

Bahsedilen bu iki bilgi türüyle ilişkilendirilen, iki de öğrenme türü bulunmaktadır. Bunlar kavramsal öğrenme ve işlemsel öğrenme olarak isimlendirilmektedir. İşlemsel bilginin belirli bir hedefe yönelik problem çözümü adımlarını ifade eden bilgi türü olmasından hareketle, işlemsel öğrenme belirli bir düzeyde otomatikleşmeyi hedefleyen öğrenme türünü ifade etmektedir. İşlemsel öğrenmenin otomatikleşmiş doğası gereği bu süreçten elde edilen bilginin bilinçli bir şekilde kullanımından bahsetmek zordur. Ayrıca işlemsel öğrenme sonrası kazanılan bilginin başka öğrenme alanlarına transferi güçtür. Öte yandan ilişkisel temsillerle depolanan ve kavramsal öğrenme sürecinin ürünü olan kavramsal bilgiye istenildiğinde ulaşılabildiği gibi bu bilgi başka alanlara, problem tiplerine de transfer edilebilmektedir (Schneider & Stern, 2005).

MEB tarafından 2013 yılında yayımlanan Ortaöğretim Matematik Öğretim Programında da vurgulandığı üzere matematik öğretiminde bahsedilen her iki bilgi arasında kurulacak bir denge önemlidir (MEB, 2013a). Öğrencilerin ilişkisel, disiplinlerarası bir öğrenme sürecine dahil olmaları önemli olduğu kadar, bazı problem tiplerinin çözümlerinde işlemsel beceri kazanmaları hatta otomatikleşmeleri de önemlidir. Bununla birlikte, kavramların kendi içlerindeki anlam ve birbirleriyle ilişkilerinin öğrenilmesi, problem çözümünde kullanılan işlem adımlarının anlamlandırılması ayrıca önemlidir.

Kavramsal bilginin ilişkilerce zengin oluşundan, işlemsel bilginin ise performansta kendini göstermesinden bahsedilen başka bir çalışmada, öğretmenlerin hem işlemsel, hem kavramsal öğrenmeyi desteklemek amacıyla dikkat etmesi gereken bazı noktalara değinilmiştir. Bunlardan birincisi öğretmenlerin öğrencileri problemlerin çözümünde alternatif yolları kullanmaya teşvik etmeleri ve öğrencilerden yanlış çözümlerle doğruları karşılaştırmalarını istemeleridir. İkincisi, öğretmen sınıfta öğrencilerin yaptıkları çözümlerin üzerinde dururken, bu çözümlere ait bireysel açıklamalarını desteklemelidir (Rittle-Johnson & Schneider, baskıda). Üçüncü olarak, sınıfta öğretim sürecine başlamadan öğrencilere problem durumunun araştırılması için fırsat sunulmalıdır (Schwartz, Chase, Oppezzo, & Chin, 2011). Başka bir çalışmada da kavramsal öğrenmeyi destekleyici sınıf ortamının özellikleri sunulmuştur. Bunlar; konuyla ilgili problemlerin çözümünde işlem adımlarının özetlenmesinden ziyade açıklayıcı matematik konuşmalarına yer verilmesi, bu süreçte yapılan hataların problemi daha iyi kavramayı sorgulamaya yardımcı olması

amacıyla kullanılması, çözümde kullanılan farklı stratejiler arası ilişkileri amaçlayan matematik düşüncesinin teşvik edilmesi ve bireysel katkının önemsendiği ekip çalışması yoluyla matematiksel gerekçelendirmeleri kullanarak problem çözümünde ortak bir karara varılması olarak sıralanmıştır. Öğretim sürecinde bunların sağlanması esnasında öğrencilerin fikirlerinin ciddiye alınmasının kavramların inşasında önemli bir yeri olduğunu da eklemek yerinde olacaktır (Kazemi, 2012).

Huang & Witz (2011) ilköğretim 4. sınıf öğrencilerinin alan hesabına ilişkin kavramsal öğrenmelerine yönelik yaptıkları bir çalışmada, 2 boyutlu geometri ve alan hesabının ilişkilendirilerek yapıldığı öğretimin öğrencilerin başarılarını yükselttiği göstermişlerdir. Kavramsal öğrenmenin göstergelerinden olan matematiksel gerekçelendirme ve açıklamalar yapabilme becerisinin, 2 boyutlu geometri öğretimine sayısal hesaplamaların entegre edilmesiyle geliştiği belirlenmiştir. Araştırmada sadece işlemsel beceriye dönük öğretim gören öğrenci grubunun son puanda daha başarılı, işlemsel ve geometrik öğretime dayalı öğretim gören öğrenci grubunun ise son puanda geri olmalarına rağmen alan hesabıyla ilgili üst düzey düşünme becerileri geliştirdikleri tespit edilmiştir. Buradan hareketle sayısal hesaplamalar ve geometrik şekillerin birbirine entegre edilmesiyle kurgulanan öğretim sürecinin, öğrencilerin alan hesabıyla ilgili formülleri ve bunların aralarındaki ilişkileri daha iyi anladıkları ifade edilmiştir.

Reform tabanlı matematik metotlarıyla ilgili aldıkları bir eğitim sonrası öğretmen adaylarının kavramsal matematik bilgilerindeki değişimin incelendiği bir çalışmada lisans düzeyinde alınan derslerin sayısının matematikteki kavramsal öğrenmelerini geliştirmediği bulunmuştur. Burada, özelleştirilmiş derslerin temel içeriğin kavramsal olarak öğrenilmesi için gerekli olduğu ifade edilmiştir. Öte yandan, kavramsal matematik bilgisi açısından incelendiğinde, lisede daha fazla sayıda ve düzeyde matematik dersi alan öğretmen adaylarının daha çok değişim gösterdikleri tespit edilmiştir. Bununla birlikte, araştırmaya katılan öğretmen adaylarından yüksek düzeyde işlemsel beceri gösterenlerin, eğitim sürecince kavramsal öğrenme açısından daha fazla gelişim gösterdikleri belirlenmiştir (Zerpa, Kajander, & Barneveld, 2009).

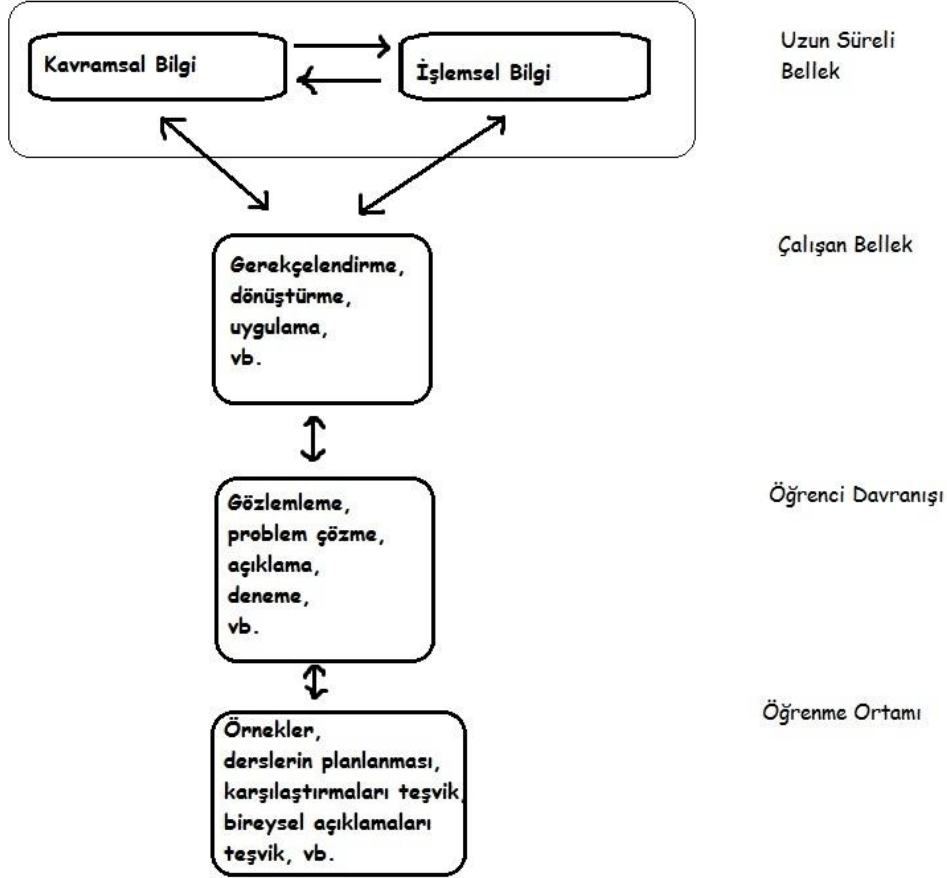
Öğrencilerin bölme işlemi bilgileri ve öğretmenlerinin bölmeyle ilgili kavramsal bilgilerinin arasındaki ilişkinin incelendiği bir çalışmada bölmeyle ilgili

standartın dışında kavramsal öğrenmeyi temel alan eğitim verilen öğretmenlerin öğrencileri, diğer gruba göre daha başarılı olmuştur. İlk gruptaki öğretmenler kendilerine verilen eğitimden sonra öğrencilerine bölmeyi oyunlar, somut materyaller ve farklı gösterimler aracılığıyla öğretmeye çalışmışlardır. Bu gruptaki öğrencileri, ne anlama geldiğini bilmedikleri bir prosedürü ezberlemek zorunda kalmamışlar, aksine bölme işleminde yapılan paylaştırmanın ifade ettiği anlamı ve bunun sonucu nasıl etkilediğini görebilmişlerdir. Bununla birlikte aynı öğrencileri, yaptıkları hesaplamaların kendilerine sunulan problemlerde nasıl işe yarayacağı hakkında fikir yürütebilmişlerdir (Lamb & Booker, 2004).

Wu (1999) işlemsel ve kavramsal bilginin iç içe olduğunu ifade ettiği çalışmasında, matematiğin çoğu öğrenme alanında işlemsel becerinin, kavramsal öğrenmeler için gerekli olduğunu belirtmiştir. Buna göre iki öğrenme türünü farklı konumlarda değerlendirmek, birini geliştirmeye çalışırken diğerinin eksik kalmasına sebep olacaktır. Halbuki, yapılan işlemlerde kazanılacak serilik veya pratiklik, karmaşık problem veya öğrenme alanlarında zihinsel enerjinin daha ekonomik kullanılmasını, derin düşünmeye ayrılan payın daha fazla olmasını sağlayacaktır. Örneğin, kesirlerin öğretiminde ısrarla vurgulanan kavramsal yaklaşım kadar, işlemlerin otomatik olarak gerçekleştirilebilir olmasının da sağlanması önemlidir. açıklanırken, 2 tamın içinde kaç tane yarım vardır demek, payın değiştirilmeden paydanın ters çevrilerek çarpılmasına göre daha kavramsal bir açıklamadır. Ne var ki,  $\frac{13}{41}$  ifadesinde aynı yaklaşımı kullanmak pek mümkün görünmemektedir. Burada  $\frac{13}{29}$  öğrencilerin sonuca ulaşabilmeleri için yukarıda bahsedilen algoritmayı kullanmaları gerekmektedir. Kaldi ki, daha kolay problemlerde bile bahsedilen rutin işlemlerin kullanılması öğrencilere zaman kazandıracığı gibi, karşılaştıkları durumlarda başka öğrenmeler için harcayabilecekleri zamanı arttıracaktır.

Kavramsal öğretim sürecinde dikkat edilmesi gerekenler Haapasalo (2008) tarafından iki madde halinde sıralanmıştır. Bunlardan birincisi matematik öğretiminde kavramsal sürece ağırlık verilirken teknolojinin ihmal edilmemesi ve bu araçlardan faydalanırken arka plandaki matematiğin ihmal edilmemesidir. İkincisi ise sınıfta etkinlik yapılırken veya problem çözülürken çoklu temsillerin sürece dahil edilerek “süreç” yaklaşımıyla beraber “nesne” yaklaşımına yer verilmesine dikkat edilmesidir. Bu ikisinin yerine getirilmesinde ise en önemli faktörün işlemsel ve

kavramsal öğrenme ile ilgili temel bilgi ve beceriye sahip öğretmenlerle olacağı da vurgulanmıştır. Haapasalo (2003) ise işlemsel ve kavramsal öğrenme araçlarının öğrenme sürecinin en başında aktif olarak bulunan ve bu süreci kontrol eden öğretmen tarafından hazırlanması gerektiğini söylemiştir. İşlemsel ve kavramsal öğrenmenin bilgiyi işleme kuramına göre ilişkisini gösteren bir şema Rittle-Johnson & Schneider (baskıda) tarafından Şekil2.5'te ki gibi gösterilmiştir:



Şekil 2.5: Bilgiyi işleme modeline göre kavramsal ve işlemsel öğrenme arasındaki ilişki (Rittle-Johnson & Schneider, baskıda)

Haapasalo (2003) işlemsel ve kavramsal bilgi arasındaki ilişkinin 4 farklı şekilde olduğunu belirtmiştir. Bunlar aşağıda maddeler halinde verilmiştir:

1. İşlemsel ve kavramsal bilgi arasında ilişki yoktur.
2. İşlemsel bilgi, kavramsal bilginin oluşması için gerekli ve yeterli koşuldur.
3. Kavramsal bilgi, işlemsel bilgi için gerekli olan ama yeterli olmayan koşuldur.

4. İşlemsel bilgi, kavramsal bilgi için gerekli olan ama yeterli olmayan koşuldur.

Eğitimsel olarak isimlendirilen yaklaşıma göre işlemsel öğrenme, kavramsal öğrenmeye bağlıdır. Buna göre, işlemlerde uzmanlaşılması, o işlemlerin ne anlama geldiğinin öğrenilmesine ya da kavranmasına bağlıdır. Gelişimsel olarak isimlendirilen başka bir yaklaşıma göre ise işlemsel öğrenme, kavramsal öğrenmenin gelişimine yardımcı olur. Bu süreçte vurgulanan işlem adımlarının öğrenilmesi ve bunların sonuçlar üzerine yansıtılması yoluyla kavramsal öğrenmenin gelişiminin destekleneceği düşüncesidir. Bu, aynı yazar tarafından, “Yapmaktan daha önemli olan şey, neyi, neden ve nasıl yaptığımı anlamaktır. Bu da şu soruları sormayı akla getirir: Bunu biliyor muyum, neden olduğunu biliyor muyum, ve nasıl bildiğimi biliyor muyum.” şeklinde ifade edilmiştir.

İşlemsel bilginin mi kavramsalı etkilediği yoksa tersi bir sürecin mi olduğunu araştıran Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali (2001) araştırmalarında her ikisinin birbirini desteklediğini göstermişlerdir. Yaptıkları çalışmada öğrenme türlerinden birinin diğerine önceliğini değil, birbirlerini destekleyici niteliklerinden hareketle, birbirlerine paralel olarak kullanılmaları gerektiğini tespit etmişlerdir. Bu aşamada Haapasalo (2008) tarafından ifade edilen öğrencilerin problemi çözebilir olmadan mı kavramı öğrenmeleri gerektiği, yoksa bunun tersi mi olması gerektiğine ilişkin dile getirdiği sorunun kısmen de olsa cevaplandığı görülmektedir. Sınıftaki öğrenme sürecinde ise öğrencilerin hem işlemsel, hem kavramsal yetkinliklerindeki gelişimin önemsenmesi, sınıfta iyi öğrenenlerin kullandığı yaklaşımların belirlenmesi ve bunun öğretim sürecinin planlanmasında kullanılması, problemlerin etkili bir şekilde, uygun çok çoklu temsiller aracılığıyla sunulması gerektiği vurgulanmıştır.

## **2.6 Fonksiyon Öğretimi**

Fonksiyonların tanımıyla ilgili MEB tarafından 2013 yılında yayımlanan matematik öğretim programında fonksiyonlar, 9. sınıf düzeyinde, bağımlı-bağımsız değişkenler arasındaki ilişki olarak açıklanmıştır (MEB, 2013a). Amerikan Matematik Öğretmenleri Konseyi-NCTM (2000) öğrencilerin örüntü şeklinde verilen fonksiyonları tanıyabilmeleri, fonksiyona ait değişik temsilleri seçebilmeleri, dönüştürebilmeleri ve kullanabilmeleri gerektiğini belirtmiştir. Bunlarla birlikte

öğrencilerin, tek değişkenli fonksiyonların değişim oranlarını, eksenleri kestikleri noktaları, yerel ve genel davranışlarını analiz edebilmeleri gerektiğini ifade etmiştir. Diğer yandan, ABD’de lise eğitimiyle ilgili standartlar belirleyen bir kuruluş, öğrencilerin fonksiyonu yorumlamayla ilgili olarak kavramı anlayabilmelerini ve fonksiyon notasyonunu kullanabilmelerini, uygulamalarda ortaya çıkan fonksiyonları yorumlayabilmelerini, değişik temsillerle ifade edilen fonksiyonları analiz edebilmelerini hedef davranışlar olarak belirlemiştir. Aynı yerde fonksiyonun inşasıyla ilgili olarak öğrencilerin iki nicelik arasında var olan bir ilişkiyi modelleyen bir fonksiyon kurabilmelerinin, var olan fonksiyonlardan yenilerini oluşturabilmelerinin beklendiğini ifade etmiştir (Common Core Standarts Initiative, 2014) .

Fonksiyonların öğretiminde ortaöğretim matematik programında yapılan değişikliklerle bazı farklılaşmalara gidilmiştir. 2011 yılında yayımlanan matematik öğretim programında fonksiyonların sadece 9. sınıfta 6 kazanım rehberliğinde, 24 ders saatinde işlenmesi uygun görülmüştür. Burada fonksiyonlar özel bir bağıntı olarak ele alınmıştır. Önerilen etkinliklerde fonksiyon makinesine yer verilmiştir. Öğretim programı fonksiyon kavramına girişte daha çok cebirsel yaklaşımdan örnekler sunmuştur. Yine programda, fonksiyonun daha çok girdi-çıkı ilişkisi üzerinde durulmuştur, fonksiyon makinesinin kavrama girişte kullanılması önerilmiştir. Bunun yanı sıra kullanılması önerilen diğer çoklu temsiller grafik ve tablolarıdır. Ayrıca, teknolojinin kullanılmasının faydalı olacağı da belirtilmiştir (MEB, 2011). Yukarıda da bahsedilen, 2013 yılında yayımlanan matematik öğretim programında ise fonksiyonlar konusu iki parçaya ayrılmıştır. Birinci kısmında fonksiyon kavramı ve gösterimi, ikinci kısmında ise fonksiyonlarla ilgili işlemler ve uygulamalar yer almaktadır. Birinci kısmının 9. sınıfta 4 kazanım rehberliğinde ve 28 ders saatinde işlenmesi uygun görülmüştür. Fonksiyonların günlük hayat durumları üzerine modellenerek öğrencilere verilmesi, bağımlı-bağımsız değişkenlere ağırlık verilmesi gerektiği ifade edilmiştir. Fonksiyon makinesi metaforuna bu programda da yer verilmiştir. Önceki öğretim programının aksine, fonksiyonlara girişte bağıntı konusu üzerinden gidilmemiştir. Fonksiyonların çoklu temsillerle gösterimine önem verilen bu programda, grafik ve küme temsillerine ağırlık verilmiştir (MEB, 2013a). Öte yandan, MEB tarafından 2013-2014 öğretim yılı için hazırlanan 9. Sınıflar matematik ders kitabında fonksiyonlar konusuna geniş yer verilmiş, değişken,



bağımlı-bağımsız değişken kavramlarına önemli oranda yer ayrılmıştır. Burada da fonksiyon girdi-çıkı süreci olarak ele alınmış ve öğrencilerin fonksiyona ait kavram görüntülerinin oluşturulmasında fonksiyon makinesine vurgu yapılmıştır (MEB, 2013b). 2013 yılına ait programda fonksiyonların ikinci kısmının 10. sınıfta, 5 kazanım rehberliğinde ve 34 ders saatinde işlenmesi uygun görülmüştür.

Öğrencilerin fonksiyon öğretiminde karşılaştıkları çoklu temsiller genellikle küme gösterimi, fonksiyon makinesi, sıralı ikililer, tablolar, grafikler, cebirsel ifadeler ve fonksiyonun sözel ifadesi şeklindedir. Bunlardan küme gösterimi çoğunlukla fonksiyon kavramı için ilk örnek olarak kullanılmaktadır. Cebirsel ve grafik gösterimler ise bunu sırasıyla takip etmektedir (Akkoç & Tall, 2002). Gösterimlerin hepsinde ortak amaç ve öğrencilerden beklenen her bir gösterimin aynı fonksiyonel ilişkiyi gösterdiklerinin kavranmasıdır. Bu süreçte öğrenciler zihinlerinde fonksiyonla ilgili değişik ilkörnekle geliştirirler ve bunlar arasında gel gitler oluşur. Bu gel gitler (rezonans) oluşmazsa öğrenci karmaşa yaşar. Örneğin, geçmiş tecrübelerinde fonksiyonla ilgili sahip olduğu kavram görüntüsü onun sürekli değişmesiyle ilgili olan bir öğrenci, sabit fonksiyonu algılamayabilir. Özetle söylenebilir ki, öğrencilere fonksiyon kavramının yeterince dikkatli seçilmemiş ve birbirleriyle ilişkisi zengin, anlamlı bir şekilde kurulmamış örnekler aracılığıyla yapılan öğretimi fonksiyonun esas anlamıyla ilgili hatalı izlenimler verebilir (Tall & Bakar, 1991).

Vollrath (1986) fonksiyonların öğreniminde gerekli iki zihinsel beceriden bahsetmiştir. Bunlardan birincisi değişkenler arasında bağımlılık ilişkisi arayabilme, üretebilme, ikincisi ise bağımlılık ilişkisi ile ilgili varsayımları üretebilme, test edebilme ve gerekirse tekrar gözden geçirmedir. Bunun sağlanması amacıyla ilişkilendirmeyi destekleyici, sayı ya da geometrik şekiller arası fonksiyonel ilişki ve örüntü becerisinin kazanılmasını sağlayacak öğretim etkinlikleri yapılması gerektiğini ifade etmiştir. Yine öğrencilerin kodladıkları bilgileri geri çağırarak kavramlar arası ilişki kurabilecekleri üzerinden giderek örüntü ve fonksiyonun paralel gösterimlerine vurgu yapan Kabael-Uygur & Tanışlı (2010), fonksiyon öğretiminde iki farklı yaklaşım olduğunu söylemişlerdir. Bu yaklaşımların, girdi-çıkı süreci ve özel bir bağıntı şeklinde olduğunu belirttikten sonra her iki durumda da çoklu temsillerin kullanılmasına vurgu yapmışlardır.

Öğrenciler fonksiyon öğrenirken gösterimler arası geçişler yapabilme yetenekleri geliştikçe fonksiyonu nesne olarak kavrayabilecektir. Fonksiyonu nesne olarak kavrayabilen öğrenciler, fonksiyonun cebirsel ve grafik gösterimleri arasında rahatlıkla geçişler yapabileceklerdir (Bayazit, 2011). Öğrencilerin, fonksiyonların geometrik gösterimini kullanabilmeleriyle denklemler, grafikler ve genel olarak fonksiyonları daha iyi öğrenmeleri arasında yakın bir ilişki bulunmaktadır. Bununla birlikte grafik gösterimini etkili bir şekilde kullanabilen öğrenciler ise geometrik problemlerdeki ilişkileri daha iyi görebilecek ve problem çözümede daha başarılı olabileceklerdir. Öğrencilerin grafik bilgisi gerektiren fonksiyon sorularında zorlanmalarının sebebi ise, grafiğin taşıdığı bilgiye odaklanamamaları olarak açıklanabilir (Mousoulides, 2004).

Fonksiyon öğretimiyle ilgili öne çıkan düşüncelerden bir diğeri, onun gerçek hayatta fiziksel evreni modellemede kullanılan önemli bir araç olmasından hareket eder (Selden & Selden, 1992). Bu düşünceden hareketle, öğrencilerin günlük tecrübelerine dayanacak, disiplinlerarası çalışma imkanı verecek bir öğrenme ortamı düzenlenmelidir. Özellikle fen ve matematik arasında kurulacak ilişkiyi temel alması uygun görülen bu öğretim ortamı, yeni kavramın dar bir alanda sunulmasından kaynaklanan, yeni öğrenmelerin farklı kurallar gibi algılanması hatasının önüne geçecektir. Buna ek olarak, öğrenilen yeni bilginin başka alanlara transferi de kolaylaşacaktır (Michelsen, 2006).

Öte yandan, çoklu temsilleri fonksiyon öğretiminde kullanırken dikkat edilmesi gereken noktalarda bulunmaktadır. Dreyfus & Eisenberg (1982) fonksiyonların tablolar, oklar, diyagramlar gibi çoklu temsillerinin kullanımının öğretimi zorlaştırdığını söylemişlerdir. Buna gerekçe olarak, öğrencilerin her bir temsili ayrı, öğrenilmesi gereken farklı alt konular olarak algıladıklarını ifade etmişlerdir. Bununla ilgili olarak, hazırlanacak öğretim uygulamalarında fonksiyona ait çoklu temsilleri kullanırken bu tehlikenin farkında olmanın yerinde olacağı söylenebilir.

### 3. YÖNTEM

Bu bölümde çalışmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve toplanan verilerin analizi yöntemlerine yer verilecektir.

#### 3.1 Araştırmanın Modeli

Çalışmada nicel ve nitel olmak üzere karma desen kullanılmıştır. Nicel boyutunda yarı deneysel desen uygulanmıştır. Bu model gruplara yerleştirilecek kişilerin rastgele seçimle dağıtılamadığı durumlarda seçilmektedir (Azar, 2008). Yapılan çalışmada gruplara ön-test ve son-test uygulaması yapılmıştır. Çalışmanın deseni Tablo 3.1’de gösterilmiştir.

**Tablo 3.1: Araştırmanın deseni**

Deney Grubu	O1	X	O2
Kontrol Grubu	O3		O4

Figürdeki O1 ve O3 gruplara uygulanan ön-testleri, O2 ve O4 gruplara uygulanan son-testleri ve X deney grubunda gerçekleştirilen ders uygulamasını göstermektedir.

Fonksiyon konusuna hazır bulunuşluklarını ölçmek amacıyla yapılan ön test sonuçlarından elde edilen verilere uygulanan Mann Whitney U-testinde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin toplam puanları arasında anlamlı bir fark bulunmamıştır,  $U=287.500$ ,  $p<.05$ . Gruplar arasında anlamlı farklılık bulunmaması üzerine rastgele atama yoluyla deney ve kontrol grupları tespit edilmiştir.

### 3.2 Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2013-2014 öğretim yılında Batı Marmara’da bir lisede öğrenim görmekte olan 55 9. Sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Öğrenciler iki ayrı sınıfta bulunmaktadır. Çalışma için uygulamanın gerçekleştirileceği sınıf rastgele seçilmiştir. Deney grubu olarak seçilen sınıfta 29, kontrol grubu olarak seçilen sınıfta 26 öğrenci bulunmaktadır. Tablo 3.2’de sınıfların cinsiyet dağılımları gösterilmiştir.

**Tablo 3.2: Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin cinsiyete göre sınıflandırılması**

Sınıf	Erkek	Kız	Toplam
Deney Grubu	16	13	29
Kontrol Grubu	15	11	26

### 3.3 Veri Toplama Araçları

Yapılan araştırmada veriler her iki sınıfa da uygulanan, öğrencilerin fonksiyonlar konusuna ilişkin hazır bulunuşluklarını tespit etmek amacıyla yapılan bir ön-test (EK C) ve başarılarını değerlendirmek amacıyla yapılan son-testten (EK D) elde edilmiştir.

Ön-test MEB tarafından 2013 yılında hazırlanan 9. sınıf matematik ders kitabında (MEB, 2013b) fonksiyonlar konusuna girişte sunulan bir testin düzenlemesiyle elde edilmiştir. Ders kitabındaki bazı sorular uzman görüşü ve kapsam geçerliliği analizi doğrultusunda araştırmacı tarafından öğrenci düzeyi ve hazırlanan uygulamanın içeriği de göz önüne alınarak tekrar düzenlenmiştir. Test, yapılan bu düzenleme sonrası tekrar uzman görüşüne sunulmuş ve uygun görülmesiyle birlikte kullanıma hazır hale getirilmiştir.

Son-test olarak kullanılan Fonksiyonlar Başarı Testi ise araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Bu süreçte öncelikle ilgili literatür taraması yapılmıştır. Bu aşamada fonksiyon kavramı için gerekli ön koşul öğrenmeler tespit edilmiş ve testin kapsam geçerliliği sağlanmıştır. Buradan elde edilen bilgiler ışığında hazırlanan test uzman

görüşüne sunulmuş ve alınan geri bildirimler ışığında gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Tekrar uzman görüşüne sunulan testin onayından sonra pilot uygulamaya geçilmiştir. Testin pilot uygulaması 2013-2014 öğretim yılı güz döneminde Balıkesir Üniversitesi Eğitim Fakültesi Sınıf Öğretmenliği birinci sınıfında öğrenim gören öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Test buradan elde edilen veriler doğrultusunda yapılan gerekli düzenlemelerle birlikte kullanıma hazır hale getirilmiştir. Bu aşamada öğrenciler tarafından anlaşılmasında güçlük gözlenen soru ifadeleri, anlamlandırılmasında sorun yaşanan grafik ve tablolar daha anlaşılır hale getirilmiştir. Bu testte öğrencilerin bağımlı-bağımsız değişkenler, fonksiyonun tanımı, tanım ve değer kümeleri, verilen ilişkilendirmelerin fonksiyon olup-olmadığına gerekçelendirmeleriyle beraber karar verebilme ve fonksiyonların değişik temsilleri arasında geçiş yapabilme becerileri 6 soru ile incelenmiştir. Fonksiyonlar Başarı Testi'nden elde edilen verilerin hem nicel, hem de nitel analizi yapılmıştır. Testte öğrencilerin cevaplarına 0, 1 ve 2 puan verilmiştir. Gerekçelendirme istenen sorularda açıklanmayan cevaplara 0 puan verilmiştir. Tam doğru cevaplara 2, kısmen doğru cevaplara 1 puan verilmiştir. Öğrencilerin tabloya girdikleri verileri başka bir temsile dönüştürmelerinin istendiği 5.B, 6.C ve 6.Ç kodlu sorularda tablodaki veriler yanlış veya eksik bile olsa dönüşümün yapılabilmesi önemli olduğu için yapılan dönüştürmenin doğruluğu göz önüne alınmıştır. Her soru için bu testten alınacak en düşük ve en yüksek puanlar Tablo 3.3'de gösterilmiştir. Puanlama cetveli Ek-A'da verilmiştir.

**Tablo 3.3: Fonksiyonlar Başarı Testi'nden alınabilecek en düşük ve en yüksek puanlar**

Soru	En düşük	En yüksek
1	0	10
2	0	6
3	0	6
4	0	16
5	0	4
6	0	8
Toplam	0	50

Nitel analizde öğrenci cevap kâğıtları doküman analizi çerçevesinde incelenmiştir. Doküman analizi öğrencilerin fonksiyonu kavrama, çoklu temsilleri kullanabilme ve bunlar arasında geçiş yapabilme becerilerine ilişkin derinlemesine bilgi edinebilmek amacıyla yapılmıştır.

Doküman analizi, Yıldırım & Şimşek (2006) tarafından ifade edildiği gibi, öznelere ulaşmanın kolay olmadığı durumlarda yapılabilmesi, tepkiselliğin olmaması, uzun süreli inceleme imkânı olması, öznelerin bireysel cevaplarının incelenmesine fırsat vermesi, maliyetinin görece olarak düşük olması gibi özellikleri sebebiyle tercih edilmiştir.

### **3.4 Verilerin Toplanması**

Araştırmanın nicel verileri öğrencilerin “Hazır mıyız?” ve “Fonksiyonlar Başarı Testi”nden elde ettikleri puanlardan, nitel verileri ise öğrenci cevap kâğıtlarının incelenmesiyle elde edilmiştir.

### **3.5 Verilerin Analizi**

#### **3.5.1 Nicel Verilerin Analizi**

Verilerin nicel analizinde puanların normal dağılıma sahip olmaması ve örneklem büyüklüğünün yetersiz olması nedeniyle Mann Whitney U-testi kullanılmıştır. Tablo 3.4 ve tablo 3.5’te görüldüğü gibi ön test için yapılan Shapiro Wilk normallik testinde deney grubuna ait veriler, son teste için yapılan normallik testinde kontrol grubuna ait veriler normal dağılım göstermemektedir.

**Tablo 3.4: Ön test toplam puanlarına ilişkin normallik testi tablosu**

		Sharipo-Wilk		
Ön test toplam puanları		İstatistik	df	p
	Deney Grubu	.900	29	.010
	Kontrol Grubu	.949	26	.216

**Tablo 3.5: Son test toplam puanlarına ilişkin normallik testi tablosu**

		Sharipo-Wilk		
Son test toplam puanları		İstatistik	df	p
	Deney Grubu	.977	29	.756
	Kontrol Grubu	.906	26	.021

Büyüköztürk (2008) tarafından ifade edildiği gibi bu test “iki ilişkisiz örneklemden elde edilen puanların birbirinden anlamlı bir şekilde farklılık gösterip göstermediğini test eder. Başka bir anlatımla, bu test iki ilişkisiz grubun, ilgilenilen değişken bakımından evrende benzer dağılımlara sahip olmadığını test eder. Mann Whitney U-testi, bağımlı değişkenin en az sıra ölçeğinde, gözlemlerin birbirinden bağımsız olmasını gerektirir.” Araştırmada Fonksiyonlar Başarı Testi’nde öğrencilerin her bir sorudan aldıkları puanlar SPSS 17 programına kaydedilmiştir. Burada öğrencilerin toplam puanları oluşturulmuştur. Bu değerler analizde kullanılmıştır. Ayrıca öğrencilerin ön-testten aldıkları toplam puanları da Mann Whitney U-testi kullanılarak incelenmiştir. Yapılan araştırmada seçilen çalışma grupları birbiriyle ilişkisiz, bağımlı değişken, yani fonksiyon testinden elde edilen başarı, eşit aralıklı ve gözlemler de birbirinden bağımsızdır. Çalışmanın amacı iki çalışma grubunun bağımlı değişkenden elde ettikleri puanların birbiriyle aralarında anlamlı fark olup olmadığını test etmek olduğu için burada Mann Whitney U-testi kullanılmıştır.

### 3.5.2 Nitel Verilerin Analizi

Analizde öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi'ne verdikleri cevapları kullanılmıştır. Burada fonksiyonun tanımı ve bu tanımı kullanabilme ile ilişkili 2.A ve 3.B kodlu sorular ile 4. sorunun tamamı, temsiller arası geçişleri inceleyebilmek amacıyla da 5.A, 5.B, 6.A, 6.C ve 6.Ç kodlu sorular incelenmiştir. Bunlardan 5.A grafikteki ilişkilendirmeleri tabloya, 5.B bu tablodaki bilgileri fonksiyon gösterimine, 6.A küme gösterimini tabloya, 6.C kümeyi veya tabloyu grafiğe, 6.Ç ise bunları fonksiyon gösterimine dönüştürebilme sorularıdır. Bunlara ek olarak analizde öğrencilerin temsil tercihlerinin sorulduğu 3.C kodlu soruyla ilgili bir frekans tablosu da hazırlanmıştır.

### 3.6 Uygulama Süreci

Deney grubundaki dersler araştırmacı, kontrol grubundaki dersler dersin öğretmeni tarafından işlenmiştir.

Deney grubuna yapılan uygulamada araştırmacı tarafından hazırlanan 13 tane etkinlik kullanılmıştır (Ek-2). Etkinliklerin hazırlanmasında ortaöğretim matematik dersi öğretim programının “Fonksiyon kavramını açıklar.” kazanımı temel alınmıştır. Etkinliklerin geliştirilme sürecinde öncelikle fonksiyon kavramı ve çoklu temsiller ile ilgili literatür taraması yapılmıştır. Buralardan elde edilen verilerden yola çıkılarak etkinlikler hazırlanmıştır. İki matematik eğitimi uzmanı ve iki matematik öğretmenin inceleme sonrası gerekli değişiklikler yapıldıktan sonra etkinlikler hazır hale getirilmiştir. Uygulamada kullanılma sırasıyla etkinlikler ve her birinin amaçları aşağıda belirtilmiştir.

1. **Şeker Tadında Matematik:** Bu etkinlikte amaç öğrenciyi bağımlı ve bağımsız değişken kavramlarıyla tanıştırmaktır. Etkinlik sürecinde öğrencilerin ikili gruplar halinde çalışmalarını sağlanmıştır. Etkinlik yapıldıktan sonra bağımlı ve bağımsız değişken kavramları öğrencilere etkinlik üzerinden tanımlandıktan sonra, başka örneklerle zenginleştirme yoluna gidilebilmiştir. Bu süreçte öğrencilerin de kendi örneklerini geliştirmeleri teşvik edilmiştir.



2. **Çarşıdan Aldım Bir Tane:** Etkinliğin öncelikli amacı gerçek hayat modellemelerinin çoğunun fonksiyonel ilişki gösterdiğini öğrenciye hissettirmektir. Bağımsız değişkenin her değer (satın alınan kg.) sadece bir karşılığı olması ve her yapılan alışverişin bir değerinin bulunması. Aynı miktarda nar alındığında ödenmesi gereken tutarların değişmemesine dikkat çekilerek sınıfta bununla ilgili konuşma yapılmıştır: Bu her zaman böyle mi olur, yoksa farklı para ödenmesi gereken durumlar söz konusu mu? Etkinliğin ikinci amacı öğrencilerin kendilerine tablo halinde verilen bir ilişkilendirmeyi grafik üzerinde gösterebilmelerini sağlamaktır. Grafik gösterimlerinde yatay eksenin bağımsız, dikey eksenin bağımlı değişken için kullanıldığı vurgulanmıştır. Bu kullanımın bir tercih olduğu ve tersinin de kullanılmasında bir yanlışlık olmayacağı ifade edilmiştir. Bu noktada, öğrencilere değişkenlerin eksnelere farklı şekilde yerleştirilmesinin buradaki değerlerin doğru okunmasına engel olup-olmayacağı sorularak sonuca kendilerinin varmalarını sağlamak istenmiştir.
3. **Herkesin Var "1" Notu Bu Âlemde:** Önceki etkinlikte fonksiyonel ilişkiye yapılan girişten sonra, burada olası kavram yanlışlarını engellemek adına bazı ilişkilendirmelerde farklı değişkenlerin aynı görüntülere sahip olabileceği vurgulanmak istenmiştir. İkinci öncelikli amaç ise öğrencilerin fonksiyonel ilişkiyi ifade etmek için verilen tablo ve grafik gösterimlerinin üzerine kendi gösterimlerini oluşturmalarını teşvik etmektir. Eğer öğrencilerin gösterimleri bir fonksiyonu ifade etmede kavram yanlışlarına sebep olmayacaksa ilerleyen etkinliklerde kullanmaya devam etmeleri teşvik edilmiştir. Buna rağmen etkinliğin sonunda fonksiyon ifade etmede kullanılan birkaç fonksiyon temsili öğrencilerle paylaşılmıştır.
4. **Bizim Bakkal:** Etkinliğin öncelikli amacı fonksiyon olmayan eşlemlere yönelik bir çalışma yapmaktır. Bu sayede öğrencilerin fonksiyon kavramını içselleştirmelerine yardımcı olunacağı düşünülmektedir. Öğrencilerin bulguları ne olursa olsun, cevapların sınıfça konuşulması sürecinde, gerekirse burada karşılaşılan durumun fonksiyon olmasına engel özelliklerinin belirtilmiştir. Bununla birlikte, birkaç farklı örnekle, özellikle küme gösterimi yoluyla, farklı örnekler de verilmiştir. Son olarak, bir grafiğin fonksiyona ait

olup olmadığının nasıl anlaşılacağı da çizilen grafik üzerinden sınıfça konuşulmuştur.

5. **Hastalığında Sağlığında:** Etkinliğin öncelikli amacı öğrencileri farklı bir ilişkilendirmeye karşılaştırarak fonksiyonel ilişkiye dair kavramsallaştırmalarını zenginleştirmektir. Fonksiyonel ilişkinin özellikleri öğrencilere geçmiş etkinliklerde yapılanlar da hatırlatılarak verilmiştir. Ters örneklerde verilerek fonksiyon olmayan ilişkilere de örnekler verilmiştir. Bir fonksiyonun kuralı kavramına giriş yapılması öngörülmemektedir. Ayrıca öğrencilere ilişkilendirmenin sözel olarak ifadesi de bahsedilmiştir. Bu örnekte öğrenciler kendileri fark edemezlerde fonksiyonun insanların ağırlıklarıyla kullanmaları gereken doz miktarını eşlediği belirtilmiştir.
6. **Yüksek Gerilim:** Bu etkinliğin öncelikli amacı tanım ve görüntü kümeleri kavramlarına giriş yapmaktır. G şıkında direncin alamayacağı değerler üzerinde alacağı değerler konuşularak, fonksiyonun alabildiği değerlerin tanım kümesini oluşturduğu ifade edilmiştir. Bu örnekte tanım kümesinin ne olacağı öğrencilere sorulmuştur. Tanım kümesiyle ilgili, değerlerin verilmişliği değil, verilebilirliği üzerinde durulmuştur: Bazı değerler tabloda olmasa da tanım kümesinin elemanıdır. h şıkında bağımlı değişkene ait elemanların değer, bir deyişle eşlenenlerin her birine görüntü dendiğini, bu elemanlarında birlikte görüntü kümesini oluşturdukları ifade edilmiştir. Görüntü kümesine ait bazı elemanlar daha tespit edildikten sonra, geçmiş etkinliklerin bazılarında tanım ve görüntü kümeleri incelenmiştir.
7. **Baskül Ailesi:** İlişkilendirmenin yapılışı küme gösterimiyle başlıyor. Geçmiş etkinlikte tanım ve değer kümelerine giriş yapıldığı için, öğrencilere bu kümelere hangi isimlerin verildiği sorulmuştur. B ve c şıklarında verilen cevaplarla birlikte bu ilişkilendirmenin özelliklerinin ne anlama geldiği sınıfta konuşulmuş, gerektiğinde bunun fonksiyonu tarif eden bir ilişkilendirme olduğu söylenmiştir.
8. **Bir Garip Fonksiyon:** Bu etkinliğin öncelikli amacı öğrencilerin fonksiyon kavrayışlarını esnetmektir. Diğer bir deyişle, öğrencilerin bir fonksiyonun sayılar veya harfler arasında ilişkilendirme yapmadığını göstermek yani bu

alandaki kavramsallaştırmalarını zenginleştirmektedir. Bununla birlikte, fonksiyon gösterimlerinde pratiklik kazanmaları da amaçlanmaktadır.

9. ***Futbol Sadece Futbol Değildir***: Bu etkinlikte de öğrencileri farklı bir fonksiyonla tanıştırmak amaçlanmıştır. Bu fonksiyonun değişik temsillerle gösterimi sağlanarak öğrencilerin grafiğe, fonksiyona sayılar ve harfler dışında başka şeyler yazılabildiğini görmeleri amaçlanmıştır.
10. ***Kim Kime, Dum Duma***: Bu etkinlikle birlikte fonksiyonlarda sayıların eşlenmesine girilmeye çalışılmıştır. Tablodaki değerlerin sonucunda, x ve y ile ilgili bazı değerler sorgulanmıştır. Bu sorgulamada, öğrencilerin düzeyi göz önüne alınabilir ve sayı doğrusu çizerek veya başka yollarla öğrencilere yardımcı olunmuştur. Daha sonra öğrencilerin kendi örneklerini vermeleri teşvik edilmiştir.
11. ***Kaybolan İsimler, Kaybolan Şekiller***: Etkinliğin öncelikli amacı fonksiyon kuralını öğrencilerin cebirsel ifadesi şeklinde bulmalarını sağlamaktır. Daha sonra öğrencilerin fonksiyon gösterimine ilişkin kendi örneklerini vermeleri teşvik edilmiştir.
12. ***İşler Güçler***: Bu etkinlikle birlikte fonksiyonlar öğrencilere bundan sonra kullanacakları biçimde sunuluyor denilebilir. Öğrencilerin fonksiyonun sadece cebirsel olarak ifade edilmeyebileceğini görmeleri ve fonksiyonun yaptığı ilişkilendirmeyi bütün bir şekilde algılamalarını teşvik etmek amacıyla sözel ifade kullanımı teşvik edilmiş, fonksiyonun kuralı en başta verilmiştir. Öğrencilerden fonksiyonun kuralını cebirsel olarak en sonunda çıkarmaları beklenmiştir. Bu noktada geriye dönülerek, bu ifadenin fonksiyonun sözel ifadesiyle bağlantısını fark etmelerini sağlamıştır.
13. ***Çizgi Çizgi***: Etkinliğin öncelikli amacı öğrencilerin grafik olarak verilen bir fonksiyona ait ilişkilendirmeleri, diğer gösterimlere (küme, fonksiyon, sözel) çevirebilmelerini sağlamaktır. Fonksiyon grafiğin tahtada da öğrencilere gösterilmiştir. Fonksiyonun tanım ve görüntü kümeleri, öğrencilerin grup çalışmalarından sonra, öğretmen rehberliğinde sınıfça bulunmuştur. Öğretmen sınıfa tam sayılar dışında değerlerin görüntülerinin olup olmadığını, hangilerinin görüntülerinin ne olacağını sorgulatarak fonksiyon

grafiklerine öğrencilerin aşinalık kazanmasına yardımcı olmaya çalışmıştır. Burada öğrencilerden cevap gelmesinde sorunla karşılaşmış, cevap öğretmen tarafından öğrencilere sunulmuştur. Sonrasında cevap üzerinden gidilerek bazı sayı aralıklarındaki fonksiyon değerleri öğrencilerle birlikte sorgulanmıştır.

Etkinliklerin deney grubuna uygulanması 12 ders saati sürmüştür. Her bir etkinlik ilk olarak araştırmacı tarafından öğrencilere tanıtılmıştır. Daha sonra öğrenciler kendilerine verilen etkinlikteki soruları cevaplamaya çalışmışlardır. 5 dakikalık tanıtım süresini 15-20 dakikalık iki kişilik gruplarla öğrencilerin bireysel çalışmaları takip etmiştir. Bu sürede araştırmacı öğrenci gruplarını gezerek yardımcı olmuştur. Kalan 15-20 dakikalık sürede cevaplar sınıfça tartışılmış ve ortak kararlara varılmaya çalışılmıştır. Ders öğrenci merkezli ve sorgulayıcı bir yaklaşımla ele alınmıştır. Sorulara öğrencilerin cevap vermeleri teşvik edilmiş, sınıf içi tartışma sürecinde ters örnekler verilmiş, öğrenci cevapları karşılaştırılmış, yanlış cevaplar desteklenmiş ve bunlar tartışılmıştır. Ancak zorlanılan noktalarda ders öğretmen merkezli devam etmiştir. Örneğin “Kaybolan İsimler, Kaybolan Şekiller” etkinliğinde öğrenciler girdi ve çıktılarının arasındaki örüntüyü fark edememişlerdir. Bunun üzerinde araştırmacı başka örnekler kullanarak öğrencilerin örüntü bulmalarını teşvik etmeye çalışmıştır. Bundan sonra öğrenciler etkinlikteki örüntüyü bulabilmişlerdir. Öğrenciler kendilerine verilen cevap kâğıdına etkinliklerdeki soruları cevaplandırmıştır, grafikleri ise bu kâğıdın arkasında kendilerine çizilmiş halde verilen koordinat düzleminde göstermişlerdir.

Kontrol grubundaki dersin öğretmeni araştırmacı tarafından çalışma öncesi öğretmen etkisinin sonuçlara etkisinin olmaması amacıyla gözlemlenmiştir. İki sınıftaki öğretmen tutumları arasında paralellik sağlanmaya çalışılmıştır. Kontrol grubunda dersler öğretmen tarafından program yapısına uygun olarak işlenmiştir. Kavrama girişte fonksiyon makinesi kullanılmıştır. Kullanılan fonksiyonlar cebirsel ağırlıklıdır. Dersler MEB’ in çalışmanın yapıldığı okuldaki öğrencilere verilen, Karakuyu & Bağcı (2013) tarafından hazırlanan 9. sınıf matematik ders kitabına paralel olarak işlenmiştir. Fonksiyon makinesi bir örüntüyle ifade edilen ve cebirsel formda verilen fonksiyonları sembolize etmede kullanılmıştır. Ders sırasında öğrencilerin tahtada soru cevaplamaları, sorulara cevap vermeleri teşvik edilmiştir.

Yapılan yanışlar sınıf ortamında ğretmen tarafından olumsuz olarak değerlendirilmemiş ve öğrenmeyi destekleyici olarak kullanılmaya çalışılmıştır.

## 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu kısımda araştırma sürecinde öğrencilerden elde edilen verilerin analizlerine ilişkin bulgular paylaşılacaktır. İlk olarak araştırmanın her bir alt problemine ilişkin bulgulara ve yorumlara yer verilecektir. Son olarak araştırma sonuçları ilgili literatür doğrultusunda tartışılacaktır.

### 4.1 Birinci Alt Probleme İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Bu kısımda “Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi toplam puanları arasında anlamlı farklılık var mıdır?” alt problemine ilişkin bulgu ve yorumlara yer verilecektir.

**Tablo 4.1: Son test puanlarına ilişkin Mann Whitney U-testi sonuçları**

Grup	N	Sıra ortalaması	Sıra toplamı	U	p
Deney	29	35.43	1027.50	161.500	.000
Kontrol	26	19.71	512.50		

Öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi’nden aldıkları toplam puanlara ilişkin Mann Whitney U-testi sonuçları Tablo 4.1’de gösterilmiştir. İki haftalık deneysel çalışma sonunda, deney grubundaki öğrencilerin kontrol grubundaki öğrencilerin toplam puanları arasında anlamlı bir fark olduğu bulunmuştur,  $U=161.500$ ,  $p<.05$ . Sıra ortalamaları dikkate alındığında, etkinliklerin uygulandığı derslere katılan öğrencilerin, klasik öğretimin yapıldığı kontrol grubundaki öğrencilere göre daha yüksek sonuçlar aldıkları anlaşılmaktadır. Bu sonuç uygulanan etkinliklerin nicel başarıyı olumlu etkilediği şeklinde yorumlanabilir.

Tablo 4.2’de öğrencilerin son testteki sorulara ilişkin cevaplarının frekansları verilmiştir. Buradaki verilerden yola çıkarak öğrenci cevaplarının betimsel analizi yapılmıştır.

**Tablo 4.2: Soru koduna göre öğrencilerin son teste ait cevaplarına ilişkin frekansları**

Soru Kodu	Deney Grubu			Kontrol Grubu		
	2 Puan	1 Puan	0 Puan	2 Puan	1 Puan	0 Puan
2.A	11	10	8	1	10	15
3.A	13	2	14	12	0	14
3.B	10	10	9	2	6	18
3.C	10	14	5	2	6	18
4.1	10	12	7	4	7	15
4.2	8	7	14	3	8	15
4.3	13	9	7	1	4	21
4.4	17	0	12	14	1	11
4.5	12	9	8	1	4	21
4.6	7	4	18	0	3	23
4.7	10	4	15	6	8	12
4.8	1	0	28	0	0	26
5.A	4	12	13	4	10	12
5.B	14	0	15	4	0	22
6.A	14	13	2	16	0	10
6.B	9	6	14	3	2	21
6.C	22	1	6	5	0	21
6.Ç	23	2	4	3	1	22
Toplam	208	115	203	81	70	317

Tablo 4.2 incelendiğinde 29 kişiden oluşan deney grubundaki öğrencilerin önemli bir kısmının 4.2, 5.B, 6.A, 6.C ve 6.Ç kodlu sorulara tam doğru cevap verdikleri görülmektedir. 13 kişinin tam doğru cevap verdiği 3.A, 4.1 kodlu soruların

da bu alana dâhil edilmesi düşünülebilir. Bu sınıftaki öğrencilerden sadece 1 tanesi 4.8 kodlu soruya doğru cevap verebilmiştir. Deney grubundaki öğrencilerin yanlış cevap frekanslarının yüksek olduğu soruların kodları ise 3.A, 4.2, 4.6 ve 5.B olarak söylenebilir. Bu alana 13 kişinin yanlış cevap verdiği 5.A kodlu soru da ilave edilebilir. Sınavda sorulan sorulara deney grubunda toplam 208 tam doğru, 115 yarım doğru ve 203 yanlış cevap verilmiştir.

Burada verilen frekans değerleri göz önüne alındığında küme gösterimiyle verilen 4.4 ve okların kullanılarak ilişkilendirmenin ifade edildiği 4.8 kodlu soruların ikisinde öğrenci cevaplarının farklılığı dikkat çekmektedir. Her iki soruda da bir tane girdinin farklı çıktısı vardır yani fonksiyon olmayan bir ilişkilendirme yapılmıştır. Ancak 4.4 kodlu soruya 17 öğrenci tam doğru cevap verirken, 4.8 kodlu soruya sadece 1 öğrenci doğru cevap verebilmiştir. Her iki soruya da yarım doğru cevap verebilen öğrenci bulunmamaktadır.

Deney grubunda göze çarpan bir diğer nokta 6.C ve 6.Ç kodlu sorulara tam doğru cevap veren öğrencilerin çokluğudur. Bu sorulardan birincisine 22, ikincisine 23 öğrenci tam doğru cevap verirken bunlardan birincisine 6, ikincisine ise 4 öğrenci yanlış cevap vermiştir. Bu sorulardan 6.C kodlu soru tablodaki değerlerin grafiğe aktarılması, 6.Ç kodlu soru ise tablodaki değerlerin fonksiyon gösterimiyle ifade edilmesidir. Burada dikkati çeken bir diğer noktanın tablodaki verilerin fonksiyon gösterimiyle ifadesinin istendiği 6.B kodlu soruya yanlış cevap veren 14 öğrenci olmasıdır. Burada vurgulanması gereken yerin 6.C ve 6.Ç kodlu sorulara kaynaklık eden tablodaki verilerin küme gösterimiyle verilmiş bir fonksiyondan, 5.B kodlu soruya kaynaklı eden tablodaki verilerin ise bir grafikten alınmış olduğunu vurgulamak yerinde olabilir.

Girdi ve çıktılar arası ilişkilendirmenin bir kurala göre verildiği ve öğrencilere bunun bir fonksiyon olup olmadığının sorulduğu 3.A, 4.1 ve 4.2 kodlu sorulara sırasıyla 13, 10 ve 8 tane öğrencinin tam doğru cevap verdikleri görülmektedir. Bu değerlerin birbirlerine yakın olması tutarlı gibi görünmektedir. Öte yandan 4.1 ve 4.2 kodlu sorulara sırasıyla 7 ve 14 öğrenci yanlış cevap vermiştir.

Kontrol grubundaki öğrencilerin önemli bir kısmının ise 4.4 ve 6.A kodlu sorulara tam doğru cevap verdikleri görülmektedir. Deney grubundaki öğrencilerin 14 tanesinin doğru cevap verdiği 6.A kodlu soruya kontrol grubundaki öğrencilerden



yarım doğru cevap veren öğrenci yokken, deney grubundan 13 öğrenci buna yarım doğru cevap verebilmiştir.

Deney grubunda olduğu gibi kontrol grubunda da öğrenciler grafikteki bilgilerin tabloya aktarılmasını gerektiren 5.A kodlu soruya cevap vermekte zorlanmışlardır. Sadece 4 kişinin tam doğru cevap verebildiği bu soruya, 12 kişi yanlış cevap vermiştir. Öte yandan her iki gruptaki öğrenciler küme gösterimiyle verilen fonksiyona ait değerleri tabloya aktarabilirken, kontrol grubundaki öğrencilerin 21 tanesi bunları grafikte yanlış göstermiş, deney grubundaki öğrencilerin 22 tanesi ise bunları tam doğru bir şekilde göstermiştir. Bununla beraber, kontrol grubundaki öğrencilerin 22 tanesi bu verileri fonksiyon gösterimiyle yanlış bir şekilde ifade ederken, deney grubundaki öğrencilerin 23 tanesi doğru bir şekilde gösterebilmiştir.

#### **4.2 İkinci Alt Probleme İlişkin Bulgular**

Bu kısımda “Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi’nde fonksiyon tanımını kullanma becerileri nasıldır?” alt problemine ilişkin bulgu ve yorumlara yer verilecektir.

11 öğrencinin fonksiyon tanımını tam doğru bir şekilde verdiği deney grubunda, 10 öğrenci bu soruya yarım doğru cevap vermiştir. Yarım doğru cevap veren öğrencilerin çoğunun ilişkilendirmenin fonksiyon olması için gereken özelliklerini eksik verdikleri söylenebilir. Tam doğru cevap veren öğrencilerin ise aşağıdaki örneklerde de görüleceği üzere bağımlı-bağımsız değişkenler üzerinden gittikleri görünmektedir.

Her bağımlının 1 bağımsızı vardır.  
Her bağımsızın sadece 1 bağımlısı vardır.  
Her şey fonksiyon olarak alınabilir.  
fonksiyon olma şartlarını sağlarsa

Şekil 4.1: Fonksiyon tanımına ilişkin öğrenci cevabı

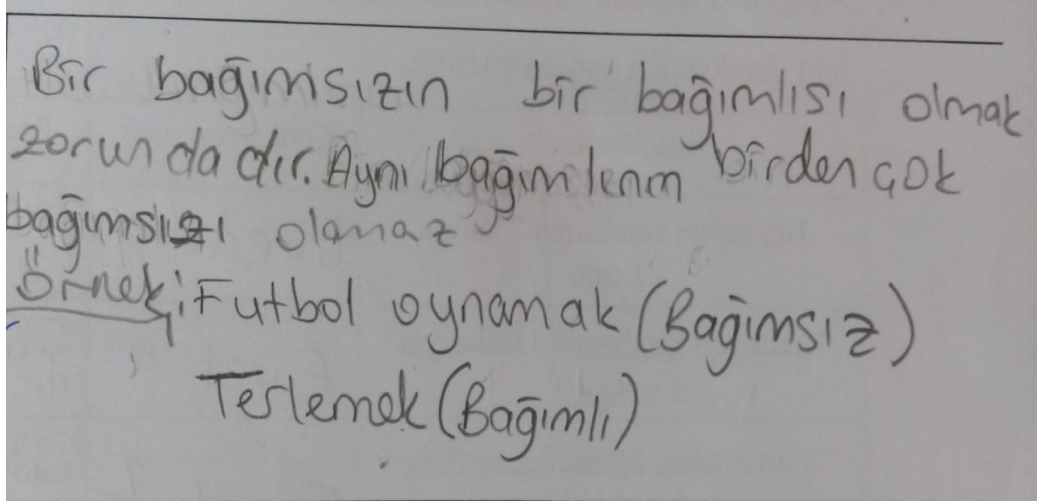
Öğrencinin gereken şartlar sağlandığında her şeyin fonksiyon olarak alınabileceğini ifade etmesi Dubinsky & Harel (1992) tarafından süreç kavramasına örnek olarak verilmiştir. Fonksiyon olmak için aranması gerekenin ne cebirsel bir formül, ne de sayılar olmaması gerektiğine sadece tanımda ifade edilen özelliklerin aranması gerektiğine vurgu yapılmaktadır. Aynı öğrenci tanım kullanımını gerektiren 3.B kodlu soru ile 4. soruda bu tanımını kullanabilmiş ve fonksiyon olma durumlarıyla ilgili gerekçelendirmelerini doğru bir şekilde yapabilmıştır. “Her sayının iki katına yapılan ekleme”nin fonksiyon olmasına “evet” diyen öğrenci bunu “her sayının iki katı vardır” şeklinde cevaplamıştır.

Fonksiyon: Mesela bir kaka kişi yemek yiyecek. Dişilerden herkes bir şey yemek sonunda ama birden fazla şey yemeneli. Kural bu oduzu için.

Şekil 4.2: Fonksiyon tanımını örnek vererek açıklayan bir öğrencinin cevabı

Öte yandan fonksiyon tanımını örneklendirerek yapan yukarıdaki öğrenci bu tanımını 3.B kodlu soruda doğru olarak kullanabilirken, 4. soruda kullanamamıştır.

Sadece fonksiyon olmayan bir duruma doğru bir açıklama getirebilirken diğer soruları cevapsız bırakmıştır.

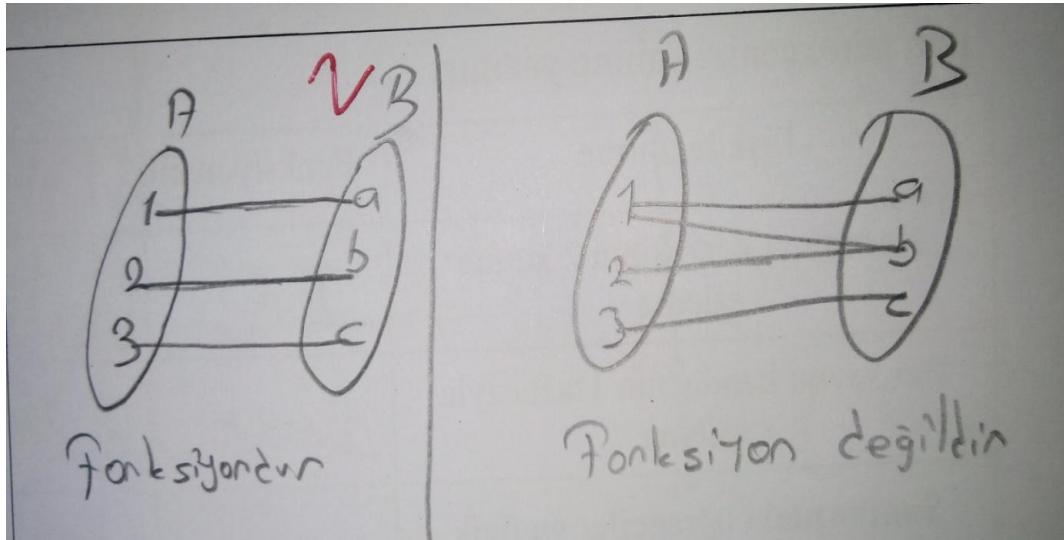


Şekil 4.3: Fonksiyonu bağımlı-bağımsız değişkenler üzerinden açıklayan bir öğrencinin cevabı

Dersler esnasında bahsedilmeyen bir örneği kullanarak tanımı açıklayan bir öğrenci, tanım kullanımını gerektiren 3.B ve 4. Sorunun tamamında bunu tam doğru bir şekilde kullanabilmiştir. Fonksiyon öğretimi sırasında çokça kullanılan anne-çocuk metaforuna farklı bir akış açısı getiren öğrenci bu ilişkilendirmenin fonksiyon olamayacağına dair gerekçelendirmesini fonksiyonun girdilerini anneler, çıktılarını çocukları alarak öyle demiştir: “Her annenin birden fazla çocuğu olabilir”. Bu örneğin araştırma sırasında hiç kullanılmadığını vurgulamak yerinde olacaktır. Öte yandan aynı ilişkilendirmeyi aynı yönde kullanarak bunun fonksiyon olacağını söyleyen başka bir öğrenci ise şu cevabı vermiştir: “Fonksiyondur çünkü anneler çocuklarının sayısına ilişkilendirilebilir”. Bunlarla beraber başka bir öğrenci ise ilişkilendirmeyi çocuklardan annelere doğru almış ve “Bir çocuğun iki annesi olamaz ama her çocuğun bir annesi vardır” diyerek bunun fonksiyonel bir ilişki olduğunu söylemiştir. Aynı soruya “Her kadının bir çocuğu yoktur bu yüzden fonksiyonel değil”, “Çocuğu olmayan kadınlar da vardır” gibi cevaplar da verilmiştir. Her ne kadar “anne” ifadesi bir çocuğu olmayı gerektiriyor olsa da, öğrencilerin ilişkilendirmeyi kurarken her girdinin bir çıktısı olması gerektiğini sorgulamalarının kayda değer olabileceği söylenebilir. Tanımı doğru şekilde kullanan öğrencilerden bir diğeri ise 4.5 kodlu soruya getirdiği gerekçelendirmede her ürünün bir fiyatı olduğunu söylemiştir.

Sonuç olarak deney gurubundaki öğrencilerin fonksiyon tanımını gerektiren 8 soruda (3.B, 4.1-4.7), sadece 1 öğrencinin tam doğru cevap verebildiği 4.8 dışarıda tutulursa, 11 tanesinin tam doğru, 7 tanesinin yarım doğru ve 11 tanesinin yanlış cevap verdiği görülmektedir. Öğrencilerin kullandığı gerekçelendirmelerin yeterli bir fonksiyon kavrayışı geliştirdiklerine dair bir gösterge olacağı söylenebilir.

Kontrol grubundaki öğrencilerden sadece 1 tanesi fonksiyon tanımına tam doğru cevap verirken 15 tanesi yanlış cevap vermiştir. Cevabı aşağıdaki resimde görünen öğrenci her ne kadar sözel olarak fonksiyonun tanımını yapmamış olsa da küme çizerek anlatmak istediği ilişkilendirmeyi ifade etmeye çalışmıştır. Fonksiyonun tanımını kullanmayı gerektiren 3.B ve 4. soruda öğrenciler genel olarak tam doğru cevaplar vermiştir. Bu soruya 14 öğrenci tam doğru cevap vermiş, 11 öğrenci de yanlış cevap vermiştir.



Şekil 4.4: Fonksiyonu küme gösterimiyle açıklayan bir öğrencinin cevabı

Kontrol grubunda fonksiyonun tanımına verilen cevaplar incelendiğinde dikkat çeken bir nokta öğrencilerin cebirsel ifade arayışları olmuştur. Öğrenciler “Fonksiyon=bir sayının iki katının bir fazlasını almak”, “Fonksiyon makinesi bir sayı attığımızda bize verilen kurala göre o işlemin yapılmasıdır. Bu işlem sırasında verilen kurala fonksiyon denir”, “Fonksiyon kümelerdeki sayıları ve harfleri düzenli ve kuralına göre eşleştirmeye denir”, “Denklemdaki x yerine verilen sayıyı yazıp tanım veya görüntü kümesini bulmaktır” gibi cevaplar vermişlerdir. Bunlara ek olarak fonksiyon makinesini kullanarak açıklama yapmaya çalışan bir öğrenci

“Fonksiyon bir kalasın makineye atıp onun masa, sandalye vb. olarak çıkmasıdır” şeklinde kavramsal olarak pek de doğru olmadığı söylenebilecek bir açıklama getirmiştir.

Fonksiyonun tanımını yapabilme ve bu tanımları kullanarak gerekçelendirme yapabilme becerilerinin deney ve kontrol gruplarında yapılan incelemesinden sonra deney grubundaki öğrencilerin özellikle cevaplarına gerekçelendirmeler yapabilme açısından kontrol grubundaki öğrencilere göre daha başarılı oldukları ifade edilebilir. Deney grubundaki öğrencilerde kendi cümlelerini kullanarak açıklamalar getirebilme, fonksiyon bilgilerini farklı örneklere transfer edebilme davranışının gözlemlendiği söylenebilir. Burada etkinliklerde öğrencilerin bireysel açıklamalarının, kendi cümlelerini kullanabilmelerinin ve değişik temsiller aracılığıyla farklı durumları tecrübe etmiş olmalarının etkili olduğu belirtilebilir. Kontrol grubundaki öğrencilerin ise cebirsel açıklamaya gösterdikleri ilginin derste verilen fonksiyon örneklerinin bu şekilde olmasında kaynaklandığı söylenebilir. Kontrol grubundaki öğrencilerin, derslerinde kullanılmış olmasına rağmen, fonksiyon makinesi örneğini kullanmamaları, 2 öğrenci hariç, bu metafora derste yeterince yer verilmemesinden olabileceği gibi, öğrencilere hitap edecek içerikle sunulmamış olmasından da kaynaklanabilir.

#### **4.3 Üçüncü ve Dördüncü Alt Probleme İlişkin Bulgu ve Yorumlar**

Bu kısımda “Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi’nde fonksiyon kavramına ilişkin çoklu temsilleri kullanma ve bu temsiller arasında geçiş yapabilme becerileri nasıldır?” ve “Deney ve kontrol gruplarındaki öğrencilerin Fonksiyonlar Başarı Testi’nde çoklu temsilleri kullanma becerileri nasıldır?” alt problemlerine ilişkin bulgu ve yorumlara yer verilecektir.

**Tablo 4.3: 3.A kodlu soruda öğrencilerin temsil tercihlerine ait frekansları**

Temsil Türü	Temsilin Kullanılma Sayısı	
	Deney Grubu	Kontrol Grubu
Küme	7	3
Grafik	1	0
Tablo	2	0
Fonksiyon	6	0
Oklar	6	0

Tablo 4.3’de öğrencilerden 3.A kodlu soruda verilen fonksiyona ait ilişkilendirmeleri istedikleri temsilde ifade etmelerinin beklendiği 3.C kodlu soruda öğrencilerin tercih ettikleri temsillere ait frekans değerleri görünmektedir. Sadece 3 öğrencinin temsil kullanabildiği kontrol grubunun aksine, deney grubundaki 22 öğrenci verilen ilişkilendirmeyi farklı bir temsilde ifade edebilmişlerdir. Diğer sorularda öne çıkan tablo kullanımına ilişkin öğrenci sayılarına rağmen, bu soruda sadece iki öğrenci tabloyu tercih etmiştir. Burada öğrencilerin kendilerine tabloyla verilen ilişkilendirmeyi okuyabildikleri ama kendilerinin tablo oluşturmayı tercih etmedikleri söylenebilir. Burada vurgulanması gereken bir diğer nokta fonksiyon gösteriminin öğrenciler tarafında kullanımına ilişkin zorluk yaşandığı belirtilmiş olmasına rağmen, temsil kullanan öğrencilerin yaklaşık %27’sinin bunu kullanmış olmalarıdır.

Grafikte verilen değerlerin tabloya aktarılmasının istendiği 5.A kodlu soruya deney grubunda sadece 4 öğrenci tam doğru cevap verebilirken, 13 öğrenci tamamen yanlış cevap vermiştir. Aynı soruya kontrol grubunda da sadece 4 öğrenci tam doğru cevap verebilirken, 12 öğrenci yanlış cevap vermiştir. Buradan hareketle öğrencilerin grafik okumada sorun yaşadıkları söylenebilir. Bu aşamada fonksiyon öğretiminde grafik okumaya ağırlık verilmesi gerektiği söylenebilir. Akkoç & Tall (2002) öğrencilerin grafik gösterimiyle verilen fonksiyonlarda zorluk yaşadıklarını belirtmiştir. Grafiğin tanıdık olduğu durumlarda bu noktada görece başarı sağlanabildiğine dikkat çekmişlerdir. Bu da öğrencinin grafikteki ilişkilendirmeleri

okuyabilmelerine, bilgilerini transfer edebilmelerine değil, o grafik türünü ezberlemeye eğilimli olduklarını işaret etmektedir.

Öte yandan tabloya alınan verilerin fonksiyon gösterimiyle ifade edilmesi gerektiren 5.B kodlu soruya deney grubundaki 14 öğrenci tam doğru cevap verirken, 15 öğrenci tamamen yanlış cevap vermiştir. Burada tablodaki verileri yanlış olduğu halde bunları fonksiyon gösterimiyle doğru bir şekilde gösteren öğrencilere tam puan verildiğini söylemek yerinde olacaktır. Aşağıdaki resimde görüleceği üzere, tabloya yanlış veriler giren bir öğrenci, bunları fonksiyon gösteriminde sorunsuz yazabilmiştir.

x	y
1	2
2	12
-3	-6
-2	-5
-20	-11
-40	-13

a) Tespit ettiğiniz ilişkilendirmeleri fonksiyon gösteriminin

$$f(1) = 2$$
$$f(2) = 12$$
$$f(-3) = -6$$
$$f(-2) = -5$$
$$f(-20) = -11$$
$$f(-40) = -13$$

Şekil 4.5: Tablodan fonksiyon gösterimine geçişe ilişkin öğrenci cevabı

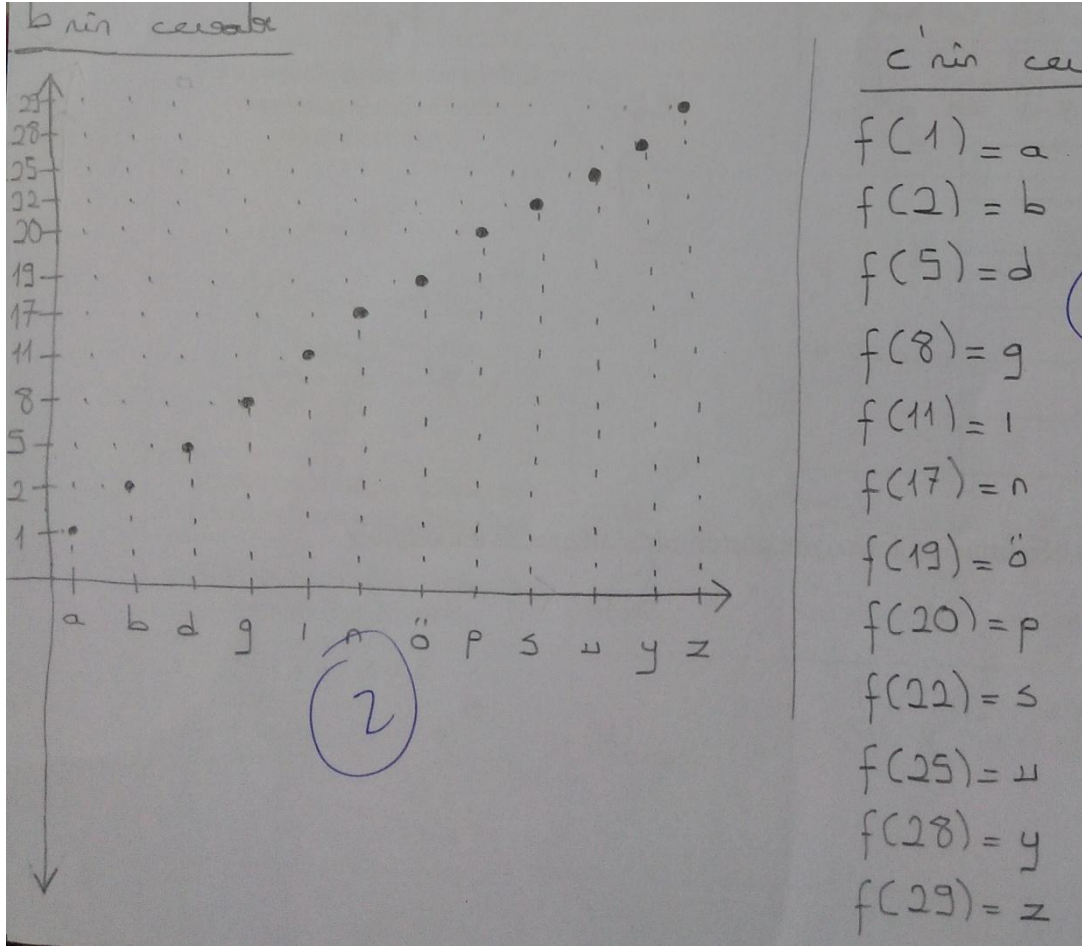
Buradan hareketle öğrenciler için tablodaki ilişkilendirmeleri okumanın, grafikteki ilişkilendirmeleri okumaya göre daha kolay veya kavranabilir olduğu söylenebilir. Aynı soruya kontrol grubundan sadece 4 öğrenci tam doğru cevap verebilirken, bu kez yanlış cevap veren sayısı 22 olmuştur. Her iki grup arasındaki farkın deney grubundaki öğrencilerin etkinlikler esnasında tablo okumaya ve buradaki değerleri fonksiyon gösterimine geçirmeye aşinalık kazanmalarından kaynaklanmış olabileceği düşünülebilir. Ayrıca deney grubundaki öğrencilerin fonksiyonun gösteriminden kaynaklanan bir sorun yaşamamış olmalarını da not etmek yerinde olacaktır. Bunda dersler sırasında fonksiyona isim verme ve bunu sembolize etme aşamalarında öğrencilerin serbest bırakılmış, “f” veya “g” gibi alışlagelen harfler yerine kendi istedikleri şekilde isimlendirmeleri teşvik edilmiştir. Bu sayede öğrencilerin bu sembole aralarında mesafe oluşmasının engellenebileceği düşünülmüştür.

Küme gösteriminde verilen fonksiyonun, tabloya aktarılmasını gerektiren 6.A kodlu soruda her iki grup için tam doğru cevap verenlerin sayısı deney ve kontrol grupları için sırasıyla 14 ve 16’dır. Ne var ki, bir şekilde öğrencilerin cevap verme gayretlerini gösteren yarım doğru sayıları ise deney ve kontrol grupları için sırasıyla 13 ve 0’dır. Yani kontrol grubundaki hiçbir öğrenci tam doğru cevap veremediği aşamada şansını denememiştir.

Tablodaki ilişkilendirmelerin grafiğe aktarılmasının istendiği 6.C kodlu soruda deney grubu öğrencilerinden 22 tanesi buna tam doğru cevap verirken, 6 tanesi yanlış cevap vermiştir. Kontrol grubunda ise bu değerler tam doğru cevaplar için 5, yanlış cevaplar için ise 21’dir. Buradaki sonuçlar ile 5.A’nın sonuçları karşılaştırıldığında deney grubundaki öğrencilerin tablodan grafiğe geçişi, grafikten tabloya göre çok daha kolay bir şekilde gerçekleştirebildikleri söylenebilir. Deney grubundaki öğrencilerden, 5.B ile tutarlı bir şekilde, tablodaki değerlerin fonksiyon gösterimiyle ifade edilmesini gerektiren 5.Ç kodlu soruda 23 tanesi tam doğru cevap verirken, kontrol grubundaki öğrencilerden sadece 3 tanesi tam doğru cevap verebilmiştir. Burada deney grubundaki bazı öğrencilerin oluşturdukları grafiklerde eksenlere değerleri yerleştirirken bağımsız değişkeni düşey, bağımlı değişkeni yatay eksen için tercih edenler olduğu gözlenmiştir. Bunun sebebinin öğrencilerde eksenlere yerleştirilecek değişkenle ilgili bir önyargı oluşmaması amacıyla ders esnasında bu eksenleri istedikleri gibi kullanabileceklerinin ifade edilmiş olmasının



etkisinin olabileceği söylenebilir. Aşağıdaki resimde bir öğrencinin 6. soruya verdiği cevabın tamamı ve buna bir örnek verilmiştir. Thompson (1994) öğrencilerin temsillerin görsel ifadelerindeki farkların ötesinde, işlevlerinin fark edilmesi ve kullanılmasının önemine değinmiştir. Burada öğrencilerin fonksiyonun yaptığı ilişkilendirmeyi, yani işlevi, doğru bir şekilde gösterirken eksenlere yerleştirmede esneklik kazanmış olmalarının dikkat çekici olduğu söylenebilir.



Şekil 4.6: Grafik ve fonksiyon gösterimi arasındaki geçişe ilişkin öğrenci cevabı

Kontrol grubundaki öğrencilerin grafiklerinde göze çarpan özellik ise bunların çoğunlukla düz bir çizgiyle gösterilmeye çalıştıklarıdır. Aşağıdaki resimlerde de görüleceği üzere öğrenciler ilişkilendirilen değerlere odaklanmak yerine grafik kelimesinin zihinlerindeki çağrışıma uygun “resim”ler ortaya çıkarmışlardır. Bunda derslerinde çizilen grafiklerin çoğunlukla düz çizgiler, doğru olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Sonuç olarak bu soruda deney grubu

öğrencilerinin özellikle tablodan grafiğe ve tablodan fonksiyon gösterimine geçişlerde kontrol grubundaki öğrencilere göre daha başarılı oldukları söylenebilir.

Deney ve kontrol grubundaki öğrenciler küme şeklinde verilen fonksiyona ait tabloyu doğru doldurabilirlerken, bu tabloyu nasıl doldurduklarının, yani fonksiyonun sözel ifadesi, sorulduğu 6.B kodlu soruya aynı şekilde başarılı cevap verememişlerdir. Özellikle kontrol grubundaki 16 öğrenci tabloyu tam doğru doldurabilirken, sadece 3 öğrenci 6.B' ye tam doğru cevap verebilmiştir. Aynı soruya deney grubunda ise 9 öğrenci tam doğru cevap verebilmiştir. Buradaki öğrenciler bir ilişki olduğundan bahsetmiş olmalarına rağmen, bu ilişkinin nitelikleri hakkında cevap vermemişlerdir. Öğrencilerin girdi ve çıktılar arasındaki ilişkilendirmeyi doğru kurabilmiş olmalarına rağmen eksik kalan cevaplarının sözel ifade becerileriyle ilgili olabileceği düşünülmektedir.

#### **4.4 Tartışma**

Öğrencilerin fonksiyonla ilgili oluşturdukları kavram görüntüleri onların ileriki öğrenmelerinde belirleyici olacaktır. Sadece fonksiyon konusunun kendisiyle ilgili değil, matematiğin trigonometri, türev, integral gibi birçok alt konusunu öğrenme sürecinde karşılaşılan fonksiyon kavramı söz konusu olduğunda, Vinner (1983)'ın da ifade ettiği gibi, öğrenciler fonksiyonla ilgili zihinlerindeki kavram görüntülerine başvuracaklardır. Fonksiyonun iki değişken arasında kurulan özel bir bağlantı şeklinde yapılan tanımı ele alındığında deney grubundaki öğrencilerin fonksiyonla ilgili geliştirdikleri kavram görüntülerini ileriki öğrenmelerini olumlu destekleyeceği söylenebilir.

Fonksiyonu gerek kendi örnekleri üzerinde, gerekse şekiller çizerek tanımlamalarının istendiği sorularda öğrencilerin değişkenler arasında kurulan ilişkiye atıf yapacak örnekler verdikleri görülmektedir. Fonksiyon tanımının istendiği soruda “koşmak ve terlemek arasında kurulan ilişki”yi fonksiyon olarak vermesi buna örnek olarak verilebilir. Yine öğrenci cevaplarında “anneler ve çocukları arasında kurulacak ilişki” iki yönlü olarak da fonksiyon olup olmamasına göre incelenebilmiştir. “Bir çocuğun sadece bir annesi olur, her çocuğun da mutlaka annesi olur” diyerek ilişkiyi fonksiyon olarak algılayabilen öğrenci cevabına

rastlandığı gibi, “Bazı kadınların çocuğu olmayabilir” diyerek ilişkiyi kendi zihninde kurduğu şekliyle fonksiyon olarak nitelendirmeyen öğrenci cevabıyla da karşılaşmıştır. Bu gibi öğrenci cevaplarının MEB (2013) tarafından bağımsız-bağımlı değişkenler arasında kurulması gereken bir ilişki olarak ifade edilen fonksiyon tanımıyla tutarlı olduğu söylenebilir. Öğrencilerin zihinlerinde fonksiyonla ilgili oluşturdukları bu kavram görüntülerinin hem fonksiyon kavramıyla, hem de matematiğin başka alanlarıyla ilgili öğrenmelerini destekleyici olacağı söylenebilir.

Araştırmanın bir başka boyutunu öğrencilerin fonksiyonu kavramsal olarak öğrenmeleri oluşturmaktadır. Schneider & Stern (2005)’in kavramsal bilgiyi bir öğrenme alanına ilişkin kurallar ve ilişkilere ait bilgi olarak, Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali (2001)’nin ise bir öğrenme alanına ilişkin bilginin gerekçelendirilerek öğrenilmesi olarak tarif etmelerinden hareketle araştırma sonucunda öğrencilerin fonksiyonu kavramsal anlama düzeyleri tartışılabilir. Öğrencilerin kendilerine verilen ilişkilendirmenin fonksiyon olup olmadığını gerekçesiyle birlikte tespit etmelerinin istendiği 4. soru bütün olarak incelendiğinde deney grubunda yaklaşık 10 öğrenci tam doğru cevap verirken, kontrol grubunda yaklaşık 4 öğrenci tam doğru cevap verebilmiştir. Günlük yaşam durumu içeren 4.3 kodlu “Sınıfınızdaki öğrenciler ve fizik sınavından aldıkları notlar arasındaki ilişki”, ilişkilendirmenin küme gösterimiyle verildiği 4.4 ve 4.7 kodlu sorulara deney grubundaki öğrencilerin çoğunluğunun doğru cevap verdiği görülmektedir. Fonksiyonun tanımını gerçek yaşam örnekleri üzerinde bağımlı-bağımsız değişkenler arasındaki ilişki olarak gören öğrencilerin 4.3 kodlu soruya doğru cevap vermelerinin önemli olduğu söylenebilir. Ayrıca fonksiyonu her etkinlikte bütün temsilleriyle ilişkilendiren öğrencilerin küme gösteriminde verilen ilişkilendirmenin fonksiyon olup olmadığını tespit edebilmeleri de vurgulanabilir.

Öte yandan öğrenmenin veya matematiksel kavramların anlaşılmasının bir başka göstergesi Bosse, Adu-Gyamfi, & Cheetham (2011) tarafından öğrencilerin o kavramla ilgili değişik temsilleri kullanabilmeleri ve bu temsiller arasında geçiş yapabilmeleri olarak ifade edilmiştir. Bu açıdan bakıldığında 6.C kodlu tablodan grafiğe ve 6.Ç kodlu grafikten fonksiyon gösterime geçiş sorularına deney grubundaki öğrencilerin neredeyse hepsinin tam doğru cevap vermiş olmalarının öğrencilerin öğrenme düzeyleri ile ilgili önemli bir gösterge olduğu ifade

edilebilir. Benzer bir şekilde deney grubundaki öğrencilerin yaklaşık yarısı tabloda grafiğe geçişin sorulduğu 5.B ve küme gösteriminden tabloya geçişin sorulduğu 6.A kodlu sorulara tam doğru cevaplar vermişlerdir. Bunlardan hareketle öğrencilerin fonksiyonla ilgili temsiller arasında geçiş yapabildikleri söylenebilir.

Öğrenciler grafik okuma ve yorumlamada güçlük yaşamaktadırlar. Tabloya grafikteki değerleri taşımakta zorluk yaşamayan öğrenciler, grafiği yorumlamakta güçlük çekebilmektedirler. Bununla birlikte öğrenciler kendilerine değişik temsillerle verilen ilişkilendirmeleri grafiğe yansıtmakta da zorlanmaktadırlar. Anlamli öğrenmenin temsiller arasında ilişkiler kurabilme, bir temsilden diğerine geçebilme gibi becerilerle ilgili olduğunu ifade eden Bayazit (2011)'in dedikleri göz önüne alınırsa, öğrencilerin temsiller arası geçiş yapabilme düzeyleri önemlidir. Çalışma sonunda öğrencilerin özellikle küme gösteriminde kendilerine verilen ilişkilendirmeleri grafikte kolaylıkla gösterebildikleri tespit edilmiştir (Özgün-Koca, 2010). Öte yandan öğrencilerin zorluk yaşadıkları bir başka alan fonksiyon gösterimini kullanmakla ilgilidir. Kendilerine verilen fonksiyon gösteriminde değişkenleri ayırt etmekte ve fonksiyonun hangi ilişkilendirmeyi yaptığını tespit etmekte öğrenciler zorlanmaktadırlar (Bayazit, 2010). Çalışma sonunda başka temsillerden fonksiyon gösterimine geçişin sorulduğu sorularda, 5.B ve 6.Ç kodlu sorular, çoğu öğrenci doğru cevap vermiştir. Deney grubunda 5.B kodlu soruya 14 öğrenci tam doğru cevap verirken, 6.Ç kodlu soruya 23 öğrenci tam doğru cevap vermiştir. Bu değerler kontrol grubu için 5.B kodlu soru için 4 tam doğru cevap, 6.Ç kodlu soru için 3 tam doğru cevap şeklindedir. Ayrıca öğrencilerin zorluk yaşadıklarının ifade edildiği fonksiyon gösterimi öğrencilere temsil tercihlerinin sorulduğu 3.C kodlu soruda 6 defa tercih edilirken, bu değer 7 tercihle en yüksek frekansa sahip küme gösteriminin arkasında ikinci sırada gelmektedir. Bayazit & Gray (2004)'in fonksiyon öğretiminde değişik temsil türlerinden faydalanılması gerektiği noktasındaki tespitleri göz önüne alındığında, öğrencilerin değişik temsilleri kullanabiliyor olmaları dikkate değerdir. Ayrıca değişik temsilleri kullanabildiklerinde öğrencilerin, Zachariades, Christou & Papageorgi (2002)'nin dediği gibi kendilerine verilen problem durumlarını ve bunlar arasındaki ilişkileri anlamlarının daha kolay olacağı söylenebilir.

Çalışmanın bir diğer boyutu ise hazırlanan etkinliklerin öğrencilerin fonksiyonu “süreç” olarak kavramlarına yardımcı olup olmadıklarının incelenmesidir. Dubinsky & Harel (1992) süreç olarak kavrandığında fonksiyonun yaptığı ilişkilendirmenin dinamik bir şekilde algılanabildiğini ifade etmişlerdir. Fonksiyonu süreç olarak kavrayan bir öğrenci fonksiyon cebirsel olarak ifade edilmese bile verilen ilişkilendirmeyi fonksiyon olarak ayırt edebilecektir. 4. soruda öğrencilere verilen ilişkilendirmelerin hiçbirinin cebirsel olmadığı göz önüne alındığında deney grubunda bu soruya tam doğru cevap veren yaklaşık 10, kontrol grubunda yaklaşık 4 öğrenci olduğu vurgulanabilir. Bununla birlikte, 3. soruda sözel ifadesiyle verilen ilişkilendirmeyi deney grubundaki öğrencilerin 10 tanesi doğru gerekçelendirmeleriyle birlikte tam doğru bir şekilde cevaplarırken, kontrol grubunda bu sayı 2 olarak tespit edilmiştir.

Carlson & Oehrtman (2005)’ın da ifade ettiği gibi hareket ve süreç kavramları arasındaki en önemli farklardan biri öğrencinin fonksiyonu ifade etmek için bir formül veya kurala duyduğu ihtiyaçtır. Hareket kavramında olan bir öğrenci fonksiyonu ifade etmek veya algılamak için belirli işlem adımlarına gereksinim duyarken, süreç kavramında olan bir öğrenci fonksiyonu girdilere ait bir kümeyi çıktılara ait bir kümeye ilişkilendirme olarak görmektedir. Yine Carlson (1999) tarafından fonksiyondaki statik & dinamik ilişkileri yorumlayabilmek, fonksiyonun davranışını yerel ve genel düzeyde kavrayabilmek önemli görülmüştür. Kontrol grubundaki öğrencilerin kendilerinden fonksiyonun tanımını yapmalarının istendiği 2.A kodlu soruda “Fonksiyon bir kuraldır.”, “Fonksiyon bir örüntüdür” biçimindeki ifadeleriyle birlikte yazdıkları cebirsel formattaki fonksiyonlar hareket kavramında olduklarını göstermektedir. Aynı sınıfta sadece 1 öğrencinin bu soruya tam doğru, 10 öğrencininse yarım doğru cevap verdiği de vurgulanabilir. Bununla birlikte deney grubundaki öğrencilerin cevaplarında bağımlı-bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiye vurgu yapılırken, fonksiyonun küme gösterimi de tercih edilmiştir. Bu sınıfta 11 öğrenci 2.A kodlu soruya tam doğru cevap verirken, 10 öğrenci de yarım doğru cevap vermiştir. Buradan hareketle etkinliklerin deney grubundaki öğrencilerin fonksiyonu süreç olarak kavramalarına yardımcı olduğu söylenebilir.

Sonuç olarak yapılan araştırma sürecinde uygulanan etkinliklerin öğrencilerin fonksiyonla ilgili kavramsal öğrenmelerine hizmet ettiği kadar, etkili sayılabilecek

kavram görüntüleri oluşturmalarına ve fonksiyonu süreç olarak kavramalarına yardımcı olduğu söylenebilir.

## 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

### 5.1 Sonuç

Bu çalışmada öğrencilerin fonksiyonla ilgili zengin, dinamik, başka alanlara transfer edilebilir kavram görüntülerine sahip olmalarını sağlayacak bir öğrenme ortamı kurgulanmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin kavramsal ve işlemsel öğrenmelere sahip olmalarını sağlayabilmek amacıyla fonksiyonların çoklu temsilleriyle kullanımını temel alan etkinlikler düzenlenmiştir. Etkinliklerin hazırlanması sürecinde fonksiyon, kavramsal-işlemsel öğrenme ve çoklu temsillerle ilgili kaynaklardan yararlanılmış ve öncelikle çalışmanın uygulanacağı okuldaki öğrencilerin düzeyi göz önüne alınmıştır.

Uygulama süreci deney grubunda etkinliklerin temel alındığı ve daha çok öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini teşvik edecek bir sınıf ortamında, kontrol grubunda ise klasik bir yaklaşımla, sunuş yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Uygulama öncesi her iki sınıfa fonksiyonla ilgili hazır bulunuşluklarını test etmek amacıyla bir ön test uygulanmıştır. Her iki sınıftaki öğrencilerin uygulama sonrası başarılarını karşılaştırmak için ise araştırmacı tarafından son test olarak hazırlanan Fonksiyonlar Başarı Testi kullanılmıştır.

Öğrenci başarılarının değerlendirilmesinde nicel analizi yapabilmek amacıyla ön test ve son testlerden öğrencilerin elde ettikleri toplam puanlar; nitel analizi yapabilmek amacıyla öğrencilerin son testteki cevap kâğıtlarından fonksiyon tanımını kullanabilme, fonksiyonu değişik temsillerle ifade edebilme ve bu temsiller arasında dönüşüm yapabilme becerileri incelenmiştir.

Araştırmaya dâhil olan grupların birbiriyle ilişkisinin olmaması sebebiyle nicel verilerin analizinde Mann Whitney U-testi kullanılmıştır. Yapılan analiz sonucunda her iki grubun ilk test puanları arasında anlamlı fark bulunamazken, sıra ortalamalarını kontrol grubu lehine, son test puanları arasında deney grubu lehine anlamlı fark,  $p < .05$ , olduğu görülmüştür. Buradan hareketle deney grubunda gerçekleştirilen uygulamanın öğrencilerin fonksiyonu kavrama, çoklu temsillerle

ifade edebilme ve bu temsiller arasında dönüşüm yapabilme becerilerini ölçen Fonksiyonlar Başarı Testi puanlarını olumlu etkilediği söylenebilir. Öğrencilerin cevaplarının derinlemesine incelenebilmesi amacıyla gerçekleştirilen doküman incelemesinde ise fonksiyon tanımını kullanabilme, fonksiyonu çoklu temsillerle ifade edebilme ve bu temsiller arasında dönüşüm yapabilme becerileri göz önüne alındığında deney grubu lehine olumlu sonuçlar olduğu gözlenmiştir. Buradaki öğrenciler özellikle tablodan grafiğe yapılan dönüşümlerde yüksek oranda başarı göstermişlerdir. Yine verilen bir ilişkilendirmenin fonksiyon olup olmadığının gerekçelendirilerek belirlenmesinin beklendiği sorularda öğrencilerin bir kısmının kendi örneklerini ve açıklamalarının üretebildikleri görülmüştür.

Sonuç olarak, ilgili kaynaklardan elde edilen veriler araştırmanın gerçekleştirildiği okuldaki öğrencilerin düzeyi göz önüne alınarak fonksiyonun kavranması sürecine yönelik hazırlanan etkinliklerin, nitel ve nicel analizler sonucunda, başarılı olduğu söylenebilir. Çoklu temsillerin ve kavramsal öğrenmenin temel alındığı bu etkinliklerin, öğrenci düzeyi hesaba katılarak, fonksiyon kavramına giriş kısmında derslerde kullanılabileceği söylenebilir.

## **5.2 Öneriler**

### **5.2.1 Araştırma Sonucuna Dayalı Öneriler**

- Fonksiyon kavramı öğrencilerin kavramsal öğrenmelerinin sağlanacağı bir öğrenme ortamında işlenebilir. Yani öğrencilerin günlük yaşam tecrübe, pratiklerinden hareket eden ve öğrenilecek kavramın bir ilişkiler ağında ele alındığı bir ders süreci tasarlanmalıdır.
- Çoklu temsiller kullanımına önem verilmeli, bu temsiller arası dönüşümler hemen her aşamada kullanılmalıdır. Öğrenciler temsil tercihlerinde serbest olmalı, kendilerine en uygun gösterimi seçebilmelidirler.
- Öğrencilerin küçük grupları içinde ve bütün sınıf olarak kavramı, problem durumu ve ona ait çözümleri tartışabilecekleri bir sınıf ortamı oluşturulmalıdır. Burada yanlış cevaplar yargılanmamalı, yine sınıfça doğru cevapların bulunmasına yardımcı olacak araçlar olarak görülmelidir.



### 5.2.2 Yeni Yapılacak Çalışmalara Yönelik Öneriler

- Çalışmada kullanılan etkinlikler değişik okul türleri, farklı başarı düzeyindeki öğrencilere göre tekrar düzenlenerek sonuçlar karşılaştırılabilir.
- Öğrencilerin cevap kâğıtlarının incelendiği doküman analizi yerine, görüşme tekniği kullanılarak etkinliklerin fonksiyonun kavramsallaştırılmasına etkisi daha derinlemesine incelenebilir.
- Kullanılan etkinliklerin trigonometri, türev, integral gibi başka konulara ilişkin öğrenmelere etkisini incelemek amacıyla çalışmaya katılan öğrencilere gelecek dönemde izleme yapılabilir. Bir benzeri kontrol grubundaki öğrencilere de yapılarak, sonuçlar karşılaştırılabilir.

## 6. KAYNAKLAR

Ainstworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction* , 183-198.

Ainstworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers & Education* , 131-152.

Akalın, Ş. H., Toparlı, R., Gözaydın, N., Zülfikar, H., Demir, N., Tezcan Aksu, B., et al. (2009). *Türkçe Sözlük*. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları.

Akkoç, H. (2006). Fonksiyon Kavramının Çoklu Temsillerinin Çağrıştırdığı Kavram Görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* (30), 1-10.

Akkoç, H., & Tall, D. (2002). The simplicity, complexity and complication of the function concept. A. D. Cockburn, & E. Nardi (Dü.), *Proceedings of the 26<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (s. 25-32). Norwich:UK.

Azar, A. (2008). Bilim ve Araştırma. O. Kılıç, & M. Cinoğlu içinde, *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (s. 11-48). İstanbul: Lisans Yayıncılık.

Bayazıt, İ. (2010). Fonksiyonlar Konusunun Öğreniminde Karşılaşılan Zorluklar ve Çözüm Önerileri. (eds: M. F. Özmantar, E. Bingölbali, & H. Akkoç), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (s. 90-119). Ankara: Pegem Akademi.

Bayazıt, İ. (2011). Prospective teachers' inclination to single representation and their development of the function concept. *Educational Research and Reviews* , 6 (5), 436-446.

Bayazıt, İ., & Gray, E. (2004). Understanding Inverse Functions The Relationship Between Teaching Practice and Student Learning. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 2, s. 103-110. Bergen: Bergen University College.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational Number concepts. R. A. Lesh, & M. Landau, *The acquisition of mathematical concepts and processes*. New York: Academic Press.

Block, J. H., & Airasian, P. W. (1971). *Mastery Learning: theory and practice*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Bosse, M. J., Adu-Gyamfi, K., & Cheetham, M. (2011, Haziran). Translations Among Mathematical Representations: Teacher Beliefs and Practices. *Mathematical Translations & Teacher Beliefs*. Greenville: East Caroline University.

Büyüköztürk, Ş. (2008). *Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı*. Ankara: Pegem Akademi.

Caraça, B. d. (1951). *Conceitos Fundamentals da Mathematica*. Lisbon: Sa da Costa.

Carlson, M. P. (1999). A Study of Second Semester Calculus Students' Function Conceptions. Arizona State University.

Carlson, M., & Oehrtman, M. (2005). *Key Aspects of Knowing and Learning the Concept of Function*. (15 Mart 2014), <http://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/curriculum-department-guidelines-recommendations/teaching-and-learning/9-key-aspects-of-knowing-and-learning-the-concept-of-function>

Common Core Standarts Initiative. (2014). *High School: Functions*. (11 Mart 2014), <http://www.corestandards.org/Math/Content/HSF/introduction/>

Çıkla, O. A. (2004). The Effects of Multiple Representations Based Instruction on Seventh Grade Students' Algebra Performance, Attitude Toward Mathematics, and Representation Preference. Doktora Tezi, Ortadoğu Teknik Üniversitesi Fen Bİlimleri Enstitüsü, Ankara.

DeMarois, P., & Tall, D. (1996). Facets and Layers of the Function Concept. *Proceedings of PME. 2*, s. 297-304. Valencia: Proceedings of PME.

Demir, A. (2013). *2013-Yükseköğretime Geçiş Sınavının Değerlendirilmesi*. (17 Mart 2014), [http://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2013/OSYS/2013-YGS-SonucAciklama\\_Sunum.pdf](http://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2013/OSYS/2013-YGS-SonucAciklama_Sunum.pdf)

Dick, W., Carey, L., & Carey, J. O. (2001). *The Systematic Design of Instruction* (5 b.). New York: Longman.

Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1982). Intuitive Functional Concepts: A Baseline Study on Intuitions. *Journal for Research in Mathematics* , 13 (5), 360-380.

Dubinsky, E., & Harel, G. (1992). The Nature of the Process Conception of Function. E. Dubinsky, & G. Harel içinde, *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy* (Cilt 25, s. 85-106). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Ferri, R. B. (2003). *Mathematical Thinking Styles-An Empirical Study*.(5 Şubat 2014), [https://www.google.com.tr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CC0QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.dm.unipi.it%2F~didattica%2FCERME3%2Fproceedings%2FGroups%2FTG3%2FTG3\\_BorromeoFerri\\_cerme3.pdf&ei=XqodU-6JJerB7AaT84HIAw&usg=AFQjCNEkF-m36](https://www.google.com.tr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CC0QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.dm.unipi.it%2F~didattica%2FCERME3%2Fproceedings%2FGroups%2FTG3%2FTG3_BorromeoFerri_cerme3.pdf&ei=XqodU-6JJerB7AaT84HIAw&usg=AFQjCNEkF-m36)

Goldin, G. A. (1990). Epistemology, Constructivism, and Discovery Learning in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Educations* , 31-47.

Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practising Representation: Learning with and about Representational Forms. *Phi Delta Kappan* , 78 (5), 361-367.

Haapasalo, L. (2003). The conflict between conceptual and procedural knowledge: Should we need to understand in order to be able to do, or vice versa? L. Haapasalo, & K. Sormunen içinde, *Towards Meaningful Mathematics and Science Education* (s. 1-20). Joensuu, University of Joensuu: Bulletins of the Faculty of Education.

Haapasalo, L. (2008). On Instrumental Genesis within Procedural and Conceptual Thinking. *Eleventh International Congress on Mathematical Education*. Monterrey.

Hansson, Ö. (2006). Studying the Views of Preservice Teachers on the Concept of Function. *Ph. D Thesis* . Luleå: Luleå University of Technology.

Huang, H.-M. E., & Witz, K. G. (2011). Developing children's conceptual understanding of area measurement: A curriculum and teaching experiment. *Learning and Instruction* , 21 (1), 1-13.

Hauge, S. K. (1993). Functions and relations: some applications from database management for the teaching of classroom mathematics. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 365 519)

İşman, A. (2005). The Implementation Results of New Instructional Design Model: ISMAN Model. *The Turkish Online Journal of Educational Technology* , 4 (7).

Kabael, T. U. (2010). Fonksiyon Kavramı: Tarihi Gelişimi, Öğrenilme Süreci, Öğrenci Yanılgıları ve Öğretim Stratejileri. *TÜBAV Bilim Dergisi* , 3 (1), 128-136.

Kabael-Uygur, T., & Tanışlı, D. (2010). Cebirsel Düşünme Sürecinde Örüntüden Fonksiyona Öğretim. *İlköğretim Online* , 9 (1), 213-228.

Kalchman, M., & Koedinger, K. R. (2005). Teaching and Learning Functions. A. T. Committee on How People Learn, *How Students LEarn: History, Mathematics, and Science in the Classroom* (s. 351-393). Washington, DC: The National Academic Press.

Kaldrimidou, M., & Tzekaki, M. (2005). Theoretical Issues in Research of Mathematics Education: Some Considerations. *Fourth Congress of the European Society of Researches in Mathematics Education* (s. 1244-1255). Universitat Ramon Lul: FUNDEMI IQS.

Kaput, J. J. (1994). The Representational Roles of Technology in Connecting Mathematics with Authentc Experience. R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser, & B. Winkelmann, *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (s. 379-397). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Karakuyu, E., & Bağcı, O. (2013). *Ortaöğretim Matematik 9 Ders Kitabı*. Ankara: Dikey Yayıncılık.

Kazemi, E. (2012). Discourse That Promotes Conceptual Understanding. D. L. Chambers içinde, *Putting Research into Practice in the Elementary Grades* (s. 44-49). Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Kurbanoglu, N. İ., & Takunyacı, M. (2012). Lise öğrencilerinin matematik dersine yönelik kaygı, tutum ve öyeterlik inançlarının cinsiyet, okul türü ve sınıf düzeyi açısından incelenmesi. *Uluslararası İnsan Bilimleri Dergisi* , 9 (1), 110-130.

Lamb, J., & Booker, G. (2004). The Impact of Developing Teacher Conceptual Knowledge on Students' Knowledge of Division. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 3, s. 177-184. Bergen: Bergen University College.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. C. Janvier içinde, *Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics* (s. 33-40). New Jersey: Lawrance Erlbaum Associates.

MEB. (2011). *Ortaöğretim Matematik (9, 10, 11, 12. Sınıflar) Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

MEB. (2013a). *Ortöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.

MEB. (2013b). *Ortaöğretim Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları.

Michelsen, C. (2006). Functions: a modelling tool in mathematics and science. *The International Journal on Mathematics Education* , 38 (3), 269-280.

Mousoulides, N. (2004). Algebraic and Geometric Approach in Function Problem Solving. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 3, s. 385-392. Bergen: Bergen University College.

Mueller, N., & Pligge, M. (2012). Math Talk: A Way to Build Student's Engagement. *NCTM Conference* . Philadelphia.

NCTM. (1999). *National Council of Teacher of Mathematics*. (26 Şubat 2014), <http://www.nctm.org/resources/content.aspx?id=12620>

NCTM. (2000). Principles and Standarts for School Mathematics. N. R. Council içinde, *National Science Education Standarts*. Washington DC: National Academy Press.

NCTM. (2013, Ocak 23). *What Are Some Strategies for Facilitating Productive Classroom Discusssion?* (19 Şubat 2014), [http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research\\_News\\_and\\_Advocacy/Research/Clips\\_and\\_Briefs/research%20brief%2020%20-%20strategies%20of%20discussion.pdf](http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_News_and_Advocacy/Research/Clips_and_Briefs/research%20brief%2020%20-%20strategies%20of%20discussion.pdf)

ÖSYM. (2012). *2012 YGS Sonuçları*. (17 Mart 2014), <http://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2012/OSYS/2012YGSSonuclari.pdf>

Özdemir, E., & Uyangör, S. M. (2011). Matematik Eğitimi İçin Bir Öğretim Tasarımı. *e-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences* , 6 (2), 1786-1796.

Özgün-Koca, S. A. (2010). Öğrencilerin Grafik Okuma, Yorumlama ve Oluşturma Hakkındaki Kavram Yanılgıları. (eds: M. F. Özmantar, E. Bingölbali, & H. Akkoç), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (s. 61-89). Ankara: Pegem Akademi.

Ponte, J. P. (1990). The History of the Concept of Function and Some Educational Implications. *Educação e Matemática* , 3-9.

Rittle-Johnson, B., & Schneider, M. (in press). Developing Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics. (eds: R. C. Kadosh, & A. Dowker), *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*. Oxford, UK: Oxford University Press.

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing Conceptual Understanding and Procedural Skill in Mathematics: An Iterative Process. *Journal of Educational Psychology* , 93 (2), 346-362.

Schneider, M., & Stern, E. (2005). *Conceptual and Procedural Knowledge of a Mathematics Problem: Their Measurement and Their Casual Interrelations*. (1 Mart 2014), <http://www.psych.unito.it/csc/cogsci05/frame/talk/f610-schneider.pdf>

Schwartz, D. L., Chase, C. C., Oppezzo, M. A., & Chin, D. B. (2011). Practising versus Inventing with Contrasting Cases: The Effects of Telling First on Learning and Transfer. *Journal of Educational Psychology*, 103 (4), 759-775.

Selden, A., & Selden, J. (1992). Research Perspectives on Conceptions of Functions: Summary and Overview. (eds: G. Harel, & E. Dubinsky), *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy* (s. 1-16). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Sheehy, L. (1996). *The History Of The Function Concept In The Intended High School Curriculum Over The Past Century: What Has Changed and What Has Remained the Same in the Roles that Functions are to Play?* (16 Haziran 2013), [http://math.coe.uga.edu/olive/EMAT3500/History\\_of\\_Functions.doc](http://math.coe.uga.edu/olive/EMAT3500/History_of_Functions.doc)

Star, J. R., & Stylianides, G. J. (2013). Procedural and Conceptual Knowledge: Exploring the Gap Between Knowledge Type and Knowledge Quality. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, 13 (2), 169-181.

Stein, C. C. (2007). Promoting Mathematical Discourse in the Classroom. *Mathematics Teacher*, 101 (4), 285-289.

Tall, D. (1992). The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity and Proof. (ed: D. Grouws), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 495-511). New York: Macmillan.

Tall, D., & Bakar, M. (1991). Students' Mental Prototypes for Functions and Graphs. *Proceedings of the 15th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (s. 104-111). Assisi: Program Committee of the 15th PME Conference.

Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics* (12), 151-169.

Tall, D., McGowen, M., & DeMarois, P. (2000). The Function Machine as a Cognitive Root for the Function Concept. *Proceedings of PME-NA, 1*, s. 247-254.



Thompson, P. W. (1994). Students, Functions and Undergraduate Curriculum. (eds: E. Dubinsky, A. Schoenfeld, & J. J. Kaput), *Research in Collegiate Mathematics Education* (Cilt 1, s. 21-44). AMS.

Üreyen, M. (2006). The role of definition in students' understanding with particular reference to the concavity of a function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* , 37 (5), 600-604.

Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* , 14 (3), 293-305.

Vollrath, H. (1986). Search strategies as indicators of functional thinking. *Educational Studies in Mathematics* (17), 387-400.

Wu, H. (1999). Basic Skills versus Conceptual Understanding. *American Educator* , 23 (3), 14-19.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2006). *Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, H. H., Yıldırım, S., Yetişir, M. İ., & Ceylan, E. (2013). *PISA 2012 Ulusal Ön Raporu*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.

Zachariades, T., Christou, C., & Papageorgiu, E. (2002). The Difficulties and Reasoning of Undergraduate Mathematics Students in the Identification of Functions. Crete: Proceedings in the 10th ICME Conference.

Zerpa, C., Kajander, A., & Barneveld, C. V. (2009). Factors That Impact Preservice Teachers' Growth in Conceptual Mathematical Knowledge During a Mathematics Methods Course. *International Electronic Journal of Mathematics Education* , 4 (2), 57-76.

# **EKLER**

## 7. EKLER

### EK A: Fonksiyonlar Başarı Testi Puanlama Cetveli

Soru Numarası	Puanı	Gerekçesi
1	0	Tamamen yanlış cevap
	1	Her ikisine de aynı cevabı verme (1 tanesi doğru olduğu için )
	2	Tam doğru cevap
2.A	0	Tamamen yanlış cevap
	1	Özelliklerden bir tanesini ifade etme veya değişik bir yolla ifade ederek tanımın bir yönünü verme
	2	Tanımı eksiksiz yapma veya tanımı eksiksiz bir şekilde tam doğru olarak ifade etme
2.B	0	Hiç cevap yok, tamamen yanlış cevap
	1	Cevabın sadece bir yönünü ifade etme
	2	Tam doğru cevap
3.1	0	Hiç cevap yok, verilen cevap soruda istenenle bağlantılı değil
	1	Eksik örnek
	2	Tam doğru cevap, 5 değer doğru bir şekilde eşleştirilmiş. Sembolizmle ilgili hatalar görmezden gelinebilir.
3.2	0	Hiç cevap yok, yanlış veya açıklaması yapılmayan cevap

	1	İlişkilendirmenin özelliklerinin yetersiz olması
	2	Tam doğru cevap veya ilişkilendirmenin gereken özelliklerinin ifade anlaşılır şekilde ifade edilmesi
3.3	0	Cevap yok, tamamen yanlış cevap
	1	Örnek veya gösterim yollarından birinin eksik olması
	2	Tam doğru cevap; hem gösterim yolları, hem örneklendirme doğru verilmiş
4	0	Tamamen yanlış cevap, gerekçelendirmesi yapılmayan doğru cevap
	1	Doğru cevap ama eksik veya yanlış gerekçelendirme
	2	Tam doğru cevap ve tam doğru gerekçelendirme
5.A	0	Tamamen yanlış cevap
	1	Grafikteki verilerin tabloya eksik aktarımı
	2	Grafikteki noktaların tamamının tabloya doğru aktarımı
5.B	0	Cevap yok, tabloyla tutarsız cevap
	1	Eksik cevap, tablodaki verilerin bir kısmının gösterimi
	2	Tam doğru cevap, tablodaki verilerle tutarlı cevap, tutarlı-doğru gösterim
6	0	Cevap yok, alakasız cevap
	1	İlişkilendirmenin eksik ifade edilmiş olması
	2	Verilen ilişkilendirmenin tamamen doğru ifade edilmesi

## EK B: Etkinlikler

### ŞERBET TADINDA MATEMATİK

Şekerli suyun tatlılık derecesinin şeker/su olarak tespit edildiğini düşünelim. Aşağıda verilen tabloda şeker ve su değişik miktarlarda karıştırılarak şekerli su(şerbet) yapılmıştır. Verilen değerleri inceleyerek tablonun alt kısmında verilen sorulara cevaplayınız.

Şeker(küp)	Su (mL)	Tatlılık
2	10	
10	2	
10	10	
5	10	
4	10	
10	10	
5	5	

- Yukarıda yapılan karışımlar içinde en tatlısı ve en az tatlı olanlar hangileridir? Neden?
- Aynı düzeyde tatlılığa sahip karışımlar sizce hangilerdir? Nasıl tespit ettiniz bunu?
- Bardaktaki suyun tatlılığının kullanılan malzemeler göz önüne alındığında, nelerden etkilendiği söylenebilir?
- Bardaki suyun tatlılığını etkileyen maddelerin değişimlerinden nasıl etkilenmektedir? Sayısal örnekler vererek gurubunuzda tartışınız ve suyun tatlılığını tespit etmenize yarayacak bir formül geliştiriniz?
- Şeker ve suya değişen değerler vererek tatlılıkla ilgili formülünüzün mantıklı sonuçlar üretip üretmediğiniz kontrol ediniz.

## ÇARŞIDAN ALDIM BİR TANE

Kilogram fiyatı 0.75 TL'den satılan nar için değişik miktarlarda yapılan alışverişlerle ilgili aşağıdaki tabloyu doldurarak soruları cevaplayınız.

Satın alınan miktar(kg)	Yapılması gereken ödeme(TL)
3	
2,5	
1	
0,5	
	3
2	
2	

- Yukarıda verilen nar-fiyat ilişkilendirmelerinde bağımsız ve bağımlı değişkenleri belirleyiniz.
- Yatay eksen bağımsız, dikey eksen bağımlı değişken için kullanarak tablodaki bilgileri yukarıdaki eksenlerde gösteriniz.
- Yapılan her alışverişte ödenecek tutarların özellikleri neler olabilir?(Bkz. son iki alışveriş)
- Satın alınan her miktar için ödenmesi gereken bir tutar var mıdır?

## HERKESİN VAR “1” NOTU BU ALEMDE

Sınıfınızda birinci matematik sınavına giren öğrencilerle, alınan notları(5'lik sistemde) ilişkilendiren tabloyu doldurunuz.

Öğrenci	Aldığı Not

- Tabloda bağımsız ve bağımlı değişkenler hangileridir?
- Yatay eksen bağımsız, düşey eksen bağımlı değişken için kullanarak tablodaki verileri yandaki düzlemde gösteriniz.
- Sınava giren her öğrencinin aldığı bir not var mıdır?
- Bir öğrencinin aynı sınavdan kaç tane not alabileceği söylenebilir?
- Yukarıdaki tablodaki bilgileri, öğrenciler ve notları arasındaki ilişkilendirmeyi, göstermek için başka yollar olabilir mi? (Hangi öğrencinin hangi notu aldığını gösterebilmek için)

## BIZIM BAKKAL

Yedi kişinin(Ali, Hikmet, Feyza, Tufan, Zeynep, Tarık ve Çiğdem) gün içinde bir marketten yaptıkları alışverişler aşağıdaki tabloda gösterilmiştir. Verilenleri dikkatle inceleyerek, yandaki soruları cevaplayınız.

İsimler	Ürünler
Ali	Ekmek
Zeynep	Nişasta
Tufan	Soda
Ali	Çekirdek
Feyza	Ekmek
Hikmet	Baharat
Hikmet	Yağ
Tarık	Su
Ali	Sabun
Hikmet	Çekirdek
Feyza	Su

- a) Herkesin satın aldıkları ürünlerle aralarında yapılan eşlemeyi küme yöntemiyle gösteriniz.
- b) Herkesin satın aldıkları ürünlerle aralarında yapılan eşlemeyi yatay eksen(x eksen) alışveriş veriş yapanların isimleri, düşey eksen (y eksen) satın alınan ürünlerin isimleri olacak şekilde grafik üzerinde gösteriniz.
- c) Yapılan eşlemede, herkesin satın aldığı bir ürün var mıdır?
- d) Yapılan eşlemede, bir kişi kaç defa ürün satın almıştır?
- e) Eşlemelerin özellikleri göz önüne alındığında, bunlar ilişkilendirmelerin fonksiyon olmasını sağlamakta mıdır? Neden?

Eşlemenin fonksiyon olup-olmaması ile grafiği arasındaki ilişkiyi inceleyiniz. Geçmiş etkinliklerde karşılaştığımız grafik durumlarıyla arasında ne gibi farklar olduğunu belirtiniz.



## “HASTALIĞINDA SAĞLIĞINDA”

Belirli bir ilacın değişik vücut kütlelerine göre kullanılması gereken miktarları aşağıdaki tabloda belirtilmiştir.

Vücut Kütle(kg)	Kullanılması gereken doz(mg)
5-10	1,5
11-25	2
26-40	2,5
41-80	3
81-120	5

- Kendinizin ve grubunuzdaki arkadaşlarınızın kullanması gereken dozları tespit ediniz.
- Sınıftan değişik arkadaşlarınız, aileniz veya başka çevrelerinizden farklı ağırlıklarda tanıdıklarınız için kullanılması gereken dozlara örnekler veriniz.
- Değişkenlerden hangisinin bağımlı, hangisinin bağımsız olabileceğini belirleyerek tablodaki değerlere ait grafiği yandaki düzlemde gösteriniz.
- Belirlenen kütlelerde her hastanın kullanması gereken doz belirlenmiş mi?
- Belirli bir kütleyle sahip hasta için tespit edilen doz miktarı farklılık gösteriyor mu?
- Burada yapılan ilişkilendirmeyi sözel ifadeler kullanarak nasıl genel bir şekilde açıklayabilirsiniz?

## YÜKSEK GERİLİM

İletken bir tel(bakır, alüminyum vb.) üzerinden bir ortamdan başka bir ortama hareket eden, potansiyel enerjisi yüksek elektronlara, bu telin karşı koymasına telin direnci denir. Bu telden geçen elektronların oluşturduğu elektrik akımını  $I$ , gerilimi  $V$ , elektrik telinin direncini  $R$  göstermek üzere;

$$I = \frac{V}{R}$$

formülüyle hesaplanır. Gerilimi 96 Volt olan bir elektrik gücüne bağlı olan ve dirençleri 1-96 Ohm arasında değişen tellerden geçen elektrik akımları için oluşacak değerler için aşağıdaki tabloyu doldurarak soruları cevaplayınız.

Volt	Direnç(Ohm)	Akım(Amper)
96		
96		
96		
96		
96		
96		
96		
96		
96		
96		
96		
96		
96		
96		

- Değişik değerler vererek oluşacak akım değerlerini hesaplayınız ve bağımlı-bağımsız değişkenleri tepsi ediniz.
- Yatay eksen bağımsız, düşey eksen bağımlı değişken için kullanarak verilerinizi grafik kâğıdınızda yerleştiriniz.
- Bağımsız değişkenin davranışı, bağımlı değişkeni nasıl etkilemektedir?
- Elimizdeki bütün teller için, akım değerleri hesaplanabilir mi?
- Aynı tel için kaç farklı akım değeri hesaplanabilir?
- Direnç ve akım arasındaki ilişki bunun fonksiyon olmasını sağlamakta mıdır?
- Direnç değişkeninin alamayacağı değerler var mıdır? Alabileceği değerlerin hangi aralıktadır?(Bağımsız değişkenin alacağı değerlerle tanım kümesi kavramına giriş yapılmalı)
- Akım değişkeninin alabileceği en büyük ve en küçük değerleri bularak, alabileceği bütün değerlerin aralığını bulunuz.(Görüntü kümesine giriş yapılmalı)
- Diğer gösterim yöntemlerini de kullanarak, direnç ve akım eşlemelerini gösteriniz.

Tanım ve görüntü kümeleri kullanarak fonksiyonun yaptığı eşlemeler ifade edilebilir mi? Örnek veriniz.

## “BASKÜL AİLESİ”

M sınıfındaki her öğrencinin kütlesi aşağıdaki gibidir

Öğrenciler	Kütle (kg)
A	43
B	56
C	48
Ç	43
D	60
E	56
F	52
G	64
H	60

a) Öğrenciler ve kütle değerleri ayrı iki küme olarak gösterilebilir mi? Bu durumda öğrencilerin kütleleriyle olan ilişkileri nasıl belirtilebilir? Gösteriniz.

b) Öğrenciler ve kütleleriyle olan ilişkileri göz önüne alındığında, her öğrencinin bir kütlesi var mıdır? Bunu kümeler kullanarak yaptığınız gösterimle nasıl açıklarsınız?

c) Bir öğrenci için farklı iki kütle söz konusu mu? Bunu da kümeler kullanarak kurduğunuz ilişki üzerinden nasıl açıklarsınız?



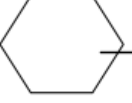

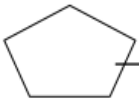
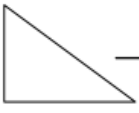
d) Yapılan ilişkilendirmeyi (fonksiyonun yaptığı işi) sözel olarak nasıl ifade edebilirsiniz?(Kimi kime götürüyor veya eşliyor?)

e) Tablodaki değerlerinizi grafik kâğıdınızda gösteriniz.

Değerlerinizi fonksiyon gösterimi yaparak ifade ediniz.

## BİR GARİP FONKSİYON

Aşağıda geometrik şekiller ve sayılar arasında bir ilişki gösterilmiştir. Tabloda verilenleri önüne alarak siz de boş bırakılan yerleri doldurunuz.

	→ 3
	→ 4
	→ 6
	→ 4
	→
	→ 3
	→ 4

- Tabloda verilen her bir ilişkiyi sözel olarak ifade ediniz ve bunların fonksiyon gösterimlerini yapınız.
- Tabloda halinde verilen fonksiyonu küme gösterimi ile ifade ediniz.
- Tabloda halinde verilenleri fonksiyongösterimi ile ifade ediniz.
- Verilen ilişki için genel bir ifade bulmaya, fonksiyonun yaptığı işi tarif etmeye çalışınız. Hepsini tek tek söylemek yerine, tek cümleyle hepsini birden nasıl ifade edersiniz.
- Tanımlanan ilişki fonksiyon olmak için gereken koşulları sağlamakta mıdır?

Kurulan ilişki için tanım ve görüntü kümeleri nasıl ifade edilebilir?

## “FUTBOL SADECE FUTBOL DEĞİLDİR”

Aşağıda verilen ilişkilendirmeyi inceleyerek soruları cevaplayınız.

Selçuk İnan	→	Sİ
Oğuzhan Özyakup	→	OÖ
Olcan Adın	→	OA
Volkan Demirel	→	VD
.....	→	CE
Mehmet Topal	→	
.....	→	AT
Onur Kıvrak	→	
.....	→	NŞ
Serkan Kırıntılı	→	.....

ve görüntü kümeleri için neler söylenebilir?

- a) Tanımlanan ilişkilendirme fonksiyon olarak ifade edilebilir mi? Gereken şartları sağlıyor mu?
- b) Bu ilişkilendirme genel olarak nasıl ifade edilebilir? (Fonksiyonun sözel ifadesi-Kimi kimle eşliyor veya kimi kime götürüyor...?)
- c) Bu ilişkilendirmenin verilen değerleri göz önüne alındığında, tanım

d) Tabloda halinde verilen fonksiyonu küme gösterimi ile ifade ediniz.

e) Tabloda halinde verilen fonksiyonu küme gösterimi ile ifade ediniz.

## “KİM KİME, DUM DUMA”

f olarak isimlendirilen bir fonksiyonun -5 ve 5 arasındaki reel sayılarla, yani  $[-5, 5]$  aralığı, ilgili yaptığı bir ilişkilendirme için aşağıda örnekler verilmiştir. Yapılan ilişkilendirmeleri dikkatle inceleyiniz. Buna göre soruları cevaplayınız.

2, 1	→	2
3, 34	→	3
8	→	1
-1, 1	→	2
-1, 34	→	3
	→	2
	→	3
4, 351	→	4
x	→	y

- Belirtilen ilişkiyi genel olarak ifade ediniz.
- İlişki fonksiyon olması için gereken şartları taşımakta mıdır?
- Tabloda halinde verilen fonksiyonu küme gösterimi ile ifade ediniz.
- Tabloda halinde verilen fonksiyonu fonksiyon gösterimi ile ifade ediniz.
- Tabloda halinde verilen fonksiyonu grafik gösterimi ile ifade ediniz.
- x'in alabileceği en küçük ve en büyük değerleri belirleyiniz.

g) y'nin alacağı en küçük ve en büyük değerleri belirleyiniz.

## KAYBOLAN İSİMLER, KAYBOLAN ŞEKİLLER

Tanım kümesi  $A = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  olan bir fonksiyonun yaptığı ilişkilendirmelerden bazıları aşağıda verilmiştir. Dikkatle hangi sayıların eşlendiğini inceleyerek, aralarındaki bağıntıyı keşfetmeye çalışınız. Bunları inceleyerek boş bırakılan yerleri doldurunuz

3	7
4	9
-1	-1
-4	-7
5	11
	3
a	
x	y

- Fonksiyonun tanım kümesinde verilen bütün elemanların oluşturduğu görüntülerin kümesi ne olur?
- Fonksiyonu küme gösterimi kullanarak ifade ediniz.
- Fonksiyonu grafik gösterimi kullanarak ifade ediniz.
- Tablodaki ilişkilendirmeleri fonksiyon gösterimini kullanarak ifade ediniz.
- y'nin x cinsinden değeri nedir?
- x ve y'nin birbiriyle ilişkilendirilmiş değişkenler olduğu göz

önüne alındığında, bunlardan hangisi bağımsız, hangisi bağımlı değişken olur? Neden?

## İŞLER GÜÇLER

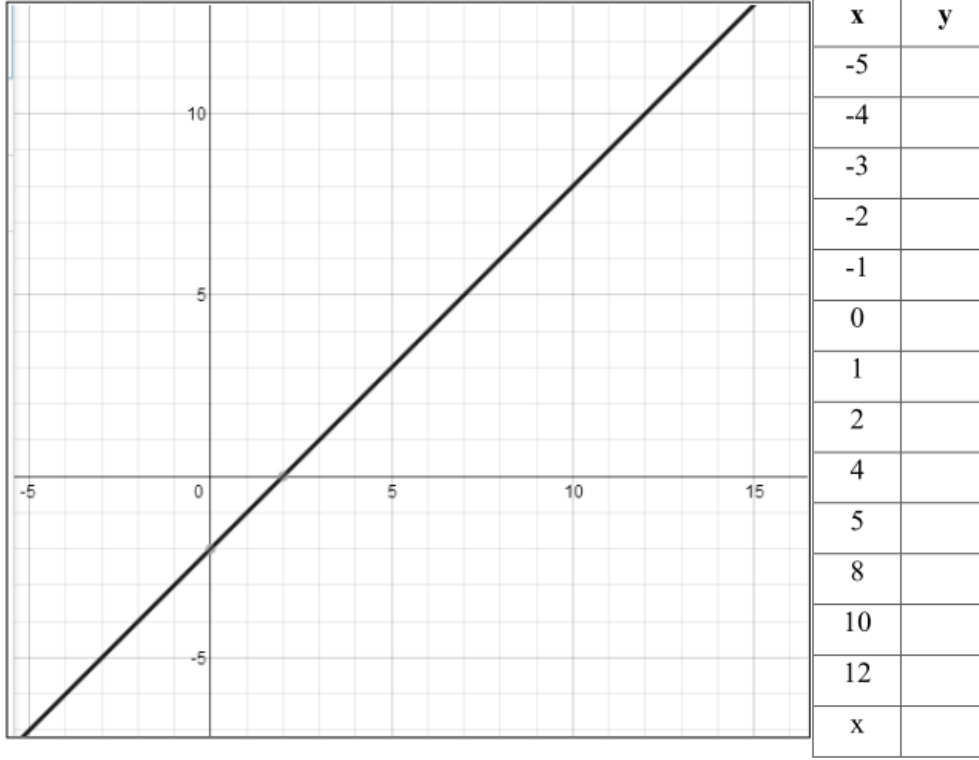
Tanım kümesi -6 ve 6 arasındaki tam sayılar olarak verilen bir fonksiyon her sayıyı kendisinin 2 katının 3 fazlasına götürüyor. Aşağıdaki tabloda fonksiyonun yaptığı ilişkilendirmelere bazı örnekler verilmiştir. Dikkatle inceleyiniz ve boşlukları doldurunuz.

4	
-1	
-3	
5	
	9
	11
x	
x+1	
2x	
x-3	
x	y

- a) Tabloda doldurduğunuz değerleri ve tanım kümesinin diğer elemanları için yapılacak ilişkilendirmeleri göz önüne alarak, bunların bir fonksiyon tanımlayacak özelliklere sahip olduğunu söyleyebilir misiniz? Cevabınızı açıklayınız.
- b) Fonksiyonun tanım kümesini yazınız.
- c) Fonksiyonun görüntülerinin oluşturduğu kümeyi belirleyiniz.
- d) Fonksiyonun tabloda yaptığımız ilişkilendirmeleri için fonksiyon gösterimlerini yapınız.
- e) Fonksiyonun tanım kümesindeki bütün elemanları için grafiğini oluşturunuz.
- f)  $y$ 'nin  $x$  cinsinden karşılığının fonksiyon gösterimini kullanarak yazınız. ( $y = \dots?$ )

## ÇIZGI ÇIZGI

Aşağıda bir fonksiyonun x ve y'leri arasındaki ilişkilendirmenin gösterildiği grafiğinin bir parçası verilmiştir. Yatay eksenin x, dikey eksenin y değerleri olacak şekilde grafiğin çizildiğini göz önüne alarak tabloda verilen boşlukları doldurunuz ve soruları cevaplayınız.



- Tabloda bulduğunuz değerleri küme gösterimiyle ifade ediniz.
- Tabloda bulduğunuz değerleri fonksiyon gösterimiyle ifade ediniz
- Tabloda bulduğunuz değerleri sözel olarak ifade ediniz
- Fonksiyonun genel ifadesini sözel olarak nasıl belirtebilirsiniz?
- Grafikte verilen değerler göz önüne alındığında, fonksiyonun tanım kümesi nedir?
- Grafikte verilen değerler göz önüne alındığında, fonksiyonun tanım kümesinin elemanlarına ait görüntülerinden en küçüğü ve en büyüğü kaçtır?
- Grafikte verilen değerler göz önüne alındığında, fonksiyonun görüntü kümesi ne olmalıdır?



## EK C: Ön Test

### HAZIR MIYIZ?

Bu test fonksiyonlar konusuna hazır olma düzeyinizi ölçmek amacıyla hazırlanmıştır. Cevaplarınızın doğruluğundan çok, sorulara yapacağınız açıklamalar önemlidir. Lütfen soruları dikkatle okuyarak, cevaplarınızı mümkün olduğu kadar anlaşılır ve net yazmaya çalışınız.

Adı: \_\_\_\_\_ Sınıfı: \_\_\_\_\_

Soyadı: \_\_\_\_\_ Numarası: \_\_\_\_\_

1.

Aşağıda verilen sayılar arasındaki ilişkiye uygun birer kural oluşturunuz.

**a.** 2 4 6 8 ...      **b.** 1 3 5 7 ...

**c.** 4 7 10 13 ....      **ç.** 1 4 9 16 ....

2.

$(x + 1, 6) = (5, y - 4)$  eşitliğini sağlayan  $x$  ve  $y$  değerlerini bulunuz.

3.

$(a+b, a-b) = (8, 6)$  olduğuna göre,  $a.b$  kaçtır?

4.

$A = \{1, 2, 3\}$  ve  $B = \{5, 8\}$  kümeleri için  $A \times B$  kümesini yazınız. Şema ve grafik gösteriniz.

5.

$x = 1$  ve  $y = -1$  için,  
 $(5x - 3y) - [(x - 3y) - (y - (x - y))]$   
işleminin sonucu kaçtır?

6.

$x$  ve  $y$  tam sayı olmak üzere  $3x + 2y = 17$  | şulunu sağlayan beş tane  $(x, y)$  ikilisi yaz

7.

$(3a - 2b) + 4(4a + 2b) - (a + 2b)$   
işleminin sonucu nedir?

8.

"Bir sayının 2 katının 3 eksiği 21 oluyorsa bu sayı kaçtır?" sorusunun çözümünü sağlayan denklemleri yazarak cevabını bulunuz.

9.

$2x + y = 12$  doğrusu veriliyor. Aşağıda verilen noktalardan hangileri bu doğrunun üzerindedir? Bulunuz.

- a. (1,10)    b. (2,8)    c. (3,5)  
ç. (7,-2)    d. (9,-6)    e. (3,7)

10.

Tablolardaki a ve b değerleri arasındaki kurallar tabloların altında belirtilmiştir. Bu kurallara uygun olarak tabloları doldurunuz.

a.

a	b
1	
2	
3	
4	
5	

$$b = a - 3$$

b.

a	b
1	
2	
3	
4	
5	

$$b = 7a$$

c.

a	b
3	
5	
7	
9	
11	

$$b = 3a + 2$$

11.

Bir fabrikada bir ham madde işlenilerek elde edilen ürün ham maddenin değerinin dört katına satılmaktadır. Bu fabrikada bir günde 1000 TL lik ham madde işlenebilmektedir.

Fabrikada 10 günde ne kadarlık ham madde işlenir? İşlenen ham maddeden elde edilen ürünün değeri kaç TL olur?

12.

Yetişkin bir ağacın 26 otomobilden yayılan karbondioksiti emme kapasitesine sahip olduğu iddia edilmektedir. Buna göre;

Bulduğunuz şehirdeki tahmini otomobil sayısına göre en az kaç ağaca ihtiyaç vardır?

## EK D: Son Test

### Fonksiyonlar Başarı Testi

**Adı:**                      **Soyadı:**                      **Sınıfı:**

1. Aşağıda verilen ilişkilendirme durumlarının her birinde bağımlı-bağımsız değişkenleri belirleyiniz. Cevabınızı değişkenin yanına yazabilirsiniz.

	Değişken 1	Değişken 2
<b>1</b>	Kilo Alma	Çok Yemek Yeme
<b>2</b>	Ders Çalışma	Başarılı Olma
<b>3</b>	Yaş	Zaman
<b>4</b>	Ocağın ateş düzeyi	Yemeğin pişme süresi
<b>5</b>	Spor yapma	Sağlıklı olma

2. A)

Fonksiyon nedir? Cevabınızı kendi cümlelerinizi kullanarak açıklayınız.	
--	--

B) Değer Kümesi ve Görüntü Kümesi arasındaki farklılık ve benzerlikleri kendi cümlelerinizi kullanarak açıklayınız. İfadelerinizi kendi örneklerinizle zenginleştirebilirsiniz.

Benzerlikleri-Ortak Yönleri	Farklılıkları

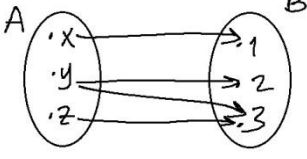
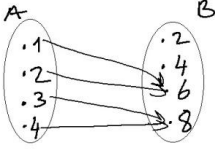
3. Tanım kümesi doğal sayılar olarak belirlenen bir ilişkilendirme **her sayıyı kendisinin karesinin bir fazlasına** götürmektedir. Buna göre;

A) Seçeceğiniz 5 tane değer için yapılan ilişkilendirmeye örnekler veriniz.

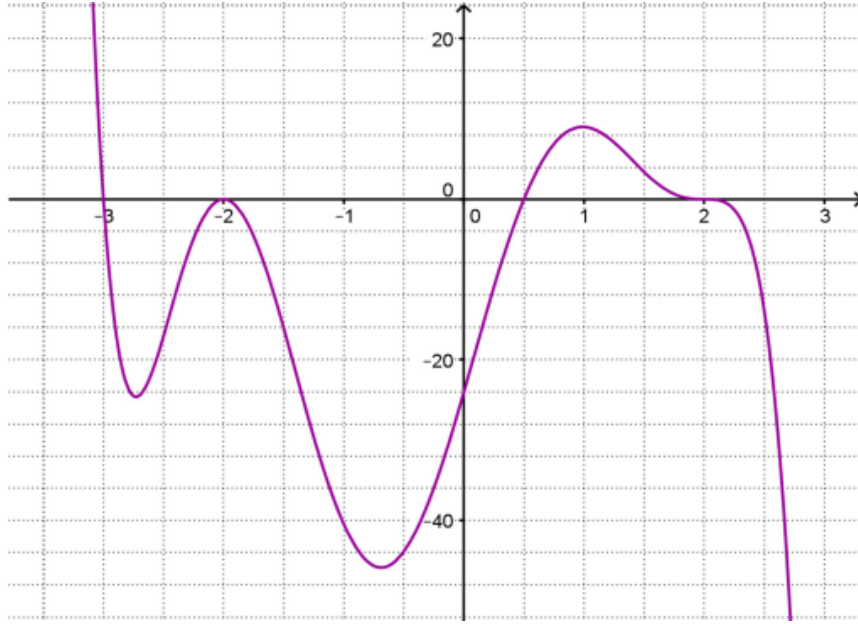
B) Bu ilişki bir fonksiyon olarak ifade edilebilir mi? Cevabınızı açıklayınız.

C) Bu ilişkilendirmeyi kaç şekilde gösterebilirsiniz? Bu gösterim yolları nelerdir? Gösterim yollarından birini kullanarak verdiğiniz ilişkilendirme örneklerini ifade ediniz. (Size verilen cevap kağıdını kullanabilirsiniz)

- 4) Aşağıdaki tabloda yapılan ilişkilendirmelerin fonksiyon olup-olmadığını belirleyiniz. Her bir cevabınız için gerekçenizi yanına yazınız.

İlişkilendirme	Fonksiyon mu?	Fonksiyon olma veya olmama sebebini açıklayınız.
1. Her sayıyı kendisinin 2 katına eşleme		
2. Her sayıyı kendisinin 1 fazlasıyla eşleme		
3. Sınıfınızdaki öğrenciler ve fizik sınavından aldıkları notlar arasındaki ilişki		
4. $f: A \rightarrow B$ 		
5. Marketten aldığımız ürünler ve ödediğimizi para arasındaki ilişki		
6. Anneler ve çocukları arasında yapılan ilişkilendirme		
7. $f: A \rightarrow B$ 		
8. $16 \rightarrow 4$ $9 \rightarrow 3$ $25 \rightarrow 5$ $16 \rightarrow -4$		

- 5) Aşağıda bir fonksiyona ait grafik verilmiştir. Fonksiyonun yaptığı eşlemelerden seçtiğiniz 5 tane örneği kullanarak verilen tabloyu doldurunuz. Değerleri tam olarak tespit edemediğinizde yaklaşık değerleri



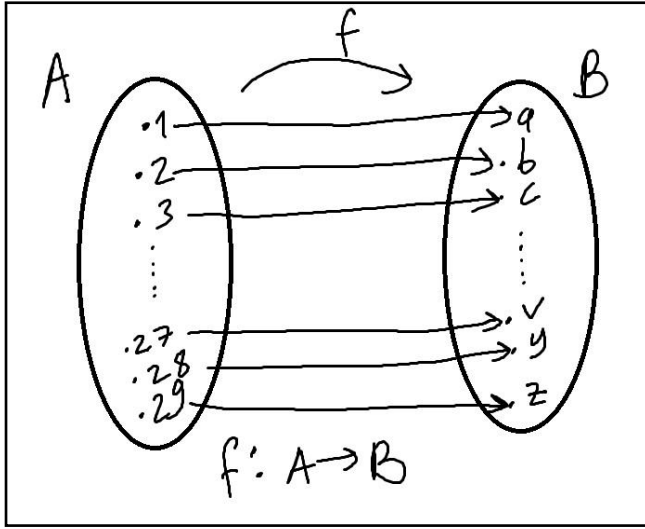
kullanabilirsiniz.

A)

x	Y

B) Tespit ettiğiniz ilişkilendirmeleri fonksiyon gösterimini kullanarak ifade ediniz.

- 6) Aşağıda bir fonksiyonun yaptığı eşlemeler küme gösterimi ile ifade edilmiştir. Şekli dikkatle inceleyerek fonksiyonun yaptığı eşlemelerle ilgili tabloyu doldurarak altta verilen soruları cevaplayınız.



A)

1	
2	
5	
8	
11	
17	
19	
20	
22	
25	
28	
29	

- B) Fonksiyon yaptığı işle ilgili ne söyleyebilirsiniz? Kimleri kimlerle eşliyor?
- C) Fonksiyonun grafik gösterimini yapınız.
- Ç) Verilen ilişkilendirmeyi fonksiyon gösterimi ile ifade ediniz.