T.C.

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖRÜNTÜLERİ GENELLEME SÜREÇLERİ, TERCİH ETTİKLERİ STRATEJİLER VE KAVRAM YANILGILARININ BELİRLENMESİ İLE KAVRAM KARİKATÜRÜ DESTEKLİ PROBLEME DAYALI ÖĞRENME UYGULAMALARININ YANILGILARIN GİDERİLMESİNE ETKİSİ

İLAYDA İNCE

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Jüri Üyeleri : **Doç. Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ (Tez Danışmanı)**
Dr. Öğr. Üyesi Emine ÖZDEMİR
Dr. Öğr. Üyesi Emine Nur ÜNVEREN BİLGİÇ

BALIKESİR, TEMMUZ - 2023

ETİK BEYAN

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımca hazırlanan "**7. Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleme Süreçleri, Tercih Ettikleri Stratejiler Ve Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi İle Kavram Karikatürü Destekli Probleme Dayalı Öğrenme Uygulamalarının Yanılgıların Giderilmesine Etkisi**" başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

İlayda İNCE

(imza)

ÖZET

7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÖRÜNTÜLERİ GENELLEME SÜREÇLERİ, TERCİH ETTİKLERİ STRATEJİLER VE KAVRAM YANILGILARININ BELİRLENMESİ İLE KAVRAM KARİKATÜRÜ DESTEKLİ PROBLEME DAYALI ÖĞRENME UYGULAMALARININ YANILGILARIN GİDERİLMESİNE ETKİSİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
İLAYDA İNCE
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ
(TEZ DANIŞMANI: DOÇ. DR. FİLİZ TUBA DİKKARTIN ÖVEZ)
BALIKESİR, TEMMUZ - 2023

Bu çalışmamın amacı, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini, tercih ettikleri stratejileri ve kavram yanılgılarını belirlemek ve bu yanılgıların giderilmesinde kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarının etkisini incelemektir. Araştırmada verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma deseni benimsenmiştir. Araştırmada öncelikle basit seçkisiz örnekleme yöntemi ile seçilen 152 yedinci sınıf öğrencisine Örüntü Testi uygulanmıştır. Bu öğrenciler arasından amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile seçilen 31 öğrencinin kavram yanılgılarının giderilmesi için deneysel uygulama gerçekleştirilmiştir. Araştırma iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Deneysel desen modellerinden ön test son test tek gruplu zayıf deneysel desen modeli temel alınarak deneysel çalışma gerçekleştirilmiştir. Örüntü Testi ve Görüşme Formu kullanılmıştır. Elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin çoğunun cebirsel genelleme yapamadıkları aritmetik genelleme veya olgunlaşmamış tümevarım düzeyinde kaldıkları görülmüştür. Öğrencilerin örüntünün yakın adımındaki terimleri bulmak için en çok yinelemeli ve modelleme, orta adımda en çok tercih ettikleri stratejinin yinelemeli ve fark ile çarpma, uzak adımını bulmak için en çok fark ile çarpma ve fonksiyonel stratejileri tercih ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin genellikle aynı sorunun çözümde farklı stratejiler kullandıkları, tek bir stratejiye bağlı kalmadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğrencilerin örüntü genelleme sürecinde artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme, işlem seçiminde yapılan yanılgılar, modeli etkili kullanamama, örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgılarına daha çok sahip olduğu görülmüştür. Kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarının ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarının giderilmesinde olumlu etki ettiği belirlenmiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Örüntü genelleme süreci, örüntü genelleme stratejileri, kavram yanılgıları, kavram karikatürleri, probleme dayalı öğrenme

Bilim Kod / Kodları : 11404 Sayfa Sayısı : 207

ABSTRACT

PATTERNS GENERALIZATION PROCESSES, PREFERRED STRATEGIES, DETERMINATION OF MISCONCEPTIONS OF 7TH GRADE STUDENTS AND THE EFFECT OF PROBLEM BASED LEARNING APPLICATIONS SUPPORTED BY CONCEPT CARTOONS ON ELIMINATING THE MISCONCEPTIONS
MSC THESIS
İLAYDA İNCE
BALIKESIR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
ELEMENTARY MATHEMATICS EDUCATION
(SUPERVISOR: DOÇ. DR. FİLİZ TUBA DİKKARTIN ÖVEZ)
BALIKESİR, JULY - 2023

The purpose of this study is to determine the pattern generalization processes, preferred strategies and misconceptions of secondary school seventh grade students and to analyze the effect of concept cartoon supported problem-based learning practices in eliminating these misconceptions. In this study, the qualitative research design was used in the data collection, analysis and interpretation. In the research, firstly, the Pattern Test was applied to 152 seventh grade students selected by simple random sampling method. An experimental application was carried out to eliminate the misconceptions of 31 students selected by criterion sampling method, one of the purposeful sampling methods. The research was carried out in two stages. An experimental study was carried out based on the pre-test post-test single-group weak experimental design model, which is one of the experimental design models. Pattern Test and Interview Form were used. The obtained data were analyzed descriptively. As a result of the study, it is seen that most of the students remained at the level of arithmetic generalization or immature induction, where they could not make algebraic generalizations. It is determined that the students preferred the most iterative and modeling strategies to find the terms in the close step of the pattern, the most preferred strategies in the middle step are iterative and multiplication by difference, and the most preferred strategies in the far step are multiplication and functional strategies. It is concluded that the students generally used different strategies in solving the same problem and did not stick to a single strategy. It has been observed that students have more misconceptions about expressing the amount of increase in the pattern generalization process as the general term of the pattern, mistakes made in choosing the mathematical process, not using the model effectively, and limiting the rule of the pattern with verbal expressions. It is determined that problem-based learning practices supported by concept cartoons have a positive effect on eliminating the misconceptions of secondary school seventh grade students about patterns.

KEYWORDS: Pattern generalization process, pattern generalization strategies, misconceptions, concept cartoons, problem-based learning

Science Code / Codes : 11404 Page Number : 207

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

TABLO LİSTESİ

Sayfa

ÖNSÖZ

Öğrencisi olmaktan mutluluk duyduğum, disiplini ve idealistliğini her zaman örnek aldığım, bilim insanı kişiliğinden ve insaniyetinden çok şey öğrendiğim değerli hocam Doç. Dr. Filiz Tuba Dikkartın Övez' e eşsiz desteği, sabrı ve emekleri için çok teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitimim süresince maddi manevi desteğini eksik etmeyen TÜBİTAK BİDEB' e teşekkürlerimi sunuyorum.

Hayatıma anlam kazandırdığınız, her koşulda beni desteklediğiniz, sadece bu yoğun ve zor süreçte değil her zaman yanımda olduğunuz için canım annem, canım babam ve birtanecik kardeşim Sude'ye sonsuz teşekkürler. Siz benim bu hayattaki en büyük iyikilerimsiniz.

Eğitim hayatım boyunca kendisini hep örnek aldığım, bana bilgi ve tecrübesiyle yol gösteren, sorularıma sabırla cevap veren ve yardımlarıyla beni destekleyen Doç. Dr. Sümeyye Aydoğan Türkoğlu' na teşekkür ederim.

Eğitim hayatım boyunca beni cesaretlendiren, bilgi ve birikimiyle bana farklı bakış açısı kazandıran, fikirleriyle bana yol gösteren değerli ablam Ortaöğretim Genel Müdürlüğü ARGE Daire Başkanı Emine Akıncı' ya çok teşekkürler.

Çalışmayı beraber yürüttüğümüz sevgili öğrencilerime süreç boyunca özverili çalışmaları ve ilgileri için teşekkürlerimi sunuyorum.

Balıkesir, 2023 **İlayda İNCE**

1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumu, araştırmanın amacı, problemleri, alt problemleri, önemi, sınırlılıkları, sayıltıları ve tanımlara yer verilmiştir.

1.1 Problem Durumu

Cebir, matematiksel ilişkileri temsil etmek ve keşfetmek için matematikte kullanılan bir dildir. Cebiri bilmek, bu dilin kullanıldığı her türlü meslekteki insanlarla iletişim kurmamızı sağlamaktadır. Matematikte önce aritmetiği öğreniriz, çünkü aritmetik cebirin temelidir (Akkan, Baki ve Çakıroğlu, 2011). Yapılan araştırmalarda öğrencilerin cebirsel bilgi eksiklikleri yaşamalarının aritmetik işlem bilgisi eksikliğinden kaynaklandığı bilinmektedir (Gray & Tall, 1994; Linchevski & Livneh, 1999). Bu nedenle aritmetikte akıcı olduktan sonra zamanla cebirde olgunlaşma sağlanmaktadır (Warren, 2005).

Matematiğin önemli bir öğrenme alanlarından biri olan cebir, öğrencilerin günlük hayatında karşılaştığı problemleri çözmek için mantıklı yol izlemeyi öğretmektedir. Bu sebeplerden dolayı tüm dünyada cebir okul müfredatının bir parçasıdır (Grønmo, 2018). Cebir ileri matematiksel düşünme, cebirsel işlemlerde yeterlilik, bilim, teknoloji, mühendislik ve matematik kariyeri yapmak isteyen öğrenciler içinde bir temel sağlamaktadır (Liston & O'Donoghue, 2010).

Cebir öğrenmenin çok sayıda öğrenci için gerekli olması cebirin okul sistemine yansıtılmasını gerekli kılmaktadır. Cebir sadece ortaokul veya lise yıllarında öğrencilere öğretilmemektedir, sözlü ve yazılı cümlelerle bu dilin temeli çok erken yaşlarda atılmaktadır (Altun, 2014, s. 285). Öğrencilerin cebirle erken sınıf seviyelerinde tanışarak cebirin temellerinin inşa edilmesi amaçlanmaktadır (Orton, 2009). Böylece öğrencilerin cebirsel zorluklar karşısında bakış açısı değişerek cebire geçiş kolaylaşmaktadır. Cebirsel düşünme, öğrencilerin düzenli değişimi fark edip onu tanımlamaya çalıştıkları anda başlar. Cebir matematik eğitiminin soyut ve sembolik bir bileşenidir (Papic ve Mulligan, 2005). Cebirsel düşünme harfleri kullanmak değil ayırt edici düşünmeyi öğrenmek demektir (Radford, 2006).

Örüntü cebirin anahtarıdır, matematiğin ruhudur (Stacey, 1989; Zazkis & Liljedahl, 2002). Cebir, örüntü arayışından gelmektedir. Çevremizdeki örüntüleri temsil etmek ve aritmetiği genelleştirmek için cebiri bir araç olarak kullanabiliriz (Van De Walle, 2004). Örüntüleri bulmak ve anlamak bize büyük güç vermektedir. Örüntülerle geleceği tahmin etmeyi öğrenebilir, yeni şeyler keşfedebilir ve çevremizdeki dünyayı daha iyi anlayabiliriz. Örüntüler, algılayabildiğimiz düzenliliklerdir. Dünyamız örüntülerle doludur. Örüntüleri işitsel olarak (davulun iki hızlı ardından bir yavaş çalması, kuş sesi), görsel olarak (ambulans ve polis araçlarının ışıkları, kaldırımdaki şeritler), bedensel olarak veya eyleme yönelik durumlar (dokunma) yoluyla algılayabiliriz. Matematiği kullanan birçok meslek örüntülerle ilgilenir. Örneğin:

Dünyanın dört bir yanındaki jeologlar, depremleri ve yanardağ patlamalarını tahmin etmek istemektedir. Sismograflardan, atmosferden ve hatta hayvan davranışlarının tarihsel verilerinde örüntüleri bulmaya çalışmaktadır. Çünkü bir deprem daha sonra artçı sarsıntıları tetikleyebilmektedir (Resnik, 1981).

Bankacılar finansal piyasaların gelecekte nasıl değişebileceğini tahmin etmek için hisse senedi fiyatlarına, faiz oranlarına ve döviz kurlarına ilişkin tarihsel verilere de bakmaktadır. Çünkü bir hisse senedinin değerinin artacağını veya düşeceğini tahmin edebilmek son derece kazançlı olmaktadır. Profesyonel matematikçiler, tüm bu örüntüleri bulmak ve analiz etmek için oldukça karmaşık algoritmalar kullanmaktadırlar (Resnik, 1981).

Matematik nedir? sorusunun bir yanıtı da "örüntü ve düzen bilimi" olarak cevaplanmaktadır (Walle, Karp & Bay- Williams, 2013). Matematik öğreniminin temel amaçlarından biri de genellemeye varmaktır. Öğrenciler problem çözerken bir örüntü ararlar ve örüntüyü analiz ederek bir genellemeye ulaşırlar (Tanışlı, Köse & Camcı, 2017). Çocukların günlük yaşamlarında ve okul öncesi eğitimde karşılaştıkları örüntülerin altında yatan temel, matematiği anlamalarını sağlamaktır. Çocukların sezgisel bilgilerini geliştirmelerine yardımcı olmak için öğretmenlerin bu temel matematik kavramlarına hakim olmaları gerekmektedir (Ersoy, 2006). Çocukların kendi örüntülerini oluşturabilme becerisinin gelişmesi için anahtar kavram örüntülerdir (Tanışlı, 2008). Cebirde başarının sağlanması için cebir dili akıcı bir şekilde konuşulmalıdır. Bu nedenle cebirde kullanılan kavram ve sembollerin öğrenciler tarafından özümsenmesi gerekmektedir (Kieran, 1992). Öğrencilere kural ve formülleri doğrudan aktarmak yerine ipuçları vererek kendilerinin genellemelere varmalarını, kural ve formülleri oluşturmalarına rehberlik edilmelidir (Toluk, 2003).

Matematik eğitiminde önemli bir role sahip olan örüntülerin öğrenilmesinde çeşitli zorluklar vardır (Amit & Neria, 2008; Aslan, 2011; Birgin ve Demirören, 2020; Girit & Akyüz, 2016; Girit-Yıldız ve Gündoğdu-Alaylı, 2019; MacGregor & Stacey, 1996; Özdemir, 2013; Radford, 2008; Sasman, Linchevski & Olivier 1999; Steele & Johanning, 2004; Tanışlı, 2008; Warren, 2005; Yeşildere ve Akkoç, 2010; Zazkis, Liljedahl & Chernoff, 2008).

Örüntüler konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde; örüntülerin adımları arasındaki ilişkiyi fark ederek, bu ilişkiye ait ortak bir genellemeye ulaşma ve bunu sembolik şekilde kuralla gösterebilmede sorunlar yaşadıkları, öğrencilerin örüntülerle ilgili çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları tespit edilmiştir (Kocamaz ve İkikardeş, 2021).

Cebir, örüntü ve genelleme arayışından gelmektedir (Radford, 2008). National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) (2000) matematik öğretiminin temel amaçlarından birinin genelleme olduğu vurgulamaktadır. Çünkü öğrencinin genelleme yapabilmesi matematik bilgisinin gelişimi, bilimsel keşif, üst bilişsel düşünme, soyut düşünme, esnek düşünme ve akıl yürütmesi için esastır (Becker & Rivea, 2006). Çocukların günlük yaşamlarında ve okul öncesi eğitimde karşılaştıkları örüntülerin altında yatan temel, matematiği anlamalarını sağlamaktır. Çocukların sezgisel bilgilerini geliştirmelerine yardımcı olmak için öğretmenlerin bu temel matematik kavramlarına hakim olmaları gerekmektedir. Literatür incelendiğinde öğrencilerin örüntünün bileşenlerini ayırt edemediği, ortak özelliği fark edemediği, genel terim ifadesini yazamadığı, girdi-çıktı değerleri arasında ilişki kuramadığı görülmüştür (Hangreaves, Shorrocks - Taylor & Threlfall, 1999; Orton & Orton, 1999; Stacey, 1989). Bu nedenle öğrenciler örüntünün kuralını keşfetmeye teşvik edilmeli, örüntüleri genelleme yeteneklerini geliştirmek amaçlanmalıdır (Amit & Neria, 2008). Öğrencilerin örüntü sorularına ilişkin kendi akıl yürütmeleri göz ardı edilmemelidir. Ancak öğrenci kendi akıl yürütmelerini yaparken rehberlik edilmeli, hatalı ve eksik öğrenmeler oluşturması engellenmeye çalışılmalıdır. Kavram yanılgıları çocukların kendi yapılarını inşa etme çabalarının doğal sonucu olarak karşımıza çıkmaktadır. Kavram yanılgıları bilginin eksik temellere dayanması sonucu ortaya çıkmaktadır. Öğrencinin kafasını karıştıran yanılgılara çözülemeyecek korkutucu bir durum gözüyle bakılmamalı öğrenme sürecinin bir parçası olarak düşünülmelidir (Sasman, Linchevski & Olivier, 1999). Öğrencilerin yeni bilgilerini önceki öğrenmeleriyle ilişkilendirmelerine yardımcı olacak bilişsel çatışmaya yol açan tartışma ortamı düzenlemelidir (İnel, 2012). Öğrencilerin kavram yanılgılarını tespit etmek ve gidermek amacıyla; merak ve keşif duygularını harekete geçirerek aktif katılımın sağlanmasına olanak veren, sınıf içerisinde tartışma ortamının yaratılmasında büyük role sahip olan kavram karikatürleri kullanılabilir (Erdoğan ve Cerrah - Özsevgeç, 2012). Bu bağlamda kavram yanılgılarının belirlenmesi ve giderilmesinde kavram karikatürlerinden faydalanılabilir (Yılmaz, 2018). Bu çalışmada yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler konusundaki kavram yanılgıları kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamaları ile giderilmesinin etkililiği incelenmek istenmiştir.

Öğretme ve öğrenme yöntemlerinde mizahı daha etkili kullanmak için önerilen yöntemlerden birisi kavram karikatürleridir (Tamblyn, 2002). Kavram karikatürleri görsel bir araç olarak kullanıldığında öğrenmeyi etkilemektedir (Uğurel ve Moralı, 2006). Hem resim hem de metni birleştiren görselleştirme, sadece öğrencinin matematik anlayışını geliştirmeye yardımcı olmakla kalmaz, aynı zamanda öğrencilere ilham da vermekte, matematiksel düşünmede yaratıcılığı artırmaktadır (Cunningham, 1994). Karikatürlerin ilgiyi ve içsel motivasyonu artırdığı; can sıkıntısı, akademik stres ve kaygı azalttığı görülmüştür (Tamblyn, 2002).

Kavram karikatürlerinin cebir öğretiminde öğrencilerin motivasyonlarını artırmakta ve matematik kaygısını azaltmakta etkili olduğu tespit edilmiştir (Şengül & Dereli, 2010). Karikatürler, tek bir çizgi halinde de olabilen mizah içeren görsel bir araçtır. Karikatürler sadece dikkat çekici olmakla kalmaz aynı zamanda öğrencilerin ilgisini artırır, gerginliği ve kaygıyı azaltmaktadır (Torok, McMorris & Lin, 2004). Resim ve metni bir araya getiren görselleştirme sadece öğrencinin matematik anlayışını değil, aynı zamanda öğrenci yaratıcılığını ve matematiksel düşünmeye katılımı artırmaktadır (Uğurel ve Moralı, 2006). Karikatürler yapılandırmacı yaklaşımla uyuşmakta matematik derslerinde etkili bir öğrenme ve öğretme yöntemi olarak kullanılabilmektedir (Sexton, 2010). Öğrencilere kavramları yorumlama, anlama fırsatı sunmak, öğrenci akademik başarısını artırmak, biçimlendirici değerlendirme yapmak, öğrencilerin kavram yanılgılarını tespit etmek ve gidermek kavram karikatürlerinin amaçlarındandır (Balım, İnel ve Evrekli, 2008; Chin & Teou, 2009; Kabapınar, 2005; Keogh & Naylor, 1999).

Matematik öğretimi öğrencilerin matematiksel olarak düşünmesine izin vermektense, işlemsel yöntemlere daha fazla vurgu yapma eğilimindedir, bu da öğrencilerin matematiksel kavramları gerçek dünyayla ilişkilendirmesini zorlaştırmaktadır (Ali, Hukamdad, Akhter & Khan, 2010). Öğrencilerin matematiksel bilgiyi kavramsallaştırmalarına yaparak yaşayarak öğrenme ortamlarının oluşturulmasının katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının oluşturulması için faydalanılabilecek yaklaşımlardan birisi probleme dayalı öğrenmedir (PDÖ). PDÖ, problemlerin öğrenmeye yol gösterdiği öğrenmedir (Hmelo-Silver, 2004). Öğrenci yeni bilgiye ulaşmak için probleme ihtiyaç duymaktadır, öğrenme sürecinin başlangıç noktası çözülmesi gereken bir problemdir (Yew & Schmidt, 2009). Öğrenciler problemi çözebilmek için öncelikle problemi yorumlar, problemin çözümü için gerekli bilgileri bir araya getirir, problemin olası çözümlerini düşünür, çözümleri değerlendirir ve mevcut sonuçlara ulaşır (Yew & Goh, 2016). PDÖ sınıfta uygulanırken matematik öğretimini problem etrafında organize eden strateji çözme etkinlikleri sunmaktadır. Öğrencilere daha fazla eleştirel düşünme, kendi yaratıcı fikirlerini sunma ve yaşıtlarıyla matematiksel olarak iletişim kurma fırsatı sağlamaktadır (Roh, 2003). Matematik gelişen bir bilim ve keşfedilmeyi gerektiren canlı bir konudur (Karakuş, 2009). Öğretmenlerin rolü, öğrencilere matematiği keşfetme fırsatı oluşturmaktır (Cazzola, 2008). PDÖ, öğrencilerin bir problem yoluyla bilgi ve becerilerinin yapılandırılmasına imkan verecek pratiğe uygulamasını gerektiren bir öğretim yaklaşımıdır (Savery, 2015). PDÖ matematik sınıflarında problem çözmeye ve kavramsal anlamaya odaklanır (Fatade, Mogari, & Arigbabu, 2013). Hesaplama becerilerini ve kavramları anlamadan problem çözmeyi vurgulayan geleneksel ortamın aksine PDÖ okul ortamında genel olarak uygulanmadığından, okullarda PDÖ öğrenme yoluyla matematik öğrenmeleri önem arz etmektedir. Cebirin temellerinin oluşmasında önemli bir rolü olan örüntülerin anlaşılması ve genelleme yolculuğunda öğrencinin bilgiyi yaparak yaşayarak öğrenmesine fırsat sağlayacağı düşünülen probleme dayalı öğrenmenin bir bağlam içinde bilgiyi sunan yapısı ve deneyim imkanı vermesi nedeni ile örüntülerin öğretiminde kullanımının etkilerinin incelenmesi önemli görülmektedir.

Bu doğrultuda çalışmanın amacı Van ili Erciş ilçesinde öğrenim gören, ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini, tercih ettikleri stratejileri, sahip oldukları kavram yanılgılarını belirlemek ve kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarının öğrencilerin örüntüler konusundaki kavram yanılgılarının giderilmesinde etkisini incelemektir.

Çalışmanın araştırma problemi ve alt problemleri şöyledir.

Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreci nasıldır, tercih ettikleri stratejiler nelerdir ve bu süreçte sahip oldukları kavram yanılgıları ile bu yanılgıların giderilmesinde kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarının etkisi nasıldır?

1. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreci nasıldır?

2. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejiler nelerdir?

3. Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde sahip oldukları kavram yanılgıları nelerdir?

4. Kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarının ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüler konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarının giderilmesinde etkisi nasıldır?

1.2 Araştırmanın Önemi

Örüntüler sayı duygusunun, matematiksel keşiflerin, cebirsel düşünmenin gelişmesinde anahtar kavramdır. Matematiğin düzenini keşfetmek ve matematiksel genellemeler yapmak için, örüntüleri tanıma, devam ettirme ve oluşturma önemlidir (Burns, 2000; akt. Palabıyık ve Akkuş - İspir, 2011). Matematik kavramlarının birçoğu örüntüler üzerine kuruludur. Sayı kavramı, ritmik sayma, sayısal işlemler, eşit işaretini anlama, değişken ve fonksiyon kavramları gibi matematiğin önemli konuları öğrencilerin zihninde örüntü kavramıyla gelişir (Kaput, 1999). Cebir matematiğin dilidir. Cebir genellemeye, genellemede örüntülere dayanmaktadır. Matematik öğretiminde cebirsel düşünmenin öğrenci zihninde yapılandırılması hedeflenmektedir, bu yapılandırma sürecinde örüntü kavramı rol almaktadır (Palabıyık ve Akkuş - İspir, 2011).

Örüntü ve fonksiyonları öğrenme, kullanma, anlamanın cebirsel düşünmede önemli olduğu NCTM' nin okul matematiğinin ilkeleri ve standartlarında yer alması dikkat çekmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin örüntülerle ilgili yaşantıları tekrarlayan örüntüler ile başlayarak büyüyen örüntüler ile devamı gelerek zenginleştirilmelidir. Öğrenciden örüntünün kuralını sözel ifade etmeye başladıktan sonra sembolik gösterime geçilmesi beklenmektedir. Bu sayede öğrenci zihninde cebirsel düşünme ve fonksiyonel düşünmenin oluşması için süreci yapılandıracağı düşünülmektedir (Warren & Cooper, 2006).

Türkiye' de NCTM standartlarında olduğu gibi örüntüler konusunun cebirsel düşünmenin merkezinde yer aldığı ve küçük yaşlardan itibaren örüntülerin temellerinin atılması gerektiği düşünülmektedir. Bu nedenle ilköğretim ve ortaöğretim matematik dersi öğretim programlarında üzerinde durulmaktadır. Ortaokul matematik öğretiminde öğrencilere cebir öğrenme alanı altında öğretilen örüntü ve ilişkiler, matematiksel düşünme becerilerini ve akıl yürütme yeteneklerini geliştirmeyi hedefleyen bir şekilde tasarlanmaktadır. Bu doğrultuda öğrencilerin örüntü konusunu anlamlandırıp öğrenmeleri önemlidir (Girit ve Akyüz, 2016). Cebir aritmetiğe göre öğrenciler tarafından daha soyut algılanmaktadır. Çünkü aritmetikte sayılar, geometride şekiller, cebirde harfler ve semboller kullanılır. Aritmetikte bir ya da birkaç sayıyı kullanarak problemleri çözebiliriz ancak cebirde bütün sayıları, sayı kümelerini göz önünde bulundurmalıyız. Bu nedenle cebir en zor algılanan matematik öğrenme alanıdır (Dede ve Argün, 2003). Matematik eğitimcileri cebirin daha etkili ve kalıcı öğretilmesi hedefiyle cebir öğretiminde alternatif seçenekler arama yoluna yönelmiştir. Soyut olduğu düşünülen cebirin, örüntü konusunun kavram karikatürleri ile somutlaştırılıp cebir-örüntü arasındaki ilişkinin net bir şekilde öğrenciler tarafından anlaşılacağı düşünülmektedir. Bu fikirler çerçevesinde geliştirilen kavram karikatürleri matematik eğitimcilerine örüntüler konusunda öğrencilerin kavram yanılgılarının giderilmesinde alternatif yol gösterecektir (Palabıyık ve İspir, 2011).

Örüntüler konusuna yönelik Milli Eğitim Bakanlığı MEB (2018) kazanımları incelendiğinde birinci sınıftan itibaren kazanımların öğretim programında yer aldığı görülmektedir. Öğrencilerin günlük yaşamlarında örüntüleri, mantıksal kuralları ve aynı zamanda yeteneği vurgulayan çeşitli bilim türlerinde matematiği ve matematiksel düşünceyi kullanmaları beklenmektedir (Saragih & Napitupulu, 2015). Matematiksel problem çözmenin matematik öğretiminin ve matematik öğrenmenin önemli bir yönü olarak görülmüştür. Sorun çözme becerisi yüksek düzeyli düşünmeyi içermektedir.

Problem çözme yeteneği olan öğrenciler düşünme becerilerini geliştirebilir ve kavramsal anlayışını derinleştirebilir (Ranjan & Gunendra, 2013).

Kavram karikatürleri soyut konuları somutlaştırmakta, öğrencilerin eleştirel düşünme becerisini geliştirmektedir. Çalışma kavram karikatürlerini öğrencilere tanıtmak, öğrencilerin örüntüler konusundaki kavram yanılgısının tespit edilmesi ve giderilmesi hedeflenmektedir. Bu bağlamda çalışma matematik öğretmenlerinin derslerde karikatür kullanmaya teşvik edeceğini sağlaması açısından önemlidir. Cebirsel düşünmenin temelinde yer alan bu kadar önemli bir konunun matematik öğretmenlerinin öğrencilerin sahip olduğu kavram yanılgılarına hakim olmaları öğretim faaliyetlerini sağlıklı bir şekilde yönetmeleri, öğrenme ortamlarını tasarlamaları ve bu ortamlarda öğrencilerine rehberlik etmeleri için bilinmesi gerekmektedir. Matematik birikimli bir şekilde ilerlemesi, ön koşul öğrenmeyi gerektirmesi nedeniyle pek çok konuyla bağlantısı olan örüntülerdeki kavram yanılgılarının tespit edilip giderilmesi öğrencilerin diğer konulardaki kavram yanılgılarının da önüne geçilmesi sağlanacaktır.

Çalışmada örüntüler konusunda Örüntü Testi bulgularına dayanarak ortaya çıkan kavram yanılgıları doğrultusunda on altı tane kavram karikatürü hazırlanmıştır. Literatürde yurt içinde yapılan çalışmalar incelendiğinde örüntüler konusunda kavram yanılgılarını tespit eden bir ölçme aracına rastlanılmamıştır. Çalışma sonucunda örüntüler konusundaki öğrenci kavram yanılgısı, genelleme süreçleri bağlamında "Örüntü Testi" ölçeği literatüre kazandırılmış olunacaktır. Örüntü konusundaki öğrenci kavram yanılgıları, örüntülerin genelleme süreçleri, örüntü genelleme stratejilerine ilişkin veriler literatüre kazandırılarak matematiğin diğer konularına yönelik kavram karikatürü çalışmalarına kaynak olabilecektir.

1.3 Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Araştırma 2021-2022 eğitim öğretim yılı ile

2. Örüntü Testi ve Görüşme Formu veri toplama aracı ile

3. Araştırmanın ilk aşaması; Van ili Erciş ilçesinde bulunan MEB' e bağlı ortaokullarda öğrenim gören 152 yedinci sınıf öğrencisi çalışma grubu ile

4. Deneysel çalışma sürecinde uygulanan kavram karikatürü destekli PDÖ modeli ile

5. Araştırma, nitel araştırma deseni ile

6. Veri analizi için betimsel analiz yöntemi ile sınırlandırılmıştır.

1.4 Araştırmanın Sayıltıları

1. Örüntü Testi, Görüşme Formu ve kavram karikatürlerinin geliştirilmesinde pilot çalışmaların ve alınan uzman görüşlerinin yeterli olduğu,

2. Araştırmaya katılan öğrencilerin veri toplama araçlarını ve etkinlikleri dikkatli okuyup, objektif yanıtlar verdikleri varsayılmaktadır.

1.5 Tanımlar

Örüntü: Dünyadaki insan yapımı tasarımlarda veya soyut fikirlerdeki düzenliliktir. Bir örüntünün öğeleri tahmin edilebilir bir şekilde tekrar eder (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006).

Genelleme: Matematik literatüründe genelleme bütün bir nesne kategorisi için doğru olan genel bir ifadedir. Örüntü genelleme, örüntünün terimleri arasında ortak olan değişkenler, sabitler, girdiler ve çıktılar dahil olmak üzere bir sistemin parçalarını genel bir terimle temsil etmektir. Genel terim sayesinde örüntünün herhangi bir terimine kolaylıkla ulaşılmaktadır (Amit ve Neria, 2008).

Kavram Karikatürü: Günlük yaşamda bir konu, olay veya kavram üzerine üç veya daha fazla karakterin fikir önermesinden, tartışmasından veya düşünmesinden oluşan görsel araçlardır (Naylor & Keogh, 2013).

Probleme Dayalı Öğrenme: PDÖ, öğrencilerin bir konuyu öğrenmek için açık uçlu bir problemi gruplar halinde çözmeye çalıştıkları öğrenci merkezli bir yaklaşımdır. Matematik öğretimini problem çözme etkinlikleri etrafında organize ederken aynı zamanda öğrencilere eleştirel düşünme, kendi yaratıcı fikirlerini sunma ve akranlarıyla matematiksel olarak iletişim kurma fırsatları sağlayan bir stratejidir (Nilson,

2. LİTERATÜR

Bu bölümde örüntü ve cebirsel düşünme kavramlarına, örüntü genelleme süreci ve stratejilerine, örüntü konusuna ilişkin kavram yanılgıları, probleme dayalı öğrenme, kavram karikatürleri, yurt içi ve yurt dışında yapılan araştırmalara yer verilmiştir.

2.1 Örüntü ve Cebirsel Düşünme

İngilizce' de "pattern" olarak geçen "desen" anlamına gelen örüntü belirli bir düzen içinde tekrar eden sayı veya şekil topluluğudur (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006).

Cebir kendine özgü sembol, kural ve işlemleri olan matematiğin soyut bir dilidir (Usiskin, 1997). Cebir, sembolleri veya bir dizi kuralı manipüle etmekten daha fazlasıdır, bir düşünme biçimidir. Cebir öğrenme alanındaki bilgi ve becerileri kazanmak, anlamak ve günlük hayata aktarabilmek için cebirsel düşünmeyi öğrenmek gerekmektedir (Akkan, 2009). Cebirsel düşünme matematiği günlük hayatta yararlı şekle dönüştürmektir (Akkan, 2009).

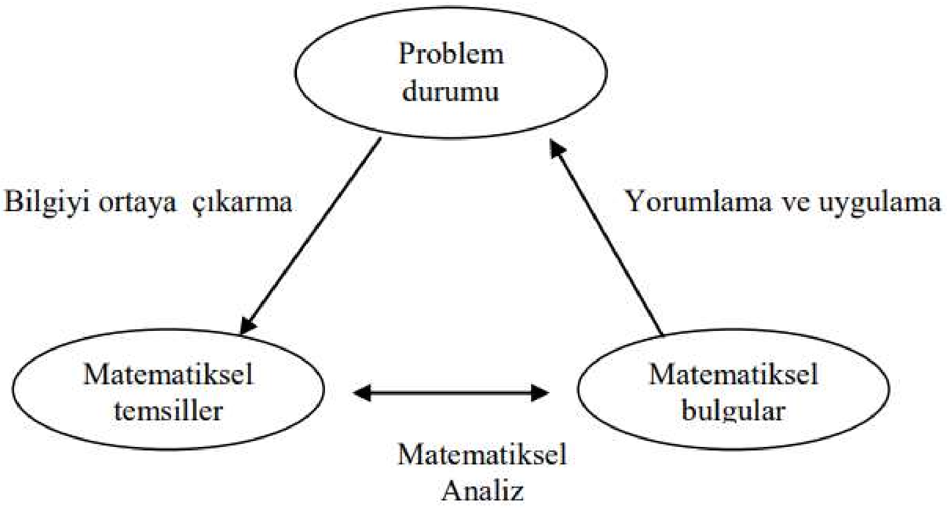
Örüntülerin ve fonksiyonların kavranması öğrencilerin matematik öğretiminde maruz kalabileceği güçlüklerin önüne geçmek ve cebirsel düşünme becerisinin gelişiminde fayda sağlamaktadır. Matematiğin dili olan cebirin temellerinin öğrenci zihninde yapılandırılmasında önemli bir anahtar olan örüntü kavramı, matematik öğretiminde de cebirsel düşünmenin gelişiminde önemli bir rol oynamaktadır (NCTM, 2000). Öğrenciler ilkokulda örüntüleri ve aralarındaki ilişkiyi sözel ifadelerle temsil etmektedir. Ortaokulda değişken kavramını öğrenerek cebirsel düşünmeye adım atmaktadır. Cebirsel düşünmenin gelişim sürecinde örüntüleri aramak ve fonksiyonel düşünme önemlidir (Kierran, 1992). Bu bağlamda cebirsel düşünme becerilerini geliştiren en etkili yollardan biri olan örüntü etkinlikleriyle öğrenciler küçük yaşlarda tanıştırılmalıdır (Helbert ve Brown, 1997). Öğrenciler küçük yaşlarda tekrarlanan örüntülerle tanıştırılarak düzenlilik ve sıralama fikrini kazandırmak amaçlanmaktadır. Matematik öğretiminde çocukların örüntüleri keşfetmesi, çevrelerindeki dünyayla bağlantı kurmaları ve cebirsel düşünmeye geçişte önemli bir basamaktır (Stacey, 1989).

Örüntülerin keşfedilmesi cebirsel düşünme kapısının anahtarıdır. Öğrencilerin sayısal ilişkileri kavraması, örüntüleri fark etmesi, devam ettirmesi ve genellemesi cebirsel düşünme becerisini geliştirmektedir (Steele, 2005).

Cebirsel düşünme matematiğin tüm alanlarına nüfuz eder. Cebirsel düşünme, cebir öğrenme alanıyla yakın ilişki olmasına rağmen kapsamı cebirden daha geniştir (Kierran & Filloy, 1989). Cebirsel düşünme bireyin günlük hayatta karşılaştığı problemleri anlamasına, tahminde bulunmasına ve çözüm yolları geliştirmesine yardım eder. Öğrencilerin önceki matematik yaşantılarında edindikleri aritmetiksel düşünme, cebirsel düşünmenin yapılandırılmasında ve aritmetik- cebir arasındaki bağın kurulmasında önemlidir (Stacey & MacGregor, 1997). Cebirsel düşünme öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmektedir (Kriegler, 2007).

Kieran ve Chalouh' a (1993) göre cebirsel düşünme sayı, işlem ve sembolleri zihinde matematiksel akıl yürütme ve muhakeme becerilerini kullanarak inşa etmektir.

Helbert ve Brown' a (1997) göre cebirsel düşünme örüntü arama, örüntüyü tanımlama, örüntü genelleme olmak üzere üç aşamalıdır. Birinci aşama verilen problemdeki bilgiyi meydana çıkarmak örüntüyü aramaktır. İkinci aşama bilgiyi matematiksel biçimde grafik, tablo, şekil, sözel denklemle temsil etmektir yani matematiksel analiz yapmak, örüntüyü tanımlamaktır. Üçüncü aşama hipotezleri denemek, fonksiyonel ilişkiyi keşfetme, bilinmeyeni bulma, matematiksel bulguları kullanarak örüntüyü genellemektir. Şekil 2.1' de cebirsel düşünme çatısı sunulmuştur.



Şekil 2.1: Cebirsel düşünmenin çatısı (Herbert & Brown, 1997).

Greenes ve Findell' a göre (1998) cebirsel düşünmenin nicelikler arasındaki ilişkiler, farklı matematiksel gösterimler, harfli semboller ve eşittir işaretini kullanma, genelleme yapma, orantısal akıl yürütme, aritmetik ve fonksiyonel düşünme ile ilişkili birçok matematiksel beceriyi kapsayan kavramlarla bağlantılı olduğu görülmektedir. Bu bağlamda cebirsel düşünme sadece soyut düşünmenin değil, matematiksel düşünmenin özel bir durumdur.

Cebirsel düşünme matematiksel sembollerden faydalanarak karşılaşılan problemin çözümünü sağlayacak formül geliştirmek, fonksiyon ve örüntüleri anlamlandırmak, matematiksel ilişkileri analiz etmek, matematiksel modelleri etkin kullanmak, gerçek hayatta karşılaştığımız problemlerdeki değişimleri analiz etmek ve çözüm üretebilmektir (NCTM, 2000).

Wongyai ve Kamol'a (2004) göre cebirsel düşünme üç temel beceriden meydana gelmektedir. Bu beceriler:

1. Örüntüleri genelleştirebilme ve formülleştirebilme,

2. Problemde verilen sayı, şekil, tablo, grafik ve sembol gibi farklı gösterimleri kullanma,

3. Değişken kavramını anlamlandırabilme becerilerinden oluşmaktadır.

Van de Walle, Bay-Williams, Lovin ve Karp' a (2013) göre cebirsel düşünme sayı ve işlemlerden genellemeler oluşturulması ve bunları matematiksel sembollerden faydalanarak ifade edilmesi, örüntü ve fonksiyon kavramlarını keşfetmektir.

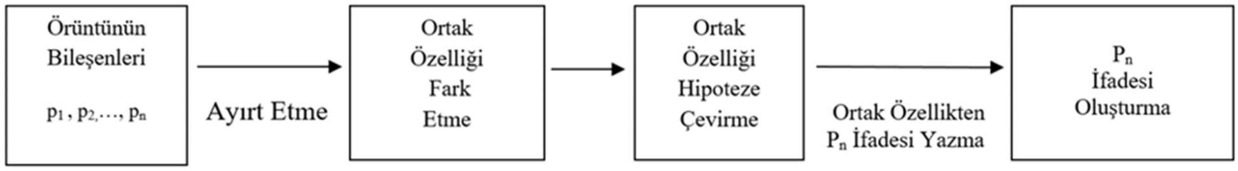
2.2 Örüntü Genelleme Süreci

Genelleme düşünme ve iletişim kurmak için kullanılan hem araç hem de amaçtır (Dörfler, 1991). Genelleme matematik eğitiminin de temel amaçlarından biridir (NCTM, 2000). Matematiksel düşünmede aracı bir rol oynayan genelleme, matematiksel bilgi gelişiminin temelini oluşturmaktadır (Amit ve Neria, 2008).

Mason (1996), genellemenin matematiksel başarı ve öğrenme için önemli rolü olduğunu belirtmiş genellemeyi "matematiğin kalp atışı" olarak ifade etmiştir. Genelleme bir örüntüyü birden fazla bağlama uygulama yeteneğidir. Genellemenin önemli kavramları kopyalama, genişletme ve oluşturmadır. Cebir, genelleme faaliyetlerinin son derece etkili olduğu bir süreçtir (Lee, 1996).

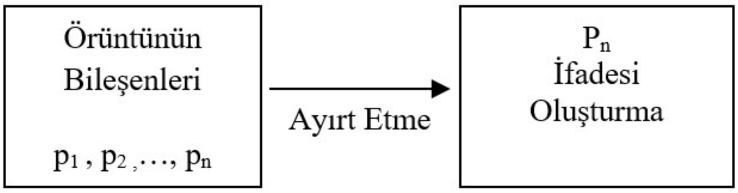
Genelleme soyutlama yapmaktır. Örüntüleri genellemek fonksiyonel düşünmenin gelişimine katkı sağlar. Genelleme yapma cebirsel düşünme sürecinde aktif rol almaktadır (Türkoğlu ve Cihangir, 2017). Genelleme cebirsel düşünmenin anahtarıdır (Kieran, 1992).

Radford (2006) genelleme sürecini aritmetik ve cebirsel genelleme olmak üzere iki başlıkta incelemiştir. Tüm terimler için geçerli bir ifade yazmaksızın örüntüye ilişkin bir takım ortak yönlerin belirlenmesi ve bazı ilişkilerin belirtilmesi aritmetik genelleme, her terim için geçerli olacak bir ifadenin yazılması ise cebirsel genelleme olarak ifade edilmiştir. Radford' un cebirsel genelleme süreci ayrıntılı olarak şu şekilde ifade edilebilir: Genelleme süreci ilk olarak örüntünün bileşenleri arasındaki ortak özelliğin fark edilmesiyle başlamaktadır. Ortak özelliğin fark edilmesinin ardından bu özellik hipoteze çevrilmektedir. Ortak özellikten tüm terimler için geçerli olacak p_n ifadesi yazılmaktadır. Şekil 2.2' de Radford (2008) genelleme süreci özetlenmiştir.



Şekil 2.2: Örüntü genellemenin yapısı (Radford, 2008).

Ayrıca Radford (2008) örüntünün bileşenlerinin belirlenip doğrudan p_n ifadesinin yazılmasını ise olgunlaşmamış tümevarım olarak adlandırmıştır. Olgunlaşmamış tümevarım süreci Şekil 2.3 ‘de verilmiştir.



Şekil 2.3: Olgunlaşmamış tümevarım (Radford, 2008).

2.3 Örüntü Genelleme Stratejileri

Anaokulundan ortaokula kadar farklı sınıf seviyelerinde öğrencilerin örüntüleri genellerken kullandıkları stratejileri geliştirmek için çeşitli girişimler vardır. Öğrencinin genelleme yapmaya başlarken seçtiği strateji büyük önem taşımaktadır (Lannin, 2005).

Örüntü genelleme stratejilerini inceleyen çok sayıda araştırma vardır. Öğrenciler örüntü genelleme problemleriyle uğraşırken çeşitli stratejileri kullanmaktadırlar (Chua & Hoyles, 2010). Yapılan çalışmalar incelendiğinde araştırmacıların örüntü genelleme stratejileri hakkında farklı çalışmalarda farklı yorumlar yaptıkları görülmektedir.

Stacey’ in (1989) üç tane genelleme stratejisi açıklamıştır:

1. Yinelemeli Yaklaşım: Sayma, bir şekil çizme veya tablo yapma.

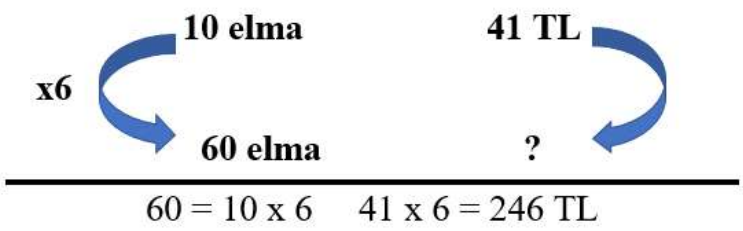
2. Fonksiyonel İlişki Arama: Matematiksel bir ifade geliştirme.

3. Yanlış Orantılı Muhakeme Yapma: f(x) = cx+d, d≠0 olduğunda f(x)=nx oranını uygulama.

Sasman, Linchevski ve Olivier' ın (1999) çalışmalarında altı strateji kullanmışlardır:

1. Yinelemeli Strateji: Örüntünün terimleri arasındaki sabit fark bulunur. Bu stratejinin kullanımı aritmetik örüntülerde kolayken artarak değişen örüntülerde birçok hataya yol açmaktadır.

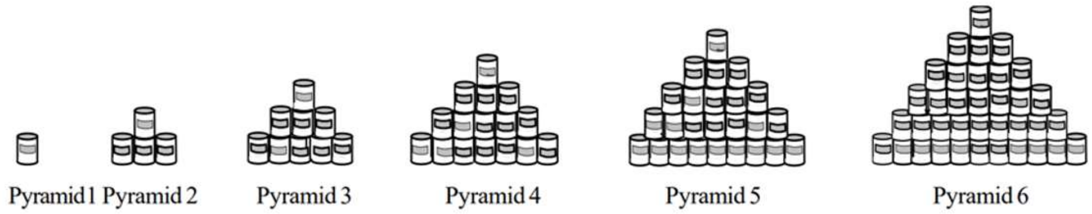
2. Orantısal Akıl Yürütme Stratejisi: Bu hatalı stratejinin kullanımı doğrusal ilişkilerin aşırı genelleştirilmesinden kaynaklanmaktadır. 10 tane elmanın fiyatı 41 TL ise, 60 tane elmanın fiyatını hesaplarken bu stratejiyi kullanan bir öğrenci şu şekilde düşünmektedir:



Şekil 2.4: Orantısal akıl yürütme stratejisi.

3. Girdi Değerinin Ayrıştırılması Stratejisi: Sasman, Linchevski ve Olivier' a (1999) göre girdi değerinin ayrıştırılması stratejisi için açıklama şöyledir: Örüntünün girdi değerine n diyelim, n = a+ b+ c ise çıktı değerinin f(n)= f(a) +f(b) + f(c) şeklinde düşünülerek bulunmasıdır. Aşağıda girdi değerinin ayrıştırılması stratejisine ilişkin bir örnek sunulmuştur.

Soru: Peter, piramitler oluşturmak için silindir şeklindeki teneke kutuları kullanmıştır. Peter piramit numarası ile kullanılan silindir teneke sayısını arasındaki ilişkiyi gösteren tablo yapmıştır. Buna göre sekizinci ve yirmi üçüncü adımında kullanılması gereken silindir sayısını bulunuz.



Piramit Numarası	Kullanılan Silindir Sayısı
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36

Şekil 2.5: Girdi değerinin ayrıştırılması stratejisine ilişkin soru örneği.

Bu soruyu girdi değerinin ayrıştırılmasını kullanarak çözen bir öğrencinin 64+ 64+ 49 = 177 yanıtını verecektir. Sorunun çözümü için verilen tabloyu incelendiğinde piramit 8' i oluşturmak için 64 tane teneke kutusu, piramit 7' yi oluşturmak için 49 tane teneke kutusu kullanılmalıdır. Bu yüzden 64+ 64+ 49 toplayacaktır. Çünkü 8+8+7 =23 sonrada 8' in karesini alıyorum ve 7' ninde karesini alıyorum topluyorum.

4. Farkın Çarpımı Stratejisi: d ardışık terimler arasındaki sabit fark olmak üzere örüntünün n. adımdaki değeri bulurken f(n)= n x d ile sembolize edilen hatalı fark yöntemidir. Öğrenciler bu stratejiyi genellikle uzak terimleri bulurken kullanmaktadır. Örneğin 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36… şeklinde devam eden bir örüntünün ardışık terimler arasındaki fark beştir. Öğrenci örüntünün 120. adımındaki değeri bulurken her seferinde 4 ekleyerek 120. adıma kadar saymanın çok zor olduğunu düşünmektedir. Bu nedenle farkın çarpımı stratejisini kullanarak f(120)=120.4=480 bulmaktadır.

5. Genişletilmiş Yinelemeli Strateji: f(n) = (n – k). d + f(k) ile sembolize edilir, burada d, ardışık terimler arasındaki ortak farktır. Sabit değişen örüntülerde doğru ancak artarak veya azalarak değişen örüntülerde öğrencilerin hatalı çözüm yapmasına sebep olmaktadır.

6. İşlevsel Strateji: Örüntünün girdi – çıktı değerleri arasındaki ilişkiyi dikkate alarak fonksiyonel bir kural yazılmalıdır.

Lannin, Barker ve Townsend, (2006) çalışmalarında dört genelleme stratejisi tanımlamışlardır:

1. Belirgin Strateji: Herhangi bir girdi değeri için çıktı değerini anında hesaplamaya izin veren bir kural oluşturulmalıdır.

2. Tüm Nesne Stratejisi: Birim katları kullanarak, örüntünün uzak adımı bulunmaya çalışılır. Bu stratejinin kullanımı genellikle öğrencilerin hatalı yanıtlar vermesine neden olmaktadır.

3. Parçalama Stratejisi: Örüntünün istenilen terimini elde etmek için örüntünün bilinen terimlerini kullanarak yinelemeli bir model oluşturulmasıdır.

4. Yinelemeli Strateji: Örüntünün ardışık terimleri arasındaki ilişkinin kullanılmasıdır.

Rivera ve Becker (2008) genelleme stratejilerini üçe ayırmıştır:

1. Sayısal Strateji: Sayı dizisi veya tablo olarak biçiminde sunulan herhangi bir örüntüde ipuçlarını kullanmaktır.

2. Şekilsel Strateji: Diyagramların kullanıldığı örüntülerde genel kuralı elde etmek için şekillerin yapısından doğrudan yararlanmaktır.

3. Pragmatik Strateji: Sayısal ve şekilsel yaklaşımın her ikisinin de kombine edilerek kullanılmasıdır.

Şekilsel stratejiler Rivera ve Becker (2008) tarafından iki başlığa ayrılarak incelenmiştir. Bunlar:

1. Yapıcı Genelleme Stratejisi: Bir genelleştirme görevinde diyagramlardan oluşan ve örtüşmeyen bileşenlerin genel kuralı diyagramın alt bileşenlerinin toplamı olarak ifade edilir.

2. Parçalayıcı Genelleme Stratejisi: Diyagram örtüşen bileşenlerden oluşuyormuş gibi görselleştirilir ve diyagramın her bir bileşeni ayrı ayrı sayılır ve herhangi bir parça çıkarılarak kural ifade edilir.

Rivera ve Becker (2008) tarafından geliştirilen bu iki stratejiye Chua ve Hoyles (2010) yeniden yapıcı stratejiyi eklemiştir. Bu strateji orijinal diyagramın bir ya da daha fazla bileşenini tanıdık bir şekilde yeniden düzenlenmesidir. Yeniden düzenlenen şekil örüntünün yapısının anlaşılmasını ve genel kuralın fonksiyonel olarak yazılmasını kolaylaştırmaktadır.

Literatür incelendiğinde değişen örüntülerde kullanılan stratejiler yinelemeli ilişki ve fonksiyonel ilişki olarak ikiye ayrılmaktadır. Örüntünün bir sonraki terimini bulmak için bir önceki terimden yararlanılması yinelemeli stratejinin kullanılmasıdır (Van De Walle, 2004). Yinelemeli strateji, çıktı değerleri arasındaki ardışık ilişkidir (Lannin, Barker ve Townsend, 2006). Bu stratejide ardışık iki terim arasındaki fark bulunur ve bu fark örüntünün gelecek terimini bulmak için önceki terime eklenmektedir. Yinelemeli stratejide girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiye değil sadece çıktı ya da sadece girdi değerleri arasındaki ilişkiye odaklanılmaktadır. Bu sebeple örüntünün fonksiyonel kuralını ortaya koymak zorlaşmaktadır (Warren, 2005). Öğrenci örüntünün yakın terimlerine yinelemeli stratejiyi kullanarak ulaşabilir (Ley, 2005). Uzak adımdaki terimleri de yinelemeli stratejiyi kullanarak bulabilir ancak bu çok zaman alıcıdır. Örneğin örüntünün yüz ellinci adımdaki terimi bulmak için bu adımdan önceki terimleri bulmadan direk yüz ellinci adım örüntünün genel kuralı yazılarak bulunabilir. Örüntünün genel kuralı girdi çıktı değerleri arasındaki fonksiyonel ilişkidir (Warren & Cooper, 2008). Fonksiyonel ilişki sayesinde herhangi bir girdi değerine karşılık gelen çıktı değeri kolaylıkla bulunmaktadır (Lannin, Barker ve Townsend, 2006). Fonksiyonel ilişki örüntünün genel kuralının yazılmasını sağlar. Bu sayede örüntünün yakın ve uzak adımındaki terimleri kolaylıkla bulanabilir. Bu stratejide denklem ve formüller kullanıldığı için fonksiyon konusunun temelini oluşturmaktadır (Ley, 2005).

Bu stratejilerden fonksiyonel veya kesin örüntü problemlerinde genelleme sürecinin doğru yapılmasına yardım etmektedir. Pek çok öğrenci orantı (Stacey, 1989), fark ile çarpma, girdi değerinin ayrıştırılması (Lannin, Barker ve Townsend, 2006) ve tahmin kontrol stratejisi kullanarak (Healy ve Hoyles, 2000) hatalı genelleme ve hatalı akıl yürütme yapmaktadır.

2.4 Örüntülere İlişkin Kavram Yanılgıları

Kavram yanılgıları bilimsel gerçeklerin öğrenilmesini engelleyen bilgiler olarak tanımlanmaktadır (Özkan & Bal, 2017). Kavram yanılgıları bireylerin yaşantıları ve yanlış anlamaları sonucunda aşırı genelleme veya aşırı özelleme yapmaları sonucu meydana gelmektedir (Baki, 1999).

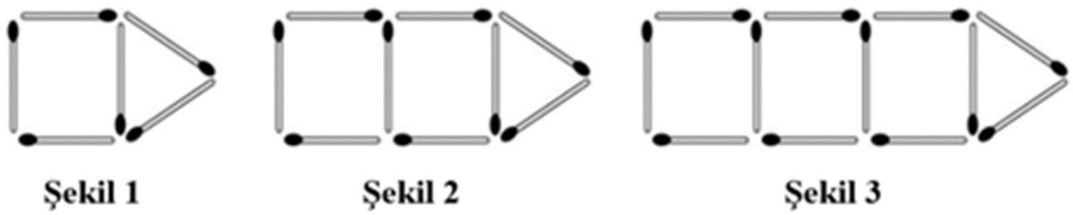
Matematik eğitiminde önemli bir role sahip olan örüntüler konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde; örüntülerin adımları arasındaki ilişkiyi fark ederek genelleme ve sembolik şekilde cebirsel olarak gösterebilme becerilerinde öğrencilerin sorunlar yaşadıkları ve örüntülerle ilgili çeşitli kavram yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür (MacGregor ve Stacey, 1996). Bu çalışmada öğrencilerin örüntüler konusunda gözlemlenen kavram yanılgıları 7 grupta ele alınmıştır (Barut, 2022; Birgin ve Demirören, 2020; Chua ve Hoyles, 2010; De Bock, Verschaffel, & Janssens, 1998; Girit ve Akyüz, 2016; Orton, 2009; Stacey, 1989; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017). Bunlar:

- Genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma,
- Doğrusallık yanılgısı,
- Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme,
- Örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama,
- İşlem seçimi yanılgısı,
- Modeli etkili kullanamama,
- n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma

i. Genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgısı

Örüntünün terimleri arasındaki ortak farkı bularak şekil numarası ile çarpılmasıdır (Stacey, 1989). TIMSS (2003) bulguları öğrencilerin örüntüleri genellerken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgısı olduğunu tespit etmiştir. Çalışmada aşağıdaki kibrit çöpü sorusu öğrencilere sorulmuştur.

Kibrit çöpleri şekilde gösterildiği gibi düzenlenmiştir. Örüntü aşağıdaki gibi devam ederse, onuncu şekli yapmak için kaç kibrit çöpü kullanılması gerekir?



Şekil 2.6: Genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgısına ilişkin soru örneği.

Bazı öğrenciler tarafından bu soru yanlış cevaplanmıştır. Birinci şekilde altı kibrit çöpü, ikinci şekilde dokuz kibrit çöpü, üçüncü şekilde on iki kibrit çöpü olduğunu modelden yararlanarak bulmuştur. 6, 9, 12, 15, 18, 21 … şeklinde devam eden bir örüntü olduğunu düşünmüştür. Ardışık terimler arası sabit farkı 3 bulmuş ve 10. terimi bulmak için sabit fark (3) ile istenilen şekil numarasını (10) çarpmışlardır. Onuncu şekilde otuz kibrit çöpü kullanılması gerektiğini bulmuşlardır. Öğrenciler bu cevabı verirken farkın çarpımı stratejisini kullanmışlardır. Öğrencilerin bu cevabı vermesi genelleme yaparken sahip oldukları kavram yanılgısını ortaya koymaktadır (Chua & Hoyles, 2010).

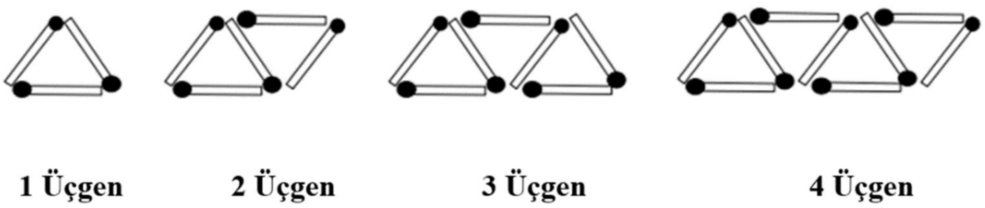
ii. **Doğrusallık yanılgısı**

İki niceliğin arasındaki kesirsel ilişkiye oran denmektedir ve bu ilişki x/y şeklinde ifade edilmektedir. Örneğin bir araba 180 km' lik yolu 3 saatte gidiyorsa yolun zamana oranı 180/3 şeklinde gösterilmektedir. İki oranın eşitliğini gösteren kavrama ise orantı denmektedir. Orantı kavramını matematiksel olarak x/y = z/t şeklinde gösterilmektedir. Sonsuz sayıdaki eşit oranlar (x/y = z/t = a/b = c/d…) arasındaki ilişkiye doğrusal ilişki ya da doğrusallık denmektedir. Örneğin bir araba 180 km' lik yolu 3 saatte gidiyorsa 360 km' lik yolu 6 saatte, 540 km'lik yolu 9 saatte, 720 km'lik yolu 12 saatte gidecektir. Bu durum matematiksel biçimde 180/3 = 360/6 = 540/9 = 720/12 = … şeklinde ifade edilmektedir. Bu bağlamda yol ile saat arasında doğrusal ilişki olduğu görülmektedir (Barut, 2022).

Birçok matematiksel problemin altında yatan temel model olmaları nedeniyle doğrusal orantılı ilişkiler matematik eğitiminde önemli bir konudur. Öğrencilerin doğrusal modellere artan aşinalık ve deneyimleri bir dezavantaja dönüşebilmektedir. Bu modelin evrensel uygulanabilir ve her sayısal ilişkinin doğrusal ilişki gibi görülmesine neden olabilmektedir. Orantısal akıl yürütmenin aşırı genelleştirilmesinden kaynaklanan bir eğilimdir. Literatür incelendiğinde matematik eğitiminde bu olguya doğrusallık yanılgısı, doğrusal engel, doğrusal tuzak veya doğrusal yanılsama isimleri de verilmektedir (De Bock, Verschaffel & Janssens, 1998). Doğrusallık yanılgısının görüldüğü konulardan biri de örüntülerdir (Stacey, 1989).

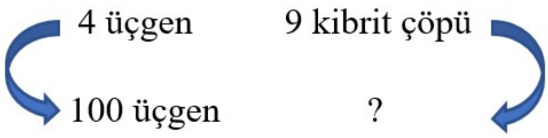
Olivier (1989), araştırmasında öğrencilerin genelleme ile ilgili kavram yanılgıları, genelleme süreçleri ve stratejilerini incelenmiştir. Öğrencilerin genelleme yaparken yaratıcı özelliklerinin ön plana çıktığı genç bilim adamları gibi davrandığı ancak hatalı genellemeler yaptıkları görülmüştür. Olivier aşağıdaki soruyu öğrencilere yöneltmiştir.

Soru: Aşağıda kibrit çöpleriyle oluşturulmuş üçgenler yer almaktadır. 100 tane üçgen elde etmek için kaç tane kibrit çöpüne ihtiyacı vardır?



Şekil 2.7: Doğrusallık yanılgısına ilişkin soru örneği.

Birçok öğrenci problemi şu şekilde çözmüştür: Dört üçgen için 9 kibrit çöpüne ihtiyacımız vardır.



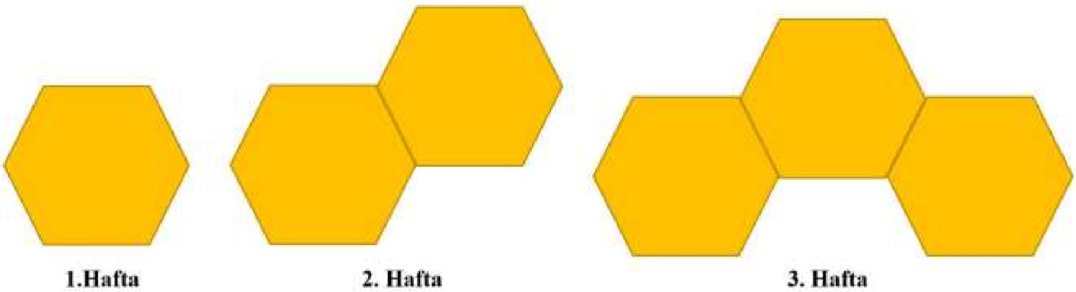
Şekil 2.8: Doğrusallık yanılgısına ilişkin çözüm örneği.

O zaman 100 üçgen için $(100 \div 4) \times 9 = 225$ kibrit çöpüne ihtiyacımız vardır cevabını vermiştir. Burada öğrencilerin genelleme yaparken girdi – çıktı değerlerine dikkat etmedikleri ve orantı stratejisini kullanarak sabit terimi ihmal ettikleri bu nedenle hatalı genelleme yaptıkları görülmüştür (Olivier, 1989).

iii.Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme

Örüntünün terimleri arasındaki artış miktarı bulunarak örüntünün genel terimi n + (artış miktarı) ya da sadece artış miktarını sayısal olarak ifade edilmektedir (Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017). Bu kavram yanılgısı, öğrencilerin bir sayı veya şekil örüntüsünde artış değerini değişken ile doğrudan toplama işlemi olarak ifade etmelerinden kaynaklanmaktadır. Bu durum bazı öğrencilerin örüntülerden cebirsel ifadeye geçişte bilgi eksikliği ve kısıtlı algılamaya sahip olduklarını göstermektedir (Birgin ve Demirören, 2020).

Arılar bal peteklerini yaparken örüntülerden faydalanmaktadır. Aşağıda şekillerde 1,2 ve 3. haftalarda arının yaptığı bal peteklerini görmektesiniz. Arı bal peteklerini bu şekilde yapmaya devam ederse altıgen şeklindeki bal peteklerinin herhangi bir haftadaki kenar sayısını veren genel kuralını cebirsel olarak ifade etmelerini istemiştir.



Şekil 2.9: Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgısına ilişkin soru örneği.

Birinci adımda 6, ikinci adımda 11, üçüncü adımda 16 bal peteği olduğunu modelden yararlanarak bulmuştur. 6, 11, 16, 21, 26, 31 … şeklinde devam eden bir örüntü olduğunu düşünmektedir. Öğrenciler şekil örüntüsündeki beşerli artışı fark etmiş ve genel kuralı $x + 5$ ya da 5 şeklinde ifade ederek yanılgıya düşmüşlerdir (Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017).

iv.Örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama

Genellemeyi ve değişken kavramını anlamlandırmayan öğrenciler n notasyonunu kavramakta zorlanmakta ve cebirsel ifade içeren genelleme yapamamaktadır (Carraher, Martinez & Schliemann, 2008; MacGregor & Stacey, 1996; Sasman, Linchevski & Oliver, 1999; Yaman, 2010; Zazkis, Liljedahl & Chernoff, 2008). Bu nedenle örüntüdeki ilişkiyi sözel olarak yazarken cebirsel olarak ifade edememektedir (Gökçe ve Yeşildere-İmre, 2017). Örneğin; 6, 14, 22, 30… biçiminde devam eden bir sayı örüntüsüne ait genel kuralını kural öğrenci adım sayısını 8 ile çarp sonra 2 çıkar şeklinde bir ifade kullanırken 8n-2 cebirsel ifadesini yazamamaktadır.

v.İşlem seçimi yanılgısı

Matematik problemlerinin çözümünde sıkça yapılan hatalardan olan işlem seçimi yanılgısı üslü ifade ile çarpma işleminin etkisini ayırt edememekten kaynaklanmaktadır (Birgin ve Demirören, 2020). Öğrenci örüntünün belirli adımlarından yola çıkarak örüntünün diğer adımları üzerinde düşünmemektedir. Örneğin; 2, 4, 8, 16 … şeklinde devam eden sayı örüntüsü için 1. terimde 1, 2.terimin 4 ilişkisinin belirlenerek örüntünün kuralını “ 2^n ” yerine 2n şeklinde ifade ediyorsa söz konusu kavram yanılgısı gözlemlenmiş demektir (Türkoğlu ve Yalın, 2020).

vi.Modeli etkili kullanamama

Görsel modeli örüntünün genel kuralı bulma amacıyla analiz etmek yerine görsel modeli sayısal ilişkiye dönüştürerek bir genel kural bulma yolunu tercih etmektedir (Steele & Johanning, 2004; Gökçe ve Yeşildere-İmre, 2017). Öğrencilerin nümerik ilişkiye odaklanmasından kaynaklı uzak adımlarına ve örüntünün genel kuralına ulaşmakta güçlük çekmektedir (Becker & Rivera, 2006). Bu yanılgı öğrencilerin şekil numarası ile şekillerde kullanılan nesnelerin sayısı arasında bağlantı kuramamasından kaynaklanmaktadır (Orton, 2009).

vii.n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma

Cebirde kullanılan harflerin basamak değerlerinin olduğu; harflerin sadece rakam belirtmesi gerektiği kavram yanılgısıdır (Akkaya ve Durmuş, 2006; Gürel ve Okur, 2018). Tablo şeklinde sunulan örüntülerde n’den önceki boş bırakılan satıra bir sayı geleceğini düşünerek, n yerine konulacak sayıya karar vermektedirler. Öğrencinin n yerine bir sayı geleceğini düşünmesini kavramsal olarak değişken kavramına sahip olmadığını göstermektedir. Sayı örüntülerinde de verilen terimlerden sonra gelmesi gereken terimi de bularak bir sonraki terimi n. terim olarak kabul etmekte ve bu terime karşılık gelen sayıyı örüntünün kuralı olarak düşünmektedirler. Öğrenci örüntüyü cebirsel olarak genelleyememektedir (Girit ve Akyüz, 2016; MacGroger & Stacey, 1996; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017). Bu yanılgıya sahip olan bir öğrenci 5, 8, 11, 14, 17 … şeklinde devam eden bir sayı örüntüsünün sadece çıktı değerlerine odaklanmaktadır. Beşinci haftadan sonraki üç noktanın altıncı hafta ve n'nin yedinci hafta olacağını düşünmektedir. Ardışık terimler arasındaki sabit farkın 3 olduğunu bulmakta Beşinci hafta 17, altıncı haftada 17+3=20, yedinci haftada 20+3=23 bakteri bulmaktadır. n'nin 23 olduğunu buna örüntünün genel kuralını da 23 bulmaktadır (Girit ve Akyüz, 2016).

2.5 Probleme Dayalı Öğrenme

PDÖ, öğrencilerin problemlerle aktif olarak ilgilenirken öğrenmelerini sağlayan, öğrencilere işbirlikli bir ortamda problem çözme fırsatı sunan, öğrencilerin öz- yönetimli öğrenme alışkanlığı kazanmasına imkan sağlayan pedagojik bir yaklaşımdır (Hmelo-Silver, 2004).

PDÖ, 21. yüzyılda öğrenenleri geliştirmek için uygun bir öğretim yöntemidir çünkü bu öğretim yöntemi öğrenme ve bilgi arama için bir başlangıç noktası olarak sorunları veya durumları kullanır; bu daha sonra potansiyel olarak problem çözme becerilerini, kendi kendine öğrenmeyi ve takım çalışmasını geliştirmektedir. PDÖ özellikle uzun süreli bilgi tutma ve uygulamalar için değerlendirildiğinde etkili bir öğretme ve öğrenme yaklaşımı olduğu bilinmektedir (Yew & Goh, 2016).

PDÖ ortamında, öğrenciler eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmek için bir öğrenme bağlamı olarak problemleri gerçek dünyada uygulayarak yeni bilgiler yaratabilirler. PDÖ çalışma sırasında bilime dayalı bilgi edinmenin yanı sıra öğrencileri pratik yapmaya ve problem çözmeye teşvik eden bir öğretim tekniği olduğundan öğrencilerin mantıksal düşünme, eleştirel düşünme, analitik düşünme, sentetik düşünme ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmektedir. PDÖ' de öğrenenin muhakeme becerisini ve kendi kendine çalışma becerisini geliştirmektedir (Barrows, 1988). PDÖ, ekip çalışması ve işbirliğine dayandığından sınıf ortamları daha canlı hale gelmektedir (Yew & Schmidt, 2009).

PDÖ eğitim, sağlık, mühendislik alanları gibi çeşitli alanlarda benimsenen eleştirel düşünmeyi ve problem çözmeyi teşvik eden bir yaklaşımdır. PDÖ öz-yönetimli öğrenmeye ve problem çözme becerisine etkisini incelen çalışma sayısı giderek artmaktadır. Yapılan araştırmalar olumlu öğrenme çıktılarına yol açtığını göstermektedir. Literatür incelendiğinde PDÖ' nün motivasyonu olumlu etkilediği (Ersoy, 2006), eleştirel düşünme becerisini geliştirdiği (Cantürk-Gürhan ve Başer, 2009), problem çözme becerisini desteklediği (Yaman ve Yalçın, 2005), yaratıcı düşünmeye katkı sağladığını (Yaman ve Yalçın, 2005), kavram yanılgılarını gidermede etkili olduğu, (Çayan ve Karslı, 2015), öz yeterlilik inancını artırdığı (Yaman ve Yalçın, 2005) görülmüştür.

2.5.1 Probleme Dayalı Öğrenmeye Genel Bir Bakış

PDÖ' nün temel ilkeleri ve açıklamaları şöyledir:

Yapılandırmacılık İlkesi: Yapılandırmacılık ilkesi öğrencileri aktif olarak konumlandırır. Bilgi arayanlar önceki bilgilerin yardımıyla deneyimlerini kişisel zihinsel temsillere veya şemalara dönüştürerek yeni bilgiler organize etmektedirler. Bu ilke sosyal etkileşimin yararını öne süren bilişsel gelişimi daha güçlendirmektedir (Vygotsky & Cole, 1978). Bu nedenle PDÖ' nün ilkelerinden birisidir.

Bağlamsal Öğrenme: PDÖ öğrenme ortamında belirli bir şey tarafından tetiklenen bir şaşkınlık, kafa karışıklığı ya da şüphe çağrıştıran bir problem vardır. Öğrenmede kelimeler farklı durumlara yeniden transfer edilerek anlamlı öğrenmeyi kolaylaştırılabilir (Dewey, 1991). Bu probleme temellendirildiği için bağlamsal öğrenme ilkesi PDÖ ilkelerinden birisidir.

İş Birliğine Dayalı Öğrenme: İşbirliğine dayalı öğrenme ortamlarında bilgi, öğrenciler bu şaşkınlık, kafa karışıklığı veya şüpheyi; ön bilgilerini harekete geçirmek ve bu bilgileri anlamlandırmak için kaynaklar bulmak amacıyla akran öğrenimine katılırlar. Öğrenciler küçük grup tartışmaları ve yansıtıcı yazma yoluyla öğrendiklerini pekiştirmektedirler. Öğrencilerin bilgi ve deneyimlerini etkinliklerde arkadaşları ve öğretmeniyle bilgi alışverişinde bulunarak işbirliği yapmasını teşvik etmektedir. Bu nedenle problem çözme sürecinde işbirliğine dayalı öğrenme ilkesi de yer almaktadır (Hmelo-Silver, 2004).

Öz-Yönetimli Öğrenme: PDÖ' de öğrenciler fikirlerini hem bireysel hem grup olarak inşa ettiklerinden dolayı aktif ve grup öğrenimini destekleyen etkili bireysel öğrenmenin gerçekleştiğine dair inanç vardır. Öğrenme etkinliklerinde öğrenenler bağımsızdır ve kendi amaçları vardır. Kendi başlarına bir bilgi bütünü oluşturmak ve bu bilgiyi toplumda yeni düşünceler yaratmak için uygulamaktadır. Öz düzenleme ilkesi yalnızca bilişsel olarak öğrenciye fayda sağlamaz aynı zamanda motivasyonlarının artmasında rol oynamaktadır. Motivasyon kendi kendine öğrenmenin teşvik edilmesinde ve kendi kendine öğrenmenin sürdürülmesinde önemlidir (Dolmans, Grave, Wolfhagen & Vleuten, 2005).

PDÖ uygulaması kurumlara ve programlara göre değişiklik gösterebilir ancak genel olarak süreç, bir problemin analiz aşaması, bir öz-yönetimli öğrenme dönemi ve son olarak bir raporlama aşamasından oluşmaktadır (Yew & Schmidt, 2009). Öğretmen, öğrencilerin öğrenmesini desteklemek için bir kılavuz görevi görür; özellikle problem analizini ve raporlamayı kolaylaştırmanın yanı sıra PDÖ öğreticisinin öğrencilerin sorgulama yollarını anlamlandırırken tartışma ve paylaşım yoluyla fikirlerini dinler (Kaptan ve Korkmaz, 2001).

Eğitimciler, öğrencilerin problem çözme sürecinde düşünme becerilerini aktif hale getirmek için çeşitli öğrenci merkezli öğrenme modellerinden yararlanmaktadır. Son yıllarda giderek daha fazla öğretmen PDÖ kavramını sınıflarına entegre etmektedir. Çünkü PDÖ öğrencileri çalışılan her disiplinden bilgi ve kavramların yaratılmasıyla sonuçlanan otantik ve anlamlı problemleri araştırmaya ve bunlara aktif olarak katılmaya dahil etmektedir (Özgen ve Pesen, 2010).

Yapılan araştırmalar sınıf dışında öğrenci hazırlığı, sınıf içi problem çözme etkinlikleri PDÖ süreçleri birleştirildiğinde yaratıcı düşünmenin ve eleştirel düşünme becerilerinin arttığını göstermektedir. Bu beceriler bir öğrencinin problem çözme becerisinin gelişmesine yol açabilir. Farklı bilgi kümelerini mantıksal olarak birbirine bağlayarak karmaşık sorunları anlamak ve problem çözme konusunda öğrencilere çeşitli bakış açıları sağlayabilir (Srikan, Pimdee, Leekitchwatana & Narabin, 2021).

PDÖ, problemleri öğrenme arayışı için bir başlangıç noktası olarak kullanan bir öğretim yöntemidir. Bu durumun potansiyel olarak problem çözme becerilerini, kendi kendine öğrenmeyi ve ekip çalışmasını geliştireceği düşünülmektedir. Bu ortamda öğrenciler, eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmek için bir öğrenme bağlamı olarak gerçek dünya problemlerinden çalışma alanında bilgi edinerek yeni bilgi yaratabilirler (Yew & Schmidt, 2009).

PDÖ, anlamlı problemlerin araştırılması, açıklanması ve çözülmesi etrafında organize edilmiş, odaklanmış, deneyimsel öğrenmedir (Torp & Sage, 1998). PDÖ' de öğrenciler, küçük işbirlikçi gruplarda çalışırlar ve bir sorunu çözmek için bilmeleri gerekenleri öğrenirler. Öğretmen öğrenme döngüsü boyunca öğrencinin öğrenmesine rehberlik eden bir kolaylaştırıcı görevi görür. PDÖ süreci olarak da bilinen bu döngüde, öğrencilere bir problem senaryosu sunulur. Öğrenciler sunulan senaryodan ilgili gerekçeleri belirleyerek sorunu formüle eder ve analiz ederler. Bu olgu tanımlama adımı olarak isimlendirilir ve bu adım öğrencilerin sorunu temsil etmelerine yardımcı olur. Öğrenciler problemi daha iyi anlarlar, problem hakkında olası hipotezleri üretirler ve çözümlerler. Bu döngünün önemli bir parçası, soruna ilişkin bilgi eksikliklerini belirlemektir. Bu bilgi eksiklikleri, öğrencilerin öz-yönetimleri sırasında araştırdıkları öğrenme sorunları olarak bilinir. Öğrenciler yeni bilgilerini uygular ve hipotezlerini öğrendiklerinin ışığında değerlendirirler. Her problemin tamamlanmasında, öğrenciler kazandıkları soyut bilgiler üzerinde derinlemesine düşünürler. Bu süreçte öğretmen, öğrencilerin problem çözme ve işbirliği içinde gerekli bilişsel becerileri öğrenmelerine yardımcı olur. Öğrenciler süreci kendi kendilerini yönettikleri için, PDÖ' nün problemlerini çözmek için kendi öğrenme hedeflerini ve stratejilerini belirlemektedir (Barrows 1988; Hmelo-Silver, 2004; Schmidt, 1993).

21. yüzyıl geleneksel sistemin ihtiyaçlarıyla uyumlu olmayan sınıflarda uygulanan geleneksel öğretim stratejileri yerine öğretmenlerin yenilik arayışına gitmeleri çağın istediği eğitim öğretim anlayışını yakalamaları açısından önemlidir. PDÖ, öğrencilerin Fen, Teknoloji, Matematik ve Mühendislik konularında gelişim göstermelerini sağlamaktadır. Probleme dayalı öğrenme yaklaşımlarıyla desteklenen çizgi film kavramları veya çizgi romanlar gibi materyaller öğrencilerin dikkatini çekmek için sınıf içinde kullanılmaktadır (Jamal, Ibrahim, Surif, Suhairom, Abdullah & Jumaat, 2017).

Günümüzde öğretim programlarında öğretmen merkezli öğretim yerini öğrenci merkezli yaklaşımlara, öğrencilerin yaparak ve yaşayarak öğrenmelerini sağlamayı amaçlayan öğretim yöntemlerine bırakmaya başlamıştır. Bu yöntemlerden biri de PDÖ’ dür (Balım, Türkoğlu, Ormancı, Kaçar, Evrekli & Özcan, 2014). PDÖ, senaryo sorunlarına yol açabilecek günlük yaşamdan bir etkinlik olarak tanımlanır (Balım, İnel-Ekici & Özcan, 2016). Bu senaryo konusu öğrencilerin sorunlarını bağımsız olarak nasıl çözeceklerini öğrenmeleri gereken bir sürece, aktif bir öğrenmeye yol açmaktadır. PDÖ öğretmenin öğrencilere günlük yaşam problemlerinden alınmış bir senaryo problemi vermesinden sonra başlamaktadır (Şahin, 2010). Problem belirleme süreci tamamlandıktan sonra öğrenci önceki bilgileri ve mevcut bilgileri kullanarak problemi çözmeye çalışmaktadır (Sockalingam, Rotgans & Schmidt, 2011).

Yapılan araştırmalar PDÖ ortamında öğrencilerin geleneksel ortama göre testlerde daha başarılı olduğunu ortaya koymaktadır. Klasik sınıf ortamlarının aksine PDÖ ortamı öğrencilere yeni durumlara uyum sağlamak için iletişim, temsil, modelleme ve muhakeme becerilerini geliştirme fırsatı sunmaktadır. Bununla beraber matematiksel süreçleri öğrenmek için daha fazla fırsata sahip olmaktadırlar (Roh, 2003).

PDÖ ortamında öğretmenin rolü geleneksel sınıflardakine göre daha kritiktir. Öğretmen öğrencilere matematiksel bilgiyi sunmanın ötesinde öğrencileri bilgilerini kullanmaya dahil etmektedir. PDÖ ortamında öğretmen rehberlik etmelidir. Ayrıca, PDÖ ortamında öğretmenin geniş pedagojik bilgi yelpazesine sahip olması gerekmektedir. PDÖ' yü takip eden öğretmenler sadece öğrencilerine matematiksel bilgi sağlamakla kalmaz, aynı zamanda öğrencileri problem süreçlerine nasıl dahil edeceklerini bilir ve bilgiyi yeni durumlara uygulamaktadır (Selçuk ve Şahin, 2008).
PDÖ matematik öğretiminde kullanılmasının önemli olacağı düşünülmektedir. Matematik mantıksal düzene sahip örüntülerin bilimidir ve matematikteki düzenliliği bulmak ve keşfetmek önemlidir (Okereke, 2006; akt. Ali, Akhter & Khan, 2010). Çünkü matematik bilim ve teknolojinin temelidir ve bilimin işlevsel rolüdür. Ancak öğrencilerin matematik başarısı istenilen düzeyde değildir. Başarının düşük olmasının birçok nedeni vardır. Bunlardan en önemlileri; matematiğin zor olduğuna dair toplum görüşü, nitelikli öğretmen eksikliği, matematik laboratuvarı eksikliği, öğretim yönteminde çekiciliğin olmamasıdır. PDÖ, öğrenci merkezli, aktif ve güdülenmiş öğrenmeyi, problem çözmeyi geliştiren bir modeldir. PDÖ yönteminin kullanıldığı sınıflarda öğrenciler, kendi öğrenmelerinin daha fazla sorumluluğunu üstlenir, bağımsız ve uzun ömürlü öğreniciler haline gelir ve hayatları boyunca öğrenmeye devam edebilirler (Ali, Akhter & Khan, 2010).

2.6 Kavram Karikatürleri

Kavram karikatürler matematiksel anlaşmazlıklar çözmek için kullanılan bilişsel çizimlerdir. Konuşma balonları içindeki konuşmalar farklı bakış açılarını temsil etmektedir. Bu farklı bakış açıları katalizör görevi görmektedir, çünkü öğrenciler düşüncelerini tartışmak için birlikte konuşmaktadır. Kavram karikatürleri matematiği etkileşimli hale getirerek öğrencilerin matematik hakkında fikirlerini oluşturmaktadır. Öğrencilerin öğrenmedeki güçlüklerini ortaya çıkarmak ve gerekli düzeltmeleri yapmak için biçimlendirici değerlendirme aracı olarak kullanılabilir. Çünkü matematiksel kavrama yönelik öğrenme güçlüklerini ortaya çıkarmak ve gerekli düzeltmeleri yaparak kavram yanılgıları derinlemesine incelemenin oldukça etkili bir yoludur. Alternatif fikirler sunarak öğrencileri konu hakkında düşünmeye teşvik etmektedir (Dabell, 2008; Göksu ve Köksal, 2016; Toker ve Sevinç, 2021).

Kavram karikatürleri ilk kez 1991' de Stuart Naylor ve Brenda Keogh tarafından oluşturulmuştur Araştırmacıların kavram karikatürü oluşturmasının amacı, öğrencilerin fikirlerini ortaya çıkarmak, düşüncelerine cesaretle savunmaları ve bilimsel düşünme anlayışlarını geliştirmelerine destek olmaktır. Sonraki yıllarda, Naylor ve Keogh (2013) öğrencilerden alınan geri bildirimler, kendi öğretim deneyimlerinden ve yayınlanmış araştırmalardan ilham alarak çeşitli kavram karikatürleri geliştirmişlerdir. Tek bir ifadeden birden çok ifadeye geçiş, olumsuz yorumlar yapan karakterlerden olumlu yorumlara geçiş ve bilimsel olarak kabul edilebilir görüşlerin her zaman sunulan alternatiflere dahil edilmesi bu gelişmeler arasındadır (Dabell, 2008).

Kavram karikatürleri öğrencilerin geçmişteki bilgi ve birikim arasında bağlantı kurmasını sağlayan bir kavramdır. Kavram karikatürleri öğrencilerin fikirlerini harekete geçirerek düşünme becerileri zorlamakta ve anlayışlarını geliştirmektedir (Naylor & Keogh, 2013).

Kavram karikatürleri öğretim araçlarının en popüler, bol miktarda ve kolayca bulunabilen biçimidir. Öğretimde çok tercih edilmesinin nedeni iletilen fikirlerin karakterler aracılığıyla kolayca anlaşılabilir ve aktarılabilir olmasıdır (Subhan & Lilia, 2010). Kavram karikatürü kavramı modern eğitim ve öğretimde önemini göstermeyi başarmıştır (Koutnikova, 2017). Kavram karikatürlerin öğrenme sürecinde kullanılmasının öğrencilerin tartışma becerileri, (Naylor & Keogh, 2013) eğlenceli öğrenme, (Balım, İnel & Evrekli, 2008; Göksu ve Köksal, 2016) tutum ve ilgileri, (Kaptan & İzgi, 2014) başarısı, (Durmaz, 2007; Karaca, Okan ve Çalışkan, 2020; Yokuş ve Ayçiçek, 2020) ve eleştirel düşünme becerileri (Bakırcı ve Çepni, 2016) üzerinde olumlu etkileri olduğu görülmüştür. Kavram karikatürleri bazı çalışmalarda öğrencilerin ön matematiksel bilgilerini ve kavram yanılgılarını ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Matematik derslerinde kavram karikatürlerinin öğrencilerin ilgisini çekmesi beklenmektedir. Öğrencilerin konu hakkındaki düşüncelerini değiştirdiğini, yeni fikirler ortaya attıkları ve fikirlerini desteklemek için gerekçeler bulmasını teşvik etmektedir. Sınıfta bilişsel çatışma ortamı oluşturulmasına ve bu çatışma sonucu kabul edilebilir bir bilimsel fikir geliştirmesine yardım etmektedir (Kabapınar, 2005).

Kavram karikatürlerinin önemli özellikleri aşağıda sunulmuştur:

Kavram karikatürleri günlük durumlara dayalıdırlar. Bu gündelik durumlar akademik anlamada özgüven eksikliği yaşayan öğrencileri cesaretlendirmekte ve yanlış yapmaktan korkma olasılığını düşürmektedir. Kavram karikatürlerinin çoğunda bilimsel fikirler günlük bağlamlara yerleştirilmektedir. Bu bağlamların özellikleri sorunun nasıl yorumlanacağını etkilemektedir. Günlük bağlamların kullanılması öğrencilere aşinalık ve güven vermektedir. Öğrencilerin problem durumuyla ilişki kurabilmeleri daha başarılı çözüm yolları üretmesini sağlamaktadır (Davidson & Askew, 2012).

Kavram karikatürleri bilimsel olarak doğru kabul edilen bakış açıları dahil olmak üzere duruma ilişkin alternatif bakış açıları sunmaktadır. Bir durumda bilimsel olarak kabul edilebilir birden fazla doğru görüş olabilir. Bu durum öğrenciler için ek bir zorluk düzeyi sunmaktadır. Çözümlerin matematiksel olarak hangisinin daha kabul edilebilir olacağını düşünme şansı oluşturmaktadır (Naylor & Keogh, 2013).

Öğrencilerin alternatif fikirlerini net bir şekilde ifade etmek için boş bir konuşma balonu vardır. Diyalogda yer almayan fikirlerin olabileceğini ve öğrenciyi bu fikirleri keşfetmeye teşvik etmektedir (Ayas, 2018).

Kavram karikatürlerinde kullanılan dil öğrencilerin seviyesine uygun olmalıdır (Sancar ve Koparan, 2019).

Karakterlerin yüz ifadeleri öğrencilerin doğru cevaba bulmaya yönelik kullanmamaları için ipuçları en aza indirilerek tasarlanmalıdır. Tüm bakış açıları eşit statüye sahip olmalıdır. Bu durum kendine daha az güvenen öğrencilere düşündüklerini dile getirme konusunda destek verir, çünkü başka biri fikirlerini çoktan dile getirmiş olabilir (Naylor & Keogh, 2013).

Kavram karikatürleri kavram yanılgılarına ortaya çıkarmak ve gidermek için çok etkili bir yoldur. Konuşma balonları o konuyla ilgili literatürde bulunan yaygın yanlış anlamaları içerir (Yılmaz, 2018).

Kavram karikatürlerindeki karakterler konuyla ilgili kabul edilen alternatif görüşleri, literatürdeki farklı fikirleri sunmaktadır. Bu durum sınıfta öğrencilerin farklı görüşlere açık fikirli kalmasını, sınıfta etkili ve hoşgörülü öğrenme ortamı oluşmasını sağlamaktadır (Evrekli, Balım & İnel, 2009).

Öğrenciler kavram karikatürlerini kullandıklarında kendilerini hakem rolünde görmektedir. Bir başka ifadeyle diğer insanların sahip olduğu fikirler hakkında yargıda bulunurlar. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini yargılayıcı olarak hareket ettiği durumun tersine çevrilmesi açısından öğrenciler için alışılmadık bir roldür. Öğretmenlerin öğrencilerin fikirleri hakkında yargıda bulunmasının sonuçlarından biri öğrencilerin yanlış olma riskini almaktan kaçınma eğiliminde olmalarıdır. Böyle bir ortamda özgüveni akademik açıdan düşük öğreniciler genellikle kendi fikirlerini ortaya koyma konusunda isteksizdir. Yargılayıcı rolünü üstlenmesi; argümantasyona katılma ve fikirlerini daha kolay bir şekilde ortaya koyma konusunda özgüveni düşük öğrenciler için güçlendirici olmaktadır (Davidson ve Askew, 2012).

Kavram karikatürleri grup tartışması için etkili bir uyarıcı görevi görmektedir. Öğrencilerin argümanları birlikte oluşturmaları tartışmaya öğretmen müdahalesine ihtiyaç duymadan süreci yönetmesini sağlamaktadır. Argümantasyon bilimsel konulara odaklanmaktadır. Kavram karikatürlerindeki konuşma balonları yaygın öğrenci kavram yanılgılarına yönelik yayınlanmış araştırmalardan yararlanmaktadır. Bu kavram yanılgıları konuşma balonlarında alternatif bakış açıları olarak verilmektedir. Öğrencilerin birçoğu daha önce hiç düşünmemiş olabilecekleri makul alternatifleri görmektedir. Bu durum bilişsel çatışma ortamı yaratmada etkili olmaktadır. Başarılı öğrenciler için bilimsel kavramlar hakkında daha derinlemesine düşünmelerini sağlamada önemli bir adım olmaktadır. (Keogh & Naylor, 1999). Açık bir doğru cevabın olmaması veya tek bir doğruya sahip olunmaması bilişsel çatışmayı daha olası hale getirmektedir.

Kavram karikatürleri biçimlendirici değerlendirmenin bir parçasıdır, kavram yanılgısının teşhis ve geri bildirimini sağlayarak hem öz hem de akran değerlendirmesi için kullanılmaktadır. Kavram karikatürleri öğrencilerin fikirlerini ortaya çıkarmanın yanı sıra öğrencilerin fikirlerini geliştirmek için değerli bir araçtır. Kavram karikatürleri öğrencilerin fikirlerini gerekçelendirmeye çalıştıklarında bu görüşlerini akranları tarafından meydan okuma olasılığına maruz bırakmaktadır. Öğrenciler fikirlerini haklı çıkarmak için kanıt ararken uygun argümanlar oluşturarak genellikle anlayışlarının sınırlı olduğunu ve daha üretken yollar olduğunu anlamaktadır. Kavram karikatürlerinin yalnızca öğrencilerin kavram yanılgılarını belirlemekle kalmayıp, bu yanılgıları gidermeye de yardımcı olmaktadır (Ekici, Ekici & Aydın, 2007).

Kavram karikatürleri yaşları ve geçmişleri her türden öğrenen grupları için oldukça motive edicidir. Kavram karikatürleri, öğrencileri sıkıcı geleneksel öğretimden kurtarır. Matematikte, öğrencilerin bir problemi nasıl çözecekleri probleme verdikleri cevap kadar önemlidir. Kavram karikatürlerinin öğrencilerin matematiksel problemleri çözmelerinde kullanılmaktadır (Sexton, 2010).

Konuyu tanıtmak ve rahat bir ortam sağlamak, konu hakkında fikir birliğine varmak için tüm sınıfın katıldığı bir tartışma ortamı oluşturmak, fikirleri birlikte değerlendirmek, problemin net bir özetini sağlamak, öğrencilerin görüşlerinin nasıl değişmiş olabileceğini görmek amacıyla kavram karikatürleri konuyla ilgili olduğu sürece dersin herhangi bir anında kullanılabilir (Dabell, 2008).

2.7 İlgili Araştırmalar

2.7.1 Örüntülerle İlgili Yapılan Araştırmalar

Akkan ve Çakıroğlu (2012) on sekiz altı, yedi ve sekizinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen araştırmada öğrencilerin örüntüleri genellerken tercih ettikleri stratejileri incelemeyi amaçlamaktadır. Veri toplama aracı olarak klinik mülakat soruları hazırlanmış, doğrusal ve doğrusal olmayan örüntü çeşitlerinden oluşan dört soru farklı temsil biçimleriyle öğrencilere yöneltilmiştir. Araştırmanın sonucunda sınıf düzeyi arttıkça doğru genellemeye bulma ve genelleme yaparken kullanılan stratejiler çeşitlilik göstermiştir. Öğrencilerin yinelemeli stratejiyi en çok fonksiyonel stratejiyi en az kullandıkları görülmüştür. Öğrenciler yakın terimi bulmada uzak terime göre daha yüksek başarı göstermiştir.

Amit ve Neria (2008), altı ve yedinci sınıf dört yüz öğrenciyle gerçekleştirdiği araştırmasında cebir öncesi dönemde lineer ve lineer olmayan örüntü problemlerini genellerken kullandıkları stratejileri incelemeyi amaçlamışlardır. Verilerin analizi sonucu öğrencilerin yinelemeli ve belirgin stratejileri kullandıkları görülmüştür. Yinelemeli stratejiyi kullanan öğrenciler genelleme yaparken örüntünün ortak farkı üzerine düşündükleri belirlenmiştir. Belirgin stratejiyi kullanan öğrenciler genelleme yaparken matematiksel güçlerini kullanarak sezgisel bir kavrayış göstermektedir. Cebirsel düşünen öğrenciler belirgin stratejiyi kullanırken, aritmetik düşünen öğrenciler yinelemeli ve yanlış orantılı akıl yürütme yaptıkları belirlenmiştir.

Çayır ve Akyüz (2015) dört yüz yirmi beş dokuzuncu sınıf öğrencisiyle gerçekleştirdiği araştırmasında öğrencilerin örüntüleri genelleme stratejilerini belirlemeyi amaçlamıştır. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin yinelemeli, modelleme, farkın çarpımı, orantı ve fonksiyonel stratejileri tercih ettikleri gözlemlenmiştir Uzak adımdaki terimi bulmakta yakın adımdaki terime göre daha çok zorlandıkları, genel terimi yazmada başarısız oldukları görülmüştür. Araştırmada bir sorunun yakın adımı sorulduğunda yinelemeli, uzak adımı sorulduğunda belirgin stratejiyi tercih ettiği yani aynı sorunun farklı seçeneklerini cevaplarken farklı çözüm stratejileri kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin genellikle örüntüyü tanımakta ancak cebirsel genelleme yapamamasından dolayı doğru genellemeye ulaşamadıkları tespit edilmiştir.

Girit ve Akyüz (2016) ortaokul öğrencileriyle yaptığı çalışmasında akıl yürütme ve strateji seçimini örüntüleri genelleme bağlamında incelemiştir. Verilerini toplarken farklı temsil biçimlerinden oluşan Örüntü Testi' ni 154 öğrenciye uygulamıştır, daha sonra 6 öğrenciyle görüşme yapmıştır. Araştırmanın sonucunda değişken kavramını algılamakta zorluk çektikleri, örüntüleri cebirsel olarak ifade etme yeteneklerinin sınıf seviyesi artıkça yükseldiği görülmüştür. Öğrencilerin genel terimi bulurken sözel ifadelerle sınırlı kaldıkları, girdi- çıktı ilişkisinin dikkate alınmayarak terimler arasındaki farka odaklandığı, verilen en son terimden sonra gelen terimi n.terim olarak düşündükleri, tablo şeklindeki örüntülerde öğrencilerin n yerine bir sayı yazmaları, n'den önceki boş bırakılan yere bir sayı geleceğini düşündükleri, şekil örüntülerinden şekle değil nümerik ilişkiye odaklandıkları gözlemlenmiştir.

Gökçe ve Yeşildere-İmre' nin (2017) yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği çalışmada öğrencilerin genelleme yapma süreçleri incelenmiştir. Bu amaçla örüntüleri genellemeye yönelik alan yazında belirtilen öğrencilerin yaşadığı zorluklar göz önüne alınarak cebirsel genellemeyi teşvik etme amacıyla etkinlikler tasarlanmıştır. Araştırmanın sonuçlarına bakıldığında cebirsel genelleme yapma, modeli etkili kullanma, n notasyonunu kavrama ve strateji seçiminde etkinliklerin yararlı olduğu gözlemlenmiştir. Öğrenciler çoğunlukla olgunlaşmamış tümevarım kullanmışlar ve aritmetik genelleme yapabilmişler, buna karşın cebirsel genelleme yapmada başarısız olmuşlardır. Bu araştırmadan elde edilen bulgular, terim sırası ile terim arasındaki ilişkiyi inceleyen öğrencilerin aritmetik genelleme ya da cebirsel genelleme yaptıklarını göstermektedir. Cebirsel genelleme yapabilen öğrenci sayısının oldukça az olduğu sonuçlarına varılmıştır. Öğrencilerin genel terimi sözel olarak ifade ettikleri belirlenmiştir.

Hargreaves, Shorrocks-Taylor ve Threlfall (1998) araştırmasında çocukların örüntüleri genelleme süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Veriler 7-11 yaşları arasındaki 315 çocuktan toplanmıştır. Araştırma için çocuklara farklı örüntü türleri ile çalışma fırsatı veren içerisinde farklı görevler yer alan etkinlikler hazırlanmıştır. Araştırma çocukların örüntüleri genellerken kullandıkları stratejileri özel olarak incelemiş ve yaş grupları arasında örüntüleri genelleme sürecinin nasıl değiştiğini incelemeyi amaçlamıştır. Araştırma sonuçlarına göre örüntünün kuralını ifade etmekte zorlandıkları, terimleri arasında sabit fark olan örüntüleri devam ettirmekte başarılı oldukları görülmüştür. Yinelemeli, çarpım tablosu, farklılık arama, sayıların doğasına bakma, diğer terimleri oluşturmak için terimleri birleştirme öğrencilerin kullandıkları stratejiler olarak tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin genelleme sürecinin ve strateji seçiminin değişmediği genel kuralı bulurken çoğunlukla terimler arasındaki ilişkiye odaklandıkları belirlenmiştir.

İkikardeş ve Kocamaz (2021) tarafından yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen araştırmada öğrencilerin örüntülerle ilgili yaşadığı zorlukları tespit etmeyi ve çözüm bulma amaçlanmıştır. Araştırmanın sonucunda örüntüleri modellemede iyi oldukları, çıktı değeri verilen terimin girdi değerini bulmada zorlandıkları gözlemlenmiştir. Örüntünün temsil biçiminin sayı ve şekil olarak verildiğinde tablo ve probleme göre daha iyi anlaşıldığı görülmüştür.

Olivier (1989) araştırmasında öğrencilerin genelleme ile ilgili kavram yanılgıları, genelleme süreçleri ve stratejilerini incelenmiştir. Öğrencilerin genelleme yaparken yaratıcı özelliklerinin ön plana çıktığı genç bilim adamları gibi davrandığı ancak hatalı genellemeler yaptıkları görülmüştür. Öğrencilerin geneleme yaparken girdi – çıktı değerlerine dikkat etmedikleri ve orantı stratejisini kullanarak sabit terimi ihmal ettikleri bu nedenle hatalı genellemeler yaptıklarını belirlemiştir.

Orton (2009) çalışmasını 9-13 yaşları arasında otuz öğrenciyle gerçekleştirmiştir. Çalışmanın sonucunda öğrencilerin örüntülerle ilgili yaşadığı birçok güçlüğü ortaya çıkarmıştır. Öğrencilerin örüntüde neyin gerekli, neyi kullanması gerektiğini fark edemedikleri bu sebeple girdi-çıktı değerleri arasında ilişki kuramadıkları belirlenmiştir. Ayrıca örüntüler konusunda öğrencilerin yaşadıkları güçlüklerin temelinde terimler arasındaki ilişkiyi anlamamaları olduğunu belirlemiştir. Örüntüler konusunda beş tip güçlük tespit edilmiştir. Bu güçlükler:

1. *Aritmetik yetersizlik:* Toplama, çarpma ve bunlar arasındaki ilişkinin kurulamaması basit hataların ortaya çıkmasına neden olmaktadır.

2. *Modeli etkili kullanamama:* Şekil numarası ile şekillerde kullanılan nesnelerin sayısı arasında bağlantı kuramama

3. *Uzak adımı bulamama:* Yakın adımları önceki terimlerden yararlanarak bulmaktadırlar. Ancak uzak bir adım sayısı verildiğinde sonucu bulmakta zorlanmaktadırlar kısa yol bulmaya yönelmektedirler bu durumda onları hata yapmaya yöneltmektedir. Örneğin; 20. ve 100. adım sorulduğunda bulamama, örüntünün ilk adımlarındaki ilişkiyi çözememesinden kaynaklanmaktadır.

4. *Yineleme fiksasyonu:* Öğrenciye kuralı ezberlemesinden kaynaklanmaktadır. İki ekleyin, üç ile çarpın bir ekleyin şeklinde öğrencinin zihninde değişmez kural düşüncesinin oluşmasına yol açmaktadır.

5. *Bilinmeyen üzerinde işlem yapamama:* Öğrenci için 2n+1 bir anlam ifade etmemektedir. Kuralı sözel olarak ifade ettiğimizde 2 ile çarp 1 ekle dendiğinde işlem yapmaktadır.

Özdemir, Dikici ve Kültür (2015) dokuz yedinci sınıf öğrencisiyle yürüttüğü araştırmada öğrencilerin örüntüleri kavrama ve genelleme süreçlerini Örüntü testi ve Mülakat Testi uygulayarak gözlemlemiştir. Durum çalışması modeli kullanılan araştırmanın sonuçları incelendiğinde öğrencilerin şekilleri dikkate almayarak nümerik ilişkiye odaklandıkları görülmüştür. Örüntü çeşitlerinden tekrarlı, sabit artarak genişleyen, artarak genişleyen soruların yer aldığı testte; tekrarlı örüntünün kuralını bulmada en iyi performans sergiledikleri, artarak genişleyen örüntülerin kuralını bulmada en kötü performans sergiledikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin çizme, sayma, yinelemeli, çarpım tablosu arama stratejilerini tercih ettikleri; görsel, tahmin kontrol ve bütüne genişletme stratejilerini tercih etmedikleri bununla beraber yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli, orta uzaklıktaki terimi kuraldan yapma, genel terimi bulmak için belirgin stratejiyi tercih ettikleri görülmüştür.

Schreiber (2020) yılında okul öncesi öğretmeleri ile İsrail'de gerçekleştirdiği çalışmasında, örüntüler konusunu öğretme sürecinde öğretmenlerin içerik bilgisini ve öz yeterlilik inançlarını kıdem yıllarına göre incelemiştir. Çalışmada tekrarlanan ve genişleyen örüntü çeşitleri kullanılmıştır. Çocuklardan belirli bir düzen içinde devam eden örüntüyü devam ettirmeleri ve eksik ögelerini tamamlamaları istenmiştir. Öğrencilerin örüntüyü devam ettirmeleri istendiğinde örüntünün ilk kısmını kopyalama ve tek bir şekille devam etme hataları yaptıkları görülmüştür. Çalışmanın sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin genişleyen örüntülerde tekrar eden örüntülere kıyasla daha çok zorlandığı, öğretmenlerin öğrencilerin hatalarını belirlemede yetersiz olduğu, deneyimli öğretmenlerin öz yeterlilik düzeylerinin daha yüksek olduğu görülmüştür.

Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin (2017) 6-8. sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği araştırmasında örüntülerin farklı temsil biçiminde verildiğinde öğrencilerin örüntüleri genelleme yapma türleri, düşünme biçimleri incelemiştir. Araştırmanın sonuçlarına bakıldığında şekil örüntünü sayı örüntüsüne çevirdikleri bu sebeple modeli etkili kullanamadıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin örüntüleri genellerken aritmetik genelleme yaptıkları, cebirsel genelleme yapmakta zorlandıklarını belirlemişlerdir. Tablo şeklinde verilen örüntülerde n notasyon kullanımının incelendiği araştırmada öğrencilerin tabloyu devam ettirebildikleri fakat girdi- çıktı değerleri arasındaki ilişkiye dikkat etmedikleri kuralı cebirsel olarak ifade etmekte zorlandıkları gözlemlenmiştir. Örüntü hangi temsil biçimiyle verilse verilsin cebirsel düşünmelerine engel olan etmenlerden biri terimler arasındaki farka odaklanılması ve bu farkı genel terim olarak kabul edilmesi olarak açıklamışlardır. Cebirsel düşünmeye engel olan bir diğer engel ise örüntünün kuralının sözel ifadelerle sınırlandırılması olduğu belirtilmiştir.

Türkoğlu ve Yalın (2020) sınıf öğretmeni adaylarıyla gerçekleştirdiği çalışmalarında doğrusal ve doğrusal olmayan örüntüleri genelleme ve tercih ettikleri stratejileri belirlemeyi amaçlanmıştır. Veri toplama aracı olarak aritmetik, geometrik ve karesel örüntü çeşitlerinin yer aldığı üç soru öğretmen adaylarına yöneltilmiştir. Örüntüleri genellerken en çok tercih edilen stretejiler yakın adımda yinelemeli, orta ve uzak adımda belirgin ve orantısal stratejiler olduğu belirlenmiştir. Örüntünün genel terimini yazarken doğrusal olmayan örüntülerde doğrusal örüntülere göre zorlandıkları, örüntünün yakın adımını kolaylıkla bulabilirken, orta ve uzak adımını bulmakta güçlük çektiklerini ortaya koymuştur.

2.7.2 Kavram Karikatürü İle İlgili Yapılan Araştırmalar

Aygün, Karadeniz ve Bütüner (2020) matematik dersinde kavram karikatürü kullanımının beşinci sınıf öğrencilerin matematiksel sembol ve kavramların kullanmalarına etkisini incelemiştir. Çalışma sonucunda kavram karikatürü etkinliklerinden sonra öğrencilerin matematiksel dili daha etkili kullanarak kendilerini ifade ettiklerini belirlemiştir. Kavram karikatürlerinin matematiksel sembol ve kavram kullanımını olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmışlardır.

Çetiner (2022) yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği matematik dersinde kavram karikatürleri ile zenginleştirilmiş öğrenme ortamının orantısal akıl yürütme becerilerine etkisini incelediği çalışmasında kavram karikatürü destekli derse katılan öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini olumlu yönde etkilediğini belirlemiştir. Ayrıca kavram karikatürü kullanımının özgün ve çok yönlü düşünce oluşturulmasına katkı sağladığı görülmüştür çünkü etkinlik sonrası öğrencilerin problemleri çözerken farklı bakış açıları geliştirdikleri ve daha çok strateji kullandıklarını tespit edilmiştir.

Erdağ (2011) kavram karikatürlerinin ondalık kesirler konusunda başarı ve kalıcılığa etkisini incelediği çalışmasında beşinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen öğretimin akademik başarı ve kalıcılığa anlamlı etkisi olduğunu belirlemiştir.

Göksu ve Köksal (2016) kavram karikatürlerinin doğrular, açılar ve çokgenler konusunda yedinci sınıf öğrencilerinin öğrenme sürecine etkisini incelediği çalışmasında kavram karikatürlerinin öğrencilerin problem çözme becerisini geliştirdiği, sınıf içi etkileşim, öğrenme istediği, derse ilgi ve öz güvenlerinin artırdığını belirlemişlerdir.

Karaca, Kuzu ve Çalışkan (2020) yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği kavram karikatürünün çokgenler konusunda derste kullanılmasının akademik başarısı üzerindeki etkisi ve öğrencilerin karikatürler hakkındaki düşüncelerini inceledikleri araştırmada deney grubunun kontrol grubuna göre son test puanlarında daha başarılı oldukları ve öğrencilerin matematik dersinde bu öğretim yönteminin kullanılmasını ilgi ve dikkat çekici bulduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Sexton, Gervasoni & Brandenburg (2009) üçüncü ve dördüncü sınıf öğrencilerinin hesaplama stratejilerini belirlemeyi amaçladığı çalışmasında öğretmen adaylarının dört farklı karakterin hesaplama stratejilerini yansıtan kavram karikatürlerinden kendi fikrini yansıtan en uygun karakteri belirlemesi ve bu karakteri neden seçtiğini açıklaması istenmiştir. Çalışma sonucu karikatürlerin öğrencileri tartışmaya teşvik etmenin etkili bir yol olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Sancar ve Koparan (2019) kavram karikatürlerinin beşinci sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki kavram yanılgılarının giderilmesine etkisini araştırdığı çalışmasında kavram karikatürü kullanılarak yapılan öğretimin geleneksel öğretimden daha başarılı olduğunu belirlemiştir. Bununla beraber kavram karikatürünün öğretim sürecinde kullanılmasının öğrencilerin matematik dersine yönelik olumlu tutum geliştirmesi, öğrencilerin çokgenler konusundaki düşüncelerini kolaylıkla ifade etmesi ve öz güvenlerinin arttığını belirlemiştir.

Sexton (2010) ortaokul altıncı ve yedinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirdiği çalışmasında matematik öğrenmeye yönelik tercih ettikleri yaklaşımları incelemiştir. Matematik öğrenirken davranışçı ve yapılandırmacı yaklaşımı yansıtan "Ben bu kavram karikatürünü seçtim. Çünkü " cümlesini tamamlamalarını istemiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin etkili matematik öğrenme ortamlarında en çok yapılandırmacı yaklaşımı yansıtan kavram karikatürlerini tercih ettikleri görülmüştür.

Yürekli (2020) yedinci sınıf öğrencileriyle kavram karikatürlerinin tam sayılara ilişkin kavram yanılgılarının belirlenmesi ve giderilmesine etkisini incelediği çalışmasında öğrencilerin tam sayılar konusunda birden fazla yanılgıya sahip olduğu ve karikatürlerin bu yanılgıları gidermede olumlu etkisinin olduğunu belirlemiştir. Kavram karikatürlerinin matematik dersinde kolaylıkla uygulanabileceği, öğrencilerin bu uygulamadan keyif aldıkları ve matematik dersine ilişkin olumlu tutum geliştirmeyi desteklediği sonuçlarına ulaşılmıştır.

3. YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları ve geliştirilmesi, uygulama süreci, verilerin toplanması, verilerin analizi, araştırmanın iç ve dış geçerliliğine yer verilmiştir.

3.1 Araştırmanın Modeli

Araştırmanın modelinde verilerin toplanması, çözümlenmesi ve yorumlanmasında nitel araştırma deseni benimsenmiştir. Nitel araştırmalar, gözlem, görüşme ve benzeri yöntemlerle nitel verilerin toplandığı, gerçekçi ve bütüncül bir şekilde ortamın, bireylerin ve olayların doğal ortamda incelendiği araştırmalardır (Yıldırım ve Şimşek, 2006). Nitel araştırmalarda davranışların ve içeriğin anlaşılmasına odaklanılarak ayrıntılı ve derinlemesine bilgi toplamak hedeflenmektedir (McMillan, 2004). Bu çalışmada örüntülerin genellenme süreci, öğrenciler tarafından tercih edilen stratejilerin neler olduğu ve öğrencilerin örüntüleri genelleme surecinde sahip olduğu kavram yanılgılarını ortaya çıkartmak ve derinlemesine betimlemek amaçlandığından nitel araştırma deseni tercih edilmiştir. Bu doğrultuda ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüler konusundaki genelleme süreçleri, örüntüleri genellerken kullandıkları stratejiler, örüntüleri genelleme sürecinde sahip oldukları kavram yanılgıları ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu amaçla Van ili Erciş ilçesi ortaokul 7. sınıf öğrencileri çalışma grubu olarak seçilmiştir. Araştırmanın ilk aşamasında ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri tercih ettikleri stratejiler ve sahip oldukları kavram yanılgıları belirlenmiştir. Araştırmanın ikinci aşamasında ise ilk aşamada elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiş ve belirlenen kavram yanılgılarının giderilmesi konusunda deneysel bir süreç izlenmiştir. Bu kapsamda Örüntü Testi ile tespit edilen kavram yanılgılarının en az birine sahip ve amaçlı örnekleme yöntemi temel alınarak ilk aşamaya katılan ögrenciler arasından seçilen bir grup öğrenci ile ön test-son test tek gruplu zayıf deneysel desen modeli temel alınarak kavram karikatürleri destekli probleme dayalı öğrenme modeli uygulamaları kavram yanılgılarını giderilmesi amacıyla uygulanmıştır. Bu amaçla öğretim uygulamaları öncesi ve sonrası geliştirilen Örüntü Testi uygulanmış ve yarı yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiş yanılgıların giderilmesine ilişkin bulgular ayrıntılı olarak doğrudan alıntılara yer verilerek sunulmuştur.

3.2 Çalışma Grubu

Araştırma iki aşamada gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın ilk aşaması ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin kavram yanılgılarını, genelleme süreçlerini tespit etmek amacıyla 2021-2022 eğitim öğretim yılında Van ili Erciş ilçesinde öğrenim gören 1296 yedinci sınıf öğrencisi içinden seçkisiz örnekleme yöntemlerinden basit seçkisiz örnekleme yöntemiyle belirlenen 152 (% 61,18 kız, % 38,81 erkek) öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Basit seçkisiz örnekleme yönteminde evrendeki tüm birimlerin örnekleme seçilmesi için eşit ve bağımsız bir şansı vardır (Büyüköztürk vd., 2017). Araştırmanın ilk aşamasına katılan öğrencilerin cinsiyetlerine göre dağılımları Tablo 3.1' de verilmiştir.

Tablo 3.1: Araştırmaya katılan öğrencilerin cinsiyete göre dağılımı.

Cinsiyet	N	%
Kız	93	61,18
Erkek	59	38,81
Toplam	152	100

Araştırmanın ikinci aşamasında kavram karikatürü destekli probleme dayalı öprenme uygulamalarının öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde sahip oldukları kavram yanılgılarının giderilmesine etkisinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla basit seçkisiz örnekleme yöntemiyle belirlenen 152 ortaokul yedinci sınıf öğrencisi içerisinden belirlenen 31 öğrenciyle uygulama gerçekleştirilmiştir. Uygulamanın gerçekleştirildiği grup amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemiyle seçilmiş 31 öğrenciden oluşmaktadır. Daha çok nitel araştırmalarda tercih edilen amaçlı örnekleme, araştırılan konuda bilgi açısından zengin vakaların tanımlanması ve seçilmesi kısıtlı kaynakların en elverişli şekilde kullanılmasıdır (Yağar ve Dökme, 2018).

Çalışmada Örüntü Testi ile elde edilen verilerin incelenmesiyle belirlenen 7 tür yanılgının (artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme, işlem seçimi yanılgısı, modeli etkili kullanamama, doğrusallık yanılgısı, n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma eğilimi, genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma, örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama) en az birine sahip olma ölçüt olarak belirlenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin Örüntü Testi' ne verdikleri hatalı yanıtların kavram yanılgısı olup olmadığını belirlemek ve gerçekleştirilen uygulamaların kavram yanılgısına giderilmesine etkisini ortaya koymak için ön-son yarı yapılandırılmış görüşme gerçekleştirilmiştir.

3.3 Veri Toplama Araçları ve Geliştirilmesi

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin araştırma problemi ve alt problemleri çerçevesinde örüntüleri genelleme süreçlerini incelemek, örüntülere ilişkin kavram yanılgılarını tespit etmek ve tespit edilen kavram yanılgılarını kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamaları ile gidermek amacıyla veriler, Örüntü Testi ve Görüşme Formu ile toplanmıştır.

3.3.1 Örüntü Testi

Ortaokul yedinci sınıf matematik dersi öğretim programı cebir öğrenme alanı cebirsel ifadeler alt öğrenme alanı ve (2021-2022) eğitim öğretim yılında MEB tarafından uygulanan ortaokul yedinci sınıf matematik ders kitapları, Ölçme, Değerlendirme ve Sınav Hizmetleri Genel Müdürlüğü tarafından hazırlanan kazanım kavrama testleri, EBA çalışma fasikülleri, örnek sorular incelenerek açık uçlu sorulardan oluşan bir madde havuzu oluşturulmuştur. Ayrıca literatürde yer alan örüntüler konusunda tespit edilen öğrencilerin sahip olabileceği kavram yanılgıları ve bu çalışmalardaki sorularda dikkate alınmıştır (Barut, 2022; Birgin ve Demirören, 2020; Chua & Hoyles, 2010; De Bock, Verschaffel, & Janssens, 1998; Girit ve Akyüz, 2016; Orton, 2009; Stacey, 1989; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017).

Geliştirilen ölçekte, örüntü çeşitleri ve farklı temsil biçimleri, şekil ve sayı örüntüleri arasında uygun dönüşümler yapma, örüntüleri tanıma, terimler arasındaki ilişkiyi keşfetme, örüntü kuralını ifade etme ve örüntünün genel terimini yazma ile örüntü oluşturma becerilerini içermesi amaçlanmıştır.

Bu doğrultuda ölçekte aritmetik örüntü, geometrik örüntü, özel sayı örüntüsü, 2D ve 3D örüntü çeşitlerini içeren sorularda örüntülerin bileşenlerinin bulunması, hipotez geliştirilmesi, geliştirilen hipotezin test edilmesi ve p_n ifadesini yani örüntünün genel kuralının cebirsel olarak yazılması aşamalarına yönelik alt sorular oluşturulmuştur. Bu sorular örüntülerin yakın adımını, örüntülerin bileşenleri arasındaki ilişkiyi, örüntülerin uzak adımını ve örüntülerin genel terimini öğrencilerin ifade etmesini isteyen alt sorular ile çözümün nasıl yapıldığının açıklanmasına yönelik sorulardır.

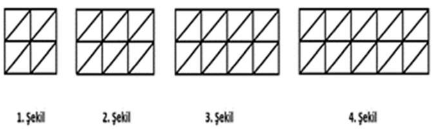
Ölçekte yer alan soruların çözümü sırasında öğrencilerin yapabilecekleri hatalar ve bu hataların nedeni olabilecek kavram yanılgıları belirlenmiştir. Ön deneme ölçeğindeki maddeler öğrenci seviyesine uygunluk, anlaşılırlık, açıklık, belirginlik, amaca uygunluk ve tespit edilmesi hedeflenen kavram yanılgılarının ortaya çıkartılması konusunda soruların uygunluğu açısından iki matematik eğitimi alan uzmanının görüşüne sunulmuştur.

Uzman görüşü doğrultusunda 18 madde üzerine çeşitli düzenlemeler yapılmış ve on bir madde ölçekten çıkartılarak yedi maddelik ön deneme ölçeği oluşturulmuştur.

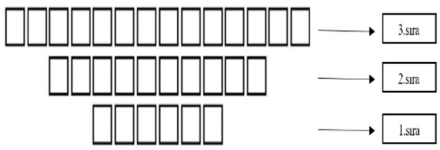
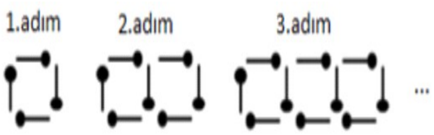
Uzman görüşü alındıktan sonra ölçeğin pilot uygulaması çalışma grubu dışında yer alan 36 yedinci sınıf öğrenciye uygulanmış, ölçekte yer alan maddelerin anlaşırlığı, açıklığı ve uygulanma süresi değerlendirilmiştir.

Pilot uygulama sonucunda anlaşırlığında sorun tespit edilmeyen ölçeğe son hali verilmiştir. Testin uygulama süresi 50 dakika olarak belirlenmiştir. Ölçekte yer alan sorularda ölçülmek istenen kavram yanılgısı türlerine ilişkin açıklamalar Tablo 3.2' de sunulmuştur

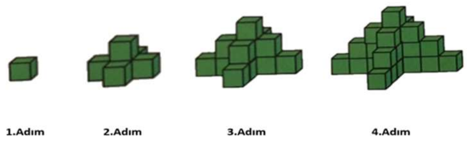
Tablo 3.2: Örüntü Testi sorularının içeriği.

Soru Numarası	**Sorular**	**Örüntü Çeşidi**	**Soruda Öğrenciden Beklenen**	**Ölçülmek İstenen Kavram Yanılgısı**
1		2D	Öğrencilerden birinci sorunun a seçeneğinde örüntüye ait yakın adımı bulmaları, b seçeneğinde örüntüye ait orta adımı bulmaları, c seçeneğinde örüntünün bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alıp küçük üçgenlerin sayısının her şekilde dörder arttığını fark ederek örüntünün genel kuralına yönelik hipotez geliştirmeleri ve p_n ifadesini oluşturması beklenmektedir.	Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme (Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017)

Tablo 3.2 (devam)

Soru Numarası	Sorular	Örüntü Çeşidi	Soruda Öğrenciden Beklenen	Ölçülmek İstenen Kavram Yanılgısı
2	*Bir bakteri, her saat sonunda 2'ye bölünerek çoğalmaktadır. Bir kavanoza bu bakteri çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemleniyor.*	Geometrik	Öğrencilerden üçüncü sorunun a seçeneğinde örüntünün yakın adımındaki terimi bulmaları, b seçeneğinde örüntünün orta adımındaki terimi bulmaları, c seçeneğinde örüntünün uzak adımdaki terimi bulmaları, d seçeneğinde girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiyi dikkate alarak ortak özelliği fark etmeleri buradan p_n ifadesini yazmaya ilişikin hipotez oluşturmaları ve örüntünün genel kuralını bulmaları beklenmektedir	İşlem Seçimi Yanılgısı (Birgin ve Demirören, 2020)
3	BEYAZ | BEYAZ | BEYAZ BEYAZ | SİYAH | BEYAZ BEYAZ | BEYAZ | BEYAZ	Özel Sayı Örüntüsü (Karesel Örüntü)	Öğrencilerden 3x3'lük dizilişi inceleyerek örüntüye ilişkin yakın, orta ve uzak adımdaki istenen terimleri bulup soruda verilen tabloyu tamamlaması beklenmektedir.	Modeli etkili kullanamama (Orton, 2009; Stacey,1989)
4		2D	Öğrencilerden modeli etkili kullanarak a seçeneğinde örüntüye ait yakın adım, b seçeneğinde örüntüye ait orta adım, c seçeneğinde örüntüye ilişkin uzak adımı bulmaları, d seçeneğinde örüntü bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alıp koltuk sayısını her sırada dörder arttığını fark ederek örüntünün genel kuralını ifade etmesi beklenmektedir.	Doğrusallık yanılgısı (Barut, 2022; De Bock, Verschaffel ve Janssens, 1998)
5		2D	Bu soruda adım sayısı, kullanılan kibrit çöpü sayısı, adım sayısı ile kibrit çöpü sayısı arasındaki ilişki boş tablo halinde verilmiştir. Öğrencilerden a seçeneğinde örüntünün yakın adımını çizerek bulması, b seçeneğinde örüntüye ait orta adımı bulması, c seçeneğinde örüntünün uzak adımını bulması, d seçeneğinde şekil örüntüsündeki ilişkileri örüntüye dönüştürerek bunu sözel olarak ifade etmesi e seçeneğinde örüntü bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alıp kibrit çöpü sayısının her adımda üçer arttığını fark ederek örüntünün genel kuralını cebirsel olarak ifade etmesi beklenmektedir.	n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma (Girit ve Akyüz, 2016)

Tablo 3.2 (devam)

<table>
<tr><th>Soru Numarası</th><th>Sorular</th><th>Örüntü Çeşidi</th><th>Soruda Öğrenciden Beklenen</th><th>Ölçülmek İstenen Kavram Yanılgısı</th></tr>
<tr><td>6</td><td>
</td><td>3D</td><td>Örüntünün ilk 4 adımı modelle verilmiştir. Öğrencilerden ilk olarak ilk dört adımdaki küp sayısını verilen modelden yararlanarak doğru şekilde bulması beklenmektedir. Öğrencilerden a seçeneğinde örüntünün yakın adımlarına ilişkin verilen tabloyu tamamlaması, b seçeneğinde örüntüye ait orta adımı bulmaları, c seçeneğinde örüntünün uzak adımını bulmaları, d seçeneğinde şekil örüntüsünden yararlanarak cebirsel genelleme yapması ve örüntünün genel kuralını ifade etmesi beklenmektedir.</td><td>Genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma (Chua ve Hoyles, 2010; Stacey, 1989; TIMSS,2003)</td></tr>
<tr><td>7</td><td><table><tr><td>Forma Sayısı</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Fiyat ($)</td><td>2</td><td>5</td><td>8</td><td>11</td><td>14</td></tr></table></td><td>Aritmetik</td><td>Dokuzuncu soruda tablo ile temsil edilmiş aritmetik örüntü verilmiştir. Öğrencilerden örüntü bileşenlerini belirleyerek ortak özelliği arasındaki ilişkiyi doğru yorumlayarak a seçeneğinde örüntünün orta uzaklıktaki adımını bulma, b seçeneğinde örüntünün uzak adımını bulma, c seçeneğinde örüntü bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alıp fiyatın her forma sayısında üçer arttığını fark ederek ortak özellikten hipotez geliştirmesi ve örüntünün genel kuralını cebirsel olarak ifade etmesi beklenmektedir.</td><td>Örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama (Radford, 2008; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017).</td></tr>
</table>

Ölçekte yer alan ilk soru 2D örüntünün genel ifadesini yazma sürecini içermektedir. Öğrencilerden birinci sorunun (Tanışlı ve Olkun, 2009) ilk seçeneğinde örüntüye ait yakın adımı bulmaları, ikinci seçeneği örüntüye ilişkin orta adımı bulmaları, üçüncü seçeneğinde örüntü bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alarak örüntünün kuralına yönelik hipotez kurmaları daha sonra örüntünün p_n ifadesini yazmaları beklenmektedir. Öğrencilere verilen birinci sorunun çözülmesi sürecinde literatürde rastlanan kavram yanılgısı “artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme” olarak isimlendirilmektedir (Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017). Bu doğrultuda çalışma grubunda benzer kavram yanılgısı eğilimi olup olmadığının belirlenmesi amacıyla ilgili soru ölçeğe dahil edilmiştir.

Ölçeğin ikinci sorusunda geometrik örüntünün genel kuralını bulma sürecine yöneliktir (Türkoğlu ve Yalın, 2020). Bu sorunun çözüm sürecinde literatürde karşılaşılan kavram yanılgısı “işlem seçimi yanılgısı” olarak isimlendirilmektedir (Birgin ve Demirören, 2020).

Bu doğrultuda çalışma grubunda benzer kavram yanılgısı eğilimi olup olmadığının belirlenmesi amacıyla ilgili soru ölçeğe dahil edilmiştir.

Ölçeğin üçüncü sorusunda özel sayı örüntülerinden karesel örüntü örneği tablo ile verilmiştir. Ölçeğin üçüncü sorusunda (Becker & Rivea, 2005) temel amacı öğrencilerin 3x3'lük dizilişi inceleyerek örüntüdeki ilişkiyi keşfedip verilen tabloyu doğru şekilde tamamlaması beklenmektedir. Verilen tabloda örüntünün yakın, orda ve uzak adımındaki terimleri bulmaları istenmektedir. Bu sorunun çözümü sırasında literatürde rastlanan kavram yanılgısı "modeli etkili kullanamama" olarak isimlendirilmektedir (Orton, 2009; Stacey, 1989). Bu doğrultuda çalışma grubunda benzer kavram yanılgısı eğilimi olup olmadığının belirlenmesi amacıyla ilgili soru ölçeğe dahil edilmiştir.

Ölçeğin dördüncü sorusunda 2D örüntünün p_n ifadesini oluşturma sürecini yazmaya yöneliktir (Lannin, Barker ve Townsend, 2006). Öğrencilere verilen dördüncü sorunun çözülmesi sürecinde literatürde rastlanan kavram yanılgısı "doğrusallık yanılgısı" olarak isimlendirilmektedir (Barut 2022; De Bock, Verschaffel, & Janssens, 1998; Stacey,1989). Bu doğrultuda çalışma grubunda benzer kavram yanılgısı eğilimi olup olmadığının belirlenmesi amacıyla ilgili soru ölçeğe dahil edilmiştir.

Ölçeğin beşinci sorusunda 2D örüntü verilmiştir. Ölçeğin beşinci sorusunda (Olivier, 1989) adım sayısı, kullanılan kibrit çöpü sayısı, adım sayısı ile kibrit çöpü sayısı arasındaki ilişki boş tablo halinde verilmiştir. Bu sorunun çözüm sürecinde literatürde karşımıza çıkan kavram yanılgısı "n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma" olarak isimlendirilmektedir (Girit ve Akyüz, 2016). Bu doğrultuda çalışma grubunda benzer kavram yanılgısı eğilimi olup olmadığının belirlenmesi amacıyla ilgili soru ölçeğe dahil edilmiştir.

Altıncı soru 3D örüntünün cebirsel genelleme sürecine ilişkindir. Ölçeğin altıncı sorusunda örüntünün ilk dört adımı modelle verilmiştir. Öğrencilerden ilk olarak ilk dört adımdaki küp sayısını doğru şekilde bulması beklenmektedir. Öğrencilere verilen altıncı sorunun çözülmesi sürecinde literatürde rastlanan kavram yanılgısı "genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma" olarak isimlendirilmektedir (Chua ve Hoyles, 2010; Stacey, 1989; TIMSS, 2003). Bu doğrultuda çalışma grubunda benzer kavram yanılgısı eğilimi olup olmadığının belirlenmesi amacıyla ilgili soru ölçeğe dahil edilmiştir.

Yedinci soruda tablo ile temsil edilmiş aritmetik örüntünün genel kuralını yazma sürecini içermektedir (Yaman, 2010). Bu sorunun çözüm sürecinde literatürde rastlanan kavram yanılgısı "örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama olarak" isimlendirilmektedir (Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017). Bu doğrultuda çalışma grubunda benzer kavram yanılgısı eğilimi olup olmadığının belirlenmesi amacıyla ilgili soru ölçeğe dahil edilmiştir.

3.3.2 Görüşme Formu

Deney grubunda yer alan öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası sahip oldukları kavram yanılgılarının tespit edilmesi ve örüntüleri genelleme süreçlerinin ayrıntılı olarak incelenmesi amacıyla yarı yapılandırılmış görüşme formu geliştirilmiştir. Görüşme formunda öğrencilerin Örüntü Testi' nde yer alan problem durumlarına yönelik düşünme şekillerini ortaya koymak amacıyla Örüntü Testi' nde verdikleri yanıtları ve nasıl sonuca ulaştıklarını açıklamaları istenmiştir. Bu doğrultuda uzman görüşünün alınması amacıyla madde havuzu oluşturulmuştur. Maddelerin oluşturulma sürecinde pilot çalışmada yer alan yedinci sınıf öğrencileriyle çözümlerinin açıklanmasına yönelik konuşmalar yapılmıştır. Bu konuşmalar sonucunda soruların çözüm sürecine yönelik maddeler oluşturulmuştur. Uzman görüşü doğrultusunda görüşme sorularının açıklığı, anlaşırlığı ve amaca uygunluğu değerlendirilmiş ve çeşitli düzeltmeler yapıldıktan sonra ön deneme görüşme ölçeğine son hali verilmiştir. Soruların anlaşırlığı ve uygulanma süresini değerlendirmek amacıyla pilot çalışmada yer alan iki yedinci sınıf öğrencisiyle görüşmeler yapılmıştır. Pilot görüşme yeterli cevap alınamadığı sorulara ek sorular eklenerek uzman görüşü doğrultusunda ölçeğe son hali verilmiştir. Öğrencilerin görüşlerini rahat ve açıkça ifade edebilmesi için yönlendirme yapmaksızın çok güzel, peki gibi cesaretlendirici sözcükler kullanılmıştır. Görüşmede "Yanıtınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız?", "Emin misin?" şeklinde sorular öğrencilere yöneltilmiştir. Görüşmeler 30 - 40 dakika sürmüştür ve görüşmeler sırasında katılımcıların izni alınarak ses kaydı alınmıştır (EK-B).

3.4 Uygulama Süreci

Bu çalışmada Tayland' da geliştirilen beş adımlı probleme dayalı öğrenme modeli temel alınmıştır. Bu adımlar (1) problemi tanımlama, (2) problemin analizi, (3) araştırma, (4) sunum, (5) özet ve değerlendirmedir. Adımların açıklamaları aşağıda verilmiştir (Srikan, Pimdee, Leekitchwatana & Narabin, 2021).

Problemi Tanıtma: Birinci adımda öğretmen, problemi, konuyu ve konuyla ilgili vaka çalışmasını sunmada rol oynar. Öğretmenler ilgi uyandırmak için beyin fırtınası, kavram haritaları, zihin haritaları, kavram karikatürü vb. teknikleri kullanabilir. Derste çözülmesi gereken problemlerin çözüm sürecinde öğrencileri birlikte çalışmaları için gruplara ayırabilir. Öğrenenlerin çözülmesi beklenen problemin çözüm sürecinde işbirliği yapması beklenir. Grup içerisinde bir çözüm bulma sorumluluğunu paylaşırlar. Grup lideri, veri toplayıcı ve sunum yapan kişi olarak rolleri paylaşabilirler (Kirschner & Erkens, 2026; akt. Srikan, Pimdee, Leekitchwatana & Narabin, 2021).

Problemin Analizi: Bu adımda öğrencilerin problemi analiz etmesi için kendisini izole etmesi istenmekte ve tartışma sorumluluğu verilmektedir. Sunulan problemler hakkında daha fazla bilgi elde etmek ve daha fazla araştırma yapması için öğrenme hedefleri belirlenmektedir. Öğrencilerin problemde verilenleri ve istenenler hakkında notlar alması ya da bunları tablo oluşturarak belirlemesi istenmektedir.

Araştırma: Her öğrenci öğrenme ortamında problemi çözmek için kaynaklar ve bilişsel araçlardan yararlanarak yeni bilgileri araştırmaktan sorumludur. Öğrencilerin problemin çözümü için hedeflerine göre tartışması, analiz etmesi ve sentezlemesi istenmektedir. Öğretmen bu adımda öğrencileri problemin çözümü için olabildiğince farklı çözümler üretmelerini ve bu çözümleri olumlu olumsuz yönlerin göre listelemeleri beklenir. Öğrencilerin bu çözümler arasından probleme ilişkin en doğru çözümü belirlemesi için teşvik eder.

Sunum: Öğrencilerin probleme yönelik fikirlerini, problemin çözümüne yönelik önerilerini ve yaptıkları çözümlerin gerekçelerini sunumları istenmektedir. Öğrenciler yazılar, resimler veya dijital medya aracılığıyla sunum yapabilirler. Öğretmen bilgilerin tutarlılığını kontrol etmek için teşvik edici sorular oluşturabilir.

Özet ve Değerlendirme: Özet ve değerlendirme sürecinde öğrenenler, yeni fikirlerini veya bilgilerini özetlemek için bir araya gelirler. Öğrencinin problem çözme ve öğrenme sırasında bilişsel güçlerini geliştiren entelektüel düşünmesinin sağlandığı adımdır. Öğrencilerin problemin çözümüne ilişkin tercih ettikleri stratejilerin ne kadar etkili olduğunu, bu stratejilerin başka problemlerin çözüm sürecinde nasıl kullanılabileceğini gözden geçirmesi beklenmektedir (Jonassen, 1996; Lajoie, 2000; akt. Srikan, Pimdee, Leekitchwatana & Narabin, 2021).

Eğitimciler, öğrencilerin problem çözme sürecinde düşünme becerilerini aktif hale getirmek için öğrenme modellerinden yararlanmaktadır. Son yıllarda giderek daha fazla öğretmen PDÖ kavramını sınıflarına entegre etmektedir. Çünkü PDÖ öğrencileri çalışılan konunun bilgi ve kavramların yaratılmasıyla sonuçlanan otantik ve anlamlı problemleri araştırmaya, aktif olarak katılmaya dahil etmektedir (Yew & Goh, 2016). PDÖ ortamında, öğrenciler eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmek için bir öğrenme bağlamı olarak problemleri gerçek dünyada uygulayarak yeni bilgiler yaratabilirler. PDÖ çalışma sırasında bilgi edinmenin yanı sıra öğrencileri pratik yapmaya ve problem çözmeye teşvik eden bir öğretim tekniği olduğundan öğrencilerin mantıksal düşünme, eleştirel düşünme, analitik düşünme, sentetik düşünme ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirmektedir (Yew & Schmidt, 2009). Öğrencilerin günlük yaşamlarında örüntüleri, mantıksal kuralları ve aynı zamanda yeteneği vurgulayan çeşitli bilim türlerinde matematiği ve matematiksel düşünceyi kullanmaları beklenmektedir. Matematiksel problem çözmenin matematik öğretiminin ve matematik öğrenmenin önemli bir yönü olarak görülmüştür. Sorun çözme becerisi yüksek düzeyli düşünmeyi içermektedir. Problem çözme yeteneği olan öğrenciler düşünme becerilerini geliştirebilir ve kavramsal anlayışı derinleştirebilir. Bu nedenle PDÖ ve problem çözme arasında önemli bir ilişki olduğu düşünülmektedir.

Öğrencilerin problem çözme becerisini gerektiren rutin olmayan problemleri çözebilmeleri için Polya (1985) tarafından tanımlanan problem çözme aşamalarını tamamlamaları gerekmektedir. Problem çözmede dört aşama olduğunu belirtmektedir. (1) problemi anlamak, (2) strateji seçilmesi, (3) seçilen stratejinin uygulanması ve (4) çözümün değerlendirilmesidir.

Yapılan araştırmalar, kavram yanılgılarının geleneksel yöntemlerle giderilmesinin zor olduğunu göstermektedir. Ancak kavram yanılgılarının ortadan kaldırılmaması öğrencilerin akademik başarılarını büyük ölçüde olumsuz etkilenmektedir (Tippett, 2010). 1991 yılında Brenda Keogh ve Stuart Naylor tarafından oluşturulan kavram karikatürleri tartışılan konuları ele almak için kullanılabilecek bir öğretim aracıdır. Günlük yaşam durumları aracılığıyla bilimsel tartışmayı geliştirmek için karikatür çizimlerinin kullanılması karakterlerin bilimle ilgili farklı görüşlerin bunun yanında ilgili konuyla ilgili yanlış anlamaların tartışılması sağlanmaktadır. Tüm görüşler ortak temel alınarak tasarlanmıştır (Naylor & Keogh, 2013). Argümantasyon süreci devam ettikçe öğrenenler bir bilişsel çatışma ortamında yer almaktadır. Bilişsel denge durumuna ulaşıldığında, kavram yanılgıları giderilebilir. Böylece öğrencilerin kavram yanılgısının üstesinden gelmeleri, yanılgılarının aşıldığı ve bilimsel kavramlara dönüştürülmesine yardımcı olunmaktadır (Pekel, 2021).

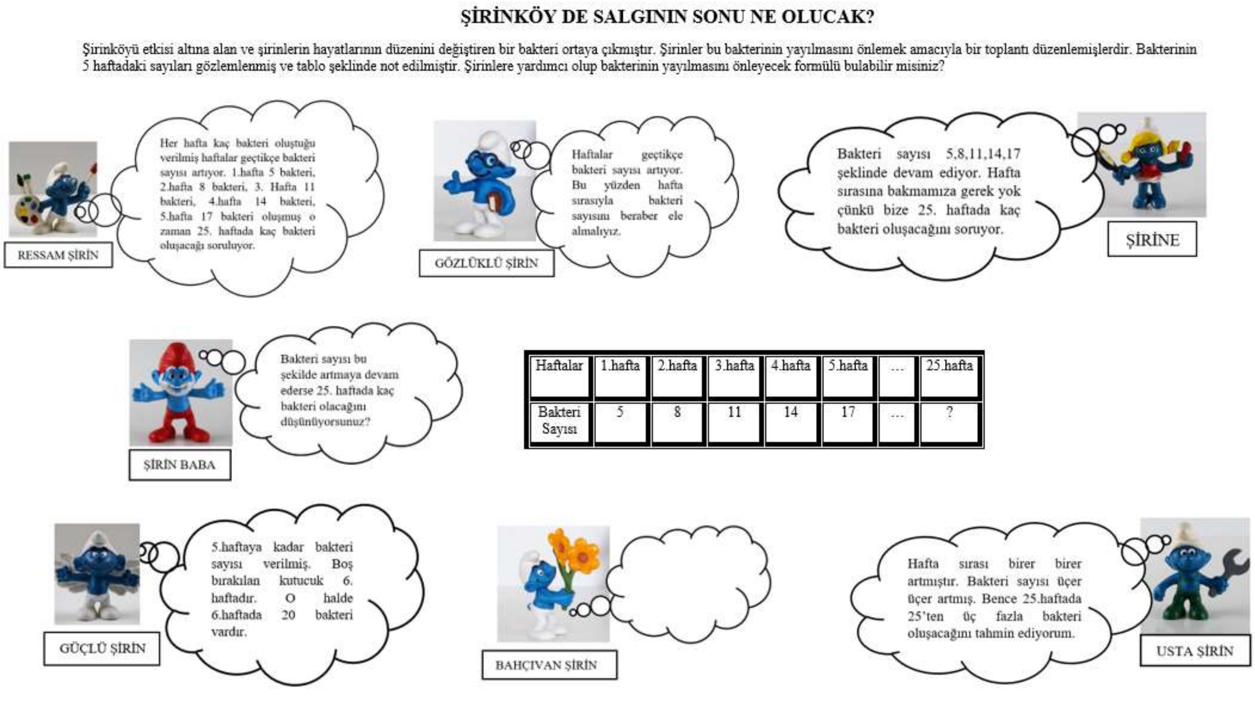
Yapılan birçok çalışma kavram karikatürlerinin problem çözmede ve kavram yanılgılarının giderilmesinde etkili bir araç olduğu sonucuna varmıştır (Kabapınar, 2005; Naylor & Keogh, 2013; Pekel, 2021; Samková, 2017; Serttaş & Türkoğlu, 2020). Bu yaklaşım sayesinde, öğretmen öğrencilerin kavram yanılgılarını ve nedenlerini belirleyebilir (Kabapınar, 2005). Bu sayede öğrencilerin kavram yanılgılarının üstesinden gelmeleri ve bilimsel bilgi ve kavramları tam olarak kavramaları için öğretmen kolayca yardımcı olabilir (Şengül & Dereli, 2010; Pekel, 2021; Samková, 2017; Serttaş & Türkoğlu, 2020). Bu nedenle çalışmada kavram karikatürleri öğrencilerin örüntü hakkında sahip oldukları kavram yanılgılarının giderilmesi amacıyla kullanılmıştır.

Çalışmada kavram karikatürü destekli probleme dayalı olarak öğrenme uygulamalarının öğrencilerin kavram yanılgılarının giderilmesine etkisi incelenmiştir. Kavram karikatürlerinde çeşitli problemlere, öğrenci kavram yanılgılarını içeren konuşma balonlarına yer verilmiştir. Şirin Köy, Bal Petekleri, Hücre Deneyi, Özdeş Birim Küpler olmak üzere dört ana senaryo tasarlanmıştır. Bu senaryolar çerçevesinde tasarlanan kavram karikatürlerinde, senaryolarda yer alan bağlam çerçevesinde problemin anlaşılması, problemin çözümüne yönelik strateji seçilmesi, seçilen stratejinin uygulanması, çözümün değerlendirmesi bölümleri oluşturulmuştur. Oluşturulan dört senaryo için 16 karikatür, karikatürlerdeki konuşma balonlarında yer alan argümanlara ilişkin öğrencilerin kendi düşüncelerini ortaya koyabilmelerini sağlamak amacıyla çeşitli alt sorulara yer verilmiştir.

Kavram karikatürlerinde kullanılan görseller telif hakkı olmayan Pixabay (https://pixabay.com/tr/) sitesinden alınmıştır. Kavram karikatürleri hazırlanırken ilgili alan yazın ve ortaokul yedinci sınıf matematik ders kitaplarından yararlanılmıştır. Bununla beraber araştırmanın ilk aşamasında152 öğrenciye uygulanan Örüntü Testi’ nde öğrencilerde tespit edilen örüntüler konusundaki kavram yanılgılarından yola çıkarak hazırlanmıştır. Örüntü Testi sonucunda öğrencilerin kavram yanılgıları tespit edildikten sonra kavram karikatürleri oluşturulmuştur. Öğrencilerden kavram karikatürlerindeki karakterlerin görüşlerini incelemeleri ve her bir karikatür için yöneltilen soruları yanıtlamaları istenmiştir. Örneğin;

- Karikatürde sunulan görüşleri incelemeleri istenmiştir. Öğrenciden problemle ilgili kendi görüşünü ifade etmesi ve nedenini açıklaması istenmiştir.

“Şirinköy’ de Salgının Sonu Ne Olacak?” kavram karikatürü etkinliğinin problemin anlaşılması basamağına ilişkin örnek Şekil 3.1’ de sunulmuştur.



Şekil 3.1: Problemin anlaşılması basamağına ilişkin karikatür kısmı.

Kavram karikatürlerinde görsel tasarımının ilgi çekici, kullanılan dilin açık, anlaşılır, net ve öğrenci seviyesine uygun olmasına özen gösterilerek karikatürler tasarlanmıştır. İki ilköğretim matematik öğretmeni, bir Türkçe öğretmenine kavram karikatürlerini amaca ve seviyeye uygunluk kapsamında değerlendirmesi istenmiştir. Öğretmenlerin görüşleri doğrultusunda kavram karikatürlerinde yer alan problemler ve konuşma balonlarında düzenlemeler yapılmış ve iki matematik eğitimi alan uzmanının görüşüne sunulmuştur. Uzman görüşü çerçevesinde problemlerin ve konuşma balonlarının açık, belirgin ve amaca uygunluğu, kavram yanılgısını ölçme yeterliliği değerlendirilmiştir. Uzman görüşü doğrultusunda problemlerdeki ve konuşma balonlarındaki eksiklikler giderilmiş ve pilot uygulama sonrasında karikatürlere son hali verilmiştir. Tablo 3.3'te kavram karikatürlerinin geliştirilme kapsamına yer verilmiştir (EK-C).

Tablo 3.3: Kavram karikatürü etkinliklerinin geliştirilme kapsamı.

Senaryo	Örüntü Çeşidi	Temsil Biçimi	Konuşma Balonları	Örüntüleri Genelleme Süreci	Kavram Yanılgısı	Strateji
Şirin Köy'de Salgının Sonu Ne Olucak?	Aritmetik	Tablo	Ressam Şirin	Cebirsel Genelleme	-	Fonksiyonel veya Kesin
			Gözlüklü Şirin	Olgunlaşmamış Tümevarım	Terimleri arasındaki ortak farkın şekil numarası ile çarpma	Fark ile Çarpma
			Şirine	Aritmetik Genelleme	Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme	Yinelemeli veya Eklemeli
			Usta Şirin	Olgunlaşmamış Tümevarım	Modeli Etkili Kullanamama	Tahmin Kontrol
			Güçlü Şirin	Genelleme yaparken örüntünün tek bir adımından yola çıkılması	Doğrusallık Yanılgısı	Orantı
			Bahçıvan Şirin	Diğer arkadaşlarına katılmayan Bahçıvan Şirin gibi düşünüyorsanız sizce Bahçıvan Şirin probleme ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.		
Bal Petekleri	2D	Gerçek Yaşam	Penguen	Olgunlaşmamış Tümevarım	Terimleri arasındaki ortak farkın şekil numarası ile çarpma	Fark ile Çarpma
			Tavşan	Aritmetik Genelleme	Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme	Yinelemeli veya Eklemeli
			Kedi	Olgunlaşmamış Tümevarım	Modeli Etkili Kullanamama	Tahmin Kontrol
			Cesur	Genelleme yaparken örüntünün tek bir adımından yola çıkılması	Doğrusallık Yanılgısı	Orantı
			Kaplumbağa	Cebirsel Genelleme	-	Fonksiyonel veya Kesin
			Güvercin	Diğer arkadaşlarına katılmayan Güvercin gibi düşünüyorsanız sizce Güvercin probleme ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.		

Tablo 3.3 (devam)

Senaryo	Örüntü Çeşidi	Temsil Biçimi	Konuşma Balonları	Örüntüleri Genelleme Süreci	Kavram Yanılgısı	Strateji
Hücre Deneyi	Geometrik	Sözel	Fatih	Aritmetik Genelleme	Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme	Yinelemeli veya Eklemeli
			Nazlı	Olgunlaşmamış Tümevarım	İşlem Seçiminde Yapılan Yanılgı	Fark ile Çarpma
			Osman	Cebirsel Genelleme	-	Fonksiyonel veya Kesin
			Büşra	Diğer arkadaşlarına katılmayan Büşra gibi düşünüyorsanız sizce Büşra probleme ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.		
Özdeş Birim Küpler	3D	Model	İpek	Aritmetik Genelleme	Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme	Yinelemeli veya Eklemeli
			Beyza	Cebirsel Genelleme	-	Fonksiyonel veya Kesin
			Efe	Olgunlaşmamış Tümevarım	Terimleri arasındaki ortak farkın şekil numarası ile çarpma	Fark ile Çarpma
			Can	Genelleme yaparken örüntünün tek bir adımından yola çıkılması	Doğrusallık Yanılgısı	Orantı
			Ömer	Diğer arkadaşlarına katılmayan Ömer gibi düşünüyorsanız sizce Ömer probleme ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.		

Problem çözme basamaklarına adapte edilmiş kavram karikatürlerinin probleme dayalı öğrenme içinde uygulama kapsamı Tablo 3.4' te sunulmuştur.

Tablo 3.4: Probleme dayalı olarak geliştirilen kavram karikatürleri destekli öğretim uygulamaları.

Adım No	PDÖ Adımları	Açıklaması	Sınıf Ortamı Uygulaması	Problem Çözme Basamağına Adapte Edilmiş Dağıtılan Kavram Karikatürü
1	Problemin Tanıtılması	Öğretmen, ilgi uyandırmak için dersle ilgili sorunu, konuyu veya vaka çalışmasını sınıfa sunar. Öğretmen ve öğrenciler, çözülmesi gereken sorunları veya konuları tanımlamak için birlikte çalışırlar. Gruplar ön çalışma sınavlarının sonuçlarından elde edilen çeşitli bilgilere dayalı olarak 3 - 6 öğrenci olarak düzenlenir. Daha sonra öğrenenler, çözülmesi gereken sorunu belirlemek için işbirliği yaparlar ve grup içinde çözüm bulma sorumluluğunu paylaşırlar.	Öğretmen deney grubuna dört adet senaryo sunmuştur. Senaryoların daha ilgi çekici olması için kavram karikatürleri hazırlanmıştır. Öğrencilere senaryolarda örüntüler gerçek yaşama adapte edilmiş problem durumları şeklinde sunulmuştur. Bu senaryolar: • Şirinköy' de Salgının Sonu Ne Olacak? • Bal Petekleri • Hücre Deneyi • Özdeş Birim Küpler Sınıf oturma düzeni grup çalışmasına ve işbirlikli çalışmaya uygun şekilde hazırlanmıştır. Problem durumunu içeren senaryolar her bir öğrenciye çıktı alınmış ve bireysel olarak dağıtılmıştır ve bireysel olarak incelemeleri istenmiştir. Öğrencilerin problemle karşılaşmaları sağlanmıştır. Öğretmen grupları belirlerken ön test sonuçlarını göz önüne almış ve heterojen olarak grupları oluşturmuştur. Deney grubu beş gruba ayrılmıştır. Öğrenciler süre yönetimi, hangi çözüm yolunu yöntem, grup iş bölümü ve proje yönetimi vb. dahil olmak üzere planlar yapmıştır.	Problemin anlaşılmasına yönelik hazırlanan kavram karikatürü etkinlikleri bu adımda dağıtılmıştır.
2	Problemin Analizi	Öğrencilerin öğrenme hedeflerini belirlemek, problemleri analiz etme, izole etme, daha fazla konu bilgisi kazanması ve daha fazla araştırma yapma sorumluluğu verilir.	Öğrencilerin aritmetik, geometrik, 2D ve 3D örüntüleri cebirsel olarak genellemesi hedeflenmektedir. Öğrenciler önce bireysel olarak verilen problemlere ilişkin düşüncelerini, problemlerde neyi bildiklerini ve neyi bilmeleri gerektiğini not etmişlerdir. Bu notlarını liste haline getirmişler, tablolar, grafikler oluşturmuşlardır.	

Tablo 3.4 (devam)

Adım No	PDÖ Adımları	Açıklaması	Sınıf Ortamı Uygulaması	Problem Çözme Basamağına Adapte Edilmiş Dağıtılan Kavram Karikatürü
3	Araştırma	Her öğrenci öğrenme hedeflerini gerçekleştirmek için problemi tartışır, analiz eder ve sentezler. Bunu yaparken öğrenciler kaynaklardan ve bilişsel araçlardan yeni bilgileri araştırmaktan sorumludur.	Daha sonra her grubun kendi içinde problemin nedenini, problemin çözümüne yönelik önerilerini beyin fırtınası tekniğini uygulayarak aldıkları notları paylaşması sağlanmıştır. Bu tekniğin kullanılmasındaki amaç öğrencilerin düşüncelerinin yargılanmadan, eleştirilmeden, hiçbir fikir saçma olarak değerlendirilmeden kişinin tüm fikirlerini özgürce ifade etmesi sağlanmıştır. Öğrenciler fikirlerini grup ve sınıf ortamında tartışmışlardır. Tartışma ortamı oluşturularak öğrencilerin, yaratıcı düşünmesini sağlamak, farklı fikirlere saygı duymayı ve farkına varması amaçlanmıştır. Öğrenciler verilen problemlerin çözümleri için uygun strateji seçimini araştırmışlardır. Öğrenciler problemlere uygun stratejileri kullanarak sonuçlara ulaşmışlardır. Zaman zaman öğretmenlerinden yardım istemişlerdir.	Problemin çözümüne yönelik strateji seçilmesine ve seçilen stratejinin uygulanmasına yönelik hazırlanan kavram karikatürleri bu adımda dağıtılmıştır.
4	Sunum	Öğrenciler alt yazılar, resimler veya dijital medya aracılığıyla sunum yapabilirler. Eğitmenler, üretilen çalışmanın hedeflerle tutarlılığını kontrol etmek için bilgilerin ilişkisini göstermek üzere teşvik edici sorular oluşturabilir.	Her grup önce kendi içinde sürekli olarak tartışmışlar ve karşılıklı fikirlerini sunmuşlardır. Daha sonra gruplar sırayla diğer gruplara fikirlerini sunmuştur. Öğretmen, öğrenciler tarafından önerilen soruların çözüm planını okumuş, öğrencilerin fikirlerini dinlemiştir. Öğretmen zaman zaman öneri ve endişelerini sunmuştur. Uygulama süresince akıllı tahtadan kavram karikatürleri açılmıştır.	
5	Özet ve Değerlendirme	Nihai özet ve değerlendirme sürecinde öğrenenler, üretilen çalışmadan yeni fikirleri veya bilgileri özetlemek için bir araya gelirler. Öğrenciler kendilerini ve grup üyelerinin performansını değerlendirirler. Öğretmen, öğrencinin düşünme, problem çözme ve öğrenme sırasında bilişsel güçlerini geliştiren entelektüel ortağı haline gelir. Son olarak, öğretmen üretilen sonuçları değerlendirerek öğrencilerin öğrenme gelişimini değerlendirir.	Öğrenciler, ürettikleri çözümlere ait yeni fikirlerini veya öğrendikleri bilgileri özetlemek için bir araya gelmiştir. Kavram karikatürü etkinlikleriyle problemlerin çözümlerini değerlendirmişlerdir. Öğrenciler kendilerinin ve grup üyelerinin performansını değerlendirmiştir. Her öğrenci bireysel olarak yapılan uygulamayla ilgili görüşlerini, kendilerine ne kattığını yazmıştır. Öğretmen üretilen sonuçları değerlendirmiş, öğrencilerin öğrenme gelişimini gözlemlemiştir.	Çözümün değerlendirilmesine yönelik hazırlanan kavram karikatürleri bu adımda dağıtılmıştır.

Pilot uygulama tamamlandıktan sonra 31 yedinci sınıf öğrencisiyle deneysel çalışmaya geçilmiştir. Çalışma 4 haftada 16 ders saatinde gerçekleştirilmiştir. Çalışmada öğrencilere 16 tane kavram karikatürü etkinliği uygulanmış bu doğrultusunda öğrencilerin örüntüler konusunda öğrenme çıktıları incelenmiş ve kavram yanılgılarının giderilmesi bağlamında değerlendirilmiştir.

Şekil 3.2' de uygulama sürecindeki fotoğraf sunulmuştur.

Şekil 3.2: Sınıf öğretim ortamı.

3.5 Veri Toplama Süreci

Araştırmanın amacı doğrultusunda Örüntü Testi 152 yedinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır, öğrencilerinde cevaplarının analiz edilip örüntü genelleme süreçleri kullandıkları stratejiler ile kavram yanılgıları tespit edilmiştir. Örüntü Testi'nde kavram yanılgıları tespit edildikten sonra kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamaları ölçüt örnekleme yöntemi ile seçilen 31 tane yedinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Uygulama 4 hafta (16 ders saati) sürmüştür. Uygulama sonrasında 31 öğrenciye Örüntü Testi tekrar uygulanmıştır. Uygulama öncesi ve sonrasında örüntüleri genelleme süreçleri, kavram yanılgılarının tespit edilmesi ve giderilmesine yönelik daha ayrıntılı bilgi edinebilmek için öğrencilerle 30-40 dakika arasında süren görüşmeler yapılmıştır.

3.6 Veri Analizi

Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreci, kullandıkları stratejileri ve sahip oldukları kavram yanılgılarına ilişkin elde edilen veriler betimsel olarak analiz edilmiştir. Verilerin önceden tanımlanan temalara göre özetlenip yorumlanarak doğrudan alıntıların kullanıldığı yaklaşım biçimine betimsel analiz denir. Araştırmanın bulgularını düzenleyerek ve yorumlayarak okuyuca sunmak hedeflenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Öğrencilerin örüntü genelleme sürecini incelemek için Radford' un (2008) cebirsel genellemeye yönelik olarak ortaya attığı teorisine dayalı olarak öğrencilerin Örüntü Testi' ne verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Bu kapsamda örüntünün bileşenlerini belirleme, örüntünün bileşenleri arasındaki ortak özelliği fark etme, ortak özelliği hipoteze çevirme ve p_n ifadesini yazma aşamaları ayrıca bu aşamaların yanında aritmetik ve cebirsel genelleme süreciyle olgunlaşmamış tümevarım açısından yanıtlar incelenmiş veriler yüzde ve frekans değerleri hesaplanarak doğrudan alıntılar ile desteklenerek sunulmuştur. Örüntü Testi' nden elde edilen verilerin Radford' un cebirsel genelleme teorisi doğrultusunda yapılan inceleme kriterleri Tablo 3.5' te sunulmuştur.

Tablo 3.5: Cebirsel genelleme basamakları**.**

Basamaklar	**Açıklama**
Örüntünün Bileşenleri	Örüntünün terimlerini belirleyebilme $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$
Ortak Özellik Fark Etme	Örüntünün terimlerindeki benzerlik ve farklılıkları ayırt etme
Hipoteze Çevirme	Ortak özellik ayırt edilerek tüm terimlere ait genelleme yapılması ve hipotez oluşturulması
Pn Oluşturma	Örüntü bileşenleri arasındaki ilişkinin formal ya da informal olarak ifade etme
Aritmetik Genelleme	Tüm terimler için geçerli bir ifade yazmaksızın örüntüye ilişkin bir takım ortak yönlerin belirlenmesi ve bazı ilişkilerin belirtilmesi
Cebirsel Genelleme	Her terim için geçerli olacak bir ifadenin yazılması
Olgunlaşmamış Tümevarım	Örüntünün bileşenlerinin belirlenip doğrudan p_n ifadesinin yazılmasını
İlgisiz yanıt	İlişkisiz yanıt veya boş bırakılma

Bu doğrultuda Örüntü Testi' nde yer alan yakın, orta, uzak adım ve örüntünün genel teriminin bulunmasına yönelik olarak yöneltilen sorulara ilişkin cevaplar incelenmiştir.

Yanıtlarda örüntünün adımları ile şekil ya da sayı sırasının doğru tespit edilmesi durumunda öğrencinin örüntünün bileşenini doğru tespit ettiği, örüntünün terimlerindeki benzerlik ve farklılıkları fark ederek şekil ya da sayı sırası ile örüntü bileşeni arasındaki ilişkiyi sözel olarak informal şekilde açıklayan öğrencinin örüntünün bileşenleri arasındaki ilişkiyi doğru tespit ettiği, tespit ettiği ilişkiyi uzak adıma uygulayan yani ortak özellik ayırt edilerek tüm terimlere ait genelleme yaparak ve hipotez oluşturup test eden öğrencinin hipotez oluşturabildiği, örüntünün bileşenleri arasındaki ilişkiyi değişkeni doğru tespit ederek cebirsel olarak sunan öğrencinin p_n ifadesini yazabildiği yönünde değerlendirme yapılmıştır. Ayrıca öğrencilerin cebirsel genelleme düzeyleri aritmetik genelleme, cebirsel genelleme, olgunlaşmamış tümevarım çerçevesinde sınıflandırılmıştır. Bu doğrultuda ilk üç adımda (örüntünün bileşenleri, ortak özellik fark etme, hipoteze çevirme) başarılı olan öğrencilerin aritmetik genelleme düzeyinde olduğu; dört adımda (örüntünün bileşenleri, ortak özellik fark etme, hipoteze çevirme, p_n oluşturma) başarılı olan öğrencilerin cebirsel genelleme düzeyinde olduğu; örüntünün bileşenlerinden doğrudan p_n ifadesini oluşturan öğrencilerin olgunlaşmamış tümevarım eğiliminde olduğu şeklinde yorumlanmıştır. Elde edilen veriler frekens yüzde değerleri ile doğrudan alıntılar yapılarak betimsel istastistikler şeklinde sunulmuştur.

Araştırmanın güvenirliği için edilen veriler bir matematik eğitimi alan uzmanı ve araştırmacı tarafından ayrı ayrı değerlendirilerek uyum oranı % 94 olarak bulunmuştur. Güvenirlik oranı % 70'in üstünde olduğu için sonuç güvenilir kabul edilmiştir (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Örüntü Testi' nde yer alan örüntülerin genelleme sürecinde öğrencilerin tercih ettikleri stratejilere yönelik analiz literatür göz önüne alınarak değerlendirilmiştir. Her bir örüntü sorusu ile yakın, orta, uzak adımda verilen yanıtlar; modelleme, yinelemeli, fark ile çarpma, orantı, tahmin kontrol, fonksiyonel, girdi değerinin ayrıştırılması ve diğer stratejiler kategorileri altında incelenmiş öğrencilerin tercih ettikleri stratejilerin dağılımı incelenerek yüzde ve frekans değerleri hesaplanmıştır. Stratejiler ve literatürde yer alan açıklamalar Tablo 3.6' da sunulmuştur.

Tablo 3.6: Örüntü genelleme stratejileri

Strateji	Açıklama
Parçaları Sayma veya Modelleme	Örüntünün istenilen adımını bulmak için temsilen model oluşturulmakta veya şekil çizerek hesap yapılmaktadır. Bu strateji daha çok örüntünün yakın terimlerini bulurken kullanılmaktadır (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Çayır ve Akyüz, 2015; Lanin, Barker ve Townsend, 2006).
Yinelemeli veya Eklemeli	Örüntünün gelecek terimini bulmak için önceki teriminden yararlanılmaktadır yani örüntünün iki terimi arasındaki farka odaklanmakta sonraki adımı bulmak için iki terim arasındaki farkı son terime ekleyerek örüntüyü devam ettirmektedirler (Amit ve Neria, 2008; Çayır ve Akyüz, 2015; Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall, 1998; Lannin, Barker ve Townsend, 2006; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Tanışlı ve Özdaş, 2009; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011; Türkoğlu ve Yalın, 2020).
Fark ile Çarpma	Örüntünün istenilen adımını elde etmek için ardışık iki terimi arasındaki sabit fark bulunur ve istenilen adımla sabit fark çarpılarak sonuca gidilmektedir. Bu strateji 5,10,15,20,25… şeklinde devam eden örüntünün genel kuralı (5n) için geçerliyken, 8,11,14,17,20,23… şeklinde devam eden örüntünün genel kuralı (3n) için geçersiz olacaktır (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Çayır ve Akyüz, 2015; Türkoğlu ve Yalın, 2020).
Orantı	Örüntünün bir terimini birim olarak ele almak ve istenen o birimin istenen katını bulmak için kullanmaktır. Orantı stratejisinin kullanımı orantısal akıl yürütmeye dayanmaktadır. Bu stratejiyi kullanan öğrenci 4 kalem 8 TL ise 8 kalemin 16 TL olduğunu düşünmektedir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Amit ve Neria, 2008; Çayır ve Akyüz, 2015; Stacey, 1989; Lannin, 2005).
Tahmin Kontrol	Örüntünün genel kuralını cebirsel olarak ortaya konulmaktadır ancak genel kuralın geçerliliği ve işlevselliği düşünülmemektedir (Durmaz ve Altun, 2014; Healy ve Hoyles, 2000; Lannin, 2005; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011).
Fonksiyonel veya Kesin	Bu strateji örüntünün herhangi bir adımdaki terimi bulmamızı sağlamaktadır, genel kuralı örüntünün girdi-çıktı değerlerini arasındaki ilişkinin bilinmeyen kullanarak formülleştirilmesidir. Bu formül örüntünün hem yakın hem uzak terimlerini kolaylıkla bulmamızı sağlamaktadır (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Baş, Çetinkaya ve Erbaş, 2011; Çayır ve Akyüz, 2015; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011)
Girdi Değerinin Ayrıştırılması	Örüntünün girdi değerine n diyelim, n = a+ b+ c ise çıktı değerinin f(n)= f(a) +f(b) + f(c) şeklinde düşünülerek bulunmasıdır (Sasman, Linchevski & Olivier, 1999).

Öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde kullandıkları stratejilere yönelik incelemeler araştırmacı ve matematik eğitimi alan uzmanı tarafından ayrı ayrı değerlendirilerek uyum oranı % 89 olarak bulunmuştur. Güvenirlik oranı % 70'in üstünde olduğu için sonuç güvenilir kabul edilmiştir (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Çalışmada üçüncü olarak öğrencilerin örüntülere yönelik kavram yanılgılarının tespit edilmesi amacıyla uygulanan Örüntü Testi' nden elde edilen veriler literatürde tespit edilen ve Örüntü Testi' nde yer alan çeşitli sorular kapsamında çeşitli yanılgılar açısından incelenmiştir (Barut, 2022; Birgin ve Demirören, 2020; Chua ve Hoyles, 2010; Girit ve Akyüz, 2016; Orton, 2009; Radford, 2008; Stacey, 1989; TIMSS,2003). Her bir örüntü sorusuna verilen yanıtlar; işlem seçimi yanılgısı, modeli etkili kullanamama, doğrusallık yanılgısı, n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma, artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme, örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama, genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgı türleri açısından incelenerek yüzde ve frekans değerleri hesaplanmıştır. İlgili yanılgılar ve literatürde yer alan açıklamaları Tablo 3.7' de sunulmuştur.

Tablo 3.7: Tema alınan örüntüler kavram yanılgıları ve açıklamaları

Yanılgılar	Açıklama
Genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma	Örüntünün terimleri arasındaki ortak fark bulunarak şekil numarası ile çarpılmasıdır (Chua ve Hoyles, 2010; TIMSS,2003; Stacey, 1989).
Doğrusallık yanılgısı	Genelleme yaparken örüntünün tek bir adımından yola çıkılarak orantı stratejisinin kullanılmasıdır (Barut, 2022; De Bock, Verschaffel ve Janssens, 1998).
Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme	Örüntünün terimleri arasındaki artış miktarı bulunarak örüntünün genel terimi n + (artış miktarı) ya da sadece artış miktarını sayısal olarak ifade edilmektedir (Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017).
Örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama	Genellemeyi ve değişken kavramını anlamlandırmayan öğrenciler n notasyonunu kavramakta zorlanmakta ve cebirsel ifade içeren genelleme yapılamamasıdır. Bu nedenle örüntüdeki ilişkiyi sözel olarak yazarken cebirsel olarak ifade edememektedir (Radford, 2008; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017).
İşlem seçimi yanılgısı	Matematik problemlerinin çözümünde verilen işlemin seçimi sırasında üslü ifade ile çarpma işleminin etkisini ayırt edememekten kaynaklanan yanılgıdır (Birgin ve Demirören, 2020).
Modeli etkili kullanamama	Görsel modeli örüntünün genel kuralı bulma amacıyla analiz etmek yerine görsel modeli sayısal ilişkiye dönüştürerek bir genel kural bulma yolunu tercih etmektedir. Öğrencilerin nümerik ilişkiye odaklanmasından kaynaklı uzak adımlarına ve örüntünün genel kuralına ulaşmakta güçlük çekmektedir (Gökçe ve Yeşildere - İmre, 2017; Orton, 2009; Stacey,1989; Steele & Johanning, 2004).
n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma	Cebirde kullanılan harflerin basamak değerlerinin olduğu; harflerin sadece rakam belirtmesi gerektiği kavram yanılgısıdır Tablo şeklinde sunulan örüntülerde n'den önceki boş bırakılan satıra bir sayı geleceğini düşünerek, n yerine konulacak sayıya karar vermektedirler (Girit ve Akyüz, 2016).

Öğrencilerin yanıtları ve açıklamaları incelenerek hangi yanılgılara sahip oldukları matematik eğitimi alan uzmanı ve araştırmacı tarafından ayrı ayrı değerlendirilerek uyum oranı % 81 olarak bulunmuştur. Güvenirlik oranı % 70'in üstünde olduğu için sonuç güvenilir kabul edilmiştir (Miles & Huberman, 1994; Yıldırım ve Şimşek, 2006).

Tespit edilen kavram yanılgılarının giderilmesi amacıyla geliştirilen kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda uygulama öncesi ve sonrası ön-son test olarak Örüntü Testi uygulanmış ve uygulamaya katılan öğrenciler ile yanıtlarına yönelik yarı yapılandırılmış ön ve son görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmeler sırasında ses kaydına alınmıştır ve bilgisayar ortamına yazılı olarak aktarılmıştır. Örüntü Testi verileri ve ön-son test görüşme yazılı metinleri değerlendirilmiştir. Elde edilen veriler öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası sahip oldukları yanılgılarına ilişkin frekans yüzde verileri ve doğrudan alıntılar ile betimsel olarak analiz edilmiştir.

3.7 Araştırmanın İç ve Dış Geçerliği

Araştırmanın geçerliği iç ve dış geçerlik olmak üzere Miles ve Huberman' ın (1994) tarafından belirtilen çerçeve doğrultusunda ele alınmıştır.

Araştırmanın iç geçerliliği şu şekilde sağlanmıştır: Araştırmanın ortamı çalışmanın amacına uygun düzenlenmiştir. Verilerin analizi sonucu elde edilen bulgular karşılaştırıldığında büyük ölçüde tutarlı olduğu görülmüştür. Verilerin analizi sonucu elde edilen bulgular farklı çeşit veri kaynakları ile desteklenerek sunulmuştur. Deney sonuçlarının geçmiş ve gelecek ortama genellenmemiş sadece o olaya ait olduğu belirtilmiştir. Veri toplama araçlarının ve deneysel uygulamanın gerçekleştirilmesi sürecinde araştırmacının kendisinin tüm süreci yönetmesi ve süreç boyunca aktif rol alması iç geçerliliğine katkı sağlamıştır.

Araştırmanın dış geçerliliği şu şekilde sağlanmıştır: Çalışmanın örneklemi, verilerinin toplanması ve analizine ilişkin tüm basamaklar detaylı bir biçimde açıklanmıştır. Veri toplama araçların hazırlanma sürecinde ve verilerin analizinde uzman görüşleri çerçevesinde eksiklikler giderilmiş ve düzeltmeler yapılmıştır. Pilot ve asıl uygulama yapılarak çeşitlik oluşturulmuştur. Bulguların sunulmasında öğrencilerin yanıtlarından doğrudan örnekler verilmiştir. Elde edilen sonuçların araştırma problemleri ile tutarlı olduğu görülmüştür.

4. BULGULAR

Bu bölümde yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri, kullandıkları stratejiler, örüntüler konusunda sahip oldukları yanılgıları, kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarının yanılgıların giderilmesine etkisini ortaya koymak amacıyla elde edilen bulgular sunulmuştur.

4.1 Araştırmanın Birinci Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmanın birinci alt problemi olan "Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreci nasıldır?" kapsamında Örüntü Testi ölçeğinin çalışma grubuna uygulanmasıyla elde edilen veriler ışığında Radford (2008) modelinin basamakları (örüntünün bileşenlerini belirleme, örüntünün bileşenleri arasındaki ortak özelliği belirleme, ortak özelliği hipoteze çevirme ve p_n ifadesini yazma, olgunlaşmamış tümevarım, aritmetik ve cebirsel genelleme) göz önüne alınarak öğrencilerin ölçekte yer alan yedi soruya verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Elde edilen verilere ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.1' de verilmiştir.

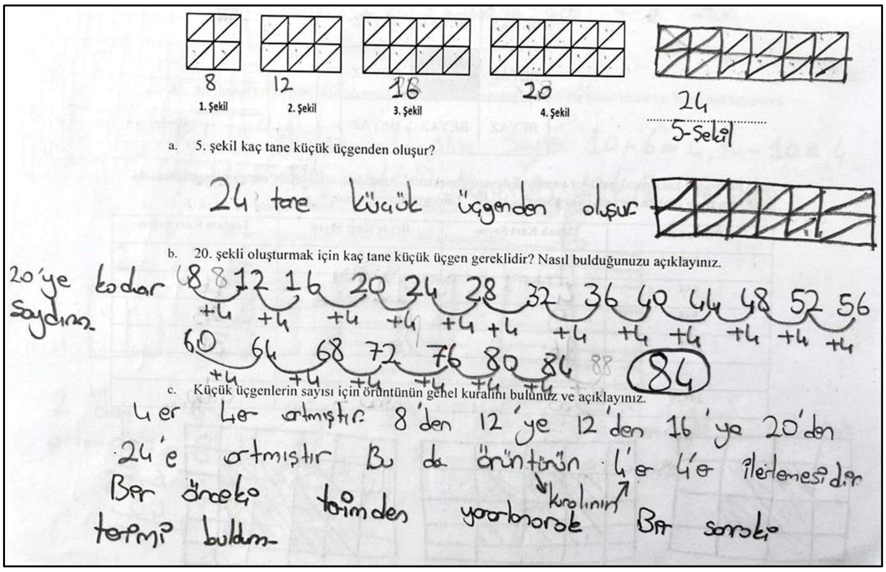
Tablo 4.1: Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri yüzde ve frekans değerleri**.**

	S1		**S2**		**S3**		**S4**		**S5**		**S6**		**S7**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Örüntünün bileşenleri	141	92.76	140	92.10	39	25.65	135	88.81	124	81.57	34	22.36	110	72.36
Ortak özellik fark etme	113	74.34	21	13.81	13	8.55	107	70.39	82	53.94	22	14.47	106	69.73
Hipoteze çevirme	88	57.89	14	9.21	13	8.55	52	34.21	53	34.86	29	19.07	60	39.47
p_n oluşturma	73	48.02	103	67.76	1	0.65	59	38.81	52	34.21	10	6.57	30	19.73
Aritmetik genelleme	46	30.26	10	6.57	12	7.89	34	22.36	43	28.28	22	14.47	27	17.76
Cebirsel genelleme	42	27.63	4	2.63	1	0.65	18	11.84	10	6.57	0	0	25	16.44
Olgunlaşmamış Tümevarım	31	20.39	99	65.13	0	0	41	26.97	42	27.63	10	6.57	5	3.28
İlgisiz Yanıt	33	21.70	39	25.64	139	91.44	59	38.81	57	37.49	120	78.93	95	62.49
Toplam	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100

Tablo 4.1 incelendiğinde örüntü bileşenlerini bulma, ortak özellik fark etme ve hipoteze çevirmede başarı en fazla birinci soruda, p_n ifadesini oluşturma başarısının en fazla ikinci soruda olduğu görülmüştür. Öğrencilerin aritmetik genellemeye en fazla birinci soruda (%30.26), cebirsel genellemeyi en fazla birinci soruda (%27.63) ulaştıkları ve olgunlaşmamış tümevarım davranışını en fazla ikinci soruda (%65.13) uyguladıkları tespit edilmiştir.

2D örüntü türünden olan birinci soruya verilen cevaplar incelendiğinde 152 öğrencinin %30.26' sının aritmetik genelleme, %27.63' ünün cebirsel genellemeye ulaşmıştır. %20.39' u olgunlaşmamış tümevarım davranışını göstermiştir. Öğrencilerin %21.70' inin boş veya ilişkisiz yanıt verdikleri görülmüştür. Birinci soruda öğrencilerin %92.76' sının örüntünün bileşenlerini buldukları, %74.34' ünün örüntünün ortak özelliği fark ettikleri, %57.89' un tespit edilen ortak özelliği hipoteze çevirdikleri ve %48.02' sinin p_n ifadesini doğru şekilde oluşturdukları belirlenmiştir.

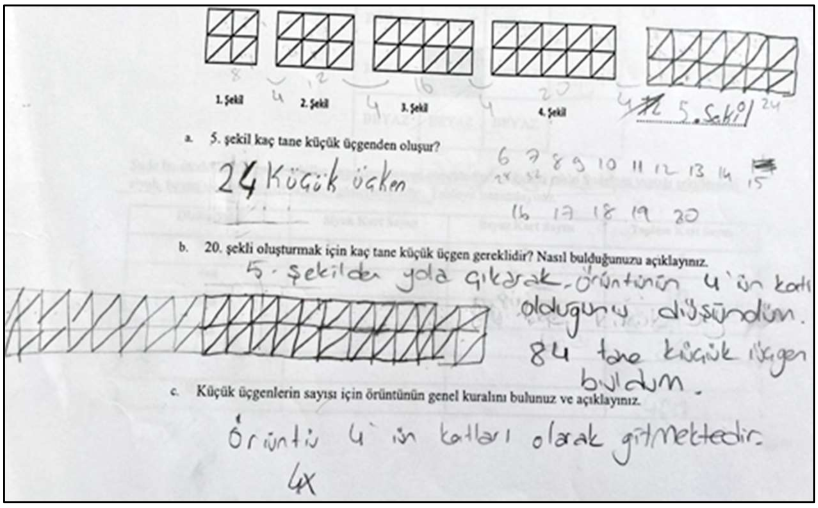
Birinci soruya ilişkin aritmetik genellemeyi gerçekleştirilen $Ö_{13}$' ün yanıtı Şekil 4.1' de sunulmuştur.



Şekil 4.1: $Ö_{13}$' ün birinci soruya ait aritmetik genelleme örneği.

$Ö_{13}$'ün birinci soruya ait cevabı incelendiğinde örüntünün bileşenlerini doğru şekilde bulduğu, ortak özelliği "terimler arasındaki farkın dörder artması" olarak ifade ettiği görülmüştür. Ortak özellik örüntünün terimleri arasındaki artışa bağlı olduğunu düşündüğünden hipotezini geliştirirken bir sonraki terimi elde etmek için bir önceki terimden yararlanmıştır. Hipotezini terimler arasındaki artışa bağlı olarak geliştirmesi nedeniyle olan p_n ifadesini oluşturamamıştır. Bu nedenle öğrenci aritmetik genellemeye ulaşmış, cebirsel genellemeye ulaşamamıştır.

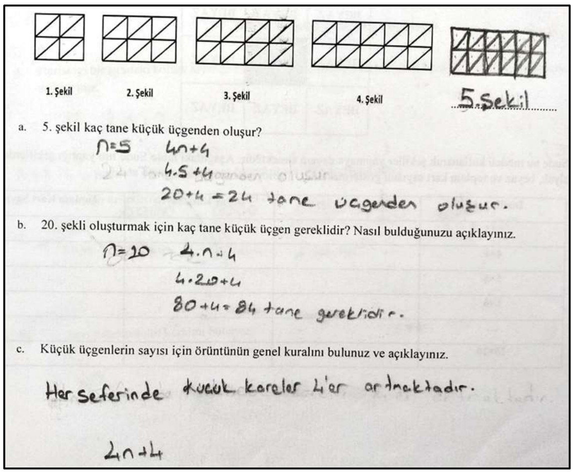
Birinci soruya ilişkin olgunlaşmamış tümevarım davranışını gösteren Ö$_{75}$' in yanıtı Şekil 4.2' de sunulmuştur.



Şekil 4.2: Ö$_{75}$'in birinci soruya ait olgunlaşmamış tümevarım örneği.

Ö$_{75}$'in birinci soruya ait yanıtı incelendiğinde verilen modelden yararlanarak örüntüyü sayı örüntüsüne dönüştürdüğü ve ortak özelliği küçük üçgenlerin sayısının her adımda dörder artması olarak belirlediği görülmüştür. Öğrenci herhangi bir hipotez geliştirmemiştir. Deneme yanılma yoluyla örüntünün genel terimini 4x olarak tahmin etmiştir. Öğrenci şekil çizerek beşinci şekilde 24, yirminci şekilde 84 tane küçük üçgen sayısı olduğunu ifade ederek yanıtı doğru bulmuştur. Öğrencinin oluşturduğu 4x genel kuralına göre beşinci şekilde 5.4=20, yirmi dördüncü şekilde 5.20=100 küçük üçgen bulunması gerekmektedir. Öğrencinin oluşturduğu p_n ifadesinin doğruluğunu kontrol etmediği görülmektedir. Ö$_{75}$ genel terimini cebirsel ifade olarak yazmış ancak cebirsel genelleme sürecini gerçekleştirememiştir. Çünkü ikinci ve üçüncü adımlar bulunmamaktadır. Bu nedenle Ö$_{75}$' in olgunlaşmamış tümevarım yönünde hareket ettiği görülmüştür.

Birinci soruya ilişkin cebirsel genellemeye ulaşan Ö$_{53}$' ün yanıtı Şekil 4.3' te sunulmuştur.

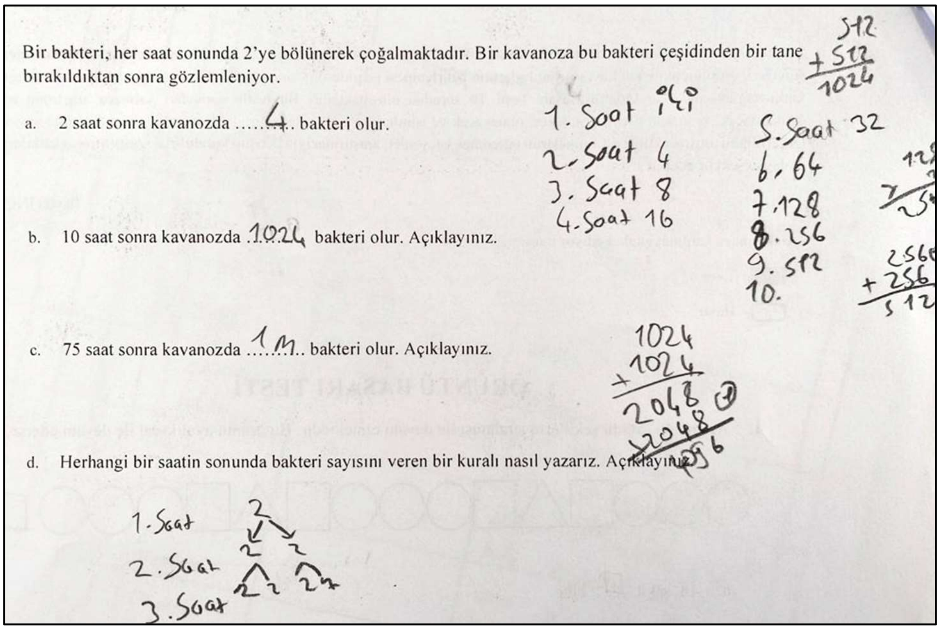


Şekil 4.3: $Ö_{53}$' ün birinci soruya ait cebirsel genelleme örneği.

Şekil 4.3 incelendiğinde öğrencinin örüntünün girdi - çıktı değerleri arasındaki ilişkiyi dikkate alarak bir kural ortaya koyduğu ve ortaya atılan kuralın örüntünün herhangi bir adımındaki küçük üçgen sayısının doğru bulunmasını sağladığı görülmektedir. Öğrenci örüntünün bileşenlerini ve ortak özelliği doğru belirlemiştir. Fark ettiği ortak özelliği "herhangi bir adımdaki küçük üçgen sayısını istenilen adım sayısının 4 katının 4 fazlası" şeklinde ifade ederek hipotez geliştirmiştir. Örüntünün herhangi bir adımındaki küçük üçgen sayısını bulmamızı sağlayacak olan genel kuralı 4n+4 şeklinde yazarak cebirsel genellemeye ulaşmıştır.

Geometrik örüntü türünden olan ikinci soruya verilen cevaplar incelendiğinde 152 öğrencinin %6.57' sinin aritmetik genelleme, %2.63' ünün cebirsel genellemeye ulaştığı, %65.13' ünün olgunlaşmamış tümevarım davranışını gösterdiği tespit edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin %25.64' ünün boş veya ilişkisiz yanıt verdiği belirlenmiştir. İkinci soruda 152 öğrencinin %92.10' u örüntünün bileşenlerini buldukları, %13.81' i ortak özelliği fark ettikleri, %9.21' i hipoteze çevirdikleri ve %67.76' sı p_n ifadesini oluşturdukları belirlenmiştir.

İkinci soruya ilişkin aritmetik genellemeyi gerçekleştirilen $Ö_{55}$' in yanıtı Şekil 4.4' te sunulmuştur.



Bir bakteri, her saat sonunda 2'ye bölünerek çoğalmaktadır. Bir kavanoza bu bakteri çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemleniyor.

a. 2 saat sonra kavanozda ……4.. bakteri olur.

b. 10 saat sonra kavanozda .1024 bakteri olur. Açıklayınız.

c. 75 saat sonra kavanozda ……1M.. bakteri olur. Açıklayınız.

d. Herhangi bir saatin sonunda bakteri sayısını veren bir kuralı nasıl yazarız. Açıklayınız.

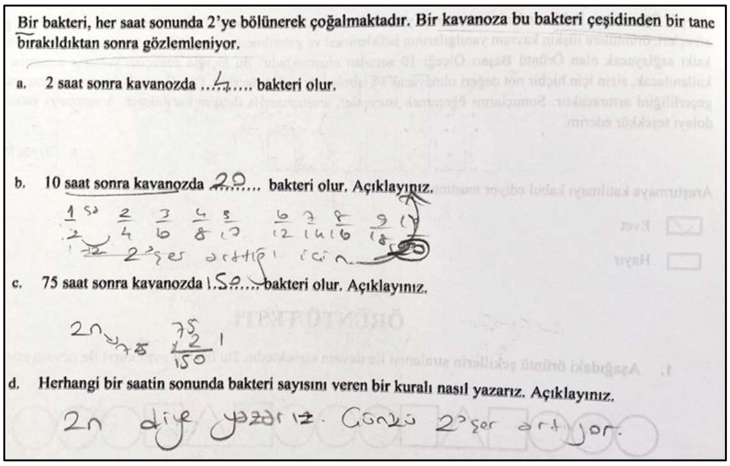
1. Soat iki
2-Saat 4
3. Saat 8
4-Saat 16
5. Saat 32
6. 64
7. 128
8. 256
9. 512
10.

1.Saat
2.Saat
3.Saat

Şekil 4.4: Ö55' in ikinci soruya ait aritmetik genelleme örneği.

Ö55' in ikinci soruya ait yanıtı incelendiğinde örüntünün bileşenlerini doğru olarak belirlediği, ortak özelliği fark ettiği ve hipotezini örüntüde bir sonraki terimi bulmak için bir önceki terimden yararlanarak geliştirdiği için herhangi bir saatin sonundaki bakteri sayısını veren genel kuralı yazamamıştır. Bu sebeple Ö55' in aritmetik genellemeye ulaştığını p_n ifadesini yazamadığı için cebirsel genellemeye ulaşamadığı belirlenmiştir.

İkinci soruya ilişkin olgunlaşmamış tümevarım davranışını gösteren gerçekleştirilen Ö113' ün yanıtı Şekil 4.5' te sunulmuştur.



Bir bakteri, her saat sonunda 2'ye bölünerek çoğalmaktadır. Bir kavanoza bu bakteri çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemleniyor.

a. 2 saat sonra kavanozda ..4….. bakteri olur.

b. 10 saat sonra kavanozda .20…. bakteri olur. Açıklayınız.

2'şer arttığı için

c. 75 saat sonra kavanozda 150….bakteri olur. Açıklayınız.

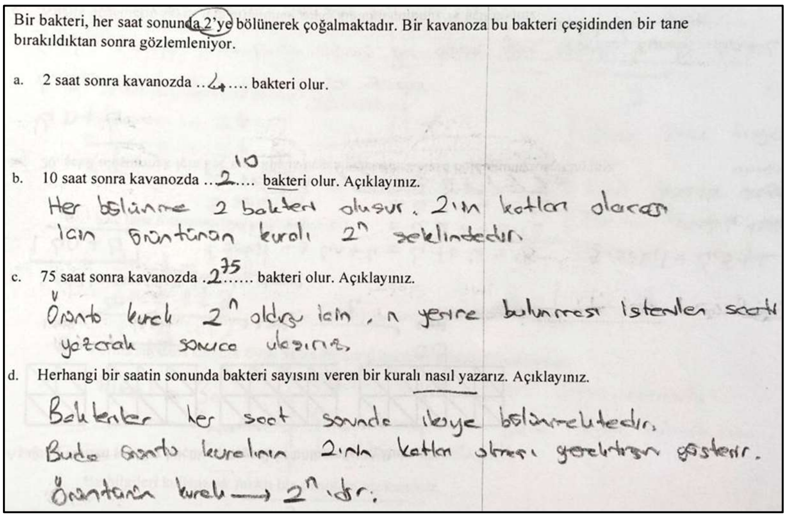
d. Herhangi bir saatin sonunda bakteri sayısını veren bir kuralı nasıl yazarız. Açıklayınız.

2n diye yazarız. Çünkü 2'şer artıyor.

Şekil 4.5: Ö113' ün ikinci soruya ait olgunlaşmamış tümevarım örneği.

Ö113’ ün ikinci soruya ait cevabına bakıldığında örüntünün terimleri arasındaki ortak özelliği doğru şekilde fark edemediği ve hipotez geliştiremediği belirlenmiştir. Örüntünün genel kuralını 2n şeklinde cebirsel olarak ortaya koyduğu ancak bu kuralın doğruluğunu test etmediği görülmektedir. Ö113 örüntüye ait genel kuralı doğru şekilde ifade edememiştir. Bu nedenle öğrenci olgunlaşmamış tümevarım davranışını göstermektedir.

İkinci soruya ilişkin cebirsel genellemeyi gerçekleştirilen Ö98’ in yanıtı Şekil 4.6’ da sunulmuştur.


Bir bakteri, her saat sonunda 2’ye bölünerek çoğalmaktadır. Bir kavanoza bu bakteri çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemleniyor.

a. 2 saat sonra kavanozda ..4.... bakteri olur.

b. 10 saat sonra kavanozda ..2^{10}.... bakteri olur. Açıklayınız.

Her bölünme 2 bakteri oluşur. 2'nin katları olacağı için örüntünün kuralı 2^n şeklindedir.

c. 75 saat sonra kavanozda ..2^{75}...... bakteri olur. Açıklayınız.

Örüntü kuralı 2^n olduğu için, n yerine bulunması istenilen saati yazarak sonuca ulaşırız.

d. Herhangi bir saatin sonunda bakteri sayısını veren bir kuralı nasıl yazarız. Açıklayınız.

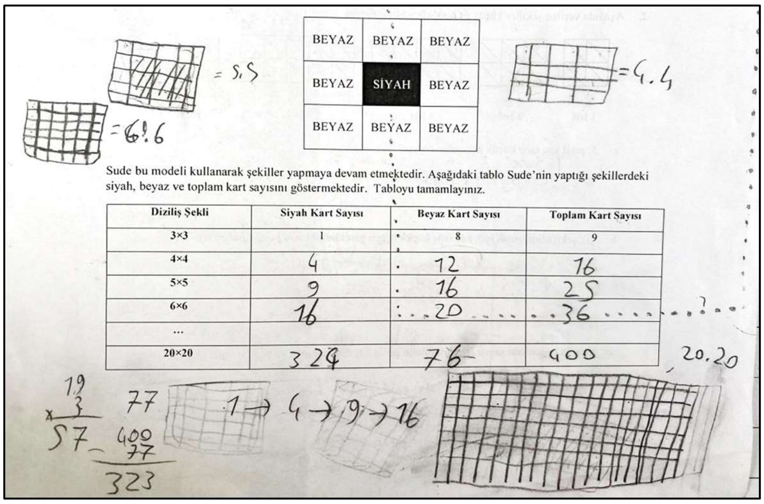
Bakteriler her saat sonunda ikiye bölünmektedir. Bu da örüntü kuralının 2'nin katları olması gerektiğini gösterir. Örüntünün kuralı → 2^n'dir.

Şekil 4.6: Ö98’ in ikinci soruya ait cebirsel genelleme örneği.

Ö98’ in ikinci soruya ait cevabı incelendiğinde örüntünün terimlerini doğru olarak belirlemiş, ortak özelliği fark ederek hipotezini geliştirmiştir. 2^n olarak p_n ifadesini ortaya koymuştur. Ö98’ in örüntü genelleme sürecini tamamlayarak cebirsel genellemeye ulaştığı görülmektedir.

Özel sayı örüntüsü türünden olan üçüncü soruya verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %7.89’u aritmetik genellemeye, %0.65’ i cebirsel genellemeye ulaştığı belirlenmiştir. Bu soruda olgunlaşmamış tümevarım davranışını gösteren öğrenci olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin %91.44’ ünün boş veya ilişkisiz yanıt verdikleri belirlenmiştir. Üçüncü soruda 152 öğrencinin %25.65’ i örüntünün bileşenlerini buldukları, %8.55’ i ortak özelliği fark ettikleri, %8.55’ i hipoteze çevirdikleri ve %0.65’ i p_n ifadesini oluşturdukları belirlenmiştir.

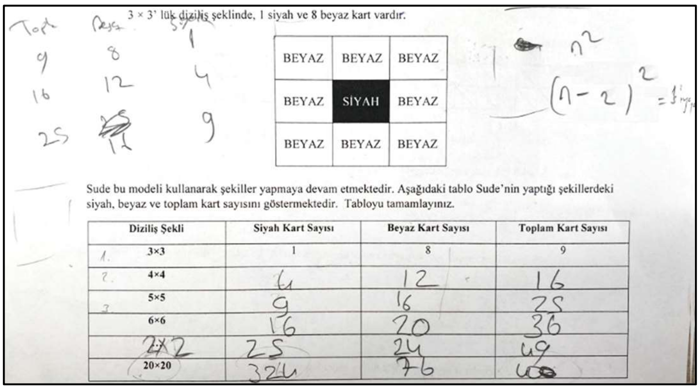
Üçüncü soruya ilişkin aritmetik genellemeyi gerçekleştirilen Ö5’ in yanıtı Şekil 4.7’ de sunulmuştur.



Şekil 4.7: Ö$_5$' in üçüncü soruya ait aritmetik genelleme örneği.

Ö$_5$' in üçüncü soruya ait verdiği yanıt incelendiğinde öğrencinin örüntünün bileşenlerini doğru şekilde tespit ettiği, ortak özelliği fark edebildiği görülmektedir. Bu ortak özellikten toplam kart sayısını 4x4'lük dizilişte 4x4 =16, 5x5' lik dizilişte 5x5=25, 6x6'lık dizilişte 6x6=36, 20x20'lik dizilişte 20x20=400 olarak, siyah kart sayısını ve beyaz kart sayısını bulurken modeller oluşturduğu ve bu modelden yararlanarak soruda verilen tabloyu doğru şekilde tamamladığı görülmektedir. Ancak ortak özelliği örüntünün tüm terimleri için geçerli olacak hipoteze çeviremediği görülmektedir ve p_n ifadesini oluşturamadığı belirlenmiştir. Bu nedenle cebirsel genelleme düzeyine ulaşamadığı, aritmetik genelleme düzeyinde olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Üçüncü soruya ilişkin cebirsel genellemeye ulaşan Ö$_{70}$' in yanıtı Şekil 4.8' de sunulmuştur.

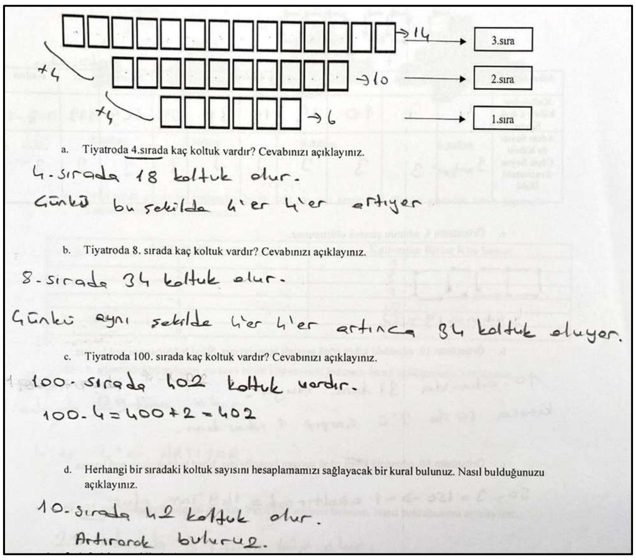


Şekil 4.8: Ö$_{70}$' in üçüncü soruya ait cebirsel genelleme örneği.

Ö$_{70}$' in cevabı incelendiğinde öğrencinin örüntünün bileşenlerini doğru tespit ettiği, adım sayısı ile kart sayısını ilişkilendirdiği ortak özelliği verilen modeli kullanarak fark ettiği hipotezini toplam kart sayısı için " istenilen diziliş şeklini kendisi ile çarpma", siyah kart sayısı için "istenilen diziliş şeklinin 2 eksiğinin karesi", beyaz kart sayısı için "toplam kart sayısından siyah kart sayısını çıkarma" olarak geliştirdiği belirlenmiştir. Örüntünü genel kuralını ise n diziliş şekli olmak üzere toplam kart sayısını n^2, siyah kart sayısını $(n-2)^2$, beyaz kart sayısı $n^2-(n-2)^2$ şeklinde oluşturarak p_n ifadelerini doğru şekilde bulmuştur. Örneğin 6x6'lık dizilişte n=6 olmak üzere toplam kart sayısını $6^2 = 36$, siyah kart sayısını $(6-2)^2 = 16$ ve beyaz kart sayısını da 36-16 = 20 olarak hesaplamıştır. Ö$_{70}$' in örüntü genelleme sürecini başarıyla tamamlayarak cebirsel genellemeye ulaştığı görülmektedir.

2D örüntü türünden olan dördüncü soruya verilen yanıtlar incelendiğinde %22.36' sının aritmetik genelleme, %11.84' ünün cebirsel genellemeye ulaştığı, 26.97' sinin olgunlaşmamış tümevarım davranışını gösterdiği tespit edilmiştir. Bununla beraber öğrencilerin 88.81' inin örüntünün bileşenlerini bulduğu %70.39' unun ortak özelliği fark ettiği %34.21' inin hipotez oluşturduğu ve %38.81' inin p_n ifadesini oluşturabildiği belirlenmiştir. Öğrencilerin %38.81' inin dördüncü soruya boş veya ilişkisiz yanıt verdiği görülmüştür.

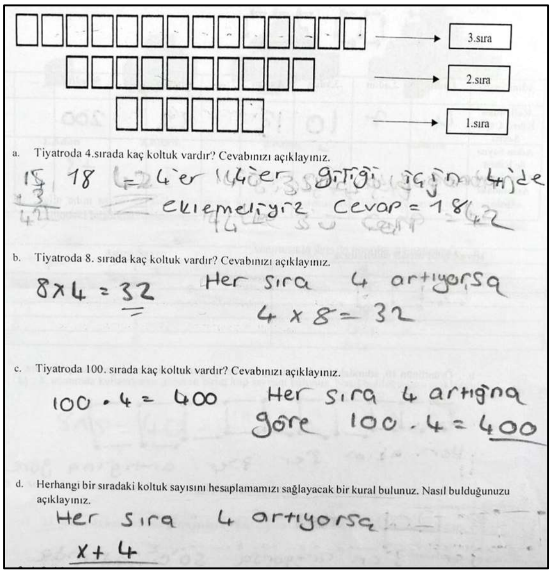
Dördüncü soruya ilişkin aritmetik genellemeyi gerçekleştirilen Ö$_{38}$' in yanıtı Şekil 4.9' da sunulmuştur.



Şekil 4.9: Ö$_{38}$'in dördüncü soruya ait aritmetik genelleme örneği.

$Ö_{38}$’ in yanıtı incelendiğinde örüntünün bileşenlerini doğru olarak belirlediği, ortak özelliği koltuk sayısının dörder dörder artması olarak fark ettiği ve hipotezini “istenilen sırayı 4 ile çarp 2 ile topla” şeklinde geliştirdiği görülmektedir ancak öğrenci p_n ifadesini oluşturamamıştır. Bu nedenle aritmetik genelleme düzeyindedir.

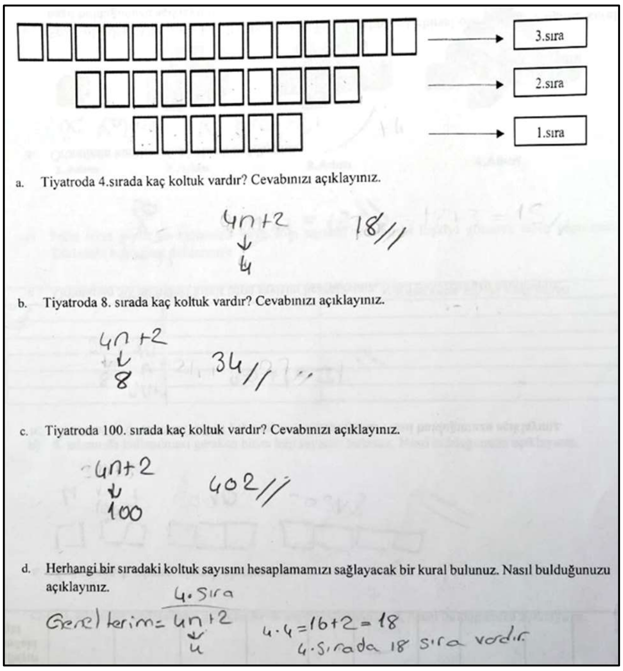
Dördüncü soruya ilişkin olgunlaşmamış tümevarım davranışı gösteren $Ö_{79}$’ un yanıtı Şekil 4.10’ da sunulmuştur.



Şekil 4.10: $Ö_{79}$’ un dördüncü soruya ait olgunlaşmamış tümevarım örneği.

$Ö_{79}$’ un cevabına bakıldığında genel kuralı her sıradaki koltuk sayısı dörder arttığı için x + 4 şeklinde tahmin etmiştir. Öğrencinin p_n ifadesini ortaya koyduğu ancak genel kuralın geçerliliğini kontrol etmediği görülmektedir. Çünkü dördüncü sıradaki koltuk sayısını 18 olarak bulmuştur. Genel kural, x + 4 ise dördüncü sıradaki koltuk sayısı 4 + 4 = 8 olmalıdır. Aynı mantıkla sekizinci ve yüzüncü sıradaki koltuk sayıları sırasıyla 16 ve 104 bulması gerekirdi. Buradan öğrencinin problem durumunu temsilen bir kuralı cebirsel olarak ortaya koymuş ancak kuralın neden geçerli olacağı üzerinde düşünmemiştir. Bu nedenle öğrencinin olgunlaşmamış tümevarım davranışı gösterdiği belirlenmiştir.

Dördüncü soruya ilişkin cebirsel genellemeye ulaşan $Ö_{111}$’ in yanıtı Şekil 4.11’de sunulmuştur.

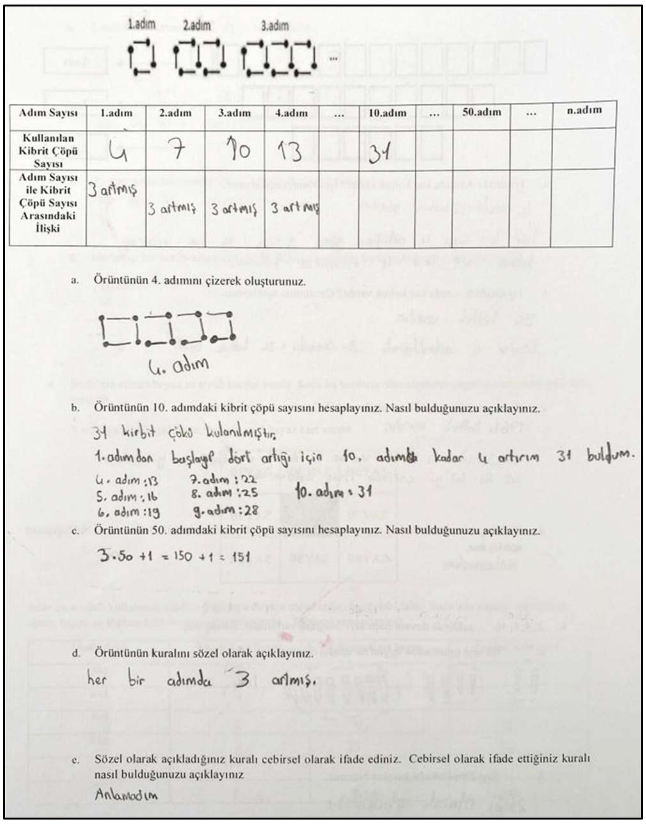


Şekil 4.11: Ö$_{111}$' in dördüncü soruya ait cebirsel genelleme örneği.

Ö$_{111}$' in dördüncü soruya ait cevabı incelendiğinde verilen modelden yararlanarak örüntünün bileşenlerini doğru bulduğu ve ortak özelliği fark ettiği görülmektedir. Ortak özelliği ayırt ederek hipotezini "istenilen sıradaki koltuk numarasının 4 katının 2 fazlası" şeklinde geliştirmiştir. Ö$_{111}$ hipotezini örüntünün p_n ifadesini oluşturmada başarıyla kullanmıştır. Örüntünün genel kuralını 4n+2 şeklinde oluşturduğu ve genel kuralda n yerine istenilen sıra sayısını yazarak koltuk sayısını kolaylıkla bulduğu görülmektedir. Öğrencinin modeli etkin şekilde kullanarak cebirsel genellemeye ulaştığı görülmektedir.

2D örüntü türünden olan beşinci soruda öğrencilerin cevapları incelendiğinde %28.28' inin aritmetik genelleme, %6.57' sinin cebirsel genellemeye ulaşmıştır. %27.63' ü olgunlaşmamış tümevarım davranışı göstermiştir. Öğrencilerin beşinci soruda % 81.57' sinin örüntünün bileşenlerini bulabildiği, %53.94' ünün örüntünün ortak özelliğini fark ettiği, %34.86' sının hipotez oluşturduğu ve %34.21' inin p_n ifadesini oluşturduğu belirlenmiştir. Beşinci soruda öğrencilerin %37.49' unun beşinci soruya boş veya ilişkisiz yanıt verdiği tespit edilmiştir.

Beşinci soruya ilişkin aritmetik genellemeyi gerçekleştirilen Ö$_{132}$' nin yanıtı Şekil 4.12' de sunulmuştur.


1.adım 2.adım 3.adım

Adım Sayısı	1.adım	2.adım	3.adım	4.adım	...	10.adım	...	50.adım	...	n.adım
Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	4	7	10	13		31				
Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki	3 artmış	3 artmış	3 artmış	3 artmış						

a. Örüntünün 4. adımını çizerek oluşturunuz.

4. adım

b. Örüntünün 10. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

31 kirbit çöpü kulandımıştır.
1. adımdan başlayıp dört artığı için 10. adıma kadar 4 artırım 31 buldum.
4. adım : 13   7. adım : 22
5. adım : 16   8. adım : 25   10. adım : 31
6. adım : 19   9. adım : 28

c. Örüntünün 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

3.50 + 1 = 150 + 1 = 151

d. Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

her bir adımda 3 artmış.

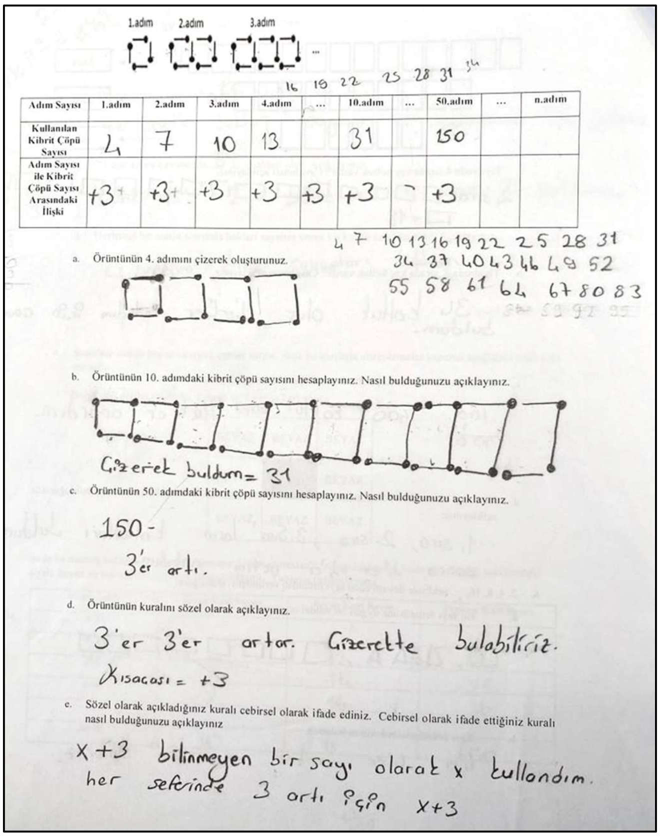
e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız

Anlamadım

Şekil 4.12: $Ö_{132}$’ nin beşinci soruya ait aritmetik genelleme örneği.

$Ö_{132}$’ nin beşinci soruya veridiği yanıt incelendiğinde örüntünün bileşenlerini doğru şekilde tespit ettiği görülmektedir. Ortak özelliği her adımda kibrit çöpü sayısının üçer artması olarak bulumuş ve hipotezini “3.(istenilen adım sayısı)+1” şeklinde geliştirmiştir. Ellinci adındaki kibrit çöpü sayısını geliştirdiği hipotezden 3.50 + 1 = 151 işlemini yaparak doğru sonuca ulsşmıştır. Ancak p_n ifadesini oluşturamamıştır. Cebirsel olarak örüntünün genel kuralını ifade etmesi istendiğinde anlamadım yazmıştır. Buradan öğrencinin cebirsel genellemeye ulaşamadığı aritmetik genelleme düzeyinde olduğu görülmektedir.

Beşinci soruya ilişkin olgunlaşmamış tümevarım davranışı gösteren $Ö_{125}$’ in yanıtı Şekil 4.13’ te sunulmuştur.



1.adım 2.adım 3.adım ...

16 19 22 25 28 31 34

Adım Sayısı	1.adım	2.adım	3.adım	4.adım	...	10.adım	...	50.adım	...	n.adım
Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	4	7	10	13		31		150		
Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki	+3	+3	+3	+3	+3	+3	-	+3		

4 7 10 13 16 19 22 25 28 31
34 37 40 43 46 49 52
55 58 61 64 67 80 83

a. Örüntünün 4. adımını çizerek oluşturunuz.

b. Örüntünün 10. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Çizerek buldum = 31

c. Örüntünün 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

150 -
3'er artı.

d. Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

3'er 3'er artar. Çizerekte bulabiliriz.
Kısacası = +3

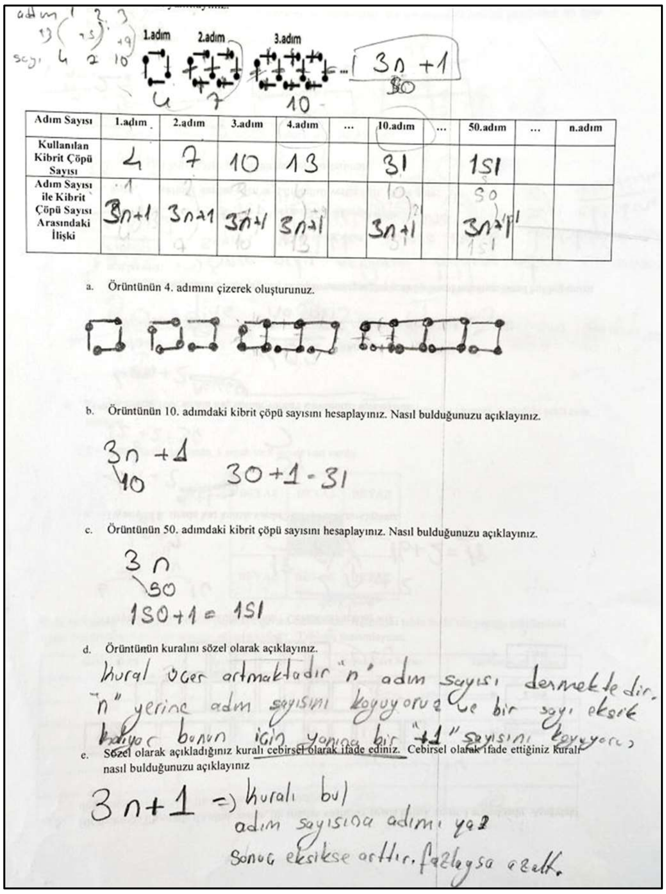
e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız

x + 3 bilinmeyen bir sayı olarak x kullandım.
her seferinde 3 artı için x+3

Şekil 4.13: Ö$_{125}$' in beşinci soruya ait olgunlaşmamış tümevarım örneği.

Ö$_{125}$' in beşinci soruya veridiği yanıt incelendiğinde örüntünün terimlerini verilen tabloda yazdığı görülmektedir. Öğrenci p_n ifadesini x+3 şeklinde tahmin emiştir. Genel kuralı oluşturken bu kuralın doğruluğunu değerlendirmeği görülmektedir. Çünkü dördüncü adımdaki kibrit çöpü sayısını 13, onuncu adımdaki kibrit çöpü sayısını 31, ellinci adımdaki kibrit çöpü sayısını 150 bulmuştur. x + 3 genel kuralına göre dördüncü adımda 7, onuncu adımda 13, ellinci adımda 53 kibrit çöpü bulmalıdır. Öğrenci cebirsel olarak bir kural oluşturmuş ancak kuralı oluşturuken adım sayısı ile kibrit çöpü sayısı arasındaki ilişkiyi dikkate almamıştır. Bu durumda p_n ifadesini bulmaya yönelik hipotez geliştiremediğinden olgunlaşmamış tümevarım düzeyindedir.

Beşinci soruya ilişkin cebirsel genellemeye ulaşan Ö$_{121}$' in yanıtı Şekil 4.14' te sunulmuştur.


1.adım 2.adım 3.adım

3n +1

Adım Sayısı	1.adım	2.adım	3.adım	4.adım	…	10.adım	…	50.adım	…	n.adım
Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	4	7	10	13		31		151		
Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki	3n+1	3n+1	3n+1	3n+1		3n+1		3n+1		

a. Örüntünün 4. adımını çizerek oluşturunuz.

b. Örüntünün 10. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

3n +1
10 30+1=31

c. Örüntünün 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

3n
50
150+1= 151

d. Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

kural üçer artmaktadır "n" adım sayısı demektedir. "n" yerine adım sayısını koyuyoruz ve bir sayı eksik kalıyor bunun için yanına bir "+1" sayısını koyuyoruz,

e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız

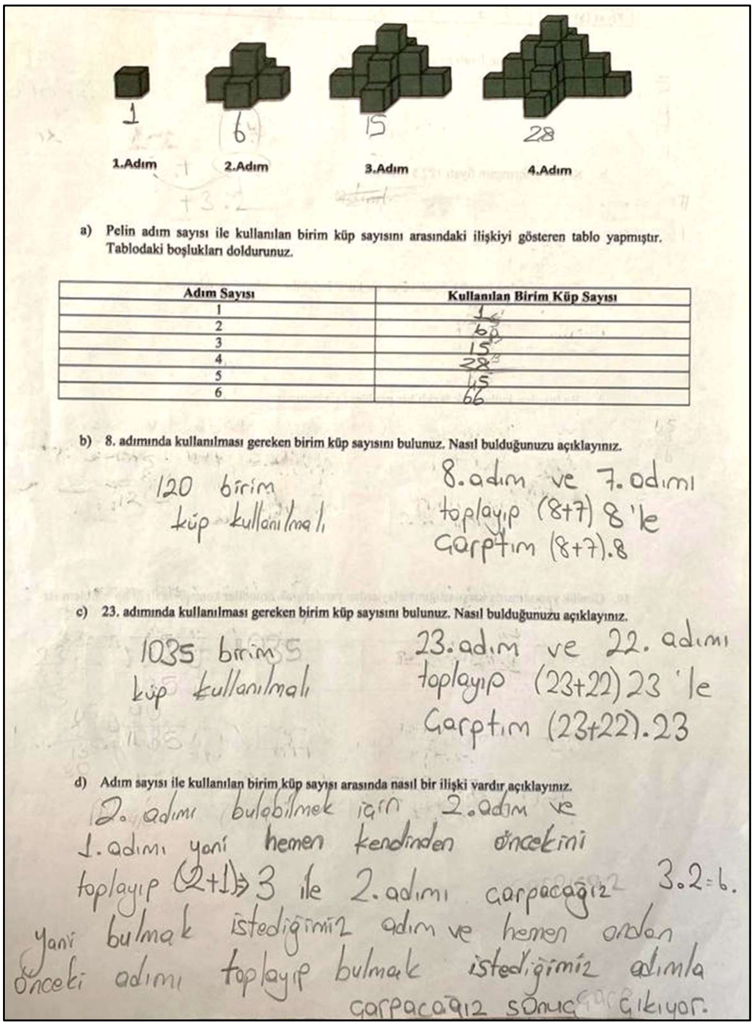
3n+1 => kuralı bul
adım sayısına adımı yaz
sonuç eksikse arttır. fazlaysa azalt.

Şekil 4.14: Ö$_{121}$' in beşinci soruya ait cebirsel genelleme örneği.

Ö$_{121}$' in beşinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde örüntünün bileşenlerinin doğru olarak bulmuştur. Ortak özelliğin her adımda kibrit çöpü sayısının üçer artması olduğunu fark etmiş ve ortak özelliği hipoteze doğru şekilde çevirmiştir. Örüntünün genel kuralını 3n +1 olarak doğru bulmuştur. Öğrencinin örüntünün girdi – çıktı değerleri arasındaki ilişkiyi dikkate alarak p_n ifadesini oluşturduğu ve genel kuralın örüntünün herhangi bir adımındaki kibrit çöpü sayısını doğru bulmamızı sağlaması nedeniyle cebirsel genelleme yaptığı görülmektedir.

3D örüntü türünden olan altıncı soruda öğrencilerin yanıtları incelendiğinde %14.47' sinin aritmetik genellemeye ulaşmıştır. %6.57' si olgunlaşmamış tümevarım davranışı göstermiştir. Altıncı soruda çalışma grubundaki hiçbir öğrencinin cebirsel genelleme yapamadığı belirlenmiştir. 3D örüntü türünden oluşan altıncı soruda öğrencilerin %22.36' sının örüntünün bileşenlerini belirlediği, %14.47' sinin örüntünün ortak özelliği fark ettiği, %19.07' sinin ortak özelliği hipoteze çevirdiği ve %6.57' sinin p_n ifadesini oluşturduğu görülmüştür. Öğrencilerin altıncı soruda %78.93' ünün boş veya ilişkisiz yanıt verdikleri görülmüştür.

Altıncı soruya ilişkin aritmetik genellemeyi gerçekleştirilen Ö$_{135}$' in yanıtı Şekil 4.15' te sunulmuştur.



1 6 15 28

1.Adım 2.Adım 3.Adım 4.Adım

a) Pelin adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısını arasındaki ilişkiyi gösteren tablo yapmıştır. Tablodaki boşlukları doldurunuz.

Adım Sayısı	Kullanılan Birim Küp Sayısı
1	1
2	6
3	15
4	28
5	45
6	66

b) 8. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

120 birim küp kullanılmalı

8.adım ve 7.adımı toplayıp (8+7) 8'le çarptım (8+7).8

c) 23. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

1035 birim küp kullanılmalı

23.adım ve 22. adımı toplayıp (23+22) 23'le çarptım (23+22).23

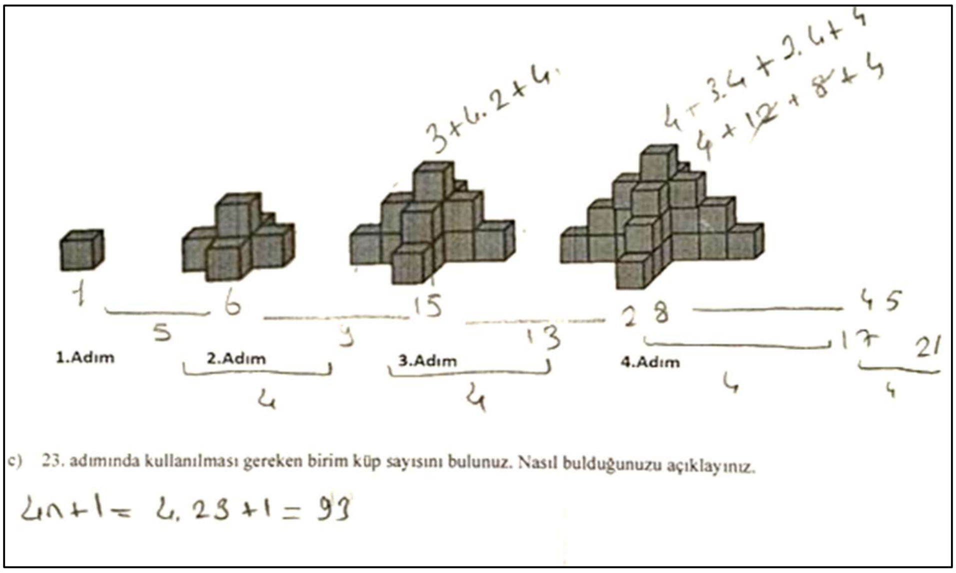
d) Adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır açıklayınız.

2. adımı bulabilmek için 2.adım ve 1.adımı yani hemen kendinden öncekini toplayıp (2+1)⇒3 ile 2.adımı çarpacağız 3.2=6. Yani bulmak istediğimiz adım ve hemen ondan önceki adımı toplayıp bulmak istediğimiz adımla çarpacağız sonuç çıkıyor.

Şekil 4.15: Ö$_{135}$'in altıncı soruya ait aritmetik genelleme örneği.

Ö$_{135}$' in altıncı soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğrencinin verilen modeli etkin şekilde kullanarak örüntünün bileşenlerini doğru bulduğu, ortak özelliği fark ettiği ve ortak özellikten "bulmak istenen adım ve hemen ondan önceki adımı topla ve bulmak istenen adımla çarpma" hipotezini geliştirdiği görülmüştür. Ancak örüntünün genel kuralını cebirsel olarak yazamadığını ve genel kuralı sözel ifadelerle sınırlandırdığı görülmektedir. Öğrenci soruda istenilen adımları geliştirdiği hipotezi kullanarak doğru bulmuştur. Hipotezini p_n ifadesine dönüştüremediği için aritmetik genelleme düzeyindedir.

Altıncı soruya ilişkin olgunlaşmamış tümevarım davranışı gösteren Ö$_{98}$' in yanıtı Şekil 4.16' da sunulmuştur.

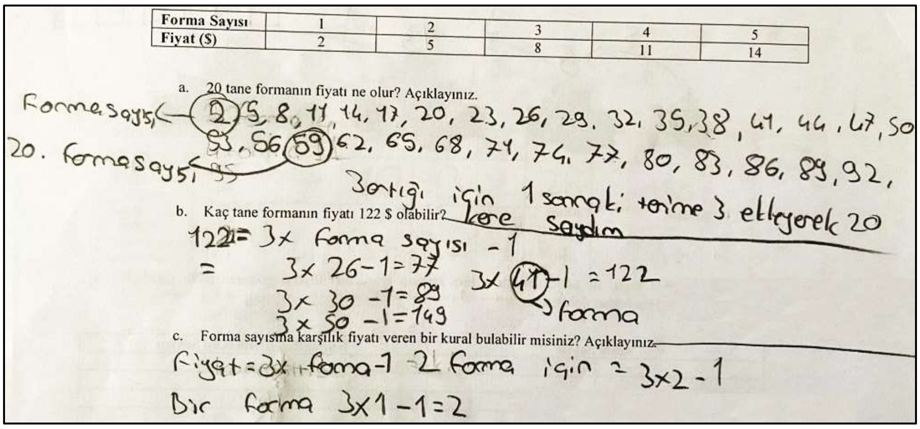


Şekil 4.16: Ö$_{98}$’ in altıncı soruya ait olgunlaşmamış tümevarım örneği.

Ö$_{98}$’ in altıncı soruya verdiği cevaba bakıldığında örüntünün bileşenlerini doğru şekilde bulduğu ve p_n ifadesini 4n + 1 şeklinde oluşturduğu görülmektedir. Öğrencinin genel terimi oluştururken örüntünün ortak özelliğini fark edemediği ve hipotez geliştirmediğinden örüntünün genel kuralını deneme yanılma yoluyla yazmıştır. Çünkü örüntünün sekizinci adımında 120 birim küp kullanılması gerektiğini yinelemeli stratejiyi kullanarak doğru bulmuştur ancak yirmi üçüncü adımında 93 birim küp kullanılması gerektiğini belirtmiştir. Buradan öğrencinin yaptığı çözümlerin belirli bir işlem mantığına dayanmadığı görülmektedir. Öğrencinin deneme yanılma yoluyla bulduğu kuralın işlevselliğini kontrol etmemiş bu nedenle olgunlaşmamış tümevarım olarak kodlanmıştır.

Aritmetik örüntü türünden olan yedinci soruya verilen cevaplar incelendiğinde öğrencilerin %17.76’ sının aritmetik genelleme, %16.44’ ünün cebirsel genellemeye ve %3.28’ inin olgunlaşmamış tümevarım davranışı gösterdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin %72.36’ sının örüntünün bileşenlerini bulduğu %69.73’ünün ortak özelliği fark ettiği %39.47’ sinin ortak özelliği hipoteze çevirdiği ve %19.73’ ünün p_n ifadesini oluşturduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin %62.49’ unun yedinci soruya boş veya ilişkisiz yanıt verdiği belirlenmiştir.

Yedinci soruya ilişkin aritmetik genellemeyi gerçekleştirilen Ö$_{9}$’ un yanıtı Şekil 4.17’ de sunulmuştur.



Forma Sayısı	1	2	3	4	5
Fiyat ($)	2	5	8	11	14

a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

Forma sayısı 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, 53, 56, 59, 62, 65, 68, 71, 74, 77, 80, 83, 86, 89, 92,

20. forma sayısı 59

3artığı için 1 sonraki terime 3 ekleyerek 20 kere saydım

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

122 = 3x forma sayısı − 1

= 3x 26−1=77

3x 30 −1=89

3x 50 −1=149

3x 41−1 =122

forma

c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

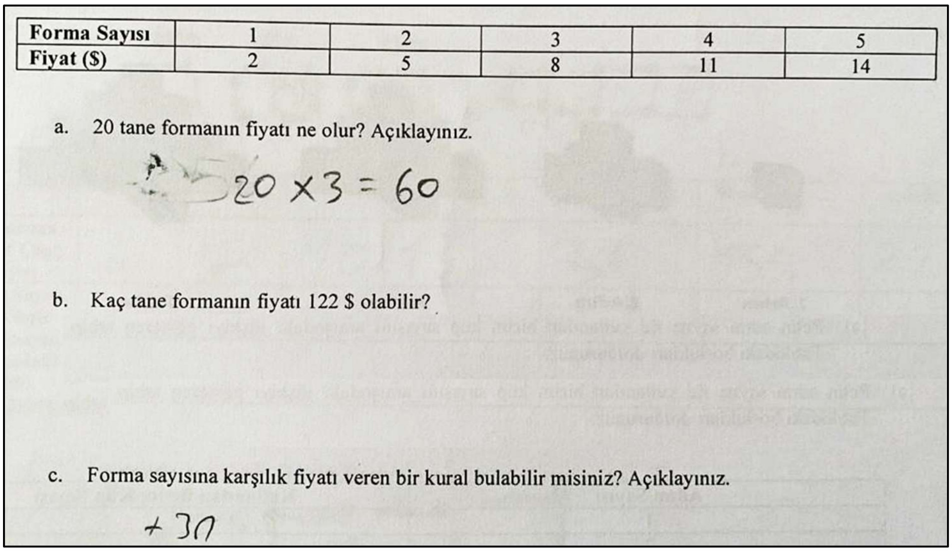
Fiyat=3x forma−1 2 forma için = 3x2−1

Bir forma 3x1−1=2

Şekil 4.17: Ö$_9$' un yedinci soruya ait aritmetik genelleme örneği.

Ö$_9$' un yedinci soruya verdiği cevap incelendiğinde örüntünün bileşenlerini doğru şekilde bulmuş, ortak özelliği ardışık terimler arasındaki farktan yararlanarak bulmuştur. Hipotezini ortak özellikten yararlanarak "3 x (forma sayısı) + 1" olarak geliştirmiştir. oluşturduğu hipotezi örüntünün p_n ifadesine dönüştürememiştir. Örüntünün genel kuralını sayılarla ifade etmiştir bu nedenle öğrenci aritmetik genelleme düzeyindedir.

Yedinci soruya ilişkin olgunlaşmamış tümevarım davranışı gösteren Ö$_{25}$' in yanıtı Şekil 4.18' de sunulmuştur.



Forma Sayısı	1	2	3	4	5
Fiyat ($)	2	5	8	11	14

a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

20 x 3 = 60

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

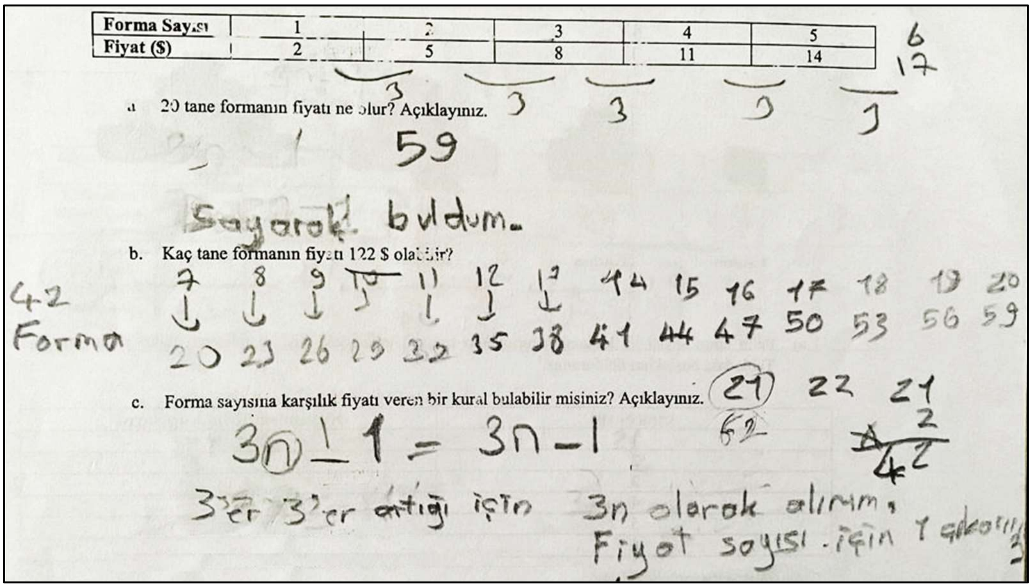
c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

+3n

Şekil 4.18: Ö$_{25}$' in yedinci soruya ait olgunlaşmamış tümevarım örneği.

Ö$_{25}$ 'in yedinci soruya verdiği yanıtı incelendiğinde örüntünün bileşenlerinden doğrudan p_n ifadesini oluşturmuştur. Genel kuralı yazarken belirli bir mantık çerçevesinde oluşturmadığı ve kuralın geçerliliğini düşünmediği görülmektedir. Çünkü örüntünün ortak özelliğini dikkate almamış ve hipotez geliştirmemiştir. Ayrıca "3n kuralına göre 1 forma sayısının 3, 2 forma sayısının 6, 3 forma sayısının 9, 4 forma sayısının 12, 5 forma sayısının 15 olması gerekirdi." İfadesini kullanmıştır. Bu nedenle öğrenci olgunlaşmamış tümevarım davranışı gerçekleştirmiştir.

Yedinci soruya ilişkin cebirsel genellemeye ulaşan Ö$_{61}$' in yanıtı Şekil 4.19' da sunulmuştur.



Şekil 4.19: Ö$_{61}$' in yedinci soruya ait cebirsel genelleme örneği.

Ö$_{61}$' in yedinci soruya ait yanıtı incelendiğinde örüntünün bileşenlerini doğru şekilde bulmuş, ortak özelliğin fiyatın üçer üçer arttığını fark etmiş, fark ettiği ortak özellikten yararlanarak hipotezini "istenilen forma sayısının 3 katının 1 eksiği" şeklinde geliştirmiştir. Hipotezini örüntünün p_n ifadesine başarıyla transfer etmiş, 3n – 1 genel kuralını oluşturmuştur. İstenilen forma sayısına karşılık gelen fiyatı direkt olarak bulmamızı sağlayacak kuralı yazdığı için cebirsel genellemeye ulaşmıştır.

4.2 Araştırmanın İkinci Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmanın ikinci alt problemi olan "Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejiler nelerdir?" sorusu kapsamında Örüntü Testi ölçeğinin çalışma grubuna uygulanmasıyla elde edilen veriler ışığında öğrencilerin örüntü genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejileri belirlemek için ölçekte yer alan yedi soruya verdikleri yanıtlar incelenmiştir. Elde edilen verilere ilişkin frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.2' de verilmiştir.

Tablo 4.2: Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme stratejileri yüzde ve frekans değerleri.

Sorular	**S1**				**S2**						**S3**						**S4**					
Kullanılan Örüntü Genelleme Stratejisi	**YA**		**OA**		**YA**		**OA**		**UA**		**YA**		**OA**		**UA**		**YA**		**OA**		**UA**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Yinelemeli Veya Eklemeli	23	15.13	54	35.52	6	3.94	4	2.63	-	-	48	31.57	57	37.50	42	27.63	104	68.41	82	53.94	14	9.21
Parçaları Sayma Veya Modelleme	94	61.84	7	4.60	12	7.89	8	5.26	-	-	51	33.55	38	25	12	7.89	5	3.28	1	0.65	-	-
Fark İle Çarpma	1	0.65	9	5.92	97	63.81	104	68.42	68	44.73	-	-	-	-	-	-	2	1.31	22	14.47	67	44.07
Orantı	-	-	8	5.26	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0.65	-	-	4	2.63	3	1.97
Tahmin Kontrol	-	-	2	1.31	2	1.31	2	1.31	2	1.31	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1	0.65
Fonksiyonel veya Kesin	32	21.05	42	27.63	10	6.57	10	6.57	10	6.57	1	0.65	1	0.65	1	0.65	29	19.07	34	22.36	34	22.36
Girdi Değerinin Ayrıştırılması	-	-	1	0.65	-	-	-	-	1	0.65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2	1.31
Diğer	-	-	5	3.28	11	7.23	19	12.50	19	12.50	14	9.21	13	8.55	14	9.21	-	-	-	-	3	1.97
Boş	2	1.31	24	15.78	14	9.21	43	28.28	52	34.21	38	25	43	28.28	82	53.94	12	7.89	9	5.92	28	18.42
Toplam	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100

(YA: Yakın Adım, OA: Orta Adım, UA: Uzak Adım)

Tablo 4.2 (devam)

Sorular	S5						S6						S7			
Kullanılan Örüntü Genelleme Stratejisi	YA		OA		UA		YA		OA		UA		OA		UA	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Yinelemeli Veya Eklemeli	9	5.92	38	25	26	17.10	32	21.05	54	35.52	41	26.97	47	30.92	1	0.65
Parçaları Sayma Veya Modelleme	118	77.63	24	15.78	2	1.31	54	35.52	2	1.31	2	1.31	-	-	-	-
Fark İle Çarpma	1	0.65	29	19.07	39	25.65	1	0.65	10	6.57	11	7.23	23	15.13	64	42.10
Orantı	-	-	-	-	1	0.65	-	-	-	-	-	-	12	7.89	16	10.52
Tahmin Kontrol	1	0.65	1	0.65	1	0.65	1	0.65	13	8.55	12	7.89	1	0.65	1	0.65
Fonksiyonel veya Kesin	17	11.18	40	26.31	43	28.28	-	-	-	-	-	-	25	16.44	25	16.44
Girdi Değerinin Ayrıştırılması	-	-	1	0.65	6	3.94	-	-	-	-	-	-	2	1.31	-	-
Diğer	-	-	1	0.65	1	0.65	6	3.94	5	3.28	5	3.28	-	-	-	-
Boş	6	3.94	18	11.84	33	21.71	58	38.15	68	44.73	81	53.28	42	27.63	45	29.60
Toplam	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100	152	100

Tablo 4.2’ de sunulan verilerde öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde kullandıkları stratejiler yakın adım, orta adım ve uzak adım açısından incelenmiştir. Yakın adımı ısınma adımıdır, bu adımda öğrencilerden örüntüyü inceleyerek yakın adıma genelleme yapması beklenmektedir. Orta adımda öğrencilerden örüntüyü geçici olarak genellemesi basitçe genişletmesi beklenmektedir. Uzak adımda ise öğrenciden ilişkiyi kurarak veya bilinmeyen kullanarak örüntüyü genellemesi ve uzak adımı oluşturduğu kuralı uygulayarak bulması beklenmektedir (Stacey,1989; Warren, 1996).

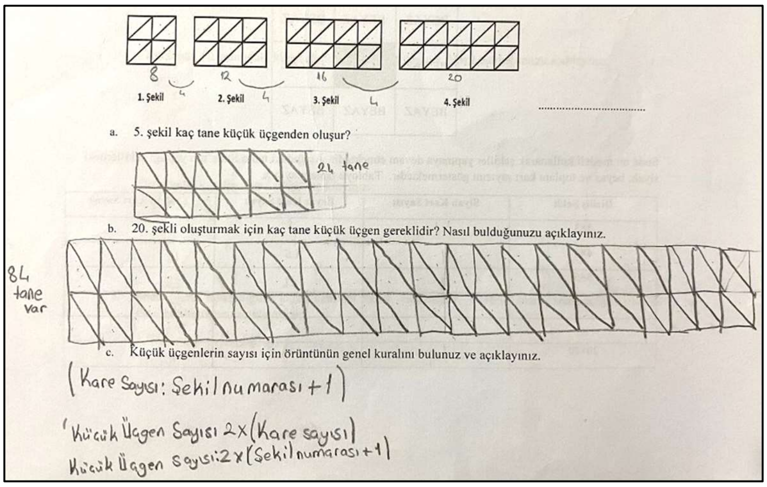
Ölçekte yer alan sorularda öğrenciler yinelemeli (eklemeli), parçaları sayma (modelleme), fark ile çarpma, orantı, tahmin kontrol, fonksiyonel (kesin), girdi değerinin ayrıştırılması ve diğer stratejileri kullanarak yanıt verdikleri belirlenmiştir. Yinelemeli veya eklemeli stratejiyi kullanan öğrenciler, kullanırken örüntünün gelecek terimini bulmak için önceki teriminden yararlanmaktadır yani örüntünün iki terimi arasındaki farka odaklanmakta sonraki adımı bulmak için iki terim arasındaki farkı son terime ekleyerek örüntüyü devam ettirmektedirler. Parçaları sayma veya modelleme stratejisinde öğrenci örüntünün istenilen adımını bulmak için temsilen model oluşturması veya şekil çizerek hesap yapması söz konusudur. Fark ile çarpma stratejisinde örüntünün istenilen adımını elde etmek için ardışık iki terimi arasındaki sabit fark bulunur ve istenilen adımla sabit fark çarpılarak sonuca gidilmektedir. Örneğin 5,10,15,20,25… şeklinde devam eden örüntünün genel kuralını fark ile çarpma stratejisini kullanılarak 5n şeklinde ifade edilir. Orantı stratejisinin kullanımı orantısal akıl yürütmeye dayanmaktadır. Bu stratejiyi kullanan öğrenci 4 kalem 8 TL ise 8 kalemin 16 TL olduğunu düşünmektedir. Tahmin kontrol stratejisinde öğrenci örüntünün genel kuralını cebirsel olarak ortaya koyar ancak genel kuralın geçerliliğini ve işlevselliğini düşünmemektedir. Fonksiyonel ve kesin strateji örüntünün herhangi bir adımdaki teriminin bulmamızı sağlar. Genel kuralı örüntünün girdi çıktı değerleri arasındaki ilişkinin bilinmeyen kullanarak cebirsel genellenir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Amit & Neria, 2008; Çayır ve Akyüz, 2015; Durmaz ve Altun, 2014; Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall, 1998; Lanin, Barker & Townsend, 2006; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Sasman, Linchevski & Olivier, 1999; Tanışlı ve Özdaş, 2009; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011; Türkoğlu ve Yalın, 2020).

Tablo 4.2 incelendiğinde öğrencilerin aynı soruda yakın, orta ve uzak adımlar için farklı stratejiler kullandıkları tespit edilmiştir.

2D örüntü türünden olan birinci soruda en çok tercih edilen stratejiler yakın adımda parçaları sayma, orta adımda yinelemeli stratejileri olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin yakın adımda %61.84’ ü parçaları sayma (modelleme), orta adımda %35.52’ si yinelemeli (eklemeli) stratejilerini en çok kullandıkları görülmüştür. Birinci soruda öğrencilerin %1.31’inin yakın adımda, %15.28’ inin orta adımda boş bıraktıkları belirlenmiştir.

Birinci soruda a seçeneği yakın, b seçeneği orta adım olarak değerlendirilmiştir. Herhangi bir şekildeki küçük üçgen sayısını veren örüntünün genel kuralı 4n+4’tür. Beşinci şekil 24, yirminci şekil 84 tane küçük üçgenden oluşmaktadır.

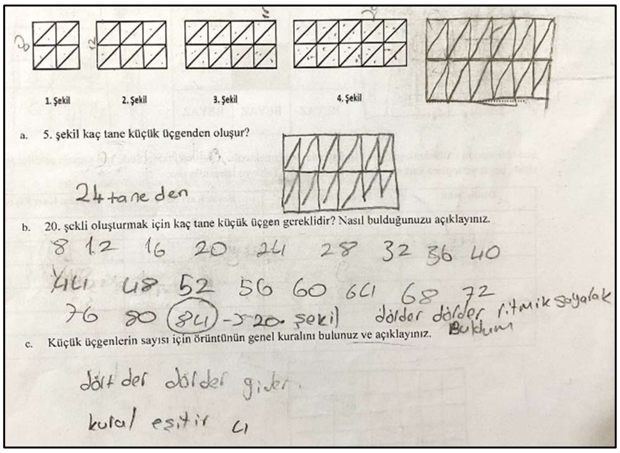
Birinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımı ve örüntünün orta adımında modelleme stratejisini tercih eden Ö$_{133}$’ ün yanıtı Şekil 4.20’ de sunulmuştur.



Şekil 4.20: Ö$_{133}$’ ün modelleme stratejisi örneği.

Ö$_{133}$’ ün birinci soruda örüntünün yakın adımı ve orta adımında modelleme stratejisini kullanarak küçük üçgen sayısını hesaplamak için çizdiği şekiller yardımıyla doğru cevaplara ulaşmıştır.

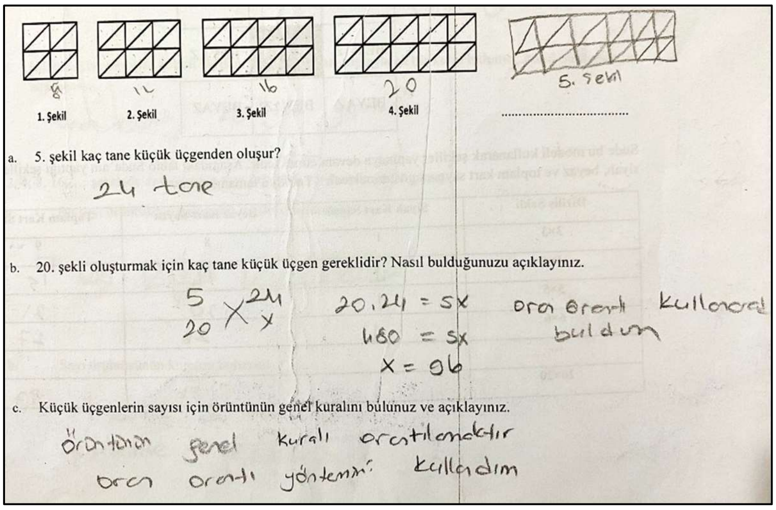
Birinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımı ve örüntünün orta adımında yinelemeli stratejiyi kullanan Ö$_{3}$’ ün yanıtı Şekil 4.21’ de sunulmuştur.



Şekil 4.21: Ö3’ ün yinelemeli strateji örneği.

Ö3’ ün birinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde örüntünün yakın adımında küçük üçgen sayısını modelleme stratejisini kullanarak doğru bulmuştur. Örüntünün orta adımında küçük üçgen sayısını bulmak için yinelemeli stratejiyi tercih etmiştir. Yinelemeli strateji kullanırken ardışık terimler arasındaki farkın dört olduğunu bulmuştur, bir sonraki terimi bulmak için bir önceki terime dört ekleyerek doğru cevaba ulaşmıştır.

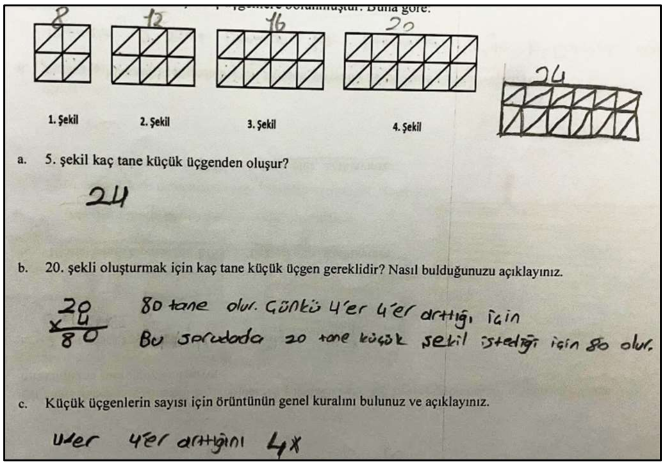
Birinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme ve örüntünün orta adımında orantı stratejisini kullanan Ö43’ ün yanıtı Şekil 4.22’ de sunulmuştur.



Şekil 4.22: Ö43’ ün orantı stratejisi örneği.

Ö43’ ün birinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde örüntünün yakın adımında modelleme stratejisini kullanarak beşinci şekildeki küçük üçgen sayısını doğru bulmuştur. Örüntünün orta adımında orantı stratejisini kullanmıştır. Öğrenci genelleme yaparken tek bir adımdan yola çıkarak hareket etmiştir bu nedenle orta uzaklıktaki küçük üçgen sayısını yanlış bulmuştur.

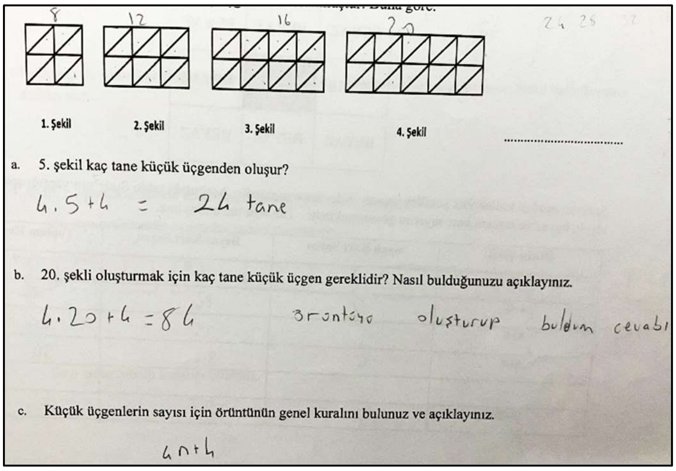
Birinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme ve örüntünün orta adımında farkın çarpımı stratejisini kullanan $Ö_{58}$' in yanıtı Şekil 4.23' te sunulmuştur.



Şekil 4.23: $Ö_{58}$' in farkın çarpımı stratejisi örneği.

$Ö_{58}$' in birinci soruya ait cevabına bakıldığında örüntünün yakın adımında küçük üçgen sayısını çizerek bulmuştur. Örüntünün orta adımında farkın çarpımı stratejisini kullanarak terimler arasındaki ortak farkı dört bulmuş ve yirminci şekil istendiği için 4x20=80 hesaplamasını yaparak yanlış yanıt vermiştir.

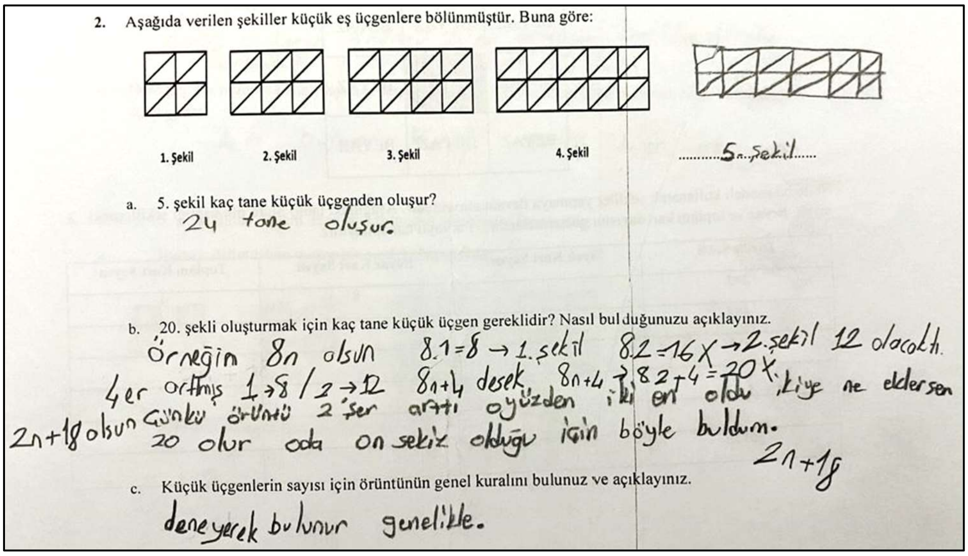
Birinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında ve örüntünün orta adımında fonksiyonel stratejiyi kullanan $Ö_{66}$' nın yanıtı Şekil 4.24' te sunulmuştur.



Şekil 4.24: $Ö_{66}$'nın fonksiyonel strateji örneği.

$Ö_{66}$' nın birinci soruya verdiği cevapta öğrencinin herhangi bir adımdaki küçük üçgen sayısını bulmak için şekil numarası ile küçük üçgen arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade ettiği görülmektedir. $Ö_{66}$ fonksiyonel stratejiyi örüntünün hem yakın hem orta adımda kullanarak küçük üçgen sayılarını doğru bulmuştur.

Birinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme stratejisi ve örüntünün orta adımında tahmin kontrol stratejisini kullanan $Ö_{86}$' nın yanıtı Şekil 4.25' te sunulmuştur.



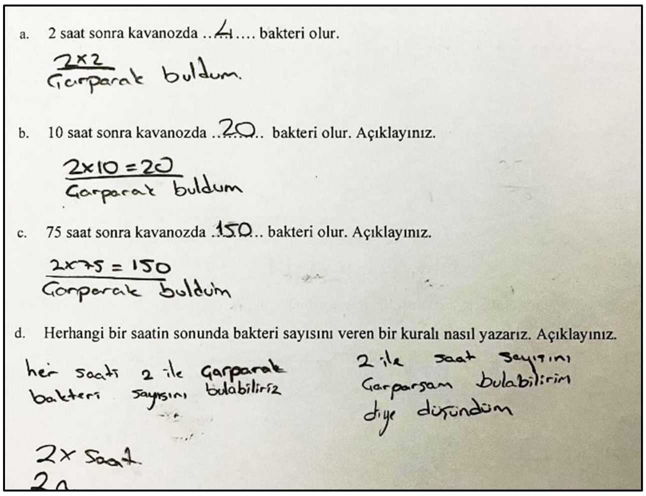
Şekil 4.25: $Ö_{86}$' nın tahmin kontrol stratejisi örneği.

$Ö_{86}$' nın birinci soruya ait yanıtı incelendiğinde yakın adımda modelleme stratejisini kullanmıştır. Örüntünün orta adımındaki yirminci şekli oluşturmak için 2n+18 küçük üçgen olması gerektiğini tahmin etmiştir. Öğrencinin orta adımda tahmin kontrol stratejisini kullanmıştır, problem durumunu temsilen bir cebirsel ilişki oluşturduğu ancak girdi ve çıktı olarak düşünsede şekil ve üçgen sayısını bireysel düşünmüş cebirsel ilişki kuramamıştır.

Geometrik örüntü türünden olan ikinci soruda, öğrencilerin en çok örüntünün yakın, orta ve uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullandıkları görülmüştür. Öğrencilerin %63.81' inin yakın, %68.42' sinin orta ve %44.73' ünün uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullandığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin %9.21' inin yakın adımda, %28.28' inin orta adımda, %34.21' inin uzak adımda ikinci soruyu boş bıraktıkları görülmüştür.

İkinci soruda a seçeneği yakın adım, b seçeneği orta adım ve c seçeneği uzak adım olarak değerlendirilmiştir. Herhangi bir saatin sonundaki bakterinin sayısı 2^n genel kuralıyla bulunmaktadır. Bu bağlamda 2 saat sonra 2^2, 10 saat sonra 2^{10}, 75 saat sonra 2^{75} bakteri olmalıdır.

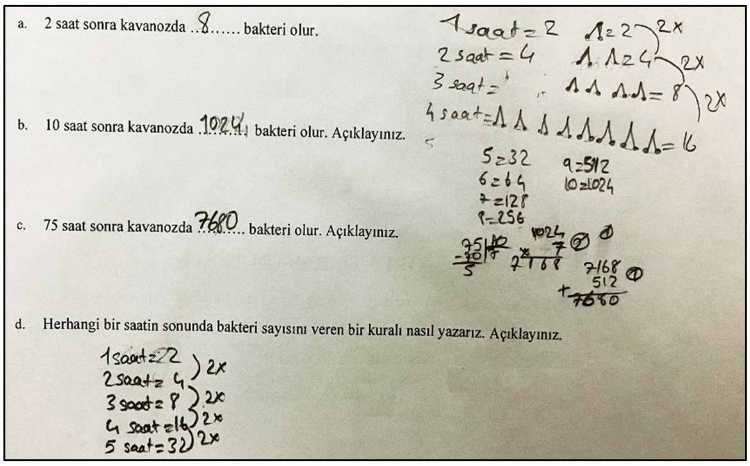
İkinci soruya ilişkin örüntünün yakın, orta ve uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullanan $Ö_{15}$' in yanıtı Şekil 4.26' da sunulmuştur.



Şekil 4.26: Ö$_{15}$’ in fark ile çarpma stratejisi örneği.

Ö$_{15}$’ in ikinci soruya ait cevabına bakıldığında öğrencinin örüntünün yakın, orta ve uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullandığı görülmektedir. Terimler arasındaki ortak farkı iki olarak belirlediği ve istenilen terimlerle ortak farkı çarparak örüntünün yakın, orta ve uzak adımdaki bakteri sayılarını yanlış hesapladığı görülmüştür.

İkinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme, örüntünün uzak adımında “girdi değerinin ayrıştırılması” stratejisini kullanan Ö$_{65}$’ in yanıtı Şekil 4.27’ de sunulmuştur.



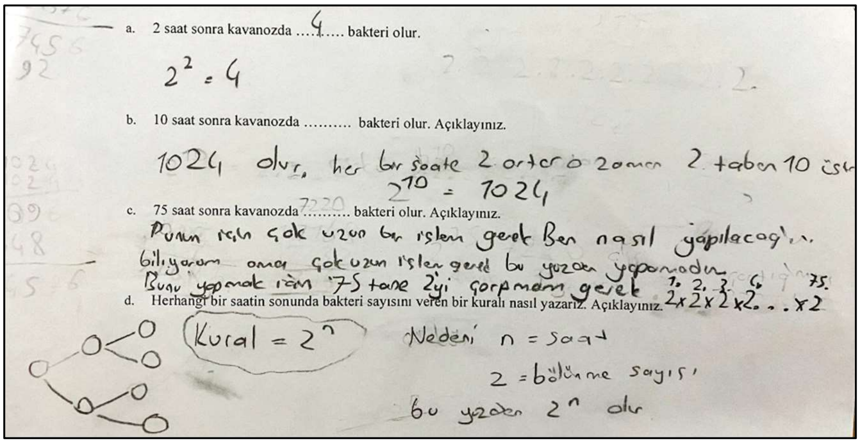
:

Şekil 4.27: Ö$_{65}$’ in modelleme ve girdi değerinin ayrıştırılması stratejisi örneği.

Ö$_{65}$’ in ikinci soruya verdiği yanıta bakıldığında örüntünün yakın adımında modelleme stratejisini kullanarak doğru cevabı bulmuştur. Çizdiği modelden yararlanarak örüntünün terimleri arasındaki ortak özelliğin farkına vardığı ve örüntünün orta adımındaki bakteri sayısını doğru bulduğu görülmektedir. Uzak adımda ise girdi değerinin ayrıştırılması stratejisini kullanmıştır. 75 saat sonraki bakteri sayısını bulmak için 75’ i yani girdi değerini

75 = (10 x 7) + 5 şeklinde ayrıştırmıştır. 10 saat sonra 1024, 5 saat sonunda 512 bakteri olduğu için (1024 x 7) + 512 = 7168 + 512 = 7680 bakteri olacağını bulmuştur.

İkinci soruya ilişkin örüntünün yakın, orta ve uzak adımında fonksiyonel stratejiyi kullanan $Ö_5$’ in yanıtı Şekil 4.28’ de sunulmuştur.



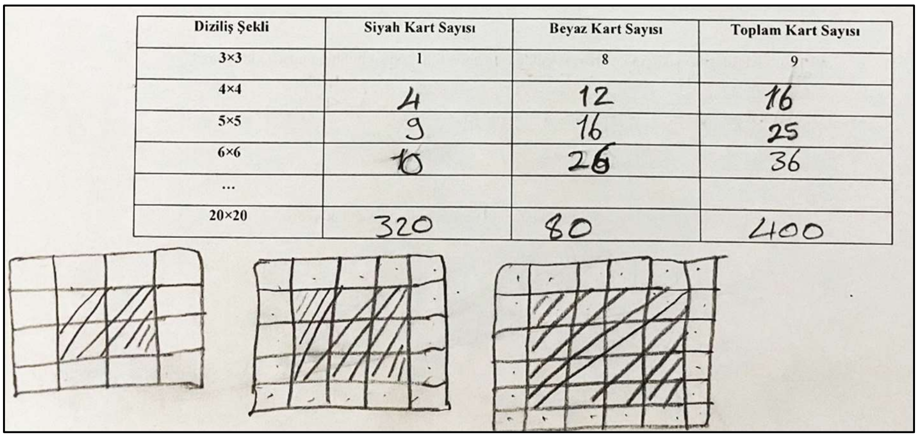
Şekil 4.28: $Ö_5$’ in fonksiyonel strateji örneği.

Ö5’in ikinci soruya ait yanıtı incelendiğinde örüntünün yakın, orta ve uzak adımında fonksiyonel stratejiyi kullanılmıştır. Saat ve bakteri sayısı arasındaki ilişkinin doğru tespit edilerek örüntünün genel kuralını 2^n şeklinde oluşturduğu görülmektedir.

Özel sayı örüntüsü türünden olan üçüncü soruda en çok kullanılan stratejiler örüntünün yakın adımında parçaları sayma (modelleme), örüntünün orta adımı ve örüntünün uzak adımında yinelemeli (eklemeli) stratejileri olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin %33.55’ inin örüntünün yakın adımında parçaları sayma (modelleme), %37.50’ sinin örüntünün orta adımında yinelemeli (eklemeli), %27.63’ ünün örüntünün uzak adımında yinelemeli(eklemeli) stratejileri tercih ettikleri tespit edilmiştir. Bununla beraber üçüncü soruyu öğrencilerin %25’ inin yakın adımda, %28.28’ inin orta adımda , %53.94’ ünün uzak adımda boş bıraktıkları görülmüştür.

Üçüncü soruda herhangi bir dizilişteki toplam kart sayısı n^2, siyah kart sayısı $(n-2)^2$, beyaz kart sayısı $n^2-(n-2)^2$ genel kuralıyla bulunmaktadır.

Üçüncü soruya ilişkin örüntünün yakın adımı ve örüntünün orta adımında modelleme stratejisini kullanan $Ö_2$’nin yanıtı Şekil 4.29’ da sunulmuştur.

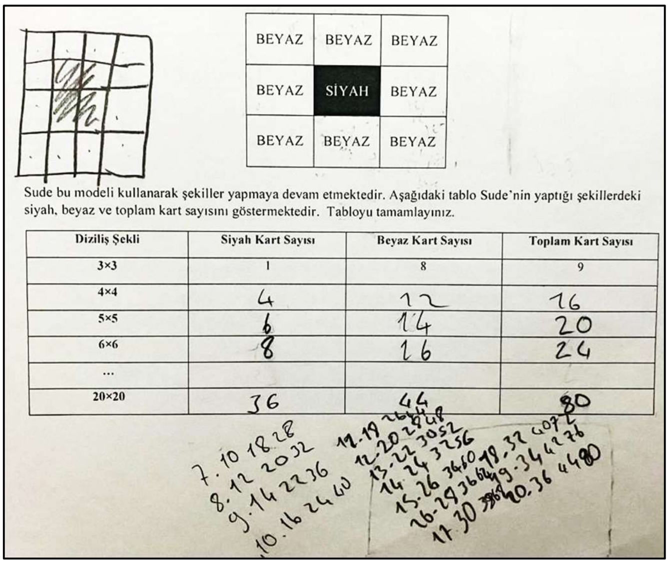


Diziliş Şekli	Siyah Kart Sayısı	Beyaz Kart Sayısı	Toplam Kart Sayısı
3×3	1	8	9
4×4	4	12	16
5×5	9	16	25
6×6	16	20	36
...			
20×20	320	80	400

Şekil 4.29: Ö$_2$' nin modelleme strateji örneği.

Ö$_2$' nin üçüncü soruya ait yanıtına bakıldığında örüntünün yakın adımı ve örüntünün orta adımında modelleme stratejisini kullanmıştır. Siyah, beyaz ve toplam kart sayısını çizdiği şekillerden yararlanarak doğru bulmuştur. Ancak örüntünün uzak adımındaki modeli çizememiş ve yanlış yanıtlar vermiştir.

Üçüncü soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme stratejisini, örüntünün orta adımı ve uzak adımında yinelemeli stratejiyi kullanan Ö$_{79}$' un yanıtı Şekil 4.30' da sunulmuştur.



BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ
BEYAZ	SİYAH	BEYAZ
BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ

Sude bu modeli kullanarak şekiller yapmaya devam etmektedir. Aşağıdaki tablo Sude'nin yaptığı şekillerdeki siyah, beyaz ve toplam kart sayısını göstermektedir. Tabloyu tamamlayınız.

Diziliş Şekli	Siyah Kart Sayısı	Beyaz Kart Sayısı	Toplam Kart Sayısı
3×3	1	8	9
4×4	4	12	16
5×5	6	14	20
6×6	8	16	24
...			
20×20	36	44	80

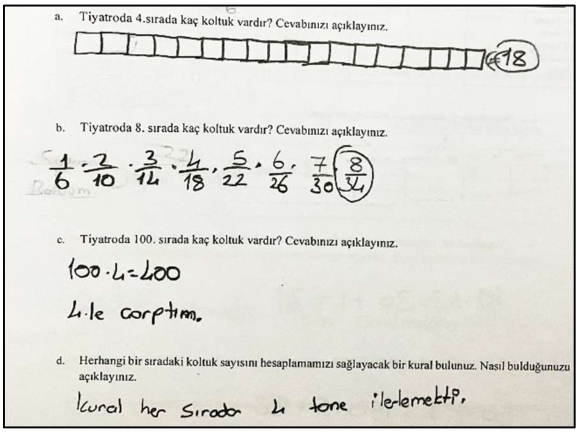
Şekil 4.30: Ö$_{79}$' un yinelemeli strateji örneği.

Ö$_{79}$' un üçüncü soruya ait cevabında 4x4'lük dizilişteki siyah, beyaz ve toplam kart sayısını bulmak için modelleme stratejisini kullanmıştır. Ancak ondan sonraki dizilişlerde siyah ve beyaz kart sayısını ikişer ikişer, toplam kart sayısını dörder dörder arttırarak yinelemeli stratejiyi kullanmıştır.

2D örüntü türünden olan dördüncü soruda örüntünün yakın adımı ve örüntünün orta adımında yinelemeli stratejinin, örüntünün uzak adımında fark ile çarpma stratejisinin en çok tercih edilen stratejiler olduğu görülmüştür. Öğrencilerin %68.41’ i yakın adımda ve %53.94’ ü orta adımda yinelemeli strateji, %44.07’ si uzak adımda fark ile çarpma stratejisini kullanmıştır. Dördüncü soruda %7.89’ u yakın, %5.92’ si orta ve %18.42’ sinin uzak adımda boş bıraktıkları görülmüştür.

Dördüncü soruda herhangi bir sıradaki koltuk sayısını sayısı 4n + 2 genel kuralıyla bulunmaktadır. Buna göre dördüncü sırada 18, sekizinci sırada 34, yüzüncü sırada 402 koltuk olmalıdır.

Dördüncü soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme stratejisini, örüntünün orta adımında yinelemeli stratejiyi ve örüntünün uzak adımında fark ile çarpma stratejisini kullanan Ö$_{18}$’ in yanıtı Şekil 4.31’ de sunulmuştur.


a. Tiyatroda 4.sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

18

b. Tiyatroda 8. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34

c. Tiyatroda 100. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

100·4=400

4 ile çarptım.

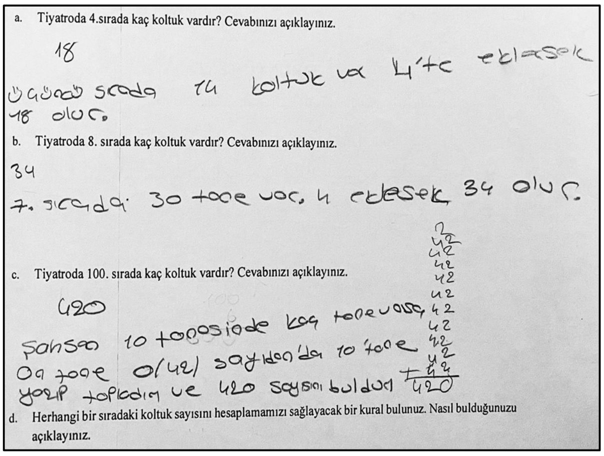
d. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamamızı sağlayacak bir kural bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

kural her sırada 4 tane ilerlemektir.

Şekil 4.31: Ö$_{18}$’ in modelleme, yinelemeli ve farkın çarpımı stratejisi örneği.

Ö$_{18}$’ in dördüncü soruda örüntü genelleme sürecinde kullandığı stratejiler incelendiğinde yakın adımda modelleme stratejisini kullanmıştır. Ö$_{18}$ örüntünün ardışık terimleri arasındaki farkı dört bulmuştur ve örüntünün bir sonraki terimini elde etmek için bir önceki terimden yararlanmıştır. Bu nedenle örüntünün orta adımını bulmak için yinelemeli stratejiyi kullanmıştır. Ö$_{18}$ örüntünün orta adımını doğru bulmuştur. Uzak adımda farkın çarpımı stratejisini kullanarak hatalı sonuca ulaşmıştır.

Dördüncü soruya ilişkin örüntünün yakın adım ve orta adımda yinelemeli stratejiyi ve örüntünün uzak adımında fark ile çarpma stratejisini kullanan Ö$_{130}$’ un yanıtı Şekil 4.32’ de sunulmuştur.


a. Tiyatroda 4.sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

18

üçüncü sırada 14 koltuk var 4'ü eklesek 18 olur.

b. Tiyatroda 8. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

34

7. sırada 30 tane var, 4 eklesek 34 olur.

c. Tiyatroda 100. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

420

çünkü 10 tanesinde kaç tane varsa o (42) sayıdan'da 10 tane yazıp topladım ve 420 sayısını buldum

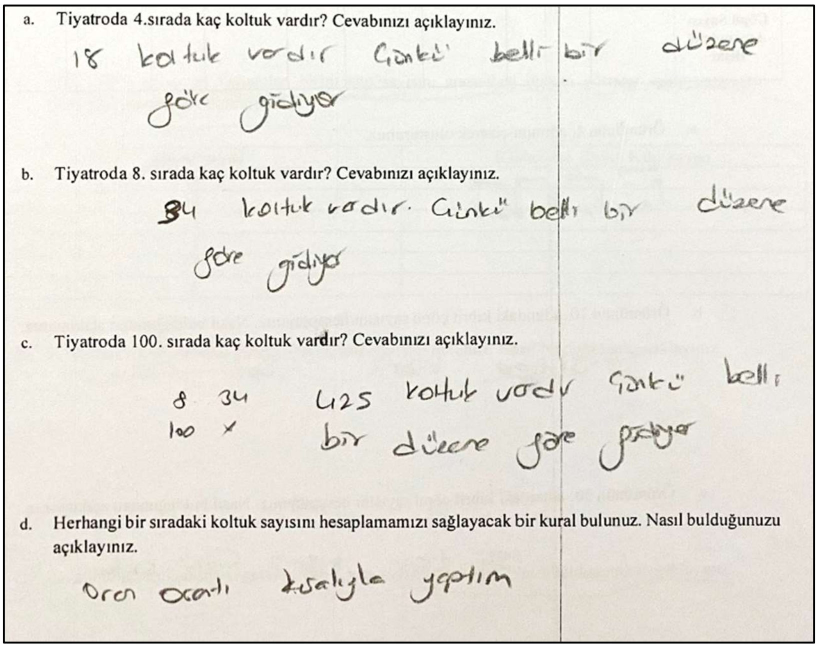
42 42 42 42 42 42 42 42 42 42 = 420

d. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamamızı sağlayacak bir kural bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Şekil 4.32: Ö130' un girdi değerinin ayrıştırılması ve yinelemeli strateji örneği.

Ö130' un dördüncü soruya ait cevabına bakıldığında örüntünün yakın adımı ve orta adımda yinelemeli stratejiyi tercih ettiği belirlenmiştir. Ö130 örüntünün iki terimi arasındaki sabit farkı 4 bulmuş ve bir sonraki terimi bulmak için 4' ü bir önceki terime ekleyerek devam etmiştir. Örüntünün uzak adımını bulmak için girdi değerinin ayrıştırılması stratejisini kullanmıştır. Onuncu sıradaki koltuk sayısını 42 olarak bulmuştur, yüzüncü sıradaki koltuk sayısını bulmak için girdi değerini 100 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10" şeklinde ayrıştırmış, çıktı değerini "42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 + 42 = 420" bulmuştur.

Dördüncü soruya ilişkin örüntünün yakın adımı ve orta adımında yinelemeli stratejiyi ve örüntünün uzak adımında orantı stratejisini kullanan Ö43' ün yanıtı Şekil 4.33' de sunulmuştur.



a. Tiyatroda 4.sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

18 koltuk vardır çünkü belli bir düzene göre gidiyor

b. Tiyatroda 8. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

34 koltuk vardır. Çünkü belli bir düzene göre gidiyor

c. Tiyatroda 100. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

8 34
100 x

425 koltuk vardır çünkü belli bir düzene göre gidiyor

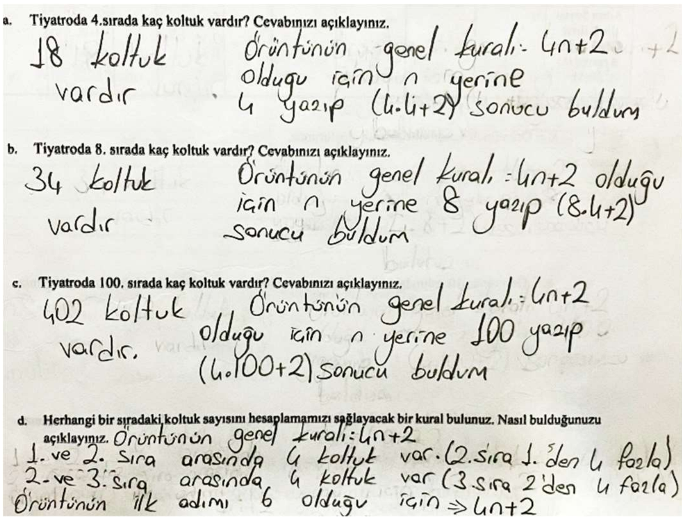
d. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamamızı sağlayacak bir kural bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Oran orantı kuralıyla yaptım

Şekil 4.33: Ö43’ ün yinelemeli ve orantı strateji örneği.

Ö43’ ün dördüncü soruya verdiği yanıta bakıldığında örüntünün yakın adımı ve orta adımında yinelemeli strateji kullanmıştır. Uzak adımda orantı stratejisini tercih ettiği görülmektedir. Sekizinci sırada 34 koltuk varsa yüzüncü sıradaki koltuk sayısını bulmak için orantı kurmuştur. Hatta açıklamasında “oran orantı” kuralı ile yaptığını belirtmiştir.

Dördüncü soruya ilişkin örüntünün yakın, orta ve uzak adımında fonksiyonel stratejiyi kullanan Ö135’ ün yanıtı Şekil 4.34’ de sunulmuştur.



a. Tiyatroda 4.sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

18 koltuk vardır

Örüntünün genel kuralı: 4n+2 olduğu için n yerine 4 yazıp (4.4+2) sonucu buldum

b. Tiyatroda 8. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

34 koltuk vardır

Örüntünün genel kuralı: 4n+2 olduğu için n yerine 8 yazıp (8.4+2) sonucu buldum

c. Tiyatroda 100. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

402 koltuk vardır.

Örüntünün genel kuralı: 4n+2 olduğu için n yerine 100 yazıp (4.100+2) sonucu buldum

d. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamamızı sağlayacak bir kural bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Örüntünün genel kuralı: 4n+2
1. ve 2. sıra arasında 4 koltuk var. (2. sıra 1.'den 4 fazla)
2. ve 3. sıra arasında 4 koltuk var (3. sıra 2'den 4 fazla)
Örüntünün ilk adımı 6 olduğu için ⇒ 4n+2

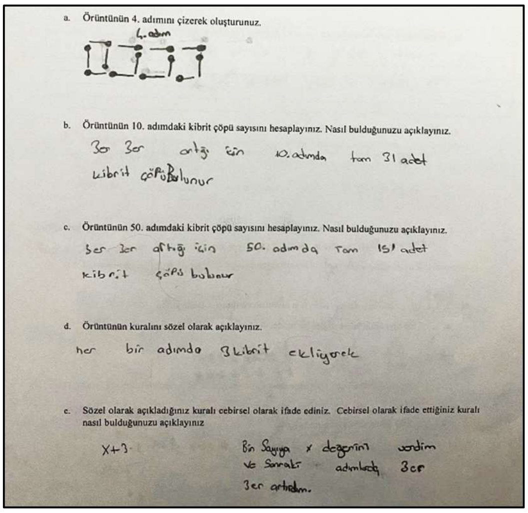
Şekil 4.34: Ö135’ in fonksiyonel strateji örneği.

$Ö_{135}$' in dördüncü soruya ait cevabı incelendiğinde örüntünün yakın, orta ve uzak adımında fonksiyonel stratejiyi kullanılmıştır. $Ö_{135}$ sıra numarası ve koltuk sayısı arasındaki ilişkiyi fark ederek bu ilişkiyi fonksiyonel bir kural olarak ifade edebilmiştir.

2D örüntü türünden olan beşinci soruda örüntünün yakın adımında parçaları sayma, örüntünün orta adımı ve uzak adımında ise fonksiyonel stratejilerin en çok tercih edildiği belirlenmiştir. Öğrencilerin %77.63' ü yakın adımda parçaları sayma, % 26.31' i orta adımda fonksiyonel ve % 28.28' i uzak adımda fonksiyonel stratejileri kullanmıştır. Beşinci soruda öğrencilerin % 3.94' ü yakın, % 11.84' ü orta ve % 21.71' i uzak adımı boş bırakmıştır.

Beşinci soruda öğrencilerden beklenen herhangi bir adımdaki kibrit çöpü sayısını sayısı (3n + 1) genel kuralıyla ifade etmesidir. Buna göre dördüncü adımda 13, onuncu adımda 31, ellinci adımda 151 koltuk olmalıdır.

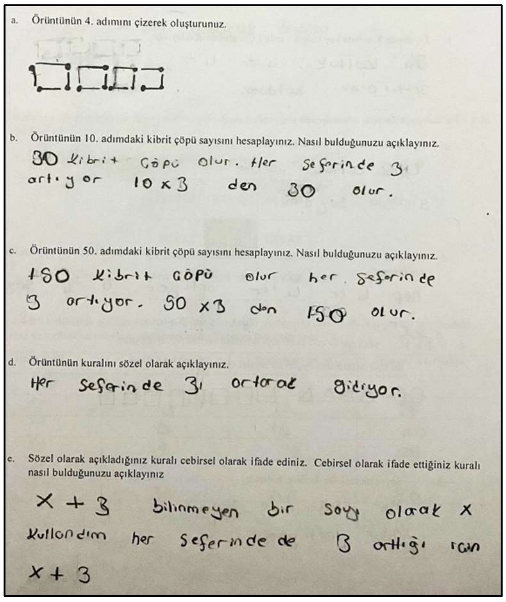
Beşinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme stratejisi, örüntünün orta ve uzak adımında yinelemeli stratejiyi kullanan $Ö_{134}$' ün yanıtı Şekil 4.35' de sunulmuştur.



Şekil 4.35: $Ö_{134}$' ün modelleme ve yinelemeli strateji örneği.

$Ö_{134}$' ün beşinci soruya verdiği cevap incelendiğinde örüntünün yakın adımını bulmak için modelleme stratejisini kullanmıştır. Örüntünün orta adımında ve uzak adımında yinelemeli stratejiyi tercih etmiştir. Her adımda kibrit çöpü sayısının üç arttığını fark etmiş ve bir sonraki terimi bulmak için bir önceki terime üç ekleyerek doğru cevaba ulaşmıştır.

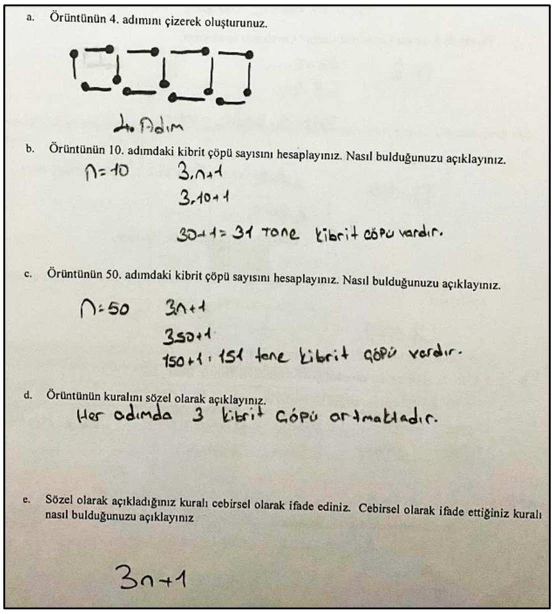
Beşinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme stratejisi, örüntünün orta ve uzak adımında yinelemeli stratejiyi kullanan $Ö_{94}$' ün yanıtı Şekil 4.36' da sunulmuştur.



Şekil 4.36: Ö94’ ün modelleme ve farkın çarpımı stratejisi örneği.

Ö94’ ün beşinci soruya ait cevabı incelendiğinde örüntünün yakın adımını bulmak için modelleme stratejisini tercih etmiştir. Örüntünün orta adımı ve uzak adımını bulmak için farkın çarpımı stratejisini kullandığı görülmektedir. Öğrenci ardışık terimler arasındaki farkı 3 olarak bulmuştur. 10. ve 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını bulmak için terimler arası farkla istenilen adımları çarpmıştır.

Beşinci soruya ilişkin örüntünün yakın adımında modelleme stratejisi, örüntünün orta ve uzak adımında fonksiyonel stratejiyi kullanan Ö131’ in yanıtı Şekil 4.37’ de sunulmuştur.



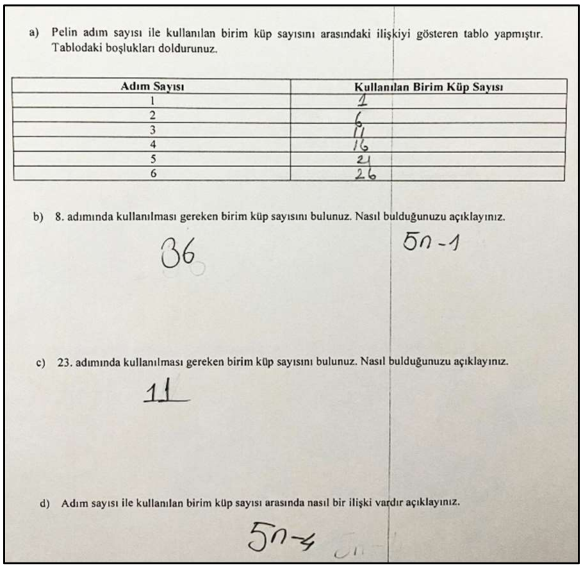
Şekil 4.37: Ö131’ in modelleme ve fonksiyonel strateji örneği.

Ö131’ in beşinci soruya verdiği yanıta bakıldığında yakın adımda modelleme stratejisini kullandığı görülmektedir. Orta ve uzak adımda girdi-çıktı arasındaki ilişkiyi inceleyerek örüntüye ait kuralı elde etmiştir. Ö131’ in örüntüdeki ortak noktayı kibrit çöpü sayısının her adımda üçer arttığını düşünmüş, bu ortak özelliği tüm terimlere genellemiş, herhangi bir adımdaki kibrit çöpü sayısını bulunmasını sağlayacak 3n+1 kuralını oluşturmuştur. Örüntünün 10. adımı ve 50. adımındaki kibrit çöpü sayısını fonksiyonel stratejiyi kullanarak kolaylıkla bulmuştur.

3D örüntü türünden olan altıncı soruda en çok kullanılan stratejiler yakın adımda parçaları sayma, orta ve uzak adımda yinelemeli olarak belirlenmiştir. Öğrencilerin % 35.52’ si yakın adımda parçaları sayma, %35.52’ si orta adımda yinelemeli ve % 26.97’ si uzak adımda yinelemeli stratejiyi en çok tercih etmiştir. Altıncı soruda öğrencilerin % 38.15’ i yakın, %44.73’ ü orta ve % 53.28’ i uzak adımı boş bıraktığı tespit edilmiştir.

Altıncı soruda öğrenciden beklenen herhangi bir adımdaki kullanılan birim küp sayısını sayısı $2n^2$-n genel kuralıyla ifade etmesidir. Buna göre beşinci adımda 45, altıncı adımda 66, sekizinci adımda 120, yirmi üçüncü adımda 1035 birim küp olmalıdır.

Altıncı soruya ilişkin örüntünün yakın, orta ve uzak adımında tahmin kontrol stratejini kullanan Ö90’ nın yanıtı Şekil 4.38’ de sunulmuştur.



a) Pelin adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısını arasındaki ilişkiyi gösteren tablo yapmıştır. Tablodaki boşlukları doldurunuz.

Adım Sayısı	Kullanılan Birim Küp Sayısı
1	1
2	6
3	11
4	16
5	21
6	26

b) 8. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

36 5n-1

c) 23. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

11

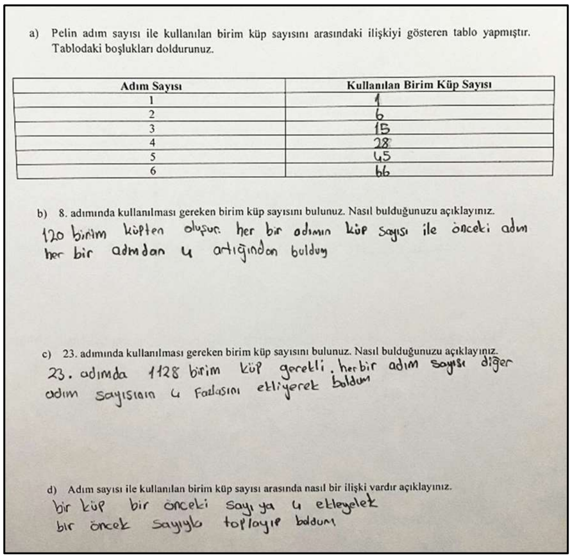
d) Adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır açıklayınız.

5n-4

Şekil 4.38: Ö90’ nın tahmin kontrol stratejisi örneği.

Ö90’ nın altıncı soruya ait cevabı incelendiğinde yakın, orta ve uzak adımda tahmin kontrol stratejisi kullanmıştır. Öğrenci 5n-4, 5n-1 şeklinde iki farklı kural ortaya koymuştur. Örüntünün genel kuralını ifade edememiştir. Bu nedenle istenilen adımlardaki birim küp sayılarını doğru hesaplayamamıştır. Örüntüdeki birim küp sayısının her adımda arttığı verilen modelden görülmektedir. Öğrenci üçüncü ve yirmi üçüncü adımda kullanılması gereken birim küp sayısını 11 bulmuştur. Buradan $Ö_{90}$’ nın belirli işlem mantığına dayanmayan hesaplamalar yaptığı görülmektedir.

Altıncı soruya ilişkin örüntünün yakın, orta ve uzak adımında yinelemeli stratejiyi kullanan $Ö_{100}$’ ün yanıtı Şekil 4.39’ da sunulmuştur.



a) Pelin adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısını arasındaki ilişkiyi gösteren tablo yapmıştır. Tablodaki boşlukları doldurunuz.

Adım Sayısı	Kullanılan Birim Küp Sayısı
1	1
2	6
3	15
4	28
5	45
6	66

b) 8. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

120 birim küpten oluşur. her bir adımın küp sayısı ile önceki adım her bir admdan 4 artığından buldum

c) 23. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

23. adımda 1128 birim küp gerekli. herbir adım sayısı diğer adım sayısının 4 Fazlasını ekliyerek buldum

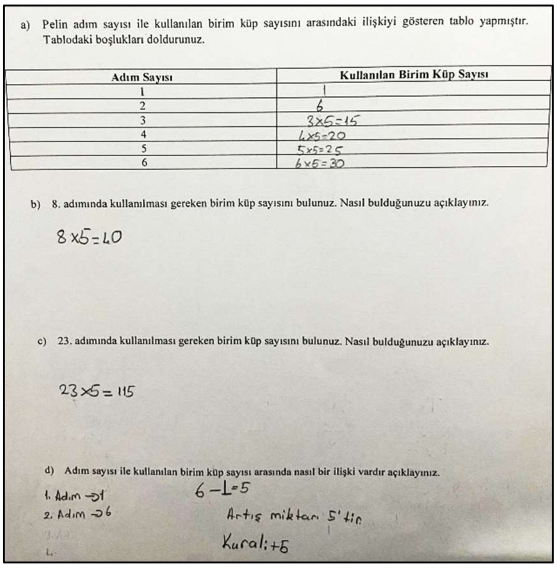
d) Adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır açıklayınız.

bir küp bir önceki sayıya 4 ekleyelek bir öncek sayıyla toplayıp buldum

Şekil 4.39: $Ö_{100}$’ ün yinelemeli strateji örneği.

$Ö_{100}$’ ün altıncı soruya ait cevabına bakıldığında yakın, orta ve uzak adımda yinelemeli stratejiyi tercih etmiştir. Bu stratejiyi kullanarak yakın ve orta adımdaki birim küp sayısını doğru bulmuş ancak uzak adımdaki birim küp sayısını yanlış bulmuştur.

Altıncı soruya ilişkin örüntünün yakın, orta ve uzak adımında farkın çarpımı stratejisini kullanan $Ö_{133}$’ ün yanıtı Şekil 4.40’ da sunulmuştur.



a) Pelin adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısını arasındaki ilişkiyi gösteren tablo yapmıştır. Tablodaki boşlukları doldurunuz.

Adım Sayısı	Kullanılan Birim Küp Sayısı
1	1
2	6
3	3x5=15
4	4x5=20
5	5x5=25
6	6x5=30

b) 8. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

8x5=40

c) 23. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

23x5=115

d) Adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır açıklayınız.

1. Adım → 1
2. Adım → 6

6−1=5

Artış miktarı 5'tir

Kural: +5

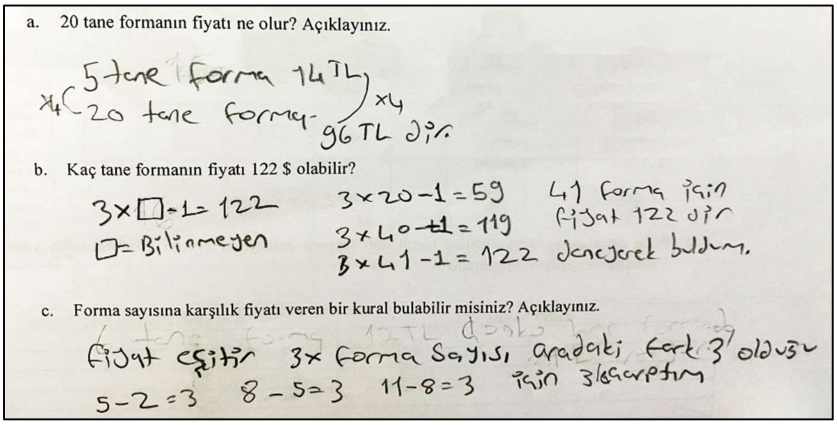
Şekil 4.40: Ö$_{133}$' ün farkın çarpımı stratejisi örneği.

Ö$_{133}$' ün altıncı soruya verdiği cevap incelendiğinde birinci ve ikinci adımdaki birim küp sayılarını verilen modelden yararlanarak sırasıyla 1 ve 6 bulmuştur. Artış miktarını bulurken sadece birinci ve ikinci terim arasındaki farka odaklanmıştır, diğer terimleri incelememiştir. Örüntünün terimleri arasındaki artış miktarını 5 olarak bulmuştur. Elde ettiği fark ile istenilen terimleri çarparak yanlış yanıtlar bulmuştur. Ö$_{133}$ yakın, orta ve uzak adımdaki farkın çarpımı stratejisini kullanmıştır.

Tablo ile temsil edilen aritmetik örüntü türünden olan yedinci soruda en çok tercih edilen stratejiler orta adımda yinelemeli, uzak adımda fark ile çarpma olarak belirlenmiştir. % 30.92' si orta adımda yinelemeli ve % 42.10' u uzak adımda fark ile çarpma stratejilerini en çok tercih ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin % 27.63' ü orta ve %29.60' ı uzak adımı boş bıraktığı görülmüştür.

Yedinci soruda öğrenciden beklenen herhangi bir forma sayısına karşılık gelen (3n -1) genel kuralıyla ifade etmesidir. Buna göre 20 tane formanın fiyatı 59, 41 tane formanın fiyatı 122 $ olmalıdır.

Yedinci soruya ilişkin örüntünün orta adımı ve örüntünün uzak adımında orantı stratejisini kullanan Ö$_{31}$' in yanıtı Şekil 4.41' de sunulmuştur.


a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

5 tane forma 14 TL
x4 20 tane forma 96 TL dir. x4

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

3x□-1= 122 3x20-1=59 41 forma için
□= Bilinmeyen 3x40-1=119 fiyat 122 dir
3x41-1=122 deneyerek buldum.

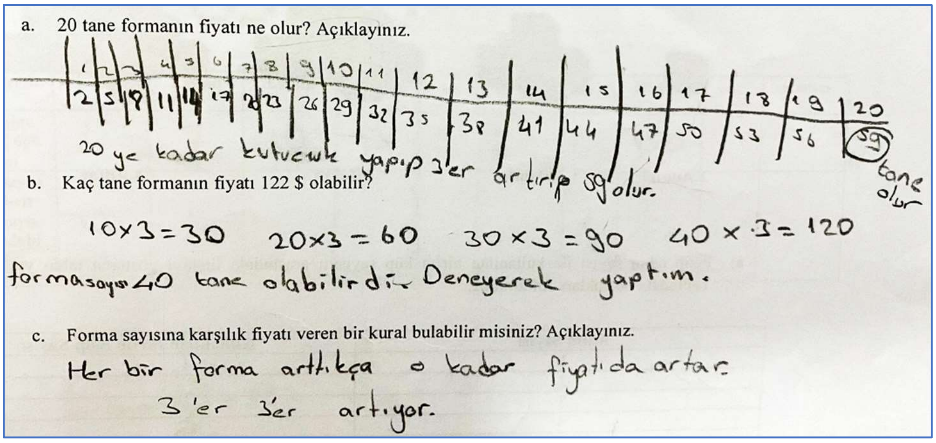
c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

fiyat eşittir 3x forma sayısı aradaki fark 3' olduğu
5-2=3 8-5=3 11-8=3 için 3 ile çarptım

Şekil 4.41: $Ö_{31}$' in orantı stratejisi örneği.

$Ö_{31}$' in yedinci soruya ait yanıtı incelendiğinde orta adımda orantı stratejisini kullanarak 20 formanın fiyatını yanlış bulduğu görülmektedir. 5 forma 14 $ ise 20 forma 20:5=4, 14x4 = 56 $ bulmuştur. Ö3 uzak adımda tahmin kontrol stratejisini kullanmıştır. Örüntüye ait genel kuralı cebirsel olarak ifade edememiştir. Örüntünün genel kuralını 3x□-1 olarak tahmin etmiştir. 20 formanın fiyatı orantı stratejisini kullanarak 56, tahmin kontrol stratejisini kullanarak 96 bulmuştur. Öğrencinin yaptığı işlemleri doğruluğunu kontrol etmediği buradan görülmektedir.

Yedinci soruya ilişkin örüntünün orta adımında yinelemeli stratejiyi ve örüntünün uzak adımında farkın çarpımı stratejisini kullanan $Ö_7$' nin yanıtı Şekil 4.42' de sunulmuştur.


a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	5	8	11	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47	50	53	56	59

20 ye kadar kutucuk yapıp 3'er artırıp 59 olur. tane olur

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

10x3=30 20x3=60 30x3=90 40x3=120
forma sayısı 40 tane olabilirdir. Deneyerek yaptım.

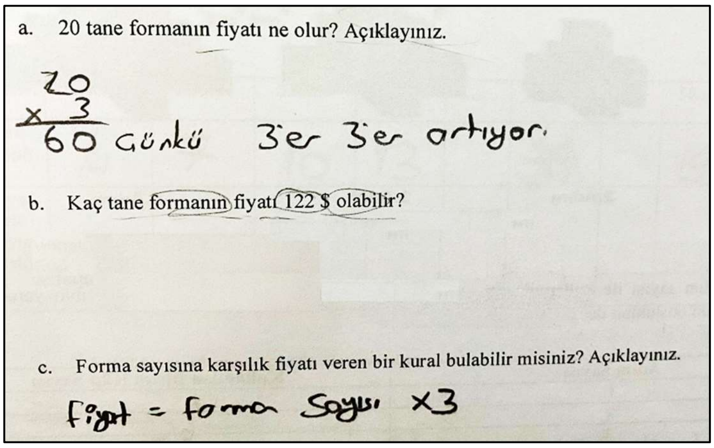
c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

Her bir forma arttıkça o kadar fiyatı da artar.
3'er 3'er artıyor.

Şekil 4.42: $Ö_7$' nin yinelemeli ve farkın çarpımı stratejisi örneği.

$Ö_7$' nin yedinci soruya ait yanıtı incelendiğinde tablo gösterimini kullanarak forma sayısı-fiyat arasındaki ilişkiyi doğru şekilde hesapladığı belirlenmiştir. $Ö_7$' nin orta adımda yinelemeli strateji kullanmıştır. $Ö_7$ orta adımdaki değeri bulmak için ardışık terimler arasındaki farka odaklanmıştır. Ardışık iki terim arasındaki farkı 3 bulmuş ve bir sonraki terimi bulmak için bir önceki terime 3 ekleyerek yirmi formanın değerini doğru bulmuştur. Uzak adımda farkın çarpımı stratejisini kullanmıştır. Fiyatlar arasındaki farkı 3 bulmuştur. İstenilen terimle sabit farkı çarparak yanlış yanıt vermiştir. $Ö_7$ uzak adımda farkın çarpımı stratejisini kullanmıştır.

Yedinci soruya ilişkin örüntünün orta adımında farkın çarpımı stratejisini kullanan $Ö_{46}$’ nın yanıtı Şekil 4.43’ te sunulmuştur.


a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

20 x 3 = 60 çünkü 3'er 3'er artıyor.

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

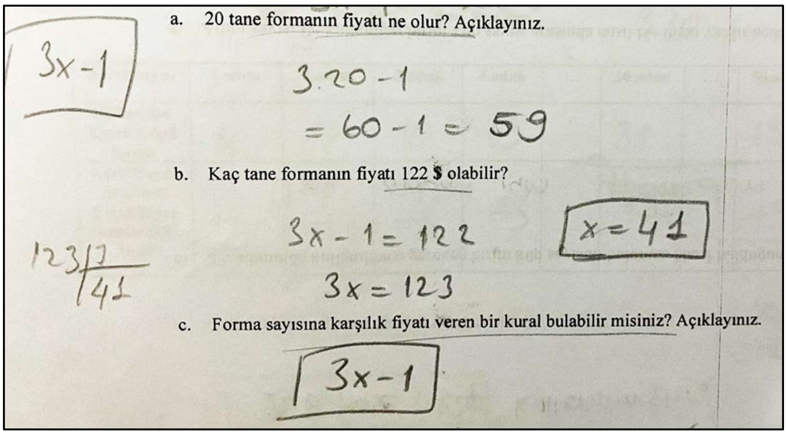
c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

Fiyat = forma sayısı x3

Şekil 4.43: $Ö_{46}$’ nın farkın çarpımı stratejisi örneği.

$Ö_{46}$’ nın yedinci soruya ait cevabı incelendiğinde orta adımda farkın çarpımı stratejisini kullanarak yanlış cevap vermiştir. Örüntünün ardışık terimler arasındaki farkı 3 olarak bulmuştur. Örüntünün kuralını “Fiyat = Forma Sayısı x 3 “şeklinde geliştirmiştir. Oluşturduğu kuraldan hareketle 20 formanın fiyatını 20 x 3 = 60 bulmuştur. Uzak adımı bulamamış, boş bırakmıştır.

Yedinci soruya ilişkin örüntünün orta adımı ve uzak adımında fonksiyonel stratejiyi kullanan $Ö_{67}$’ nin yanıtı Şekil 4.44’ te sunulmuştur.


$\boxed{3x-1}$

a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

$3.20-1$
$= 60-1 = 59$

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

$3x-1=122$
$3x=123$
$\boxed{x=41}$

123/3 = 41

c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

$\boxed{3x-1}$

Şekil 4.44: $Ö_{67}$’ nin fonksiyonel strateji örneği.

$Ö_{67}$' nin yedinci soruya ait yanıtına bakıldığında forma sayısı fiyat arasındaki ilişkiyi inceleyerek örüntünün genel kuralını (3x-1) şeklinde cebirsel olarak ifade ettiği belirlenmiştir. Örüntünün orta adımı ve örüntünün uzak adımında fonksiyonel stratejiyi kullanarak doğru sonuca ulaşılmıştır.

4.3 Araştırmanın Üçüncü Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmada "Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde sahip oldukları kavram yanılgıları nelerdir?" problemine yanıt aranmıştır. Bu doğrultuda uygulanan Örüntü Testi ve açıklamalarından elde edilen veriler literatür taranarak elde edilen yanılgılar kapsamında değerlendirilmiştir. Temel alınan kavram yanılgısı olan "oran-orantı, üslü ifadeler, cebir, örüntü" çerçevesinde yanıtlar incelenmiştir. Tespit edilen yanılgıların dağılımına ilişkin frekans yüzde değerleri Tablo 4.3' te sunulmuştur.

Tablo 4.3: Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin örüntüler konusundaki kavram yanılgıları yüzde ve frekans değerleri.

	S1		**S2**		**S3**		**S4**		**S5**		**S6**		**S7**	
Kavram Yanılgıları	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma	10	9.25	-	-	-	-	39	30	34	25.18	11	11.95	23	20
Doğrusallık yanılgısı	9	8.33	1	0.81	1	1.33	4	3.07	1	0.74	-	-	12	10.43
Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme	45	41.66	3	2.45	-	-	9	6.92	26	19.25	-	-	10	8.69
Örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama	42	38.88	16	13.11	1	1.33	78	60	35	25.92	38	41.30	70	60.86
İşlem Seçiminde Yapılan Yanılgılar	-	-	102	83.60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Modeli etkili kullanamama	2	1.85	-	-	73	97.33	-	-	15	11.11	43	46.73	-	-
n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma	-	-	-	-	-	-	-	-	24	17.77	-	-	-	-

Tablo 4.3 incelendiğinde öğrencilerin sahip oldukları yanılgılara bakıldığında literatürde yer alan kavram yanılgılarına rastlandığı görülmüştür. Tüm sorularda kavram yanılgılarına sahip öğrencilerin olduğu tespit edilmiştir. Bu yanılgılar "Genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma", "Doğrusallık yanılgısı", "Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme", "Örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama", "İşlem Seçimi Yanılgısı", "Modeli etkili kullanamama", "n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma eğilimi" yanılgılarıdır (Barut, 2022; Birgin ve Demirören, 2020; Chua ve Hoyles, 2010; Girit ve Akyüz, 2016; Orton, 2009; Stacey, 1989; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017). Öğrencilerde ölçek sorularında belirlenmesi hedeflenen yanılgılar dışında başka yanılgı türüne rastlanmamıştır.

Tablo 4.3 incelendiğinde birinci soruda öğrencilerin en çok "artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgısına" sahip oldukları görülmüştür. Öğrencilerin %41.66' sının bu yanılgıya sahip olduğu belirlenmiştir. Birinci soruda öğrencilerin %9.25' inin genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma, %8.33' ünün doğrusallık yanılgısı, %38.88' inin örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama, %1.85' inin modeli etkili kullanamama yanılgılarına sahip oldukları belirlenmiştir.

Birinci soruya ilişkin "artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme" yanılgısı için $Ö_{55}$' in açıklaması şöyledir.

Birinci soruda örüntünün bileşenleri arasındaki ilişkiyi dikkate alarak küçük üçgen sayısının her şekilde dörder arttığını fark edip örüntünün genel kuralının yazılması beklenmektedir.

$Ö_{55}$' in birinci soruya ait yanıtı incelendiğinde öğrenci ardışık terimler arasındaki farka odaklandığı görülmüştür. Öğrenci verilen şekil örüntüsündeki artış değerini değişken ile doğrudan toplamıştır. $Ö_{55}$ soruya ilişkin " Üçgenler dörder artıyor. Bu yüzden küçük üçgen x+4 olur. " açıklamasını yapmıştır. Bu nedenle öğrencinin artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgısı olduğu görülmektedir.

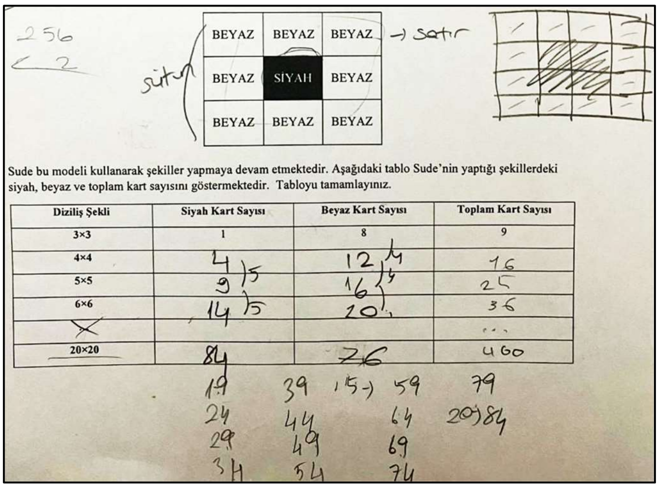
$Ö_{55}$' in birinci soruya ait yanıtı incelendiğinde öğrenci ardışık terimler arasındaki farka odaklanmıştır bu nedenle cebirsel genelleme yapamamıştır. Ardışık terimler arasındaki farkı 4 olarak bulmuş ve örüntünün genel kuralını küçük üçgen sayısı dörder dörder arttığı için x+4 olarak oluşturmuştur. Bu nedenle öğrencinin artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgısı eğiliminde olduğu görülmektedir.

İkinci soruda öğrencilerin en çok işlem seçimi yanılgısına sahip olduğu görülmüştür (Birgin ve Demirören, 2020). Öğrencilerin % 83.60’ı bu yanılgıya sahiptir. İkinci soruda öğrencilerin % 0.81’inde doğrusallık yanılgısı, %2.45’inde artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme, %13.11’inde örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgıları da belirlenmiştir.

Her saat başında 2’ ye bölünerek çoğalan bakteriye ait örüntünün yer aldığı 2. soru için $Ö_{103}$’ ün yanıtı incelendiğinde öğrencinin 1 saat sonra 2, 2 saat sonra 4 bakteri oluşacağından yola çıkarak örüntünün kuralını 2n olarak yazdığı görülmüştür. Üslü sayı ile çarpma işleminin etkisini ayırt edemeyen öğrenci ilgili soru için “ Örüntüde bakteri 2 kat olarak arttığı için 2 yazılır ve örüntü sayısı için n’ yi getiririz. 2n yazılır. ” açıklamasını yapmıştır. Öğrencinin üslü ifade ile çarpma işlemini ayırt edemediğini dolayısıyla kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

Üçüncü soruda modeli etkili kullanamama yanılgısı en çok tespit edilen yanılgıdır (Becker ve Rivea, 2005). Öğrencilerin %97.33’ ünün modeli etkili kullanamadığı belirlenmiştir. Bunun yanında öğrencilerin %1.33’ ünde doğrusallık yanılgısı ve %1.33’ ünün örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür.

Üçüncü soruya ilişkin modeli etkili kullanamama yanılgısına sahip olan $Ö_{79}$’ un yanıtı Şekil 4.45’ te sunulmuştur.



BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ
BEYAZ	SİYAH	BEYAZ
BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ

Sude bu modeli kullanarak şekiller yapmaya devam etmektedir. Aşağıdaki tablo Sude’nin yaptığı şekillerdeki siyah, beyaz ve toplam kart sayısını göstermektedir. Tabloyu tamamlayınız.

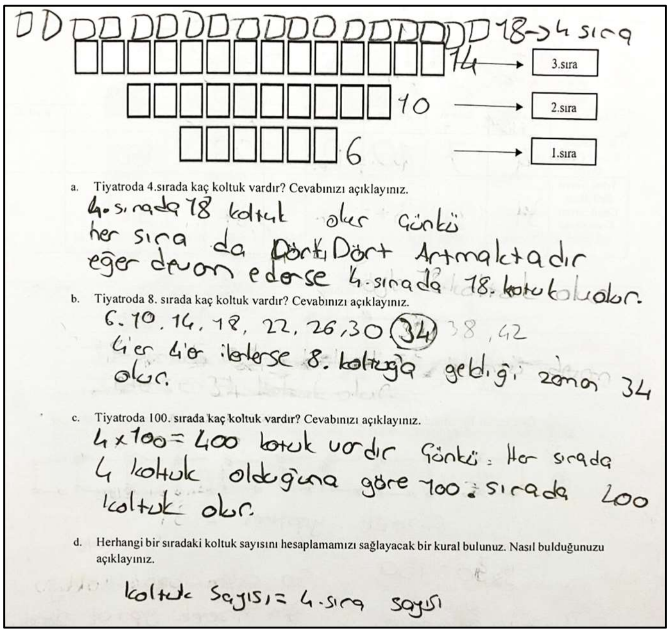
Diziliş Şekli	Siyah Kart Sayısı	Beyaz Kart Sayısı	Toplam Kart Sayısı
3×3	1	8	9
4×4	4	12	16
5×5	9	16	25
6×6	14	20	36
			...
20×20	84	76	460

Şekil 4.45: $Ö_{79}$’ un modeli etkili kullanamama yanılgısı örneği.

$Ö_{79}$’ un üçüncü soruya ait cevabı incelendiğinde 4x4 ve 5x5 diziliş şeklini verilen modelden yararlanarak doğru şekilde oluşturmuştur. İstenilen diğer dizilişlerde modelden yararlanmak yerine nümerik ilişkiye odaklanmıştır. $Ö_{79}$ şekil numarası ile şekillerde kullanılan nesne sayısı arasında bağlantı kurmamıştır. Öğrencinin modeli etkili kullanamadığı görülmektedir. Siyah kare sayısını şekle dikkat etmeden 1, 4, 9, … biçiminde sıralanmış 4 ile 9 arasında artış miktarını “5” olarak tespit ettikten sonra sabit artış miktarına odaklanarak 14, 19, … 84 şeklinde modeli test ederek şekil örüntüsü inşa etmiştir. Benzer durum beyaz kare sayısı içinde söz konusudur. Beyaz kare sayısında 4x4’ lük kare için doğru kare sayısı ile 5x5’ lik kare için doğru kare sayısını artış miktarını 4 olarak düşünerek hesaplamıştır. Artış miktarı sabit olduğu için beyaz kare sayısını doğru hesaplamıştır. Bu doğrultuda öğrencinin modeli doğru kullanamama yanılgısı olduğu söylenebilir.

Dördüncü soruda öğrencilerin % 30’ u genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma, % 3.07’ si doğrusallık yanılgısı, % 6.92’ si artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme, %60’ ı örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. Dördüncü soruda öğrencilerde 2D örüntü sorusunu yanıtlama sürecinde en çok örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısı görülmüştür.

Dördüncü soruya ilişkin örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısına sahip olan Ö$_6$’ nın yanıtı Şekil 4.46’ da sunulmuştur.

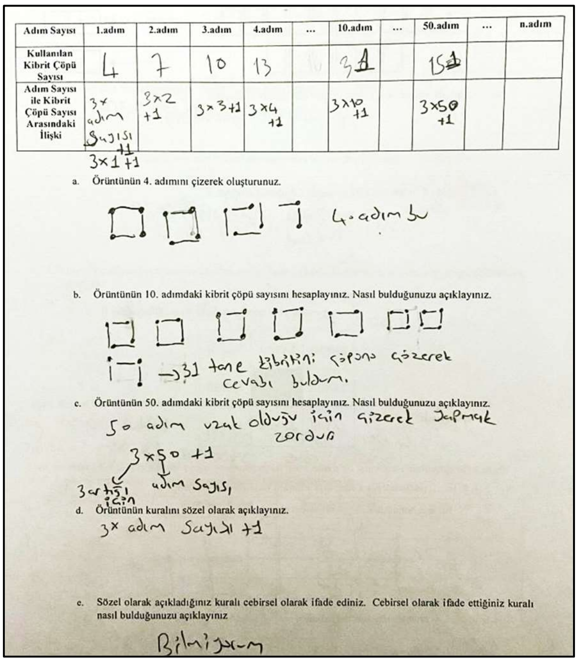


Şekil 4.46: Ö$_6$’ nın örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısı örneği.

Ö$_6$’ nın dördüncü soruya ait yanıtına bakıldığında herhangi bir sıradaki koltuk sayısını bulmak için “Koltuk Sayısı = 4. Sıra Sayısı” şeklinde genel kural yazmıştır. Benzer durum

2D örüntü sorusunu içeren beşinci maddede görülmüştür. Ö31’ in beşinci soruya ilişkin yanıtı Şekil 4.47’ de verilmiştir.

Beşinci soruya ilişkin örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısına sahip olan Ö31’ in yanıtı Şekil 4.47’ de sunulmuştur.



Adım Sayısı	1.adım	2.adım	3.adım	4.adım	...	10.adım	...	50.adım	...	n.adım
Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	4	7	10	13		31		151		
Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki	3× adım sayısı +1 3×1+1	3×2 +1	3×3+1	3×4 +1		3×10 +1		3×50 +1		

a. Örüntünün 4. adımını çizerek oluşturunuz.

4. adım bu

b. Örüntünün 10. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

→31 tane kibrit çöpünü çizerek cevabı buldum.

c. Örüntünün 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

50 adım uzak olduğu için çizerek yapmak zordur

3×50 +1

3 artığı için

adım sayısı

d. Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

3× adım sayısı +1

e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız

Bilmiyorum

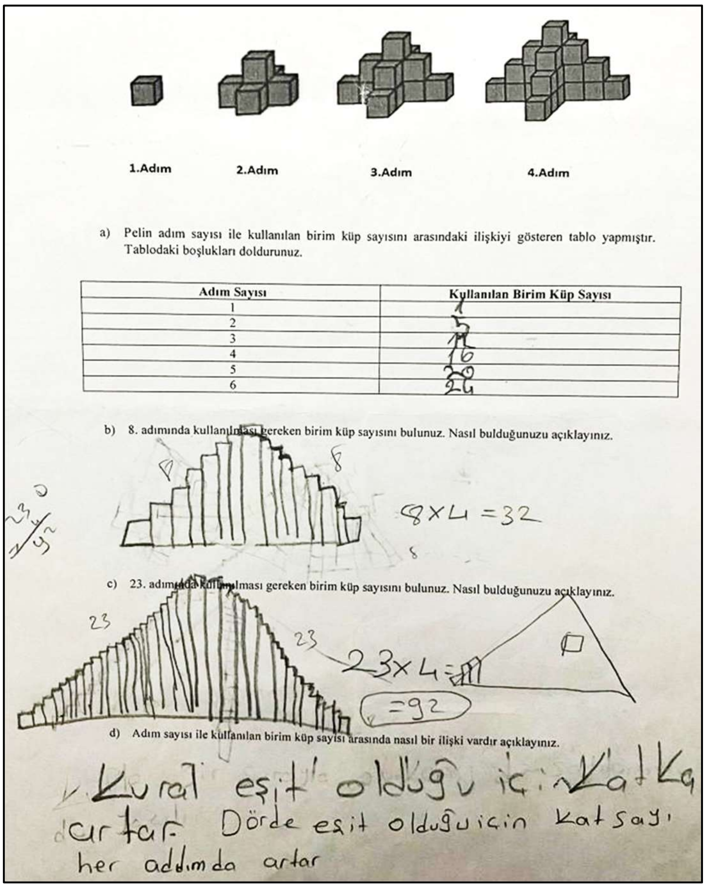
Şekil 4.47: Ö31’ in örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısı örneği.

Ö31’ in beşinci soruya ait yanıtı incelendiğinde cebirsel ifade içeren genelleme yapamadığı belirlenmiştir. Öğrenci örüntünün genel kuralını “3 x Adım Sayısı + 1” şeklinde ifade etmiştir. Örüntünün onuncu terimi için 3x10+1, ellinci terimi için 3x50+1 işlemlerini yaparak doğru olarak bulmuş ancak bu ilişkiyi n. terim için ifade edememiştir. Beşinci soruda 2D örüntü sorusunun yanıtlanma sürecinde öğrencilerde en çok örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısı tespit edilmiştir. Genellemede n notasyonunu ya da değişkenini kavrayamayan öğrenci sözel olarak ifade ettiği kuralı cebirsel olarak ifade edememiştir.

Öğrencilerin %25.92’ sinin bu yanılgıya sahip olduğu görülmüştür. Bununla beraber beşinci soruda öğrencilerin % 25.18‘ inin genelleme yaparken terimler arası ortak farkı şekil numarası ile çarpma, % 0.74’ ünün doğrusallık yanılgısı, %19.25’ inin artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme, % 11.11’ inin modeli etkili kullanamama ve % 17.77’ sinin n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma eğiliminde oldukları belirlenmiştir.

3D örüntü türünde olan altıncı soruda öğrencilerin en çok modeli etkili kullanamama yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Altıncı soruda 92 yanılgı tespit edilmiştir. Öğrencilerin % 46.73’ ünün modeli etkili kullanamama, % 41.30’ unun örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama, % 11.95’ inin genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgılarına sahip olduğu belirlenmiştir.

Altıncı soruya ilişkin modeli etkili kullanamama ve genelleme yaparken terimler arası ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgılarına sahip olan $Ö_{10}$’ nun yanıtı Şekil 4.48’ de sunulmuştur.


1.Adım 2.Adım 3.Adım 4.Adım

a) Pelin adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısını arasındaki ilişkiyi gösteren tablo yapmıştır. Tablodaki boşlukları doldurunuz.

Adım Sayısı	Kullanılan Birim Küp Sayısı
1	1
2	5
3	12
4	16
5	20
6	24

b) 8. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

8 8

8x4 =32

c) 23. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

23 23

23x4=

=92

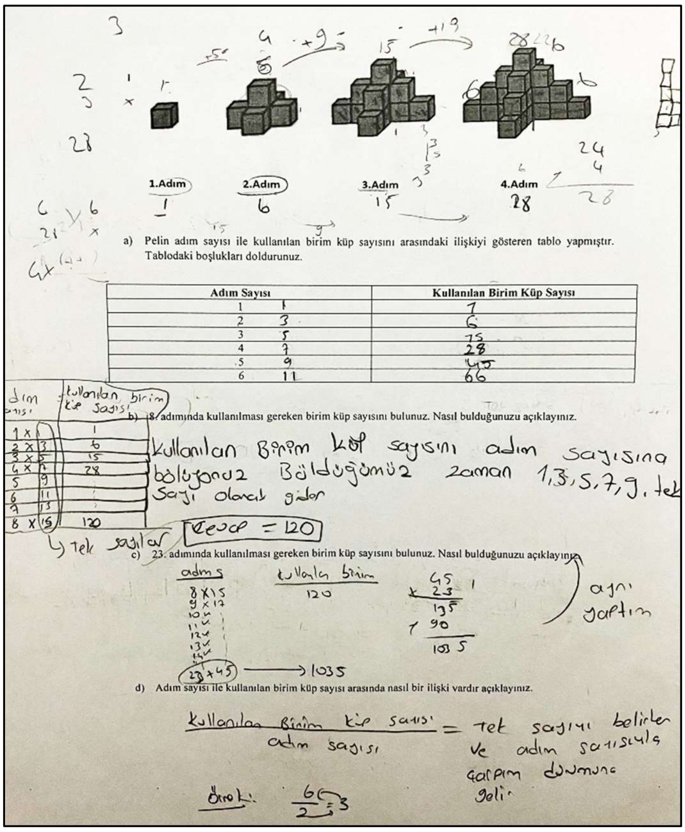
d) Adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır açıklayınız.

Kural eşit olduğu için katka artar Dörde esit olduğu için katsayı her addımda artar

Şekil 4.48: $Ö_{10}$’ nun modeli etkili kullanamama ve genelleme yaparken terimler arası ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgısı örneği.

$Ö_{10}$’ un altıncı soruya ait cevabı incelendiğinde verilen 3D modelinde yer alan tüm birim küpleri düşünmediği sadece görünen birim küpleri saydığı dolayısıyla modeli doğru analiz edemediği belirlenmiştir. Öğrenci birinci adımda 1, ikinci adımda 5 birim küp bulmuştur. İlk iki adımdaki terimlerin farkını 5-1=4 olarak hesaplamıştır. Örüntünün diğer terimlerini incelemeye gerek duymamıştır. Örüntünün kuralının bu nedenle dörde eşit olduğunu düşünmüştür. Sekizinci ve yirmi üçüncü adımdaki birim küp sayılarını bulmak için farkın çarpımı stratejisini kullanmıştır. Sekizinci adımda 8x4=32, yirmi üçüncü adımda 23x4=92 işlemlerini yaparak birim küp sayılarını yanlış hesaplamıştır. Öğrencinin altıncı soruda modeli etkili kullanamama ve genelleme yaparken terimler arası ortak farkı şekil numarası ile çarpma eğiliminde olduğu belirlenmiştir.

Altıncı soruya ilişkin örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısına sahip olan Ö$_{76}$' nın yanıtı Şekil 4.49' da sunulmuştur.



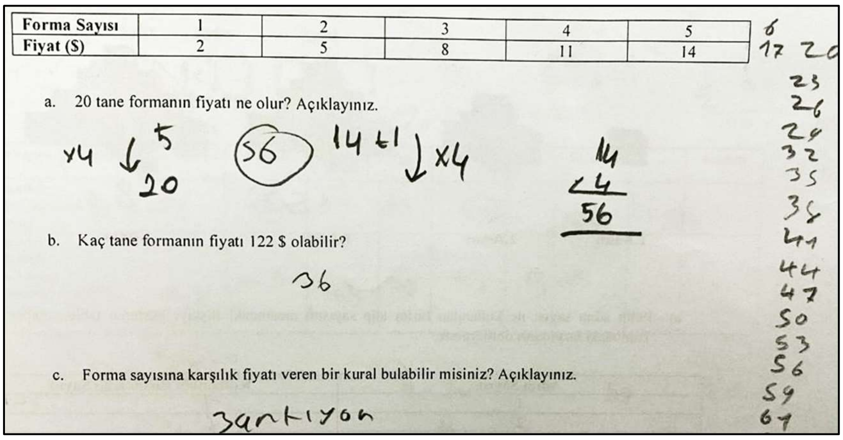
Şekil 4.49: Ö$_{76}$' nın örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısı örneği.

Ö$_{76}$' nın altıncıya soruya ilişkin "Örüntünün genel kuralını $\frac{Kullanılan\ Birim\ Küp\ Sayısı}{Adım\ Sayısı}$ = Tek sayı ve işlem sonucu çıkan tek sayıyı istenilen adım sayısıyla çarpmak" şeklinde açıklama yapmıştır. Öğrencinin sözel olarak ifade ettiği kuralı kullanarak istenilen adımlardaki birim küp sayılarını doğru hesaplamıştır. Öğrenci bu kuralı cebirsel ifade kullanarak yazamamış bu nedenle örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısına sahip olduğu belirlenmiştir.

Yedinci soruda öğrencilerin aritmetik örüntü sorusunu yanıtlama sürecinde % 60.86' sının örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama, %20' sinin genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma, %10.43' ünün doğrusallık yanılgısı ve %

8.69’ unun artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgılarına sahip oldukları görülmüştür. Yedinci soruda öğrencilerin en çok örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısına sahip olduğu tespit edilmiştir.

Yedinci soruya ilişkin doğrusallık yanılgısına sahip olan Ö56’ nın yanıtı Şekil 4.50’ de sunulmuştur.



Forma Sayısı	1	2	3	4	5
Fiyat ($)	2	5	8	11	14

a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

x4 5 20 56 14 61 x4 14 x4 56

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

36

c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

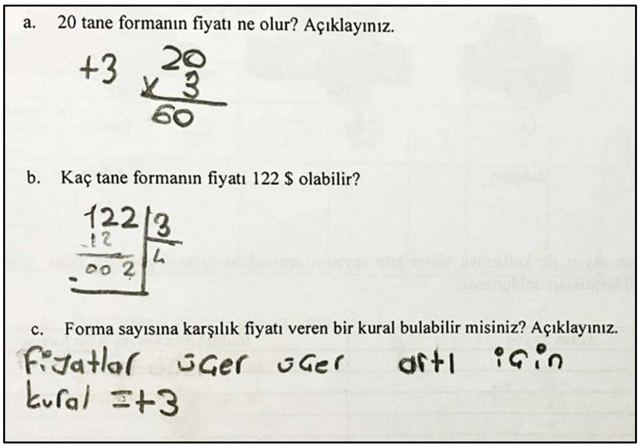
yapamıyon

6 17 20 23 26 29 32 35 38 41 44 47 50 53 56 59 61

Şekil 4.50: Ö56’ nın doğrusallık yanılgısı örneği.

Ö56’ nın yedinci soruya verdiği yanıtı incelendiğinde 5 formanın fiyatı 14 ise 20 formanın fiyatı 20:5=4 14x4=56 olarak açıklama yapmıştır. Forma sayısı ile fiyatı doğrusal düşünmüştür. Öğrencinin doğrusallık yanılgısı bulunmaktadır.

Yedinci soruya ilişkin artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgısı ve genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgısına sahip olan Ö137’ nin yanıtı Şekil 4.51’ de sunulmuştur.



a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

+3 20 x 3 60

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

122 | 3 12 4 002

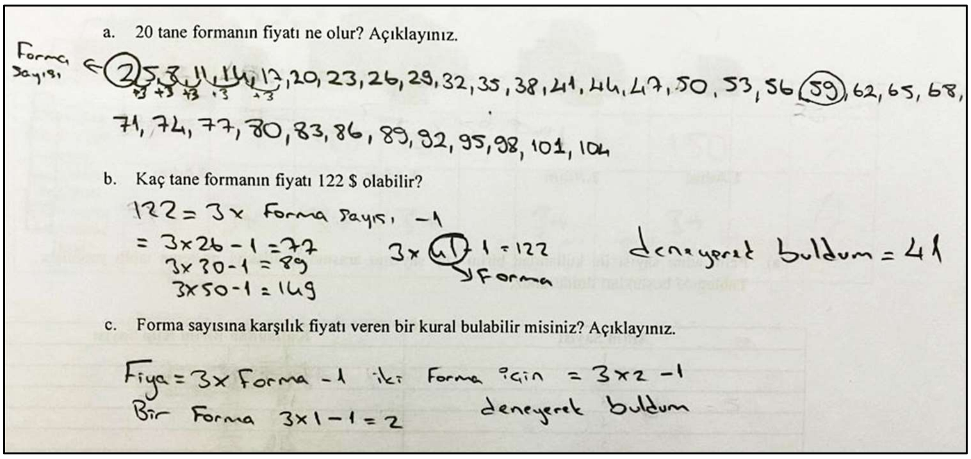
c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

fiyatlar üçer üçer arttı için kural =+3

Şekil 4.51: Ö137’ nin artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgısı ve terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgısı örneği.

Ö137’ nin yedinci soruya verdiği cevap incelendiğinde terimler arasındaki farkı 3 olduğunu fark etmiş örüntünün genel kuralını +3 şeklinde açıklamıştır. Ö137’ nin artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgısı olduğu görülmektedir. Bununla beraber 20 formanın fiyatını bulmak için istenilen terimi 3 ile çarparak genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma yanılgısına sahip olduğu belirlenmiştir.

Yedinci soruya ilişkin örüntünün genel kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısına sahip olan Ö15’ in yanıtı Şekil 4.52’ de sunulmuştur.


a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

Forma Sayısı ← 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, 47, 50, 53, 56, 59, 62, 65, 68, 71, 74, 77, 80, 83, 86, 89, 92, 95, 98, 101, 104

+3 +3 +3 +3 +3

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

122 = 3x Forma Sayısı -1
= 3x26 - 1 = 77
3x30 - 1 = 89
3x50 - 1 = 149
3x 41 - 1 = 122
Forma
deneyerek buldum = 41

c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

Fiyat = 3x Forma - 1   iki Forma için = 3x2 - 1
Bir Forma 3x1 - 1 = 2   deneyerek buldum

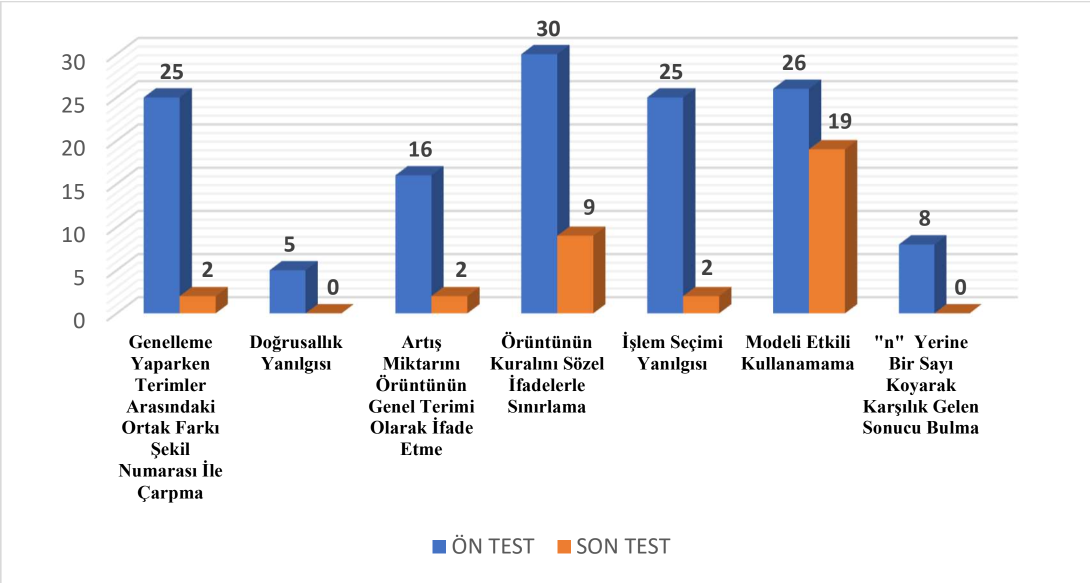
Şekil 4.52: Ö15’ in örüntünün genel kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısı örneği.

Ö15’ in yedinci soruya ait yanıtına bakıldığında örüntünün genel kuralı için 3x Forma Sayısı -1 şeklinde ifade geliştirmiştir. Yirmi altıncı terim için 3x26-1, otuzuncu terim için 3 x 30 - 1, kırk birinci terim için 3 x 41 - 1, ellinci terim için 3 x 50 - 1 ifadelerini kullanarak açıklamış ancak n. terimin ifadesini yazamamıştır. Öğrencinin örüntünün genel kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

4.4 Araştırmanın Dördüncü Problemine İlişkin Bulgular

Araştırmanın dördüncü problemi “Kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarının ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarının giderilmesinde etkisi nasıldır?” sorusudur. Bu doğrultuda amaçlı örnekleme yöntemi ile yedi tip kavram yanılgısından en az birine sahip olduğu belirlenen 31 öğrenci ile öğretim uygulamaları gerçekleştirilmiştir. Bu yanılgılar “genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma”, “doğrusallık yanılgısı”, “artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme”, “örüntünün kuralına sözel ifadelerle sınırlama", "işlem seçimi yanılgısı", "modeli etkili kullanamama", "n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma" yanılgısı tespit edilen yanılgı türlerindendir (Barut, 2022; Birgin ve Demirören, 2020; De Bock, Verschaffel & Janssens, 1998; Girit ve Akyüz, 2016; Gökçe ve Yeşildere-İmre, 2017; Orton, 2009; Radford, 2008; Stacey,1989; Steele & Johanning, 2004; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017).

Deney grubuna ön-son test olarak uygulanan Örüntü Testi görüşme sonuçlarına göre deney grubunda var olan yanılgıların dağılımına ilişkin veriler Şekil 4.53' de sunulmuştur.



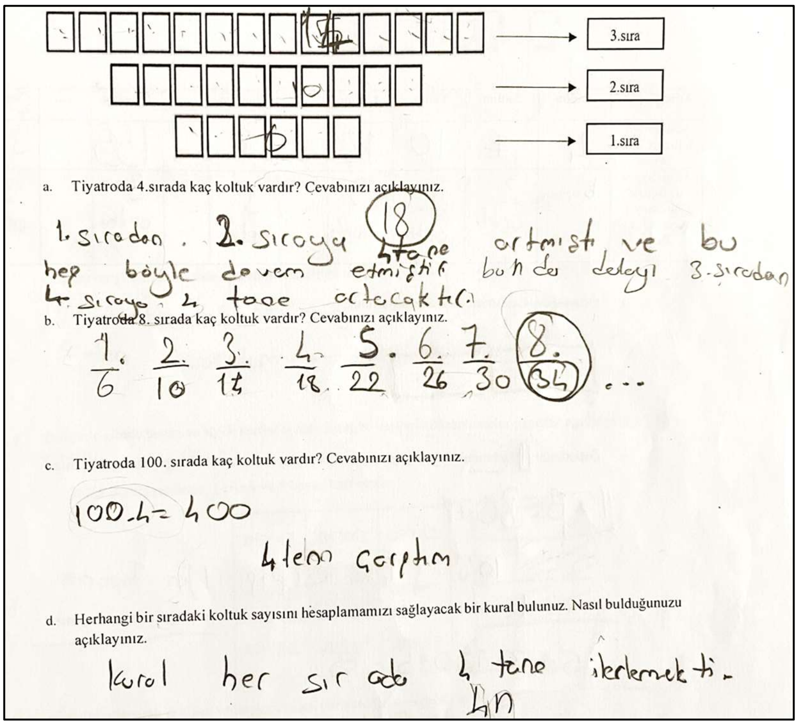
Şekil 4.53: Deney grubundaki öğrencilerin uygulama öncesi ve sonrası sahip oldukları yanılgıların dağılımı.

Grafik incelendiğinde uygulama öncesi öğrencilerin yedi tür kavram yanılgısına sahip olduğu tespit edilmiştir. Uygulama sonrasında ise son test ve son görüşme sonuçlarına göre öğrencilerin 5 yanılgı türüne sahip oldukları görülmüştür.

"Genelleme yaparken terimler arası ortak farkı şekil numarası ile çarpma" yanılgısının uygulama öncesi %18.51 iken son testte %5.88; "doğrusallık yanılgısı" ön testte 5 öğrencide (%3.70) son testte ise hiçbir öğrencide bulunmadığı, "artış miktarının örüntünün genel kuralı olarak ifade etme" yanılgısının ön testte öğrencilerin %11.85' inde son testte %5.88' inde; "örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama" yanılgısının ön testte %22.22' sinde iken son testte ise %26.47' sinde; "işlem seçimi yanılgısı" ön testte öğrencilerin %18.51' inde , son testte %5.88' inde; "modeli etkili kullanamama yanılgısının" ön testte öğrencilerin %19.25' inde, son testte %55.88; "n yerine sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma yanılgısının" ön testte öğrencilerin %5.92' sinde görüldüğü, son testte bu yanılgıya rastlanmadığı belirlenmiştir. Deney grubunda ön testte en çok sahip olunan kavram yanılgısı % 22,22 ile "örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama", en az görülen yanılgı türünün ise % 3.70 oranıyla "doğrusallık yanılgısı" olduğu görülmüştür. Son testte en çok görülen kavram yanılgısı % 55.88 oranla "modeli etkili kullanamama" yanılgısı olduğu belirlenmiştir. Kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulalamaları sonucunda yapılan son testte genel olarak kavram yanılgılarının azaldığı görülme ktedir. Kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamaları öncesinde ve sonrasında amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenen 31 öğrenciye Örüntü Testi ve yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Örüntü Testi' nden elde edilen yanıtlar ve öğrencilerin yanıtlarına ilişkin olarak gerçekleştirilen görüşme sonuçları şöyledir.

Genelleme Yaparken Terimler Arasındaki Ortak Farkı Şekil Numarası İle Çarpma

Kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamaları öncesi deney grubunda saptanan yanılgılardan birisi olan "genelleme yaparken terimler arası ortak farkı şekil numarası ile çarpma" hatası yapan Ö4' ün yanıtı Şekil 4.54' te verilmiştir.



Şekil 4.54: Uygulama öncesi genelleme yaparken terimler arası ortak farkla çarpma yanılgısına sahip olan Ö4' ün ön test yanıtı.

Şekil 4.54 incelendiğinde öğrencinin adım sayısına göre koltuk sayısını hesapladığı, ortak farkı “4” olarak tespit ettiği, bulunan fark ile çarpmaya giderek n notasyonu kullanıp genel terimi “4n” yazdığı belirlenmiştir.
$Ö_4$ ile gerçekleştirilen dördüncü soruya ilişkin ön görüşme aşağıda sunulmuştur.

Araştırmacı: Soruyu okuyabilir misin?

$Ö_4$: (Okuyor ve düşünüyor)

Araştırmacı: Soruyu nasıl çözdüğünü açıklayabilir misin?

$Ö_4$:Hocam öncelikle örüntünün kuralını bulmaya çalıştım örüntünün kuralı dörder dörder artıyor. Bunu zaten soruda söylemiş ama koltuk sayılarını da verilen şekilden saydım ve sonra 1. sıradan 2 sıraya, 2. sıradan 3 sıraya koltukların dörderli arttığını zaten görüyoruz.

Araştırmacı: Tiyatroda 4. sırada kaç koltuk vardır? Cevabını açıklayabilir misin?

$Ö_4$: Hocam 3. sıradaki koltuğu sayalım 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14. Hocam 3. sırada 14 koltuk olduğuna göre ve her sırada koltuklar dörder dörder artıyor 3. sırada 14 koltuk olduğu için 14'e 4 eklersek cevabımız 18 olur.

Araştırmacı: Tiyatroda 8. sırada kaç koltuk vardır? Cevabını açıklayabilir misin?

$Ö_4$: Bunu da yukarıda yaptığım gibi 4. sırada 18, 18'e 4 eklersem 5. sırada 22, 6. sırada 26, 7. sırada 30, 8. sırada 34 dörder dörder ekleyerek buldum.

Araştırmacı: Tiyatroda 100. sırada kaç koltuk vardır? Cevabını açıklayabilir misin?

$Ö_4$: Hocam bunu bulmak baya bir zor olur. Bu yüzden ben burada kısa yol olan çarpma işlemini kullanacağım. Burada koltuk sayıları dörder dörder arttığı için ben 100 ve 4'ü çarpacağım cevabım 400'dür.

Araştırmacı: 100. sıradaki koltuk sayısını bulmanın neden zor olduğunu düşünüyorsun?

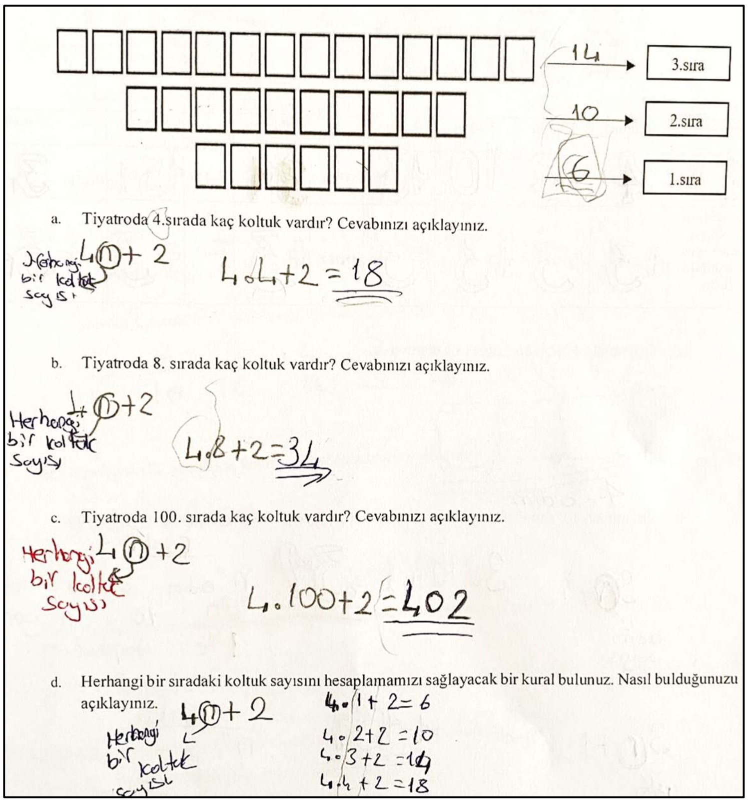
$Ö_4$: Şimdi Hocam bunu çizmeye kalksak çok uzun sürer çok vakit alır saymaya kalksak yine öyle kafa karıştırıcı olur. O yüzden burada en kısa çarpma işlemini kullanırız ve cevabını buluruz.

Araştırmacı: Peki buradaki 100, 4 ve 400 senin için neyi ifade ediyor?

Ö$_4$: 100 sırayı, 4 örüntünün kuralını, 400'de 100. sıradaki koltuk sayısını.

Ö$_4$, örüntünün yakın adımı ve örüntünün orta adımında yinelemeli stratejiyi kullanarak soruya doğru yanıt vermiştir. Ancak örüntünün uzak adımı ve örüntünün genel kuralını doğru belirleyemediği görülmektedir. Öğrencinin uzak adımda ve örüntünün genel kuralını bulurken yaptığı genellemede terimler arasındaki ortak farkın şekil numarası ile çarpma yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. Öğrenciler orta ve uzak adımı bulurken genellikle farkın çarpımı stratejisini kullanarak hata yapmaktadırlar. Örüntünün terimleri arasındaki ortak farkı bulup adım sırası ile çarparak genelleme yaparken sahip oldukları kavram yanılgısını ortaya koymaktadırlar (Chua ve Hoyles, 2010). Çalışmada ön testte 25, son testte 2 öğrencinin "genelleme yaparken terimler arası ortak farkı şekil numarası ile çarpma" yanılgısına sahip olduğu belirlenmiştir.

Ö$_4$' ün sahip olduğu "genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma" yanılgısına ilişkin son testteki yanıtı Şekil 4.55' te sunulmuştur.



Şekil 4.55: Uygulama öncesi genelleme yaparken terimler arası ortak farkla çarpma yanılgısına sahip olan Ö$_4$' ün son test yanıtı.

Şekil 4.55 incelendiğinde ön testte uygulama öncesinde öğrencinin ortak fark ile çarparak elde ettiği genel terim hatasını son testte yapmadığı örüntü bileşenlerini bulduğu ortak farka odaklanmadan uzak adımı doğru hesapladığı, oluşturduğu hipotezi test ederek genel terimi doğru yazabildiği belirlenmiştir.

Ö$_4$ ile problem tabanlı kavram karikatürü destekli öğretim uygulaması sonrası gerçekleştirilen son görüşme verileri şöyledir.

Araştırmacı: Soruyu okuyabilir misin?

Ö$_4$: (Okuyor ve düşünüyor)

Araştırmacı: Soruyu nasıl çözdüğünü açıklar mısın?

Ö$_4$: Öncelikle örüntünün kuralını 4n + 2 olarak buldum. Bu kuralı sıra ve koltuk sayılarını beraber düşünerek buldum. Koltuk sayıları her sırada dörder artmaktadır. Bu yüzden 4n yazdım, n sıra numarasıdır. Mesela n yerine 2 koyarsam 4.2=8 yapar ama ikinci sırada 10 koltuk var bu yüzden +2 eklerim. Örüntünün kuralı 4n+2 olur.

Araştırmacı: Örüntünün kuralını doğru bulduğuna emin misin?

Ö$_4$: Kuralı kontrol etmek için n yerine 1 yazarsam 6, 3 yazarsam 14 oluyor. Bu kuralı doğru bulduğumu gösteriyor. Çünkü soruda verilen şekilden 1.sırada 6, 2.sırada 10, 3.sırada 14 koltuk vardır.

Araştırmacı: Tiyatroda 4, 8 ve 100. Sıradaki koltuk sayılarını nasıl bulduğunu açıklar msın?

Ö$_4$: Bu kural sayesinde n yerine 4, 8 ve 100 yazarak koltuk sayılarını buldum. 4n+2 de n yerine 4 yazarsak 4.4+2=18, 8 yazarsak 4.8+2 =34, 100 yazarsak 4.100+2=402 koltuk vardır.

Araştırmacı: Önceki görüşmemizde bu soruya farklı yanıtlar vermiştin? Şuan hangi yanıtının doğru olduğunu düşünüyorsun?

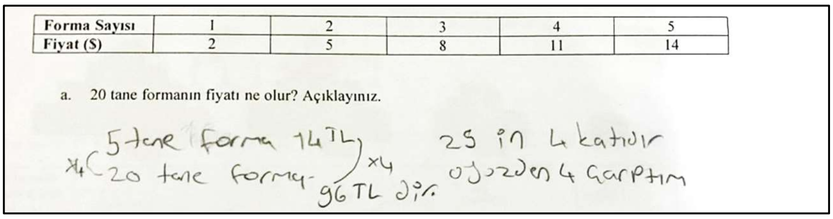
Ö$_4$: Son yaptığımın hocam. Eskiden örüntünün kuralını dörder artmak olduğunu düşünürdüm, o yüzden kuralı 4n diye ifade ederdim.

Öğretim uygulanmaları sonucu yapılan son testte ve son görüşmeden elde edilen veriler incelendiğinde ilgili kavram yanılgısına öğretim öncesi sahip olan öğrencilerin %92' sinde yanılgı giderilmiştir.

Doğrusallık Yanılgısı

Yedinci soruda sunulan bağlam incelendiğinde forma sayısına göre fiyat incelenmesi istenmektedir. Öğrencilerin yanıtları incelendiğinde örüntünün orta ve uzak adımdaki terimi bulurken orantı stratejisini kullanarak hatalı genelleme yaptıkları görülmüştür.

Yedinci soruda Ö$_{31}$' in sahip olduğu "doğrusallık yanılgısına" ilişkin ön testteki yanıtı Şekil 4.56' da sunulmuştur.



Forma Sayısı	1	2	3	4	5
Fiyat ($)	2	5	8	11	14

a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

5 tane forma 14TL
x4 20 tane forma x4
96TL dir
25 in 4 katıdır
o yüzden 4 çarptım

Şekil 4.56: Uygulama öncesi doğrusallık yanılgısına sahip olan Ö$_{31}$' in ön test yanıtı.

Ö$_{31}$' in yedinci soruya ilişikin çözümü incelendiğinde 5 adet forma için 20 TL ödenecekse 20 adet forma için ödenmesi gereken ücreti 14x4=96 olarak hesapladığı görülmektedir. Barut (2022) tarafından yapılan çalışmada y=mx+n genel kuralına sahip bir örüntünün 4. terimini 18, 5. terimini 5x4=20, 20. terimini bulurken ise 18x4=72 hesaplaması yapılmasını doğrusallık yanılgısı olarak açıklamıştır.

Uygulama öncesi 5 öğrencinin doğrusallık kavram yanılgısına sahip olduğu belirlenmiştir.

Bu yanılgıya sahip Ö$_{31}$' in çözüme ilişkin açıklaması şöyledir.

Araştırmacı: Soruyu okuyabilir misin ve cevabını açıklayabilir misin?

Ö$_{31}$:(Okuyor ve düşünüyor)

Araştırmacı: Soruda bir tablo verilmiş bu tablo senin için ne ifade ediyor?

Ö$_{31}$:Tablo benim için birinci formanın fiyatı 2 dolar, ikinci formanın fiyatı 5 dolar, üçüncü formanın fiyatı 8 dolar, dördüncü formanın fiyatı 11 dolar, beşinci formanın fiyatı 14 dolar. Örüntünün kuralını ifade ediyor şöyle tabloya baktığımda forma fiyatlarının üçer üçer arttığını görüyorum. Şimdi hocam burada baktığımızda birinci forma 2 satılmış, ikinci forma 5, üçüncü forma 8, dördüncü forma 11, beşinci forma 14 dolara satılmış. Hocam yani burada 2'den 5'e 3 artmış 5'ten 8'e 3 artmış 8'den 11'e 3 artmış dolayısıyla *örüntünün kuralının üçerli arttığını söyleyebilirim. Soruları cevaplarken de üçer üçer artmasına göre cevapladım*

Araştırmacı: 20 tane formanın fiyatı ne olur Cevabınızı açıklayınız

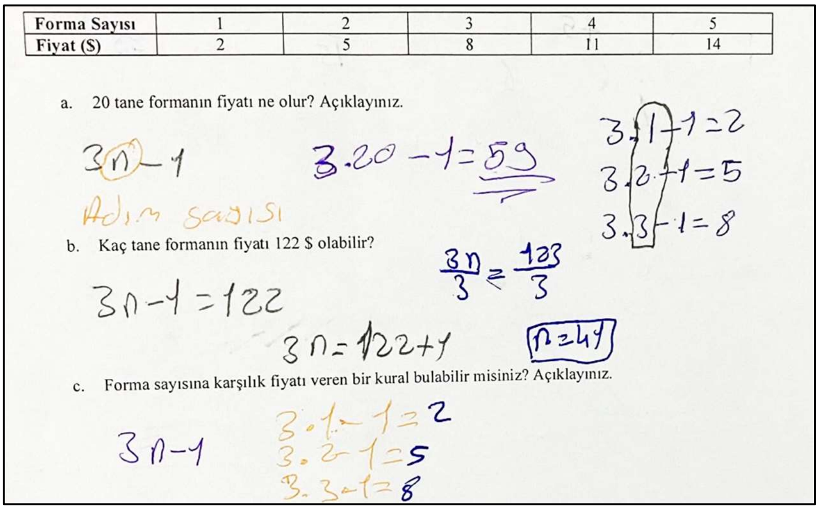
Ö$_{31}$: Hocam şimdi tablodan en son beşinci formanın fiyatı verildiği için ben bundan yola çıkarak bu soruyu yaptım beşinci formanın fiyatı 14 dolar olduğu için ve bizden yirminci formanın fiyatı istendiği için Aslında bunu orantı konusunda gördüğümüz sorulardan yola çıkarak yapmaya çalıştım şimdi 20, 5'in 4 katı, 14'le de 4'ü çarptım ve cevabı 56 buldum.

Araştırmacı: Yukarıda örüntünün kuralı üçerli artıyor demiştin ve soruları çözerken bunu kullanacağını söylemiştin neden bu şekilde bir çözüm yapmayı tercih ettin?

Ö$_{31}$:Hocam dediğim gibi orantı konusundaki sorulara benzediğini düşündüğüm için bu şekilde yaptım daha doğru olacağını düşünüyorum bu şekilde yapmanın eğer böyle yapmasaydım 20' ye kadar sayarak giderdim yani üçerli üçerli o şekilde cevabı bulurdum.

Öğrencinin örüntünün tek bir adımından yola çıkarak 20 forma fiyatını bulduğu görülmektedir. Örüntünün kuralını bulmak yerine tek bir değere odaklandığını ve orantı kurarak cevabı bulduğu yani doğrusallık yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

Yedinci soru için Ö$_{31}$' in son testteki yanıtı Şekil 4.57' de sunulmuştur.



Şekil 4.57: Uygulama öncesi doğrusallık yanılgısına sahip Ö$_{31}$' in son test yanıtı.

Ö31' in uygulama sonrası yaptığı açıklama şu şekildedir:

Araştırmacı: Soruyu okur musun?

Ö$_{31}$: (Okuyor ve düşünüyor)

Araştırmacı: Cevabını açıklayabilir misin?

Ö$_{31}$: Önce örüntünün kuralını bulmalıyım çünkü kuralı bulursam istenilen cevaplara kolayca ulaşırım.

Araştırmacı: Neden önce örüntünün kuralını bulman gerektiğini düşünüyorsun?

Ö$_{31}$: Çünkü kuralı bulursam cevapları daha hızlı bulurum.

Araştırmacı: Örüntünün kuralını nasıl bulduğunu açıklayabilir misin?

Ö$_{31}$: n=4 için 3n 12 olur ama tabloda 4 formanın 11 olduğunu gördüm. Bu yüzden kural 3n-1 olur.

Araştırmacı: 20 tane formanın fiyatını nasıl bulduğunu anlatabilir misin?

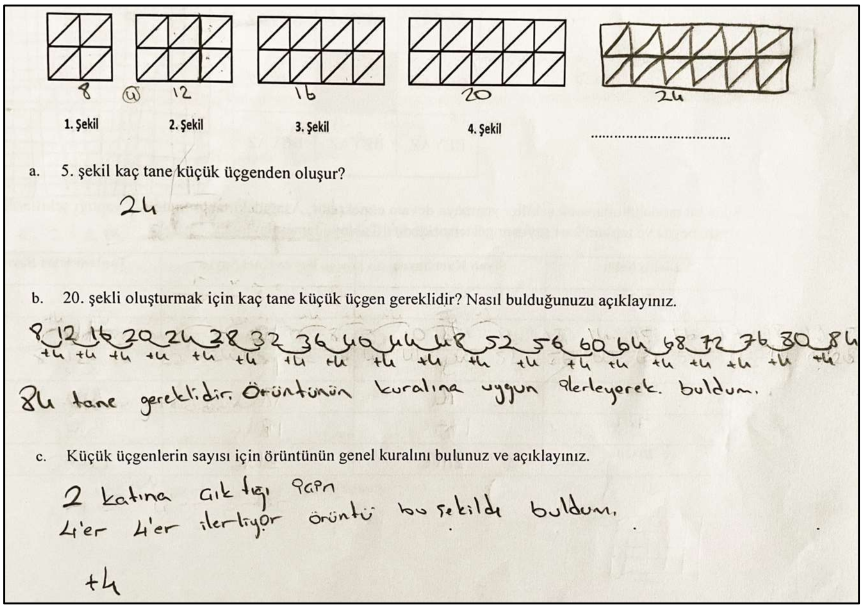
Ö$_{31}$: 20 forma için 3n-1' i uygularsak 3.20-1=59 olur.

Uygulama sonrası öğrencinin forma sayısı ve fiyat değişkenlerini ilişkisel düşünerek örüntünün kuralını oluşturduğu ve istenilen forma sayısına karşılık gelen fiyatı kolaylıkla bulduğu görülmüştür. Ön görüşme ve ön testte ortaya konulan orantı kavramıyla ilişkilendirdiği yanıta bu süreçte başvurmamıştır. Doğrusallık yanılgısı son test ve son görüşmede tespit edilmemiştir. Son testte forma sayısı ve ödenecek ücret arasında "8 katının 1 eksiği" hipotezini kurması ve genel terimi ifade ederek 20. terimi hesaplamıştır. Bu yanılgıya öğretim uygulamaları öncesi sahip olan öğrencilerin tümünün uygulama sonrasında yanılgılarının giderildiği tespit edilmiştir.

Artış Miktarını Örüntünün Genel Terimi Olarak İfade Etme

Sorularda yer alan yanıtlar incelendiğinde uygulama öncesi 16 öğrencinin " artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme" yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. Genel kuralın yazılırken artış değerini değişken ile doğrudan toplama "n+4" şeklinde" ya da 4 ifade etmesi, bu kavram yanılgısının varlığını göstermektedir (Birgin ve Demirören, 2020). Ön testte "artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme" yanılgısına sahip 16 öğrencinin olduğu uygulama sonrası ise 2 öğrenciye düştüğü tespit edilmiştir.

Ö$_{15}$' in sahip olduğu "artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme" yanılgısına ilişkin ön testteki birinci soruya verdiği yanıtı Şekil 4.58' de sunulmuştur.


8 12 16 20 24

1. Şekil 2. Şekil 3. Şekil 4. Şekil ....

a. 5. şekil kaç tane küçük üçgenden oluşur?

24

b. 20. şekli oluşturmak için kaç tane küçük üçgen gereklidir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

8 12 16 20 24 28 32 36 40 44 48 52 56 60 64 68 72 76 80 84

+4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4 +4

84 tane gereklidir. Örüntünün kuralına uygun ilerleyerek buldum.

c. Küçük üçgenlerin sayısı için örüntünün genel kuralını bulunuz ve açıklayınız.

2 katına çıktığı için

4'er 4'er ilerliyor örüntü bu şekilde buldum.

+4

Şekil 4.58: Uygulama öncesi artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgısına sahip olan $Ö_{15}$' in ön test yanıtı.

İlgili yanılgıya sahip $Ö_{15}$' in çözüme ilişkin görüşme sonuçları şöyledir.

Araştırmacı: Soruyu okuyabilir misin ve cevabını açıklayabilir misin?

$Ö_{15}$: (okuyor ve düşünüyor)

Araştırmacı: 5. şekil kaç tane küçük üçgenden oluşur? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

$Ö_{15}$: Hocam ben bu soruda önce küçük üçgen sayılarının kaç kaç arttığını bulmuşum.

Araştırmacı: Kaçar kaçar arttığını nasıl buldun?

$Ö_{15}$: Üçgen sayılarının kaçar kaçar arttığını mesela birinci şekildeki küçük üçgen sayısını saydım 8 tane, ikinci şekildeki küçük üçgen sayısını saydım 12 tane, üçüncü şekildeki küçük üçgen sayısını saydım 16 tane, dördüncü şekilde küçük üçgen sayısını saydım 20 tane sonra aralarındaki farklara baktım mesela 8'den 12'ye 4 artmış 12'den 16'ya 4 artmış 16'dan 20'ye 4 artmış o yüzden 4'er 4' er arttığını gördüm. O yüzden 20'ye 4 eklersem 24 yapacaktır yani 5 şekilde 24 üçgen vardır. Dörder dörder arttığı için.

Araştırmacı: Beşinci şekil senin için ne ifade ediyor?

$Ö_{15}$: Beşinci şekildeki küçük üçgen sayısını yani bize burada ilk 4 şekildeki üçgen sayıları varmış sonraki adımlardaki küçük üçgen sayılarını bizim bulmamızı istiyor.

Araştırmacı: Yirminci şekli oluşturmak için kaç tane küçük üçgen gerekir cevabını nasıl buluğunu açıklayabilir misin?

Ö15: 84 küçük üçgen olur. Sayarak hesaplama yapmışım hocam hepsinin üstüne 4 ekleyerek 20'ye kadar gelmişim.

Araştırmacı: Peki yüzüncü adımdaki küçük üçgen sayısını nasıl bulurdun açıklayabilir misin?

Ö15: Hocam yine aynı şekilde 4'er 4' er 100'e kadar sayardım ama buna zamanım yeter miydi bilmiyorum belki de boş bırakırdım.

Araştırmacı: Küçük üçgenlerin sayısını veren örüntünün genel kuralını nasıl buldun? Cevabını açıklayabilir misin?

Ö15: Hocam burada bize kareler verilmiş ve kareleri ikiye bölmüş yani birinci şekilde 4 kare var 2' ye böldüğü için 8 küçük üçgen olmuş, ikinci şekilde 6 kare var 2' ye böldüğü için 12 küçük üçgen olmuş, üçüncü şekilde 8 kare var 2' ye böldüğü için 16 küçük üçgen olmuş, 4 şekilde 10 kare var 2' ye böldüğü için 23 gene olmuş 2 katına çıkmış derken bunu kastettim yani kare sayısını 2 ile çarptım küçük küçük üçgen sayılarının dörder dörder arttığını gördüm. Benim için örüntünün kuralı budur dörder dörder artmasın +4' tür diyebilirim.

Araştırmacı: +4'teki artı işareti neyi ifade ediyor açıklayabilir misin?

Ö15: Dörder dörder arttığı için artı koydum eğer azalsaydı eksi koyardık. Yani -4 olurdu.

Araştırmacı: Açıkladığın kuralı cebirsel olarak ifade edebilir misin?

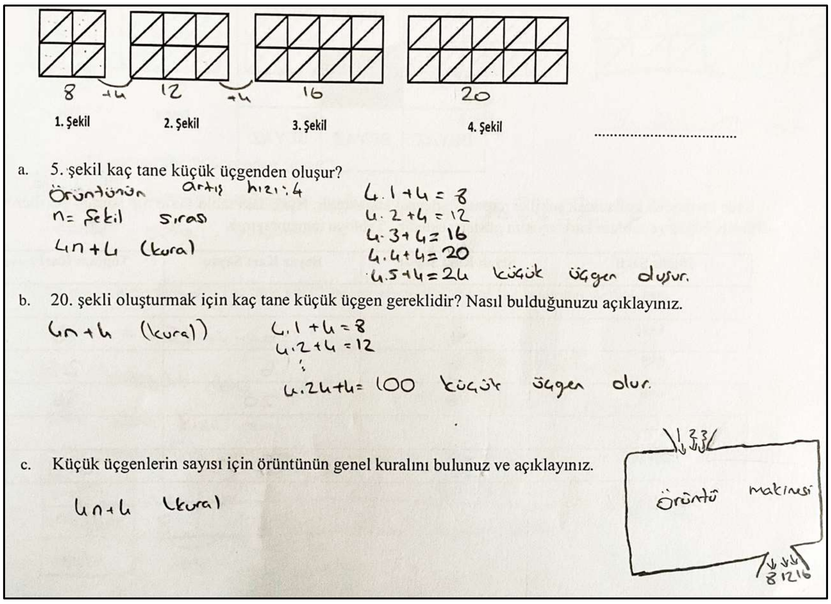
Ö15: Az öncede söylediğim gibi hocam cebirsel kural +4' tür.

Araştırmacı: 200. şekildeki üçgen sayısını nasıl bulurdun?

Ö15: *Çok uzak olduğu için boş bırakırdım.*

Ö15 terimler arası farka odaklanarak örüntünün genel kuralını ifade ettiği yakın ve orta adımdaki terimleri yinelemeli stratejiyi kullanarak bulduğu ancak uzak adımda yinelemeli stratejiyi kullanmanın zor olduğunu belirtmiştir. Öğrenci artış miktarını +4 olarak tespit etmiş ve cebirsel kuralın +4 olacağını ifade etmiştir. Ö15 yaptığı açıklamadan artış miktarını örüntünün genel kuralı olarak ifade etme yanılgısına sahip olduğu görülmektedir.

Birinci soruda $Ö_{15}$' in son testteki yanıtı Şekil 4.59' da sunulmuştur.



Şekil 4.59: Uygulama öncesi artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme yanılgısına sahip olan $Ö_{15}$' in son test yanıtı.

$Ö_{15}$' in öğretim uygulamaları sonrasında yanıtına ilişkin görüşleri şöyledir.

Araştırmacı: Soruyu okuyabilir misin?

$Ö_{15}$: Okuyor ve düşünüyor

Araştırmacı: Yanıtını açıklar mısın?

$Ö_{15}$: Etkinlikleri yaparken sınıfta geliştirdiğimiz örüntü makinesini kullanarak örüntünün kuralını yazmak istedim. Birinci şekilde 8, ikinci şekilde 12, üçüncü şekilde 16 küçük üçgen şeklinde devam eden örüntü var. Şimdi burada makinenin ağız kısmı n' i yani şekil numaraları 1, 2, 3,… şeklinde devam ediyor. Makinenin çıkış kısmında küçük üçgen sayılarını veriyor. Örüntünün kuralı 4n+4 makinenin ağız kısmından istenilen şekil sırasını atarsak çıkış kısmında istenilen küçük üçgen sayısını buluruz.

Araştırmacı: n ve 4n+4 senin için ne ifade ediyor?

$Ö_{15}$: n şekil sırası, 4n+4 örüntünün kuralıdır.

Araştırmacı: Beşinci şekil kaç tane küçük üçgenden oluşur? Cevabını açıklayabilir misin?

Ö$_{15}$: 5' i örüntü makinesinin ağız kısmına attım ve çıkış kısmında 24 buldum. Makinenin 4n+4 kuralıma göre çalışıyor. n yerine 5 yazdık 4.5+4' ten cevap 24 oldu.

Araştırmacı: 5. şekildeki küçük üçgen sayısını başka yoldan bulabilir misin?

Ö$_{15}$: Beşinci şekildeki küçük üçgen sayısını cebiri kullanmadan da bulabiliriz. Çizerim ya da sayarım. Yakın olduğu için bulması kolay ama uzak adımda cebiri kullanmak lazım.

Araştırmacı: Uzak adımda neden cebirden yararlanman gerektiğini düşünüyorsun?

Ö$_{15}$: Çizmek ya da saymak zor ve zaman alıcı olur. Kafa karışıklığına yol açabilir. Yanlış cevap verebilirim.

Araştırmacı: 20. şekli oluşturmak için gereken küçük üçgen sayısını nasıl bulursun?

Ö$_{15}$: n=20 için 4n+4 örüntünün kuralını uygularsak 4.20+4=84 olur cevap net olarak çıkar. Burada formülü geliştirdiğimiz için kolayca bulanabiliyor cevaplar. Formülü bulunca istenilen adımların hepsini kolaylıkla yaparım.

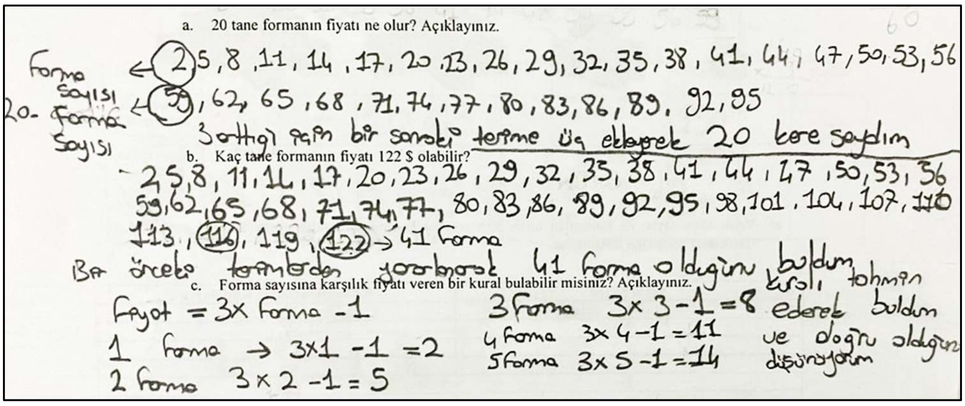
Öğretim uygulamaları sonrası öğrenci artış miktarına odaklanmadan örüntü bileşenleri ile adım sayısı arası ilişkiyi hipoteze çevirmiş ve artış miktarını temel alarak +4 olarka ifade ettiği uygulama öncesi yanıtını değiştirerek genel kuralı adım sayısının 4 katının 4 fazlası olacak şekilde 4n+4 olarak belirtmiştir. Öğrencinin cebirsel düşünerek örüntünün kuralını ve istenilen adımları doğru bulduğu görülmektedir. Uygulama sonrası ilgili kavram yanılgısının %87,5 oranında giderildiği görülmüştür.

Örüntünün Kuralına Sözel İfadelerle Sınırlama

Bu kavram yanılgısına sahip olan öğrenciler n notasyonunu kavrayamamakta örüntünün genel kuralını "forma sayısının üçer üçer artması", "kural üçer üçer ritmik sayma" gibi sözel ifade etmekte ilişkiyi cebirsel olarak ifade edememektedir (Radford, 2008).

"Örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama" kavram yanılgısına sahip öğrenci sayısı uygulama öncesi 30 uygulama sonrası 9 olduğu belirlenmiştir.

"Örüntünün kuralına sözel ifadelerle sınırlama" yanılgısına sahip Ö$_{13}$' ün ön testteki yedinciye soruya verdiği yanıt Şekil 4.60' da sunulmuştur.



a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

Forma sayısı ← 2,5,8,11,14,17,20,23,26,29,32,35,38,41,44,47,50,53,56

20. Forma sayısı ← 59,62,65,68,71,74,77,80,83,86,89,92,95

3 arttığı için bir sonraki terime üç ekleyerek 20 kere saydım

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

2,5,8,11,14,17,20,23,26,29,32,35,38,41,44,47,50,53,56,59,62,65,68,71,74,77,80,83,86,89,92,95,98,101,104,107,110,113,116,119,122 → 41 forma

Bir önceki formalardan yararlanarak 41 forma olduğunu buldum

c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

Fiyat = 3x Forma -1

1 forma → 3x1 -1 = 2

2 forma 3x2 -1 = 5

3 forma 3x3 -1 = 8

4 forma 3x4 -1 = 11

5 forma 3x5 -1 = 14

Kuralı tahmin ederek buldum ve doğru olduğunu düşünüyorum

Şekil 4.60: Uygulama öncesi örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısına sahip olan Ö13’ ün ön test yanıtı.

Ö13’ ün yedinci soru için ön test yanıtına ilişkin yaptığı açıklamaları şöyledir:

Araştırmacı: Soruyu okuyabilir misin cevabını nasıl bulduğunu açıklayabilir misin?

Ö13: Okuyor ve düşünüyor

Araştırmacı: Soruda bir tablo verilmiş bu tablo senin için neyi ifade ediyor? Açıklar mısın?

Ö13: Soruyu daha net görebiliyorum tablo sayesinde. Hocam burada forma sayıları 1 2 3 4 5 diye fiyat sayıları da 2 5 8 11 14 şeklinde yani bir formanın fiyatı 2 dolar 2 formanın fiyatı 5 dolar 3 formanın fiyatı 8 dolar 4 formanın fiyatı 11 dolar ve 5 formanın fiyatı 14 dolar yani burada forma sayılarının fiyatı üçer üçer artmış.

Araştırmacı: Forma sayılarının fiyatının üçer üçer arttığını nasıl buldun?

Ö13: 2'ye 5 olması için 3 ekledim ya da 5'ten 2'yi çıkardım 3 oldu aynı şekilde 5'e 3 ekledik 8 oldu, 8'e 3 ekledik 11 oldu, 11'i 3 ekledik 14 oldu yani aradaki farka baktım üçer üçer arttığını gördüm o şekilde buldum çıkararak.

Araştırmacı: 20 tane formanın fiyatı kaç dolar yapar cevabını nasıl bulduğunu açıklayabilir misin

Ö13:Hocam ben bunu ritmik sayarak yaptım. Üçer üçer 20’ye kadar ritmik sayarak buldum. 14'e üç ekledim 17 oldu, 17'ye 3 ekledim 20 oldu, 20'ye 3 ekledim 23 oldu, 23'e 3 ekledim 26 oldu, 26'ya 3 ekledim 29 oldu, 29'a 3 ekledim 32 oldu, 32’ ye 3 ekledim 35 oldu, 35' e 3 ekledim 38 oldu böyle böyle 20' ye kadar saydım ve o şekilde cevabı 59 buldum.

Araştırmacı: Kaç tane formanın fiyatı 122 dolar olur

Ö$_{13}$: Hocam bunu da şöyle yaptım fiyatları böyle yine sayarak üçer üçer sayarak 122'ye kadar geldim ve 122 olması için 41 defa ilerlemem gerektiğini gördüm yani 41 formanın fiyatı 122 dolar olur.

Araştırmacı: Forma sayısına karşılık gelen bir kural geliştirebilir misin ve bu kuralları nasıl geliştirdiğini açıklayabilir misin?

Ö$_{13}$: Hocam burada öncelikle forma sayılarının fiyatları 3'ü çarptığı için yani 3 ile forma sayısını çarptım örneğin 2 forma için bakalım üç ile ikiyi çarparsam 6 yapıyor ama tabloda 2 formanın fiyatı 5 dolar o yüzden bir çıkarttım mesela bir ekleseydim 7 dolar yapacaktı bu yanlış olacaktı ya da 3 ekleseydim 9 dolar yapacaktı bu da yanlış olacaktı ya da 2 çıkarsaydım 4 dolar yapacaktı bu da yanlış olacaktı o yüzden 1 çıkarttım ve bu kurala şöyle ifade ettim fiyat = 3 x forma sayısı -1 bu kuralı başka forma sayıları içinde deneyebiliriz. Örneğin bir forma sayısı 3 x 1 – 1= 2, 3 forma sayısı 3 x 3 – 1 = 8, 4 forma sayısı 3 x 4 – 1= 11, 5 forma sayısı 3 x 5 – 1 = 14 tabloya da baktığımızda bulduğumuz kuralın bu şekilde doğru olduğunu görüyoruz. Kuralı aslında forma sayısı ve fiyata bakarak tahmin ederek buldum üçerli arttığı için 3 ile çarptım neyi ekleyip neyi çıkarmam gerektiğini de tablodaki forma sayılarına ve fiyata bakarak buldum.

Araştırmacı: Bulduğun kuralı bir kez daha söyleyebilir misin?

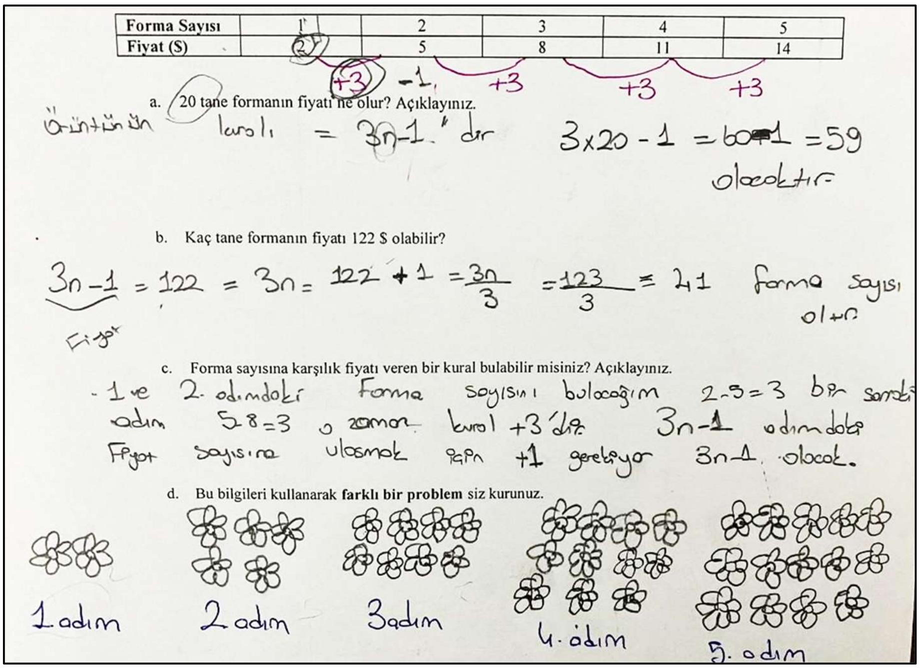
Ö$_{13}$: "Fiyat forma sayısının 3 katının 1 eksiğidir."

Araştırmacı: Genel terimi ifade ederken cebirsel olarak nasıl ifade edersin? Açıklar mısım?

Ö$_{13}$: "Fiyat forma sayısının 3 katının 1 eksiğidir." kuralı olur. Başka türlü ifade edemeyiz.

Öğrencinin yanıtı incelendiğinde cebirsel kuralın sadece sözel olarak ifade edilebileceğini düşünüdüğü görülemektedir.

Yedinci soru için Ö$_{13}$' ün son testteki yanıtı Şekil 4.61' de sunulmuştur.



Forma Sayısı	1	2	3	4	5
Fiyat ($)	2	5	8	11	14

+3 -1 +3 +3 +3

a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

örüntünün kuralı = 3n-1 'dir $3 \times 20 - 1 = 60 - 1 = 59$ olacaktır

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir?

$3n-1 = 122 = 3n = 122 + 1 = \frac{3n}{3} = \frac{123}{3} = 41$ forma sayısı olur

Fiyat

c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

- 1 ve 2. adımdaki Forma sayısını bulacağım 2-5=3 bir sonraki adım 5-8=3 o zaman kural +3'dür. 3n-1 adımdaki Fiyat sayısına ulaşmak için +1 gerekiyor 3n-1 olacak.

d. Bu bilgileri kullanarak **farklı bir problem** siz kurunuz.

1.adım 2.adım 3.adım 4.adım 5.adım

Şekil 4.61: Uygulama öncesi örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama yanılgısına sahip olan $Ö_{13}$' ün son test yanıtı.

$Ö_{13}$' ün yedinci soruya ilişkin son testte yaptığı çözüme ilişkin görüşme verileri şöyledir.

Araştırmacı: Soruyu okuyabilir misin?

$Ö_{13}$: (Okuyor ve düşünüyor)

Araştırmacı: Soruyu nasıl çözdüğünü açıklayabilir misin?

$Ö_{13}$: Bu soru kolay hocam. Tabloda fiyat üçer üçer düzenli artıyor. Öncelikle örüntü sorusunun kuralını bulmalıyız. Kuralı bulursak istenilen cevaplara kolay ve hızlıca ulaşırız. Bu sorunun kuralını bulmak için forma sayısı ve fiyatı birlikte düşünmeliyiz. Fiyatlar her adımda üçer üçer arttığı için 3n ve 1. adımda 2$ bunu bulmak için -1 ekleriz kural adım sayısının 3 katının 1 eksiği olur.

Araştırmacı: Örüntünün kuralını nasıl ifade ederiz?

$Ö_{13}$: "Adım sayısının 3 katının 1 eksiği" fiyattır. 3 artış miktarı, n forma sayısı, 3n-1 herhangi bir forma sayısına karşılık gelen fiyattır. 3n-1 örüntünün kuralıdır.

Araştırmacı: 20 tane formanın fiyatı ne olur?

$Ö_{13}$: 59 olur hocam.

Araştırmacı: Nasıl buldun?

Ö$_{13}$: 3n-1 formülünü kullanarak n yerine 20 yazarsak 3.20-1=59$

Araştırmacı: n yerine neden 20 yazdın?

Ö$_{13}$: Çünkü hocam 20 formanın fiyatını istiyor ve n yerine forma sayıları yazılır.

Araştırmacı: Bu bilgileri kullanarak bir problem kurabilir misin?

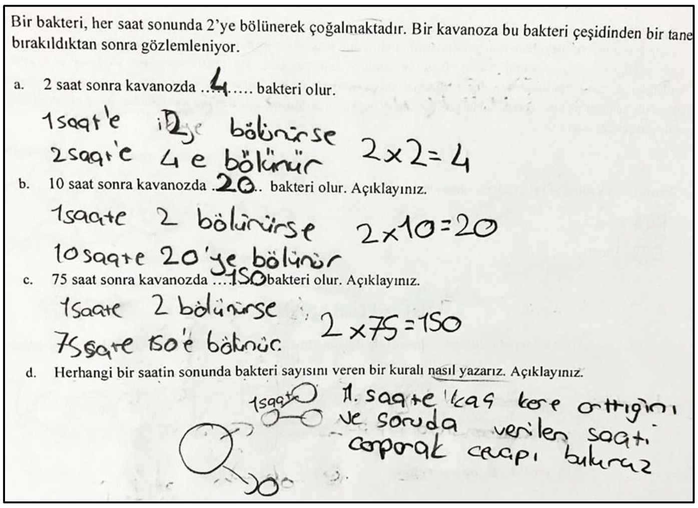
Ö$_{13}$: Ben adım sayısı ve çiçek sayısı arasındaki ilişkiyi kullanarak artış miktarı üç olan ve örüntünün genel kuralı 3n-1 olan bir örüntü kurdum.

Öğrenci öğretim uygulamaları öncesi örüntünün genel teriminin sadece sözel olarak ifade edilebileceğini düşünürken uygulama sonrası örüntü bileşenlerine uygun hipotez kurmuş ve genel terimi 3n-1 olarak cebirsel ifade etmiştir. Öğretim uyguları sonrası ilgili yanılgının %70 oranında giderildiği belirlenmiştir.

İşlem Seçimi Yanılgısı

Deney grubundaki 25 öğrencinin sözü edilen kavram yanılgısına ön testte sahip olduğu tespit edilmiştir. Öğretim uygulamları sonrasında bu kavram yanılgısına sahip öğrenci sayısının 2 olduğu görülmektedir. Çarpma işleminin etkisi ile üslü ifadeyi ayırt edememekten kaynaklanan (Birgin ve Demirören, 2020) bu yanılgıya sahip öğrenciler örüntünün belirli adımlarında yola çıkıp diğer adımları düşünmemektedir.

İlgili yanılgıya sahip Ö$_{9}$' un ikinci soruya ilişkin ön test yanıtı Şekil 4.62' de verilmektedir.


Bir bakteri, her saat sonunda 2'ye bölünerek çoğalmaktadır. Bir kavanoza bu bakteri çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemleniyor.

a. 2 saat sonra kavanozda ..4..... bakteri olur.

1saat'e 2'ye bölünürse
2saat'e 4 e bölünür 2x2=4

b. 10 saat sonra kavanozda .20.. bakteri olur. Açıklayınız.

1saate 2 bölünürse 2x10=20
10saate 20'ye bölünür

c. 75 saat sonra kavanozda ...150bakteri olur. Açıklayınız.

1saate 2 bölünürse 2x75=150
75saate 150'e bölünür

d. Herhangi bir saatin sonunda bakteri sayısını veren bir kuralı nasıl yazarız. Açıklayınız.

1saat 1. saate kaç kere arttığını ve soruda verilen saati çarparak cevapı buluruz

Şekil 4.62: Uygulama öncesi işlem seçimi yanılgısına sahip olan Ö$_{9}$' un ön test yanıtı.

Ö$_{9}$ ön test yanıtına ilişkin görüşme sonuçları şöyledir.

Araştırmacı: Soruyu okur musun ve cevabını açıklar mısın ?

Ö9: Okuyor ve düşünüyor

Araştırmacı: 2 saat sonra kavanozda kaç bakteri olur nasıl bulduğunu açıklayabilir misin?

Ö9: 2 saat sonra kavanozda bana göre 4 bakteri oluşur. 2 ile 2'yi çarparak buldum. Çünkü bir saatte ikiye bölünerek çoğalıyor o yüzden 2 ile çarptım.

Araştırmacı: Başlangıçta kaç bakteri olduğunu düşünüyorsun? Açıklar mısın?

Ö9: Başlangıçta bir bakteri var hocam bir saat sonra ikiye bölündüğü için 2 bakteri oluyor 2 saat sonra yine bölünüyor ikiye, 2 saat sonra 4 bakteri var, 3 saat sonra 6 bakteri var, 4 saat sonra 8 bakteri var, 5 saat sonra 10 bakteri olur bu şekilde gidiyor hocam.

Araştırmacı:10 saat sonra kavanozda kaç bakteri olur cevabını açıklayabilir misin?

Ö9: Burada da hocam 10 ve 2'yi çarptım 10-10 saat sonra dediği için 2'ye bölünerek çoğaldığı için

Araştırmacı: 75 saat sonra kavanozda kaç bakteri olur cevabınızı açıklar mısınız ?

Ö9: 75 saat sonra benzer şekilde 75 ile 2'yi çarparak 150 buldum. 75 sorulan saat 2 1 saatte ikiye bölündüğü için yani bakterinin artış miktarı ikişer ikişer artıyor

Araştırmacı: Herhangi bir saatin sonunda bakteri sayısını veren bir kural yazınız nasıl bulduğunuzu açıklayabilir misiniz?

Ö9: Bir saatte 2 tane çoğalıyorsam ikişer ikişer arttığını gösteriyor bakterinin o yüzden sorulan saatlerle ikiyi çarptım kural bu şekilde 2 ile çarpmak. . Benim için kural sorulan saati 2 ile çarpmaktır. Uzun matematik işlemleri ile uğraşmadan kısa matematik yöntemiyle cevabı buluruz.

Araştırmacı: Peki sözel olarak ifade ettiğin bu kuralı cebirsel olarak ifade etmek gerekirse nasıl bir kural yazardın?

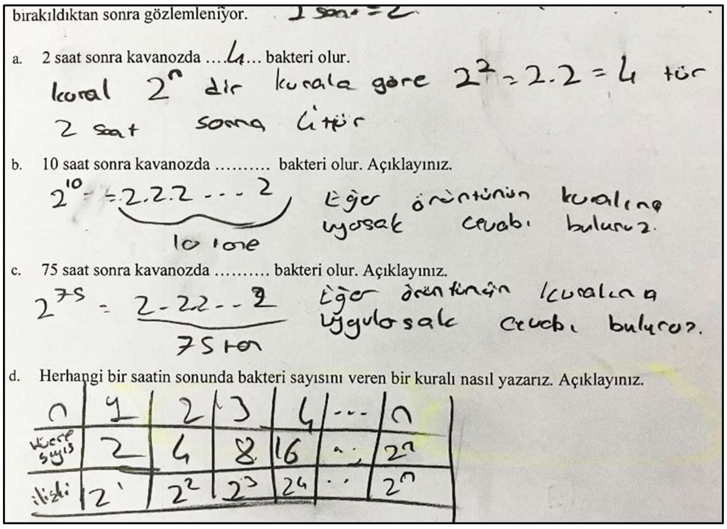
Ö9: 2 x n oluyor yani hocam 2n

Araştırmacı: Burada n ve 2 senin için neyi ifade ediyor? Açıklar mısın?

Ö9: n benim için ritmik saymayı ifade ediyor 2 ikişer ikişer ritmik saymanın kısayolu çarpmayı ifade ediyor ve kural 2n oluyor.

Ö$_9$' un verdiği yanıtı incelediğimizde sorunun çözümü için üslü sayıları kullanmak yerine çarpma işlemini tercih ettiğini işlem seçiminde yanılgıya sahip olduğu tespit edilmiştir.

Ö$_9$' un son testteki yanıtı Şekil 4.63' de sunulmuştur.



Şekil 4.63: Uygulama öncesi işlem seçimi yanılgısına sahip olan Ö$_9$' un son test yanıtı.

Ö$_9$' un son test yanıtına ilişkin görüşme sonuçları şöyledir.

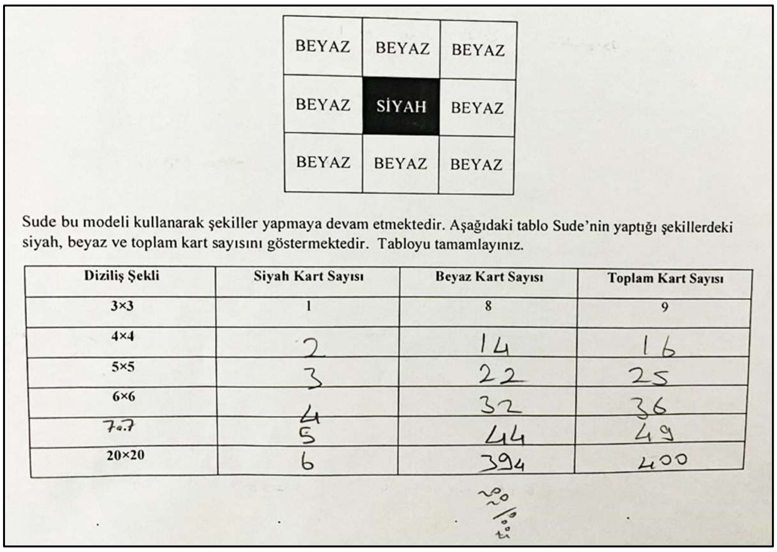
Ö$_9$: Şimdi burada bakteri sayısı ve saat arasındaki ilişkinin üslü sayılarla ifade edilmesi gerektiğini fark ettim. Bunu eskiden 2n derdim. İşlediğimiz karikatürlü dersler çok yardımcı oldu onlar bu şekilde düşünmemi çok etkiledi. Bakteri sayısının 2^n şeklinde çoğaldığını gördüm. 2 saat sonra 2^2, 10 saat sonra 2^{10}, 75 saat sonra 2^{75}, kural n saat olsun 2^n olur.

Öğretim uygulamaları sonrası Ö$_9$' un çarpma ile üslü sayı etkisini karıştırmasından kaynaklanan işlem seçimi yanılgısının giderildiği görülmüştür. Bu yanılgıya sahip öğrencilerin yanılgılarının %92 oranında giderildiği tespit edilmiştir.

Modeli Etkili Kullanamama

26 öğrencinin uygulama öncesi sözü geçen kavram yanılgısına sahip olduğu belirlenmiştir. Uygulama sonrası bu yanılgıya sahip 19 öğrencinin olduğu tespit edilmiştir. Bu yanılgıya sahip öğrenciler görsel modeli örüntünün genel kuralı için kullanmak yerine sayısal ilişkiye dönüştürerek genel kuralı bulma eğilimindedir (Gökçe, Yeşildere-İmre, 2017).

Modeli etkili kullanamama Ö$_7$' nin ön testteki yanıtı Şekil 4.64' de sunulmuştur.



BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ
BEYAZ	SİYAH	BEYAZ
BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ

Sude bu modeli kullanarak şekiller yapmaya devam etmektedir. Aşağıdaki tablo Sude'nin yaptığı şekillerdeki siyah, beyaz ve toplam kart sayısını göstermektedir. Tabloyu tamamlayınız.

Diziliş Şekli	Siyah Kart Sayısı	Beyaz Kart Sayısı	Toplam Kart Sayısı
3×3	1	8	9
4×4	2	14	16
5×5	3	22	25
6×6	4	32	36
7.7	5	44	49
20×20	6	394	400

Şekil 4.64: Uygulama öncesi modeli etkili kullanamama yanılgısına sahip olan Ö$_7$' nin ön test yanıtı.

Ö$_7$' nin ön testte verdiği yanıta ilişkin görüşme verileri şöyledir.

Araştırmacı: 4x4'lük dizilişte toplam kart, siyah kart ve beyaz kart sayısını nasıl bulduğunu açıklayabilir misin?

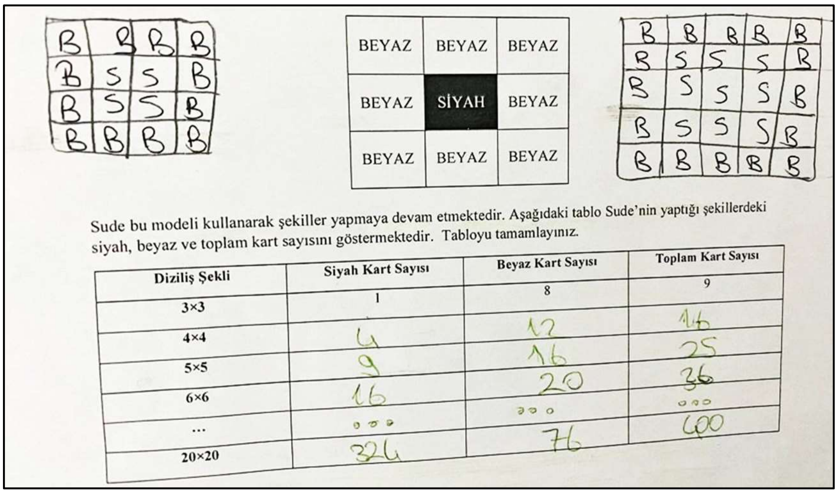
Ö$_7$: Hocam zaten bize 3 x 3'lük dizilişi vermiş bizden 4 x 4'lü bulmamızı istiyor şuan hocam şimdi bu siyah kart sayıları birer birer artacak yani ortaya bir siyah daha kart gelecek dizilişler böyle büyüdükçe yani 3 x 3'lük diziliş de bir siyah kart varsa 4x4'lük dizilişte 2 siyah kart olacak toplam kart sayısını zaten 3 x 3' de 9, 4x4'de de 16 olacak beyaz kart sayısını da toplam kart sayısından siyah kart sayısını çıkararak bulacağım onu da 16 - 2'den 14 buldum.

Araştırmacı: 5x5' lik dizilişte toplam kart sayısını siyah kart ve beyaz kart sayısını nasıl bulduğunu açıklayabilir misin?

Ö$_7$: Hocam az önceki gibi siyah kart sayıları birer birer artıyor. O zaman 5 x 5'lik diziliş de siyah kart sayısı 3 olacaktır. Toplam kaç sayısı 5 x 5'ten 25 olacak ve beyaz kart sayısını da 25 eksiği 3'ten 22 olarak bulacağız. Hocam zaten burada siyah kart ve beyaz kartı toplayınca toplam kart sayısını görüyoruz. 22 ile 3'ü toplayınca 25 oluyor.

Ö$_7$' nin yaptığı açıklamadan modeli etkili kullanamadığı ve modelden çok nümerik ilişkiye odaklandığını bu nedenle örüntünün yakın, orta ve uzak adımlarını doğru bulamadığı belirlenmiştir.

Üçüncü soruda $Ö_7$' nin son testtede yer alan ilgili soruya ilişkin yanıtı Şekil 4.65' de sunulmuştur.



BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ
BEYAZ	SİYAH	BEYAZ
BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ

Sude bu modeli kullanarak şekiller yapmaya devam etmektedir. Aşağıdaki tablo Sude'nin yaptığı şekillerdeki siyah, beyaz ve toplam kart sayısını göstermektedir. Tabloyu tamamlayınız.

Diziliş Şekli	Siyah Kart Sayısı	Beyaz Kart Sayısı	Toplam Kart Sayısı
3×3	1	8	9
4×4	4	12	16
5×5	9	16	25
6×6	16	20	36
...	...	...	...
20×20	324	76	400

Şekil 4.65: Uygulama öncesi modeli etkili kullanamama yanılgısına sahip olan $Ö_7$' nin son test yanıtı.

$Ö_7$' nin son testteki üçüncü soruya ait cevabına ilişkin yapılan görüşmede düşüncelerini şu şekilde ifade etmiştir:

$Ö_7$: 4x4' te toplam kart sayısı 16 olur, 5x5= 25, 6x6=36, 20x20=400 yani toplam kart sayısını bu şekilde çarparak buluyoruz. 4x4' lük dizilişteki siyah ve beyaz kart sayılarını bulmak için şekil çizdim şekli çizerken ortada olan kartlar siyah kenarlarda olan kartları beyaz olarak düşündüm. Çizimlerimde de bana kolaylık sağlaması açısından B beyaz, S siyah demek diye belirttim. Hocam burada şekli saydığımızda siyah kart sayısının 4, beyaz kart sayısını da 16' dan 4' ü çıkararak 12 buldum. 5x5 ve 6x6 diziliş şekilleri içinde şekil çizdim ve saydım. Toplam kart sayısını bulmak kolay zaten anlattım. Siyah kart sayısının örüntü oluşturduğunu fark ettim 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, ... 18^2 şeklinde devam ediyor. Siyah kartlarda üslü sayıların karesinden bir örüntü var. Beyaz kartları da toplam kart sayısından siyah kart sayısını çıkararak buldum.

Araştırmacı: Siyah kart, toplam kart ve beyaz kart sayısını nasıl bu kadar hızlı buldun?

$Ö_7$: Şekil kullanmak işimi kolaylaştırdı. Şekil çizmeyi karikatürleri yaparken sınıf içinde arkadaşlarımla gerçekleştirdiğimiz görüşmelerde öğrendim. Eskiden direk sayılarla bir örüntü bulmaya çalışıyordum. Ama arkadaşlarla görüşmelerimizden bana göre yirminci adım uzak ama dördüncü, beşinci, altıncı adımları çizdim ve siyah, beyaz kart

sayılarını saymam kolaylaştı. Toplam kart sayısı zaten çarparak oluyor. 3x3=9, 4x4=16, 5x5=25, 6x6=36, 20x20=400 olur toplam kartlar.

Araştırmacı: Yaptığın çizimlerde siyah ve beyaz kart sayısını nasıl hesapladın?

$Ö_7$: Ortada yani içerde kalan kartlar siyaha boyanıyor, yan taraftakiler beyaza boyanıyor.

Araştırmacı: 20x20 ‘ lik dizilişi neden uzak buluyorsun?

$Ö_7$: Çizmesi zor çünkü hocam. Örüntü kuralını küçük dizilişlerden fark ettim öyle buldum.

Araştırmacı: Bulduğun kuralın doğru olduğuna emin misin?

$Ö_7$: Eminim hocam. 3x3’ lük dizilişi bize vermiş tabloda n=3 için toplam kart 3x3=9, siyah kart $(3-2)^2= 1$, beyaz kart $3^2 - (3-2)^2 = 9 - 1 = 8$ olur. O zaman adım sayısının karesi ile iki eksiğinin karesinin alıp çıkartırız.

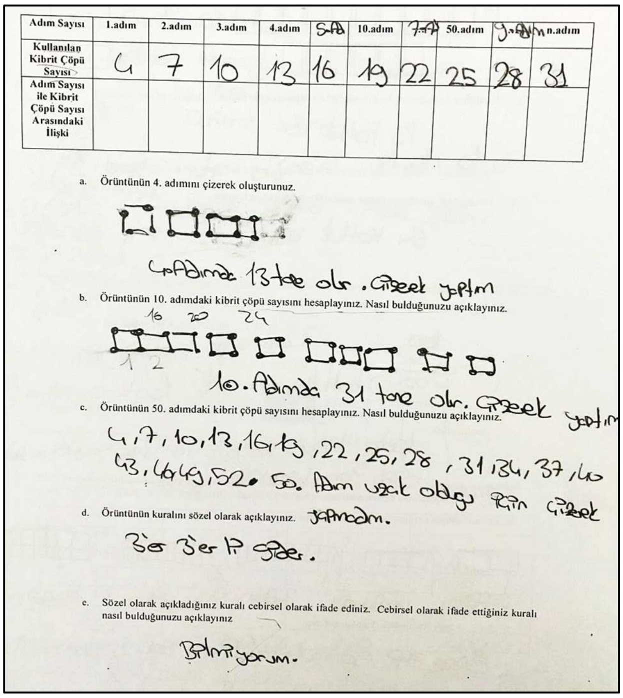
$Ö_7$’ nin modeli etkili kullandığı görülmektedir. Örüntünün uzak adımını bulmak için yakın adımlarda çizdiği şekillerde ilişkiyi fark ederek doğru yanıtlara ulaşmıştır. Modeli etkili kullanamama yanılgısına sahip öğrencilerin öğretim uygulamaları sonucu %26.92 oranında giderildiği tespit edilmiştir.

n Yerine Bir Sayı Koyarak Karşılık Gelen Sonucu Bulma

Öğrenciler, sayı örüntülerinde ve şekil örüntülerinde hata yapmaktadır. Sayı örüntülerinde, önceki verilen terimlerden sonra gelen terimi bulmak için n yerine bir sayı koyma eğilimindedirler. Bu sayıyı örüntünün kuralı olarak düşünürler. Şekil örüntülerinde ise, genellikle şekle odaklanarak, örüntünün ilerleyen adımlarında şekli büyütme eğilimindedirler ve genellemeyi cebirsel ifade olarak tercih etmezler (Girit ve Akyüz, 2016).

Deney grubundaki 31 öğrenciden 8 tanesinde uygulama öncesi bahsedilen kavram yanılgısı olduğu belirlenmiştir. Son testte sözü geçen kavram yanılgısına sahip öğrenci olmadığı görülmüştür.

“n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma” yanılgısına sahip $Ö_{16}$’ nın ön test yanıtı Şekil 4.66’ da sunulmuştur.



Adım Sayısı	1.adım	2.adım	3.adım	4.adım	5.Adım	10.adım	7.A	50.adım	9.Adım	n.adım
Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31
Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki										

a. Örüntünün 4. adımını çizerek oluşturunuz.

4. Adımda 13 tane olur. Çizerek yaptım

b. Örüntünün 10. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

16 20 24

1 2

10. Adımda 31 tane olur. Çizerek yaptım

c. Örüntünün 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34, 37, 40

43, 46, 49, 52. 50. Adım uzak olduğu için çizerek

d. Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız. yapmadım.

3'er 3'er ileri gider.

e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız

Bilmiyorum.

Şekil 4.66: Uygulama öncesi n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma yanılgısına sahip olan. $Ö_{16}$' nın ön test yanıtı.

$Ö_{16}$' nın ön testteki ilgili soruya ilişkin yapılan görüşmede açıklaması şu şekildedir:

Araştırmacı: Soruyu okur musun ve cevabı nasıl bulduğunu açıklar mısın?

$Ö_{16}$: 1. adımda kibrit çöpü sayısı 4 tane, 2. adımda 7 tane, 3. adımda 10 tane bunları verilen şekilden sayarak buldum hocam. Bunlar hep üçer üçer arttığı için dördüncüyü de buradan direkt 10+3'ten 13 olarak buldum. 4 adımdaki kibrit çöpü sayısını çizerek de bulabiliriz o şekilde de 13 çıktığını buldum.

Araştırmacı: Onuncu adımdaki kibrit çöpü sayısı kaç tanedir cevabını nasıl bulduğunu açıklar mısın?

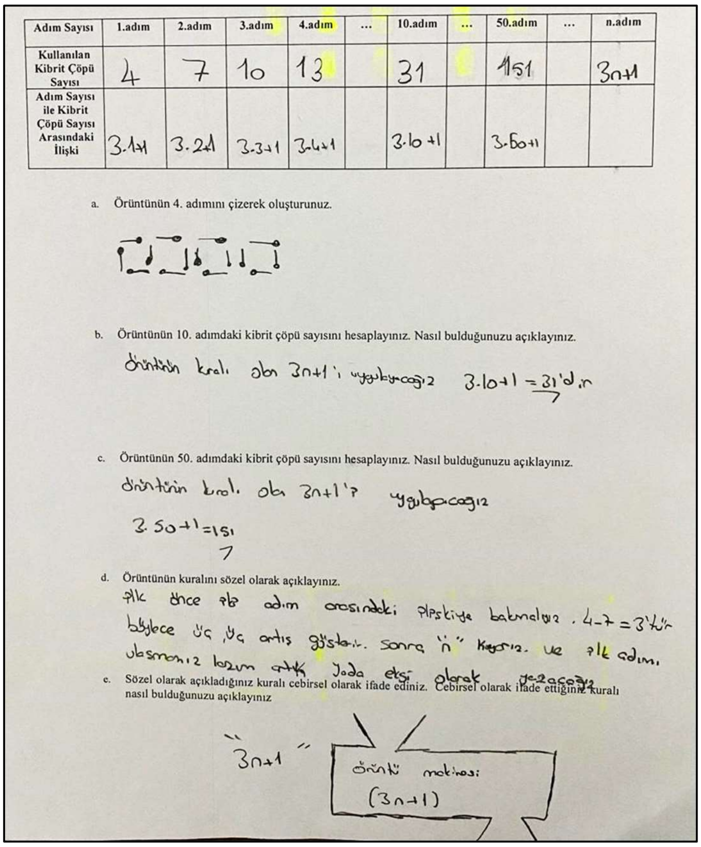
$Ö_{16}$: Hocam bunu da üçerli üçerli sayarak buldum 10'a kadar zaten 4. adımda 13, 5. adımda 16, 6. adımda 19, 7. adımda 22, 8. adımda 25, 9. adımda 28, 10. adımda 31 tane kibrit çöpü oluyor. 10 adımdaki kibrit çöpü sayısını çizerek de bulabiliriz öyle de 31 çıkıyor.

Araştırmacı: Tabloda 50. adıma 25 kibrit çöpü geldiğini yazmışsın aynı zamanda 10. adıma da 19 kibrit çöpü bulduğunu yazmışsın 10. adımda çizerek ve sayarak 31 kibrit çöpü yazılmış. Yanıtını açıklar mısın?

Ö$_{16}$: Hocam tabloda üçerli üçerli sayarak buldum örüntünün kuralı gereği orada evet o şekilde buldum ancak çizerek bulduklarımda doğru olduğunu düşünüyorum. Kibrit çöplerinin sayısı üçerli üçerli gider. Tabloyu 1. adımda 4, 2. adımda 7, 3. adımda 10 kibrit çöpü vardı bunları yazdım 4. adımda 13 sonra 3'erli üçerli arttığı için hep üçer üçer arttırarak bu şekilde sonuna kadar doldurdum. Boşluklar oraya gelmesi gereken adımları ifade ediyor n de 31'i ifade ediyor tabloyu doldururken üçerli üçerli arttı yani n' ye 31 geldi boşluklara da gelmesi gerekenleri yazdım üçerli arttığından.

Ö$_{16}$' nın sadece çıktı değerleri arasındaki artışa odaklanarak soruyu hatalı şekilde çözmüştür. Tabloda üçer ekleyerek devam etmiş ve n' nin ne anlama geldiği sorulduğunda verilen terimlerden gelen sonraki terim olan 31 olduğu belirlenmiştir. Öğrencide n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma eğilimi olduğu görülmektedir.

Ö$_{16}$' nın son testteki yanıtı Şekil 4.67' de sunulmuştur.



Adım Sayısı	1.adım	2.adım	3.adım	4.adım	…	10.adım	…	50.adım	…	n.adım
Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı	4	7	10	13		31		151		3n+1
Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki	3.1+1	3.2+1	3.3+1	3.4+1		3.10+1		3.50+1		

a. Örüntünün 4. adımını çizerek oluşturunuz.

b. Örüntünün 10. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

örüntünün kuralı olan 3n+1'i uygulayacağız 3.10+1 = 31'dir

c. Örüntünün 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

örüntünün kuralı olan 3n+1'i uygulayacağız

3.50+1=151

d. Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

ilk önce ilk adım arasındaki ilişkiye bakmalıyız. 4-7=3'tür böylece üç üç artış gösterir. sonra "n" koyarız. ve ilk adımı ulaşmamız lazım artık ya da eksi olarak yazacağız

e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız

"3n+1"

örüntü makinesi: (3n+1)

Şekil 4.67: Uygulama öncesi n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma yanılgısına sahip olan. Ö$_{16}$' nın son test yanıtı.

Ö$_{16}$' nın son test sonrası yapılan görüşmede beşinci soruya ilişkin düşünceleri aşağıda ifade edilmiştir:

Araştırmacı: Örüntünün 10 ve 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını nasıl hesapladın?

Ö16: Hocam örüntünün kuralını buldum. n adım sayısı olsa her adımda kibrit çöpleri 3 arttığı için mesela 1. adımdaki kibrit çöpü sayısını bulmak için 3n+1 kuralını uygularsak cevap 4 çıkar. Cevap net bir şekilde çıktığı için kural 3n+1 olur. Bu bizim cebirsel kuralımızdır. Kuralı bulduğumuz için istenilen adımdaki kibrit çöplerine net bir şekilde ulaşırız. 10. adımı istediği için n yerine 10 yazarsak 3.10+1=31 olur. n yerine 50 yazarsak 3.50+1=151 kibrit çöpü olur.

Araştırmacı: Bulduğun kuralda 3, n ve 3n+1' i neyi ifade ettiğini açıklar mısın?

Ö16: 3 artış miktarı, n adım sayısı, 3n+1 örüntünün kuralı yani herhangi bir adımdaki kibrit çöpü sayısını bulmamızı sağlıyor.

Araştırmacı: Bulduğun kuralın doğru olduğuna emin misin?

Ö16: Eminim hocam. n yerine 2 yazalım 3.2+1=7, 3 yazalım 3.3+1=9, 4 yazalım 3.4+1=13 kibrit çöpü çıkıyor.

Araştırmacı: Örüntü makinesi çizdiğini görüyorum. Bunu bana açıklayabilir misin?

Ö16: Örüntü makinesini kavram karikatürlerini derste yaparken sınıfça geliştirdiğimiz fikirden yararlandım. Makinenin yukarıdaki kısmı adım sayılarını, aşağıdaki kısmı kibrit çöpü sayılarını gösteriyor. Örüntünün kuralını örüntü makinesi olarak oluşturdun benim için akılda kalıcı oldu. Örneğin 75. adımı ağız kısmından attık makine bunu 3n+1 kuralına göre işledi 3.75+1=226 makinenin çıkış kısmından çıktı. 75. adım 226 kibrit çöpünden oluşuyor.

İlgili kavram yanılgısı açısından değerlendirildiğinde öğrencilerin n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma eğiliminde olduğu yani n den önceki boş bırakılan satıra sayı gelmesi gerektiğini düşünüp n yerine yazılabilecek sayının ne olduğuna karar verdikleri belirlenmiştir (Girit ve Akyüz, 2016). Bu doğrultuda n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma yanılgısına sahip öğrencilerin yanılgılarının gerçekleştirilen uygulamayla giderildiği belirlenmiştir.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Araştırmanın birinci alt problemi kapsamında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri Radford (2008)' un cebirsel genelleme teorisi çerçevesinde incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar incelendiğinde öğrencilerin çoğunun cebirsel genelleme yapamadıkları aritmetik genelleme veya olgunlaşmamış tümevarım düzeyinde kaldıkları görülmüştür. Olgunlaşmamış tümevarım düzeyindeki öğrenci sayısının aritmetik genelleme düzeyine göre daha çok olduğu tespit edilmiştir. Bu sonuçlar literatürde farklı sınıf düzeylerinde yer alan öğrencilerin örüntü genelleme süreçlerinin incelendiği çeşitli çalışmalarda elde edilen örüntüleri cebirsel genelleme sürecinde zorlanmalarına ilişkin sonuçlar benzerlik göstermektedir (Çayır ve Akyüz, 2015; Gökçe ve Yeşildere-İmre, 2017; Hargreaves, Shorrocks-Taylor & Threlfall 1998; Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017; Lannin, 2005; Orton, 2009; MacGregor & Stacey, 1996; Radford, 2008; Rivera & Becker, 2008; Yeşildere ve Akkoç, 2010; Tanışlı ve Yavuzsoy-Köse, 2011).

Çalışmada Radford' un (2008) örüntüyü genelleme sürecinin basamaklarından örüntünün bileşenlerini belirlemede katılımcıların başarılı oldukları ancak bir sonraki basamak olan ortak özelliği fark eden öğrenci sayısının yedi soruda da azaldığı görülmüştür. Gökçe ve Yeşildere-İmre' nin (2017) ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme süreçlerini incelediği araştırmanın sonuçlarıyla örtüşmektedir. Öğrencilerin olgunlaşmamış tümevarım düzeyinde eğilim göstermelerinin nedeninin örüntü genelleme sürecinde örüntünün bileşenleri arasındaki ortak özelliği fark edememesi bu nedenle örüntünün genel kuralının bulunmasını sağlayacak p_n ifadesini yazmaya yönelik hipotez oluşturamadan deneme yanılma yoluyla bir kural ortaya koymaları olduğu düşünülmektedir.

Aritmetik genelleme düzeyine ulaşan ancak cebirsel genelleme düzeyine geçemeyen öğrencilerin n notasyonunu kavrayamadıkları bu nedenle örüntülerin genel kuralını cebirsel olarak ifade etmekte sıkıntı yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin çoğu örüntünün girdi-çıktı değerleri arasındaki ilişkiye odaklanmak yerine örüntünün terimleri arasındaki ortak farkı kullanarak bir sonraki terimi bulmak için bir önceki terimden yola çıkarak örüntüleri devam ettirmeye odaklanmışlardır. Benzer araştırma sonuçlarına ulaşan Hargreaves, Shorrocks-Taylor ve Threlfall (1998), Orton & Orton (1999), Stacey (1989), Girit-Yıldız ve Gündoğdu-Alaylı (2019), öğrencilerin örüntüde istenilen terimle hemen sonrasında gelen terim arasındaki farka odaklanarak sadece artış miktarını kullanıp genel bir kural belirtme eğilimimde oldukları sonucuna ulaşmışlardır.

Çalışma sonucunda karesel sayı örüntüsü içeren 3. soruda yalnız bir öğrencinin 3D örüntü içeren 6. soruda ise hiçbir öğrencinin cebirsel genelleme düzeyine ulaşamadıkları, 2D ve aritmetik örüntüleri genelleme sürecinde cebirsel ifadeyi yazmada daha başarılı oldukları sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç Schreiber (2020), Yeşildere ve Akkoç (2010), Türkoğlu ve Yalın' ın (2020) çalışma sonuçlarında yer alan öğrenciler kuadratik örüntülere ait genel kuralı yazmakta doğrusal örüntülere göre daha başarısız olduğu sonucuyla paralellik göstermektedir. Bunun sebebinin öğrencilerin örüntünün terimleri arasındaki farkın sabit olup olmadığı tespit etmesi daha sonra bu sabit farkı kullanarak örüntüyü devam ettirmeye çalışmasından kaynaklandığı belirtilmektedir.

Araştırmanın ikinci alt problemi kapsamında öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Sekiz tür strateji kullanıldığı görülmektedir. Örüntü Testi' nden elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin örüntünün yakın adımındaki terimleri bulmak için en çok yinelemeli stratejiyi ve modelleme stratejisini tercih ettikleri görülmüştür. Literatür incelendiğinde öğrencilerin yakın adımda yinelemeli stratejiyi tercih eden araştırma sonuçlarıyla kısmen benzerlik gösterdiği görülmektedir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Orton & Orton, 1999; Özdemir, Dikici ve Kültür, 2015; Türkoğlu ve Yalın, 2020). Akkan ve Çakıroğlu (2012) 6-8. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde yakın adımda yinelemeli stratejiyi daha çok kullandıkları sonucuna ulaşmıştır. Orton ve Orton (1999), öğrencilerin doğrusal örüntüleri genellerken ardışık terimler arasındaki farka odaklandıklarını yinelemeli stratejinin tercih edilen bir strateji olduğunu belirlemiştir. Özdemir, Dikici ve Kültür (2015) öğrencilerin örüntünün yakın adımını bulurken genellikle yinelemeli stratejiyi, orta adım ve uzak adımını ve örüntünün genel kuralını bulurken fonksiyonel stratejiyi tercih ettiklerini belirtmiştir. Türkoğlu ve Yalın (2020) kuadratik örüntü probleminde birçok öğrencinin yinelemeli stratejiyi kullanarak örüntünün terimlerini bulduğunu ve örüntünün genel kuralını yinelemeli olarak ifade ettikleri görülmüştür.

Öğrencilerin orta adımda en çok tercih ettikleri stratejinin yinelemeli strateji ve fark ile çarpma stratejisi olduğu görülmüştür. Örüntünü uzak adımını bulmak için en çok fark ile çarpma stratejisini ve fonksiyonel stratejiyi tercih ettikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin sekiz tür strateji içinden en az kullandığı stratejilerin orantı ve girdi değerinin ayrıştırılması olduğu belirlenmiştir.

Ayrıca Örüntü Testi' nde örüntünün yakın adımlarına doğru cevap veren öğrenci sayısının orta adım ve uzak adımlarına doğru cevap veren öğrenci sayısından fazla olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Becker ve Rivera (2005), Zazkis ve Liljedahl (2002) araştırmalarında öğrencilerin yakın adıma daha kolay ulaştığı, örüntünün orta adımı ve uzak adımını bulmakta daha çok zorlandığını tespit etmiştir. Bunun nedenin öğrencilerin yakın adımdaki terimleri yinelemeli strateji veya çeşitli aritmetik işlemleri kullanarak hesaplama yaptıkları ve kolaylıkla sonuca ulaştıkları ancak uzak adımdaki terime ulaşmak için yinelemeli stratejinin yetersiz kalması olabilir.

Öğrencilerin genellikle aynı sorunun çözümde orta, yakın ve uzak adımda farklı stratejiler kullandıkları, tek bir stratejiye bağlı kalmadıkları belirlenmiştir. Örneğin örüntünün yakın adımında modelleme stratejiyle başlayıp, orta adımda yinelemeli strateji ve uzak adımda fonksiyonel stratejiyi kullanarak soruyu çözme eğilimi göstermektedirler. Amit ve Neria (2008), Türkoğlu ve Yalın (2020) tarafından öğrencilerin aynı örüntü sorusunda yinelemeli strateji ile çözüme başlayarak terimler arasındaki ortak özelliği fark ettiği ardından fonksiyonel stratejiye başarılı geçiş yaparak örüntünün genel kuralını tespit edebildikleri ifade edilmiştir.

Araştırmanın üçüncü alt problemi kapsamında ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme sürecinde sahip oldukları kavram yanılgılarının neler olduğu incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre katılımcıların yedi tür kavram yanılgısından en az birine sahip olduğu tespit edilmiştir. Bu yanılgılar "genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma", "doğrusallık yanılgısı", "artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme", "örüntünün kuralına sözel ifadelerle sınırlama", "işlem seçimi yanılgısı", "modeli etkili kullanamama", "n yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma" yanılgılarıdır. En az sahip oldukları yanılgının "n yerine bir sayı koyarak sonuç bulma" olduğu belirlenmiştir.

"Artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme" yanılgısına sahip öğrencilerin belirlenmiştir (Yeşildere-İmre, Akkoç ve Baştürk-Şahin, 2017). Bu yanılgı Birgin ve Demirören (2020) tarafından öğrencilerin genel kuralı yazarken artış değerini değişken ile doğrudan toplama ya da artış değerini sayı olarak ifade etmelerinden kaynaklandığını ifade etmişlerdir.

"İşlem seçimi yanılgısı" içeren ikinci soruda ilgili yanılgıyı %83.6 oranında ortaya çıkmıştır. Geometrik örüntülerin cebirsel genellemesine dayalı bir sorudur. Birgin ve

Demirören (2020) öğrencilerin cebirsel ifadelerde üslü ifade ile çarpma işleminin etkisini ayırt edemediğini bu nedenle kavram yanılgısına sahip olduklarını belirtmektedir. Bu doğrultuda geometrik örüntü içeren problemde öğrencilerin genel kuralı üslü nicelik olarak 2^n şeklinde yazması gerekirken öğrencilerin 2n şeklinde ifade ettiği görülmüştür. Bu sonuç Türkoğlu ve Yalın'ın (2020) araştırma sonucuyla benzerlik göstermektedir. Türkoğlu ve Yalın (2020) geometrik örüntü probleminin genel kuralı yazmada sınıf öğretmen adaylarının zorlandığını, öğrencilerin üslü sayıları kavramada sıkıntı yaşadıklarını belirtmiştir. Öğrencilerin çoğunun genel kural sembolik olarak hatalı ifade ettiklerini 2^n şeklinde yazılması istenen genel kuralı 2n şeklinde yazdıkları görülmüştür.

Üçüncü ve altıncı soruda en çok "modeli etkili kullanamama" yanılgısının olduğu belirlenmiştir. Öğrencilerin verilen modeli örüntünün genel kuralını oluşturmak için doğru analiz edemediği, görsel ipuçlarını yakalayamadıkları belirlenmiştir. Modeldeki ilişkiyi sayısal ilişkiye dönüştürerek bu ilişkiye odaklanmışlardır. Bu nedenle örüntünün tüm terimleri için geçerli olan p_n ifadesini bulamamışlardır. Bu sonuç literatürdeki benzer çalışmaların sonuçlarıyla tutarlılık göstermektedir (Gökçe ve Yeşildere-İmre, 2017; Orton, 2009; Stacey, 1989; Steele & Johanning, 2004).

Dördüncü, beşinci ve yedinci soruda en çok "örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama" yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. Öğrencilerin bir örüntünün genel kuralını sadece sözel olarak ifade edebileceğine yönelik düşünceleri olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle öğrenciler p_n ifadesini yazma konusunda yeterli başarıya ulaşamamışlar ve cebirsel genellemeyi gerçekleştirememişlerdir. Bu sonuç literatürdeki benzer çalışmalar ile paralellik göstermektedir. Bu çalışmalarda öğrencilerin örüntünün genel kuralını yazarken cebirsel ifade kullanmak yerine örüntünün herhangi bir terimini bulmamızı sağlayacak olan kuralı sözel olarak açıkladıkları görülmüştür (MacGregor & Stacey, 1996; Yaman, 2010; Zazkis & Liljedahl, 2002).

Araştırmanın dördüncü alt problemi kapsamında kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarının ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler konusunda sahip oldukları kavram yanılgılarının giderilmesinde etkisi incelenmiştir. Belirlenen yanılgılardan en az birine sahip olarak seçilen deney grubunda gerçekleştirilen öğretim uygulamaları sonucunda araştırmanın bulguları kavram karikatürlerinin "genelleme yaparken terimler arasındaki ortak farkı şekil numarası ile çarpma" yanılgısının %92, "artış miktarını örüntünün genel terimi olarak ifade etme" yanılgısının %87.5, "örüntünün kuralını sözel ifadelerle sınırlama” yanılgısını %70, “işlem seçimi yanılgısının” %92, “modeli etkili kullanamama” yanılgısının %26.92 oranında, “n” yerine bir sayı koyarak karşılık gelen sonucu bulma” ve “doğrusallık” yanılgılarının tümünün giderildiği belirlenmiştir. Gerçekleştirilen uygulamanın ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin örüntüler konusundaki kavram yanılgılarını gidermeye olumlu yönde etki ettiğini göstermektedir. Matematik öğretiminde kavram yanılgısını gidermek amacıyla kavram karikatürü kullanımının karekaöklü sayılar (Aşık, 2017; Kaplan, Altaylı ve Öztürk, 2014; Taşkın-Gültekin, 2013), çokgenler (Sancar ve Koparan, 2019), tam sayılar (Yürekli, 2020), sayı kümeleri arasındaki ilişkiler ve mutlak değer (Taşkın-Gültekin, 2013), üslü sayılar (Aşık, 2017), üçgenler ve dörtgenler (Sancar, 2019) konularında kavram yanılgılarını gidermede olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmışlardır. Kazemi ve Ghoraish (2012) probleme dayalı öğrenmenin matematik eğitiminde kullanılmasının kavram yanılgılarının giderilmesinde olumlu etkisi olduğunu belirtmişlerdir. Fen eğitiminde probleme dayalı öğrenme yönteminin ışık ve ses (Yurd ve Oğlun, 2008), fiziksel ve kimyasal değişim (Çayan ve Karslı, 2015), ısı ve sıcaklık (Karabulut & Bayraktar, 2018), newton yasası (Sari, Murniati & Ilyas, 2020) konularında kavram yanılgılarını gidermede etkili olduğu görülmüştür.

6. ÖNERİLER

Genelleme matematiğin çok önemli bir unsurudur. Saymadan başlayarak fonksiyonel düşünmeye kadar matematiksel düşümenin temel yapı taşıdır. Genelleme sürecinin mekanik olarak gerçekleşmesi yerine görevi neden ve nasıl yerine getirdiğinin öğrenci tarafından anlaşılması matematiksel düşünmenin gelişimi bağlamında önemli görülmektedir. Örüntünün genelleme süreci cebirsel düşüncenin nasıl geliştiğini ve örüntü genellemesinde önemli olan matematik ögelerinin neler olduğunu ortaya koymak açısından önemli görülmektedir. Benzer şekilde Radford (2008) uzaysal ve sayısal yapıların bağlantısının cebirsel düşünmenin gelişiminin önemli bir parçası olduğunu öne sürmekte ve bu süreçte öğrencilerin örüntüde yer alan şekil ve sayıları ayrıştırarak bilinen ve bilinmeyen varlıkları arasında nasıl ilişki kurduklarını ortaya çıkartmada önemli bir süreç olduğunu belirtmektedir. Örüntü genelleme süreci ritmik saymadan cebir ve cebirsel düşünmeye uzanan çok yönlü ve kapsamlı bir süreçtir. Bu bağlamda yapılan çalışmada elde edilen sonuçlar öğrencilerin örüntüleri genelleme sürecinde özellikle cebir öğrenme alanına ilişkin değişken kavramını 6. ve 7. sınıfta öğrenmiş olmalarına rağmen bilinen ve bilinmeyen arasında ilişki kurmakta zorlanarak pek çok öğrencinin cebirsel genellemeye ulaşamamış olduğunu ortaya koymuştur.

Gerçekleştirilen çalışma 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini seçilen örüntü çeşitleri çerçevesinde incelemiştir. Bu doğrultuda gelecek çalışmalarda özellikle öğrencilerin genelleme sürecinde oldukça zorlandığı tespit edilen karesel sayı örüntüleri ya da 3D/2D örüntüler gibi farklı örüntü çeşitleri üzerinde daha ayrıntılı çalışmalar yapılması ve bu zorluğun nedenlerinin ortaya konulması önerilmektedir.

Bunun yanında örüntülerin genellemesi süreci matematiksel düşünme ya da cebirsel düşünme düzeyleri açısından ayrıntılı incelenerek değişken kavramının öğrencilerin zihinsel yapısındaki anlamı ayrıntılı olarak ortaya konulabilir.

Öğrencilerin genelleme sürecinde tercih ettikleri stratejilerin neden belirli stratejileri üzerine yoğunlaştığı, farklı stratejiler konusunda öğrencilerin bilgi sahibi olup olmadıkları incelenerek stratejilere yönelik farkındalıkları artırılarak genelleme sürecine etkisi değerlendirilebilir.

Çalışmada ortaya konulan bir diğer sonuç ise öğrencilerin çoğunda yanılgıların olduğunun tespit edilmesi olmasıdır. Çalışmada kavram karikatürü destekli probleme dayalı öğrenme uygulamaları ile ilgili yanılgılar giderilmeye çalışılmıştır. Yanılgıların giderilmesinde farklı yaklaşımlar yöntem ve teknikler kullanılarak etkisini değerlendiren karşılaştırmalı çalışmalar yapılabilir.

Bunun dışında önemli görülen unsurlardan birisi öğretmen faktörüdür. Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreci, tercih ettikleri stratejiler ve sahip oldukları yanılgılar için ilk ve en önemli kaynak olan öğretmen bilgisinin örüntü bağlamında değerlendirilmesi önemli görülmektedir. Çünkü öğretmenin bildiklerini nasıl karakterize ettiği ve sınıfta bu bilgiyi nasıl uyguladı öğrenci bilgisi, strateji seçimi, yanılgıların oluşmasında temel etken olarak görülmektedir. Bu bağlamda öğretmenin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark edip etmemesi ve bu durumun örüntü genelleme sürecine etkisi değerlendirilebilir.

7. KAYNAKLAR (APA)

Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve ikinci dereceden örüntüleri genelleştirme stratejileri: 6-8. sınıf öğrencilerinin karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim, 37 (165),* 184-194.

Akkan, Y., Baki, A., ve Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: cebir öncesinin önemi. *Elementary Education Online, 10 (3),* 812-823.

Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi.* Yayımlanmamış doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Akkaya, R. ve Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanılgıları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31,* 1-12.

Ali, R., Hukamdad., Akhter, A., and Khan. (2010). Effect of using problem solving method in teaching mathematics on the achievement of mathematics students. *Asian Social Science, 6 (2),* 67-72.

Altun, M. (2015). Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8.sınıflarda) matematik öğretimi (11.Baskı). Bursa: Aktüel Yayıncılık.

Amit, M., and Neria, D. (2008). "Rising to the challenge": using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented prealgebra students. *ZDM: International Journal in Mathematics Education, 40,* 111- 129.

Aslan, R. (2011). *Örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerini gidermeye yönelik bir ders tasarımı.* Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Aşık, T. (2017). *Üslü ve köklü ifadelerdeki kavram yanılgılarının belirlenmesi ve giderilmesinde kavram karikatürlerinin kullanılması.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas.

Ayas, M. (2018). Kavram karikatürlerinin din öğretiminde kullanılması. *AİBÜ İlahiyat Fakültesi Dergisi, 6 (12),* 522-539.

Aygün, D., Karadeniz, MH, ve Bütüner, S. Ö. (2020). Kavram karikatürü uygulamalarının 5. sınıf öğrencilerinin matematiksel sembol, terim/kavram kullanımlarına yansımaları. *International Journal of Education Studies in Mathematics*, *7 (3),* 151-172, https://doi.org/10.17278/ijesim.749497.

Bakırcı, H. ve Çepni, S. (2016). Ortak bilgi yapılandırma modelinin ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin eleştirel düşünme becerilerine etkisi: Işık ve ses ünitesi örneği. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 17 (3),* 185-202.

Baki, A. (1999). Cebirle İlgili İşlem Yanılgılarının Değerlendirilmesi. *III. Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu.* M.E.B. ÖYGM.

Balim, A.G., Inel-Ekici, D., and Ozcan, E. (2016). Concept cartoons supported problem based learning method in middle school science classrooms. Journal of Education and Leraning*, 5 (2)*, 272-284, https://doi.org/10.5539/jel.v5n2p272.

Balim, A.G., Turkoguz, A., Ormanci, U., Kacar, S., Evrekli, E., and Ozcan, E. (2014). Teachers' views about problem-based learning through concept cartoons. *Journal of Baltic Science Education, 13 (4),* 458-468.

Balım, A.G., İnel, D. ve Evrekli, E. (2008). Fen Öğretiminde Kavram Karikatürü Kullanımının Öğrencilerin Akademik Başarılarına ve Sorgulayıcı Öğrenme Becerileri Algılarına Etkisi. *İlköğretim Online, 7 (1),* 188-202.

Barrows, H. S. (1988). *The tutorial process.* Springfield, IL: Southern Illinois University School of Medicine.

Barut, B. (2022). Tüm ilişkiler doğrusal ya da orantısal mıdır? doğrusal akıl yürütmenin aşırı genellemesi: doğrusallık yanılgısı ile ilgili bir derleme çalışması. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *19* (Özel Sayı), 240-270, https://doi.org/10.33711/yyuefd.1068107.

Becker, J. R. and Rivera, F. (2006). Sixth graders‟ figural and numerical strategies for generalizing patterns in algebra (1). (ed: Alatorre, S., Cortina, J. L., Saiz, M. Ve Mendez, A.), *Proceeding of The 28th Annual Meeting of The North American Chapter of The international Group for the Psychology of Mathematics Education,* 2, Merida, Mexico: Universidad Pedagogica Nacional, 95-101.

Becker, J. R., and Rivera, F. (2005). Generalization strategies of beginning high school algebra students. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.*), Proceedings of the 29th PME conference* (vol. 4, pp. 121–128). Melbourne: PME.

Birgin, O., ve Demirören, K. (2020). Sekizinci sınıf öğrencilerinin basit görsel ve cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanılgılarının incelenmesi. *Uluslararası Sosyal ve Eğitim Bilimleri Dergisi, 7 (14),* 233-247, https://doi.org/10.20860/ijoses.797472.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F. (2017). *Bilimsel araştırma yöntemleri.* Pegem Akademi.

Cantürk Günhan, B., ve Başer, N. (2009). Probleme dayalı öğrenmenin öğrencilerin eleştirel düşünme becerilerine etkisi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 7 (2),* 451-482.

Carraher, D., Martinez, M., and Schliemann, A. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM.*

Cazzola, M. (2008). *Problem Based Learning and Mathematics: Possible Synergical Actions.* Italy. Journal of Education.

Chin, C., and Teou, L. (2009). Using concept cartoons in formative assessment: Scaffolding students' argumentation. *International Journal of Science Education, 31,* 1307–1332, https://doi.org/10.1080/09500690801953179.

Chua, B. L., and Hoyles, C. (2010). Generalisation and perceptual agility: How did teachers fare in a quadratic generalising problem? *Research in Mathematics Education, 12 (1),* 71–72, https://doi.org/10.1080/14794800903569915.

Cunningham, I. (1994). *The wisdom of strategic learning*. London: McGraw-Hill.

Çayan, Y. ve Karslı, F. (2015). 6. sınıf öğrencilerinin fiziksel ve kimyasal değişim konusundaki kavram yanılgılarının giderilmesinde probleme dayalı öğrenme yaklaşımının etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 23 (4),* 1433-1448.

Çayır, M. Y., ve Akyüz, G. (2015). 9. sınıf öğrencilerinin örüntü genelleme problemlerini çözme stratejilerinin belirlenmesi. Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, *9 (2),* 205-229, https://doi.org/10.17522/nefefmed.66921.

Çetiner, S. (2022). *Kavram karikatürlerinin 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akılcı uygulama özelliklerine etkisi.* Doktora tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Dabell, J. (2008). Using conceptcartoons. *Mathematics Teaching Incorporating Micromath, 209,* 34-36.

Davidson, S. and Askew, M. (2012). Concept cartoons as a way to elicit understandings and encourage reasoning about decimals in year 7. J. Dindyal, L. P. Cheng ve S. F. Ng (Ed.), *Proceedings of the 35th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* içinde (s. 218-225). Mathematics Education Research Group of Australasia, Australia.

De Bock, D., Verschaffel, L., and Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students' solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics, 35,* 65–83.

Dede, Y. ve Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir?. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24,* 180–185.

Dolmans, D. H., De Grave, W., Wolfhagen, I. H., & Van Der Vleuten, C. P. (2005). Problem-based learning: Future challenges for educational practice and research. *Medical education*, *39* (7), 732-741, https://doi.org/10.1111/j.1365-2929.2005.02205.x.

Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In A. Bishop, S. Mellin-Olsen, & J. van Dormolen (Eds.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 63–85). Dordrecht: Kluwer.

Durmaz, B., and Altun, M. (2014). Ortaokul öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanma düzeyleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*, 73-94.

Durmaz, B. (2007). *Yapılandırıcı Fen öğretiminde kavram karikatürlerinin öğrencilerin başarısı ve duyuşsal özelliklerine etkisi* (muğla ili merkez ilçe örneği). Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Muğla Üniversitesi, Muğla.

Ekici, F., A. Ekici, & F. Aydın. (2007). "Utility of concept cartoons in diagnosing and overcoming misconceptions related to photosynthesis." *International Journal of Environmental & Science Education, 2 (4):* 111–124.

Erdağ, S. (2011). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde kavram karikatürleri ile destekli matematik öğretiminin, ondalık kesirler konusundaki akademik başarıya ve kalıcılığa etkisi.* Yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Erdoğan, A., ve Cerrah-Özsevgeç, L. (2012). Kavram karikatürlerinin öğrencilerin kavram yanılgılarının giderilmesi üzerindeki etkisi: Sera etkisi ve küresel ısınma örneği. Türk Eğitim Dergisi*, 1 (2),* 1-13, https://doi.org/10.19128/turje.181046.

Ersoy, Y. (2006). Ilkogretim matematik ögretim programındaki yenilikler: amac, icerik ve kazanımlar (Innovations in mathematics curricula of elementary schools: objective, content and acquisition). *Ilkogretim Online, 5 (1),* 30-44.

Evrekli, E., Balım, A.G., and Inel, D. (2009). Mind mapping applications in special teaching methods courses for science teacher candidates and teacher candidates" opinions concerning the applications. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 1,* 2274–2279, http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2009.01.400.

Fatade, A. O., Mogari, D., and Arigbabu, A. A. (2013). Effect of problem based learning on senior secondary school students' achievements in further mathematics. *Internasional Journal Acta Didactica Napocensia, 6 (3),* 27-49.

Girit, D. and Akyüz, D. (2016). Algebraic thinking in middle school students at different grades: conceptions about generalization of patterns. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 10 (1),* 243-272.

Gökce, R., ve Yeşildere-İmre, S. (2017). Cebirsel Genelleme Yapmayı Destekleyen Etkinliklerin 7. Sınıf Öğrencilerinin Genelleme Yapma Becerilerini Şekillendirmedeki Rolü. *Gaziantep University Journal of Social Sciences, 16 (1),* 194-215.

Gray, E. M., and Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity, and flexibility: A" proceptual" view of simple arithmetic. *Journal for research in mathematics education,* 116-140, https://doi.org/10.5951/jresematheduc.25.2.0116.

Girit Yıldız, D., ve Gündoğdu Alaylı, F. (2019). Ortaokul matematik öğretmen adaylarının sabit değişen şekil örüntüsü genellemesini öğretmek için matematik bilgileri. *Trakya Eğitim Dergisi*.

Göksu, F. C. ve Köksal, N. (2016). Doğrular, açılar ve çokgenler konularının kavram karikatür destekli yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre işlenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi, 4 (3),* 68-91.

Greenes, C., and Findell, C. (1998). *Algebra puzzles and problems, grade 6.* Mountain View, CA: Creative Publications.

Grønmo, L. S. (2018). The Role of Algebra in School Mathematics. In G. Kaiser, H. Forgasz, M. Graven, A. Kuzniak, E. Simmt & B. Xu (Eds.), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 175–193). Springer.

Gürel, Z.Ç., ve Okur, M. (2018). 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin nihai ve denklemleri hakkındaki kavram yanılgıları. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, *6 (4),* 479-507.

Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D., and Threlfall, J. (1998). Childrens' strategies with number patterns. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 67-83). London: Cassell.

Healy, L., and Hoyles, C. (2000). *Proof conceptions in algebra. Journal for Research in Mathematics Education, 31,* 396-428, https://doi.org/10.2307/749651.

Herbert, K. and Brown, R. H. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics, 3,* 123-128, https://doi.org/10.5951/TCM.3.6.0340.

Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-based learning: What and how do students learn? *Educational psychology review*, *16*, 235-266.

İnel, D. (2012). *Kavram karikatürleri destekli probleme dayalı öğrenme yönteminin öğrencilerin problem çözme becerileri algılarına, fen öğrenmeye yönelik motivasyonlarına ve kavramsal anlama düzeylerine etkileri*. Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Jamal, S.N., Ibrahim, N.H., Surif, J., Suhairom, N., Abdullah, A.H., and Jumaat, N.F. (2017). Understanding of STEM education among chemistry teachers in district of melaka tengah. *Man in India, 97 (12),* 101- 108.

Kabapınar, F. (2005). Effectiveness of teaching via concept cartoons from the point of view of constructivist approach. *Educational Sciences: Theory & Practice, 5 (1),* 135–146.

Kaplan, A., Altaylı, D., ve Öztürk, M. (2014). Kareköklü sayılarda karşılaşılan kavram yanılgılarının kavram karikatürü kullanılarak giderilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *27(1),* 85-102, https://doi.org/10.19171/uuefd.31919.

Kaptan, F. & İzgi, Ü. (2014). 'The Effect of Use Concept Cartoons Attitudes of First Grade Elementary Students towards Science and Technology Course'. *Procedia — Social and Behavioral Sciences* 116, pp. 2307–2311. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.01.564.

Kaptan, F., ve Korkmaz, H. (2001). Fen eğitiminde probleme dayalı öğrenme yaklaşımı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *20* (20).

Kaput, J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra. In E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133–155). Mahwah: Erlbaum.

Karaca, Z., Okan, K. ve Çalışkan, N. (2020). Çokgenler konusunun öğretiminde kavram karikatürü kullanımının akademik başarıya etkisi. *Academia Eğitim Araştırmaları Dergisi, 5 (1),* 110-125.

Karabulut, A., & Bayraktar, Ş. (2018). Effects of problem based learning approach on 5 th grade students' misconceptions about heat and temperature. *Journal of Education and Practice, 9(33)*, 197- 206.

Karakuş, F. (2009). Matematik tarihinin matematik öğretiminde kullanılması: Karekök hesaplamada Babil metodu. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *3*(1), 195-206.

Karasar, N. (2012). *Bilimsel araştırma yöntemi.* Ankara: Nobel Yayınları.

Kazemi, F., & Ghoraishi, M. (2012). Comparison of problem-based learning approach and traditional teaching on attitude, misconceptions and mathematics performance of University Students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *46*, 3852-3856, https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.06.159.

Keogh, B., & Naylor, S. (1999). Concept cartoons, teaching and learning in science: An evaluation. *International Journal of Science Education, 21,* 431–446, https://doi.org/10.1080/095006999290642.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390–419). New York: Macmillan.

Kieran C. & Chalouh L. Owens DT. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics,* New York Macmillan 179-198.

Kieran, C. and Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias, 7 (3),* 229-240.

Kriegler, S. (2007). Just what is algebraic thinking? *Introduction to Algebra :Teacher Handbook,* 1-11.

Kocamaz, B., ve İkikardeş, N. Y. (2021). Örüntüler konusunda 7. sınıf öğrencilerinin karşılaştıkları zorlukların incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *23 (2),* 831-849, https://doi.org/10.25092/baunfbed.868802.

Koutnikova, M. (2017). *The application of comics in science education. Acta Educationis Generalis, 7 (3),* 88-95, https://doi.org/10.1515/atd-2017-0026.

Lannin, J., Barker, D., and Townsend, B. (2006). Algebraic generalisation strategies : factors influencing student strategy selection prior research on generalisation. *Mathematics Education Research Journal, 18 (3),* 3-28.

Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The chalenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning, 7 (3),* 231-258, https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_3.

Lee, L. (1996). An initiation into algebraic culture through generalization activities. *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching*, 87-106.

Ley, A. F. (2005). A cross-sectional investigation of elementary school student‟s ability to work with linear generalizing patterns: The impact of format and age on accuracy and strategy choice. *Masters Abstract International, 44 (02),* 124. (UMI No: AAT MR07303).

Linchevski, L., and Livneh, D. (1999). Structure sense: The relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, *40,* 173–196. https://doi.org/10.1023/A:1003606308064.

Liston, M., and O'Donoghue, J. (2010). Factors infuencing the transition to university service mathematics: Part 2 a qualitative study. *Teaching Mathematics and Its Applications, 29 (2),* 53–68, https://doi.org/10.1093/teamat/hrq005.

MacGregor, M., and Stacey, K. (1996). Origins of students' interpretation of algebraic notation. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th International Conference for Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 289–296). Valencia.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. (eds: N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching.* Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 65-86.

McMillan, J. H. (2004). *Educational research.* Boston: Pearson Education.

Miles M. and Huberman, M. (1994). *An expanded sourcebook qualitative data analysis.* Second Edition. California: Sage Publications.

Naylor, S., and Keogh, B. (2013). Concept cartoons: What have we learnt?. *Journal of Turkish Science Education, 10 (1),* 3-11.

NCTM, (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Olivier, A. (1989). Handling pupils' misconceptions. *Pythagoras*, *21*, 10-19.

Olkun, S., ve Toluk-Uçar Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar.* Ankara: Ekinoks Yayınevi.

Orton, A. and Orton, J. (1999). Pattern and the Approach to Algebra. (ed: A. Orton), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics,* Cassell, London, 104 - 120.

Orton, A. (2009). Reflections on pattern in the mathematics curriculum. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), Padrões: *Múltiplas perspectivas e contextos em educação matemática/Patterns: Multiple perspectives and contexts in mathematics education* (pp. 15-28). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação – Projecto Padrões.

Ozkan, M., and Bal, A. P. (2016). Analysis of the misconceptions of 7th grade students on polygons and specific quadrilaterals. *Eurasian Journal of Educational Research, 16 (67),* 161-182, https://doi.org/10.14689/ejer.2017.67.10.

Özdemir, E., Dikici, R. ve Kültür, M. N. (2015). Öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri: 7. Sınıf örneği. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi, 23 (2),* 523-548. Erişim adresi: https://dergipark.org.tr/en/pub/kefdergi/issue/22599/241421

Özdemir, E. (2013). *İlköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel örüntüleri kavrayabilme ve genelleyebilme süreçleri.* Yayınlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Özgen, K. ve Pesen, C. (2010). Probleme dayalı öğrenme yaklaĢımı ile iĢlenen matematik dersinde öğrencilerin problem çözme becerilerinin analizi. *Milli Eğitim Dergisi, 40(186),* 27-37.

Papic, M., & Mulligan, J. (2005). Preschoolers' mathematical patterning. In *The Proceedings of the 28th Mathematical Education Research Group of Australasia Conference* (pp. 609-616). MERGA Melbourne, Australia.

Palabıyık, U. ve Akkuş-İspir, O. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30,* 111-123.

Pekel, F. O. (2021). The Effects of Concept Cartoons and Argumentation Based Concept Cartoons on Students' Academic Achievements. *Journal of Baltic Science Education*, *20 (6),* 956-968.

Polya, G. (1985). *How to solve it.* Princeton: Princeton University Press.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. (eds: J. L. C. S. Alatorre, M. Sa´iz and A. Me´ndez), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter (Vol. 1),* Mexico: Me´rida, 2-21.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM: International Journal in Mathematics Education, 40,* 83–96.

Ranjan, and Gunendra Chandra. 2013. "Math Anxiety: The Poor Problem Solving Factor in School Mathematics." *International Journal of Scientific and Research Publications*, *4 (3):* 1-5. Diakses pada 14 Oktober 2015.

Resnik, M. D. (1981). Mathematics as a science of patterns: *Ontology and reference. Nous*, 529-550, https://doi.org/10.2307/2214851.

Rivera, F. D., and Becker, J. R. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear fgural patterns. *ZDM, 40 (1),* 65–82, https://doi.org/10.1007/s11858-007-0062-z.

Roh, K. H. (2003). *Problem-based learning in mathematics: ERIC Digest.* Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education.

Samková, L. (2017). Using Concept Cartoons to investigate future teachers' knowledge—new findings and results. In *Proceedings of the Third ERME Topic Conference on Mathematics Teaching, Resources and Teacher Professional Development (ETC3, October 5 to 7, 2016)* (pp. 207-216).

Sancar, M. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin üçgenler ve dörtgenler konusundaki kavram yanılgılarının giderilmesinde ve matematiğe yönelik tutumlarında kavram karikatürlerinin etkisi.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak.

Sancar, M., ve Koparan, T. (2019). Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki kavram yanılgılarının giderilmesinde kavram karikatürlerinin etkisinin incelenmesi. *Karaelmas Journal of Educational Sciences, 7 (2019),* 101-122.

Şahin, M. (2010). Effects of problem-based learning on university students' epistemological beliefs about physics learning and conceptual understanding of Newtonian Mechanics. *Journal of Science Education and Technology, 19 (3),* 266-275, https://doi.org/10.1007/s10956-009-9198-7.

Samsan, M. C., Linchevski, L. and Olivier, A. (1999). The influence of different representations on children"s generalisation thinking processes. *Proceedings of the Seventh Annual Conference of the Southern African Association for research in Mathematics and Science Education,* Harare, Zimbabwe, 406-415.

Saragih, S., and Napitupulu, E. (2015). Developing Student-Centered Learning Model to Improve High Order Mathematical Thinking Ability. *International Education Studies, 8 (6),* 104–112, https://doi.org/10.5539/ies.v8n6p104.

Sari, N., Murniati, & Ilyas, S. (2020). The implementation of problem-based learning modules to decrease misconception on Newton's law topic. Journal of Physics: Conference Series, 1460 (1), 012137, https://doi.org/10.1088/1742-6596/1460/1/012137.

Savery, J. R. (2015). Overview of problem-based learning: Definitions and distinctions. Essential readings in problem-based learning: *Exploring and Extending the legacy of howard S. Barrows, 9,* 5–15.

Selçuk, G. ve Şahin, M. (2008). Probleme dayalı öğrenme ve öğretmen eğitimi. *Dokuz Eylül Üniversitesi, Buca Eğitim Fakültesi Dergisi, 24,* 12-19.

Sengül, S., & Dereli, M. (2010). Does instruction of 'Integers' subject with cartoons afect students' mathematics anxiety? *Procedia, Social and Behavioral Sciences, 2,* 2176–2180, https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.302.

Serttaş, S. and Türkoğlu, A. Y. (2020). Diagnosing students' misconceptions of astronomy through concept cartoons. Participatory Educational Research, *7 (2),* 164-182, https://doi.org/10.17275/per.20.27.7.2.

Sexton, M. (2010). *Using concept cartoons to access student beliefs about preferred approaches to mathematics learning and teaching.* Paper presented at the MERGA conference, Freemantle, Australia.

Sexton, M., Gervasoni, A., and Brandenburg, R. (2009). Using a concept cartoon to gain insight into children's calculation strategies. *Australian Primary Mathematics Classroom, 14 (4),* 24-28.

Schmidt, H. G. (1993). Foundations of problem-based learning—some explanatory notes. *Medical Education, 27 (5),* 422–432, https://doi.org/10.1111/j.1365-2923.1993.tb00296.x.

Schreiber, I. (2020). Patterns in Kindergarten: Teachers' Knowledge of Content and Students and Associated Self-Efficacy Beliefs. *Scientia in educatione, 11 (1),* 69-81, https://doi.org/10.14712/18047106.1543.

Sockalingam, N., Rotgans, J., and Schmidt, H.G. (2011). Student and tutor perceptions on attributes of effective problems in problem-based learning. *Higher Education, 62 (1),* 1-16, https://doi.org/10.1007/s10734-010-9361-3.

Srikan, P., Pimdee, P., Leekitchwatana, P., and Narabin, A. (2021). A Problem-Based Learning (PBL) and Teaching Model using a Cloud-Based Constructivist Learning Environment to Enhance Thai Undergraduate Creative Thinking and Digital Media Skills. *International Journal of Interactive Mobile Technologies, 15 (22),* 68, https://doi.org/10.3991/ijim.v15i22.24963.

Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, *20*, 147-164, https://doi.org/10.1007/BF00579460.

Stacey, K., and MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *The Mathematics Teacher, 90 (2),* 110–113, https://doi.org/10.5951/MT.90.2.0110.

Steele, D.F. and Johanning, D.I. (2004). A Schematic-Theoretic View of Problem Solving and Development of Algebraic Thinking, *Educational Studies in Mathematics, 57 (1),* 65-90.

Steele, D. (2005). Using writing to access students‟ schemata knowledge for algebraic thinking. *School Science and Mathematics, 103 (3),* 142-154.

Subhan, M., and Lilia, H. (2010). Teachers' perception towards usage of cartoon in teaching and learning physics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 7,* 538-545. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.10.072.

Tanışlı, D., Köse, N. Y., ve Camci, F. (2017). Matematik Öğretmen Adaylarının Örüntüler Bağlamında Genelleme ve Doğrulama Bilgileri. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi, 5 (3),* 195-222.

Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). Lineer Şekil Örüntülerine İlişkin Genelleme Stratejileri: Görsel ve Sayısal İpuçlarının Etkisi. *Eğitim ve Bilim, 36 (160),* 184-198.

Tanışlı, D. ve Olkun, S. (2009). *Basitten karmaşığa örüntüler.* Ankara, Maya Akademi.

Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim Beşinci Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genellemede Kullandıkları Stratejiler. *Educational Sciences: Theory & Practice, 9 (3),* 1453-1497.

Tanışlı, D. (2008). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi.* Doktora tezi, Anadolu Üniversitesi, Eskişehir.

Tamblyn, D. (2002). *Laugh and Learn: 95 Ways to Use Humour for More Effective Teaching and Training.* New York, NY: AMACOM.

Taşkin Gültekin, S. (2013). *Kavram karikatürleri ile zenginleştirilmiş matematik öğrenme ortamlarından yansımalar*. Yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Tippett, C. D. (2010). Refutation text in science education: A review of two decades of research. *International Journal of Science & Mathematics Education, 8 (6),* 951–970.

Toker, H., ve Sevinç, Ş. (2021). Karikatürlerdeki Matematik, Matematik Öğretmenleri ve Öğrenciler. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences (JFES)*, *54* (1), 1-34, https://doi.org/10.30964/auebfd.732238.

Toluk, Z. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMMS): matematik nedir? *İlköğretim-Online, 2 (1),* 36-41. Erişim tarihi: 2.03.2007.

Torok, S.e., McMorris, R.f. and Lin, W. (2004). Is humor an appreciated teaching tool? Perceptions of professors’ teaching styles and use of humor. *College Teaching, 52,* 14–20, https://doi.org/10.3200/CTCH.52.1.14-20.

Torp, L., & Sage, S. (1998). *Problems as possibilities: Problem-based learning for K-12 education*. Ascd.

Türkoğlu, D. ve Cihangir, A. (2017). Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir metasentez çalışması. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi, 2 (2),* 25- 39.

Türkoğlu, H., ve Yalın, H. İ. (2020). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Lineer ve Lineer Olmayan Örüntüleri Genelleme Stratejileri. *Başkent University Journal of Education*, *7 (1),* 110-128.

Ugurel, İ., & Moralı, S. (2006). Karikatürler ve matematik ögretiminde kullanımı. *Milli Eğitim Dergisi*, *34* (170), 1-10.

Usiskin, Z. (1997). Doing algebra in grades K-4. *Teaching Children Mathematics, 3,* 346–356, https://doi.org/10.5951/TCM.3.6.0346.

Warren, E. (2005). Patterns supporting the development of early algebraic thinking. In P. Clarkson, A. Downton, D. Gronn, M. Horne, A. McDonough, R. Pierce, & A. Roche (Eds.), Building connections*: Research, theory and practice (Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia,* Melbourne, s. 759-766). Sydney: MERGA.

Van De Walle, J.A. (2004*). Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* New York: Pearson Education, Inc.

Van De Walle, J. A., Bay-Williams, J. M., Lovin, L. H., and Karp, K. S. (2013). Teaching Student-Centered Mathematics: Developmentally Appropriate Instruction for Grades 6-8 (Volume III).

Warren, E. (1996). *Interaction between instructional approaches, students' reasoning processes, and their understanding of elementary algebra.* Dissertation, Queensland University of Technology.

Warren, E. and Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom, 11 (1),* 9-14.

Wongyai, P., and Kamol, N. (2004). *A framework in characterizing lower secondary school students' algebraic thinking.*

Yağar, F. and Dökme, S. (2018). Niteliksel araştırmaların planlanması: Araştırma soruları, örneklem seçimi, geçerlik ve güvenirlik. *Gazi Sağlık Bilimleri Dergisi, 3 (3),* 1-9.

Yaman, H. (2010). *İlköğretim öğrencilerinin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri algılayışları üzerine bir inceleme*. Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Yaman, S. ve Yalçın N. (2005). Fen bilgisi öğretiminde probleme dayalı öğrenme yaklaşımının yaratıcı düşünme becerisine etkisi. *İlköğretim-Online, 4 (1),* 42-52.

Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010). Matematik öğretmen adaylarının şekil örüntülerini genelleme süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30 (2),* 141-153.

Yeşildere-İmre, S., Akkoç, H., ve Baştürk-Şahin, B. N. (2017). Ortaokul öğrencilerinin farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel genelleme yapma becerileri. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education Vol, 8 (1),* 103-129.

Yew, E. H., and Goh, K. (2016). Problem-based learning: An overview of its process and impact on learning. *Health professions education*, *2* (2), 75-79, https://doi.org/10.1016/j.hpe.2016.01.004.

Yew, E. H., & Schmidt, H. G. (2009). Evidence for constructive, self-regulatory, and collaborative processes in problem-based learning. *Advances in health sciences education*, *14*, 251-273.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yılmaz, A. (2018). *Kavram karikatürleri destekli 5E modeli uygulamasının ortaokul öğrencilerinin matematik başarısına, öğrenme kalıcılığına ve tutumlarına etkisi.* Yüksek lisans tezi, Bartın Üniversitesi, Bartın.

Yokuş, G. ve Ayçiçek, B. (2020). Kavram karikatürlerinin fen eğitimi dersi akademik başarısı üzerindeki etkisini belirlemeye yönelik bir meta-analiz çalışması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 49,* 223-246, https://doi.org/10.9779/pauefd.592287.

Yurd, M., ve Olğun, Ö. S. (2008). Probleme dayalı öğrenme ve bil-iste-öğren stratejisinin kavram yanılgılarının giderilmesine etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 35,* 386-396.

Yürekli, A. (2020). *Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılar konusundaki işlemlere ait kavram yanılgılarının belirlenmesi ve kavram karikatürleri ile giderilmesi.* Yüksek lisans tezi, Kırıkkale Üniversitesi, Kırıkkale.

Zaskis, R. and Liljedahil, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics, 49,* 379-402, https://doi.org/10.1023/A:1020291317178.

Zazkis, R., Liljedahl, P., and Chernoff, E. J. (2008). The role of examples in forming and refuting generalizations. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education, 40,* 131- 141.

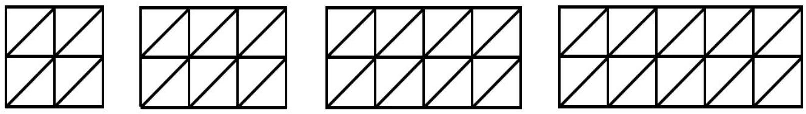
EKLER

8. EKLER

EK-A: ÖRÜNTÜ TESTİ

ÖRÜNTÜ TESTİ

1. Aşağıda verilen şekiller küçük eş üçgenlere bölünmüştür. Buna göre:



1. Şekil 2. Şekil 3. Şekil 4. Şekil ………….

a. 5. şekil kaç tane küçük üçgenden oluşur?

b. 20. şekli oluşturmak için kaç tane küçük üçgen gereklidir? Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

c. Küçük üçgenlerin sayısı için örüntünün genel kuralını bulunuz ve açıklayınız.

2. Bir bakteri, her saat sonunda 2’ye bölünerek çoğalmaktadır. Bir kavanoza bu bakteri çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemleniyor.

a. 2 saat sonra kavanozda ………. bakteri olur.

b. 10 saat sonra kavanozda ………. bakteri olur. Açıklayınız.

c. 75 saat sonra kavanozda ………. bakteri olur. Açıklayınız.

d. Herhangi bir saatin sonunda bakteri sayısını veren bir kuralı nasıl yazarız. Açıklayınız.

3. Sude'nin elinde beyaz ve siyah kartlar vardır. Sude bu kartlarla düzenlemeler yaparak aşağıdaki şekli elde etmiştir.

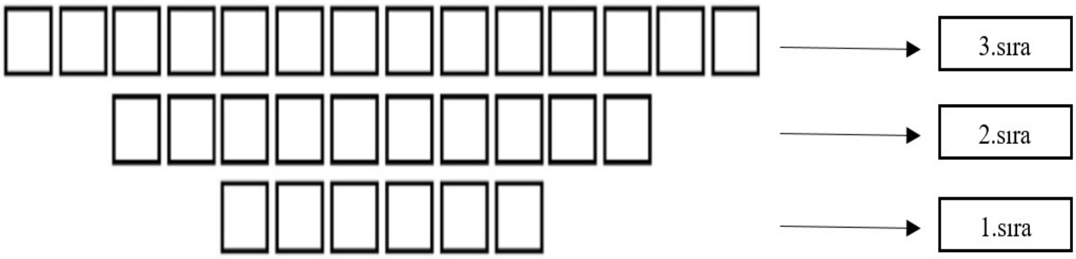
3×3' lük diziliş şeklinde, 1 siyah ve 8 beyaz kart vardır.

BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ
BEYAZ	SİYAH	BEYAZ
BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ

Sude bu modeli kullanarak şekiller yapmaya devam etmektedir. Aşağıdaki tablo Sude'nin yaptığı şekillerdeki siyah, beyaz ve toplam kart sayısını göstermektedir. Tabloyu tamamlayınız.

Diziliş Şekli	Siyah Kart Sayısı	Beyaz Kart Sayısı	Toplam Kart Sayısı
3×3	1	8	9
4×4			
5×5			
6×6			
…			
20×20			

4. Bir tiyatroda ilk sırada 6 koltuk vardır. İlk sıradan sonra her sırada koltuk sayısı 4 artmaktadır. Aşağıdaki diyagramda tiyatronun ilk üç sırası gösterilmiştir.



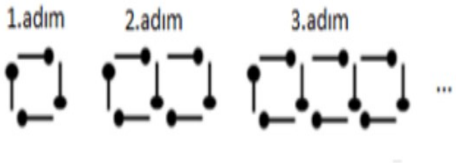
a. Tiyatroda 4.sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

b. Tiyatroda 8. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

c. Tiyatroda 100. sırada kaç koltuk vardır? Cevabınızı açıklayınız.

d. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamamızı sağlayacak bir kural bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

5. Aşağıda kibrit çöpleriyle oluşturulmuş bir şekil örüntüsü verilmiştir. Aşağıda bu örüntüye ilişkin sorulan soruları yanıtlayınız.



Adım Sayısı	1.adım	2.adım	3.adım	4.adım	…	10.adım	…	50.adım	…	n.adım
Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı										
Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki										

a. Örüntünün 4. adımını çizerek oluşturunuz.

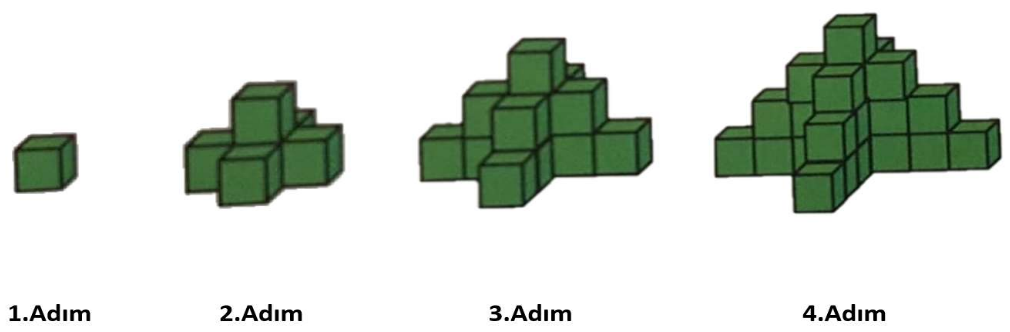
b. Örüntünün 10. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

c. Örüntünün 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

d. Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız

6. Pelin, özdeş birim küpleri kullanarak aşağıdaki adımları oluşturmuştur.



a) Pelin adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısını arasındaki ilişkiyi gösteren tablo yapmıştır. Tablodaki boşlukları doldurunuz.

Adım Sayısı	Kullanılan Özdeş Birim Küp Sayısı
1	
2	
3	
4	
5	
6	

b) 8. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

c) 23. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

d) Adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır açıklayınız.

7. Bir futbol takımı özel ürettiği formaları satışa çıkarmıştır. Aşağıda verilen tabloda forma sayısı ve fiyatları gösterilmiştir. Buna göre;

Forma Sayısı	1	2	3	4	5
Fiyat ($)	2	5	8	11	14

a. 20 tane formanın fiyatı ne olur? Açıklayınız.

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir? Açıklayınız.

c. Forma sayısına karşılık fiyatı veren bir kural bulabilir misiniz? Açıklayınız.

EK B: GÖRÜŞME FORMU

GÖRÜŞME FORMU

Giriş

Merhaba, ben İlayda İNCE. Hem matematik öğretmeniyim hem de Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde İlköğretim Matematik Eğitimi yüksek lisans öğrencisiyim. Yüksek lisans tezim kapsamında, 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri, stratejileri ve örüntülere ilişkin kavram yanılgılarını belirleyip gidermeye yönelik bir araştırma yapıyorum. Bu amaçla, 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçlerini, stratejilerini ve örüntülere ilişkin kavram yanılgılarını incelemek için görüşme yapmak istiyorum. Görüşmeyi kaydetmek istiyorum, böylece zamanı verimli kullanabilir ve kayıtları doğru bir şekilde tutabilirim. Kayıtlar gizli tutulacak ve kimseyle paylaşılmayacaktır. Görüşme sırasında verdiğiniz cevaplar doğru/yanlış olarak değerlendirilmeyecek, düşünceleriniz yargılanmayacaktır. Bu nedenle, rahat ve içten bir şekilde düşüncelerinizi paylaşmanızı umuyorum. Görüşmeye başlamadan önce size sormak ya da söylemek istediğiniz bir şey var mı?

İlayda İNCE

Balıkesir Üniversitesi

Yüksek Lisans Öğrencisi

Görüşmenin yaklaşık 40 dakika süreceğini tahmin ediyorum. Müsaadenizle sorulara başlamak istiyorum.

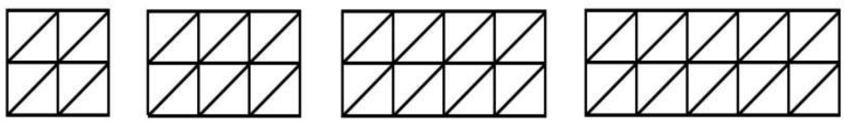
Tarih: ________________

Saat(Başlangıç/Bitiş): ___________/___________

GÖRÜŞME SORULARI

1.SORU: 2D ÖRÜNTÜ

Yukarıda verilen şekiller küçük eş üçgenlere bölünmüştür.



1. Şekil 2. Şekil 3. Şekil 4. Şekil ....

a. Soruda verilen örüntü ve bileşenleri nelerdir? Açıklayınız. Örneğin birinci şekil, ikinci şekil, üçüncü şekil ifadesinin sizin için anlamı nedir?
b. Beşinci şekilde kaç tane küçük üçgen olduğuna dair yaptığınız çözümü açıklayınız?
   - *Kaçar kaçar arttığını nasıl buldun?*
c. 20. şekli oluşturmak için kaç tane küçük üçgen gereklidir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
   - *Uzak adımda neden cebirden yararlanman gerektiğini düşünüyorsun?*
d. 100. şekli oluşturmak için kaç tane küçük üçgen gereklidir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
e. Küçük üçgenlerin sayısı için örüntünün genel kuralını sözel olarak açıklayabilir misin?
   - *+4'teki artı işareti neyi ifade ediyor? Açıklayabilir misin?*
f. 200. şekli oluşturmak için kaç tane küçük üçgen gereklidir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
g. Sözel olarak açıkladığın kuralı cebirsel olarak ifade edebilir misin? Cebirsel olarak ifade ettiğin kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?

- *n ve 4n+4 senin için ne ifade ediyor?*

2.SORU: GEOMETRİK ÖRÜNTÜ

Bir bakteri, her saat sonunda 2'ye bölünerek çoğalmaktadır. Bir kavanoza bu bakteri çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemleniyor.

a. 2 saat sonra kavanozda kaç bakteri olur? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
   - *Başlangıçta kaç bakteri olduğunu düşünüyorsun? Açıklar mısın?*

b. 10 saat sonra kavanozda ………. bakteri olur. Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

c. 75 saat sonra kavanozda ………. bakteri olur. Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

d. Herhangi bir saatin sonunda bakteri sayısını veren bir kuralı sözel olarak açıklayabilir misin? Neden?

e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade edebilir misin? Cebirsel olarak ifade ettiğin kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?
   - *Burada n ve 2 senin için neyi ifade ediyor? Açıklar mısın?*
   - *Karikatürlerle yaptığımız uygulamanın bu soru için nasıl bir faydası oldu?*

3.SORU: ÖZEL SAYI ÖRÜNTÜSÜ (KARESEL ÖRÜNTÜ)

Sude'nin elinde beyaz ve siyah kartlar vardır. Sude bu kartlarla düzenlemeler yaparak aşağıdaki şekli elde etmiştir.

BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ
BEYAZ	SİYAH	BEYAZ
BEYAZ	BEYAZ	BEYAZ

3 × 3' lük diziliş şeklinde, 1 siyah ve 8 beyaz kart vardır.

Sude bu modeli kullanarak şekiller yapmaya devam etmektedir.

a. 4 × 4' lük diziliş şeklinde, siyah, beyaz ve toplam kart sayısı kaç tanedir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

b. 5 × 5' lik diziliş şeklinde, siyah, beyaz ve toplam kart sayısı kaç tanedir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

c. 6 × 6' lık diziliş şeklinde, siyah, beyaz ve toplam kart sayısı kaç tanedir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
   - *Tabloda üç nokta bırakılmış bu senin için ne ifade ediyor?*

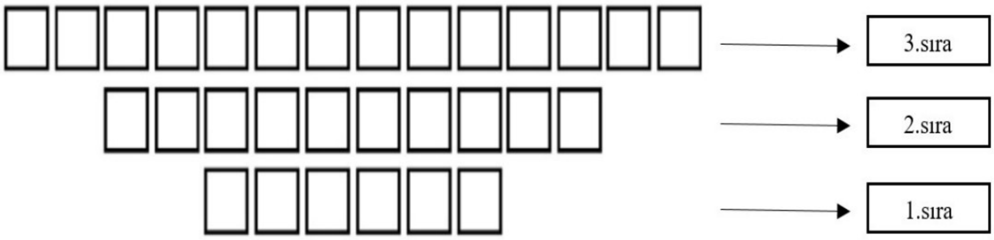
d. 20 × 20' lik diziliş şeklinde, siyah, beyaz ve toplam kart sayısı kaç tanedir? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
   - *20x20 ' lik dizilişi neden uzak buluyorsun?*

e. Örüntünün kuralını sözel olarak ifade edebilir misin? Nasıl düşündüğünü açıklar mısın?

f. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade edebilir misin? Cebirsel olarak ifade ettiğin kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?
   - *Bulduğun kuralın doğru olduğuna emin misin?*
   - Siyah kart, toplam kart ve beyaz kart sayısını nasıl bu kadar hızlı buldun?

4.SORU: 2D ÖRÜNTÜ

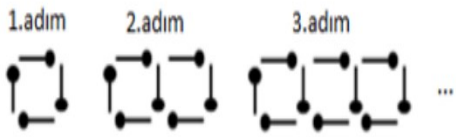
Bir tiyatroda ilk sırada 6 koltuk vardır. İlk sıradan sonra her sırada koltuk sayısı 4 artmaktadır. Aşağıdaki diyagramda tiyatronun ilk üç sırası gösterilmiştir.



a. Tiyatroda 4.sırada kaç koltuk vardır? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
b. Tiyatroda 8. sırada kaç koltuk vardır? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
c. Tiyatroda 100. sırada kaç koltuk vardır? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?
   - *100. sıradaki koltuk sayısını bulmanın neden zor olduğunu düşünüyorsun?*
   - *Buradaki 100, 4 ve 400 senin için neyi ifade ediyor?*
d. Herhangi bir sıradaki koltuk sayısını hesaplamamızı sağlayacak örüntünün genel kuralını sözel olarak açıklayabilir misin? Neden?

e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade edebilir misin? Cebirsel olarak ifade ettiğin kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?
   - *Örüntünün kuralını doğru bulduğuna emin misin?*
   - *Önceki görüşmemizde bu soruya farklı yanıtlar vermiştin? Şuan hangi yanıtının doğru olduğunu düşünüyorsun?*

5.SORU: 2D ÖRÜNTÜ



Adım Sayısı	1.adım	2.adım	3.adım	4.adım	…	10.adım	…	50.adım	…	n.adım
Kullanılan Kibrit Çöpü Sayısı										
Adım Sayısı ile Kibrit Çöpü Sayısı Arasındaki İlişki										

a. Örüntünün 4. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
   - *4. adımı çizerek oluşturmuşsun nasıl çizdiğini açıklar mısın?*
b. Örüntünün 10. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.
c. Örüntünün 50. adımdaki kibrit çöpü sayısını hesaplayınız. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

- *Tabloda 50. adıma 25 kibrit çöpü geldiğini yazmışsın aynı zamanda 10. adıma da 19 kibrit çöpü bulduğunu yazmışsın 10. adımda çizerek ve sayarak 31 kibrit çöpü bulmuştum sence bu yanıtlarından hangisi doğru?*

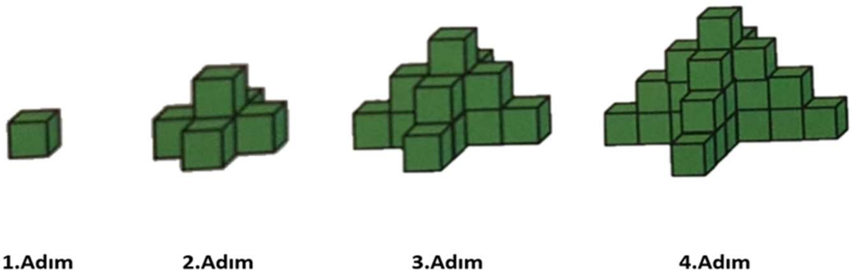
d. Örüntünün kuralını sözel olarak açıklayınız.

e. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade ediniz. Cebirsel olarak ifade ettiğiniz kuralı nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

  - *Bulduğun kuralda 3, n ve 3n+1' i neyi ifade ettiğini açıklar mısın?*
  - *Bulduğun kuralın doğru olduğuna emin misin?*
  - *3000. Adımda kullanılan kibrit çöpü sayısını nasıl bulursun?*
  - *Örüntü makinesi çizdiğini görüyorum. Bunu bana açıklayabilir misin?*
  - *Bu soruda bize bir tablo verilmiş ve tabloyu da doldurmuşsun bu tabloyu nasıl bulduğunu açıklayabilir misin?*
  - *Tabloda üç nokta konulan boşluklar var ve n var bu boşluklar ve n senin için ne ifade ediyor?*

6.SORU: 3D ÖRÜNTÜ

Pelin, özdeş birim küpleri kullanarak aşağıdaki adımları oluşturmuştur.



a. 8. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulabilir misin? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

b. 23. adımında kullanılması gereken birim küp sayısını bulabilir misin? Nasıl bulduğunu açıklar mısın?

c. Adım sayısı ile kullanılan birim küp sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır sözel olarak açıklayabilir misin? Neden?

  - *8 ve 15 nereden geldi?*

d. Sözel olarak açıkladığınız kuralı cebirsel olarak ifade edebilir misin? Cebirsel olarak ifade ettiğin kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?

  - *Bu cebirsel ifade neyi temsil ediyor?*
  - *Tablodaki boşlukları nasıl doldurduğunu açıklayabilir misin?*
  - *Doğru yaptığına emin misin?*
  - *Örüntü makinesi ve grafik çizdiğini görüyorum bunları açılar mısın?*
  - *Senin için örüntü neyi ifade ediyor?*
  - *Bu soru hakkında düşüncelerin neler?*

7.SORU: ARİTMETİK ÖRÜNTÜ

Bir futbol takımı özel ürettiği formaları satışa çıkarmıştır. Aşağıda verilen tabloda forma sayısı ve fiyatları

Forma Sayısı	1	2	3	4	5
Fiyat ($)	2	5	8	11	14

gösterilmiştir. Buna göre;

a. 20 tane formanın fiyatını bulabilir misin? Bir örüntünün herhangi bir adımına ulaşırken zorlanıyor musun?
    - *Forma sayılarının fiyatının üçer üçer arttığını nasıl buldun?*

b. Kaç tane formanın fiyatı 122 $ olabilir? Bir örüntüde verilen herhangi bir terimin kaçıncı adımda olduğunu bulurken zorlanıyor musun?

c. Forma sayısına karşılık fiyat arasında nasıl bir ilişki vardır açıklayabilir misin? Bir örüntünün genel terimini bulurken güçlük yaşıyor musun?
    - *Örüntünün tablo şeklinde verilmesi problemi anlamanı ve çözmeni kolaylaştırıyor mu? Neden?*
    - *Bu bilgileri kullanarak bir problem kurabilir misin?*
    - *3,n ve 3n-1 nedir?*

EK C: KAVRAM KARİKATÜRLERİ

ŞİRİNKÖY DE SALGININ SONU NE OLUCAK?

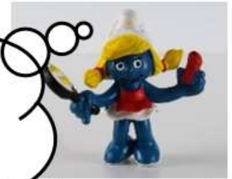
Şirinköyü etkisi altına alan ve şirinlerin hayatlarının düzenini değiştiren bir bakteri ortaya çıkmıştır. Şirinler bu bakterinin yayılmasını önlemek amacıyla bir toplantı düzenlemişlerdir. Bakterinin 5 haftadaki sayıları gözlemlenmiş ve tablo şeklinde not edilmiştir. Şirinlere yardımcı olup bakterinin yayılmasını önleyecek formülü bulabilir misiniz?

RESSAM ŞİRİN

Her hafta kaç bakteri oluştuğu verilmiş haftalar geçtikçe bakteri sayısı artıyor. 1.hafta 5 bakteri, 2.hafta 8 bakteri, 3. Hafta 11 bakteri, 4.hafta 14 bakteri, 5.hafta 17 bakteri oluşmuş o zaman 25. haftada kaç bakteri oluşacağı soruluyor.

GÖZLÜKLÜ ŞİRİN

Haftalar geçtikçe bakteri sayısı artıyor. Bu yüzden hafta sırasıyla bakteri sayısını beraber ele almalıyız.



ŞİRİNE

Bakteri sayısı 5,8,11,14,17 şeklinde devam ediyor. Hafta sırasına bakmamıza gerek yok çünkü bize 25. haftada kaç bakteri oluşacağını soruyor.

ŞİRİN BABA

Bakteri sayısı bu şekilde artmaya devam ederse 25. haftada kaç bakteri olacağını düşünüyorsunuz?

Haftalar	1.hafta	2.hafta	3.hafta	4.hafta	5.hafta	…	25.hafta
Bakteri Sayısı	5	8	11	14	17	…	?

GÜÇLÜ ŞİRİN

5.haftaya kadar bakteri sayısı verilmiş. Boş bırakılan kutucuk 6. haftadır. O halde 6.haftada 20 bakteri vardır.

BAHÇIVAN ŞİRİN

USTA ŞİRİN

Hafta sırası birer birer artmıştır. Bakteri sayısı üçer üçer artmış. Bence 25.haftada 25'ten üç fazla bakteri oluşacağını tahmin ediyorum.

Şirin Babanın sorduğu soruyla ilgili Ressam Şirin, Gözlüklü Şirin, Şirine, Güçlü Şirin, Bahçıvan Şirin ve Usta Şirin tartışmaktadır. Ancak problemin anlaşılmasıyla ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Ressam Şirin ☐ Gözlüklü Şirin ☐ Şirine ☐ Güçlü Şirin ☐ Usta Şirin

Açıklayınız.

……
……
………....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Bahçıvan Şirin gibi düşünüyorsanız sizce Bahçıvan Şirin probleme ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……
……
……
………....

Bence hafta sırası ile bakteri sayısı arasındaki ilişkiye bakmalıyız.

RESSAM ŞİRİN

Bence bakteri sayısı üçer arttığı için toplamak yerine kısa yoldan üç ile çarpmalıyız.

GÖZLÜKLÜ ŞİRİN

ŞİRİNE

Bakteri sayısı 5, 8, 11, 14, 17 şeklinde artmış, bir sonraki bakteri sayısını bulmak için bir önceki bakteri sayısına 3 ekleyerek sayarız.

ŞİRİN BABA

Bakteri sayısı bu şekilde artmaya devam ederse 25. haftada kaç bakteri olacağını düşünüyorsunuz?

Haftalar	1.hafta	2.hafta	3.hafta	4.hafta	5.hafta	...	25.hafta
Bakteri Sayısı	5	8	11	14	17	...	?

GÜÇLÜ ŞİRİN

Bence hafta sırası ile bakteri sayısı arasındaki orana bakmalıyız.

BAHÇIVAN ŞİRİN

Haftalar birer birer arttığı için bakterilerinde birer birer artacağını tahmin ediyorum.

USTA ŞİRİN

Şirin Babanın sorduğu soruyla ilgili Ressam Şirin, Gözlüklü Şirin, Şirine, Güçlü Şirin, Bahçıvan Şirin ve Usta Şirin tartışmaktadır. Ancak stratejinin seçilmesiyle ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Ressam Şirin ☐ Gözlüklü Şirin ☐ Şirine ☐ Güçlü Şirin ☐ Usta Şirin

Açıklayınız.

……
……
………....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Bahçıvan Şirin gibi düşünüyorsanız sizce Bahçıvan Şirin strateji seçimine ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

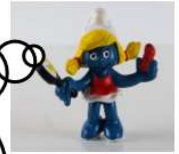
……
……
……
………....

GÖZLÜKLÜ ŞİRİN

Bakteri sayısı her hafta üçer üçer artmaktadır. 8-5=3, 11-8=3, 14-11=3, 17-14=3 O halde **Bakteri sayısı= 3x Hafta Sırası** diyebiliriz. 25. haftada 3x25=75bakteri olacaktır.

BAHÇIVAN ŞİRİN

Hafta sırasına bakmamıza gerek yoktur. Bu yüzden 1'den 25'e kadar üçer üçer saymalıyız. Çünkü bakteri sayısı üçer üçer artıyor. 5,8,11,14,17,20,23,26,29,32,35,38,41,44, 47,50,53,56,59,62,65,68,71,74,77 tek tek saydım 25.haftada 77 bakteri olur.



ŞİRİNE

ŞİRİN BABA

Bakteri sayısı bu şekilde artmaya devam ederse 25. haftada kaç bakteri olacağını düşünüyorsunuz?

Haftalar	1.hafta	2.hafta	3.hafta	4.hafta	5.hafta	…	25.hafta
Bakteri Sayısı	5	8	11	14	17	…	?

GÜÇLÜ ŞİRİN

5.hafta 17 bakteri

25.hafta ?

25, 5'in 5 katıdır. Bu yüzden 17'nin de 5 katını alırsak 25.haftadaki bakteri sayısını buluruz.17x5=85 bakteri olur.

Haftalar arasındaki fark bir arttığı için yani 1,2,3,4 şeklinde gittiği için bakteri sayısı da birer birer artar bu durumda 25.haftada 25 bakteri olacağını tahmin ediyorum.

USTA ŞİRİN

RESSAM ŞİRİN

1.hafta 5, 2.haftada 8,3.haftada 11 bakteri var. Yani hafta sırasının 3 katının 2 fazlası kadar bakteri oluşuyor. Bu durumda 25. haftada
25x3=75
75+2=77 bakteri oluşur.

Şirin Babanın sorduğu soruyla ilgili Ressam Şirin, Gözlüklü Şirin, Şirine, Güçlü Şirin, Bahçıvan Şirin ve Usta Şirin tartışmaktadır. Ancak seçtikleri stratejinin uygulanmasıyla ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Ressam Şirin ☐ Gözlüklü Şirin ☐ Şirine ☐ Güçlü Şirin ☐ Usta Şirin

Açıklayınız.

……
……
………....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Bahçıvan Şirin gibi düşünüyorsanız sizce Bahçıvan Şirin seçtiği stratejinin uygulanmasına ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……
……
……
………....

GÖZLÜKLÜ ŞİRİN

Bakteri sayısı her hafta üçer üçer artmaktadır. 8-5=3, 11-8=3, 14-11=3, 17-14=3 olduğundan kuralı aşağıdaki gibi ifade edebiliriz. n. haftada bakteri sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.
Bakteri sayısı= 3 x Hafta Sırası = 3 x n = 3n

BAHÇIVAN ŞİRİN

Bence bu tür soruları artış miktarına bakarak çözeriz. Bakteri sayısı üçer üçer artıyor.
Kural = +3

ŞİRİNE

ŞİRİN BABA

Şirinlerim, herhangi bir haftadaki bakteri sayısını bulmamızı sağlayaca bir kural bulabilir misiniz? Bu kuralı cebirsel olarak nasıl ifade ederiz?

Haftalar	1.hafta	2.hafta	3.hafta	4.hafta	5.hafta	…	25.hafta
Bakteri Sayısı	5	8	11	14	17	…	?

RESSAM ŞİRİN

Bence hafta sırasının 3 katının 2 fazlası kadar bakteri oluşuyor. n. haftada bakteri sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.
Bakteri Sayısı = 3n+2

Bence bu tür soruları haftalar arasındaki artışa bakarak çözeriz. Haftalar arasındaki fark bir arttığı için yani 1,2,3,4 şeklinde gittiği için bakteri sayısı da birer birer artar bu durumda n. haftada bakteri sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.
Bakteri Sayısı = Hafta Sırası = n

USTA ŞİRİN

GÜÇLÜ ŞİRİN

Bence bu tür soruları orana bakarak çözeriz. Kural oran yapmaktır.

Şirin Babanın sorduğu soruyla ilgili Ressam Şirin, Gözlüklü Şirin, Şirine, Güçlü Şirin, Bahçıvan Şirin ve Usta Şirin tartışmaktadır. Ancak çözümün değerlendirilmesiyle ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Ressam Şirin ☐ Gözlüklü Şirin ☐ Şirine ☐ Güçlü Şirin ☐ Usta Şirin

Açıklayınız.

……
……
……....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Bahçıvan Şirin gibi düşünüyorsanız sizce Bahçıvan Şirin çözümün değerlendirilmesine ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

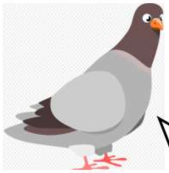
……
……
……
………..

BAL PETEKLERİ

Biliyorsunuz ki örüntüler sadece matematik dersinde değil günlük hayatımızda da sık sık karşılaştığımız bir konudur. Arılar bal peteklerimi yaparken örüntülerden faydalanmaktadır. Aşağıda şekillerde 1,2 ve 3. haftalarda arının yaptığı bal peteklerini görmektesiniz.

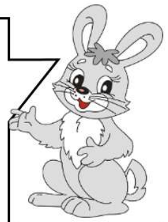
PENGUEN

Haftalar geçtikçe bal petekleri artıyor. Bu nedenle hafta sırasıyla bal peteği kenar sayısını beraber ele almalıyız.



GÜVERCİN

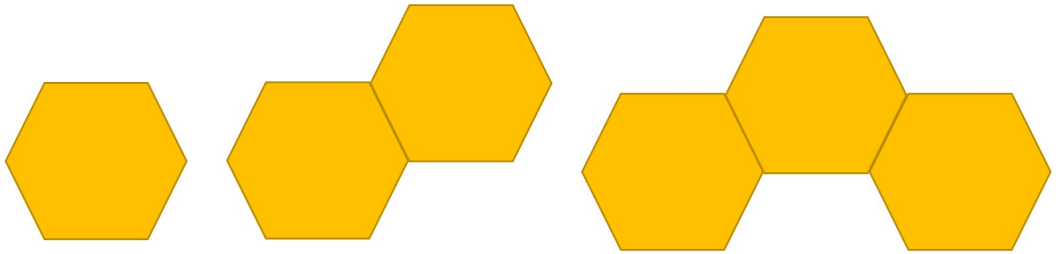
Hafta sırasına bakmamıza gerek yok çünkü bize 48. haftada bal peteği kenar sayısını soruyor. Bal peteklerinin kenar sayısı 6,11,16,22,28… şeklinde devam ediyor. Sadece bal peteklerinin kenar sayısıyla ilgilenmeliyiz.



TAVŞAN

Bal peteklerimi bu şekilde yapmaya devam edersem 48. haftada altıgen şeklindeki bal peteklerimin kenar sayısını bulabilir misiniz?

ARI



1.Hafta **2. Hafta** **3. Hafta**

KEDİ

Hafta sayısı birer birer artmıştır. Bal petekleri sayısı da birer birer artacağını tahmin ediyorum.

En son 3.haftada 16 kenarlı bal peteği sayısı verilmiştir. Sonraki haftalarda oluşan bal peteklerinin kenar sayısını oran yaparak bizim bulmamız gerekiyor.

CESUR

KAPLUMBAĞA

Bal petekleri 1 tane altıgenin altı kenarıyla başlayıp her hafta kenar sayısı 5 artmıştır. Çünkü altıgenler yalnız bir altıgenle ortak kenara sahip olacak şekilde eklenmiştir.

Arının sorduğu soruyla ilgili Penguen, Güvercin, Tavşan, Kedi, Cesur ve Kaplumbağa tartışmaktadır. Ancak problemin anlaşılmasıyla ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Penguen ☐ Tavşan ☐ Kedi ☐ Cesur ☐ Kaplumbağa

Açıklayınız.

………

………

…….....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Güvercin gibi düşünüyorsanız sizce Güvercin probleme ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

………

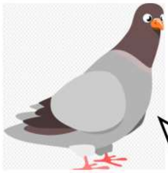
………

………

…….....

PENGUEN

Bence bal peteklerinin kenar sayısı altışar arttığı için toplamak yerine kısa yoldan 6 ile çarpmalıyız.



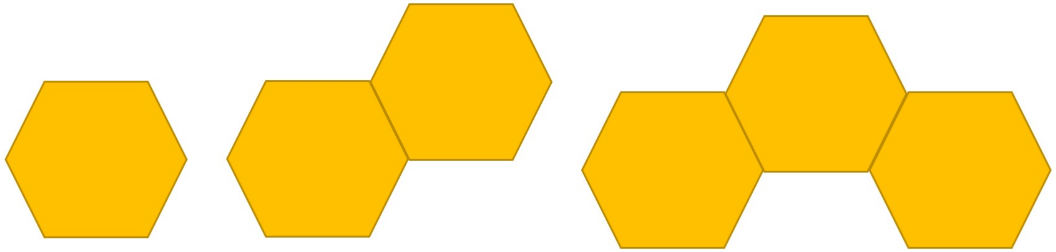
GÜVERCİN

Bal peteklerinin kenar sayısı 6,11,16 şeklinde artmış, bir sonraki pal peteğinin kenar sayısını bulmak için bir önceki bal peteğinin kenar sayısına 5 ekleyerek saymalıyız.

TAVŞAN

Bal peteklerimi bu şekilde yapmaya devam edersem 48. haftada altıgen şeklindeki bal peteklerimin kenar sayısını bulabilir misiniz?

ARI



1.Hafta **2. Hafta** **3. Hafta**

KEDİ

Haftalar birer birer arttığı için bal peteklerinin de birer birer artacağını tahmin ediyorum.

Bence hafta sayısıyla bal petekleri kenar sayısı arasındaki orana bakmalıyız.

CESUR

KAPLUMBAĞA

Bence hafta sırasıyla bal peteği kenar sayısı arasındaki ilişkiye bakmalıyız.

Arının sorduğu soruyla ilgili Penguen, Güvercin, Tavşan, Kedi, Cesur ve Kaplumbağa tartışmaktadır. Ancak stratejinin seçilmesiyle ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Penguen ☐ Tavşan ☐ Kedi ☐ Cesur ☐ Kaplumbağa

Açıklayınız.

………

………

……....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Güvercin gibi düşünüyorsanız sizce Güvercin strateji seçimine ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

………

………

………

……....

PENGUEN

Bal petekleri altıgen şeklindedir. O yüzden kenar sayısı altışar altışar artacaktır. 6,12,18,24,30,36 şeklinde devam eder.

36-30=6, 30-24=6, 24-18=6, 18-12=6, 12-6=6

48.haftaya kadar saymak zordur. Aradaki fark altı olduğu için 48.haftada 48x6=288 kenar olur.

GÜVERCİN

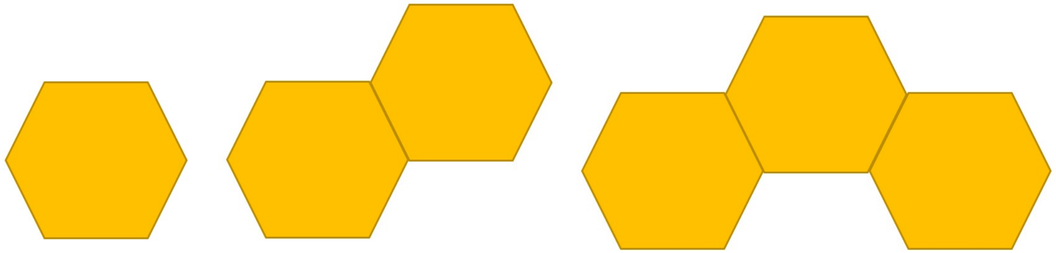
Her adımda kenar sayısı 5 artmaktadır çünkü altıgenler yalnız bir altıgenle ortak kenara sahip olacak şekilde eklenmiştir. Örüntü 6,11,16,21,26,31,36,41,46,51,56,61,66,71,76,81,86,91,96,101,106,111,116,121,126,131,136,141,146,151,156,161,166,171,176,181,186,191,196,201,206,211,216,221,226,231,236,241

241 kenarlı bal peteği olur. Altışar altışar arttığı için ve ilk hafta 6 kenarlı bal peteği olduğu için tek tek sayarak 48.haftayı buldum.

TAVŞAN

Bal peteklerimi bu şekilde yapmaya devam edersem 48. haftada altıgen şeklindeki bal peteklerimin kenar sayısını bulabilir misiniz?

ARI



1.Hafta **2. Hafta** **3. Hafta**

KEDİ

1.hafta 1 tane, 2.hafta 2 tane,3.hafta 3 tane bal peteği vardır. Hafta sayısı ve bal peteği sayısı birer birer artan bir örüntü verilmiştir. Bu durumda 48.haftada 48 tane bal peteği olacağını tahmin ediyorum.

Arı Maya 3.hafta 16 kenarlı bal peteği yapmıştır. Bizden 48.haftayı istiyor. 48, 3'ün 16 katı olduğu için 16'nın da 16 katını almalıyız. Bu durumda ?=16x16=256 kenarlı bal peteği olacaktır.

CESUR

KAPLUMBAĞA

1.hafta 6, 2.haftada 11, 3. Haftada 16 kenarlı bal peteği var. Yani hafta sayısının 5 katının 1 fazlası kadar bal peteği kenar sayısı oluyor. Bu durumda 48. haftada
48x5=240
240+1=241 kenarlı bal peteği olur.

Arının sorduğu soruyla ilgili Penguen, Güvercin, Tavşan, Kedi, Cesur ve Kaplumbağa tartışmaktadır. Ancak seçtikleri stratejinin uygulanmasıyla ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Penguen ☐ Tavşan ☐ Kedi ☐ Cesur ☐ Kaplumbağa

Açıklayınız.

……

……

……….....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Güvercin gibi düşünüyorsanız sizce Güvercin seçtiği stratejinin uygulanmasına ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……

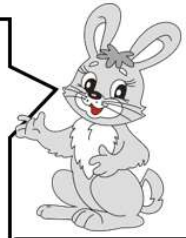
……

……

……….....

PENGUEN

Bal petekleri altıgen şeklindedir. O yüzden kenar sayısı altışar altışar artacaktır. 6,12,18,24,30,36 şeklinde devam ediyor.
36-30=6, 30-24=6, 24-18=6, 18-12=6, 12-6=6
n. haftadaki bal peteği kenar sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.
Bal Peteği Toplam Kenar Sayısı = 6 x Hafta Sırası



TAVŞAN

Her adımda kenar sayısı 5 artmaktadır çünkü altıgenler yalnız bir altıgenle ortak kenara sahip olacak şekilde eklenmiştir. Örüntü 6,11,16,22 şeklinde devam etmektedir. Beşer beşer arttığı için kural beşe eşit olacaktır.

Bal Peteği Toplam Kenar Sayısı = +5

GÜVERCİN

ARI

Herhangi bir haftadaki bal peteği kenar sayısını veren bir kural bulabilir misiniz? Bu kuralı cebirsel olarak nasıl ifade edersiniz?

CESUR

Bence bu tür soruları orana bakarak çözeriz. Hafta sırası bal peteği kenar sayısı arasındaki orana bakmalıyız.
Kural orantı yapmaktır.

KEDİ

Bence bu tür soruları haftalar arasındaki artışa bakarak çözeriz. Haftalar arasındaki fark bir arttığı için yani 1,2,3,4 şeklinde gittiği için bal peteklerinin sayısı da birer birer artar bu durumda n. haftadaki bal peteği kenar sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.
Bal Peteği = Hafta Sırası = n

KAPLUMBAĞA

Bence hafta sayısının 5 katının 1 fazlası kadar bal peteği kenar sayısı oluyor. n. haftadaki bal peteği kenar sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.
Bal Peteği Kenar Sayısı = 5n +2

Arının sorduğu soruyla ilgili Penguen, Güvercin, Tavşan, Kedi, Cesur ve Kaplumbağa tartışmaktadır. Ancak çözümün değerlendirilmesiyle ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Penguen ☐ Tavşan ☐ Kedi ☐ Cesur ☐ Kaplumbağa

Açıklayınız.

………

………

……....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Güvercin gibi düşünüyorsanız sizce Güvercin çözümün değerlendirilmesine ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

………

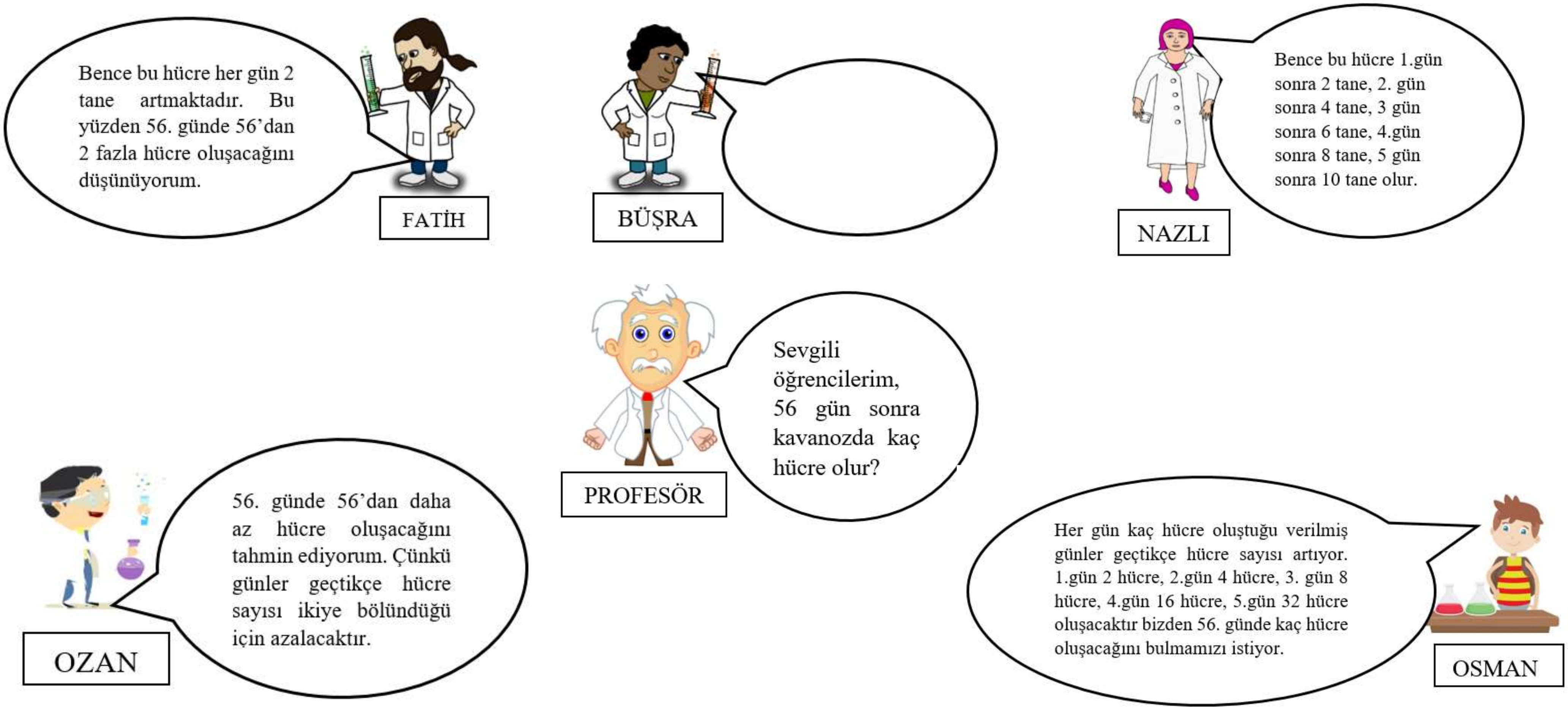
………

………

……....

PROFESÖR'ÜN DENEYİ

Profesör laboratuvarda öğrencileriyle birlikte deney yapmaktadır Bir hücre, her günün sonunda 2'ye bölünerek çoğalmaktadır. Bir kavanoza bu hücre çeşidinden bir tane bırakıldıktan sonra gözlemleniyor.



Profesörün sorduğu soruyla ilgili Fatih, Büşra, Nazlı, Ozan ve Osman tartışmaktadır. Ancak problemin anlaşılmasıyla ilgili sorun yaşamaktadırlar.

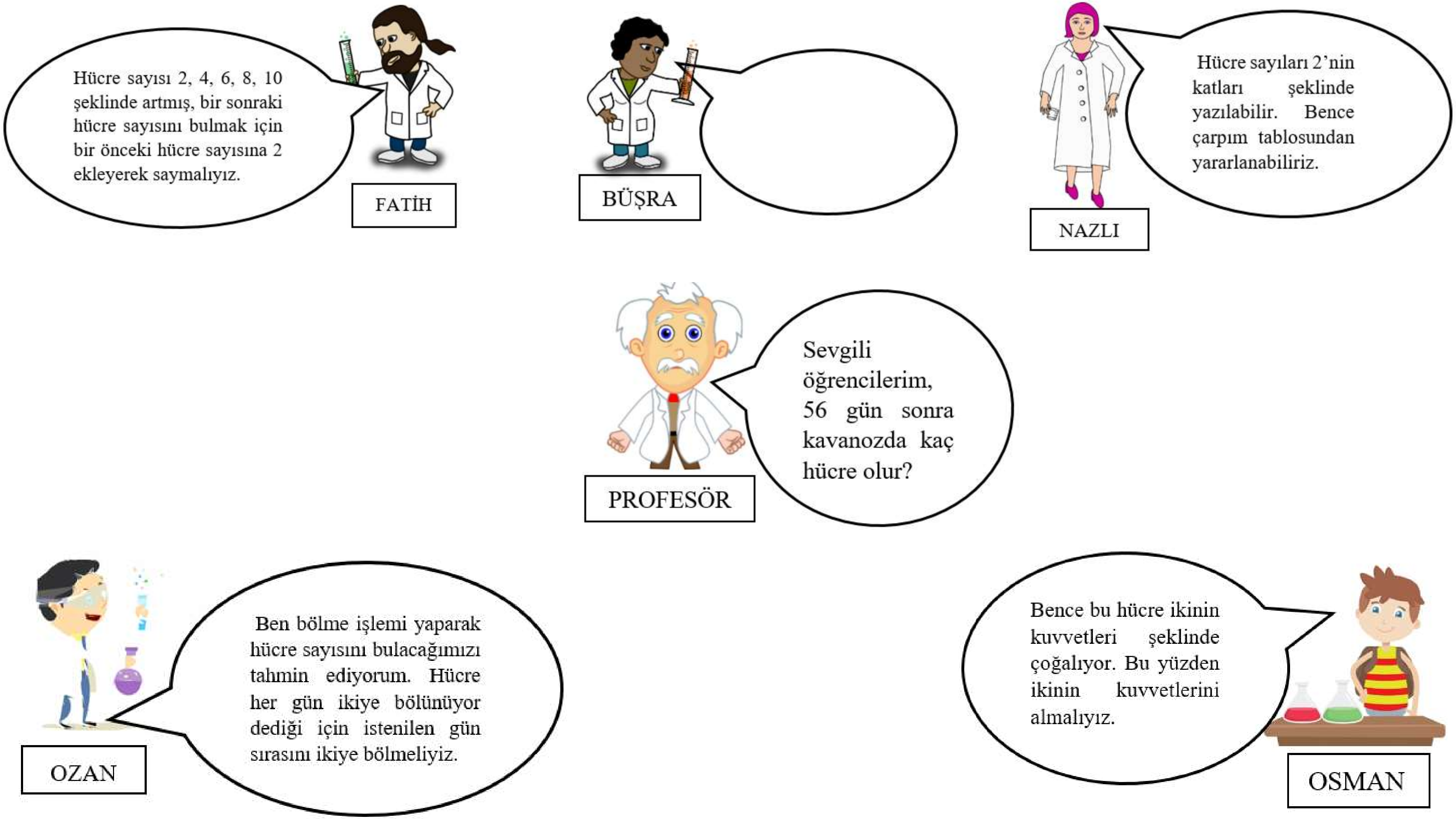
☐ Fatih ☐ Nazlı ☐ Ozan ☐ Osman

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.Açıklayınız.

……
……
………....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Büşra gibi düşünüyorsanız sizce Büşra probleme ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……
……
……
………....


Hücre sayısı 2, 4, 6, 8, 10 şeklinde artmış, bir sonraki hücre sayısını bulmak için bir önceki hücre sayısına 2 ekleyerek saymalıyız.
FATİH
BÜŞRA
Hücre sayıları 2'nin katları şeklinde yazılabilir. Bence çarpım tablosundan yararlanabiliriz.
NAZLI
Sevgili öğrencilerim, 56 gün sonra kavanozda kaç hücre olur?
PROFESÖR
Ben bölme işlemi yaparak hücre sayısını bulacağımızı tahmin ediyorum. Hücre her gün ikiye bölünüyor dediği için istenilen gün sırasını ikiye bölmeliyiz.
OZAN
Bence bu hücre ikinin kuvvetleri şeklinde çoğalıyor. Bu yüzden ikinin kuvvetlerini almalıyız.
OSMAN

Profesörün sorduğu soruyla ilgili Fatih, Büşra, Nazlı, Ozan ve Osman tartışmaktadır. Ancak stratejinin seçilmesiyle ilgili sorun yaşamaktadırlar. Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

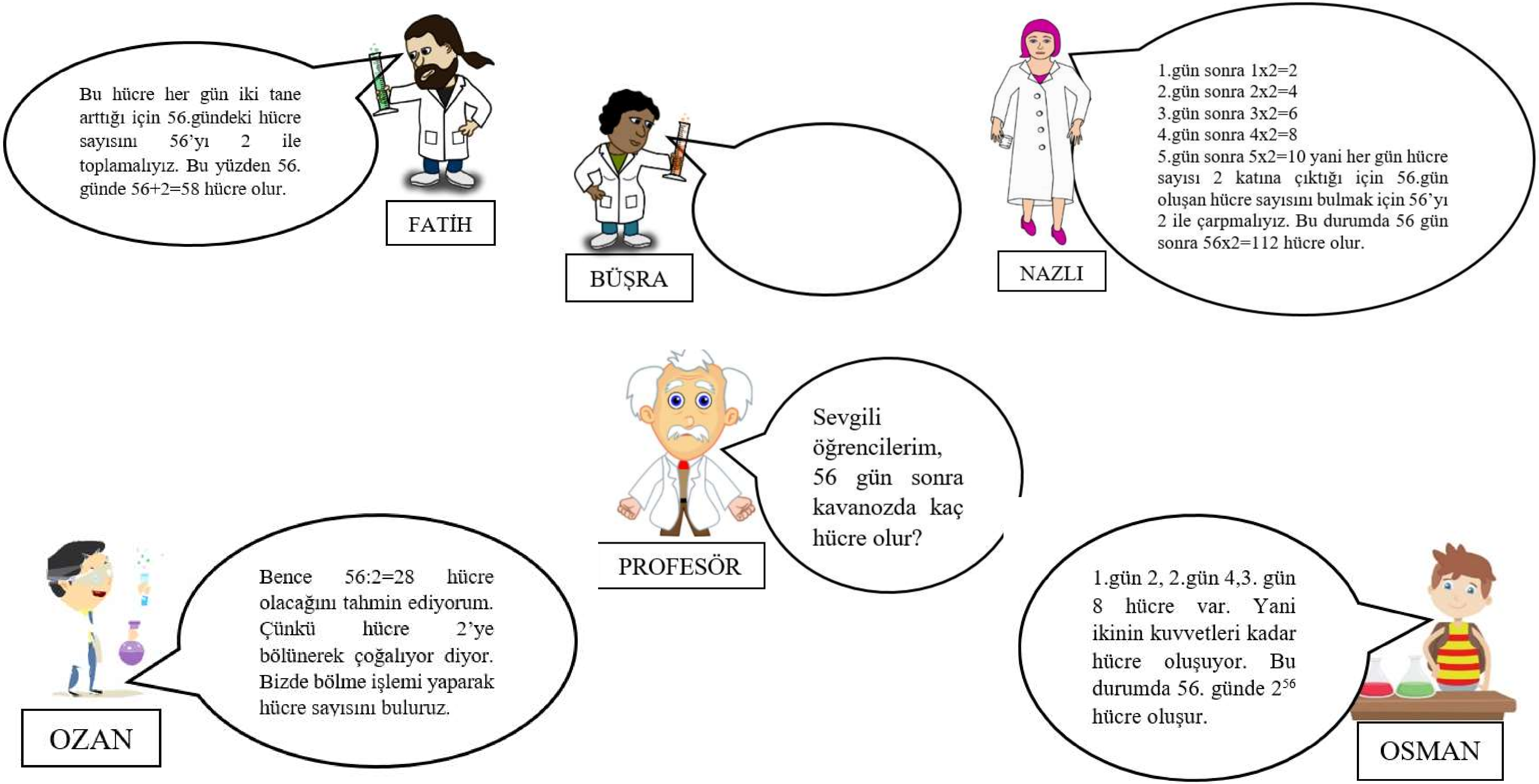
☐ Fatih ☐ Nazlı ☐ Ozan ☐ Osman

Açıklayınız.

………
………
……....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Büşra gibi düşünüyorsanız sizce Büşra strateji seçimine ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

………
………
………
……....


Bu hücre her gün iki tane arttığı için 56.gündeki hücre sayısını 56'yı 2 ile toplamalıyız. Bu yüzden 56. günde 56+2=58 hücre olur.
FATİH
BÜŞRA
1.gün sonra 1x2=2
2.gün sonra 2x2=4
3.gün sonra 3x2=6
4.gün sonra 4x2=8
5.gün sonra 5x2=10 yani her gün hücre sayısı 2 katına çıktığı için 56.gün oluşan hücre sayısını bulmak için 56'yı 2 ile çarpmalıyız. Bu durumda 56 gün sonra 56x2=112 hücre olur.
NAZLI
Sevgili öğrencilerim, 56 gün sonra kavanozda kaç hücre olur?
PROFESÖR
Bence 56:2=28 hücre olacağını tahmin ediyorum. Çünkü hücre 2'ye bölünerek çoğalıyor diyor. Bizde bölme işlemi yaparak hücre sayısını buluruz.
OZAN
1.gün 2, 2.gün 4,3. gün 8 hücre var. Yani ikinin kuvvetleri kadar hücre oluşuyor. Bu durumda 56. günde 2^{56} hücre oluşur.
OSMAN

Profesörün sorduğu soruyla ilgili Fatih, Büşra, Nazlı, Ozan ve Osman tartışmaktadır. Ancak seçtikleri stratejinin uygulanmasıyla ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Fatih ☐ Nazlı ☐ Ozan ☐ Osman

Açıklayınız.

……
……
………....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Büşra gibi düşünüyorsanız sizce Büşra seçtiği stratejinin uygulanmasına ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……
……
……
………....

FATİH

Bu hücre her gün 2 tane artmaktadır. Her gün iki tane arttığı için istenilen gün sırasını iki ile toplamalıyız. n. gündeki hücre sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.

Hücre Sayısı = 2 + Gün Sırası
= 2 + n

BÜŞRA

NAZLI

Hücre sayısı her gün 2 katına çıktığı için istenilen günü sırasını iki ile çarpmalıyız. n. gündeki hücre sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.

Hücre Sayısı = 2 x Gün Sırası
= 2 x n = 2n

PROFESÖR

Sevgili öğrencilerim, herhangi bir günün sonunda hücre sayısını veren bir kural bulabilir misiniz? Bu kuralı cebirsel olarak nasıl ifade ederiz?

OZAN

Bu hücre her gün ikiye bölünüyor dediği için 2'ye bölmeliyiz. Çünkü 2'ye bölünerek çoğalıyor diyor. Bizde bölme işlemi yaparak hücre sayısını bulmalıyız. n. gündeki hücre sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.

Hücre Sayısı = Gün Sırası: 2 = n: 2

OSMAN

Bence ikinin kuvvetleri kadar hücre oluşuyor. n. gündeki hücre sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.

Hücre Sayısı = 2^n

Profesörün sorduğu soruyla ilgili Fatih, Büşra, Nazlı, Ozan ve Osman tartışmaktadır. Ancak çözümün değerlendirilmesiyle ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ Fatih ☐ Nazlı ☐ Ozan ☐ Osman

Açıklayınız.

……
……
………....

Diğer arkadaşlarına katılmayan Büşra gibi düşünüyorsanız sizce Büşra çözümün değerlendirilmesine ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……
……
……
………....

ÖZDEŞ BİRİM KÜPLER

Mühendislik fakültesinde görev yapan Ali Hoca inşaat mühendisliği bölümünde okuyan öğrencilerine derste özdeş birim küpler ile ilgili soru sormuştur.

Özdeş birim küplerin sayısı 1,6,15,28 şeklinde devam ediyor. Bence adım sırasına bakmamıza gerek yok çünkü bize 8.adımda kaç **özdeş birim küp kullanıldığını** bulmamızı istiyor. Sadece özdeş birim küp sayısıyla ilgilenmeliyiz.

İPEK

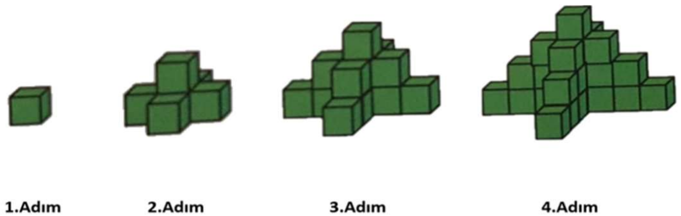
ÖMER

Her adımda kaç özdeş birim küp kullanıldığı verilmiştir. Adım sırası arttıkça kullanılan özdeş birim küp sayısı artıyor. 1. adımda 1, 2. adımda 6, 3.adımda 15, 4. adımda 28 birim küp kullanılmıştır. Bizden 8. adımda kaç birim küp kullanılacağını bulmamızı istiyor.

BEYZA

ALİ HOCA

Özdeş birim küpler kullanarak yandaki adımlar oluşturmuştur. Sekizinci adımda kullanılması gereken birim küp sayılarını bulabilir misiniz?



CAN

1.adımda 1, 2.adımda 6, 3.adımda 15, 4.adımda 28 özdeş birim küp kullanılmıştır. Sonraki adımlarda kullanılması gereken özdeş birim küp sayısını oran yaparak bizim bulmamız gerekiyor.

Kafam çok karıştırdı. Şekillerin arkasında kalan birim küpleri göremiyorum. Bu durum özdeş birim küplerin sayısını bulmamı zorlaştırıyor. 1. adımda 1, 2. adımda 6 özdeş birim küp kullanılmıştır. Bence ilk 2 adımdaki özdeş birim küplerin artış miktarına bakmamız yeterlidir. 6-1=5
O halde artış miktarı beştir.

EFE

Ali Hocanın sorduğu soruyla ilgili İpek, Beyza, Ömer, Can, Efe tartışmaktadır. Ancak problemin anlaşılmasıyla ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ İpek ☐ Beyza ☐ Can ☐ Efe

Açıklayınız.

…….

……

…….

Diğer arkadaşlarına katılmayan Ömer gibi düşünüyorsanız sizce Ömer probleme ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……

……

……

Özdeş birim küplerin sayısı 1,6,15,28 şeklinde artmış yaptığım işlemler sonucunda artış miktarının 4 olduğunu buldum. Bir sonraki adımda kullanılan özdeş birim küp sayısını bulmak için bir önceki adımda kullanılan özdeş birim küp sayısına 4 ekleyerek saymalıyız.

İPEK

$$\underbrace{1 \quad 6}_{5} \quad \underbrace{\ \ }_{9} \quad \underbrace{15 \quad 28}_{13}$$

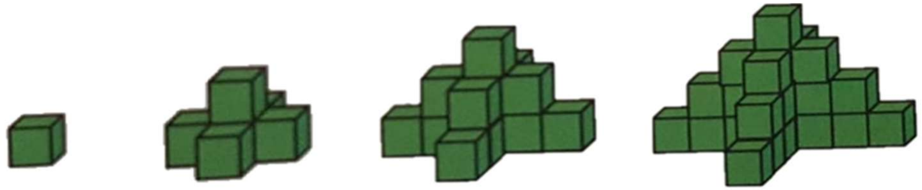
1 6 15 28	örüntünün terimleri
5 9 13	terimler arası farklar
4 4	farklar arası farklar

Bence adım sırası ile kullanılan özdeş birim küp sayısı arasındaki ilişkiye bakmalıyız.

BEYZA

ALİ HOCA

Özdeş birim küpler kullanarak yandaki adımlar oluşturmuştur. Sekizinci adımda kullanılması gereken birim küp sayılarını bulabilir misiniz?



1.Adım 2.Adım 3.Adım 4.Adım

Bence özdeş birim küplerin sayısı beşer beşer arttığı için toplamak yerine kısa yoldan 5 ile çarpmalıyız.

EFE

ÖMER

CAN

Bence adım sırası ile özdeş birim küp sayısı arasındaki orana bakmalıyız.

Ali Hocanın sorduğu soruyla ilgili İpek, Beyza, Ömer, Can, Efe tartışmaktadır. Ancak stratejinin seçilmesiyle ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ İpek ☐ Beyza ☐ Can ☐ Efe

Açıklayınız.

……
……
……
………

Diğer arkadaşlarına katılmayan Ömer gibi düşünüyorsanız sizce Ömer strateji seçimine ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……
……
…………………………………………………………………………..

4.adımdan 8.adıma kadar dörder dörder saymalıyız çünkü her adımda özdeş birim küp sayısı 4 artmaktadır. 4.adımda 28 tane özdeş birim küp kullanılmıştır. 32,36,40,44 tek tek saydım 8.adımda 44 özdeş birim küp kullanılır.

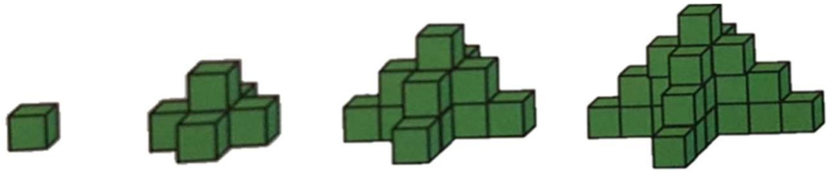
İPEK

1.adımda 1, 2. Adımda 6, 3.adımda 15, 4. Adımda 28 tane birim küp kullanılmış. Yani istenilen adım sırasını 1 eksiği adım sırası ile toplayıp, daha sonra istenilen adım sırası ile çarpmalıyız. Bu durumda 8.adımda (7+8).8=120 birim küp kullanılmalıdır.

BEYZA

ALİ HOCA

Özdeş birim küpler kullanarak yandaki adımlar oluşturmuştur. Sekizinci adımda kullanılması gereken birim küp sayılarını bulabilir misiniz?



1.Adım **2.Adım** **3.Adım** **4.Adım**

CAN

4.adım 28 özdeş birim küp

8.adım ?

8, 4'ün 2 katıdır. Bu yüzden 28'in de 2 katını alırsak 8.adımda kullanılan özdeş birim küp sayısını buluruz. 28x2=56 özdeş birim küp kullanılır.

ÖMER

Özdeş birim küp sayısı her adımda beşer beşer artmaktadır. O halde **Özdeş Birim Küp Sayısı = 5 x Adım Sırası** diyebiliriz. 8. Adımda 5x8=40 özdeş birim küp olacaktır.

EFE

Ali Hocanın sorduğu soruyla ilgili İpek, Beyza, Ömer, Can, Efe tartışmaktadır. Ancak seçtikleri stratejinin uygulanmasıyla ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ İpek ☐ Beyza ☐ Can ☐ Efe

Açıklayınız.

……
……
……

Diğer arkadaşlarına katılmayan Ömer gibi düşünüyorsanız sizce Ömer seçtiği stratejinin uygulanmasına ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……
……
……

Bence bu tür soruları artış miktarına bakarak çözeriz. Özdeş birim küp sayısı dörder dörder artıyor.
Kural = +4

İPEK

Bence istenilen adım sırasını 1 eksiği adım sırası ile toplayıp, daha sonra istenilen adım sırası ile çarptığımızda özdeş birim küp sayısını buluruz. n. adımdaki özdeş birim küp sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.

Özdeş Birim Küp Sayısı $=(n + n - 1).\, n$

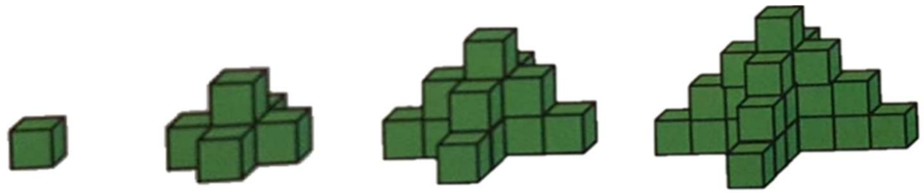
$= (2n - 1).\, n$

$= 2n^2 - n$

BEYZA

ALİ HOCA

Herhangi bir adımdaki özdeş birim küp sayısını bulmamızı sağlayacak bir kural bulabilir misiniz? Bu kuralı cebirsel olarak nasıl ifade edersiniz?



1.Adım **2.Adım** **3.Adım** **4.Adım**

CAN

Bence bu tür soruları orana bakarak çözeriz. Kural oran yapmaktır.

ÖMER

Özdeş birim küp sayısı her adımda beşer beşer artmaktadır. n. adımdaki özdeş birim küp sayısını bulmak için cebirsel ifade yazarsam kural şöyle olur.

Özdeş Birim Küp Sayısı $= 5 \times$ **Adım Sırası**

$= 5 \times n$

$= 5n$

EFE

Ali Hocanın sorduğu soruyla ilgili İpek, Beyza, Ömer, Can, Efe tartışmaktadır. Ancak çözümün değerlendirilmesiyle ilgili sorun yaşamaktadırlar.

Yukarıdaki görüşlerden katıldığınız varsa işaretleyiniz nedenini açıklayınız.

☐ İpek ☐ Beyza ☐ Can ☐ Efe

Açıklayınız.

……
……
………..

Diğer arkadaşlarına katılmayan Ömer gibi düşünüyorsanız sizce Ömer çözümün değerlendirilmesine ilişkin nasıl bir açıklama yapabilir? Açıklayınız.

……
……
……..

EK D: ARAŞTIRMA İZİN BELGESİ

T.C.
ERCİŞ KAYMAKAMLIĞI
İlçe Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-34832877-605.01-48015600 19.04.2022
Konu : Anket Çalışması (İlayda İNCE)

.... MÜDÜRLÜĞÜNE
ERCİŞ

İlgi : İl Milli Eğitim Müdürlüğünün 18.04.2022 tarih ve 47931927 sayılı yazısı.

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı öğrencisi İlayda İNCE'nin anket çalışmasına ait Valilik Makamının 14/04/2022 tarih ve 47831180 sayılı onay yazısı ekte gönderilmiştir. Ekteki onay doğrultusunda gerekli idari iş ve işlemlerin yapılması hususunda;

Gereğini bilgilerinize rica ederim.

Mahmut HANGÜL
Müdürü a.
İlçe Milli Eğitim Şube Müdürü

Eki :
Onay yazısı (1 Sayfa)

Dağıtım:
- Tüm Ortaokul Müdürlüklerine

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : Kışla Mah.
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Faruk GÖÇMEN V.H.K.İ.
Telefon No : 0 (432) 351 60 67
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
E-Posta: ercis@meb.gov.tr
İnternet Adresi: www.ercis.meb.gov.tr Faks:4323543154
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. http://evraksorgu.meb.gov.tr adresinden d2bf-f936-3c42-80d4-080d kodu ile teyit edilebilir.

T.C.
VAN VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-70562350-605.01-47831180 14/04/2022
Konu : Anket Çalışması (İlayda İNCE)

VALİLİK MAKAMINA

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı öğrencisi İlayda İNCE'nin" 7.Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleme Süreçleri, Örüntülere İlişkin Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Kavram Karikatürleri İle Giderilmesi" konulu tez çalışmasını yapabilmesi ile ilgili izin talebi, Araştırma İnceleme Komisyonumuz tarafından incelenmiştir.

Söz konusu tez çalışmasının, Erciş ilçesine bağlı ortaokullarda, derslerin aksatılmaması kaydıyla ve gönüllülük esasına göre uygulanması, Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Şakir SIĞINÇ
İl Milli Eğitim Şube Müdürü

Uygun görüşle arz ederim.

Hasan TEVKE
İl Milli Eğitim Müdürü

OLUR
Yavuz ARSLAN
Vali a.
Vali Yardımcısı

Adres : A.Gazi Mah.İskele Cad.No:226 65040 Tuşba/VAN
Belge Doğrulama Adresi : https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys
Bilgi için: Sıddık BEKTAŞ Strateji-Arge Birimi (Dahili 319)
Telefon No : 0 (432) 222 41 62
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni
E-Posta:
İnternet Adresi: www.van.mem.gov.tr Faks:4322224161
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

EK E: ETİK KURUL

Evrak Tarih ve Sayısı: 27.06.2022-E.154832

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Sayı : E-49683895-108.01-154832 27.06.2022
Konu : Etik Kurul Onayı Hk. / İlayda İNCE

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : 23.06.2022 tarihli ve 19928322/108.01/154115 sayılı yazı.

Anabilim Dalınız Öğretim Üyesi Doç.Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ'in danışmanlığını yürüttüğü Anabilim Dalınız İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı Öğrencisi İlayda İNCE'nin "7.Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleme Süreçleri, Örüntülere İlişkin Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Kavram Karikatürleri İle Giderilmesi" isimli çalışmasının bilimsel hakemli dergilerde yayınlaması ve veri toplayabilmesi için etik kurul onay belgesi isteği ile ilgili Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik Komisyonu'nun 14.06.2022 tarih ve 2022/4 sayılı toplantısında alınan karar gereği düzenlenen onay belgesi ilişikte sunulmuştur.

Bilgilerini ve gereğini rica ederim.

Doç. Dr. Alaaddin TOKTAŞ
Müdür a.
Müdür Yardımcısı

Ek:Yazı ve Ekleri (2 Sayfa)

Dağıtım:

Gereği:
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Başkanlığı

Bilgi:
Doç. Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ

Adres:Fen Bilimleri Enstitüsü Çağış Yerleşkesi 10145 Balıkesir
Telefon:2666121077 Faks:2666121078
e-Posta:baufbe@balikesir.edu.tr Web:http://fbe.balikesir.edu.tr/

Bilgi için: Cihad Beyoğlu
Unvanı: Bilgisayar İşletmeni
Tel No: 0-266-6121400-101414

Evrak Tarih ve Sayısı: 23.06.2022-E.154115

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Rektörlük

Sayı : E-19928322-108.01-154115 23.06.2022
Konu : Etik Kurul Onayı Hk. / İlayda İNCE

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 29.04.2022 tarihli ve 49683895/108.01/138629 sayılı yazı.

Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Öğretim Üyesi Doç. Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ'in danışmanlığını yürütmüş olduğu Yüksek Lisans Programı öğrencisi İlayda İNCE'nin "7.Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleme Süreçleri, Örüntülere İlişkin Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Kavram Karikatürleri İle Giderilmesi" isimli çalışmasının bilimsel hakemli dergilerde yayınlaması ve veri toplayabilmesi için etik kurul onay belgesi isteği ile ilgili Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik Komisyonu'nun 14.06.2022 tarih ve 2022/4 sayılı toplantısında alınan karar gereği düzenlenen onay belgesi ekte gönderilmiştir.

Gereğini ve bilgilerinizi rica ederim.

Prof. Dr. İbrahim TÜRKMEN
Rektör Yardımcısı

Adres:Balıkesir Üniversitesi Rektörlüğü Çağış Yerleşkesi 10145 Balıkesir
Telefon:2666121400 Faks:2666121412
Web:http://www.balikesir.edu.tr
Kep Adresi:balikesiruniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için: Seda Özbay
Unvanı: Bilgisayar İşletmeni
Tel No: 2666121418

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN VE MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ ETİK KOMİSYONU
ONAY BELGESİ

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Bilim Dalı Öğretim Üyesi Doç. Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ'in danışmanlığını yürütmüş olduğu Yüksek Lisans Programı öğrencisi İlayda İNCE'nin "7.Sınıf Öğrencilerinin Örüntüleri Genelleme Süreçleri, Örüntülere İlişkin Kavram Yanılgılarının Belirlenmesi ve Kavram Karikatürleri İle Giderilmesi" isimli çalışmasının bilimsel hakemli dergilerde yayınlaması ve veri toplayabilmesi için etik kurul onay belgesi isteği komisyonumuzca değerlendirilmiş ve etik açıdan uygun bulunmuştur. 14.06.2022

Komisyon Başkanı
Prof. Dr. İbrahim TÜRKMEN

Prof. Dr. Hakan KÖÇKAR
Üye

Prof. Dr. Zafer ASLAN
Üye

Prof. Dr. Hülya GÜR
Üye

Prof. Dr. Musa KARAMAN
Üye

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : İlayda İnce
Doğum tarihi ve yeri : 30.05.1997 - İstanbul
e-posta : ilaydancee@gmail.com

Öğrenim Bilgileri

Derece	Okul/Program	Yıl
Y. Lisans	Balıkesir Üniversitesi/ İlköğretim Matematik Eğitimi	2020-2023
Lisans	Balıkesir Üniversitesi/ İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2016-2020
Lise	Muharrem Hasbi Anadolu Lisesi	2011-2015