

T.C
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
İŞLETME ANA BİLİM DALI

**ÇOK AMAÇLI KARAR VERME TEKNİĞİ OLARAK
HEDEF PROGRAMLAMA VE BİR UYGULAMA DENEMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

121 900

Hazırlayan
Cüneyt AKAR

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Zehra BAŞKAYA

TEZİN YERİNE GÜPTİM KODU
DOKÜMANI SAĞIN MERKEZİ

T 121900

Balıkesir 2002

Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İşletme Anabilim Dalında hazırlanan Yüksek Lisans tezi jürimiz tarafından incelenerek, aday Cüneyt AKAR, 14.07.2002 tarihinde tez savunma sınavına alınmış ve yapılan sınav sonucunda, sunulan tezin başarılı olduğuna oybirliğiyle karar verilmiştir.

ÜYE
Prof. Dr. Adem ÇABUK

ÜYE
Prof. Dr. Kemal SEZEN

ÜYE
Yrd. Doç. Dr. Zehra BAŞKAYA

ÖZET

Doğrusal hedef programlama, çok amaçlı karar verme teknikleri arasında en fazla kabul görmüş ilk yöntemdir. İşletmeler mutlak hedefleri olan ayakta kalma ve kar sağlamanın yanı sıra, çok sayıda farklı hedefler belirlerler. Bu hedeflerin bazıları birbirlerini tamamlar nitelikteyken, bazıları da birbirleriyle çelişen hedeflerdir. Bu şekilde çok sayıda hedefi uzlaştıracak bir çözüm geliştirmede doğrusal programlamanın yetersizliği, yöneylem araştırmacılarını yeni bir algoritma geliştirmeye yöneltmiştir.

Hedef Programlama algoritması karar vericiden hedeflerini belirlemesini ve bütün bu hedeflerini önem derecesine göre sıralamasını istemektedir. Algoritma, öncelik faktörleri kullanılarak önem derecesine göre sıralanmış olan hedeflere en önemliden başlamak üzere ulaşmaya çalışmakta ve önemli hedefe mümkün olan en iyi düzeyde ulaştıktan sonra bir sonraki hedefi karşılamaya çalışmaktadır.

1960' lı yıllarda geliştirilen hedef programlama algoritmasının çözümü için grafik metot, iterasyon metodu ve değiştirilmiş simpleks metodu olmak üzere üç metot geliştirilmiştir. Bu metotları kullanarak modeli çözüme ulaştıran bilgisayar programları yazılmış, bu programlar modellerin çözümünü ve doğrusal hedef programlamada duyarlılık analizlerinin yapılabilmesini kolaylaştırmıştır. Oluşturulan karmaşık hedef programlama modellerinin bu programlar vasıtasıyla kısa sürede çözüme ulaştırılması uygulama sayısını arttırmıştır.

Bu çalışmada gıda sektöründe hizmet veren üretim işletmesinin verileri kullanılarak, işletmenin üretim planlaması yapmasına yardımcı olacak hedef programlama modeli oluşturulmuş ve çözülmüştür.

ABSTRACT

Linear programming is the first widely accepted method among multi-objective techniques. Companies have many other goals apart from surviving and making profit. Some of these goals may support each other, some of them may be contradictory. Operational researchers try to develop new techniques, due to the inability of linear programming in finding a solution to coincide these goals.

Goal programming algorithm requires decision makers to set goals and put them in order, in accordance with importance level. Then, it tries to reach these goals by starting with the most important one. After that, the algorithm tries to realize the next goal.

In order to solve Goal programming model, three methods have been developed. These are Graphic method, Iteration method and Modified Simplex method. There are computer programs which solve the goal programming model by using these methods. These programs simplify solving goal programming models and make the sensitivity analysis easier. Because complex goal programming models can easily be solved by computer programs, the number of applications increase.

In this study, goal programming model which helps to determine production planning is constructed and solved by using data of a sample company.

ÖNSÖZ

Geleneksel yönetim anlayışının, yerini modern yönetim anlayışına bırakmasıyla işletmeler de yalnızca kar maksimizasyonu ya da maliyet minimizasyonu gibi hedeflere değil, müşteri memnuniyeti, çalışan memnuniyeti, geniş pazar payı gibi çok sayıda hedeflere yönelmişlerdir. Ancak bu hedeflerin bazılarının birbirleriyle çelişmesi, karar verme problemlerinin çözüme ulaştırılmasında kullanılan klasik sayısal tekniklerin etkinliğini azaltmıştır. Bu tekniklerin yetersizliği farklı tekniklerin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Böyle karar problemlerinin çözüme ulaştırılması için geliştirilen sayısal tekniklerden biri de Hedef Programlama tekniğidir.

Hedef Programlama tekniği çok sayıdaki hedefi uzlaştırıp, bu hedeflere mümkün olduğunca yaklaşmayı amaçlayan bir sayısal teknik olduğu için günümüz işletmelerinin karmaşık karar problemlerinin çözülmesinde kullanılabilecek önemli bir algoritmadır.

Bu çalışma da böylesine kullanışlı bir tekniğin hangi teorik temeller dayandığını açıklayabilmek ve pratikte nasıl kullanıldığını gösterebilmek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışma boyunca bana her türlü desteği sağlayan danışmanım Yrd. Doç.Dr. Zehra BAŞKAYA'ya, fakültemiz dekanı Prof.Dr. Adem ÇABUK'a ve uygulama işletmemizin, işverenlerine, yöneticilerine ve tüm çalışanlarına teşekkürü bir borç bilirim.

Cüneyt AKAR

Balıkesir 2002

İÇİNDEKİLER

	SAYFA
TABLolar LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	xii
GİRİŞ.....	1

Birinci Bölüm

KARAR VERME ve KARAR ÇEŞİTLERİ

1.1 Genel Olarak Karar Verme Kavramı.....	3
1.2 Karar Verme Süreci.....	4
1.2.1 Durumu Anlama Aşaması.....	4
1.2.2 Problemi ve Hedefi Tanımlama.....	4
1.2.3 Seçeneklerin Belirlenmesi.....	4
1.2.4 Seçeneklerin Değerlendirilmesi.....	5
1.2.5 En Uygun Seçeneğin Belirlenmesi ve Uygulanması.....	5
1.2.6 Sonuçların Değerlendirilmesi.....	6
1.3 Karar Vermeyi Etkileyen Faktörler.....	6
1.3.1 İyi Karar Verme Kaygısı	6
1.3.2 Kararların Çevresi.....	6
1.3.3 Zaman Faktörü.....	7
1.3.4 Kararın Getirdiği Risk.....	7
1.3.5 Psikolojik Sorunlar.....	8
1.3.6 Karar Verme Özellikleri.....	8
1.3.7 Eldeki Bilginin Miktarı ve Çeşidi.....	9
1.3.8 Önceki Kararlar.....	9
1.3.9 Yazılı Kurallar.....	9
1.3.10 Huni Vizyon.....	9

1.3.11 Karar Verilecek İşin Doğası.....	10
1.3.12 İşletmenin Karar Verme Tutumu ve Yöntemi:.....	10
1.3.13 Verilen Kararın Rutin Olup Olmaması.....	10
1.4 Karar Verme Çeşitleri.....	11
1.5 Çok Amaçlı Karar Verme.....	12

İkinci Bölüm

HEDEF PROGRAMLAMA MODELLERİ VE MODELLERİN OLUŞTURULMASI

2.1 Hedef Programlamanın Tanımı.....	15
2.2 Hedef Programlamada Temel Kavramlar.....	18
2.3 Hedef Programlama Modellerinin Kullanım Alanları.....	20
2.4 Hedef Programlamanın Tarihi Gelişimi.....	22
2.5 Hedef Programlama Modellerinin Oluşturulması.....	25
2.5.1 Amaç Fonksiyonunun Oluşturulması.....	26
2.5.2 Hedef Kısıtlarının Oluşturulmasında Temel İlkeler.....	27
2.5.2.1 Sapma Değişkenlerinin Kullanımı.....	27
2.5.2.2 Maksimize, Minimize ya da Hedeflere Kesin Ulaşım.	29
2.5.2.3 Sapma Değişkenlerinin Hedef Kısıtlarında Karar Değişkeni Olarak Kullanılması.....	30
2.5.3 Hedeflere P_k Öncelik Faktörünün Atanması.....	30
2.5.4 Negatif Olmama Koşulu.....	33

Üçüncü Bölüm

HEDEF PROGRAMLAMA MODELLERİNİN ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

3.1 Genel Olarak Çözüm Metotları.....	36
3.2 Grafik Yaklaşım.....	36
3.3 Hedef Programlama Modellerinin İterasyon Metodu ile Çözümü.....	43
3.4 Hedef Programlama Modellerinin Değiştirilmiş Simpleks Metoduyla Çözümü.....	51

Dördüncü Bölüm
HEDEF PROGRAMLAMADA ÖZEL DURUMLAR, DUALİTE VE
DUYARLILIK ANALİZLERİ

4.1	Hedef Programlamada Özel Durumlar.....	65
4.1.1	$Z_j - C_j$ Değeri Hala Pozitif Olduğunda Çözümün Bitirilmesi.....	65
4.1.2	Giriş ve Ayrılma Değişkenlerinin Belirlenmesi.....	67
4.1.3	Geçersiz Başlangıç Çözümü.....	67
4.1.4	Sınırsız Çözümler ve Geçersiz Çözüm.....	68
4.2	Hedef Programlamada Dualite.....	68
4.3	Hedef Programlamada Duyarlılık Analizi.....	75
4.3.1	Önemli Kesikli Değişmeler.....	78
4.3.1.1	Değişimde Bazı Kısıtlamalar.....	78
4.3.1.2	Baz Matrisin Tersini Bulma.....	79
4.3.1.3	$w_{k,s}$ ya da $u_{i,k}$ daki Kesikli Değişmeler.....	80
4.3.1.4	b_i deki Kesikli Değişmeler.....	82
4.3.1.5	$c_{i,s}$ deki Kesikli Değişmeler.....	85
4.3.1.6	Yeni Hedef Eklenmesi.....	86
4.3.1.7	Yeni Değişken Eklenmesi.....	88
4.3.1.8	Öncelik Düzeylerinin Yeniden Sıralanması.....	90
4.3.2	Parametrik Doğrusal Hedef Programlama.....	91
4.3.3	Başarım Vektöründeki Parametre.....	91
4.3.3.1	Sağ taraf Sütununa Parametre Eklenmesi.....	96

Beşinci Bölüm
BİR UYGULAMA DENEMESİ

5.1	Uygulama Metodolojisi.....	100
5.2	Uygulama İşletmesinin Tanıtımı.....	100
5.3	Hedefler ve Önceliklerin Belirlenmesi.....	101
5.4	Modelin Oluşturulması.....	102
5.5	Modelin Çözümü.....	111

5.6 Uygulama Sonuçlarının Yorumlanması.....	112
SONUÇ	117
KAYNAKÇA	119



TABLOLAR LİSTESİ

- Tablo1.1** Karar Verme Problemlerinin Genel Sınıflandırılması
- Tablo1.2** Çok Amaçlı Karar Verme Problemlerinin Sınıflandırılması
- Tablo2.1** Hedef Kısıtlarının Oluşturulmasında Değişik Alternatifler
- Tablo3.1** Genel Değiştirilmiş Simpleks Başlangıç Tablosu
- Tablo3.2** Örnek3.3 Başlangıç Değiştirilmiş Simpleks Tablosu
- Tablo3.3** Örnek3.3 1.İterasyon Değiştirilmiş Simpleks Tablosu
- Tablo3.4** Örnek3.3 2.İterasyon Değiştirilmiş Simpleks Tablosu
- Tablo3.5** Örnek3.3 Optimal Tablo
- Tablo4.1** $Z_j - C_j$ Değerinin Pozitif Olduğu Halde Çözümün Bitirileceği Örnek Tablo
- Tablo4.2** Genel Primal Hedef Programlama Gösterimi
- Tablo4.3** Genel Dual Hedef Programlama Gösterimi
- Tablo4.4** Örnek4.1 Primal Optimal Tablo
- Tablo4.5** Örnek4.2 Optimal Tablo
- Tablo4.6** b_i 'deki Kesikli Değişmelerin Yol Açtığı Geçersiz Tablo
- Tablo4.7** b_i 'deki Kesikli Değişmeler Sonrası Optimal Tablo
- Tablo4.8** Yeni Hedef Eklenmesi Durumunda Ortaya Çıkan Simpleks Tablo
- Tablo4.9** Yeni Değişken Eklenmesi Durumunda Ortaya Çıkan Simpleks Tablo
- Tablo4.10** Örnek 4.9 $d=0$ olması Durumunda Optimal Tablo
- Tablo4.11** Örnek 4.9 d kadar Değişimin Oluşturduğu Simpleks Tablo
- Tablo4.12** Örnek 4.9 Alternatif Optimal Çözüm
- Tablo4.13** Örnek 4.9 $d=4$ olması Durumunda Optimal Tablo
- Tablo4.14** Örnek 4.9 Sürekli Değişmelerin Sonuçları
- Tablo4.15** Örnek 4.10 Sağ Taraf Sütununa d Eklenmesi Durumunda Oluşan Simpleks Tablo
- Tablo4.16** Örnek 4.10 $d=-95/3$ Olması Durumunda Optimal Tablo
- Tablo4.17** Örnek 4.10 Sağ Taraf Sütununda Sürekli Değişmelerin Sonuçları
- Tablo 5.1** Uygulama Denemesi Karar Değişkenleri
- Tablo 5.2** Uygulama Denemesinin Farklı Önceliklere Göre Çözümü

ŞEKİLLER LİSTESİ

- Şekil 3.1** Örnek 3.1 Hedef Kısıtlarının Grafik Üzerinde Gösterimi
- Şekil 3.2** Örnek 3.1 1.Öncelik Düzeyindeki Hedefi Gerçekleyen Bölge
- Şekil 3.3** Örnek 3.1 1. ve 2. Öncelik Düzeylerindeki Hedefleri Gerçekleyen Bölge
- Şekil 3.4** Örnek 3.1 1., 2. ve 3.Öncelik Düzeylerindeki Hedefleri Gerçekleyen Bölge
- Şekil 3.5** Örnek 3.1 Optimum Çözüm



GİRİŞ

Çağdaş yönetim anlayışını benimsemeye gayret gösteren işletmeler, karar süreçlerinde sayısal tekniklerden çokça yararlanmalarının rasyonel olduğunu bilmektedirler. Özellikle son zamanlarda dünya genelinde yaşanan ekonomik krizler, kıt kaynakların verimli bir şekilde kullanılabilmesi gerçeğini ortaya koymuştur. Böyle bir olgunun yaşanması, yönetim kararlarının en az hata ile alınması gerekliliğini ortaya çıkarmıştır. Özellikle II. Dünya Savaşı sırasında, savaşın kazanılması için, savaş sonrası da işletmelerin ekonomik sorunlarını çözebilmek ve işletmeleri rekabet edebilir hale getirebilmek için kullanılan sayısal tekniklerden biri de Hedef Programlama tekniğidir.

1961 yılında Charnes ve Cooper adlı iki bilim adamının karşılaştıkları bir problemi çözebilmek için Hedef Programlama algoritmasını geliştirmişlerdir. Bu algoritma, işletmelerin birbirleriyle çelişen ya da birbirlerini tamamlayan çok sayıda hedefe mümkün olan en iyi düzeyde ulaşmalarına olanak sağlayacak kararlar almalarına yardımcı olmaktadır.

Temel olarak Hedef Programlama kısıtlayıcı olarak ifade edilmiş hedeflerden sapmaları minimize etmeye çalışan bir mantıkla çalışır. Bu nedenle hedef kısıtlayıcıları katı değil, bazı sapmalara izin verecek niteliktedir. Bunun sebebi de birbiriyle çelişen hedefleri aynı anda tatmin edecek çözümün bulunmasındaki zorluktur. Amaç hedeflerden en az tavizi verecek uygun bir çözüm önermektir.

Bu çalışmada Hedef Programlama tekniği öncelikle teorik olarak incelenmeye çalışılmış,, daha sonra da bir işletmede uygulama denemesi yapılmıştır. Çalışmanın ilk bölümünde genel olarak karar verme süreci incelenmiş, karar vermeyi etkileyen faktörler tartışılmış ve karar verme çeşitleri sınıflandırılarak Hedef Programlama'nın ne tür bir karar verme tekniği olduğu belirlenmeye çalışılmıştır. İkinci bölümde Hedef

Programlama modelinin ne olduğu, nasıl oluşturulduğu, nerelerde kullanıldığı ve nasıl geliştiği açıklanmaya çalışılmıştır. Üçüncü bölümde oluşturulan hedef programlama modelinin çözüm yöntemleri incelenmiş, çözüm yöntemlerinin her biri için kullanılan aşamalar gösterilmiş ve bunlar örneklerle desteklenmiştir. Dördüncü bölümde çözümde karşılaşılan bazı özel durumlar irdelenmiş, doğrusal Hedef Programlamada dualite kavramı ve duyarlılık analizi örneklerle incelenmiştir.

Beşinci bölümde daha önceki dört bölümde yapılan açıklamalar doğrultusunda uygulama denemesi olarak bir gıda işletmesinin verileri kullanılarak, hedef programlama modeli oluşturulmuş ve WinQSB yazılımı kullanılarak model çözülmüş ve sonuçlar yorumlanmıştır. Bu çalışma yapılırken ilgili işletmenin muhasebe, üretim ve pazarlama-satış departmanlarıyla koordineli olarak çalışılmıştır.

I. BÖLÜM

KARAR VERME ve KARAR ÇEŞİTLERİ

1.1 Genel Olarak Karar Verme

İnsanlar tarih boyunca kendilerine amaçlar edinmişler ve bu amaçlarını gerçekleştirmeye çalışmışlardır. Bu amaçlara ulaşma yolunda ilerlerken çeşitli ayrımlarla karşılaşmışlar, bunlardan hangisini tercih edecekleri konusunda tereddütler yaşamışlardır. Bir çok alternatifin bulunduğu böyle durumlarda bu alternatifler arasından seçim yapma zorunluluğu ortaya çıkmıştır. Alternatifler arasından seçim yapma sürecine karar verme adı verilmektedir.

Geniş anlamda karar verme; eldeki olanak ve koşullar göz önünde bulundurularak, bütün alternatifler arasından amaç veya amaçlara en uygun seçimi yapma süreci olarak tanımlanabilir.¹ Eski çağlarda insanlar beslenme, barınma, güvenlik gibi kişisel ihtiyaçlarını karşılamak için karar vermek zorundayken; günümüzde bireylerin yanısıra aileler, devletler, ticari işletmeler, kar amacı gütmeyen kurumlar da kendi amaçlarına ulaşmak için çeşitli alternatifler arasından seçim yapmak durumundadırlar. Seçim yapılırken geçmiş deneyimlerin etkili olduğu yargısal karar verme yöntemleri kullanılmaktadır. Ancak bunlar subjektif yöntemlerdir ve bir çok durumda tek başlarına yeterli değildir. Bunların yanısıra matematiksel modellerin oluşturulduğu, sayısal analize başvuru olan objektif, nicel karar verme yöntemleri de kullanılmakta ve bunlar karar verme kavramının temelini oluşturmaktadır. Bir karar verme sürecinin başarıya ulaşması işte bu yargısal ve nicel karar verme yöntemlerinin birbiriyle uyumlu olarak kullanılabilmesine bağlıdır.

¹ Ahmet Öztürk, (1997), *Yöneylem Araştırması* (Bursa: Ekin Kitabevi), s. 5.

1.2 Karar Verme Süreci

Karar vermenin en önemli özelliklerinden biri de bir süreç olmasıdır. Dolayısıyla karar vermeyi sadece alternatifler arasından seçim yapma safhasına indirgemek, bu safhadan önceki ve sonraki safhaların değerlendirilmemesine, dolayısıyla karar vermenin tam olarak anlaşılmasına yol açmaktadır. Bu nedenle bir süreç olarak karar vermenin safhalarını tek tek ele almak yerinde olacaktır.

1.2.1 Durumu Anlama Aşaması

Karar vermeyi gerçekleştirecek kişi konusunda uzman ve deneyimli biri olacağından, geçmişte karar verilmesi gereken konuya benzer olaylarla karşılaşmış olabilir. Bu nedenle sorun teşkil edebilecek bazı belirtileri saptayabilir. Karar vermenin ilk aşaması, bu belirtileri saptama aşamasıdır. Karar verici bu belirtileri ortaya çıkarır.²

1.2.2 Problemi ve Hedefi Tanımlama

Bu aşamada daha önce belirtileri tespit edilen problem tanımlanmaya çalışılır. Bu aşamada bir çok karar vericinin gerçek problemi bulmada zorlandığı görülür. Çünkü belirtilerle gerçek problemi birbirinden ayırt etmek zorunludur. Özellikle belirtileri problem olarak tanımlamak büyük bir yanlış olacaktır.³

1.2.3 Seçeneklerin Belirlenmesi

Problemin saptanmasından sonra problemin çözümünü gerçekleştirecek seçeneklerin belirlenmesi gerekmektedir. Bu aşamada karşılaşılabilecek en önemli sorun, zaman kısıtlamasıdır. Çünkü genel olarak karar verme süreci zaman kısıtlamaları altında yapıldığından, bu aşamanın da sınırlı bir zaman içinde yapılması gerekmektedir. Ancak özellikle bazı sorunlarda, mevcut seçeneklerin çok fazla olması bu aşamanın etkinliğini azaltabilir. Yine olası alternatiflerden ilkinin karar verici tarafından problemin çözümü olarak sunulması yanlıştır. Karar verici gerekirse başka kişilerle birlikte çalışarak, çözüm için değişik alternatifler üretmeli, olaya değişik yönlerden bakmalıdır.⁴

² Richard M.Hodgetts ve Donald F. Kuratko, (1991), *Management* (Orlando: Harcourt Brace Jovanovich Inc), s.138.

³ Halil Can, (1999), *Organizasyon ve Yönetim* (Ankara: Siyasal Kitabevi), s. 244.

⁴ James A. F. Stoner ve R.Edward Freeman, (1992), *Management*. (New Jersey: Prentice-Hall Inc.), s. 256.

1.2.4 Seçeneklerin Değerlendirilmesi

Bu aşamada bir önceki aşamada ortaya konan seçeneklerin değerlendirilmesi gerekmektedir. Belirlenen her seçenek uzman kişilerce matematik, istatistik, ekonomi gibi bilim dallarından da faydalanılarak değerlendirilmelidir. Bu değerlendirmede üç anahtar soruya cevap aranmalıdır.⁵

- Bu seçenek uygulanabilir mi ?
- Bu seçenek tatmin edici bir çözüm mü ?
- Bu seçenek örgütün diğer bölümleri için ne gibi sonuçlar doğurmaktadır ?

Öncelikle seçeneğin uygulanabilirliği araştırılır. Çünkü işletmenin bu seçeneği uygulamaya koyabilmek için yeterli miktarda parası ya da başka kaynakları olmayabilir. Ya da mevcut seçenek örgütün ahlaki değerlerine ve ya ülkedeki hukuki kısıtlamalara uygun düşmeyebilir. Bu araştırmanın sonucu ilk sorunun cevabını verecektir. İkinci soruya yanıt vermek için iki yeni soruya daha ihtiyaç vardır. Seçenek hedeflerimize ulaşmamızı sağlıyor mu ? Bu seçeneğin “kabul edilebilir” oranda başarıya ulaşma şansı var mı ? Buradaki “kabul edilebilir” kavramı örgütün kültürüne göre değişebilir niteliktedir. Bir oran bir örgüt için “kabul edilebilir” nitelikteyken, diğeri için kabul edilemeyebilir. Üçüncü olarak, işletme birbiriyle ilişkili ve birbiriyle eşgüdümlü olarak çalışan bölümlerden oluşacağından, herhangi bir bölümde alınan kararın diğer bölümleri nasıl etkileyeceğinin de araştırılması gerekir. Örneğin araştırma-geliştirme ödeneklerinin kısıtlanması belki kısa dönemde tasarruf sağlayacaktır. Ancak gelecek dönemler için işletmenin yeni ürünler geliştirmesini engelleyecektir. Eğer verilecek kararın örgütün diğer kısımları için negatif bir etkisi yoksa bu seçenek kabul edilebilir niteliktedir. Aksi durumda ise bu seçeneğin kabul edilme şansı olmayacaktır.⁶

1.2.5 En Uygun Seçeneğin Belirlenmesi ve Uygulanması

Seçenekler tek tek değerlendirildikten sonra probleme çözüm getirecek en uygun seçenek belirlenir. Bu seçimden sonra sıra uygulamaya gelmektedir. Uygulamanın yapılması için öncelikle uygun bütçe bu uygulamaya tahsis edilmeli ve değişik faaliyetlere uygun olarak paylaşılmalıdır. Yine belirli görevler için uygun kişilerin

⁵ Aynı., s. 256.

⁶ Aynı., s. 257.

göreve getirilmesi sağlanmalı, bu kişilere yetki ve sorumluluk verilmelidir. Bu kişiler sürecin işletilmesi için bazı prosedürler belirlerler ve süreç sırasında karşılaşılabilecek sorunları çözümlerler. Karar vericilerin en çok yanıldığı noktalardan biri verilen kararların uygulamada da aynen gerçekleştirilebileceği yanılgısıdır. Oysa uygulamada her zaman sorunlar çıkar ve bu sorunlar çözümlenmelidir.⁷

1.2.6 Sonuçların Değerlendirilmesi

Uygulama gerçekleştirildikten sonra elde edilen sonuçlar değerlendirilmelidir. Problem ister çözüme ulaştırılsın ister ulaştırılmasın sonuçlar irdelenmeli ve bunlardan tecrübeler çıkarılmalıdır. Bu yolla kişiler öğrenecekler, benzer problemlerle bir daha karşılaştıklarında çözüme daha kolay gidebileceklerdir.⁸

1.3 Karar Vermeyi Etkileyen Faktörler

Bir karar hangi kişi ya da kurum için veriliyorsa verilsin, bazı etkenlere bağlıdır. Öncelikle karar veren kişi ya da kurumun misyonu, hedefleri, ihtiyaçları, içsel ve dışsal çevre faktörleri karar verme sürecini büyük bir oranda etkilemektedir.

1.3.1 İyi Karar Verme Kaygısı

Bir işletmede karar vericinin en önemli amacı en iyi alternatifi seçmektir. Karar verici bunu gerçekleştirdiği ölçüde başarılı olmaktadır. İşletmede karar verici konumunda bulunan yöneticilerin mesleki konumları ve işletmedeki gelecekleri, verdikleri kararların isabetli olmasına bağlıdır. Bu durum karar verici üzerinde baskı oluşturmakta ve verilecek kararın niteliğini etkilemektedir.⁹

1.3.2 Kararların Çevresi

Karar verici iyi karar verebilmek için gerek iç, gerekse dış çevredeki olayları ve gelişmeleri göz önünde bulundurmak zorundadır. Dış çevreyi; işletme dışındaki faktörler oluşturur. Bunlar dünyadaki ve faaliyette bulunulan ülkedeki ekonomik, siyasal ve hukuki olaylar, toplumun örf ve adetleri, rekabet koşulları ve teknolojik gelişmeler olabilir. İç çevreyi ise işletme içi olaylar oluşturur. İşletme içindeki biçimsel

⁷ Hodgetts ve Kuratko, *Ön. ver.*, s.139.

⁸ Thomas S. Bateman ve Carl P. Zeithaml, (1993), *Management: Function and Strategy* (Homewood: Irwin Inc.), s.126-127.

⁹ Can, *Ön. ver.*, s. 247.

ve biçimsel olmayan iletişim, değişik karar vericiler arasındaki ilişkiler, işletme içindeki fiziki koşullar buna örnek gösterilebilir. Karar verici karar verme sürecini işletirken mutlaka bahsedilen çevre koşullarını dikkate almak zorundadır.¹⁰ Örneğin bir işletme faaliyette bulunduğu ülkedeki kur politikasını, para politikasını, enflasyon oranlarını, vergi düzenlemelerini; ayrıca diğer ülkelerde meydana gelen ekonomik ve siyasi gelişmelerin muhtemel etkilerini dikkate almadan karar vermeye çalışırsa başarıya ulaşması mümkün değildir. Ya da herhangi bir işletme 11 Eylül 2001 de ABD'ye yapılan saldırının dünya ekonomisine ve ticaretine etkisini mutlaka düşünmek zorundadır.

1.3.3 Zaman Faktörü

Bütün karar vericiler en iyi seçimi yapabilmek için mevcut alternatifleri değerlendirmek ve bu değerlendirmeyi sağlıklı bir şekilde yapabilecekleri miktarda zamana sahip olmak isterler. Ancak çok az karar verici böyle bir lükse kavuşabilir. Kararların çoğu, zaman kısıtlamaları altında alınmaktadır. Örneğin işletmenin iyi bir müşterisi düşük fiyattan büyük miktarda mal satın almak istiyorsa ve teklife cevap vermek için sadece bir günlük süre varsa, aksi takdirde müşteri bu malı başka bir tedarikçiden temin edecekse, karar verici bu bir gün içinde karar vermek zorundadır. Bunun gibi daha bir çok örnekte karar verebilmek için bazı zaman kısıtlamalarına bağlı kalınmaktadır.¹¹

1.3.4 Kararın Getirdiği Risk

Karar vermeyi etkileyen faktörlerden biri de herhangi bir konuyla ilgili verilecek yanlış bir kararın ortaya çıkaracağı zarardır. Bunu kararın getirdiği risk olarak da ifade etmek mümkündür. Karar vericiler karar verirken bilinçli ya da bilinçsiz şekilde mutlaka bu riski dikkate almaktadırlar. Riskin işletmenin katlanabileceği ölçüde olup olmaması verilecek kararı etkilemektedir. Örneğin küçük bir yayın şirketinin tanınmış bir yazarla kitap yazması için 100 Milyar TL' ye anlaştığını, eğer kitap satarsa şirketin bu işten 500 Milyar TL kazanacağını, satmazsa da promosyon masraflarıyla birlikte 175 Milyar TL kaybedeceğini düşünelim. Böyle bir durumda işletmenin kaybedebileceği miktar olan 175 Milyar lira bu işletme için büyük bir rakam olduğundan karar verici bu

¹⁰ Aynı, s. 248.

¹¹ Richard L. Daft, (2000), *Management* (Orlando: Dryden Press), s.284.

riski göze almayabilir. Öte yandan aynı miktar trilyonlarca lira sermayesi olan büyük bir yaygın şirketi için katlanılabilecek bir miktardır ve bu risk alınabilir.¹²

1.3.5 Psikolojik Sorunlar

Karar verme süreci bir düşünce sürecidir. Bu düşünce sürecini çeşitli şekillerde etkileyen psikolojik etmenler bulunmaktadır. Bu psikolojik etmenlerden bazıları ussallığı da etkilemekte, ön yargılara neden olmaktadır. Bunlardan ilki, karar vericinin düşüncelerini etkileyen toplumsal ortamdır. Karar vericinin ait olduğu ulus, sosyal sınıf ya da örgüt karar vermeyi etkilemektedir. İkinci etmen karar vericinin kendi örgütünün normları dışında aynı saygınlığa sahip örgütlerin ya da grupların bilgi ve değerlerinden de etkilenmesidir. İkilemli düşünce tarzı bir diğer psikolojik etmendir. İnsanlar çoğu zaman dünyayı iyi-kötü, siyah-beyaz gibi zıt kutuplar olarak görme eğilimindedirler. Oysa siyah-beyaz arasında gri tonların olduğu, iyi-kötü arasında çeşitli özelliklerin olduğu düşünülmemektedir. Kararlarda ussallığı etkileyen önyargılardan biri de kavrama miyopluğudur. İnsanlar genellikle gözle görülebilen, elle tutulabilen yakındaki cisimleri ve sorunları algılayabilirken, zaman ve yer bakımından daha uzaktaki sorunları gözden kaçırabilirler. Yine fazlasıyla basitleştirilmiş, derinliğine incelenmeden kurulmuş neden-sonuç ilişkileri de karar vermeyi etkileyen psikolojik etmenlerdir.¹³

1.3.6 Karar Vericinin Özellikleri

Karar verme sürecinde başrolü oynayan karar vericinin kişisel özellikleri, tutumları, deneyimleri ve yetenekleri de bu süreci etkileyen önemli etmenlerdendir. Karar vericinin fırsatçı bir kişiliğe sahip olması karar verme aşamasında kişisel çıkarlarını örgütün çıkarlarından daha ön planda tutmasına yol açacaktır. Öte yandan karar vericinin geçmiş tecrübeleri ve olayları anlayabilme yeteneği verilecek kararın kalitesini belirleyecek unsurlardandır. Karar vericinin yaratıcı, yeniliğe açık bir kişi olması ya da daha tutucu olması karar verirken katlanabileceği risk miktarının sınırlarını tayin edecektir.¹⁴

¹² R.Wayne Mondy ve Shane R. Premeaux, (1993), *Management* (Massachusetts: Allyn and Bacon), s.113.

¹³ Can, *Ön. ver.*, s. 249-250.

¹⁴ Daft, *Ön. ver.*, s.285.

1.3.7 Eldeki Bilginin Miktarı ve Çeşidi

Karar verilecek konu hakkında elde istenilen nitelikte ve yeterli bilgi olması, bütün karar vericiler için istenilen bir durumdur. Ancak bu her zaman gerçekleşmez. Bir çok karar verilirken verilecek kararlar ilgili eldeki bilginin miktarı ve çeşidi yetersizdir. Bu da verilecek kararı daha riskli hale getirmektedir. Bazı basit kararlar için geniş, ayrıntılı bilgiye ihtiyaç olmayabilir. Ancak karmaşık problemlerin çözümüyle ilgili bir karar vermek gerekiyorsa, ayrıntılı bilgilere gereksinim duyulur. Öte yandan karşılaşılan değişik problemler için elde edilen bilgiler nicelik olarak çok olabilir. Ancak bu bilgilerin çeşidi, niteliği karar verme aşamasında yardımcı olabilecek tarzda olmayabilir. Sonuç olarak karar verme süreci eldeki bilginin miktarından ve çeşidinden etkilenmektedir.¹⁵

1.3.8 Önceki Kararlar

Kararlar genellikle birbiri ardına alınırlar ve alınan bir karar bir sonraki kararı etkiler. Dolayısıyla bazı kararlar daha önce üzerinde çalışılmış ve bir sonuca bağlanmış tercihler göz önünde bulundurularak alınırlar. Örneğin işletme daha önce bir yatırım kararı almış ve yatırıma başlamışsa bu karardan belli bir aşamadan sonra geriye dönüş olmayacak ve alınacak kararlar buna bağlı olacaktır. Çünkü bu yatırım için belli kaynaklar ayrılmış ve harcanmıştır.¹⁶

1.3.9 Yazılı Kurallar

Bazı işletmeler değişik durumlarda uygulamak üzere düzenlenmiş yazılı kurallara ve prosedürlere sahiptirler. Dolayısıyla karar verici karar verirken bu yazılı kurallarla sınırlandırılmıştır. Örneğin bir karar verici personelle ilgili karar vermek istiyorsa sendikayla imzalanmış olan sözleşmenin maddelerini ihlal etmeyecek şekilde karar vermek zorundadır.¹⁷

1.3.10 Huni Vizyon (Tunel Vision)

Huni vizyon karar vericinin kişisel önyargılar gibi bazı mental körlükler nedeniyle problemin çözümü için oluşturulabilecek alternatifleri daraltıp, daralmış

¹⁵ Mondy ve Premeaux, *Ön. ver.*, s.114-115.

¹⁶ Aynı., s.116.

¹⁷ Daft, *Ön. ver.*, s.283.

alternatifler arasından seçim yapması anlamına gelmektedir. Örneğin kadınlar hakkında önyargıları olan bir karar verici işletme içinde herhangi bir pozisyona atama yapma durumundaysa, bu görev için gerekli şartlara sahip olan kadınları önyargıları nedeniyle eleyecek ve erkek adaylar arasından seçim yapacaktır.¹⁸

1.3.11 Karar Verilecek İşin Doğası

Hakkında karar verilmesi gereken konunun ya da yapılan işin doğası, karar verme sürecini etkilemektedir. Örneğin insan sağlığıyla ilgili bir konuda karar vermek gerekiyorsa, karar vericinin risk alma gibi bir lüksü olmayacaktır. Konu en ince ayrıntısına kadar incelenecek, bütün bilgiler toplanacak ve doğru karar verilecektir. Çünkü verilen kararda yapılabilecek en küçük bir hata insan sağlığını tehdit edecektir.¹⁹

1.3.12 İşletmenin Karar Verme Tutum ve Yöntemi

İşletmeler genel olarak karar verme konusunda belirli tutumlara sahip olabilirler. Bazı işletmeler sistematik bir karar alma yöntemi tercih ederken, bazıları sistematik yöntemden ziyade, karar vericiye daha fazla özgürlük tanıyan, biraz daha informal yöntemlerle karar verilmesini uygun görebilir. Dolayısıyla karar verici işletmesinin karar verme karşısındaki tutumunu göz önünde bulunduracak şekilde karar vermek zorundadır.²⁰

1.3.13 Verilen Kararın Rutin Olup Olmaması

Karar verme sürecini etkileyen en önemli faktörlerden biri de verilecek kararın rutin olup olmamasıdır. Bir çok yönetici işlerini yapabilmek için rutin kararlar almak zorundadırlar. Bu kararları almak için bütün bir karar alma sürecini işletmek zaman kaybı olacaktır. Dolayısıyla rutin kararlar alınırken karar verme sürecindeki bazı aşamalar atlanabilir. Örneğin aynı makinaya her gün hangi personelin atanacağı konusunda karar vermek gerekiyorsa, bütün bir karar verme sürecini işletmek mantıklı olmayacaktır. Çünkü yönetici bunu defalarca kere yapmıştır. Bu konuda tecrübeleri vardır.²¹

¹⁸ Mondy ve Premeaux, *Ön. ver.*, s.116.

¹⁹ Aynı., s.114

²⁰ Aynı., s.114

²¹ Stoner ve Freeman, *Ön. ver.*, s. 251-252.

1.4. Karar Verme Çeşitleri

Karar vermeyi çok değişik şekillerde sınıflamak mümkündür. Burada yapılacak sınıflandırma iki boyutlu olacak ve bu boyutlardan biri amacın tek veya çok olmasıyken diğeri karar verme ortamı olacaktır. Buna göre karar verme problemlerini aşağıdaki gibi sınıflamak mümkündür.

Tablo 1.1 Karar Verme Problemlerinin Genel Sınıflandırılması

	Belirlilik Altında Karar Verme	Belirsizlik Altında Karar Verme	Risk Altında Karar Verme
Tek amaçlı			
Çok amaçlı			

Kaynak: Ramazan Evren ve Füsün Ülengin, (1992) *Yönetimde Çok Amaçlı Karar Verme*, (İstanbul: Teknik Üniversite Matbaası), s. 4.

Bir kararın belirlilik altında verilmesi, o kararın doğuracağı sonuçlar ve çıktılar hakkında yeterli bilgiye sahip olunması anlamına gelmektedir. Karar verici verdiği karar sonucu elde edeceklerini bilir ve kararını buna göre verir. Kararın getirdiği risk açıktır ve kolayca belirlenebilir. Bir başka deyişle karar verici problemi anlamıştır, önündeki alternatifleri bilmektedir ve değişik alternatiflerin uygulanmasıyla elde edilecek sonuçları kesin olarak tahmin edebilmektedir.²²

Risk altında karar vermede ise karar verici vereceği kararın sonuçları hakkında bazı şeyleri bilmekte ama her şeyi bilmemektedir. Bu nedenle ortaya çıkabilecek her sonuç belli bir olasılık değerine sahiptir. Önemli olan bu olasılıkları doğru bir şekilde belirlemektir. Verilecek karardaki risk oranı da önemlidir. Örneğin bir kararın %90 başarıya ulaşma şansı varsa bu karar az risklidir. %20 başarı şansı varsa bu karar

²² Daft, *Ön. ver.*, s.270.

oldukça riskli bir karardır. Burada başarı şansının düşük olması belirsizlik olduğunu göstermez sadece kararın çok yüksek bir riske sahip olduğunu gösterir.²³

Belirsizlik altında karar vermede hedefler belirlidir. Fakat olası sonuçlar hakkında hiçbir bilgi yoktur. Dolayısıyla olası sonuçların riski bilgi yetersizliğinden hesaplanamamaktadır.²⁴

Yukarıda sayılan üç karar verme ortamının yanında türbülans adı verilen bir karar ortamı daha bulunmaktadır. Bu da hedeflerin çok açık olmadığı, yani hedeflerin tam olarak belirli olmadığı, çevre şartlarının çok hızlı bir şekilde değiştiği, alternatifleri belirlemenin çok zor olduğu ve sonuçlar hakkında bilgi edinilemeyen ortamı ifade etmektedir.²⁵

Sınıflandırmanın diğer boyutunda ise amaç sayısı bulunmaktadır. Bu noktada kararlar tek amaçlı ya da çok amaçlı olarak ayrılırlar. Tek amaçlı karar problemlerinde, karar vericinin tek bir amacı bulunmaktadır. Bu amaç karın maksimizasyonu, maliyetin minimizasyonu gibi amaçlar olabilir. Çok amaçlı karar problemlerinde ise tek bir amaç değil bunun yerine birbirleriyle çelişen veya birbirlerini tamamlayan birden çok amaç bulunmaktadır.

1.5 Çok Amaçlı Karar Verme

Çok amaçlı karar verme işletmelerdeki karar vericilerin rutin kararlar alırken bile çok sık karşılaştıkları karar verme biçimidir. Çok amaçlı karar vermede genellikle birbirleriyle çelişen birden çok amaç vardır. Bu amaçlardan birine tam olarak ulaşabilmek için genellikle bir diğer amaçtan fedakarlıkta bulunmak gerekebilir. Örneğin bir işletmenin amaçlarının karı maksimum kılmak, maliyeti minimum yapmak, stokları azaltmak, ürünün dayanıklılığını arttırmak, ürün çeşidini genişletmek, pazar payını arttırmak, müşteri memnuniyetini arttırmak, çalışanların memnuniyetini yükseltmek olduğu düşünülürse, bu amaçlardan bazılarının birbirleriyle çeliştiği görülür. Bu durumda bütün amaçları tamamıyla gerçekleştirmek imkansızdır.

²³ Aynı. , s.270.

²⁴ Hodgetts ve Kuratko, *Ön. ver.* , s.135.

²⁵ Daft, *Ön. ver.* , s.277.

Yapılması gereken bunlar arasında uzlaşmayı sağlayacak, bu amaçları olabildiğince tatmin edecek çözümü elde etmektir.²⁶

Genel olarak çok amaçlı karar verme problemlerini aşağıdaki gibi sınıflandırabiliriz.

Tablo 1.2 Çok Amaçlı Karar Verme Problemlerinin Sınıflandırılması

ÇIKTILAR	KISITLAR	
	Kapalı	Açık
DETERMİNİSTİK	Sonlu Sayıda Alternatif	Sonsuz Sayıda Alternatif
	Zionts-Wallenius Yön. Electre Yöntemi Sirinivasan Yöntemi Shocker Yöntemi	Çok ölçütlü matematik programlama yöntemleri; <ul style="list-style-type: none"> • Karar vericiden bilgi istemeyenler • Karar vericiden ön bilgi isteyenler • Karar vericiden etkileşimli olarak bilgi isteyenler
PROBABİLİSTİK	Değer Fonksiyonu Belirleme Yöntemleri	Stokastik Matematik Programlama Yöntemleri

Kaynak: Ramazan Evren ve Füsun Ülengin, (1992) *Yönetimde Çok Amaçlı Karar Verme*, (İstanbul: Teknik Üniversite Matbaası), s. 4.

²⁶ Mahmut Atlas ve Gülnur Keçek, (2000), "Hedef Programlama ve Bir Seramik İşletmesinde Uygulama Denemesi," *Anadolu Üniversitesi İİBF Dergisi*, Cilt:16, Sayı, 1-2, s.81

Bu sınıflandırma problemde kullanılan kısıtların açık ya da kapalı olmasına ve çıktuların deterministik ya da probabilistik olmasına göre yapılmıştır.

Bu çalışmada; kısıtların açık ve çıktuların deterministik olduğu problemlerin çözüm yöntemlerinden biri olan ve karar vericiden karar sürecinden önce bilgi isteyen Hedef Programlama tekniği ele alınacaktır.



II. BÖLÜM

HEDEF PROGRAMLAMA MODELLERİ VE MODELLERİN OLUŞTURULMASI

2.1 Hedef Programlamanın Tanımı

Doğrusal hedef programlama endüstriyel ve toplumsal karar verme problemlerinde çok geniş kabul görmüş ilk çok amaçlı tekniktir. Doğrusal hedef programlama modeli, temelde hedef kısıtlaması şeklinde ifade edilmiş, birden çok hedefin, bu hedeften sapmaları minimize etmeye çalışan tek bir amaç fonksiyonu çerçevesinde tatmin edilmeye çalışılması için oluşturulmuş, bir doğrusal programlama modelidir.¹ Sıradan doğrusal programlama kararın en büyüklenmesi ya da maliyetin en küçüklenmesi gibi tek bir amaç fonksiyonu için optimal bir sonuç araştırırken, hedef programlama genellikle birbiriyle çelişen çok sayıda amaç arasında tatmin edici düzeye ulaşmaya çalışmaktadır. Bu yüzden hedef programlama diğer çok amaçlı teknikler gibi bir optimizasyon amacı değil tatmin aracıdır. Bu özellik dolayısıyla optimal çözüm olarak adlandırılan çözüm hedef programlamada tatmin edici çözümdür.²

Hedef programlamayı basit bir problemle anlatabilmek için belirli bir üretim sisteminde belirli üretim aktivitelerinin x_j ($j=1,2,\dots,n$), ilgili değişken maliyetin $C(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ve bu aktiviteler sonucu beklenen satış gelirlerinin $S(x_1, x_2, \dots, x_n)$ olduğunu varsayalım. Yine yönetimin önceden belirlenmiş C^* , S^* maliyet ve satış geliri rakamlarına ulaşmak istediğini düşünelim. C^* ve S^* rakamları yönetim için kesin bir şekilde belirlenmiş rakamlar olup, bunlar aynı zamanda üretim aktivitelerini ve

¹ Joap Spronk, (1984), *Interactive Multiple Goal Programming* (Boston: Martinus Nijhoff Publishing), s. 58.

² Ramadan S. Hemaïda ve Mary A.Hupfer, (1995), "A Multiobjective Model for Managing Faculty Resources," *Journal of Applied Business Research*, Volume. 11. , Issue. 1. , s. 25.

sonuçları da sınırlamaktadırlar. Sınırlayıcıları matematiksel olarak formüle etmek için aşağıdaki değişkenleri tanımlayalım.³

d_1^+ : C^* hedefinin üzerindeki maliyet miktarı

d_1^- : C^* hedefinin altında kalan maliyet miktarı

d_2^+ : S^* hedefinin üzerindeki satış geliri miktarı

d_2^- : S^* hedefinin altında kalan satış geliri miktarı

Buna göre toplam maliyet hedefinin de dikkate alındığı sınırlayıcı aşağıdaki şekilde oluşturulabilir.

$$C(x_1, x_2, \dots, x_n) - d_1^+ + d_1^- = C^*$$

Benzer şekilde gelir hedef kısıtlayıcısı;

$$S(x_1, x_2, \dots, x_n) - d_2^+ + d_2^- = S^* \quad \text{olur.}$$

Maliyet ve gelir hedeflerinin en iyi şekilde gerçekleşmesi için yukarıda belirtilen sınırlamalar altında yönetim C^* değerinden (d_1^+, d_1^-) ve S^* değerinden (d_2^+, d_2^-) sapmalarının minimize edilmesini istemektedir. Dolayısıyla yönetimin amacı aşağıdaki gibi formüle edilebilir.

$$\text{Minimize } Z = d_1^+ + d_1^- + d_2^+ + d_2^-$$

Burada açık bir şekilde hem maliyet hedefine hem de satış geliri hedefine ulaşmanın yönetim için eşit derecede öneme sahip olduğu görülmektedir. Bununla birlikte yönetim tarafından oluşturulan hedefler genellikle birbirlerine zıt hedeflerdir. Dolayısıyla bir hedefe ulaşmak için diğer hedeften fedakarlıkta bulunmak gerekebilir. Bundan dolayı bu hedefleri önem derecelerine göre belli bir hiyerarşi içinde sıralamak gerekmektedir. Bunu gerçekleştirmek için hedef programlama yönetime hedefleri öncelik faktörü P_k vasıtasıyla sıralama imkanı verir. Burada $P_k \gg P_{k+1}$ dir. Yani, P_k öncelik ağırlığına sahip hedefin P_{k+1} öncelik ağırlığına sahip hedefe göre önceliği vardır. Örneğimizde, maliyet hedefine ulaşmanın satış hedefine ulaşmaktan daha önemli

³ Turgut Ozan, (1986), *Applied Mathematical Programming for Engineering and Production Management* (Englewoods Cliffs: Prentice Hall), s. 419-420.

olduğu varsayılırsa, bu hedefler P_1 ve P_2 öncelik ağırlıkları ile birlikte tekrar oluşturulur ve aşağıdaki gibi sıralanabilir.⁴

P_1 : İşlemlerin maliyetinin C^* düzeyinde sınırlanması

P_2 : S^* düzeyinde satış gelirin e ulaşılması

Daha önceki amaç fonksiyonu revize edilirse,

$$\text{Minimize } Z = P_1 d_1^+ + P_1 d_1^- + P_2 d_2^+ + P_2 d_2^-$$

şeklinde ifade edilebilir.

Hedef programlama çözümü ikinci hedefi dikkate almadan önce P_1 hedefine mümkün olan en geniş kapsamda ulaşmaya çalışacaktır. Hedef programlama metodolojisinin bu özelliği onu birbirleriyle çelişen ve dolayısıyla tamamıyla başarıl amayan çoklu hedeflerde kullanışlı hale getirir.⁵

Bu bilgilerden yararlanarak hedef programlama modeli aşağıdaki gibi oluşturulabilir.⁶

$$\text{Minimize } \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^m P_k (d_i^- + d_i^+)$$

Sınırlayıcı;

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} + d_i^- - d_i^+ = b_i \quad i=1,2,\dots,m$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ > 0 \quad (i=1,2,\dots,m) \text{ ve } (j=1,2,\dots,n)$$

Burada P_k , k. hedefin öncelik faktörünü; d_i^- ve d_i^+ , b_i hedef düzeyinden negatif ve pozitif sapmaları (dolayısıyla bunlar sapma değişkenleri olarak adlandırılırlar) a_{ij} de b_i hedef düzeyiyle ilgili karar değişkeninin teknoloji katsayısını göstermektedir.

⁴ Aynı, s. 421.

⁵ David R. Anderson, Dennis J. Sweeney, ve Thomas A. Williams, (1994), **An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making** (New York: West Publishing Company), s. 650.

⁶ Frederick S. Hillier ve Gerald J. Lieberman, (1995), **Introduction to Operations Research** (USA: Mc Graw Hill), s. 286.

Hedef programlama modeli ve bu modelin genel çözüm prensibi aşağıdaki özellikleriyle sıradan doğrusal programlama modellerinden ayrılırlar.⁷

1. İşlemsel hedefler yönetim tarafından oluşturulur ve öncelik faktörleri kullanılarak sıralanır
2. Sapma değişkenleri d_i^- ve d_i^+ her bir hedef kısıtlayıcısına atanır ve dolayısıyla sınırlayıcıyı eşitlik haline dönüştürür. Dikkat edilirse tanımdan dolayı d_i^- ve d_i^+ değerlerinden en azından biri çözümde 0 olacaktır.
3. Amaç fonksiyonu Z her bir hedefin ulaşılamayan kısmını birleştirir ve ulaşılamayan kısmı minimize etmeye çalışır.
4. Hedefler önceliklere göre sıralandığından çözümde ikinci hedef dikkate alınmadan önce birinci hedef mümkün olan en iyi şekilde karşılanmaya çalışılır.

2.2 Hedef Programlamada Temel Kavramlar

Herhangi bir metodolojinin anlaşılmasında o metodolojiyle ilgili temel kavramların çok önemli bir rolü bulunmaktadır. Bu alanda çalışan kişilerin kullandığı temel kavramları bilmek hem konuyu anlamak açısından hem de anlatmak istediklerinizin konuyla ilgilenenler tarafından anlaşılabilmesi açısından önemlidir. Çok amaçlı karar verme tekniklerinden biri olan Hedef Programlama tekniği de birtakım özel terimleri ve kavramları kullanmaktadır. Bunları aşağıdaki gibi sıralamak mümkündür.⁸

Amaç (Objective): Amaç, karar vericinin isteklerini genel olarak belirten ifadedir. Örneğin karı maksimum yapmak, personel devir hızını minimum yapmak, fakirliği ortadan kaldırmak bir karar vericinin amaçları olabilir. Hedef programlamada ise bu amaç hedeften sapmaları minimum yapmaktır.

Hedef (Goal): Hedef ulaşılmak istenen noktanın rakamla gösterilmiş halidir. Hedef kısıtlayıcısının sağ tarafında yerini alır.

⁷ Kenneth D. Ramsing ve Robert A. Duna, (1981), *Management Science* (New York: Mc Millan Publishing Com). s. 147.

⁸ Marc J. Schniederjans, (1984), *Linear Goal Programming* (New Jersey: Petrocelli Books), s. 67-68.

Karar Değişkenleri (Decision Variables): Gerek klasik doğrusal programlamada gerekse doğrusal hedef programlamada değeri bulunmaya çalışan bilinmeyenler kümesine karar değişkenleri adı verilir ve genellikle $x_i = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ olarak gösterilir.

Sistem Kısıtlayıcıları (System Constraints): Sistem kısıtlayıcıları, teknoloji kısıtlayıcıları olarak da bilinen kısıtlayıcılardır. Temin edilebilecek hammaddenin miktarı, makinaların teknik kapasiteleri, toplam işgücü, eldeki para miktarı gibi faktörler bu kısıtlayıcıları belirlemektir. Bu kısıtlar, kolayca değiştirilemeyen ve mutlaka karşılanması gereken kısıtlayıcılarıdır.

Hedef Kısıtlayıcıları (Goal Constraints): Hedef kısıtlayıcıları karar verici tarafından belirlenen hedeflerin meydana getirdiği kısıtlayıcılarıdır. Hedefler kişiler tarafından belirlendiğinden sistem kısıtlayıcıları gibi katı değildirler. Önemli olan hedefleri mümkün olduğunca karşılamaktır.

Teknoloji Katsayıları (Technological Coefficients): Teknoloji katsayıları genellikle a_{ij} şeklinde gösterilir. Bu katsayılar karar değişkenlerinin katsayılarıdır ve her bir x_i için ilgili kaynaktan birim başına ne kadar kullanıldığını gösterirler.

Sağ Taraf Değerleri (Right-Hand-Side Values): Genellikle b_i olarak gösterilirler. Eldeki kaynak miktarlarını temsil ederler. Adlarını da kısıtlayıcının sağ tarafında bulunmasından alırlar.

Hedeften Sapma (Goal Deviation): Bütün karar vericilerin arzu ettikleri, hedeflere tam olarak ulaşmaktır. Ancak çok az sayıda hedefe tam olarak ulaşmak mümkündür. Genellikle ulaşılmak istenilen hedeflerle, gerçekleştirilenler arasında bazı farklılıklar bulunmaktadır. Bu farklılıklar hedeften sapmalar olarak adlandırılmaktadır.

Sapma Değişkenleri (Deviation Variables): Doğrusal hedef programlamada hedeften sapmaları modelde göstermek için kullanılan değişkenlere sapma değişkenleri denir. Hedeften pozitif yönde sapmaları temsil etmek için genellikle d_i^+ , negatif yönde sapmaları temsil etmek için de d_i^- değişkeni kullanılır. Bu çalışmada da hedeften sapmalar bu değişkenlerle temsil edilmiştir.

Diferansiyel Ağırlıklar (Differential Weights): Genellikle w_{ki} ile gösterilen matematiksel ağırlıklardır ($k=1,2,\dots,K$; $i=1,2,\dots,I$). k . öncelik düzeyindeki sapma değişkenlerinin birbirinden ayrılmasında kullanılırlar.

Hedef Tatmini (Satisficing): Hedef programlamada birden çok hedef olduğu ve bu hedefler de genellikle birbiriyle çeliştiği için bütün hedefleri tamamen karşılamak hemen hemen imkansızdır. Bu nedenle hedef programlamada tek bir hedefin optimizasyonundan ziyade mümkün olduğunca çok hedef tatmin edilmeye çalışılır.

Öncelik Faktörleri (Preemptive Priority Factors): Hedef programlamanın en önemli özelliklerinden biri ulaşılmak istenilen hedefler arasında, önceliklerine göre bir sıralama yapma imkanı vermesidir. Bunu da P_k öncelik faktörleri yardımıyla gerçekleştirir. Burada $k=(1,2,\dots,m)$ gibi bir sayıdır ve m de modeldeki hedef sayısını göstermektedir. Öncelik faktörleri yardımıyla yapılan sıralama hedeflerin önem derecelerini göstermektedir. Bu faktörler arasında $P_1 > P_2 > \dots > P_k$ gibi bir ilişki vardır ve bu ilişki de; P_1 öncelik faktörüne sahip hedefin, P_2 ve diğer öncelik faktörlerine sahip hedeflerden daha önemli olduğunu göstermektedir.

2.3 Hedef Programlama Modellerinin Kullanım Alanları

Hedef programlamanın tarihi gelişimi daha öncelere dayanmasına rağmen, ilk önemli uygulamaları 1970'li yıllarda gerçekleştirilmiştir. Bu tarihten sonra gerçek hayattaki çok sayıda problemin çözümü için bu tekniğin kullanılması, hedef programlamanın hızlı bir şekilde gelişmesine yol açmıştır.⁹

Hedef programlama işletmelerin birbirleriyle çelişen birden çok hedefleri olduğunda karar vermelerini kolaylaştıran bir tekniktir ve bir çok işletme tarafından da etkin olarak kullanılmaktadır. Yine kar amacı gütmeyen kurumlar ve çeşitli devlet birimleri de bu tekniği kullanmaktadır. Hedef programlama genel olarak "olursa ne olur"(what if) analizi olduğundan hedeflerin önem derecelerinin değiştirilmesi durumunda ne gibi sonuçlarla karşılaşılabileceğini göstermektedir. Bu özelliği sayesinde hedef programlamanın en fazla kullanıldığı yer karar destek sistemleridir. Karar vermenin sık kullanıldığı bir diğer alan üretim planlamasıdır. Eldeki teknolojik

⁹ Barry Render ve Ralph M. Stair, (2000), *Quantitative Analysis for Management* (New Jersey: Prentice Hall), s. 606.

kısıtlayıcılar ve üst yönetim tarafından belirlenen hedefler göz önünde bulundurularak, en uygun üretim planı bu teknik kullanılarak belirlenebilir. Portföy seçiminde, hedef kar ve katlanılabilir risk kısıtlayıcıları altında en uygun yatırım araçları hedef programlama tekniği sayesinde bulunabilir. Devletlerin planlama teşkilatları zirai planlamaları yaparken, işletmeler personel politikalarını geliştirirken bu teknikten faydalanabilirler. Hedef programlamanın uygulandığı alanlar genel olarak şu şekilde sıralanabilir: Devlet bütçesi, çevre koruma, karar destek sistemi, ekonomik politik analiz, finansal analiz, stok yönetimi, proje yönetimi, kalite kontrol, pazarlama, muhasebe, tesis alanı kullanımı, sağlık ve eğitim hizmetleri planlama, enerji kaynakları planlama, kan bankası, lojistik destek, askeri stratejiler, üretim planlama, su kaynağı, gelir planlama vb. gibi¹⁰

Geçmişte bu teknik kullanılarak gerçekleştirilen bir çok proje mevcuttur. Bunlardan bazılarını aşağıdaki gibi sıralamak mümkündür.¹¹

1. Amerikan Federal İlaç ve Gıda Birliğinin (Federal Drug and Food Administration) insan kaynakları dağıtımı ve politikalarının belirlenmesi (Jones ve Kuck, 1982)
2. Lord Şirketinde araştırma geliştirme fonlarının dağıtımı (Salvia ve Ludwig, 1979)
3. Amerikan Kıvılcıkta kan dönüşüm politikalarının belirlenmesi (Kendall ve Lee, 1980)
4. Mısır da zirai planlama (Bazarra ve Borzahev, 1981)
5. Amerikan donanmasının eleman temininin planlaması (Pares,1980)
6. Çok kriterli okul taşımacılığı (Lee and Moore,1977)
7. Özürlü çocuklarla ilgili bütçeleme ve planlama (Drake ve Joiner,1981)
8. Kuzey Florida eyaletinde maliyet muhasebesi sorununun çözümü (Jensen, 1982)

¹⁰ Atlas ve Keçek, **Ön. ver.** , s.87.

¹¹ Joelee Oberstone , (1990), **Management Science: Concepts, insights and applications** (St.Paul: West Publishing Company), s. 295.

9. Bosweell reklam danışmanlık şirketinin pazarlama planının belirlenmesi için yürüttüğü çalışma (Bowen, 1983)
10. Türkiye’de bir seramik işletmesinin üretimle ilgili karar verme probleminin çözülmesi (Atlas ve Keçek, 2000)

2.4 Hedef Programlamanın Tarihi Gelişimi

Daha önceleri bir çok gelişme olmasına rağmen matematik programlama alanı, genel doğrusal programlama modellerinin ve bu modellerin en yaygın çözüm metodu olan simpleksin geliştirilmesiyle önem kazanmıştır. Doğrusal programlama ve simplex metodu 1947 yılında Amerikan Hava Kuvvetlerinin SCOOP projesi sponsorluğunda, George Dantzig tarafından yönetilen bir takım tarafından geliştirilmiştir. Doğrusal programlama bir tek doğrusal amaç fonksiyonunun yine katı doğrusal sınırlayıcılar altında optimize edilmesini ifade etmektedir. Bu metot uluslararası alanda farkedilmesinden hemen sonra uygulamalı matematiğin önemli gelişmeleri arasındaki yerini almıştır. Bugün doğrusal programlama belki de en çok bilinen ve yöneylem araştırmacıları tarafından çok yaygın bir şekilde kullanılan metotlardan biridir. Bununla birlikte gerçek problemlerin modellenmesinde ve çözülmesinde kullanılan diğer sayısal metotlar gibi doğrusal programlamanın da bazı sınırlamaları vardır. Bu sınırlamalardan biri de doğrusal programlamanın tek amaç fonksiyonu yerine çok amaç fonksiyonlu ve katı sınırlamalar yerine esnek sınırlamalar altında, problemlere çözüm getirmedeki yetersizliğidir. Doğrusal programlamanın bu yetersizliğini ortadan kaldırmak amacıyla 1950’lerin başında yeni bir yaklaşım ortaya çıkmıştır. Bu yaklaşım hedef programlamadır. Bu yıllarda Charnes ve Cooper görünürde doğrusal programlamayla ilgisi olmayan bir problemle karşılaşmışlardır. Bu problemi çözmek için Charnes ve Cooper doğrusal programlamanın bir değişik versiyonu olan ve “sınırlandırılmış regresyon” (constrained regression) olarak adlandırdıkları bir yaklaşım ortaya koymuşlardır. Daha sonra Charnes ve Cooper 1961’de yazdıkları yayında çok amaçlı doğrusal modelleri de içeren “sınırlandırılmış regresyon”un daha geniş bir versiyonunu

tanıtılmışlardır. Bu yaklaşım hedef programlama olarak adlandırılmış ve günümüz çalışmalarında da çok sık kullanılan bir kavram haline gelmiştir.¹²

Charnes ve Cooper 1961'deki bu yayınlarında üç yaklaşım ileri sürmüşlerdir. Bu yaklaşımların her biri amaçların "kabul edilebilir düzeylerinin" (aspiration level) belirlenmesi yardımıyla hedeflere dönüştürülmesine dayanmaktadır. Örneğin "karı maksimize etme" amacı " X br ya da daha fazla kar " hedefine dönüştürülmektedir. Bu modelin çözümü ya hedefin üzerinde ve ya altında ya da tam olarak hedefe ulaşacak şekilde ortaya çıkmaktadır. Burada X hedefinin altındaki bir kar miktarı hedeften istenmeyen bir sapmayı gösterecektir. Sonuç olarak Charnes ve Cooper istenmeyen sapmaların minimizasyonuna odaklanmamız gerektiğini ileri sürmüşlerdir. İstenmeyen sapmalar kavramı March ve Simenn'in önerdiği "satisficing" kavramıyla benzer anlamdadır. Bu kavramı kullanarak Charnes ve Cooper hedef programlamanın aşağıdaki üç formunu belirlemiştir.¹³

1. Archimedian Hedef Programlama: Burada bütün istenmeyen hedeften sapmalar toplamı minimize etmeye çalışılır.
2. Chebyshev Hedef Programlama: Burada amaç, en kötü ya da bir başka deyişle maksimum sapmayı minimize etmektir.
3. Non -Archimedian Hedef Programlama: Burada önem sırasına göre sıralanmış vektörlerin minimumu aranır.

Hedef programlama kavramının ve onun değişik formlarının tarifine ek olarak Charnes ve Cooper yine 1961'deki yayınlarında çözüm için algoritmalar da sunmuşlardır. Bununla birlikte bu algoritmaların uygulanmasına yönelik gerçek bir yazılım 1960'ların sonuna dek geliştirilememiştir. Hedef programlama için yazılan ilk bilgisayar kodu 1962 yılında Ignizio'nun anten sistemlerinin dizaynı için oluşturulan doğrusal olmayan hedef programlamanın çözümü için geliştirdiği bilgisayar kodudur.¹⁴

¹² James Ignizio, (1985), **Introduction to Linear Goal Programming** (California: Sage Publications), s.11-12

¹³ Aynı, s. 13.

¹⁴ Young Joulai ve Ching Lai Hwang, (1994), **Fuzzy Multiple Objective Decision Making** (Hiedelberg: Springer-Verlag), s. 32.

Ignizio doğrusal olmayan hedef programlama için oluşturduğu algoritma ve yazılımın başarılı olması sonucu hedef programlama konusunda büyük ilgi toplamıştır. Sonuç olarak Ignizio 1967' de nispeten geniş ölçekli bir doğrusal hedef programlama modeliyle karşılaştığında Paul Huss'un önerisiyle doğrusal hedef programlamayla ilgili bilgisayar kodu yazmıştır. Huss, bir doğrusal hedef programlama modelinin ardışık doğrusal programlama modelleri şeklinde çözülmesini önermiştir. Bu öneri temelinde Ignizio 1967 yazında bu yazılımı geliştirmiştir. Daha sonra 1968 yılında Veikko Jaaskelainen doğrusal hedef programlamayla ilgili bir yazılım geliştirmiştir. Ignizio'nun ardışık hedef programlama yaklaşımının aksine Jaaskelainen, Charnes ve Cooper'in önerdiği algoritmayı kullanmıştır. Bu algoritmayı uygulamak için 1968 yılında Frazer'in çıkardığı yayındaki gibi küçük bir doğrusal programlama kodunu geliştirmiştir. Bu basit kod 30-50 arasındaki değişkenin ve bir o kadar kısıtlayıcının olduğu problemleri çözebilme kapasitesine sahiptir. Bununla birlikte Jaaskelainen'in niyeti daha çok bu kodu doğrusal hedef programlamanın değişik alanlardaki uygulamalarında, kendi araştırmalarının bir parçası olarak küçük problemlere uygulamaktır. Bu kodun en önemli özelliklerinden biri de bugünkü doğrusal hedef programlama yazılımlarında en çok bilinen ve kullanılan kod olmasıdır.¹⁵

1960'ların sonunda 1970'lerin başında Ignizio tamsayı ve doğrusal olmayan hedef programlama modellerini de içeren algoritmalar ve yazılımlar geliştirmeye devam etmiştir. Öte yandan Ignizio'nun bu konuda en büyük katkısı doğrusal hedef programlamada dualite kavramıdır. 1970'lerin başında doğrusal hedef programlama modelinin dualiyle ilgili çalışmalar, doğrusal hedef programlama modellerinde duyarlılık analizi ve bununla ilgili algoritmaların yazılımlarının geliştirilmesine yol açmıştır.¹⁶

Bu tarihlerden sonra da pek çok akademisyen ve uygulamacı hedef programlamayla ilgilenmiş, çok amaçlı karar problemlerinin çözümünde hedef programlama modellerini kullanmış ve oluşturdukları modelleri çözebilmek için değişik yazılımlar geliştirmişlerdir. Özellikle bilgisayar programlama alanındaki hızlı gelişmeler kullanımı kolay yazılımların gelişmesini sağlamıştır. Bu tür yazılımlar, çok

¹⁵ Ignizio, *Ön. ver.* , s. 14.

¹⁶ Schniederjans, *Ön. ver.* , s.4.

sayıda değişken ve sınırlayıcı içeren modellerin çözümünü olanaklı hale getirdiği için, hedef programlama modellerinin karar verme sürecinde en etkili araçlardan biri olmasını sağlamıştır.¹⁷

2.5 Doğrusal Hedef Programlama Modelinin Oluşturulması

Doğrusal hedef programlama modelinin formulasyonu doğrusal programlamaya çok benzemektedir. Karar değişkenleri, teknoloji katsayıları, sağ taraf değerleri doğrusal programlamada olduğu gibi doğrusal hedef programlamada da gereklidir. Bir doğrusal hedef programlama modelinin formüle edilmesi için önerilen işlemler aşağıdaki gibidir.¹⁸

1. **Karar Değişkenlerinin Belirlenmesi:** Burada anahtar nokta temsil edilecek bilinmeyen karar değişkenlerinin açıkça tanımlanmasıdır. Bu tanım ne kadar kesin yapılırsa modelin kalan kısmını oluşturmak o kadar kolay olacaktır.
2. **Hedef Kısıtlarının Oluşturulması:** Burada anahtar nokta ilk olarak kısıtlayıcının içerdiği sağ taraf değerini belirlemek daha sonra da teknoloji katsayılarını kısıtlayıcıya dahil etmektir. Dikkat edilmesi gereken bir diğer nokta da sağ taraf değerinde ne tür bir sapmaya izin verildiğidir. Eğer hem negatif hem de pozitif yönde sapmaya izin veriliyorsa, iki sapma değişkenini de kısıtlayıcıya dahil etmek gerekmektedir. Eğer tek bir yönde sapmaya izin veriliyorsa uygun sapma değişkeni kısıtlayıcıya dahil edilmektedir.
3. **Önceliklerin Belirlenmesi:** Burada yapılması gereken hedefleri önceliklerine göre sıralamaktır. Bu sıralama genellikle kişilerin tercihleri sonucu oluşmuş bir sıralamadır. Eğer problemde böyle bir sıralama ihtiyacı yoksa bu aşama atlanır.
4. **Ağırlıkların Belirlenmesi:** Burada spesifik bir hedef düzeyinde tercihler sıralanmakta ve ilgili tercihlere uygun ağırlıklar atanmaktadır. Böyle bir duruma ihtiyaç yoksa bu aşama atlanabilir.

¹⁷ Joseph J. Geiger ,Norman Pendegraft and Linda M. Geiger,(1996), "A PC Based Project Management Tool," *Journal of Systems Management*, Volume. 47, Issue. 3, s. 53.

¹⁸ Schniederjans, *Ön. ver.* , s. 31-32.

5. Amaç Fonksiyonunun Oluşturulması: Buradaki anahtar nokta amaç fonksiyonuna dahil edilecek doğru sapma değişkenlerini seçmektir. Bundan sonra yapılması gereken eğer gerekliyse öncelik faktörlerinin ve ağırlıkların eklenmesidir.

6. Negatif Olmama Koşullarının Eklenmesi: Son olarak bu modellerde klasik olarak modele eklenmesi gereken ve değişkenlerin negatif olamayacağını gösteren negatif olmama koşulu oluşturulur.

Bu aşamalar doğrusal hedef programlamanın oluşturulmasında yardımcı olabilecek bir yaklaşımdır. Şüphesiz buna alternatif yaklaşımlarda ortaya konulabilir.

2.5.1 Amaç Fonksiyonunun Oluşturulması

Amaç sistemin istenilen durumunu tarif etmek için yönetim tarafından oluşturulan ifadedir. Öte yandan hedef yönetimin ulaşmak istediği amacın daha kesin, spesifik bir şeklidir. Örneğin maliyetleri azaltmak bir yönetim amacıyken, maliyetleri X miktarda tutmak bir yönetim hedefidir. Amaçların ve hedeflerin seçimi bir yönetim fonksiyonudur. Problemlerle uğraşan ve verilen sistemde modelleme üzerine tecrübeye sahip analist gerçekleştirilen işlemlerin çıktılar üzerindeki sosyal, ekonomik ve teknik uygulamaları hakkında bilgilendirilmelidir. Bu nedenle analist, amaçların ve hedeflerin en uygun şekilde seçilmesinde yöneticiye yardımcı olacak pozisyonda olmalıdır.¹⁹

Çok amaçlı doğrusal programlamada her amaç fonksiyonu sanki tek amaçlı bir modelmiş gibi ayrı ayrı formüle edilir. Bununla birlikte hedef programlama modeli için amaç fonksiyonu bir başka açıdan değerlendirilir. Tek tek sistem hedeflerini ayrı ayrı amaç fonksiyonları olarak düşünmek yerine, hedef programlama her bir hedef için hedef sınırlaması fonksiyonu ister. Hedef sınırlayıcıları hazırlandığında da modelin amaç fonksiyonu aşağıdaki şekillerden biriyle formüle edilir.²⁰

$$\text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^m d_i^- + d_i^+$$

$$\text{Minimize} \quad \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^m P_k (d_i^- + d_i^+)$$

¹⁹ Ramazan Evren ve Füsün Ülengin, (1992), *Yönetimde Çok Amaçlı Karar Verme* (İstanbul: Teknik Üniversite Matbaası), s.7.

²⁰ Wayne L. Winston, (1997), *Operations Research: Applications and Algorithms* (USA: PWS Publishers) s. 607.

$$\text{Minimize} \quad \sum_{k=1}^c \sum_{i=1}^m P_k (w_{ik}^- d_i^- + w_{ik}^+ d_i^+)$$

Burada P_k , k . hedefin öncelik faktörü, d_i^- ve d_i^+ her bir hedefin sapma değişkenleri w_{ik}^- , w_{ik}^+ negatif ve pozitif sapma değişkenlerine atanan pozitif numerik ağırlıklardır.

Bunların dışında d_i^- ve d_i^+ pozitif olmak üzere $-d_i^+$, $-d_i^-$, $-(d_i^+ + d_i^-)$ terimlerine sahip amaç fonksiyonlarıyla da karşılaşılabilir. Bu şekildeki amaç fonksiyonlarına sahip modellerin çözümleri için özel metotlar geliştirilmiştir. Ancak literatürde en çok karşılaşılan amaç fonksiyonu türleri yukarıda gösterilen türlerdir.²¹

2.5.2 Hedef Kısıtlayıcılarının Oluşturulmasında Temel İlkeler

2.5.2.1 Sapma Değişkenlerinin Kullanımı

Sınırlayıcıların oluşturulmasında sapma değişkenlerinin uygun bir şekilde kullanımı, ulaşılmak istenilen değerlere göre hedeflerin uygun bir şekilde ortaya konulmasıyla ilişkilidir. Sapma değişkenlerinin uygun bir şekilde kullanılmasına ilişkin izlenecek kurallar aşağıdaki gibi sıralanabilir.²²

1. Durum: Hedefin Üzerindeki ve Altındaki Kısımların Eşit Önceliğinin Olması

Bu durumda hedefle ilgili sınırlamalar hem negatif hem de pozitif sapma değişkenlerini içerir. Hedefin amaç fonksiyonu kısmı da $P_k(d_i^- + d_i^+)$ şeklinde formüle edilir. Bu durumda çözüm süreci her iki sapma değişkenini de aynı öncelik düzeyinde minimize etmeye çalışır.

2. Durum: Hedefin Üzerindeki ya da Hedefin Altındaki Kısımın Minimizasyonu

Bu durumda ilgili sınırlayıcı hem d_i^- , hem de d_i^+ sapma değişkenini içerir. Ancak amaç fonksiyonunda bunlardan sadece biri yer alır. Örneğin yönetim hedeften

²¹ Zhi Yong Zhang ve Jen S. Shang, (2001), "Goal Programs with $-n_i$, $-p_i$ and $-(n_i + p_i)$ Objective Functions," *European Journal of Operational Research*, Volume. 134; s.157-164

²² Ozan, *Ön. ver.*, s. 460.

minimum düzeyde pozitif sapmayı kabul edebilirse, negatif sapmayla ilgilenmemektedir. Bu durumda hedef kısıtlayıcısı hem d_i^- hem de d_i^+ terimini içermesine rağmen amaç fonksiyonuna sadece $P_k d_i^+$ girecektir.

3. Durum: Hedefin Aşılmasına ya da Hedefe Ulaşılmamasına Tolerans Gösterilmemesi

Eğer yönetim hedef için daha önceden belirlenmiş düzeyi aşmak istemiyorsa d_i^+ değişkeni, ilgili hedef kısıtlayıcısından çıkarılabilir. Bu durumda amaç fonksiyonunda $P_k d_i^-$ terimi bulunacaktır. Yani hedefin üstüne çıkılması kabul edilememektedir. Öte yandan yönetim hedef için daha önceden belirlenmiş düzeyin altında kalmak istemiyorsa d_i^- değişkeni ilgili kısıtlayıcıdan çıkarılabilir. Bu durumda da $P_k d_i^+$ terimi amaç denkleminde yer alacaktır ve hedefin altında kalınması kabul edilememektedir.

Tablo 2.1 Hedef Kısıtlarının Oluşturulmasında Değişik Alternatifler

1. DURUM: Hedefin üzerindeki ve altındaki kısımların eşit önceliğinin olması	
Hedef Kısıtlayıcısı $a_{ij}x_j - d_i^+ + d_i^- = b_i$	Amaç Fonksiyonu Kısmı $P_k(d_i^+ + d_i^-)$
2.A. DURUM: Hedefin altında kalan kısımla ilgilenilmemesi	
Hedef Kısıtlayıcısı $\sum_j a_{ij}x_j - d_i^+ + d_i^- = b_i$	Amaç Fonksiyonu Kısmı $P_k d_i^+$
2.B. DURUM: Hedefin üstünde kalan kısımla ilgilenilmemesi	
Hedef Kısıtlayıcısı $\sum_j a_{ij}x_j - d_i^+ + d_i^- = b_i$	Amaç Fonksiyonu Kısmı $P_k d_i^-$

3.A. DURUM: Hedefin altında kalınmasının kabul edilememesi	
Hedef Kısıtlayıcısı $\sum_j a_{ij}x_j - d_i^+ = b_i$	Amaç Fonksiyonu Kısmı $P_k d_i^+$
3.B. DURUM: Hedefin üstüne çıkılmasının kabul edilememesi	
Hedef Kısıtlayıcısı $\sum_j a_{ij}x_j + d_i^- = b_i$	Amaç Fonksiyonu Kısmı $P_k d_i^-$

Kaynak: T. Ozan, (1986), *Applied Mathematical Programming for Engineering and Production Management*, (Englewoods Cliffs: Prentice Hall), s.419-420

2.5.2.2 Maksimize, Minimize ya da Hedeflere Kesin Ulaşım

Birçok durumda karar verici yapılacak işin etkinliğini arttırmak için maksimize ya da minimize edilecek hedeflere sahiptir. Örneğin karı maksimize etmek, maliyeti minimum yapmak gibi... Hedef programlama bunun gibi hedefleri bir modelde uzlaştırır.

Maksimize edilecek hedef aşağıdaki gibi bir sınırlayıcıya sahiptir.²³

$$\sum_j a_{ij}x_j + d_i^- = G$$

Bu durumda G sabitinin değeri gerçek hedeften daha büyük seçilmelidir. Bunun anlamı büyük bir G belirlemek ve daha sonra bu değerden negatif sapmayı minimize etmektir. Amaç fonksiyonunda da $P_k d_i^-$ yer alacaktır. Burada P_k ilgili hedef kısıtlayıcısının öncelik faktörüdür. Diğer yandan minimize edilmesi gereken bir hedef için kısıtlayıcı aşağıdaki gibi olacaktır.²⁴

²³ Aynı, s. 462.

²⁴ Aynı, s. 463.

$$\sum_j a_{ij}x_j - d_i^+ = 0$$

Burada mümkün olan en küçük hedef seçilir ve bu hedeften pozitif sapmalar minimize edilmeye çalışılır. Amaç denkleminde de $P_k d_i^+$ terimi yer alır. Yine P_k ilgili hedefin öncelik faktörünü göstermektedir.

Diğer durumda ise yönetim hedefe kesin olarak ulaşmak istemekte negatif ve pozitif sapmalara kesinlikle tolerans gösterilmemektedir. Bu durumda hedef sınırlayıcısı katı bir şekilde eşitlik olarak dizayn edilir. Bu da hedef kısıtlayıcısında d_i suni değişkeninin kullanılmasıyla gerçekleştirilebilir. d_i suni değişkeninin optimum tabloda "0" olarak gerçekleşmesi gerekir. Bu da amaç fonksiyonunda suni değişkene suni öncelik faktörü P_0 sağlanarak gerçekleştirilebilir. Özetle eğer yönetim hedefe tam olarak ulaşmak istiyorsa suni değişken aşağıdaki gibi kullanılmalıdır.²⁵

Hedef Kısıtlayıcısı

$$\sum_j a_{ij}x_j + d_i = b_i$$

Amaç Fonksiyonu

$$P_0 d_i \quad P_0 \gg P_1$$

Eğer suni değişken optimum çözümde kalmışsa problem çözümsüzdür. Çünkü böyle bir sapma orijinal eşitlik kısıtını sağlamamaktadır.

2.5.2.3 Sapma Değişkenlerinin Hedef Kısıtlarında Karar Değişkeni Olarak Kullanılması

Sapma değişkeni d_i^- ya da d_i^+ başka bir hedef kısıtlayıcısında karar değişkeni olarak kullanılabilir. Bu istenilen hedefi formüle etmek için karar değişkeni yoksa gerekli olabilir.²⁶

2.5.3 Hedeflere P_k Öncelik Faktörünün Atanması

Hedef programlamada amaç fonksiyonunu formulasyonu için seçilen hedeflere uygun öncelik faktörlerinin atanması gerekir. Bu atama; $P_k \gg P_{k+1}$ şeklinde yani P_k öncelik faktörüne sahip hedefin P_{k+1} öncelik faktörüne sahip hedeften çok daha önemli olduğu gösterilerek yapılır. Burada hedef programlamanın hedeflerin faydalarını

²⁵ Aynı. , s. 463-464.

²⁶ Evren ve Ülengin, **Ön. ver.** , s. 66.

oluştururken kesin sayısal rakamlara gerek duymadığına dikkat etmek gerekir. Sadece hedeflerin hangisinin daha önemli olduğunu belirten “ordinal” sıralama ölçeği yeterlidir.²⁷

Öte yandan çok amaçlı karar verme problemlerinde hedefler için öncelik sıralamasına gerek duymayan farklı çözüm yaklaşımları da geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlardan biri de etkileşimli hedef programlamadır. Etkileşimli hedef programlama klasik hedef programlamadaki bazı sınırlamaları ortadan kaldırmayı amaçlamaktadır.²⁸

Ordinal sıralama ölçeğinin mantığı aşağıdaki aksiyomlara dayanır.²⁹

1. Hedef A, hedef B' ye tercih edilir.
2. Hedef A, hedef B' ye tercih ediliyorsa, hedef B, hedef A'ya tercih edilmez.
3. Eğer hedef A, hedef B'ye tercih ediliyorsa ve hedef B de hedef C'ye tercih ediliyorsa hedef A, hedef C ye tercih edilir.

Tecrübeli karar vericiler için önerilen pratik metot ikili karşılaştırma metodudur. Bu metotta analist ve karar verici birlikte çalışır. Her seferde iki hedef birbiriyle karşılaştırılır ve hangisinin daha önemli olduğu bulunmaya çalışılır. Örneğin A,B,C,D gibi dört hedef olduğu düşünülün.³⁰

Toplam ikili sayısının kombinasyonu;

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ formülüne göre;}$$

r=2 olduğu göz önünde bulundurularak hesaplanırsa

$$\frac{4!}{2!(4-2)!} = 6 \text{ olacaktır.}$$

Yine karar vericinin hedef çiftleri için aşağıdaki yargılara sahip olduğu düşünülün.

²⁷ Ozan, *Ön. ver.*, s. 458.

²⁸ Birsen Karpak, Rammohan R. Kasuganti, Erdoğan Kumcu, (1999), “Multi-Objective Decision-Making in Supplier Selection: An Application of Visual Interactive Goal Programming,” *Journal of Applied Business Research*, Volume.15, Issue. 2, s.57-72.

²⁹ Ozan, *Ön. ver.*, s. 458.

³⁰ *Ayn.*, s. 459.

$$A > B$$

$$B < C$$

$$A > C$$

$$B > D$$

$$D < A$$

$$C > D$$

Burada $A > B$, A hedefi B ye tercih edilir anlamını taşımaktadır. Veriler düzenlenirse;

$$A > B$$

$$C > B$$

$$A > C$$

$$C > D$$

$$A > D$$

$$B > D$$

Buna göre A hedefi diğer üç hedefe de tercih edilmektedir. Dolayısıyla A hedefi sıralamada ilk sıraya yerleştirilir. Daha sonra C hedefinin kalan diğer iki hedef göre daha önemli olduğu anlaşılır. Öyleyse ikinci sıraya da C hedefi yerleşir. Kalanlardan ise B'nin D ye önceliği vardır. Buna göre öncelik sıralaması aşağıdaki gibi yapılabilir.

Öncelik sırası	Hedef	Öncelik
1	A	P_1
2	C	P_2
3	B	P_3
4	D	P_4

Eğer çiftlerin karşılaştırılması durumunda karar vericinin yargısı tutarlı değilse istenilen tarzda bir hedef sıralaması yapılamaz. Örneğin;

$$A > B$$

$$B < C$$

$$A > C$$

$$B > D$$

$$D < A$$

$$C > D$$

Burada ;

A, C'ye tercih edilir.

C,B'ye tercih edilir.

Dolayısıyla $A > B$ ye tercih edilmelidir. Ancak karar vericinin yargısına göre $B > A$ ya tercih edilir. Burada bir tutarsızlık söz konusudur.

Yönetimin hedeflerini sıralarken dikkate alması gereken çok sayıda öncelik düzeyi varsa başka bir problem ortaya çıkar. Bu durumda hedeflerin tutarlı bir şekilde sıralanması zordur. Bu yüzden model kurmada sistem gerçeklerine uygun olarak öncelikler sayısı azaltılmalıdır.³¹

2.5.4 Negatif Olmama Koşulu

Doğrusal programlamada olduğu gibi doğrusal hedef programlamadaki değişkenler de sifıra eşit yada sıfırdan büyük olmak zorundadır. Bütün doğrusal hedef programlarında karar değişkenlerinin yanısıra sapma değişkenleri de yer almaktadır. Bu sapma değişkenlerinin de sifıra eşit ya da sıfırdan büyük olması gerekmektedir. Dolayısıyla negatif olmama koşulu aşağıdaki gibi gösterilir.³²

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

Örnek 2. 1

X üretim şirketi, A ve B gibi iki ürün üretmektedir. Şirket sattığı her üründen 3 TL kar etmektedir ve ürettiği kadar malı satabilmektedir. Hedeflenen üretim ise A ürünü için 10 br ve B ürünü için 15 br dir. Bu hedefler normal üretim kapasitesi göz önüne alınarak belirlenmiş hedeflerdir. Gerçek üretim kapasitesi hedeflenen üretim seviyesine göre artırılabilir ya da azaltılabilir. Asgari müşteri taleplerini karşılamak üzere 5 br A ürünü üretilmelidir. Hedeflenen kar miktarı 120 TL'dir ve şirket sahibinin önem derecelerine göre en önemliden başlamak üzere sıralanmış aşağıdaki hedefleri vardır.

P_1 : 120 TL'lik kar hedefinin üzerindeki miktarı minimize etmek

P_2 : Her iki ürün için normal üretim kapasitesinin altındaki miktarın minimize edilmesi

³¹ Oberstone, *Ön. ver.*, s. 298.

³² James Killen, (1983), *Mathematical Programming Methods for Geographers and Planners* (NewYork: St. Martin's Press), s.310.

P_3 : Her iki ürün için normal üretim kapasitesinin üstündeki miktarın minimize edilmesi

P_4 : A ürününün minimum üretim kapasitesinin üstündeki miktarın minimize edilmesi

Buna göre bu probleme çözüm getirebilecek doğrusal hedef programlama modelini oluşturunuz.³³

Çözüm:

İlk olarak karar değişkenlerini ve sapma değişkenleri tanımlanır.

x_1 : Üretilen A ürünü miktarı

x_2 : Üretilen B ürünü miktarı

d_1^- : Hedef karın altında kalan para miktarı

d_1^+ : Hedef karın üstüne çıkan para miktarı

d_2^- : A ürününün normal üretim hedefinin altında kalan miktarı

d_2^+ : A ürününün normal üretim hedefinin üstüne çıkan miktarı

d_3^- : B ürününün normal üretim hedefinin altında kalan miktarı

d_3^+ : B ürününün normal üretim hedefinin üstüne çıkan miktarı

d_4^+ : A ürününün minimum üretim ihtiyacının üstüne çıkan miktarı

Değişkenleri tanımladıktan sonra sapmaları minimize etmeye çalışan amaç fonksiyonu ve hedeflerden kaynaklanan kısıtlar dahil edilerek model aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Minimize } Z = P_1 d_1^+ + P_2(d_2^- + d_3^-) + P_3(d_2^+ + d_3^+) + P_4 d_4^+$$

Sınırlayıcılar:

$$3x_1 + 3x_2 + d_1^- - d_1^+ = 120 \quad (\text{Kar hedefi sınırlayıcısı})$$

³³ Schniederjans , Ön. ver. , s.74.

$$x_1 + d_2^- - d_2^+ = 10 \quad (\text{A 'nın normal üretim miktarı sınırlayıcısı})$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 15 \quad (\text{B 'nin normal üretim miktarı sınırlayıcısı})$$

$$x_1 - d_4^+ = 5 \quad (\text{A 'nın minimum üretim miktarı sınırlayıcısı})$$

Negatif Olmama Koşulu:

$$x_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0$$



III. BÖLÜM

HEDEF PROGRAMLAMA MODELLERİNİN ÇÖZÜM METOTLARI

3.1 Genel Olarak Çözüm Metotları

Genel olarak şimdiye kadar yapılan çalışmalar doğrusal hedef programlama modellerinin çözümüne yönelik üç değişik metot önermiştir.¹

1. Grafik Yöntemle Çözüm
2. İterasyon Metodu (Ardışık doğrusal hedef programlama yöntemi)
3. Değiştirilmiş Simplex Metodu

Bu yöntemlerden daha sık kullanılan iterasyon metodu ve değiştirilmiş simplex metoduna geçmeden önce, grafik metodunun incelenmesi yerinde olacaktır. Bunun sebepleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.²

1. Çözüm yaklaşımının temel felsefesini göstermektedir.
2. Hedef programlamadaki bazı temel kavramların tanımlanmasına yardımcı olmaktadır.
3. Doğrusal programlamayla doğrusal hedef programlama arasındaki temel farklılıkları göstermektedir.

3.2 Grafik Yaklaşımı

Tek amaçlı doğrusal programlamayla hedef programlama arasında önemli bir fark bulunmaktadır. Doğrusal programlama, amacı maksimize ya da minimize edecek bir nokta ararken, doğrusal hedef programlama birbiriyle çelişen hedefleri uzlaştıracak

¹ Zeleny Milan, (1982), **Multiple-Criteria Decision Making** (USA : Mc Graw Hill) s. 283.

² James Ignizio. (1982), **Linear Programming in Single & Multiple Objective System** (New Jersey: Prentice Hall), s. 393.

bir bölge araştırmaktadır. Bu iki programlamanın grafik çözümündeki diğer bütün aşamaları aynıdır. Bu aşamalar aşağıdaki gibi sıralanabilir.³

1. Bütün hedef ve sistem kısıtlayıcıları çizilir.
2. Birinci önceliği olan hedefler için çözüm alanı belirlenir.
3. Daha sonra bir sonraki önceliği olan hedefler için çözüm alanı belirlenir. Ancak bu çözüm alanı ilk öncelikli hedefler için belirlenmiş olan çözüm alanını dejenere edecek şekilde olmamalıdır.
4. Eğer işlemin herhangi bir anında çözüm bölgesi tek bir noktaya indirgenebilirse, işlem sonuçlandırılabilir. Çünkü bu durumda yeni bir gelişme sağlanamaz.
5. Üçüncü ve dördüncü adımlar tek bir noktaya indirgenene kadar ya da bütün öncelik düzeyleri değerlendirilinceye kadar tekrarlanır.

Bu aşamaları bir örnekle açıklamaya çalışalım.

Örnek 3. 1

Amaç Fonksiyonu

$$\text{Minimize } Z = P_1 (d_1^+ + d_2^+) + P_2 d_3^- + P_3 d_4^+ + P_4 d_5^+$$

Sınırlayıcılar

$$4x_1 + 5x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

$$4x_1 + 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 48$$

$$80x_1 + 100x_2 + d_3^- - d_3^+ = 800$$

$$x_1 + d_4^- - d_4^+ = 6$$

$$x_1 + x_2 + d_5^- - d_5^+ = 7$$

Yukarıdaki doğrusal hedef programlama modelini grafik metoduyla çözüyoruz.⁴

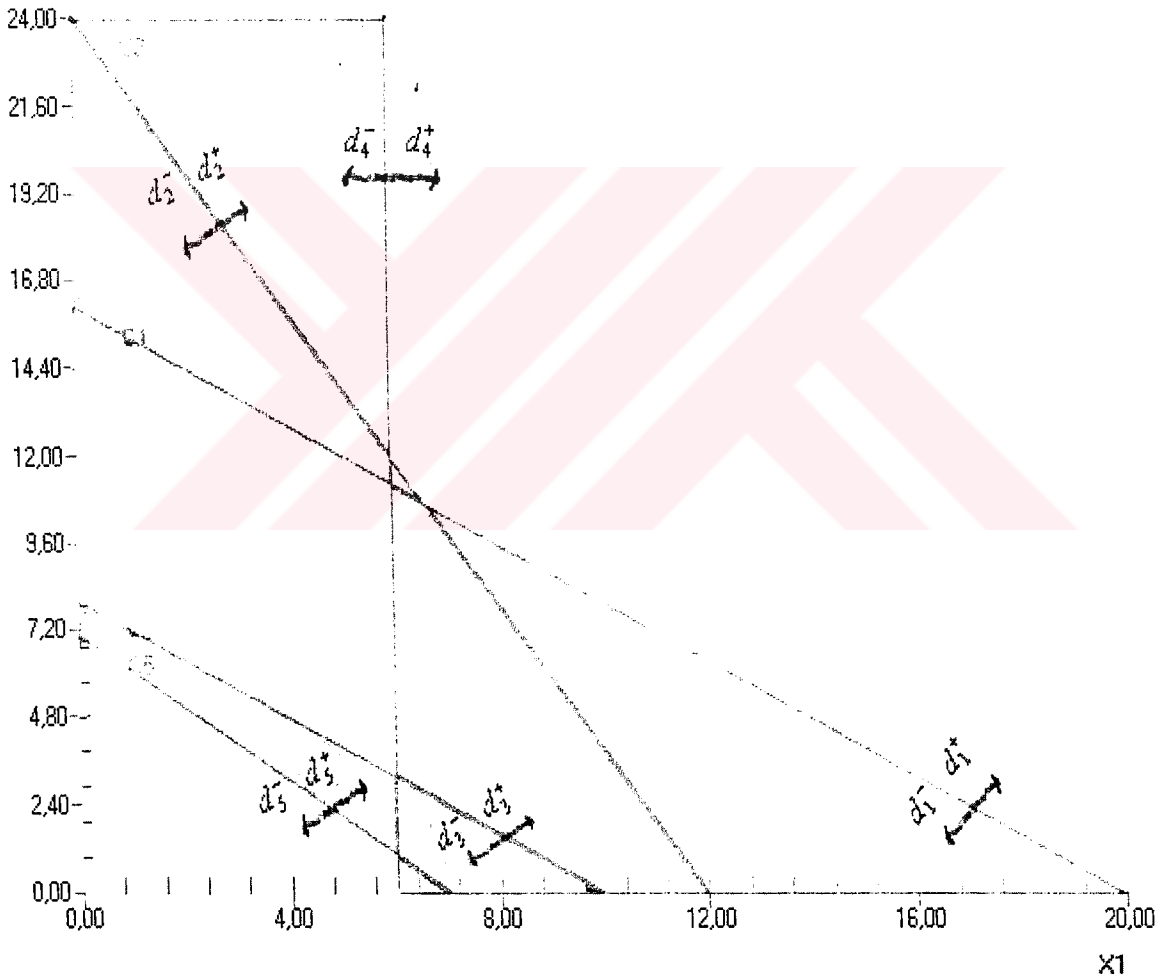
³Guiseppe A. Forgianne, (1990), *Quantitative Management* (USA: Dryden Press), s. 478.

⁴Ignizio, *Ön.ver.*, s. 395.

Çözüm:

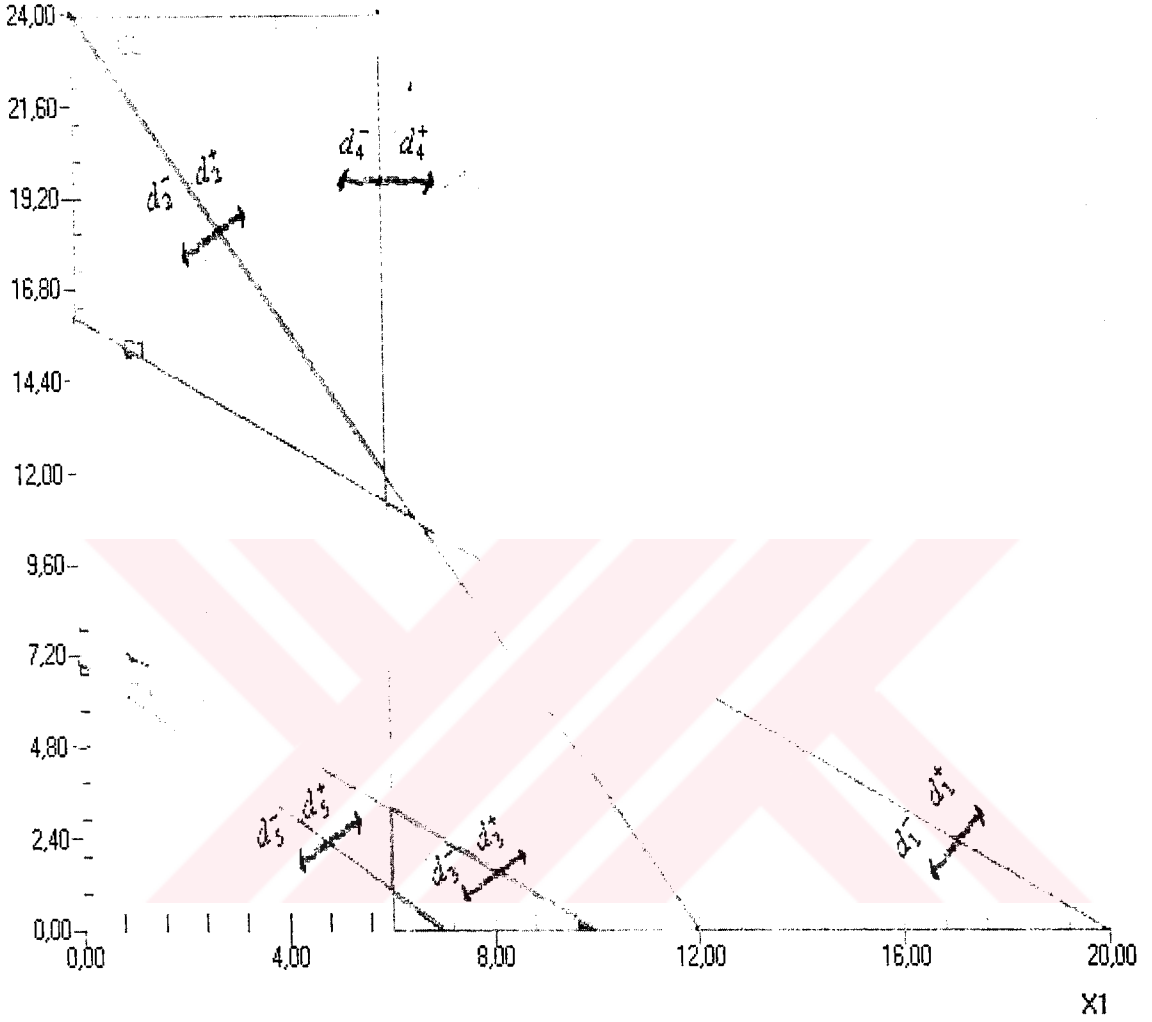
İlk olarak beş hedef denklemi koordinat düzlemi üzerinde çizilir. Bu denklemler çizilirken sadece karar değişkenleri kullanılır. Diğer yandan her bir sapma değişkenindeki artışın etkisi, her bir hedef denklemine dik olarak çizilen oklarla yansıtılır. Minimize edilmesi istenen sapma değişkeni daire içine alınır.

Şekil 3.1 Örnek 3.1 Hedef Kısıtlarının Grafik Üzerinde Gösterimi



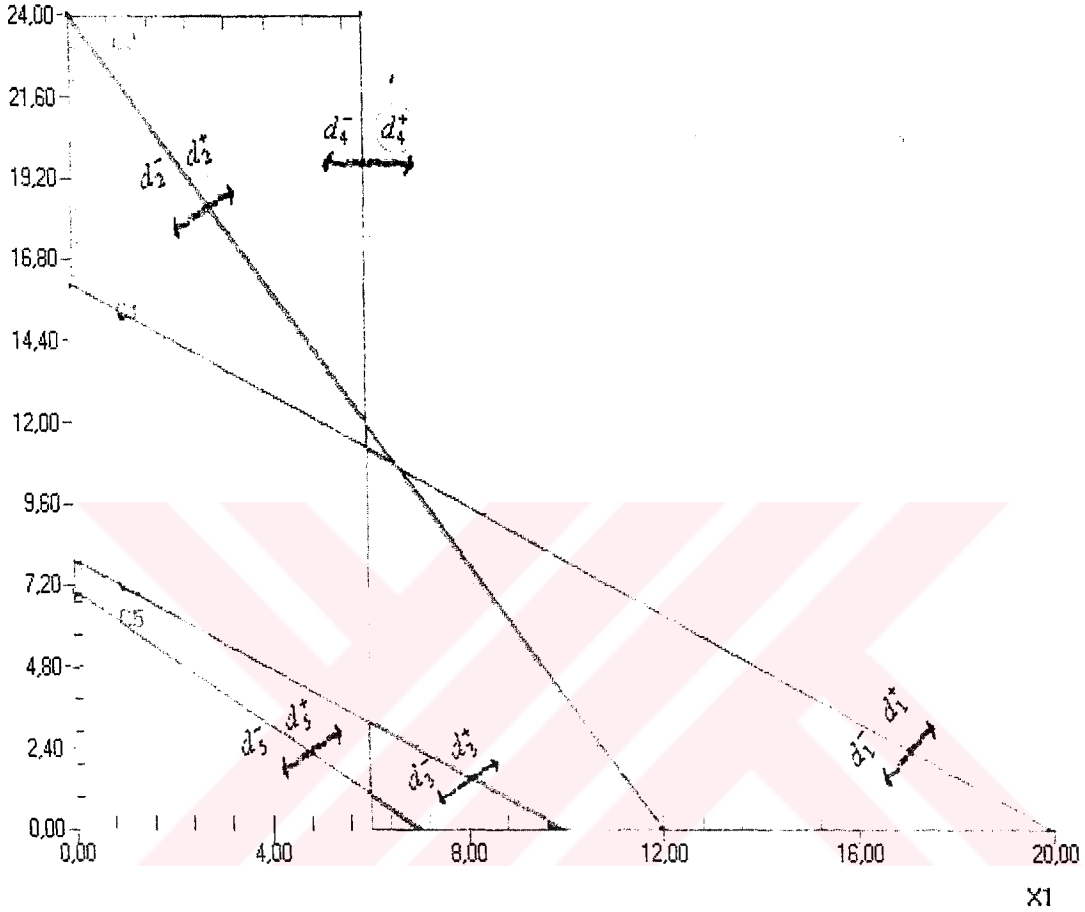
İlk olarak önceliği olan P_1 ve P_2 hedefleri göz önünde bulundurulur. İki hedef de d_1^+ ve d_2^+ nın aynı anda minimize edilmesiyle karşılanabilir. Dolayısıyla bu iki hedefi karşılayan alan aşağıdaki gibidir.

Şekil 3.2 Örnek 3.1 1.Öncelik Düzeyindeki Hedefi Gerçekleyen Bölge



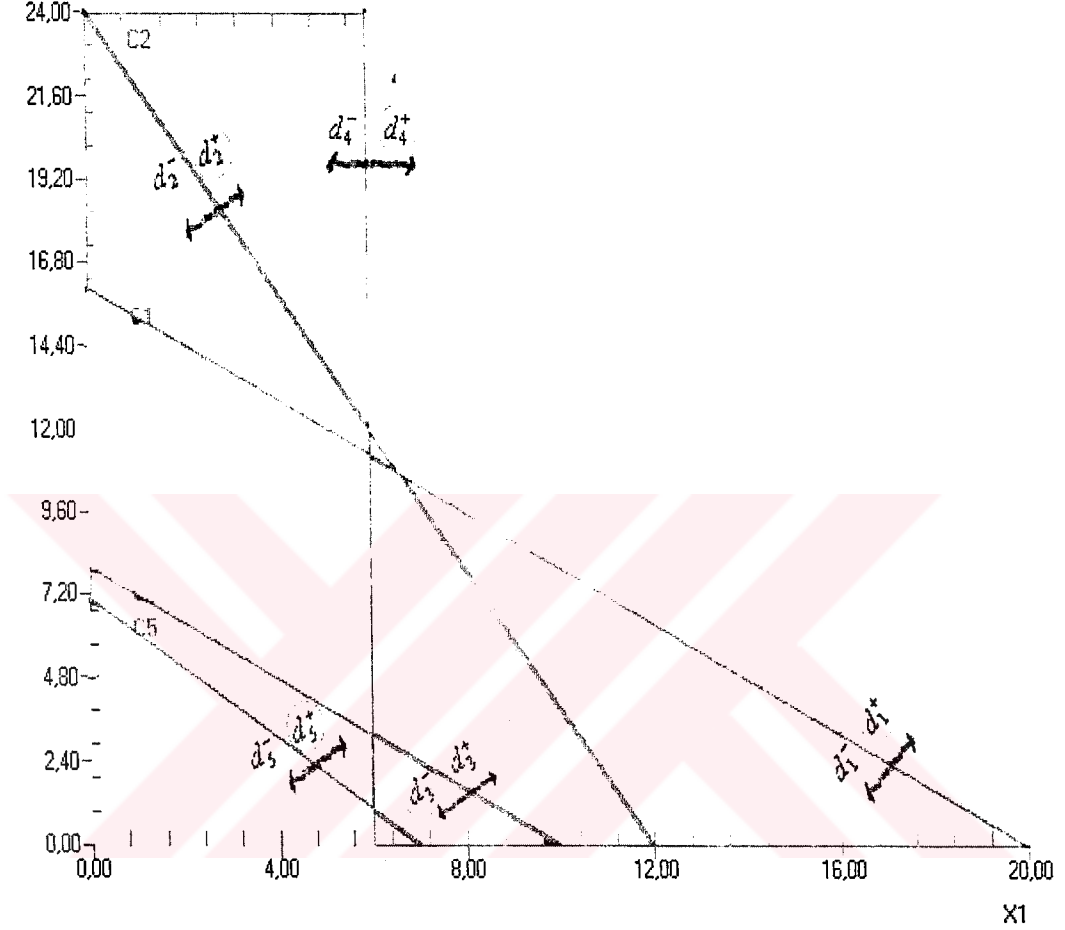
Daha sonra ikinci önceliğe geçilir. Bu da d_3^- nin minimize edilmesiyle gerçekleştirilecek hedeftir. Belki de ilk önceliği olan hedefi bozmadan d_3^- sıfır yapılabilir. Yani d_1^+ ya da d_2^+ arttırılmadan, d_3^- sıfır yapılabilir. Böylece yeni çözüm alanı aşağıdaki gibi olacaktır.

Şekil 3.3 Örnek 3.1 1. ve 2. Öncelik Düzeylerindeki Hedefleri Gerçekleyen Bölge



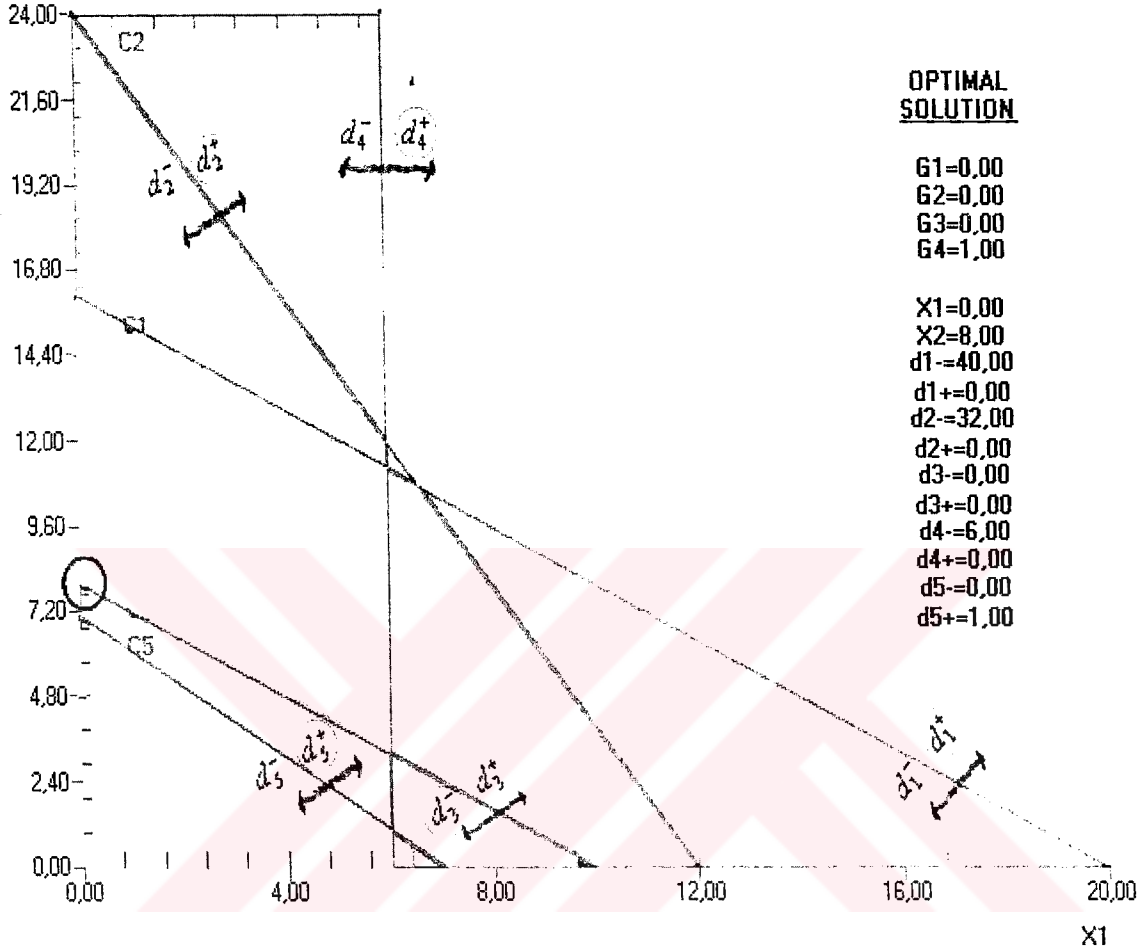
Daha sonra üçüncü öncelik düzeyine geçilir ve burada d_4^+ minimize edilmeye çalışılır. Yine burada üçüncü öncelik düzeyindeki hedef, $(d_1^+ + d_2^+)$ ve d_3^- yi bozulmaya uğratmadan minimize edilmeye çalışılır. Yeni bölge aşağıdaki gibidir.

Şekil 3.4 Örnek 3.1 1., 2. ve 3. Öncelik Düzeylerindeki Hedefleri Gerçekleyen Bölge



Böylece en son öncelik düzeyine ulaşılmış olur. Bu son aşamada d_5^+ minimize edilmeye çalışılır. Son şekilden de anlaşılacağı gibi daha önceki hedefleri bozulmaya uğratmadan d_5^+ sıfır yapılamamaktadır. d_5^+ minimum olduğu nokta $x_1=0$ ve $x_2=8$ noktasıdır. Dolayısıyla çözüm bu noktalardır. Bu da şekilde gösterilmiştir. Başarım vektörü $P(0,0,0,1)$ olarak bulunur.

Şekil 3.5 Örnek 3.1 Optimum Çözüm



Son öncelik düzeyi dışındaki bütün öncelikler tam olarak karşılanabilmektedir. Son hedeften ise 1 br lik sapma gerçekleştirilmiştir.

Grafik yöntem uygulaması kolay bir yöntemdir. Ancak bu yöntem, karar değişkeni sayısının iki ve ya en fazla üç tane olduğu modellerde kullanılabilen, daha fazla karar değişkeninin bulunduğu modellerde uygulanamamaktadır. Hatta üç tane karar değişkeni olduğunda üç boyutlu bir grafikte çalışmak zorunda kalınacağından, bu yöntem tercih edilmemektedir. Fakat modelde bir ya da iki tane karar değişkeni varsa bu yöntem hızlı ve pratik olduğundan kullanılabilir.⁵

⁵ Lawrence L. Lapin, (1992), **Quantitative Methods for Business Decisions** (San Diego: Hcourt Brace Jovanovich), s. 503.

3.3 Hedef Programlamanın İterasyon Metodu ile Çözümü

Genel bir hedef programlama modeli aşağıdaki algoritmayla ifade edilebilir.⁶

Amaç Fonksiyonu

$$\text{Minimum } Z=[P_1h_1(d^-, d^+), P_2h_2(d^-, d^+), \dots, P_lh_l(d^-, d^+)]$$

Hedef Denklemleri

$$g_k(x) + d_k^- - d_k^+ = b_k \quad k = 1, 2, 3, \dots, p$$

$$f_i(x) + d_{k+1}^- - d_{k+1}^+ = C_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0 \quad \forall_j$$

$$d_j^- \cdot d_j^+ = 0 \quad \forall_j$$

Burada belirtilen d^-, d^+ hedeften sapmaları göstermektedir.

Genel olarak bir hedef programlama modelinde kısıtlayıcıların ilk k tanesi karar ortamından gelen ve teknoloji kısıtlayıcıları, kapasite kısıtlayıcıları ya da sistem kısıtlayıcıları olarak da anılan kısıtlayıcılardır. Bunlar esnek olmayan kısıtlayıcılarıdır ve kesinlikle karşılanması gerekir. Diğer m tane kısıtlayıcı ise karar vericinin ulaşmak istediği hedef değerlerinden çıkartılan kısıtlayıcılarıdır. Dolayısıyla ilk k tane kısıtlayıcı önem olarak bakıldığında diğer m tane kısıtlayıcıdan daha önemlidir. $p+m=r$ olmak üzere formülasyon aşağıdaki gibi kısaltılabilir.⁷

Amaç Fonksiyonu

$$\text{Minimum } Z=[P_1h_1(d^-, d^+), P_2h_2(d^-, d^+), \dots, P_lh_l(d^-, d^+)]$$

Hedef Denklemleri

$$g_j(x) + d_j^- - d_j^+ = b_j \quad j = 1, 2, 3, \dots, r$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0 \quad \forall_j$$

⁶ Evren ve Ülengin, *Ön.ver.*, s.70.

⁷ Ayn., s.71.

$$d_j^- \cdot d_j^+ = 0 \quad \forall_j$$

Doğrusal hedef programlama modellerinin iterasyonla çözüm tekniğinin temel mantığı grafik yöntemde uygulanan mantıkla birbirine benzemektedir. Burada öncelikle birinci derecede önemli başarıma fonksiyonu $h_1 (d^-, d^+)$ minimize edilir. Bu işlemi ikinci derecede önemli başarıma fonksiyonu $h_2 (d^-, d^+)$ nin minimize edilmesi izler. Bu işlem son başarıma fonksiyonu olan $h_l (d^-, d^+)$ nın minimize edilmesine kadar devam eder. Özetle doğrusal hedef programlama fonksiyonu önem derecesine göre sıralanmış ardışık l tane alt klasik doğrusal programlama modelinin çözümüdür. Bu özelliğiyle de ardışık hedef programlama (sequential linear goal programming) yaklaşımı olarak bilinir.

Alt Problem 1

Amaç Fonksiyonu

$$\text{Minimum } h_1 (d^-, d^+)$$

Hedef Denklemleri

$$g_k (x) + d_k^- - d_k^+ = b_k \quad k = 1, 2, 3, \dots, p$$

$$d^-, d^+ \geq 0$$

Yukarıdaki k tane hedef denklemini sağlayan ve amaç fonksiyonunu en küçükleyen $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ çözümü hesaplanacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta birinci derecede önemli olan hedef minimize edilirken, kısıtlayıcılarda sadece teknoloji kısıtlarının, yani karşılanması zorunlu olan kısıtlayıcıların bulunduğudur.

Birinci alt problemin çözümünün $h_1^* = h_1 (d^-, d^+)$ olduğu kabul edilirse, kullanılan kısıtlayıcılarının zorunlu kısıtlardan oluşması nedeniyle $h_1^* = 0$ olacağı açıktır. Eğer $h_1^* \neq 0$ ise bu hedef programlama modelinin çözümü yoktur. Başka bir ifadeyle bu zorunlu kısıtlayıcıları sağlayan herhangi bir çözüm bölgesi yoktur. Eğer $h_1^* = 0$ ise sıra 2. alt problemin oluşturulup çözülmesine gelir.

Alt Problem 2Amaç Fonksiyonu

$$\text{Minimum } h_2(d^-, d^+)$$

Hedef Denklemleri

$$g_k(x) + d_k^- - d_k^+ = b_k \quad k = 1, 2, 3, \dots, p$$

$$f_1(x) + d_{p+1}^- - d_{p+1}^+ = c_1$$

$$h_1(d^-, d^+) \leq h_1^*$$

$$d^-, d^+ \geq 0$$

Burada göze çarpan en önemli nokta 2. alt problem çözülürken 1. alt problemin optimum çözümünden fedakarlık yapılamadığıdır. 2. alt problem de $h_2^* = h_2(d^-, d^+)$ olarak çözüme ulaştırıldıktan sonra sıra 3. öncelikli önem derecesine sahip hedef için bir alt problemin oluşturulup çözülmesine gelmiştir. Buna göre oluşturulan 3. alt problem aşağıdaki gibi olmaktadır.

Alt Problem 3Amaç Fonksiyonu

$$\text{Minimum } h_3(d^-, d^+)$$

Hedef Denklemleri

$$g_k(x) + d_k^- - d_k^+ = b_k \quad k = 1, 2, 3, \dots, p$$

$$h_1(d^-, d^+) \leq h_1^*$$

$$f_1(x) + d_{p+1}^- - d_{p+1}^+ = c_1$$

$$h_2(d^-, d^+) \leq h_2^*$$

$$f_2(x) + d_{p+2}^- - d_{p+2}^+ = c_2$$

$$d^-, d^+ \geq 0$$

Yine bu alt problemin çözümünde de bir önceki alt problemin çözümünden elde edilen sonuçtan fedakarlık edilmediği görülmektedir. Üçüncü alt problemin çözümünden elde edilen sonuç $h_3^* = h_3(d^-, d^+)$ olur. Bu şekilde ardışık doğrusal programlama modellerinin çözümüne devam edildiğinde $1 \leq j \leq l$ olmak üzere j . alt problem aşağıdaki gibi olacaktır.

Amaç Fonksiyonu

Minimum $h_j(d^-, d^+)$

Hedef Denklemleri

$$g_k(x) + d_k^- - d_k^+ = b_k \quad k = 1, 2, 3, \dots, p$$

$$h_{i+1}(d^-, d^+) \leq h_{i+1}^* \quad i = 1, 2, \dots, j-1$$

$$f_i(x) + d_{p+i}^- - d_{p+i}^+ = c_i \quad i = 1, 2, \dots, j-1$$

$$d^-, d^+ \geq 0$$

Örnek 3. 2

Bir cıvata fabrikası biri yüksek diğeri düşük kalite olmak üzere iki ana tip cıvata üretmektedir. Düşük kaliteli ikinci tip cıvata diğer civataların 4 misli kar getirmektedir. Düşük kaliteli ikinci tip civatanın biriminin üretim zamanı birinci tipin iki mislidir. Sadece birinci tip cıvata üretilseydi, günde 800 tane yapılabilecekti. Her iki tip cıvata için günde ancak 600 civatalık malzeme temin edilebilmektedir. Yönetim ikinci tip civatadan günde 300 taneden fazla yapmak istememektedir. İşletmenin belirlenen kar hedefi 1600 TL dir. İmal edilen tüm civatalar satılabildiğine göre ve işletmenin kaliteli cıvata sattığı iyi bir müşterisinden 650 br lik ani bir talep geldiği ve yönetimin de bunu elden geldiğince karşılamak istediği farzedildiğine göre karı maksimum yapan çözümü bulunuz?⁸

⁸ Aynı. , s.57

Çözüm:

Öncelikle hemen bütün anlatılanları karşılayacak doğrusal hedef programlama modeli oluşturulur. Buna göre hedef programlama modeli aşağıdaki gibi olur.

Amaç Fonksiyonu

$$\text{Minimize } Z = P_1 (d_1^+ + d_2^+ + d_3^+) + P_2 d_4^- + P_3 d_5^-$$

Burada;

$$h_1 (d^-, d^+) = (d_1^+ + d_2^+ + d_3^+)$$

$$h_2 (d^-, d^+) = d_4^-$$

$$h_3 (d^-, d^+) = d_5^-$$

Sınırlayıcılar

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 800$$

$$x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 600$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 300$$

$$x_1 + d_4^- - d_4^+ = 650$$

$$x_1 + 4x_2 + d_5^- - d_5^+ = 1600$$

$$x, d^-, d^+ \geq 0$$

Bu hedef programlama modelinin çözümü için iterasyon metodu kullanılabilir. Bu nedenle öncelikle program alt programlara ayrılır ve ayrılan alt programlardan ilk önceliğe sahip olan aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

Alt Problem1

$$\text{Minimize } h_1 = P_1 (d_1^+ + d_2^+ + d_3^+)$$

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 800$$

$$x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 600$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 300$$

$$x, d^-, d^+ \geq 0$$

Oluşturulan bu basit doğrusal programlama modeli çözülecek olursa $x=(x_1, x_2)$ karar değişkeninin çözümü yanında $d_1^+ = d_2^+ = d_3^+ = 0$ bulunur. Buna göre $h_1^* = 0$ dır ve dolayısıyla bu hedef programlama modelinin çözümü vardır. Yani sistemden gelen zorunlu kısıtlayıcıları karşılayan bir olurlu bölge bulunmaktadır. Bu durumda 2. alt problemin modellenip çözülmesine geçilir.

Alt Problem2

$$\text{Minimize } h_2 = d_4^-$$

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 800$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 300$$

$$x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 600$$

$$x_1 + d_4^- - d_4^+ = 650$$

$$x, d^-, d^+ \geq 0$$

Oluşturduğumuz bu problemi çözersek elde ettiğimiz sonuç;

$$x_1 = 600, x_2 = 0, d_4^- = 50 \quad \text{olur.}$$

Şimdi de üçüncü alt programın oluşturulmasına ve çözümüne geçilebilir.

Alt Problem3

$$\text{Minimize } h_3 = d_5^-$$

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 800$$

$$x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 600$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 300$$

$$x_1 + d_4^- - d_4^+ = 650$$

$$d_4^- \leq 50$$

$$x_1 + 4x_2 + d_5^- - d_5^+ = 1600$$

$$x, d^-, d^+ \geq 0$$

Burada yine dikkat edilmesi gereken husus bir önceki problemin çözümünde elde edilen sonuçtan fedakarlık edilemeyeceğidir. Bunu sağlamak için $d_4^- \leq 50$ kısıtlayıcısı kısıtlara dahil edilmiştir. Problem çözüldükten sonra elde edilen değerler.

$$x_1 = 600, \quad x_2 = 0, \quad d_5^- = 1000 \quad h^* = (0, 50, 1000)$$

olarak bulunabilir.

Bu sonuçlardan çıkarılacak yorum işletme en uygun çözüm için dördüncü hedefinden 50 br fedakarlık yapmak zorundadır. Yani iyi bir müşterisinin 650 br lik talebinin tamamını değil 600 br lik kısmını karşılayacaktır. Yine işletme kendine hedef olarak seçtiği 1600 br lik karda 1000 br lik fedakarlık edecek ve 600 br lik kara razı olacaktır.

Eğer fabrika iyi müşteriden aldığı 650 br lik isteği karşılamayı daha önemli saymayıp, karını maksimum yapmayı daha önemli saysaydı, yani P_2 ağırlığı kar amacına verilseydi çözüm aşağıdaki gibi olacaktır.

Alt Problem2

$$\text{Minimize } h_2 = d_5^-$$

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 800$$

$$x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 600$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 300$$

$$x_1 + 4x_2 + d_5^- - d_5^+ = 1600$$

$$x, d^-, d^+ \geq 0$$

Bu alt problemin çözümü;

$$x_1 = 200, \quad x_2 = 300, \quad d_5^- = 200$$

Alt Problem 3

$$x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 800$$

$$x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 600$$

$$x_2 + d_3^- - d_3^+ = 300$$

$$x_1 + 4x_2 + d_5^- - d_5^+ = 1600$$

$$d_5^- \leq 200$$

$$x_1 + d_4^- - d_4^+ = 650$$

$$x, d^-, d^+ \geq 0$$

ve sonuç olarak çözüm ;

$$x_1 = 200, \quad x_2 = 300, \quad d_4^- = 450 \quad h^* = (0, 200, 450)$$

Burada da fabrika kar dan 200 br fedakarlıkta bulunacak ve iyi müşterisinin talebini de 450 br eksik karşılayacaktır.

3.4 Hedef Programlama Modellerinin Değiştirilmiş Simplex Metoduyla Çözümü

Klasik doğrusal programlama modellerinin çözümünde en önemli gelişme simpleks metodunun bulunmasıdır. Simplex metodu ardışık işlemler gerçekleştirilerek optimum çözüme ulaşmak için iteratif süreç kullanan bir yöntemdir. Hemen hemen bütün doğrusal matematik programlama modellerine uygulanabilen bu yöntem, biraz daha geliştirilerek doğrusal hedef programlama modellerinin çözümünde de kullanılabilir.⁹

Doğrusal hedef programlama problemlerinin çözümünde kullanılan simpleks metodu, klasik doğrusal programlama modelinde kullanılan simpleks metodunda bazı değişiklikler yapılmasıyla elde edilmiştir ve bu nedenle de “ Değiştirilmiş simpleks yöntemi” adıyla bilinir.¹⁰

Değiştirilmiş simpleks yöntemi uygulanırken izlenecek kurallar ve aşamalar aşağıdaki gibidir.¹¹

Aşama1: Başlangıç Değiştirilmiş Simpleks Tablosunun Düzenlenmesi

Doğrusal hedef programlama modelinde yer alan her öncelik düzeyi için $Z_j - C_j$ satırı bulunarak başlangıç simpleks tablosu oluşturulur. İndeks matrisi olarak bilinen $Z_j - C_j$ matrisinde; öncelikler (P_1, P_2, \dots) sıralanır. Başlangıç değiştirilmiş simpleks tablosunda, negatif sapma değişkenleri temelde bulunur. Doğrusal hedef modellerinin çözümünde kullanılan değiştirilmiş simpleks tekniğinin başlangıç tablosu aşağıdaki formata uygundur.

⁹ William E. Pinney ve Donald B. McWilliams, (1987), **Management Science: An Introduction to Quantitative Analysis for Management** (New York: Harper & Row Publishers) s. 244.

¹⁰ Eppen Gould Schmidt, (1993), **Introductory Management Science** (USA: Prentice-Hall), s.499.

¹¹ Atlas ve Keçek, **Ön.ver.**, s. 91.

Tablo3.1 Genel Değiştirilmiş Simpleks Başlangıç Tablosu

	P_K		
	P_1		
$P_K \dots P_1$	V	b	$x_1 \dots x_j \quad d_1 \dots d_r$
	d_1^-	b_1	$e_{1,1} \dots e_{1,j} \quad e_{1,j+1} \dots e_{1,j+r}$
		
	d_r^-	b_r	$e_{r,1} \dots e_{r,j} \quad e_{r,j+1} \dots e_{r,j+r}$
İNDEKS MATRİSİ	P_K	a_k	$I_{K,1} \dots I_{K,j} \quad I_{K,j+1} \dots I_{K,j+r}$
	P_1	a_1	$I_{1,1} \dots I_{1,j} \quad I_{1,j+1} \dots I_{1,j+r}$

Kaynak: Mahmut Atlas ve Gülnur Keçek, (2000), "Hedef Programlama ve Bir Seramik İşletmesinde Uygulama Denemesi," *Anadolu Üniversitesi İİBF Dergisi*, Cilt:16, Sayı, 1-2, s.81

Aşama2: Temele Girecek Değişkenin Belirlenmesi

P_1 öncelik düzeyindeki $Z_j - C_j$ satırının sağ taraf değerine bakılır. Eğer bu değer sıfır ise, P_1 öncelikli hedef ulaşılmıştır, altıncı aşamaya geçilir. Eğer sıfır değilse, 1. indeks satırının pozitif değerleri kontrol edilir. Pozitif değer alan sütunların bir üstteki öncelik düzeyinde, pozitif değerlerin en büyüğünün bulunduğu sütun anahtar sütun olarak seçilir. Eğer böyle bir sütun bulunamadıysa, beşinci aşamaya gidilir.

Aşama3: Temelden Çıkacak Değişkenin Belirlenmesi

Temelden çıkacak değerlerin belirlenmesi için klasik doğrusal programlamadaki gibi, sağ taraf değerleri anahtar kolonda bu değere karşılık gelen elemana bölünür ve bir

oran elde edilir. Bu oranlar arasından en küçük negatif olmayan orana sahip değişken temelden çıkar.

Aşama4: Yeni Tablo Oluşturulması

Öncelikle anahtar satırın yeni değerleri bütün satır anahtar sayıya bölünerek bulunur. Daha sonra diğer bütün satırlar klasik doğrusal programlamada olduğu gibi anahtar sütündeki anahtar eleman dışındaki elemanların elementer satır işlemleri vasıtasıyla 0 yapılmasıyla hesaplanır.

Aşama 5:İkinci Öncelik Düzeyinin Değerlendirilmesi:

Bir sonraki öncelik düzeyi yani $k=k+1$, değerlendirilir. Eğer k , önceliklerin toplam sayısını aşmamışsa, ikinci aşamaya gidilir.

Aşama 6: En İyiliğin Sınanması

Eğer indeks matrisindeki $\forall a_k = 0$ ise hedeflere ulaşılmıştır. Herhangi bir satırdaki $a_k > 0$ ise, ilgili satırdaki I değerleri kontrol edilir. Pozitif I değerlerinin bulunduğu sütunlarda bir üst öncelik düzeyi için negatif I değerleri varsa, incelenen hedeflere ulaşılmıştır. Bir sonraki hedef için benzer işlemler yapılır ve yedinci aşamaya gidilir. Eğer pozitif I değerlerinin bulunduğu sütunlarda bir üst öncelik için yine pozitif I değerleri varsa, incelenen hedefe ulaşılamamıştır, ikinci aşamaya gidilir.

Aşama7: Hedeflere Erişmenin Analiz Edilmesi:

Karar verici altıncı adımda çelişen hedeflerini değerlendirme fırsatı bulmaktadır. Eğer elde edilen sonuçlar tatmin edici değilse; karar verici hedeflerin öncelik sıralarını değiştirmek isteyebilir. Bu durumda doğrusal hedef programlama modeli hedeflerin yeni önceliklerine göre değiştirilerek birinci adıma gidilir.

Örnek 3.3

X kumaş fabrikası yünlü ve pamuklu olmak üzere iki tip elbiselik kumaş üretmektedir. Her iki tip için saatte üretilen miktar aynı olup 1000 metredir. Fabrikanın haftalık çalışma kapasitesi 40 saat olup, iki vardiya teşkil edilmesi halinde 80 saat olmaktadır. Pazarlama bölümünün araştırma sonuçlarına göre haftalık en fazla satış miktarı yünlü için 60000 metre, pamuklu içinse 45000 metredir. Muhasebe bölümünden edinilen bilgiye göre yünlünün metresinden 250 para birimi, pamuklu içinse 150 para

birimi kar sağlanacaktır. Şirket yönetimi kendi başarılarının iyi bir işçi –işveren ilişkisinin olmasına bağlı olduğunun bilincindedir. Bu nedenle sendika ile iyi geçinmeyi istemekte dengeli bir istihdam seviyesini gerçekleştirmeyi en önemli hedef saymaktadır. Normal üretim kapasitesini aşan talep olması halinde yönetim üretim kapasitesini fazla mesai ile rahatlıkla arttırabilmektedir. Bu arada yönetim fabrikanın 10 saatten fazla, fazla mesai yapması halinde masrafların daha çok arttığını bildiğinden bu sınırı aşmamaya çalışmaktadır. Yönetimin başlıca dört amacı önem sırasına göre aşağıdaki şekildedir.

P_1 : Üretim kapasitesinin herhangi bir şekilde altına düşülmemesi

P_2 : Fabrikanın ihtiyaç duyacağı fazla mesainin 10 saati aşmaması

P_3 : Yünlü ve pamuklu için tahmin edilen 60.000 ve 40.000 metrelik satış hacimlerinin mümkün olduğu kadar altında kalınmaması

P_4 : Fabrikanın fazla mesai çalışma zamanının mümkün olduğu kadar az tutulması

Bu problemde birbiriyle çelişen çok amaçlı bir problemle karşı karşıya kalındığından hedef programlaması yaklaşımı kullanılmalıdır.¹²

Çözüm:

Öncelikle karar ve sapma değişkenleri tanımlanarak, sistem ve hedef kısıtları oluşturulur:

x_1 : Yünlü kumaş üretimi için kullanılan süre

x_2 : Pamuklu kumaş üretimi için kullanılan süre

d_1^- : Üretim kapasitesinin eksik kullanım süresi

d_1^+ : Üretim kapasitesinin eksik kullanım süresi

d_2^- : Yünlü kumaş hedefinin altında kalan miktar

d_3^- : Pamuklu kumaş hedefinin altında kalan miktar

d_4^- : 10 saatlik fazla mesai süresinden negatif sapma

¹² Evren ve Ülengin, *Ön.ver.*, s. 65.

d_4^+ : 10 saatlik fazla mesai süresinden pozitif sapma

a) Üretim Kapasitesi:

Üretim kapasitesi iki vardiya çalışılması halinde 80 saat/hafta ile sınırlıdır. Bu kısıt klasik doğrusal programlamada olduğu gibi $x_1+x_2 \leq 80$ şeklinde ifade edilebilir. Pozitif ve negatif sapma değişkenleri de ilave edilirse bu kısıt;

$$x_1+x_2+d_1^- - d_1^+ =80 \text{ haline gelir.}$$

b)Satışlar:

Yapılan pazarlama araştırmasına göre yünlü ve pamuklu kumaşlardan en fazla satılabilecek miktarlar sırasıyla 60000 ve 45000 metredir ve bu miktarın aşılmasına imkan yoktur. Sapma değişkenleri de eklenerek hedef denklemi;

$$x_1+d_2^- =60$$

$$x_2+d_3^- =45$$

olacaktır.

c)Fazla mesai süresi:

Fazla mesai süresi üretim kapasitesi ile ilgili denklemde d_1^+ olarak ifade edilmişti. Ancak yönetimin amaçlarından biri de fazla mesai süresi olarak tesbit edilen 10 saatlik hedeften, daha fazla olan çalışma gerekliliğini azaltmaktır. Bu nedenle üretim kapasitesinin yanısıra bu ilave kapasite hedef değeri için de aşağıdaki hedef denklemi yazılabilir.

$$d_1^+ + d_4^- - d_4^+ =10$$

Bu denklemde;

$$d_1^+ =10 - d_4^- + d_4^+$$

değeri üretim denkleminde yerine yazılırsa;

$$x_1+x_2+d_1^- - d_1^+ =80$$

$$x_1+x_2+d_1^- - (10 - d_4^- + d_4^+) =80$$

$$x_1 + x_2 + d_1^- + d_4^- - d_4^+ = 90 \quad \text{bulunur.}$$

Son denklemde sağ taraf 80 i aştığı için d_1^- nin sıfır olacağı görülmektedir. Bundan sonra amaç denklemi kurulabilir.

Bilindiği gibi ana amaç hedef değerlerden sapmaları minimize etmektir. Bunu yaparken önce en önemli amaç tamamen tatmin edilecek daha sonra ikincisi, üçüncüsü ve dördüncüsü sırasıyla tatmin edilecektir. Yünlü kumaş 250 pb/m pamuklu ise 150pb/kar getirmektedir. Dolayısıyla yünlü kumaşın kara katkısı daha fazla olmaktadır. Yünlü kumaşın pamukluya göre katkı oranı 5/3 olduğu görülmektedir. Bu nedenle yönetim bu amaç çerçevesinde yünlü kumaş imalatına daha çok önem vermektedir. Bu istek amaç denkleminde yünlü kumaş ve pamuklu kumaş satışları ilgili amaçlara sırasıyla 5 ve 3 ağırlıkları verilerek göz önüne alınabilir. Tüm problemin hedef programlama modeli aşağıdaki gibi olacaktır.

Amaç Fonksiyonu

$$\text{Minimize } Z = P_1 d_1^- + P_2 d_4^+ + 5P_3 d_2^- + 3P_3 d_3^- + P_4 d_1^+$$

Hedef Denklemleri

$$x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

$$x_1 + d_2^- = 60$$

$$x_2 + d_3^- = 45$$

$$x_1 + x_2 + d_4^- - d_4^+ = 90$$

$$x, d^-, d^+ \geq 0$$

Bu noktadan sonra yapılması gereken başlangıç simpleks tablosunu kurmaktır. Başlangıç tablosunun kurulmasında esas ilke doğrusal programlama modeline benzemektedir. Başlangıç çözümünün bütün değişkenlerin sıfır olduğu orjinde olduğu kabul edilir. Bu nedenle birinci hedef denkleminde $x_1 = x_2 = 0$ olduğundan fabrikanın toplam çalışma süresi sıfır olacaktır. Bu durumda fabrikanın fazla mesaili çalışma

zamanı da olmayacaktır. ($d_1^+ = 0$) Dolayısıyla fabrikanın normal çalışma kapasitesinin altında çalışma süresi (d_1^-) çözüm bazı olarak ele alınır ve sağ taraf değeri de 80 olur. Benzer nedenle d_2^- ve d_3^- de temel çözüme dahil edilirler. Eğer fabrika çalışmıyorsa son hedef denklemindeki, $d_1^+ + d_4^- - d_4^+ = 10$, d_1^+ ve fabrikanın 10 saatten fazla mesaili çalışma süresi d_4^+ da sıfır olmalıdır. Sonuç olarak d_4^- değeri 10 olacaktır. Genellikle hedef programlamanın başlangıç tablosunda negatif sapma değişkenlerin temel çözümde gözükmesi kuraldır.¹³

Hedef programlamada C_j , amaç fonksiyonunda görüldüğü gibi öncelik faktörleri ve ağırlıklarla temsil edilir. Modelde dört öncelik seviyesi, iki karar ve altı sapma değişkeni olmak üzere sekiz değişken bulunmaktadır. Hedef programlama mantığına göre ilk olarak birinci öncelik seviyesindeki başarıma fonksiyonu elden geldiğince en küçüklenir. Daha sonra önem sırasına göre diğer öncelik seviyeleri değerlendirilir. Buna göre anahtar kolonun seçiminde göz önünde bulundurulacak nokta, değişkenlerin en önemli başarıma fonksiyonunun en küçüklenmesine sağladığı katkıdır. İlk başarıma fonksiyonu tamamen tatmin edildikten sonra anahtar kolonun seçim kriterinde ikinci başarıma fonksiyonunun tatmin edilmesi göz önünde bulundurulur.¹⁴

Hedef programlama problemi bir minimizasyon problemidir. Doğrusal programlamada kullanılan benzer hesaplama yöntemi kullanılarak Z_j değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$Z_j = P_1 \times 80 + 5P_3 \times 60 + 3P_3 \times 45 + 0 \times 10 = 80P_1 + 435P_3$$

Benzer şekilde diğer kolonlar için de aynı hesaplamalar yapılır. Artık uygun önem seviyelerindeki bu değerler başlangıç tablosuna ilave edilebilir.

Hedef programlamadaki saat kolonundaki Z_j değerleri ($P_4=0$, $P_3=435$, $P_2=0$, $P_1=80$) her bir hedefin erişilmemiş kısmını temsil eder. Örneğinin kumaş fabrikasının çalışmaması halinde bile ikinci ve dördüncü hedeflere tamamen erişilmiştir. Amaç fonksiyonuna bakılacak olursa ikinci derecede önemli amacın fabrikanın 10 saatten fazla olan fazla mesaili çalışma zamanını minimize etmek olduğu görülecektir. Fabrika

¹³ Aynı., s.80

¹⁴ Atlas ve Keçek, Ön.ver., s. 91.

bu noktada (orjinde) henüz çalışmamaktadır. Böyle bir durumda fazla mesaili çalışma zamanı da olmayacaktır. Sonuç olarak negatif sapma 80 dir. Yünlü ve pamuklu kumaşların satış hedefinden negatif sapmalar için 5 ve 3 gibi farklı ağırlıklar atanmalıdır. C_j değeri sapma değişkenlerine verilen öncelik faktörlerini, Z_j değerleri de C_j lerle sabitlerin veya katsayıların çarpımlarının toplamını göstermektedir. Buna göre x_1 kolonundaki Z_j değeri $(P_1x_1 + P_3x_5)$ veya P_1+5P_3 olacaktır. x_1 kolonundaki C_j değeri de 0 olduğundan bu kolonundaki $Z_j - C_j$ değeri;

$$P_1+5P_3 - 0 = P_1+5P_3 \quad \text{olacaktır.}$$

Sonuç olarak x_1 kolonundaki $Z_j - C_j$ değeri ; P_1 satırında 1, P_3 satırında 5 olacaktır. Benzer yöntemle x_2 kolonundaki değerler bulunabilir. Bu değer;

$$P_1x_1 + 3P_3x_1 - 0 = P_1 + 3P_3 \quad \text{olacaktır.}$$

Aşağıdaki başlangıç tablosundan da görüldüğü gibi bunu izleyen diğer üç kolonda (d_1^-, d_2^-, d_3^-) , $Z_j - C_j$ değerleri sıfır olacaktır. Çünkü Z_j değerleri C_j değerleri ile aynıdır. d_4^- kolonundaki $Z_j - C_j$ değeri de Z_j ve C_j nin her ikisinin de sıfır olmasından dolayı sıfırdır. d_1^+ kolonu için Z_j nin $-P_1$ değeri tablodan kolayca hesaplanabilir. Bu kolonun C_j değeri P_4 olduğundan $Z_j - C_j = -P_1 - P_4$ olacaktır. Bu nedenle kolondaki P_1 ve P_4 satırlarına -1 atanacaktır. Son kolon d_4^+ da $Z_j = 0$ $C_j = P_2$ dir. Böylece kolonun $Z_j - C_j$ değeri P_2 olur ve buna bağlı olarak da d_4^+ kolonundaki P_2 satırı -1 olur.

Tablo3.2 Örnek3.3 Başlangıç Değiştirilmiş Simpleks Tablosu

C_j					P_1	$5P_3$	$3P_3$		P_4	P_2
		Saat	x_1	x_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
P_1	d_1^-	80	1	1	1				-1	
$5P_3$	d_2^-	60	1			1				
$3P_3$	d_3^-	45		1			1			
	d_4^-	10						1	1	-1
$Z_j - C_j$	P_4	0							-1	
	P_3	435	5	3						
	P_2	0								-1
	P_1	80	1	1					-1	

Bundan sonra yapılması gereken anahtar kolon ve satırın seçilmesidir. Önceden de belirtildiği gibi anahtar kolonun belirlenmesi için kullanılan kriter, her bir değişkenin en önemli hedefe erişilmesine olan katkı miktarıdır. Başka bir ifadeyle P_1 seviyelerinde en büyük pozitif $Z_j - C_j$ değeri içeren kolon, anahtar kolon olarak seçilecektir. Başlangıç tablosunda ; x_1 ve x_2 kolonlarında benzer iki pozitif değer vardır. Bunu ortadan kaldırmak için bu amacı izleyen bir sonraki daha az öncelikli seviyelere bakılır. P_3 seviyesinde x_1 kolonundaki değer x_2 kolonundaki değerden daha büyük olduğu için x_1 anahtar kolon olarak seçilir. Anahtar satır saat değerleri anahtar kolondaki katsayılarla bölündüğünde en küçük pozitif sayıyı veren satırdır. Anahtar kolon ile anahtar satırın kesişimi olan sayı tabloda görüldüğü gibi (1) anahtar elemandır. x_1 temel çözüme dahil edildiğinde, normal fabrika kapasitesinin eksik kullanımı ve yönlü kumaşların satış

hedefinden negatif sapması bundan etkilenecektir. Bu d_1^-, d_2^- deki katsayıların göz önüne alınmasından açıkça anlaşılabilir. Klasik doğrusal programlama modelindeki simplex metotta olduğu gibi ikinci tabloyu elde etmek için başlangıç tablosu gözden geçirilir. Fabrika 60000 metre yünlü kumaş üretmek için 60 saat çalışmaktadır. Dolayısıyla normal kapasitenin eksik kullanımı aşağıdaki tablonun d_1^- satırında görüldüğü gibi 20 saattir.

Tablo3.3 Örnek3.3 1.İterasyon Değiştirilmiş Simpleks Tablosu

C_j					P_1	$5P_3$	$3P_3$		P_4	P_2
		Saat	X_1	X_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
P_1	d_1^-	20		1	1	-1			-1	
	x_1	60	1			1				
$3P_3$	d_3^-	45		1			1			
	d_4^-	10						1	1	-1
$Z_j - C_j$	P_4	0							-1	
	P_3	135		3		-5				
	P_2	0								-1
	P_1	20		1		-1			-1	

Burada yünlü kumaşların satış hedefine ulaşılmış olduğu da görülmektedir. Bu nedenle d_2^- , temel çözümden çıkarılmıştır. Genellikle hedef programlamada yeni katsayıların hesaplanması doğrusal programlamadan çok daha kolaydır. Çünkü tabloda yer alan

sayıların çoğu “birim” cinsindedir. d_3^- ve d_4^- satırları başlangıç tablosundaki gibi aynı kalacaktır. Çünkü anahtar kolon ile söz konusu satırların kesişimindeki kesişim elemanları sıfırdır. Anahtar satır x_1 in yeni değerleri eski satır elemanları anahtar sayı 1e bölünerek bulunur. Ayrıca işlem gerektiren tek satır d_1^- dir. İkinci tabloda saat kolonundaki Z_j değerlerine bakılacak olursa ($P_4=0$, $P_3=135$, $P_2=0$, $P_1=20$), ilk hedefin erişilmemiş kısmının 60 kadar düştüğü görülecektir. Bu iyiye doğru gidildiğini göstermektedir. Çünkü hedef programlama problemi bir minimizasyon problemidir. Dolayısıyla Z_j değerleri optimuma yaklaştıkça her adımda düşmeli hedefin karşılanmayan kısmı azalmalıdır. Bizim birinci derecede ilgili olduğumuz en önemli hedefe erişilmesi olduğuna göre her bir adımın sonunda Z_j nin P_1 seviyesinde isteğimiz doğrultusunda, azalıp azalmadığını kontrol etmek gerekir. P_1 seviyesindeki Z_j değeri minimize edilip sıfıra düşürüldüğü zaman, sıra P_2 seviyesindeki Z_j ye ve daha sonra da onu takip eden öncelik düzeylerindeki Z_j lere gelecektir. 60000 metrelik yünlü kumaş imalatı otomatik olarak yünlü kumaşların satış hedeflerine ulaşılmasını sağladığı gibi ikinci tablodaki P_3 seviyesindeki Z_j değerini de 300 kadar düşürmüştür.¹⁵

İkinci tabloda temel seçim kriterleri göz önünde bulundurulduğunda anahtar kolonun x_2 olduğu görülmektedir Anahtar satır da yine anahtar satır seçim kriterlerine göre belirlenir. En iyi hedefe tamamen ulaşmanın en iyi yolu pamuklu kumaşlardan 20000 metre üretmektir. 60000 metre yünlü, 20000 metre pamuklu kumaş üretimi fabrikanın 80 saatini alacaktır. Bu bilgile ışığı altında yeni tablo hazırlanabilir. Tablodan da görüldüğü gibi 60000 metre yünlü , 20000 metre pamuklu kumaş üretimi birinci ikinci ve dördüncü hedeflere tamamen ulaşılmasını sağlamıştır. Fakat üçüncü hedefe henüz tamamen ulaşamamıştır. Çünkü pamuklu kumaşların satış hedeflerinin hala 15000 metre altında kalınmıştır. Çözüm bazındaki d_3^- satırında gösterilen 15 değeri bunu göstermektedir.

¹⁵ Evren ve Ülengin, **Ön.ver.** , s.83.

Tablo3.4 Örnek3.3 2.İterasyon Değiştirilmiş Simpleks Tablosu

C_j					P_1	$5P_3$	$3P_3$		P_4	P_2
		Saat	X_1	X_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
	x_2	20		1	1	-1			-1	
	x_1	60	1			1				
$3P_3$	d_3^-	25			-1	1	1		1	
	d_4^-	10						1	1	-1
Z_j-C_j	P_4	0							-1	
	P_3	75			-3	-2			3	
	P_2	0								-1
	P_1	0			-1					

Bundan sonra P_1 ve P_2 seviyelerindeki hedefler tatmin edildiğine göre anahtar kolon seçiminde P_3 seviyesi göz önünde bulundurulmalıdır. $Z_j - C_j$ nin P_3 seviyesindeki tek pozitif değeri d_1^+ kolonunda olduğundan bu kolon anahtar kolon olacaktır. Anahtar satır ise d_4^- dir. Üçüncü hedefe ulaşmak için fabrikanın fazla mesaili çalışma süresi kullanılır. Dördüncü öncelik faktörü fabrikanın fazla mesaili çalışma süresinin minimizasyonuna verildiğine göre, o halde dördüncü hedef pahasına üçüncü hedefe ulaşılmaya çalışılmaktadır.

Tablo3.5 Örnek3.3 Optimal Tablo

C_j					P_1	$5P_3$	$3P_3$		P_4	P_2
		Saat	X_1	X_2	d_1^-	d_2^-	d_3^-	d_4^-	d_1^+	d_4^+
	x_2	30		1	1	-1		1		1
	x_1	60	1			1				
$3P_3$	d_3^-	15			-1	1	1	-1		1
P_4	d_1^+	10						1	1	-1
Z_j-C_j	P_4	10						1		-1
	P_3	45			-3	-2		-3		3
	P_2	0								-1
	P_1	0			-1					

Son tablo problemin optimum çözümünü vermektedir. Optimum çözüm verilen karar kısıtlayıcıları ve öncelik sırası göz önünde bulundurularak karar vericinin mümkün olduğu kadar hedeflerine yaklaşmasını sağlayan çözümdür. Bu çözümden de anlaşıldığı gibi P_3 seviyesindeki Z_j değeri 75 den 45 e düşmüştür. Üçüncü hedefin altında kalan değeri azaltmak için P_4 seviyesinde nispeten daha az önemli olan 4. hedefin erişilmiş değerinden 10 br feda edilmiştir. Optimum çözüm $x_1=60$ $x_2=30$ $d_1^+=10$ dir. Diğer bir ifadeyle fabrika 60000 metre yünü, 30000 metre pamukluyu 10 saatlik fazla mesaili çalışma süresini de kullanarak üretecektir. Bu işlem fabrikanın pamuklu kumaş satışı hedefinin 15000 metre altında kalınmasına yol açacaktır. Çözüme göre; fabrika yönetimi birinci ve ikinci önemli hedeflerine tamamen, diğer ikisine de verilen kısıtlar çerçevesinde mümkün olduğu kadar ulaşmıştır.

Tabloya göre üçüncü hedefe tamamen erişilemediğine göre P_3 seviyesinde $Z_j - C_j$ de bir pozitif değer var demektir. Bu değer d_4^+ kolonundaki 3 değeridir. d_4^+ yi temel çözüme dahil ederek üçüncü hedefe biraz daha yaklaşılacağı açıktır. d_4^+ nin temel çözüme dahil edilmesi üçüncü hedefe daha yaklaşılmasını sağlamakta, fakat ikinci önemli hedeften fedakarlık yapılmasını gerektirmektedir. Bundan dolayı d_4^+ çözüme dahil edilememektedir. Söz konusu durum P_4 seviyesinde pozitif değer bulunan d_4^- kolonu için de aynıdır.



IV. BÖLÜM

HEDEF PROGRAMLAMADA ÖZEL DURUMLAR, DUALİTE ve DUYARLILIK ANALİZLERİ

4.1 Hedef Programlamada Özel Durumlar

Klasik doğrusal programlamada olduğu gibi doğrusal hedef programlama modellerinin çözümünde de bazı özel durumlar ortaya çıkabilir. Bu durumlar aşağıdaki gibi özetlenebilir.¹

4.1.1 $Z_j - C_j$ Değeri Hala Pozitif Olduğunda Çözümün Bitirilmesi

İterasyon tablosunda bütün $Z_j - C_j$ katsayıları sıfır ya da negatif ise, optimal tabloya ulaşılmıştır. Öte yandan iterasyon tablosunda pozitif $Z_j - C_j$ katsayılarının bulunması çözümün optimal olmamasını gerektirmez. Optimallik kararı için pozitif $Z_j - C_j$ nin olduğu kolonun daha yüksek öncelik düzeyinde negatif $Z_j - C_j$ değeri olup olmadığı belirlenir. Eğer varsa optimal sonuca ulaşılmıştır. Eğer yoksa çözüme devam edilir. Aşağıdaki örnek bunu açıklamaktadır.

¹ Ozan, Ön.ver. , s. 432.

Tablo4.1 $Z_j - C_j$ Değerinin Pozitif Olduğu Halde Çözümün Bitirileceği Örnek Tablo

		0	0	0	P_1	P_2	$6P_3$	$7P_3$	P_1	
	V	X_1	X_2	X_3	d_1^-	d_2^+	d_3^-	d_4^-	d_1^+	
	X_2	0	1	0	0	0	0	1	0	10
	X_3	0	0	1	0	-1	0	0	0	5
	X_1	1	0	0	0	0	1	0	0	15
P_4	d_1^+	0	0	0	-1	-1	1	1	1	6
	P_4	0	0	0	-1	-1	1	1	0	6
	P_3	0	0	0	0	0	-6	-7	0	0
	P_2	0	0	0	0	-1	0	0	0	0
	P_1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0

Tablo dört hedefle ilgili düzenlenmiş hedef programlama modelinin sonuç çözüm tablosunu göstermektedir. Tablonun P_4 satırından görülebileceği gibi $P_4=6$ dır ve dördüncü hedefe ulaşamamıştır. Dolayısıyla P_4 satırı ile d_3^- ve d_4^- kolonlarının kesiştiği noktalarda pozitif $Z_j - C_j$ katsayıları bulunmaktadır. Bu yüzden optimallik araştırmasına devam edilir.

Bu aşamadan sonra d_3^- ve d_4^- kolonlarının daha yüksek öncelik düzeylerinde negatif $Z_j - C_j$ değeri olup olmadığı belirlenmelidir. Eğer varsa çözüm optimaldir. Sonuç tablosundaki -6 ve -7 gibi negatif $Z_j - C_j$ değerleri, P_3 satırı ve d_3^- , d_4^- kolonlarının kesiştiği noktada bulunmaktadır. P_3 öncelik seviyesi P_4 öncelik seviyesinden daha yüksek önceliğe sahip olduğundan optimal çözüme ulaşılmıştır. Sonuç çözüm

tablosundan elde edilebilecek en önemli gözlem şudur: d_3^- ve d_4^- kolonlarında $Z_j - C_j$ katsayılarının negatif olması, P_4 hedefine P_3 hedefinden fedakarlık yapılarak ulaşılabileceğini göstermektedir.

4.1.2 Giriş ve Ayrılma Değişkenlerinin Belirlenmesi

Eğer herhangi bir iterasyonda iki ya da daha fazla sayıda kolon tatmin edilmesi gereken en büyük öncelik seviyesinde aynı pozitif $Z_j - C_j$ değerine sahipse anahtar kolonun seçimi konusunda bir kargaşa yaşanır. Bu durumda herhangi bir sütun rastgele seçilerek bu sorun çözülür.

Eğer herhangi bir iterasyonda anahtar satır seçilirken göz önünde bulundurulmuş oranlardan iki ya da daha fazlası aynı değere sahipse, anahtar satırın seçimi konusunda bir kargaşa yaşanır. Bu durumda ya rastgele bir seçim yapılır ya da yüksek önceliği olan değişken temel çözümden çıkarılır. İkincisi daha sonra yapılacak iterasyonların sayısını azaltmaktadır.

4.1.3 Geçersiz Başlangıç Çözümü

Daha önce anlatıldığı gibi hedef programlamanın başlangıç tablosunun temel çözümünde sadece pozitif katsayılı negatif sapma değişkenleri yer almaktadır. Dolayısıyla hedef kısıtlayıcısı aşağıdaki formda verilmişse;

$$\sum a_{ij}x_j - d_i^+ = b_i$$

Problemin başlangıç tablosu negatif katsayılı $-d_i^+$ sapma değerlerine sahip olacaktır. Bu yüzden bu başlangıç çözümü geçersizdir. Bu problem yukarıdaki kısıtlayıcıya suni değişken d_i eklenerek giderilebilir. Bu durumda denklem aşağıdaki hale gelmektedir.

$$\sum a_{ij}x_j - d_i^+ + d_i = b_i$$

Amaç denkleminde suni öncelik faktörü P_0 ($P_0 \gg P_1$) d_i suni değişkenine atanmalıdır. Bu sayede d_i in optimal çözümde 0 değerini alması sağlanır. Hedef programlama kodlarının bir çoğu bu süreci otomatik olarak gerçekleştirmektedir. Bu yüzden program kullanıcısı başlangıç çözümünün geçersizliği ile ilgilenmek zorunda kalmamaktadır.

4.1.4 Sınırsız Çözümler ve Geçersiz Çözüm

Hedef programlamada her hedef sağ taraftaki sonlu bir değerle sınırlandırılmıştır. Dolayısıyla bu değerden pozitif ya da negatif sapmalar da sınırlı bir değere sahip olmaktadır. Eğer bu hedeften sapmalar yönetimin kabul edebileceğinden daha az ya da fazlaysa çözüm uygulanamaz. Dolayısıyla doğrusal hedef programlamada sınırsız çözüm kavramı klasik doğrusal programlamada bilindiği gibi ortaya çıkmamaktadır.

Klasik doğrusal programlamadaki geçersiz (infeasible) kavramı negatif ya da pozitif sapmaların kabul edilebileceği hedef programlama modellerine uygulanamamaktadır. Bununla birlikte yönetim hedefe kesin olarak ulaşmak istiyorsa ve çözüm süreci sonunda suni sapma değişkenleri optimal tabloda kalmışsa çözüm geçersizdir.

4.2 Hedef Programlamada Dualite

Hedef programlamada dualite kavramını açıklayabilmek için, öncelikle primal hedef programlama modelinin uygun bir şekilde ifade edilmesi gerekir. Bunun için modelin suni değişkenleri içermediği, n karar değişkeni (x_j), m sistem kısıtı ($a_i x \leq b_i$), s hedef kısıtı ($f_i x + d_i^- - d_i^+ = G_i$) ve r öncelik düzeyi P_k dan oluştuğu kabul edilir. Geleneksel olarak sadece sapma değişkenleri d_i^-, d_i^+ amaç fonksiyonunda yer almaktadır. Fakat sistem kısıtlarına sonradan suni değişkenler eklendiğinden, sapma değişkenleri yanında bu suni değişkenler de başlangıç temelini oluşturmaktadır. Amaç fonksiyonunda belli bir öncelik düzeyinde bulunan her d_i^- sapma değişkeni, temel olmayan değişkenler cinsinden ifade edilmelidir. Örneğin; $d_i^- = G_i - f_i x + d_i^+$ olarak ifade edilir. Bu bazı karar değişkenlerinin (x_j), en az bir öncelik düzeyinde sıfır olmayan bir katsayıyla ortaya çıkmasına yol açmaktadır. $c_k = (c_{kj})$ n boyutlu bir satır vektörü olarak tanımlanır. Bu c_{kj} k . öncelik düzeyindeki x_j lerin katsayılarını göstermektedir. Benzer şekilde $\tilde{c}_k = (\tilde{c}_{kl})$ s boyutlu bir satır vektörüdür ve d_i^+ nın k .

öncelik düzeyindeki katsayılarını göstermektedir. Aynı zamanda $h=(h_k)$ r boyutlu k öncelik düzeyinde sabit olarak gösterilen bir kolon vektörüdür.²

Şimdi primal hedef programlama modeli aşağıdaki gibi yazılabilir.³

$$P: \quad \min z = \sum_{k=1}^r (c_k x + \tilde{c}_k d^+ + h_k) P_k$$

$$Ax + S = b$$

$$Fx + d^- - d^+ = G$$

$$x, S, d^-, d^+ \geq 0$$

Bu da aşağıdaki tablo da gösterilebilir.

Tablo4.2 Genel Primal Hedef Programlama Gösterimi

T:	X	S	d^-	d^+	l	
	A	I	0	0	b	M
	F	0	I	-I	G	S
	C	0	0	\tilde{C}	h	R
	N	M	S	s	l	

Kaynak: H. A. Eiselt, G. Pederzoli, C. L.Sandblom, (1987), **Continuous Optimization Models**, (NewYork: Walter De Gruyter), s.434

Dual algoritmayı gösterebilmek için sistem kısıtlarına ($Ax+S=b$), $[r \times m]$ boyutlu $U=(u_{ki})$ dual matrisi atanır. Burada u_{ki} i. primal sistem kısıtlayıcısı ve k. öncelik düzeyiyle ilgili dual değişkeni göstermektedir. Benzer şekilde $[r \times s]$ boyutlu $V=(v_{kl})$ matrisi tanımlanır. Burada v_{kl} l. hedef kısıtı ve k. öncelik düzeyindeki ilgili dual değişkeni temsil etmektedir. Buna göre dual problem aşağıdaki gibi yazılabilir.⁴

² H. A. Eiselt, G. Pederzoli ve C. L. Sandblom, (1987), **Continuous Optimization Models** (NewYork: Walter De Gruyter), s.434.

³ Aynı, s.435.

⁴ Aynı, s.435.

$$P_D: \quad \min z_D = b^T U^T + G^T V^T + \sum_{k=1}^r h_k P_k$$

$$-A^T U^T - F^T V^T \leq C^T$$

$$V^T \leq \tilde{C}^T$$

$$U^T \geq 0$$

$$V^T \geq 0$$

u_k ve v_k U ve V matrislerinin k. satırı olarak tanımlanır. Daha sonra dual değişkenlerin değerleri optimal primal tablodan aşağıdaki gibi bulunabilir.

Tablo4.3 Genel Dual Hedef Programlama Gösterimi

T^{opt}	X	S	d^-	d^+	l

P_k	$\bar{u}_k A + \bar{v}_k F + c_k$	\bar{u}_k	\bar{v}_k	$\tilde{c}_k - \bar{v}_k$	$\bar{u}_k b + \bar{v}_k G - h_k$

Kaynak: H. A. Eiselt, G. Pederzoli, C. L. Sandblom, (1987), **Continuous Optimization Models**, (NewYork: Walter De Gruyter), s.435

Bu anlatılanları aşağıdaki örnek açıklamaktadır.⁵

Örnek 4.1

$$P \quad \min z = (4d_1^-)P_1 + (10d_2^- + d_2^+)P_2$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$x_1 + d_1^- + d_1^+ = 5$$

⁵ Aym., s.436.

$$x_2 + d_2^- - d_2^+ = 7$$

$$x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+ \geq 0$$

Çözüm:

Birinci sınırlayıcı olan sistem sınırlayıcısına S_1 suni değişkeni eklenir ve d_1^- ve d_2^- temel olmayan değişkenler cinsinden yazılırsa ($d_1^- = 5 - x_1 + d_1^+$, $d_2^- = 7 - x_2 + d_2^+$) model aşağıdaki hale gelir.

$$P \min z = (4x_1 + 4d_1^+)P_1 + (-10x_2 + 11d_2^+)P_2 + (20P_1 + 70P_2)$$

$$x_1 + 2x_2 + S_1 = 12$$

$$x_1 + d_1^- - d_1^+ = 5$$

$$x_2 + d_2^- - d_2^+ = 7$$

$$x_1, x_2, S_1, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+ \geq 0$$

Bu problemde;

$n=2$ karar değişkeni

$m=1$ sistem kısıtlayıcısı

$s=2$ hedef kısıtlayıcısı

$r=2$ öncelik düzeyi değerleri mevcuttur ve;

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, b = [12], A = [1, 2], S = [S_1], F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, d^- = \begin{bmatrix} d_1^- \\ d_2^- \end{bmatrix}$$

$$d^+ = \begin{bmatrix} d_1^+ \\ d_2^+ \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{21} \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}, h = \begin{bmatrix} 20 \\ 70 \end{bmatrix}, c_1 = [-4, 0]$$

$$c_2 = [0, -10], \tilde{c}_1 = [4, 0], \tilde{c}_2 = [0, 11]$$

Buna göre dual problem;

$$P_D: \min z_D = [12u_{11}, 12u_{21}] + [5v_{11} + 7v_{21}, 5v_{12} + 7v_{22}] + (20P_1 + 70P_2)$$

$$\begin{array}{rcl} & & \underline{P_1} \quad \underline{P_2} \\ [-u_{11}, -u_{21}] & + & [-v_{11}, -v_{21}] \leq [-4, 0] \\ [-2u_{11}, -2u_{21}] & + & [-v_{12}, -v_{22}] \leq [0, -10] \\ & & [v_{11}, v_{21}] \leq [4, 0] \\ & & [v_{12}, v_{22}] \leq [0, 11] \\ [u_{11}, u_{21}] & & \geq [0, 0] \\ & & [v_{11}, v_{21}] \geq [0, 0] \\ & & [v_{12}, v_{22}] \geq [0, 0] \end{array}$$

P hedef probleminin primal optimal tablosu aşağıdaki gibidir.

Tablo4.4 Örnek4.1 Primal Optimal Tablo

T^{opt}	X_1	X_2	S_1	d_1^-	d_2^-	d_1^+	d_2^+	l
	0	1	1/2	-1/2	0	1/2	0	7/2
	1	0	0	1	0	-1	0	5
	0	0	-1/2	1/2	1	-1/2	-1	7/2
P_2	0	0	5	-5	0	5	11	-35
P_1	0	0	0	4	0	0	0	0

Bu tablodan aşağıdaki sonuçlar elde edilebilir.

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3\frac{1}{2} \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \bar{d}^- = \begin{bmatrix} 0 \\ 3\frac{1}{2} \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \bar{d}^+ = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{z}_D = [0, -35] \quad \text{ve}$$

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \bar{V} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -5 & 0 \end{bmatrix}$$

Hedef programlamada dualite kavramı literatürde nispeten ihmal edilen bir konu olmuştur. Bu modelin kurucularından Charnes da hedef programlama modelinin dualinin kendine özgü özellikleri olduğunu ve bu özelliklere dikkat edilmesi gerektiğini vurgulamıştır.⁶

Dual problemin ekonomik yorumunun daha iyi anlaşılabilmesi için aşağıdaki problemin incelenmesi gerekmektedir.⁷

Bir şirketin P₁ ve P₂ gibi iki ürünü emek ve hammadde kaynaklarını kullanarak ürettiği düşünülürse, aşağıdaki tablo; kapasiteleriyle birlikte bir birim ürün için gerekli kaynak miktarlarını göstermektedir.

	P ₁	P ₂	Elde bulunan kaynaklar
İşgücü	3	4	12 saat
Hammadde	2	1	4 br

Karar vericinin öncelikli hedefinin d_1^- nin minimizasyonu olduğunu düşünelim. İkinci öncelikli hedefin ise hammaddenin fazla kullanımının (d_2^+) minimizasyonu olduğunu varsayalım. d_1^- temel olmayan değişkenler cinsinden ifade edilirse, primal problem aşağıdaki gibi olur.

⁶ W.W. Cooper, V. Lelas ve T. Sueyoshi, (1997), "Goal Programming Models and Their Duality Relations For Use in Evaluating Security Portfolio and Regression Relations," **European Journal of Operational Research**, Vol.98, Issue. 2, s.431-443

⁷ Eiselt, Pederzoli ve Sandblom, **Ön.ver.**, s.437

$$\begin{aligned}
 P \quad \min z &= (12 - 3x_1 - 4x_2 + d_1^- + 0d_1^+)P_1 + (0d_1^+ + d_2^+)P_2 \\
 3x_1 + 4x_2 + d_1^- - d_1^+ &= 12 \\
 2x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ &= 4 \\
 x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+ &\geq 0
 \end{aligned}$$

Dual değişkenler için 2x2 lik dual matrisi tanımlanırsa; dual problem aşığıdaki gibi olur.

$$P_D: \min z_D = 12[v_{11}, v_{21}] + 4[v_{12}, v_{22}] + (2P_1 + 0P_2)$$

		<u>P₁</u> <u>P₂</u>
3[v ₁₁ , v ₂₁]+	2[v ₁₂ , v ₂₂]	≥ [3,0]
4[v ₁₁ , v ₂₁]+	[v ₁₂ , v ₂₂]	≥ [4,0]
[v ₁₁ , v ₂₁]		≤ [1,0]
	[v ₁₂ , v ₂₂]	≤ [0,1]
[v ₁₁ , v ₂₁], [v ₁₂ , v ₂₂]		≥ [0,0]

Yine primal ve dual problem çifti A ve B gibi iki üreticinin alternatif üretim modellerinin rekabet ettiği bir durumu anlatmaktadır. Primal model, A şirketinin iki öncelik düzeyinde fazla materyal kullanımını ve emek kullanımını minimize edecek planı göstermektedir. B nin planı ise şu şekilde yorumlanabilir: v_{11} üretimde kullanılan insan gücü oranını göstermektedir. v_{12} bir birim hammaddenin değişime uğraması için gerekli saati göstermektedir. Bu değişim oranı B şirketi için, birinci öncelik düzeyinde insan gücünün hammaddeye karşı faydasını yansıtmaktadır. İlk iki sınırlayıcıda B, A tarafından planlandığı gibi ürünlerin birim miktarları için asgari düzeyde insan gücü kullanılmasını sağlamaktadır ve B nin birinci amacı üretim sürecinde kullanılan toplam insan gücünü minimize etmektir. İkinci öncelik düzeyinde B nin planı yine benzerdir.

v_{21} bir birim hammaddenin insan gücüyle değişim değerini göstermektedir. v_{22} hammaddenin fayda oranıdır. Amaç kullanılan toplam hammadde miktarını minimize etmektir ve ilk iki sınırlayıcı bir birim ürün için kullanılan hammadde miktarının negatif olmamasını sağlamaktadır.⁸

4.3 Doğrusal Hedef Programlamada Duyarlılık Analizi

Hedef programlama modelini kuran analist her zaman önemli bir noktaya dikkat etmelidir: Bulunan hedef programlama probleminin çözümü sadece kurulan modele göre optimaldir ve bu her zaman gerçek probleme göre optimal olmayabilir. Böyle bir modelin kurulmasında elde edilen çözümün geçerliliğini etkileyecek ya da etkilemeyecek bazı varsayımlarda bulunulur. Örneğin modelin katsayıları genellikle deterministik olarak belirlenir. Oysa bu katsayıların deterministik değil stokastik olması daha olasıdır. Ayrıca statik durumlarla uğraşılırken bir çok sürecin ve organizasyonun dinamik olduğu ve zamanla değiştiği göz ardı edilir. Ayrıca kurulan modeldeki hedeflerin öncelik sırasına ve öncelik düzeylerindeki ağırlıklara bütünüyle güvenilemez. Yine gerçek hayattaki durumların bir çoğunda çözüm gerçekte istenen ya da ihtiyaç duyulan bilginin sadece bir kısmını verir. Genellikle model çözümünden daha önemli olan, sistemin geliştirilmesine olanak sağlayacak bilgilerdir. Örneğin bu bilgiler aşağıdaki gibi olabilir.⁹

1. Hangi ürün ya da faaliyetler üretilmemeli ya da pazarlanmamalıdır
2. Kaynakların arttırılması için ne kadar ödenmelidir ve bundan ne kadar kazanılabilir.
3. Kaynaklardaki artış ya da kıtlık, enflasyon oranlarındaki ya da faiz oranlarındaki değişme ne gibi etkiler yapar.

Duyarlılık analizi yukarıda anlatılan özellikleri analiz edebilmek için sistematik bir prosedür sağlamaktadır. Bu aşama belki de karar vermenin en önemli aşamasıdır. Genel olarak çok amaçlı karar verme problemlerinde duyarlılık analizinin amacı giriş

⁸ Ayn. , s. 438.

⁹ Schniederjans, Ön.ver. , s. 59.

verilerinin değişmesi durumunda ne tür değişikliklerin meydana geldiğini öğrenmektir.¹⁰

Duyarlılık analizi temel olarak aşağıdaki kategorilerde incelenebilir.¹¹

1. Kesikli Değişmelerin Analizi

1.1 $w_{k,s}$: k öncelik düzeyindeki s. temel olmayan değişkenin ağırlık faktörünün değişimi

1.2 $u_{i,k}$: k öncelik düzeyindeki i. temel değişkenin ağırlık faktörünün değişimi

1.3 b_i : Hedefin sağ taraf değerinin değişimi (hedef değer)

1.4 $c_{i,s}$: i. hedef ve s. temel olmayan değişkenle ilgili katsayının değişimi

1.5 Yeni hedef eklenmesi

1.6 Yeni karar değişkeni eklenmesi

1.7 Öncelik düzeylerinin tekrar belirlenmesi

2. Sürekli Değişmelerin Analizi (Parametrik Programlama)

2.1 b_i nin sınırlarının değişimi

2.2 $w_{k,s}$ ya da $u_{i,k}$ sınırlarının değişimi

Bütün bu değişmeler aşağıdaki örnekle açıklanabilir.¹²

¹⁰ Evengalos Triantaphyllou, B. Shu, S. Nieto Sanchez ve T. Ray, (1998), "Multi-Criteria decision Making: An Operations Research Approach," **Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering**, (J.G. Webster, Ed., NewYork: John Wiley Sons.), Vol. 15, s. 175-186

¹¹ James Ignizio (1985), **Introduction to Linear Goal Programming** (California: Sage-Publications) s.75.

¹² James Ignizio (1982), **Linear Programming in Single & Multiple Objective Systems** (NewJersey: Prentice-Hall), s.454.

Örnek 4.2

$$\text{Minimize } a = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2(d_3^- + 2d_4^-) + P_3d_1^-$$

$$x_1 + d_1^- - d_1^+ = 20$$

$$x_2 + d_2^- - d_2^+ = 35$$

$$-5x_1 + 3x_2 + d_3^- - d_3^+ = 220$$

$$x_1 - x_2 + d_4^- - d_4^+ = 60$$

$$x_j, d_i^-, d_i^+ > 0$$

Bu örneğin sonuç tablosu aşağıdaki gibidir.

Tablo4.5 Örnek4.2 Optimal Tablo

				P ₁	P ₁			
	V	X ₁	d ₂ ⁻	d ₁ ⁺	d ₂ ⁺	d ₃ ⁺	d ₄ ⁺	X _B
P ₃	d ₁ ⁻	1	0	-1	0	0	0	20
	X ₂	0	1	0	-1	0	0	35
P ₂	d ₃ ⁻	-5	-3	0	3	-1	0	115
2P ₂	d ₄ ⁻	1	1	0	-1	0	-1	95
	P ₁	0	0	-1	-1	0	0	0
	P ₂	-3	-1	0	1	-1	-2	305
	P ₃	1	0	-1	0	0	0	20

4.3.1 Önemli Kesikli Değişmeler

4.3.1.1 Değişimde Bazı Kısıtlamalar

Herhangi bir değişiklik yapılırken sadece birbiriyle ilişkisi olan, birbiriyle eşit hedeflerin aynı öncelik düzeyinde bulunabileceği düşünülmelidir. Örneğin;

$$-2x_1 + x_2 + d_5^- - d_5^+ = 3$$

gibi yeni bir hedef eklenmek isteniyorsa ve burada d_5^+ minimize edilmek isteniyorsa ve de bu hedef sadece ikinci öncelik düzeyindeki hedeflerle eşit önemde ise ikinci öncelik düzeyine dahil edilmelidir.¹³

4.3.1.2 Baz Matrisinin Tersini Bulma

Duyarlılık analizinde B^{-1} matrisi önemli bir rol oynar. Sonuç tablosunun incelenmesiyle bu matrisin ne olduğu ve nasıl kullanılacağı anlaşılabilir.¹⁴

$$B^{-1} = (e_1, \dots, e_r, \dots, e_m)$$

Burada e_r , tablo göz önünde bulundurulduğunda r. temel (negatif sapma) değişkeni altındaki y_s kolonudur. Dolayısıyla sonuç tablosunda B^{-1} i bulabilmek için basitçe $d_1^-, d_2^-, d_3^-, d_4^-$ değişkenleriyle ilgili kolonlar bulunmalıdır.

Tabloda d_1^- ile ilgili y kolonu açık bir şekilde d_1^- olarak temel ilk satırda görülmektedir. Dolayısıyla söz konusu kolon birim matrisin bir parçası olur ve aşağıdaki gibi oluşur.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

d_2^- altında y sütunu direkt olarak tablodan okunabilir.

¹³ Aynı. , s. 454.

¹⁴ Aynı. , s. 455.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Yine sırasıyla d_3^- , d_4^-

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

olarak ortaya çıkmaktadır.

Bütün bunları bir arada yazılırsa aşağıdaki matris elde edilir.

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$x_B = B^{-1}b$ sağlaması yapılırsa;

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 35 \\ 220 \\ 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 35 \\ 115 \\ 95 \end{pmatrix}$$

olarak sonuç bulunabilir ve bu da tablodaki değerle aynıdır.

4.3.1.3 $w_{k,s}$ ya da $u_{i,k}$ 'daki Kesikli Değişmeler

Hem $w_{k,s}$ hem de $u_{i,k}$ başarımlar vektöründe ağırlık faktörü olarak gösterilse de kesikli değişim etkileri farklı olmaktadır. $w_{k,s}$ deki değişim sonuç tablosunda sadece tek bir elemanı etkilemektedir.¹⁵

¹⁵ Aynı., s. 456.

$$\hat{R}_{k,s} = u_k^T y_s - \hat{w}_{k,s}$$

$R_{k,s}$ nin değerindeki değişimin sonucu olarak yeni tablonun optimallğinde bir etki olabilir. Örneğin $R_{k,s}$ negatifse ve pozitif bir sayıya dönüşmüşse ve onun üzerinde negatif değerli bir sayı yoksa optimal çözüm değişmektedir. $u_{i,k}$ daki değişim a_k nın değeri yanında bütün indicator (gösterge) satırını da etkiler.¹⁶

$$\begin{aligned}\hat{R}_{k,s} &= \hat{u}_k^T y_s - w_{k,s} \\ \hat{a}_k &= \hat{u}_k^T x_B\end{aligned}$$

$R_{k,s}$ değerleri değişebileceğinden çözümün optimallığı etkilenebilir. a_k daki değişim öncelik düzeyinin başarılmasını etkiler. Eğer bu 1. öncelik düzeyiyse çözümün uygulanabilirliği tehlikeye girebilir.

Örnek 4.3

Önceki örneğimizi ele alalım ve d_2^+ nın öncelik ağırlığının 1 den 0 a değişmesinin etkilerini değerlendirmeye çalışalım.

Buna göre $\hat{w}_{1,4} = 0$ olmaktadır. Bu değişikliğin tek etkisi $R_{1,4}$ üzerinde olmaktadır.

$$\begin{aligned}\hat{R}_{1,4} &= u_1^T y_4 - \hat{w}_{1,4} \\ &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} - 0 = 0\end{aligned}$$

$R_{1,4}$ nin -1 den 0 a değişimiyle tablo artık optimal olmamaktadır. Optimallığı tekrar sağlamak için d_2^+ ve d_3^- üzerinde ayarlamalar yapılmalıdır.

¹⁶ Aynı., s. 457.

Örnek 4.4

Örneğimizdeki tabloyu tekrar ele alalım. İkinci öncelik düzeyindeki d_4^- ağırlık faktörünü 2 den 6 ya değiştirelim. Yani; $\hat{u}_{4,2} = 6$ olsun . Buna göre ortaya çıkacak değişimler aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\hat{R}_{2,s} = \hat{u}_2^T y_s - w_{2,s}$$

$$\hat{a}_2 = \hat{u}_2^T x_B$$

Burada;

$$\hat{u}_2^T = (0 \quad 0 \quad 1 \quad 6) \text{ olduğundan}$$

$$\hat{R}_{2,1} = 1$$

$$\hat{R}_{2,4} = -3$$

$$\hat{a}_k = 685$$

$$\hat{R}_{2,2} = 3$$

$$\hat{R}_{2,5} = -1$$

$$\hat{R}_{2,3} = 0$$

$$\hat{R}_{2,6} = -6$$

Sonuç olarak tablo artık optimal olmadığından tekrar optimalliği sağlamak için d_2^- ve x_2 üzerinde ayarlamalar yaparak çok evreli algoritma oluşturulur.

4.3.1.4 b_i 'deki Kesikli Değişme:

b_i değerleri genellikle kaynak kapasitelerini ve ulaşılmak istenen hedef değerlerini verdiği için bu değerlerin zamanla değişmesi muhtemeldir. Dolayısıyla bu tip değişmelerin ne gibi etkiler göstereceğinin araştırılması gerçek hayatta karşılaşılan problemlerin çözümünde oldukça önemlidir. b_i deki kesikli değişmelerin etkisi hem x_B de hem de a da görülür.¹⁷

¹⁷ Ayn. , s. 458.

$$\hat{x}_B = B^{-1}\hat{b}$$

$$\hat{a}_k = u^T \hat{x}_B$$

Örnek 4.5

Örneğimizde b_i nin orijinal değeri olan 35 den yeni değer olan 75 e değiştiğini varsayalım. Dolayısıyla $\hat{b}_i = 75$ olur ve

$$\hat{b} = \begin{pmatrix} 20 \\ 75 \\ 220 \\ 60 \end{pmatrix} \text{ bulunur.}$$

Tablodan B^{-1} elde edilir ve denklemde yerine yazılırsa;

$$\hat{x}_B = B^{-1}\hat{b} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 75 \\ 220 \\ 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 75 \\ -5 \\ 135 \end{pmatrix}$$

Yine verilen denklem kullanılarak a değerleri aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\hat{a}_1 = u_1^T \hat{x}_B = (0 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 20 \\ 75 \\ -5 \\ 135 \end{pmatrix} = 0$$

$$\hat{a}_2 = u_2^T \hat{x}_B = (0 \ 0 \ 1 \ 2) \begin{pmatrix} 20 \\ 75 \\ -5 \\ 135 \end{pmatrix} = 265$$

$$\hat{a}_3 = u_3^T \hat{x}_B = (1 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 20 \\ 75 \\ -5 \\ 135 \end{pmatrix} = 20$$

b_2 deki değişmenin infeasible bir tabloya yol açtığına dikkat edilmelidir. Tablo optimal olmadığından tekrar feasibility kazandırabilmek için çok boyutlu dual simpleks algoritması uygulanır. Aşağıdaki tabloda bu belirtilmiştir.

Tablo4.6 b_1 'deki Kesikli Değişmelerin Yol Açtığı Geçersiz Tablo

				P_1	P_1			
	V	X_1	d_2^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	x_B
P_3	d_1^-	1	0	-1	0	0	0	20
	x_2	0	1	0	-1	0	0	75
P_2	d_3^-	-5	-3	0	3	-1	0	-5
$2P_2$	d_4^-	1	1	0	-1	0	-1	135
	P_1	0	0	-1	-1	0	0	0
	P_2	-3	-1	0	1	-1	-2	265
	P_3	1	0	-1	0	0	0	20

Dolayısıyla; b_2 nin 35 den 75 e çıkmasının etkisi Tablo4.5 ve Tablo4.7 nin incelenmesiyle görülebilir. En önemli etkileri;

1. x_2 35 den 220/3 e değişir.

2 Başarım vektörü değişir.

Tablo4.7 b_i 'deki Kesikli Değişmeler Sonrası Optimal Tablo

			P ₂	P ₁	P ₁			
	V	X ₁	d_3^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	X _B
P ₃	d_1^-	1	0	-1	0	0	0	20
	X ₂	-5/3	1/3	0	0	-1/3	0	220/3
	d_2^-	5/3	-1/3	0	-1	1/3	0	5/3
2P ₂	d_4^-	-2/3	1/3	0	0	-1/3	-1	410/3
	P ₁	0	0	-1	0	0	0	0
	P ₂	-4/3	-1/3	0	0	-2/3	-2	800/3
	P ₃	1	0	-1	0	0	0	20

4.3.1.5 C_{i,s} 'deki Kesikli Değişmeler

C_{i,s} deki değişmelerin tablodaki ilgili y_s kolonuna ve dolayısıyla indikatör elemanı olan R_s'e etkisi bulunmaktadır. Bu da;

$$\hat{y}_s = B^{-1} \hat{c}_s$$

$$\hat{R}_{k,s} = u_k^T \hat{y}_s - w_{k,s}$$

olarak gösterilebilir.¹⁸

Örnek4. 6

Yine örneği dikkate alarak; c_{3,2} deki değişimin etkisini belirlemeye çalışalım. c_{3,2} x₂ ile ilgili olduğundan ve x₂ de temel çözümde olduğundan böyle bir değişim bizim metodumuz dışında kalmaktadır.

¹⁸ Aynı , s. 460.

Öyleyse $c_{3,1}$ in -5 den 2 ye değiştiğini düşünelim. Buna göre;

$\hat{c}_{3,1} = 2$ olacaktır. Buradan ilgili formuller yerine yazılırsa;

$$\hat{y}_1 = B^{-1} \hat{c}_1$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{ve}$$

$$\hat{R}_{k,1} = u_k^T \hat{y}_1 - w_{k,1}$$

$$\hat{R}_{1,1} = (0 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 0 = 0$$

$$\hat{R}_{2,1} = (0 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 0 = 4$$

$$\hat{R}_{3,1} = (0 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 0 = 1$$

$c_{3,1}$ deki değişme problemi optimallikten çıkarmaktadır. Dolayısıyla x_1 ve d_1^- üzerinde ayarlamalar yapılmalıdır.

4.3.1.6 Yeni Hedef Eklenmesi

Duyarlılık analizinde probleme yeni bir hedef eklenmesi durumuna da göz atmak gerekmektedir. İlk olarak daha önce de belirtildiği gibi eklenecek bu hedef (eğer sistem sınırlayıcısı değilse) aynı öncelik düzeyinde diğer hedeflerle orantılı olmalıdır.

İkinci olarak yeni hedefte bulunan ve şimdilik temel çözümde bulunan değişkenlerin katsayılarını sıfırlamak gerekmektedir.¹⁹

Örnek 4.7

Eski örneğimize geri dönelim. Bu probleme aşağıdaki yeni hedef eklenmeye çalışılsın.

$$G_5 = -4x_1 + x_2 + d_5^- - d_5^+ = 8$$

ve bu hedefte d_5^+ nın 1. öncelik düzeyinde minimize edilmeye çalışıldığını düşünelim.

Tablo incelenirse; d_1^- , x_2 , d_3^- ve d_4^- değişkenlerinin temel çözümde olduğu ve bu sebeple G_5 hedefinde yer alamayacağı görülmektedir. Dolayısıyla G_5 de x_2 nin katsayısından kurtulmak gerekmektedir. Bu aşağıdaki şekilde başarılabilir. Tabloda x_2 nin denklemi;

$$x_2 + 0x_1 + d_2^- + 0d_1^+ - d_2^+ + 0d_3^+ + 0d_4^+ = 35$$

Bu denklem G_5 den çıkarılırsa;

$$G'_5 = -4x_1 + 0x_2 - d_2^- - 0d_1^+ + 0d_3^+ - 0d_4^+ + d_5^- - d_5^+ = -27$$

Bu noktada d_5^+ için yeni bir kolon ve d_5^- için yeni bir satır eklendiğinde yeni tablo oluşturulabilir. Bu tablo da aşağıda gösterilmiştir.

¹⁹ Eiselt, Pederzoli ve Sandblom, **Ön.ver.** , s. 450.

Tablo4.8 Yeni Hedef Eklenmesi Durumunda Ortaya Çıkan Simpleks Tablo

				P ₁	P ₁				
	V	X ₁	d ₂ ⁻	d ₁ ⁺	d ₂ ⁺	d ₃ ⁺	d ₄ ⁺	d ₅ ⁺	x _B
P ₃	d ₁ ⁻	1	0	-1	0	0	0	0	20
	x ₂	0	1	0	-1	0	0	0	35
P ₂	d ₃ ⁻	-5	-3	0	3	-1	0	0	115
2P ₂	d ₄ ⁻	1	1	0	-1	0	-1	0	95
	d ₅ ⁻	-4	-1	0	1	0	0	1	-27
	P ₁	0	0	-1	-1	0	0	-1	0
	P ₂	-3	-1	0	1	-1	-2	0	305
	P ₃	1	0	-1	0	0	0	0	20

Burada gösterge (indicator) satırının ve a₁ in tekrar hesaplanması gerektiğine dikkat edilmelidir.

Yeni hedef eklenmesinin etkisi tablonun incelenmesiyle görülebilir. Önceki çözüm artık geçerli (feasible) değildir ve çok boyutlu dual simpleks tablosunu uygulamak gerekmektedir. Bazı durumlarda yeni hedef eklenmesi problemi hem optimallikten çıkarmakta, hem de geçersiz (infeasible) yapabilmektedir. Bu durumda dual primal algoritmanın uygulanması gerekmektedir.

4.3.1.7 Yeni Değişken Eklenmesi

Yeni bir değişken eklenmesinin ne gibi etkiler yapacağı sorusu çok sık karşılaşılan bir sorudur. Örneğin bir işletme mevcut ürünlerine ek olarak yeni bir ürün üretmeyi planlıyorsa bunun mevcut üretim planlamasına ne gibi etkisi olacağını

belirlemek istemektedir. Yeni bir değişkenin eklenmesi tabloda yeni bir kolona ihtiyaç duyulmasına yol açmaktadır. Bu kolon yeni temel olmayan değişkenle ilgili olmaktadır ve daha önce tartışıldığı gibi böyle bir değişimin c_s de nasıl bir değişiklik yapacağı bellidir. Orijinal olarak yeni değişken mevcut olmadığından bütün c_{ij} katsayıları 0 dir. Eğer yeni değişken eklenirse temel olmayan değişkenlerin katsayılarında 0 dan belli değerlere doğru bazı değişiklikler görülmektedir. Dolayısıyla yeni y_s kolonu hesaplanmalıdır. Bu da tablodaki yeni R_s kolonunun tekrar hesaplanmasını gerektirmekte ve optimalliği etkilemektedir. Aşağıdaki örneği ele alalım.²⁰

Örnek 4.8

$$\text{Minimize } a = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2(d_3^- + 2d_4^-) + P_3 d_1^-$$

$$\begin{array}{rcll} x_1 & & & + d_1^- - d_1^+ = 20 \\ & x_2 & + & x_3 & + d_2^- - d_2^+ = 35 \\ -5x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & + d_3^- - d_3^+ = 220 \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & + d_4^- - d_4^+ = 60 \end{array}$$

y_s çözümlürse;

$$\hat{y}_s = B^{-1} \hat{c}_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Yeni tablo aşağıdaki gibi olur.

²⁰ James Ignizio (1982), *Linear Programming in Single & Multiple Objective Systems* (New Jersey: Prentice-Hall), s. 462.

Tablo4.9 Yeni Değişken Eklenmesi Durumunda Ortaya Çıkan Simpleks Tablo

	V	x_1	d_2^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	x_3	x_B
P_3	d_1^-	1		-1					20
	x_2		1		-1			1	35
P_2	d_3^-	-5	-3		3	-1		-2	115
$2P_2$	d_4^-	1	1		-1		-1		95
	P_1			-1	-1				0
	P_2	-3	-1		1	-1	-2	2	305
	P_3	1		-1					20

4.3.1.8 Öncelik Düzeylerinin Yeniden Sıralanması

Daha önceki durumlarda olduğu gibi eğer problemin başlangıç önceliklerinin sıralaması değiştirilmek isteniyorsa, problemi baştan çözmeye gerek yoktur. Herhangi bir sıralama değiştirilmesi $w_{k,s}$ ve $u_{i,k}$ değişimini analiz etmek için kullanılan yöntemler kullanılarak analiz edilebilir. Öte yandan en kolay yaklaşım aşağıdaki gibidir.²¹

- 1) Öncelikleri tekrar sıralanır
- 2) $R_{k,s}$ ve a_k nın yeni değerleri hesaplanır.
- 3) Önemli iki etki şunlar olabilir.
 - a. Yeni çözüm artık optimal olmayabilir ve/veya
 - b. Yeni çözüm artık geçerli olmayabilir.

²¹ Aynı, s. 464.

4.3.2 Parametrik Doğrusal Hedef Programlama

Hedef programlamada sürekli aralıktaki değişimlerin etkisi de incelenmelidir. Ancak ne yazık ki; bu analizdeki hesaplamaların zorluğu bu problemin çözümünün elde etkili bir şekilde yapılmasını olanaksız kılmaktadır.²²

4.3.2.1 Başarım Vektöründeki Parametre

Aşağıdaki örneği inceleyelim.²³

Örnek 4.9

Minimize $a = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2[d_3^- + d_4^-(1+d)] + P_3 d_1^-$

$$x_1 + d_1^- - d_1^+ = 20$$

$$x_2 + d_2^- - d_2^+ = 35$$

$$-5x_1 + 3x_2 + d_3^- - d_3^+ = 220$$

$$x_1 - x_2 + d_4^- - d_4^+ = 60$$

$$x, d^-, d^+ \geq 0$$

Orijinal modelde ikinci öncelik düzeyinde d_4^- ile ilgili ağırlık 2 birimdir. Yeni modelde bu sabit değer $(1+d)$ ile değiştirilmiştir. Burada amacımız d nin değişim aralığının etkisini araştırmak olmalıdır. Böylece optimal program d_4^- ağırlığının değişiminden etkilenmektedir. Öyleyse;

1. Bu etkiler neler olmaktadır.
2. Bu değişiklikler nerede oluşmaktadır.

Parametrik analizin yapılmasında kullanılan yaklaşım aşağıdaki aşamaları izlemektedir.²⁴

Adım1: Model formüle edilir ve araştırılmak istenilen bütün parametreler modele dahil edilir.

²² Hamdy Taha, (2000), *Yöneylem Araştırması* Çeviren: Ş.Alp Baray, Şakir Esnaf (İstanbul: Literatür Yayıncılık), s. 324

²³ Ignizio, *Ön.ver.*, s. 464.

²⁴ *Aynı.*, s. 465.

Adım2: Parametreler sıfır olarak ayarlanır ve buna göre optimal sonuç bulunur.

Adım3: Tablo içindeki parametreler yerleştirilir.

Adım4: Üçüncü adımdaki tablo hala optimal değilse parametrelerin öncelikleri araştırılır.

Adım5: Parametrelerden biri sınır değerine ayarlanır ve yeni optimal tablo oluşturulur.

Adım6: Bütün parametrelerin uygun öncelikleri araştırılıncaya kadar 3. ve 5. adımlar tekrarlanır.

Örneğimizde d nin 0 olduğu optimal tablo aşağıdadır.

Tablo4.10 Örnek 4.9 $d=0$ olması Durumunda Optimal Tablo

	V	X_1	d_2^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	x_B
P_3	d_1^-	1		-1				20
	x_2		1		-1			35
P_2	d_3^-	-5	-3		3	-1		115
P_2	d_4^-	1	1		-1		-1	95
	P_1			-1	-1			0
	P_2	-4	-2		2	-1	-1	210
	P_3	1		-1				20

Eğer temel değişkenin ağırlık faktörü d kadar değiştirilirse sonuç aşağıdaki tablo gibi olur.

Tablo4.11 Örnek 4.9 d Kadar Değişimin Oluşturduğu Simpleks Tablo

				P_1	P_1			
	V	x_1	d_2^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	x_B
P_3	d_1^-	1		-1				20
	x_2		1		-1			35
P_2	d_3^-	-5	-3		3	-1		115
$(1+d)P_2$	d_4^-	1	1		-1		-1	95
	P_1			-1	-1			0
	P_2	$(-4+d)$	$(-2+d)$		$(2-d)$	-1	$(-1-d)$	$210+95d$
	P_3	1		-1				20

Bu tablodan çözümün geçerli olduğu anlaşılmaktadır. Bununla birlikte sadece;

$$R_{2,1} \leq 0$$

$$R_{2,2} \leq 0$$

$$R_{2,6} \leq 0$$

Şartları sağlanırsa çözüm optimaldir. Bu da;

$$(-4+d) \leq 0 \quad \text{ya da} \quad d \leq 4$$

$$(-2+d) \leq 0 \quad \text{ya da} \quad d \leq 2$$

$$(-1-d) \leq 0 \quad \text{ya da} \quad d \geq -1$$

şartlarını ortaya çıkarmaktadır.

Sonuç olarak tabloda gösterilen program d nin $-1 \leq d \leq 2$ sınırları arasında olması durumunda optimaldir. Bu da d_4^- için $-1 \leq d_4^- \leq 2$ aralığına denk gelir. Daha sonra d nin sınır değerleri için yeni optimal çözümler araştırılmalıdır. Bu değerler -1 ve $+2$ dir. Öte yandan -1 den küçük değerlerle ilgilenilmez. Çünkü negatif ağırlık faktörleriyle ilgilenilmemektedir. Dolayısıyla $d=2$ olması durumunda optimal çözüm araştırılır. $d=2$ olması durumunda sıfırlı kolonlar vardır ve dolayısıyla alternatif optimal çözüm olacaktır. d_2^- ve x_2 i değiştirilerek alternatif optimal çözüm aşağıdaki tablodaki gibi bulunur.

Tablo4.12 Örnek 4.9 Alternatif Optimal Çözüm

		P ₃		P ₁	P ₁			
	V	X ₁	x ₂	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	x _B
P ₃	d_1^-	1		-1				20
	d_2^-		1		-1			35
P ₂	d_3^-	-5	3			-1		220
(1+d)P ₂	d_4^-	1	-1				-1	60
	P ₁			-1	-1			0
	P ₂	(4+d)	(2-d)			-1	(-1-d)	280+60d
	P ₃	1		-1				20

$$(-4+d) \leq 0 \quad \text{ya da} \quad d \leq 4$$

$$(-2+d) \leq 0 \quad \text{ya da} \quad d \leq 2$$

$$(-1-d) \leq 0 \quad \text{ya da} \quad d \geq -1$$

Dolayısıyla $2 \leq d \leq 4$ olur.

d , 2 ile 4 aralığında olduğunda (yani ağırlık 3 ve 5 arasında olduğunda) optimal çözüm ;

$x^* = (0,0)$ olmaktadır.

Şimdi de uç nokta olan $d=4$ için yeni optimal tablo bulunmalıdır.

Tablo4.13 Örnek 4.9 $d=4$ Olması Durumunda Optimal Tablo

		P_3		P_1	P_1			
	V	d_1^-	x_2	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^+	x_B
	x_1	1		-1				20
	d_2^-		1		-1			35
P_2	d_3^-	5	3		-5	-1		320
$(1+d)P_2$	d_4^-	-1	-1	1			-1	40
	P_1			-1	-1			0
	P_2	$(4-d)$	$(2-d)$	$(-4+d)$	1	-1	-2	$360+40d$
	P_3	-1						0

Bu tabloda;

$$(4-d) \leq 0 \quad \text{ya da} \quad d \geq 4$$

$$(2-d) \leq 0 \quad \text{ya da} \quad d \geq 2$$

$$(-1-d) \leq 0 \quad \text{ya da} \quad d \geq -1$$

şartları gerçekleşirse tablo optimal olur. d nin 4 den sonsuza kadar herhangi bir değerinde optimal çözüm $x^* = (20,0)$ olmaktadır.

Artık d nin incelenecek yeni bir uç noktası kalmamıştır. Sonuç olarak -1 den ∞ kadar olan sürekli değişimler aşağıdaki tabloda özetlenebilir.

Tablo4.14 Örnek 4.9 Sürekli Değişmelerin Sonuçları

d Aralığı	Optimal Program	Optimal Başarım Vektörü
$-1 \leq d \leq 2$	$X^* = (0, 35)$	$a^* = (0, 210+95d, 20)$
$2 \leq d \leq -95/3$	$x^* = (0, 0)$	$a^* = (0, 280+60d, 20)$
$d \geq 4$	$x^* = (20, 0)$	$a^* = (0, 360+40d, 0)$

Bu tablo incelenirse; optimal tablonun ikinci öncelik düzeyindeki d_4^- öncelik faktörüne bağlı olduğu görülür. $(1+d)$ nin 0 ve 3 aralığında olması durumunda $x_1^* = 0$, $x_2^* = 35$, 3 ile 5 arasında olması durumunda $x_1^* = x_2^* = 0$, 5 ten büyük olması durumunda $x_1^* = 20$, $x_2^* = 0$, olmaktadır.

4.3.2.2 Sağ Taraf Sütununa Parametre Eklenmesi

Daha önceki analizde kullanılan 6 adımlı yöntem burada biraz geliştirilerek uygulanabilir. Sadece 4. ve 5. adımlardaki optimal kelimesi geçerli kelimesiyle değiştirilir.²⁵

Örnek 4.10

$$\text{Minimize } a = P_1(d_1^+ + d_2^+) + P_2(d_3^- + d_4^-) + P_3 d_1^-$$

$$x_1 + d_1^- - d_1^+ = 20 - d$$

$$x_2 + d_2^- - d_2^+ = 35 + d$$

²⁵ Aynı, s. 468.

$$-5x_1 + 3x_2 + d_3^- - d_3^+ = 220$$

$$x_1 - x_2 + d_4^- - d_4^+ = 60 + 2d$$

$$x, d^-, d^+ \geq 0$$

d parametresinin 1,2 ve 4. hedeflere dahil edilmesine dikkat edilmelidir. G_1 deki sağ taraf d nin artmasıyla azalır. G_2 de ise d nin artmasıyla artar. G_4 de ise sağ tarafın artışı d nin artışının iki katıyla orantılıdır. Fiziksel olarak bu zaman içinde kaynakların azalması artması ya da enflasyon oranındaki değişimlerden kaynaklanabilir.

Önelikle $d=0$ ayarlanır ve optimal tablo bulunur. Bu tablo Tablo 4.5 deki çözümle aynıdır. Daha sonra d parametresi ilave edilir ki; bu parametre sağ taraf vektöründe kesikli değişimlere neden olur. Yeni sağ taraf vektörü aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\hat{x}_B = B^{-1} \hat{b}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 - d \\ 35 + d \\ 220 \\ 60 + 2d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 - d \\ 35 + d \\ 115 - 3d \\ 95 + 3d \end{pmatrix}$$

ve

$$\hat{a}_k = u_k \hat{x}_B$$

Aşağıdaki tablo d eklendiğinde oluşan optimal tabloyu göstermektedir.

Tablo4.15 Örnek 4.10 Sağ Taraf Sütununa d Eklenmesi Durumunda Oluşan Simpleks Tablo

				P ₁	P ₁		2P ₂	
	V	x ₁	d ₂ ⁻	d ₁ ⁺	d ₂ ⁺	d ₃ ⁺	d ₄ ⁺	x _B
P ₃	d ₁ ⁻	1		-1				20-d
	X ₂		1		-1			35+d
P ₂	d ₃ ⁻	-5	-3		3	-1		115-3d
2P ₂	d ₄ ⁻	1	1		-1		-1	95+3d
	P ₁			-1	-1			0
	P ₂	-3	-1		1	-1	-2	305+3d
	P ₃	1		-1				20-d

d nin değeri dikkate alınmazsa bu tablo optimaldir. Öte yandan sadece x_B negatif elemanları içeriyorsa geçerlidir. Yani tablo;

$$(20-d) \geq 0 \quad \text{ya da} \quad d \leq 20$$

$$(35+d) \geq 0 \quad \text{ya da} \quad d \geq -35$$

$$(115-3d) \geq 0 \quad \text{ya da} \quad d \leq 115/3$$

$$(95+3d) \geq 0 \quad \text{ya da} \quad d \geq -95/3$$

ise geçerlidir.

Dolayısıyla d nin aralığı; $-95/3 \leq d \leq 20$ olmaktadır. Bu aralıkta optimal program $x^* = (0, 35+d)$ olmaktadır.

Daha sonra d nin uç değeri ayarlandığında yeni geçerli tablo oluşturulmaya çalışılır. $d > 20$ olduğunda G₁ nin negatif olacağına dikkat edilmelidir. Bunun fiziksel

olarak mümkün olduğu varsayılırsa bütün ilgi $d = -95/3$ ile sınırlanır. $d = -95/3$ e ayarlanırsa d_1^-, x_2 ve d_3^- pozitif değer alırlar. d_4^- nin sıfır olacağına dikkat edilmelidir. Dolayısıyla d_4^- ve d_4^+ yı değiştirmek için dual simpleks tablo kullanılır ve aşağıdaki tabloya ulaşılır.

Tablo4.16 Örnek 4.10 $d = -95/3$ Olması Durumunda Optimal Tablo

				P_1	P_1		$2P_2$	
	V	x_1	d_2^-	d_1^+	d_2^+	d_3^+	d_4^-	x_B
P_3	d_1^-	1		-1				20-d
	x_2		1		-1			35+d
P_1	d_3^-	-5	-3		3	-1		115-3d
	d_4^+	-1	-1		1		-1	-95-3d
	P_1			-1	-1			0
	P_2	-5	-3		3	-1	-2	115-3d
	P_3	1		-1				20-d

Bu tablo incelenirse;

$$(20-d) \geq 0 \quad \text{ya da} \quad d \leq 20$$

$$(35+d) \geq 0 \quad \text{ya da} \quad d \geq -35$$

$$(115-3d) \geq 0 \quad \text{ya da} \quad d \leq 115/3$$

$$(-95-3d) \geq 0 \quad \text{ya da} \quad d \leq -95/3$$

olduğunda geçerli olduğu görülür. Aşağıdaki aralık bu dört durumu da karşılamaktadır.

$$-35 \leq d \leq -95/3$$

Bu aralıkta optimal program $x^* = (0, 35+d)$ dir .Bu da daha önce araştırılan aralıktakine eşittir.

İkinci adım $d = -35$ yapıp, yeni tabloyu oluşturmak olmalıdır. $d = -35$ olduğunda tablo x_2 için 0 sağ taraf değerini alır ve bu durumda x_2 ile d_2^+ değiştirilerek dual simpleks yöntemi kullanılır. Öte yandan $d = -35$ e eşit olursa ya da -35 den daha küçük olursa G_2 nin sağ tarafı negatif olmaktadır. Dolayısıyla bu bölgeyle ilgilenilmez Aşağıdaki tablo bütün sonuçları özetlemektedir.

Tablo4.17 Örnek 4.10 Sağ Taraf Sütununda Sürekli Değişmelerin Sonuçları

d Aralığı	Optimal Program	Optimal Başarım Vektörü
$-95/3 \leq d \leq 20$	$X^* = (0, 35+d)$	$a^* = (0, 305+3d, 20-d)$
$-35 \leq d \leq -95/3$	$X^* = (0, 35+d)$	$a^* = (0, 115-3d, 20-d)$

Sonuç olarak $-35 \leq d \leq 20$ arasında x_1 her zaman 0 ve $x_2 = 35+d$ ye eşit olur. Problemlerin çoğunda araştırılan bölge bu örnektekinden çok daha geniştir. Ancak yapılan işlemler aynıdır.

V. BÖLÜM

BİR UYGULAMA DENEMESİ

5.1 Uygulama Metodolojisi

Bundan önceki bölümlerde doğrusal hedef programlamanın teorik incelemesi yapılmaya çalışılmış, bir doğrusal hedef programlama modelinin nasıl oluşturulması ve nasıl çözülmesi gerektiği örneklerle açıklanmıştı. Bu bölümde doğrusal hedef programlamanın günümüz işletmelerinde nasıl kullanılabileceğini göstermek amacıyla Bandırma'da üretim yapan bir gıda işletmesinde bir uygulama denemesi yapılmaya çalışılmıştır. Uygulama yapılırken işletmenin bölüm yöneticileriyle görüşülmüş, muhasebe, üretim ve personel bölümlerinden gerekli veriler temin edilmiştir. Yöneticilerin beyanları doğrultusunda işletmenin hedefleri belirlenmiş ve üst yönetimin bu hedefleri önem sırasına koyması sağlanmıştır. Daha sonra bu hedefler ve elde edilen veriler kullanılarak doğrusal hedef programlama modeli oluşturulmuş, bu model "Windows QSB" programı yardımıyla çözülmüş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

5.2 Uygulama İşletmesinin Tanıtımı:

Türkiye'de sektöründeki en önemli işletmelerden biri olan uygulama işletmesi Damızlık Çiftlikleri, Kuluçka Tesisi, Kesim Tesisi, Laboratuvarı ve Yem Fabrikasıyla entegre bir piliç üreticisidir. Bandırma 'da üretim yapan işletme 1000 adet çalışanı, saatte 8000 adet kesim kapasitesiyle, 100 ton piliç etini tabaklı, ileri işlem ve toplu tüketim ürünleri şeklinde hijyen kurallarına uygun bir biçimde üreterek bölge müdürlükleri ve bayiler aracılığı ile satış noktalarına ulaştırmaktadır.

5.3 Hedefler ve Önceliklerin Belirlenmesi

Hedef Programlama modelleri karar vericiden, karar sürecinden önce bilgi isteyen bir sayısal tekniktir. Dolayısıyla çalışma yapılırken işveren ve ilgili departman yöneticileriyle yapılan görüşmeler sonucu işletmenin hedefleri ve öncelikleri belirlenmiştir. Buna göre işletmenin hedefleri öncelik sırasına göre aşağıdaki gibi sıralanmıştır.

P₁ : Yıllık toplam karın 11.500.000.000.000 TL olması

P₂ : Yıllık toplam maliyetin 73.097.248.446.000 TL olması

P₃ : Yıllık satış hasılatının 81.773.024.632.000 TL olması

P₄ : Toplam işgücü kapasitesinin aşılmaması

P₅ : Parçalı ürünlerin satışlarının, toplam satışların %70'ini oluşturması

P₆ : Tabaklı olarak satılan parçalı ürünlerin, toplam parçalı ürün satışlarının %60'ını oluşturması

Yukarıda sıralanan hedefler incelendiğinde bu hedeflerden bazılarının birbirlerini tamamladığı, bazılarının da birbirleriyle çeliştiği görülür. Örneğin kar hedefiyle maliyet hedefi ya da satış hasılatı hedefi birbirlerini tamamlayıcı niteliktedirler. Öte yandan istenilen miktarda kara ulaşabilmek için, belli bir üretim düzeyini yakalamak gerekmektedir. Bu da bazen işgücü kapasitesinin aşılmasını ya da bir başka deyişle fazla mesai yapılmasını gerektirebilir. Fazla mesai işletmeye ek bir maliyet getireceğinden bu hedef maliyet ve kar hedefleriyle çelişebilir. İşletme pazarlama stratejisi olarak ürünlerin tabaklı olarak satılmasını hedeflemektedir. Ancak bu da ek bir maliyet getireceğinden maliyet ve dolayısıyla kar hedefiyle çelişecektir.

Böyle bir durumda işletmenin hedeflerini uzlaştırarak, hedeflerine mümkün olduğunca yaklaşmasını sağlayacak üretim programını belirlemek için Doğrusal Hedef Programlama Modeli kullanmak yerinde olacaktır.

5.4 Modelin Oluşturulması

Model kurulurken işletmenin birim başına kar, maliyet, satış fiyatı, işçilik süresi gibi verileri işletme departmanlarından temin edilmiş ve aşağıdaki varsayımlarda bulunulmuştur.

1. Her işçi üretimdeki bütün işleri yapabilmektedir.
2. Günlük çalışma süresi 7,5 saat ve aylık çalışma süresi 26 gün olarak kabul edilmiştir.
3. İşletmenin şoklu ürün satışları taze ürün satışına oranla çok az olduğundan, şoklu ve taze ürünlerin maliyet, kar gibi verileri arasındaki farklılıklar ihmal edilmiştir.
4. Üretimdeki küçük fireler ihmal edilmiştir.
5. Sektörün yapısı itibarıyla pazarlamanın sayısal olarak ifade edilebilecek kısıtlayıcılarını belirlemek çok zor olduğundan, yöneticilerin deneyimleri ve geçmiş satışlar dikkate alınarak bazı kısıtlar oluşturulmuştur.

Bütün bu varsayımlar ışığında ilk olarak her biri, bir ürün çeşidi için yıllık üretim miktarını temsil etmek üzere 81 adet karar değişkeni aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

Tablo 5.1 Uygulama Denemesi Karar Değişkenleri

KARAR DEĞİŞKENLERİ	
X ₁	Tabak Piliç
X ₂	Tabak Yarım Piliç
X ₃	Tabak İkiz Şeker Piliç
X ₄	Tabak Beş Parça
X ₅	Tabak Ekstra Göğüs
X ₆	Tabak Göğüs Bonfile
X ₇	Tabak Göğüs Şiş
X ₈	Tabak Schnitzel
X ₉	Tabak Beyti

X ₁₀	Tabak Baby Şiş
X ₁₁	Tabak Kalçalı But
X ₁₂	Tabak Ekstra But
X ₁₃	Tabak Kalça
X ₁₄	Tabak But Sarma
X ₁₅	Tabak İncik
X ₁₆	Tabak Pirzola
X ₁₇	Tabak Kemiksiz But
X ₁₈	Tabak Izgara Tava
X ₁₉	Tabak But Şiş
X ₂₀	Tabak Tava Şiş
X ₂₁	Tabak Drumstick
X ₂₂	Tabak Izgara Drumstick
X ₂₃	Tabak Izgara Kanat
X ₂₄	Tabak Ciğer
X ₂₅	Tabak Katı
X ₂₆	Tabak Katı Kıyma
X ₂₇	Tabak Piliç Kıyma
X ₂₈	Poşet Piliç
X ₂₉	Poşet Çıtırıtı Piliç
X ₃₀	Tabak Dilimli Burger
X ₃₁	Tabak Sosis
X ₃₂	Tabak Salam
X ₃₃	Tabak Sucuk
X ₃₄	Tabak Nugget
X ₃₅	Tabak Kadınbudu Köfte
X ₃₆	Tabak Köfte
X ₃₇	Tabak Kasap Köfte
X ₃₈	Tabak Döner
X ₃₉	Tabak Sebzeli Piliç
X ₄₀	Tabak Jambon
X ₄₁	Dökme Yarım Piliç
X ₄₂	Dökme Ekstra Göğüs
X ₄₃	Dökme Sırtlı Göğüs
X ₄₄	Dökme Göğüs Bonfile
X ₄₅	Dökme Derili Bonfile
X ₄₆	Dökme Göğüs Kuşbaşı
X ₄₇	Dökme Göğüs Şiş
X ₄₈	Dökme Schnitzel
X ₄₉	Dökme Piliç Beyti
X ₅₀	Dökme Baby Şiş
X ₅₁	Dökme Şeker Piyale
X ₅₂	Dökme Piliç Kıyma
X ₅₃	Dökme Kalçalı But
X ₅₄	Dökme Ekstra But

X ₅₅	Dökme Kalça
X ₅₆	Dökme But Sarma
X ₅₇	Dökme İncik
X ₅₈	Dökme Pirzola
X ₅₉	Dökme Kemiksiz But
X ₆₀	Dökme Izgara Tava
X ₆₁	Dökme But Şiş
X ₆₂	Dökme Tava Şiş
X ₆₃	Dökme Drumstick
X ₆₄	Dökme Izgara Drumstick
X ₆₅	Dökme Yarasa Kanat
X ₆₆	Dökme Izgara Kanat
X ₆₇	Dökme Yemeklik Kuşbaşı
X ₆₈	Dökme But
X ₆₉	Dökme Ciğer
X ₇₀	Dökme Katı
X ₇₁	Dökme Katı Kıyma
X ₇₂	Dökme İnce Kıyma
X ₇₃	Dökme Dilimli Burger
X ₇₄	Dökme Sosis
X ₇₅	Dökme Kadınbudu Köfte
X ₇₆	Şeker Piliç Baton Döner
X ₇₇	Şeker Piliç Baton Salam
X ₇₈	Dökme Baton Jambon
X ₇₉	Dökme Nugget
X ₈₀	Dökme Şeker Köfte
X ₈₁	Dökme Kasap Köfte

Karar değişkenlerinin tanımlanmasından sonra yapılması gereken amaç fonksiyonunun ve kısıtlayıcıların oluşturulmasıdır. Hedef Programlamada amaç fonksiyonu hedeften sapmaları minimize edecek bir fonksiyondur. Dolayısıyla amaç fonksiyonunda istenmeyen sapmaları temsil eden sapma değişkenleri yer alacaktır.

Kısıtlayıcılar oluşturulurken ise iki çeşit kısıtlayıcıdan söz etmek gerekir. Bunlardan biri işletmelerin hedeflerini gösteren hedef kısıtlayıcıları grubu, diğeri de teknolojik kısıtlamaları gösteren sistem kısıtlayıcılarıdır. Hedef kısıtlayıcıları model kurulmadan önce işletmedeki karar vericilerden alınan 6 hedefi göz önünde bulunduran, sapma değişkenleri sayesinde esnek hale getirilebilen kısıtlayıcılarıdır. Diğeri kısıtlar ise daha çok üretimdeki zorunluluklardan oluşan katı sistem kısıtlayıcılarıdır. Örneğin bir bütün piliçten elde edilen ciğer miktarı, ya da kanat miktarı bellidir. Bunu değiştirmek

olanaksızdır. Dolayısıyla üretilebilecek ciğer ya da kanat miktarı belli bir oranı geçememektedir. Bu da kısıtlayıcı olarak modele girmektedir. Bunun gibi daha bir çok kısıtlayıcı dikkate alınarak, karar ve sapma değişkenlerinin negatif olamayacağını gösteren negatif olmama koşulu da ilave edilerek hedef programlama modeli aşağıdaki gibi oluşturulabilir.

Amaç Fonksiyonu:

$$Z_{\min} = P_1 d_1^- + P_2 d_2^+ + P_3 d_3^- + P_4 d_4^+ + P_5 (d_5^- + d_5^+) + P_6 (d_6^- + d_6^+)$$

Kısıtlayıcılar:

$$\begin{aligned} &778X_1 + 418X_2 + 874X_3 + 882X_4 + 946X_5 + 180X_6 - 174X_7 + 1256X_8 - 418X_9 - 30X_{10} + \\ &702X_{11} + 274X_{12} + 562X_{13} + 472X_{14} - 494X_{15} + 480X_{16} - 188X_{17} - 1046X_{18} - 1040X_{19} - \\ &852X_{20} - 170X_{21} - 832X_{22} + 704X_{23} - 162X_{24} + 32X_{25} + 196X_{26} + 1284X_{27} + 316X_{28} + \\ &86X_{29} + 1404X_{30} + 780X_{31} + 504X_{32} - 1040X_{33} - 130X_{34} + 732X_{35} + 948X_{36} + 576X_{37} + \\ &990X_{38} - 1100X_{39} - 626X_{40} + 814X_{41} + 482X_{42} + 754X_{43} + 286X_{44} + 496X_{45} - 68X_{46} + \\ &464X_{47} + 1574X_{48} + 498X_{49} - 336X_{50} + 1220X_{51} + 1302X_{52} + 670X_{53} + 6X_{54} + 362X_{55} + \\ &502X_{56} - 192X_{57} + 876X_{58} + 192X_{59} - 914X_{60} - 466X_{61} - 1112X_{62} + 92X_{63} + 18X_{64} + \\ &952X_{65} + 520X_{66} + 544X_{67} - 366X_{68} + 188X_{69} - 10X_{70} + 384X_{71} - 102X_{72} + 1186X_{73} + \\ &644X_{74} + 842X_{75} - 496X_{76} + 758X_{77} - 702X_{78} - 152X_{79} + 878X_{80} + 246X_{81} + d_1^- - d_1^+ = \\ &11.500.000.000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &2418X_1 + 2582X_2 + 2358X_3 + 2658X_4 + 2804X_5 + 4694X_6 + 5460X_7 + 4506X_8 + 5438X_9 \\ &+ 5738X_{10} + 2718X_{11} + 3562X_{12} + 2704X_{13} + 3770X_{14} + 4520X_{15} + 3896X_{16} + 4928X_{17} \\ &+ 6052X_{18} + 6488X_{19} + 6696X_{20} + 3688X_{21} + 4388X_{22} + 3070X_{23} + 2586X_{24} + 2586X_{25} \\ &+ 2540X_{26} + 2546X_{27} + 2314X_{28} + 2306X_{29} + 2042X_{30} + 3212X_{31} + 2770X_{32} + 4438X_{33} + \\ &4310X_{34} + 2666X_{35} + 3100X_{36} + 3418X_{37} + 4696X_{38} + 4542X_{39} + 5616X_{40} + 2486X_{41} + \\ &2532X_{42} + 2528X_{43} + 4450X_{44} + 3736X_{45} + 4470X_{46} + 5184X_{47} + 4270X_{48} + 5124X_{49} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 5326X_{50} + 2288X_{51} + 2328X_{52} + 2546X_{53} + 3326X_{54} + 2572X_{55} + 3546X_{56} + 4262X_{57} + \\
& 3674X_{58} + 4690X_{59} + 5762X_{60} + 6152X_{61} + 6420X_{62} + 3416X_{63} + 4112X_{64} + 2556X_{65} + \\
& 2936X_{66} + 2416X_{67} + 3514X_{68} + 2216X_{69} + 2220X_{70} + 2268X_{71} + 814X_{72} + 1808X_{73} + \\
& 2750X_{74} + 2376X_{75} + 4276X_{76} + 2394X_{77} + 5232X_{78} + 4050X_{79} + 2912X_{80} + 3282X_{81} + \\
& d_2^- - d_2^+ = \mathbf{73.097.248.446}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 3196X_1 + 3000X_2 + 3232X_3 + 3540X_4 + 3750X_5 + 4874X_6 + 5286X_7 + 5762X_8 + 5020X_9 + \\
& + 5708X_{10} + 3420X_{11} + 3836X_{12} + 3266X_{13} + 4242X_{14} + 4026X_{15} + 4376X_{16} + 4740X_{17} + \\
& 5006X_{18} + 5448X_{19} + 5844X_{20} + 3518X_{21} + 3556X_{22} + 3774X_{23} + 2424X_{24} + 2618X_{25} + \\
& + 2736X_{26} + 3830X_{27} + 2630X_{28} + 2392X_{29} + 3446X_{30} + 3992X_{31} + 3274X_{32} + 3398X_{33} + \\
& 4180X_{34} + 3398X_{35} + 4048X_{36} + 3994X_{37} + 5686X_{38} + 3442X_{39} + 4990X_{40} + 3300X_{41} + \\
& + 3014X_{42} + 3282X_{43} + 4736X_{44} + 4232X_{45} + 4402X_{46} + 5648X_{47} + 5844X_{48} + 5622X_{49} + \\
& 4990X_{50} + 3508X_{51} + 3630X_{52} + 3216X_{53} + 3332X_{54} + 2934X_{55} + 4048X_{56} + 4070X_{57} + \\
& 4550X_{58} + 4882X_{59} + 4848X_{60} + 5686X_{61} + 5308X_{62} + 3508X_{63} + 4130X_{64} + 3508X_{65} + \\
& 3456X_{66} + 2960X_{67} + 3148X_{68} + 2404X_{69} + 2210X_{70} + 2652X_{71} + 712X_{72} + 2994X_{73} + \\
& 3394X_{74} + 3218X_{75} + 3780X_{76} + 3152X_{77} + 4530X_{78} + 3898X_{79} + 3790X_{80} + 3528X_{81} + \\
& d_3^- - d_3^+ = \mathbf{81.773.024.632}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0,00688X_1 + 0,0141X_2 + 0,00688X_3 + 0,02121X_4 + 0,01389X_5 + 0,0568X_6 + 0,16002X_7 + \\
& 0,05568X_8 + 0,22205X_9 + 0,22658X_{10} + 0,00926X_{11} + 0,01389X_{12} + 0,00855X_{13} + \\
& 0,03697X_{14} + 0,0638X_{15} + 0,05721X_{16} + 0,0861X_{17} + 0,10873X_{18} + 0,16327X_{19} + \\
& 0,23294X_{20} + 0,01543X_{21} + 0,10335X_{22} + 0,00926X_{23} + 0,02083X_{24} + 0,02083X_{25} + \\
& + 0,02217X_{26} + 0,02052X_{27} + 0,00614X_{28} + 0,00614X_{29} + 0,08777X_{30} + 0,11167X_{31} + \\
& 0,10377X_{32} + 0,09377X_{33} + 0,09177X_{34} + 0,09277X_{35} + 0,09527X_{36} + 0,09527X_{37} + \\
& 0,09827X_{38} + 0,14167X_{39} + 0,12767X_{40} + 0,00474X_{41} + 0,00067X_{42} + 0,00044X_{43} + \\
& 0,0458X_{44} + 0,02822X_{45} + 0,04806X_{46} + 0,13962X_{47} + 0,0444X_{48} + 0,20365X_{49} + \\
& 0,20377X_{50} + 0,00078X_{51} + 0,00826X_{52} + 0,00083X_{53} + 0,00111X_{54} + 0,00157X_{55} + \\
& 0,02287X_{56} + 0,04824X_{57} + 0,0432X_{58} + 0,07121X_{59} + 0,09129X_{60} + 0,14049X_{61} + \\
& 0,21355X_{62} + 0,00111X_{63} + 0,08647X_{64} + 0,00103X_{65} + 0,00103X_{66} + 0,01812X_{67} + \\
& + 0,00917X_{68} + 0,00188X_{69} + 0,00214X_{70} + 0,003X_{71} + 0,01185X_{72} + 0,08777X_{73} +
\end{aligned}$$

$$0,11167X_{74} + 0,09277X_{75} + 0,09827X_{76} + 0,10377X_{77} + 0,12767X_{78} + 0,09177X_{79} + \\ 0,09527X_{80} + 0,09527X_{81} + d_4^- - d_4^+ = \mathbf{873.600}$$

$$X_2 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + \\ X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \\ + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} + X_{50} \\ + X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} + X_{56} + X_{57} + X_{58} + X_{59} + X_{60} + X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} \\ + X_{66} + X_{67} + X_{68} + X_{69} + X_{70} + X_{71} + X_{72} + X_{73} + X_{74} + X_{75} + X_{76} + X_{77} + X_{78} + X_{79} + X_{80} \\ + X_{81} + d_5^- - d_5^+ = \mathbf{20.446.567}$$

$$X_2 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + \\ X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{30} + X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} \\ + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + d_6^- - d_6^+ = \mathbf{12.267.940}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + \\ X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} + X_{25} + X_{26} + X_{27} + X_{28} + X_{29} + X_{30} + X_{31} \\ + X_{32} + X_{33} + X_{34} + X_{35} + X_{36} + X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + \\ X_{47} + X_{48} + X_{49} + X_{50} + X_{51} + X_{52} + X_{53} + X_{54} + X_{55} + X_{56} + X_{57} + X_{58} + X_{59} + X_{60} + X_{61} + \\ X_{62} + X_{63} + X_{64} + X_{65} + X_{66} + X_{67} + X_{68} + X_{69} + X_{70} + X_{71} + X_{72} + X_{73} + X_{74} + X_{75} + X_{76} \\ + X_{77} + X_{78} + X_{79} + X_{80} + X_{81} = \mathbf{29.209.382}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_{28} + X_{29} + X_{41} \leq \mathbf{29.209.382}$$

$$0,447X_1 + 0,447X_2 + 0,447X_3 + 0,447X_4 + X_{11} + 0,447X_{28} + 0,447X_{29} + 0,447X_{41} + X_{53} \leq \\ \mathbf{13.056.593}$$

$$0,399X_1 + 0,399X_2 + 0,399X_3 + 0,399X_4 + 0,399X_{28} + 0,399X_{29} + 0,399X_{41} + X_{43} \leq \\ \mathbf{11.654.543}$$

$$0,114X_1 + 0,114X_2 + 0,114X_3 + 0,114X_4 + X_{23} + 0,114X_{28} + 0,114X_{29} + 0,114X_{41} + X_{65} + \\ X_{66} \leq \mathbf{3.329.869}$$

$$0,314X_1 + 0,314X_2 + 0,314X_3 + 0,314X_4 + X_{12} + 0,314X_{28} + 0,314X_{29} + 0,314X_{41} + X_{54} \leq 9.171.746$$

$$0,137X_1 + 0,137X_2 + 0,137X_3 + 0,137X_4 + X_{21} + X_{22} + 0,137X_{28} + 0,137X_{29} + 0,137X_{41} + X_{63} + X_{64} \leq 4.001.685$$

$$0,309X_1 + 0,309X_2 + 0,309X_3 + 0,309X_4 + X_{13} + 0,309X_{28} + 0,309X_{29} + 0,309X_{41} + X_{55} \leq 9.025.699$$

$$0,176X_1 + 0,176X_2 + 0,176X_3 + 0,176X_4 + X_{14} + 0,176X_{28} + 0,176X_{29} + 0,176X_{41} + X_{56} \leq 5.140.851$$

$$0,175X_1 + 0,175X_2 + 0,175X_3 + 0,175X_4 + X_{16} + 0,175X_{28} + 0,175X_{29} + 0,175X_{41} + X_{58} \leq 5.111.642$$

$$0,148X_1 + 0,148X_2 + 0,148X_3 + 0,148X_4 + X_{15} + 0,148X_{28} + 0,148X_{29} + 0,148X_{41} + X_{57} \leq 4.322.988$$

$$0,133X_1 + 0,133X_2 + 0,133X_3 + 0,133X_4 + X_{17} + 0,133X_{28} + 0,133X_{29} + 0,133X_{41} + X_{59} \leq 3.884.848$$

$$0,106X_1 + 0,106X_2 + 0,106X_3 + 0,106X_4 + X_{18} + 0,106X_{28} + 0,106X_{29} + 0,35X_{37} + 0,106X_{41} + X_{60} + 0,35X_{75} + 0,35X_{81} \leq 3.096.194$$

$$0,107X_1 + 0,107X_2 + 0,107X_3 + 0,107X_4 + X_{19} + 0,107X_{28} + 0,107X_{29} + 0,107X_{41} + X_{61} \leq 3.125.404$$

$$0,115X_1 + 0,115X_2 + 0,115X_3 + 0,115X_4 + X_{20} + 0,115X_{28} + 0,115X_{29} + 0,115X_{41} + X_{62} \leq 3.359.079$$

$$0,344X_1 + 0,344X_2 + 0,344X_3 + 0,344X_4 + X_5 + 0,344X_{28} + 0,344X_{29} + 0,344X_{41} + X_{42} \leq$$

10.048.017

$$0,177X_1 + 0,177X_2 + 0,177X_3 + 0,177X_4 + 0,177X_{28} + 0,177X_{29} + 0,5X_{34} + 0,35X_{35} \\ + 0,2X_{36} + 0,35X_{37} + 0,7X_{38} + 0,7X_{40} + 0,177X_{41} + 0,7X_{76} + 0,7X_{78} + 0,5X_{79} + 0,2X_{80} \leq$$

5.170.060

$$0,22X_1 + 0,22X_2 + 0,22X_3 + 0,22X_4 + X_9 + 0,22X_{28} + 0,22X_{29} + 0,22X_{41} + X_{45} \leq$$

6.426.064

$$0,175X_1 + 0,175X_2 + 0,175X_3 + 0,175X_4 + X_8 + 0,175X_{28} + 0,175X_{29} + 0,175X_{41} + X_{48} \leq$$

5.111.641

$$0,18X_1 + 0,18X_2 + 0,18X_3 + 0,18X_4 + X_7 + 0,18X_{28} + 0,0215X_{29} + 0,0215X_{41} + X_{47} \leq$$

5.257.688

$$0,016X_1 + 0,016X_2 + 0,016X_3 + 0,016X_4 + X_9 + 0,016X_{28} + 0,016X_{29} + 0,016X_{41} + X_{49} \leq$$

467.350

$$0,017X_1 + 0,017X_2 + 0,017X_3 + 0,017X_4 + X_{10} + 0,017X_{28} + 0,017X_{29} + 0,017X_{41} + X_{50} \leq$$

496.559

$$0,017X_1 + 0,017X_2 + 0,017X_3 + 0,017X_4 + X_{27} + 0,017X_{28} + 0,017X_{29} + 0,017X_{41} + X_{51} \\ + X_{52} \leq$$

496.559

$$0,049X_1 + 0,049X_2 + 0,049X_3 + 0,049X_4 + 0,049X_{28} + 0,049X_{29} + 0,75X_{30} \\ + 0,75X_{31} + 0,2X_{34} + 0,75X_{36} + 0,049X_{41} + X_{72} + 0,75X_{73} + 0,75X_{74} + 0,2X_{79} + 0,75X_{80} \\ + 0,35X_{81} \leq$$

1.439.438

$$0,311X_1 + 0,311X_2 + 0,311X_3 + 0,311X_4 + X_5 + X_8 + X_{10} + 0,311X_{28} + 0,311X_{29} + \\ 0,311X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{50} =$$

9.084.118

$$0,297X_1 + 0,297X_2 + 0,297X_3 + 0,297X_4 + X_{11} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} + X_{22} + 0,297X_{28} + 0,297X_{29} + 0,297X_{41} + X_{53} + X_{56} + X_{57} + X_{58} + X_{60} + X_{61} + X_{62} + X_{63} + X_{64} = \mathbf{8.635.186}$$

$$0,175X_1 + 0,175X_2 + 0,175X_3 + 0,175X_4 + X_5 + X_6 + X_8 + X_{10} + 0,175X_{28} + 0,175X_{29} + 0,35X_{35} + 0,35X_{36} + 0,35X_{37} + 0,7X_{38} + 0,175X_{41} + X_{42} + X_{44} + X_{48} + X_{50} + 0,35X_{75} + 0,7X_{76} + 0,35X_{80} + 0,75X_{80} + 0,35X_{81} \leq \mathbf{5.111.642}$$

$$0,344X_1 + 0,344X_2 + 0,344X_3 + 0,344X_4 + X_5 + X_{10} + 0,344X_{28} + 0,344X_{29} + 0,7X_{38} + 0,344X_{41} + X_{42} + X_{45} + X_{50} + 0,7X_{76} \leq \mathbf{10.048.030}$$

$$0,316X_1 + 0,316X_2 + 0,316X_3 + 0,316X_4 + X_{11} + X_{12} + 0,316X_{28} + 0,316X_{29} + 0,316X_{41} + X_{53} + X_{54} = \mathbf{9.230.164}$$

$$X_{24} + X_{69} = \mathbf{876.281}$$

$$X_{25} + X_{26} + X_{70} + X_{71} = \mathbf{365.117}$$

$$X_{67} \leq \mathbf{15.000}$$

$$X_3 + X_{29} = \mathbf{90.000}$$

$$X_{28} \geq \mathbf{7.302.346}$$

$$X_{39} \leq \mathbf{240.000}$$

Negatif Olmama Koşulu:

$$\forall X_j \geq 0$$

$$\forall d_i^-, d_i^+ \geq 0$$

5.5 Modelin Çözümü

Modelin 81 karar değişkeni ve 12 sapma değişkeni olmak üzere toplam 93 değişkenden oluşması ve toplam 41 tane kısıtlayıcıya sahip olması bu modelin elle çözülmesini imkansız hale getirmektedir. Bu durumda yapılması gereken uygun bir yazılım kullanarak çözüme gitmektir. Bu modelleri çözüme ulaştıracak Matlab, Lindo WinQSB gibi yazılımlar mevcuttur. Bu çalışmada WinQSB yazılımı kullanılmış ve model çözülerek aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Çözümde ilk olarak hedeflerin mevcut önem sırası dikkate alınmış daha sonra ise sırasıyla $(P_6 - P_4 - P_5 - P_3 - P_2 - P_1)$ ve $(P_5 - P_4 - P_6 - P_3 - P_2 - P_1)$ öncelik sıralarına göre çözüm yapılmıştır.

Tablo 5.2 Uygulama Denemesinin Farklı Önceliklere Göre Çözümü

	1. Öncelik Sırası*	2. Öncelik Sırası*	3. Öncelik Sırası*
X ₁	1.370.468	1.370.468	1.370.468
X ₂	11.800.354	11.800.354	11.800.354
X ₃	0	0	0
X ₄	0	0	0
X ₅	0	0	0
X ₆	0	0	0
X ₇	0	0	0
X ₈	0	0	0
X ₉	0	0	0
X ₁₀	0	0	0
X ₁₁	0	0	0
X ₁₂	0	0	0
X ₁₃	0	0	0
X ₁₄	0	0	0
X ₁₅	0	0	0
X ₁₆	0	0	0
X ₁₇	0	0	0

X ₁₈	0	0	0
X ₁₉	0	0	0
X ₂₀	0	0	0
X ₂₁	0	0	0
X ₂₂	467.586,19	467.586,19	467.586,19
X ₂₃	0	0	0
X ₂₄	0	0	0
X ₂₅	0	0	0
X ₂₆	0	0	0
X ₂₇	0	0	0
X ₂₈	7.302.346	7.302.346	7.302.346
X ₂₉	90.000	90.000	90.000
X ₃₀	0	0	0
X ₃₁	0	0	0
X ₃₂	0	0	0
X ₃₃	0	0	0
X ₃₄	0	0	0
X ₃₅	0	0	0
X ₃₆	0	0	0
X ₃₇	0	0	0
X ₃₈	0	0	0
X ₃₉	0	0	0
X ₄₀	0	0	0
X ₄₁	0	0	0
X ₄₂	1.513.087,75	1.513.087,75	1.513.087,75
X ₄₃	1.175.885,38	1.175.885,38	1.175.885,38
X ₄₄	0	0	0
X ₄₅	0	0	0
X ₄₆	0	0	0
X ₄₇	0	0	0
X ₄₈	0	0	0
X ₄₉	0	0	0

X ₅₀	0	0	0
X ₅₁	0	0	0
X ₅₂	66.317,18	66.317,18	66.317,18
X ₅₃	2.060.339,13	2.060.339,13	2.060.339,13
X ₅₄	671.863,50	671.863,50	671.863,50
X ₅₅	1.002.894,31	1.002.894,31	1.002.894,31
X ₅₆	0	0	0
X ₅₇	0	0	0
X ₅₈	0	0	0
X ₅₉	0	0	0
X ₆₀	0	0	0
X ₆₁	0	0	0
X ₆₂	0	0	0
X ₆₃	0	0	0
X ₆₄	0	0	0
X ₆₅	0	0	0
X ₆₆	0	0	0
X ₆₇	15.000	15.000	15.000
X ₆₈	0	0	0
X ₆₉	876.281	876.281	876.281
X ₇₀	365.117	365.117	365.117
X ₇₁	0	0	0
X ₇₂	431.842,81	431.842,81	431.842,81
X ₇₃	0	0	0
X ₇₄	0	0	0
X ₇₅	0	0	0
X ₇₆	0	0	0
X ₇₇	0	0	0
X ₇₈	0	0	0
X ₇₉	0	0	0
X ₈₀	0	0	0
X ₈₁	0	0	0

d_1^-	0	0	0
d_1^+	0	0	0
d_2^-	0	0	0
d_2^+	0	0	0
d_3^-	0	0	0
d_3^+	2.824.221.696	2.824.221.696	2.824.221.696
d_4^-	590.254,56	590.254,56	590.254,56
d_4^+	0	0	0
d_5^-	0	0	0
d_5^+	0	0	0
d_6^-	0	0	0
d_6^+	0	0	0

* Üretim miktarları kg , sapmalar da ilgili sapmaya göre kg, (x1000)TL veya saat cinsindedir.

5.6 Uygulama Sonuçlarının Yorumlanması

Oluşturulan model üç farklı öncelik sırasına göre çözülmüş ve üretim programları çıkarılmıştır. Bu üretim programı her bir öncelik sıralaması için Tablo 5.2 de gösterilmiştir. Buna göre 1. öncelik sıralamasına göre model çözüldüğünde tablonun ikinci sütununda gösterilen miktarda ürün üretilmesi durumunda işletme birinci ve ikinci hedefi olan karın 11.500.000.000.000 TL ve maliyetin 73.097.248.446.000 TL olması hedeflerine tamamen ulaşabilir. Diğer yandan bu üretim programı uygulandığında işletme üçüncü hedefi olan 81.773.024.632.000 TL lik satış hedefini sadece karşılamakla kalmayıp, bu hedefin 2.824.221.696.000 TL üzerinde bir satış hasılatına ulaşabilmektedir. Bu da 84.597.246.328.000 TL lik bir satış hasılatı anlamına gelmektedir. İşletme dördüncü hedef olarak belirlediği fazla mesainin minimizasyonu hedefine de bu üretim programıyla ulaşabilmekte hatta yılda 590.254,56 saatlik bir iş gücü tasarrufuna da gidebilmektedir. 590.254,56 saatlik iş gücü tasarrufu da yaklaşık 200 işgörene olan ihtiyacı ortadan kaldırabilmektedir. Bu üretim programıyla işletme toplam ürünlerin % 70'inin parçalı olması olarak belirlediği beşinci hedefine de tam olarak ulaşabilmektedir. İşletme altıncı hedefi olan satılan parçalı ürünlerin %60'ının

tabaklı satılması hedefine de bu üretim programıyla tam olarak ulaşabilmektedir. Görüldüğü gibi altı hedefin tamamı karşılanabilmiş, hedef programlama modeli hedefleri en iyi şekilde uzlaştırmıştır.

Modeldeki hedeflerin sıralaması değiştirilip sıralama ($P_6 - P_4 - P_5 - P_3 - P_2 - P_1$) olarak ayarlandığında modelin ürettiği çözüm Tablo 5.2 de ki üçüncü sütunda gösterilmiştir. Bu sonuçlarda bir önceki sıralamanın verdiği sonuçlarla aynıdır.

Hedef öncelik sıralaması ($P_5 - P_4 - P_6 - P_3 - P_2 - P_1$) olarak tekrar düzenlendiğinde çözüm sonuçları Tablo 5.2 nin dördüncü sütununda gösterilmiştir. Bu çözüm de diğer çözümlerle aynıdır. Ancak buradan hedef programlamada öncelik sıraları değiştiğinde çözüm değişmemektedir gibi bir yargıya varılmamalıdır. Burada incelenen bütün öncelik sıralamalarına göre aynı sonuçların çıkması tamamen bu uygulamaya özgüdür. Başka bir uygulama söz konusu olduğunda öncelik sıralaması değiştiğinde çözüm de değişebilir. Nitekim literatürde bu şekilde uygulamalar mevcuttur. Bu nedenle sadece hedef sıralamaları değiştiğinde üretim miktarlarının ve dolayısıyla da hedeften sapmaların değişmesi olasıdır. Bunun en önemli sebebi hedef programlamanın ilk olarak öncelikli hedefe ulaşmaya çalışıp, bunu gerçekleştirdikten sonra önem sırasına göre diğer hedeflere yönelmesi ve onları gerçekleştirmeye çalışmasıdır.

Bütün sıralamalara göre yapılan çözümlere göz atıldığında bazı sonuçlara ulaşılabilir. Her üç öncelik sıralamasına göre de işletmenin ağırlıklı olarak üretmesi gereken ürünler poşet piliç, tabak piliç, tabak yarım piliç, dökme kalçalı but, dökme sırtlı göğüs, tabak ızgara drumstick, dökme ekstra göğüs, tabak ciğer, dökme ince kıyma, dökme ekstra but gibi ürünlerdir. Bununla birlikte modelde 0 olarak ortaya çıkan ürünlerin tamamen üretimden kaldırılması gibi bir sonuç çıkarılmamalıdır. Elde edilen sonuçlar ulaşılacak istenen 6 önemli hedef göz önünde bulundurularak ulaşılan sonuçlardır. Dolayısıyla ekonomik konjonktür, pazar ve rekabet şartları* değiştiğinde hedefler de değişebileceğinden üretim programı da değişecektir. Bu yüzden de 0 olarak üretim programına yansıyan ürünler değişik hedefler söz konusu olduğunda programa

dahil olabilir. Ancak mevcut hedefler çerçevesinde bu ürünleri mümkün olan en az seviyede üretip satmak yerinde olacaktır.



SONUÇ

“Çok Amaçlı Karar Verme Tekniği Olarak Hedef Programlama ve Bir Uygulama Denemesi” adlı bu çalışma temel olarak teorik ve uygulama olmak üzere iki bölümde incelenebilir. İlk dört bölümde teorik olarak incelenen Hedef Programlama'nın son bölümdeki uygulama denemesiyle günümüz işletmelerine nasıl uygulanabileceği gösterilmiştir.

Teorik incelemede ulaşılan en önemli sonuç, klasik doğrusal programlama modelinden farklı olarak hedef programlamada bütün hedefleri tamamıyla karşılayan bir optimum nokta bulunmasının çok zor olduğudur. Bunun en önemli sebebi, hedeflerin bazılarının birbirleriyle çelişmesidir. Bu noktada Hedef Programlamanın sunduğu çözümler, en yüksek öncelikli hedeften başlamak üzere sırasıyla hedefleri mümkün olduğunca karşılayacak çözümlerdir. Dolayısıyla burada optimum çözümden ziyade tatmin edici çözümlerden bahsetmek gerekir. Model çözümleri gerçekleştirirken önem derecesi düşük bir hedefe ulaşmak için, daha önemli bir hedeften tavizde bulunmamaktadır. Bu durum, hedef programlamanın bir dezavantajı olarak görülebilir. Çünkü bazen işletmeler, daha önemli bir hedeften küçük bir sapmaya izin vererek, düşük öncelikli bir hedefe daha çok yaklaşmak isteyebilir. Hedef Programlama modeli çözüme ulaşmak için karar vericiden hedefleri önem sırasına göre dizmesini istemektedir. Bu da bir öznel oluşturmaktadır. Çünkü hedeflerin önem dereceleri aynı işletme içindeki değişik karar vericilere göre bile değişiklik gösterebilir. Hedef Programlama modellerinin istenilen biçimde oluşturulmasında ve çözülmesinde diğer bütün sayısal tekniklerde olduğu gibi, verilerin gerçekleri yansıttığı kabul edilmektedir.

Uygulama denemesi olarak gıda sektöründe faaliyette bulunan bir işletmenin hedeflerine ulaşmak için, üretim planlaması yapmasına yardımcı olmayı amaçlayan bir doğrusal hedef programlama modeli kurulmuş ve çözülmüştür. Sektördeki öncü

kuruluşlardan biri olan işletme, halen 80 civarı ürün üreten, yılda yaklaşık 30.000 ton kapasiteye sahip entegre bir üretim işletmesidir. Çalışmada işletmenin muhasebe, üretim, pazarlama-satış departmanlarından alınan veriler kullanılıp, üst yönetimin hedefleri göz önünde bulundurularak Hedef Programlama modeli kurulmuş ve WinQSB programı yardımıyla model çözülmüştür. Model kurulurken üretimde çalışan her bir işçinin üretimdeki bütün işleri yapabildiği varsayımı yapılmıştır. Bu varsayım, üretim departmanı yöneticileri tarafından da büyük ölçüde doğrulanmıştır. Ayrıca bir işçinin günde 7,5 saat çalıştığı varsayımı yapılmış ve üretimde oluşan küçük fireler ihmal edilmiştir. Ayrıca işletmenin şoklu ürün satışının taze ürün satışına oranla çok küçük olduğu gerçeği göz önünde bulundurularak, şoklu ürün satışları ihmal edilmiştir. Modelin kısıtlayıcılarını belirlerken pazarlama-satış ile ilgili bazı kısıtlar sektörün yapısı itibarıyla tam olarak belirlenememiş, varsayımlar ve yöneticilerin tecrübeleri yardımıyla bu kısıtlar modele dahil edilmiştir.

Bütün bu varsayımlar neticesinde oluşturulan modelde 6 hedef ve 35 sistem kısıtlayıcısı olmak üzere toplam 41 kısıtlayıcı ve her biri bir ürün çeşidini temsil etmek üzere 81 karar değişkeni yer almıştır. Modelin çözümünden sonra elde edilen sonuçlar Tablo 5.2 de gösterilmiştir. Bu tablo işletmenin hedeflerine ulaşabilmesi için gerekli üretim programını, değişik öncelik sıralamalarına göre ortaya koymuştur.

Hedef Programlama çok amaçlı karar verme problemlerine çözüm getiren etkili bir sayısal tekniktir ve uygulama örneği yardımıyla da bu tekniğin işletmeler tarafından nasıl kullanılabileceği gösterilmiştir.

KAYNAKÇA

- Anderson, R. David, Dennis, J. Sweeney ve Thomas A. Williams. (1994), **An Introduction to Management Science: Quantitative Approaches to Decision Making**. New York: West Publishing Company.
- Atlas, Mahmut ve Gülnur Keçek. (2000), "Hedef Programlama ve Bir Seramik İşletmesinde Uygulama Denemesi," **Anadolu Üniversitesi İİBF Dergisi**, Cilt:16, Sayı, 1-2,
- Bateman, S.Thomas ve Carl P. Zeithaml. (1993), **Management: Function and Strategy**. Homewood: Irwin Inc.
- Can, Halil. (1999), **Organizasyon ve Yönetim**. Ankara: Siyasal Kitabevi
- Cooper, W.W. , V. Lelas ve T. Sueyoshi. (1997), "Goal Programming Models and Their Duality Relations For Use in Evaluating Security Portfolio and Regression Relations," **European Journal of Operational Research**, Vol.98 , Issue. 2.
- Daft, L. Richard. (2000), **Management**. Orlando: Dryden Press.
- Eiselt, H. , G. Pederzoli ve C.L. Sandblom. (1987), **Continuous Optimization Models**. NewYork: Walter De Gruyter.
- Evren, Ramazan ve Füsün Ülengin. (1992), **Yönetimde Çok Amaçlı Karar Verme**. İstanbul: Teknik Üniversite Matbaası.
- Forgianne, A.Guiseppi. (1990), **Quantitative Management**. USA: Dryden Press.
- Geiger, J. Joseph, Norman, Pendegraft and Linda M. Geiger. (1996), "A PC Based Project Management Tool," **Journal of Systems Management**, Volume. 47, Issue. 3.
- Hemaida, S. Ramadan ve Mary A.Hupfer. (1995), "A Multiobjective Model for Managing Faculty Resources," **Journal of Applied Business Research**, Volume. 11. , Issue. 1.
- Hillier, S. Frederick ve Gerald J. Lieberman. (1995), **Introduction to Operations Research**. USA: Mc Graw Hill.
- Hodgetts, M. Richard ve Donald F. Kuratko. (1991), **Management**. Orlando: Harcourt Brace Jovanovich Inc.

- Ignizio, James. (1982), **Linear Programming in Single & Multiple Objective System**. New Jersey: Prentice Hall.
- Ignizio, James. (1985), **Introduction to Linear Goal Programming**. California: Sage Publications.
- Joulai, Young ve Ching Lai Hwang. (1994), **Fuzzy Multiple Objective Decision Making** . Hiedelberg: Springer-Verlag.
- Karpak, Birsen, Rammohan R. Kasuganti ve Erdoğan Kumcu. (1999), "Multi-Objective Decision-Making in Supplier Selection: An Application of Visual Interactive Goal Programming," **Journal of Applied Business Research**, Volume.15, Issue. 2.
- Killen, James. (1983), **Mathematical Programming Methods for Geographers and Planners**. NewYork: St. Martin's Press.
- Lapin, L. Lawrence. (1992), **Quantitative Methods for Business Decisions**. San Diego: Hacourt Brace Jovanovich.
- Milan, Zeleny. (1982), **Multiple-Criteria Decision Making**. USA : Mc Graw Hill.
- Mondy, R.Wayne ve Shane R. Premeaux. (1993), **Management**. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- Oberstone, Joelee. (1990), **Management Science: Concepts, insights and applications**. St.Paul: West Publishing Company.
- Ozan, Turgut. (1986), **Applied Mathematical Programming for Engineering and Production Management**. Englewoods Cliffs: Prentice Hall.
- Öztürk, Ahmet. (1997), **Yöneylem Araştırması**. Bursa: Ekin Kitabevi
- Pinney, E. William ve Donald B. Mcwilliams. (1987), **Management Science: An Introduction to Quantitative Analysis for Management**. New York: Harper & Row Publishers.
- Ramsing, D. Kenneth ve Robert A. Duna. (1981), **Management Science**. New York: Mc Millan Publishing Com.
- Render, Barry ve Ralph M. Stair. (2000), **Quantitative Analysis for Management**. New Jersey: Prentice Hall.
- Schmidt, Eppen Gould. (1993), **Introductory Management Science**. USA: Prentice-Hall.
- Schniederjans, J. Marc. (1984), **Linear Goal Programming**. New Jersey: Petrocelli Books.

- Spronk, Joap. (1984), **Interactive Multiple Goal Programming**. Boston: Martinus Nijhoff Publishing.
- Stoner, A. F. James ve R. Edward Freeman. (1992), **Management**. New Jersey: Prentice-Hall Inc.
- Taha, Hamdy. (2000), **Yöneylem Araştırması**. Çeviren: Ş.Alp Baray ve Şakir Esnaf. İstanbul: Literatür Yayıncılık.
- Triantaphyllou, Evengalos, B. Shu, S. Nieto Sanchez ve T. Ray, (1998), "Multi-Criteria Decision Making: An Operations Research Approach," **Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering**, (J.G. Webster, Ed., NewYork: John Wiley Sons.), Vol. 15.
- Winston, L. Wayne. (1997), **Operations Research: Applications and Algorithms**. USA: PWS Publishers.
- Zhang, Zhi Yong ve Jen S. Shang. (2001), "Goal Programs with $-n_i$, $-p_i$ and $-(n_i + p_i)$ Objective Functions," **European Journal of Operational Research**, Volume. 134.