T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI
MATEMATIK EĞITIMI

APOS TEORİSİNİNİN MAKSİMUM MİNİMUM PROBLEMLERİNİ ANLAMADA BİR ÇERÇEVE OLARAK KULLANILMASININ BAŞARI VE TUTUMA ETKİSİ

ONUR BATIR

DOKTORA TEZİ

Jüri Üyeleri: **Prof. Dr. Hülya GÜR (Tez Danışmanı)**
Prof. Dr. Hasan Hüseyin ŞAHAN
Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ
Prof. Dr. Elif TÜRNÜKLÜ
Dr. Öğr. Üyesi Ayşe Gül ŞEKERCİOĞLU

BALIKESİR, MAYIS – 2022

ETİK BEYAN

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımca hazırlanan "**APOS Teorisininin Maksimum Minimum Problemlerini Anlamada Bir Çerçeve Olarak Kullanılmasının Başarı ve Tutuma Etkisi**" başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Onur BATIR

ÖZET

APOS TEORİSİNİNİN MAKSİMUM MİNİMUM PROBLEMLERİNİ ANLAMADA BİR ÇERÇEVE OLARAK KULLANILMASININ BAŞARI VE TUTUMA ETKİSİ

DOKTORA TEZİ

ONUR BATIR

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLAR EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ

(TEZ DANIŞMANI: PROF DR. HÜLYA GÜR)

BALIKESİR, MAYIS - 2022

Bu çalışmada, 12. sınıf matematik öğretim programında yer alan maksimum ve minimum problemleri konusunun APOS teorisine dayalı olarak geliştirilmiş olan ACE öğretim döngüsüne göre hazırlanan ders planlarına uygun olarak işlenmesinin öğrenci başarısına etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Çalışma grubu Bursa'nın Nilüfer ilçesinde bulunan bir üniversite hazırlık kursuna devam eden 20 lise mezunu öğrenciden oluşmuştur. Veri toplama aracı olarak "Başarı Testi (ön test–son test–kalıcılık testi), Kara (2017) tarafından hazırlanan Türev Tutum Ölçeği, Yarı Yapılandırılmış Görüşme Formu, Öğrenci Günlükleri ve Gözlem Notları" kullanılmıştır. Veri toplama araçları için uzman görüşleri alınmış ve pilot çalışmaları yapılmıştır. Uygulama sonrasında uygulamaya katılan öğrenciler arasından rasgele seçilen 10 öğrenciyle görüşme yapılmıştır. Araştırmada, nitel ve nicel yöntemlerin bir arada kullanılmıştır. Nicel veri toplama araçlarının analizinde SPSS paket programı kullanılmıştır. Nitel verilerin analizinde temalar, kodlar belirlenmiş ve rubrikler oluşturulmuştur. Nicel verilerin analizi sonucunda; yapılan çalışmanın başarı, tutum ve kalıcılık üzerine olumlu etkisinin olduğu bulunmuştur. Güvenilirliğinin sağlanabilmesi için iki alan eğitim uzmanından ve 10 yıllık tecrübeli üç matematik öğretmeninden kullanılacak veri toplama araçları için görüşler alınmıştır. Öğrencilerin derste yapılan etkinlikler ve kullanılan yöntemi eğlenceli, merak uyandırıcı, düşündürücü, akılda kalıcı buldukları, matematiği sevdikleri, yaparak öğrendikleri (nesne), problem çözme aşamalarında eksiklerini gördükleri (kapsülden çıkarma), aşamaları takip ettikleri (süreç-içselleştirme), özgüven kazandıkları sonuçlarına ulaşılmıştır. Öğrencilerin başarıya yönelik algılarının; kalıcı, ezberci değil, hayal gücünü arttırıcı, özgüven arttırıcı olduğu görülmüştür. Çalışmanın sonucunda APOS teorik çerçevesinde hazırlanan öğretim döngüsünün tek bir konu üzerinde bile öğrenci başarısını arttırdığı ve ACE öğretim döngüsünün matematik dersinde sınıf ortamında uygulanabilir olduğunu bulunmuştur. Çalışma sonunda araştırmacılara ve politika yapıcılara önerilerde bulunulmuştur.

ANAHTAR KELİMELER: APOS Teorisi, ACE öğretim döngüsü, genetik çözümleme, türev, maksimum minimum problemleri

Bilim Kod / Kodları: 11404 Sayfa Sayısı: 167

ABSTRACT

THE EFFECT OF USING APOS THEORY AS A FRAMEWORK TO UNDERSTAND THE MAXIMUM MINIMUM PROBLEMS ON SUCCESS AND RETENTION

PH.D THESIS

ONUR BATIR

BALIKESIR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE

DEPARTMENT OF SECONDARY SCIENCE AND MATHEMATICS EDUCATION

MATHEMATİCS EDUCATİON

(SUPERVISOR: PROF. DR. HÜLYA GÜR)

BALIKESİR, MAY - 2022

In this study, it is aimed to determine the effect of teaching the subject of maximum and minimum problems in the 12th grade mathematics curriculum on student success in accordance with the lesson plans prepared according to the ACE teaching cycle developed based on the APOS theory. The study group consisted of 20 high school graduate students attending a university preparatory course in the Nilufer district of Bursa. "Achievement Test (pretest-posttest-permanence test), Derivative Attitude Scale prepared by Kara (2017), Semi-Structured Interview Form, Student Diaries and Observation Notes" were used as data collection tools. Expert opinions were taken for data collection tools and pilot studies were conducted. After the application 10 students randomly selected among the students participating in the application, were interviewed. In the research, qualitative and quantitative methods were used together. SPSS package program was used in the analysis of quantitative data collection tools. In the analysis of qualitative data, themes, codes were determined and rubrics were created. As a result of the analysis of the quantitative data; it was found that the study had a positive effect on achievement, attitude and permanence. In order to ensure its reliability, opinions were obtained from two field education experts and three mathematics teachers with 10 years of experience for the data collection tools to be used. It was concluded that the students found the activities and methods used in the lesson fun, intriguing, thought-provoking, catchy, they loved mathematics, learned by doing (object), saw their deficiencies in problem solving stages (extracting from the capsule), followed the stages (process-internalization),gained self-confidence. It has been seen that students' perception of success is permanent, not rote, imaginative and increasing self-confidence. As a result of the study, it was found that the teaching cycle prepared within the theoretical framework of APOS increased student success even on a single subject, and the ACE teaching cycle was applicable in the classroom environment in the mathematics course. At the end of the study, suggestions were made to researchers and policy makers.

KEYWORDS: APOS Theory, ACE teaching cycle, genetic decomposition, derivative, maximum and minimum problems

Science Code / Codes: 11404 Page Number: 167

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

TABLO LİSTESİ

Sayfa

KISALTMALAR LİSTESİ

APOS	**:** Action, Process, Object, Shema
ACE	**:** Activity, Class Discussion, Exercises
BT	**:** Başarı Testi
MEB	**:** Milli Eğitim Bakanlığı
ÖSYM	**:** Ölçme, Seçme, Yerleştirme Merkezi
PISA	**:** Programme for International Student Assessment
TTÖ	**:** Türev Tutum Ölçeği
YKS	**:** Yüksek Öğretim Kurumları Sınavı

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın başından sonuna kadar emeğini hiçbir zaman esirgemeyen, ışığıyla yolumu aydınlatan ve bana defalarca “iyi ki varsınız” dedirten çok değerli hocam Prof. Dr. Hülya GÜR’e,

Çalışmanın tüm adımlarını izleyen, engin bilgi ve birikimlerini paylaşarak bana yol gösteren değerli hocalarım Prof. Dr. Hasan Hüseyin ŞAHAN ve Dr. Öğr. Üyesi Ayşe Gül ŞEKERCİOĞLU’na sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca desteğini bir an olsun esirgemeyen sevgili eşime, yardımlarını asla unutamayacağım dostlarım Hakan KAYA, Mine KAYGUSUZ ve Mehmet KAYGUSUZ’a

Tüm zorluklara rağmen çalışmalara aksatmadan ve ciddiyetle katılan çok sevdiğim öğrencilerime ve bu çalışmaya ev sahipliği yapan sayın Mahir AKSAKAL’a ayrı ayrı teşekkür ederim.

Balıkesir, 2022 **Onur BATIR**

1. GİRİŞ

Bu kısımda problem durumu, araştırmanın amacı, araştırma soruları, araştırmanın varsayımları, araştırmanın sınırlılıkları ve literatürde yer alan bazı araştırmalar sunulmuştur.

1.1 Problem Durumu

19. yüzyılın büyük bir bölümünde okulların esas görevi, okuma, yazma ve hesaplama gibi temel işlem ve okuryazarlık becerilerini öğretmekti. 20. yüzyılın sonlarına doğru ise toplumda meydana gelen değişiklikler ve gelişmeler, eleştirel düşünme, karmaşık problemleri çözme, kendi öğrenmesini düzenleme (öğrenmeyi öğrenme) ve iletişim gibi becerilerin edinilmesine yönelik artan bir ihtiyacı tetiklemiştir (Corte, 2004). Problem çözme ve eleştirel düşünme denildiğinde de akla ilk olarak matematik gelmektedir. Altun'a göre matematiği önemli kılan özelliklerin başında, matematikle, özellikle de problem çözmeyle uğraşan insanın eleştirel düşünme, tartışma ve akıl yürütme yeteneklerinin gelişmesi gelmektedir (Altun, 2006). Matematik hem öğrenciler için hem de toplum için, günümüzün koşullarına uygun bilimsel ve eleştirel düşünme, problem çözme gibi becerilerini geliştirmek ve bu becerileri yaşamları boyunca gerekli alanlarda hayata uygulamaları açısından oldukça önemdir (Işık vd., 2008).

Ülkemizde birçok öğrenci matematiğin zor olduğunu ve matematikte başarısız olduklarını düşündükleri için matematiğe karşı tutumları da olumsuz olmaktadır. Bu durum çoğunlukla ilkokul yıllarında başlamakta ve ilerleyen yıllarda artarak devam etmektedir. Bunun en önemli sebepleri arasında öğretmenin yaklaşımı ve kullanılan öğretim yöntemleri sayılabilir (Baykul, 2021). Ülkemiz eğitim sisteminde matematik dersinin genel işleniş tarzına göre, dönem başında hazırlanmış olan yıllık planda belirtilen tarih ve saatlere uygun olarak önceden belirlenmiş olan kazanımlara ulaşılması hedeflenmektedir. Bu durum öğrencilerin zihninde matematiğin durağan bir yapıya sahip olduğu izlenimini oluşturmaktadır. Bu izlenim gerçekte matematiğin sürekli değişen, gelişen ve gerektiğinde yanlışlanabilen yapısı ile çelişmektedir. Akademik bilgiler ile donatılan öğrencilere matematiğin dinamik ve sürekli gelişen yapısı fark ettirilmezse, öğrencilerin gözünde matematik beş şıkkın arasından seçilmesi gereken doğru yanıt olmaktan ileri gidemeyecektir (Bayam, 2014). Elbette ki eğitim ve öğretim, programsız yapılmaması gereken ciddi bir iştir. Ancak hazırlanan öğretim programları matematik ile ilgili öğrenme öğretme sürecinde nelerin niçin ve nasıl yer aldığını gösteren bir kılavuz şeklinde olmalı ve derslerde, mümkün olduğu ölçüde, öğrenciyi etkin öğrenme çabasına sokacak ve bu durumu, istenilen tüm öğrenmeler tam olarak gerçekleşinceye kadar sürdürecek öğretme-öğrenme stratejilerinden yararlanılmasını öngörmelidir. Öğretmen belli bir süreye bağlı kalarak matematiği öğrencilere aktaran değil, öğrencilerin kendi çabaları ile öğrenmeleri için onlara yol gösteren bir rehber rolü oynamalıdır (Bozat, 2013).

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) matematiğe ve matematik öğretim programlarının geliştirilmesine büyük önem vermektedir. “MEB’in (2018) yayınladığı matematik öğretim programında, toplumsal değişim ve gelişimin giderek ivme kazandığı, bilgi ve iletişim teknolojilerinin insan hayatının her anını etkilediği bir çağda yaşamaktayız. Yeni bilgiler, fırsatlar ve araçlar matematiğe bakış açımızı, matematikten beklentilerimizi, matematiği kullanma biçimimizi ve hepsinden önemlisi matematik öğrenme ve öğretme süreçlerimizi yeniden şekillendirmektedir. Başta teknolojik gelişmeler olmak üzere hayatımızda yaşanan değişimlerin ortaya çıkardığı yeni problemlerin çözümü için; matematiğe değer veren, matematiksel düşünme gücü gelişmiş, matematiği modelleme ve problem çözmede kullanabilen bireylere her zaman olduğundan daha çok ihtiyaç duyulmaktadır.” ifadeleri yer almaktadır. Bu özelliklere sahip bireylerin yetişebilmesini sağlayacak bir öğretim programı sadece bilgiyi aktaran değil, bireysel farklılıkları göz önüne alan, bireylere değer katmayı ve yeteneklerini geliştirmeyi amaçlayan bir yapıda olmalıdır (MEB, 2018).

Ülkemizde sürekli olarak geliştirilen ve güncellenen matematik öğretim programlarında gerçek yaşamdan örneklere ve günlük hayat problemlerine fazlaca yer verilmektedir. Ancak teorik olarak güncellenen bu programların uygulanma aşamasıyla ilgili olarak Özmantar ve diğerleri bu konuda ki endişelerini, öğretim programlarında matematik dersinde gerçek yaşamdan uygulamaların nasıl yapılabileceğine dair detaylara çoğunlukla yer verilmez, bu sebeple yapılan değişimlerin sınıfta ne kadar ve nasıl uygulanabildiği bir önemli bir konudur ve bunun mutlaka ölçülmesi gerekir (Özmantar vd., 2020) sözleriyle ifade etmişlerdir.

Eğitimin olduğu yerde sonuçlarının ve etkililiğinin ölçülmesi kaçınılmazdır. Yani eğitim hangi düzey ve kapsamda yapılırsa yapılsın, süreç boyunca ve uygulanmasının sonunda öğrenme durumlarının mutlaka sınanması gerekir. Temel ölçme araçları sınavlardır. Sınavların hedefi, bireylerin belirli bir alandaki bilgilerinin ve becerilerinin ölçülmesidir

(Büyüköztürk, 2016). Türk eğitim sisteminde liseden mezun olan bir öğrencinin yükseköğretim programlarına devam edebilmeleri amacıyla katılmaları zorunlu olan Yükseköğretim Kurumları Sınavı (YKS) yapılmaktadır. Ulusal çapta milyonlarca öğrencinin katıldığı bu sınavı Yüksek Öğretim Kurulu (YÖK) ile ilgili bir kurum olan Ölçme, Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM) hazırlamakta ve uygulamaktadır. YÖK 2018 yılında yapılan değişiklik ile sınavda ezber bilgiye dayalı değil yargılama, anlayabilme ve düşünmeye dayalı soruların yer alacağı ifade edilmiştir. "YÖK'ün resmi sitesinde yapılan açıklamada, Temel Matematik Testinde; temel matematik kavramlarını kullanma ve bu kavramları kullanarak işlem yapma, temel matematiksel ilişkilerden yararlanarak soyut işlemler yapma, temel matematik prensiplerini ve işlemlerini gündelik hayatta uygulama becerileri ölçülecektir" ifadelerine yer verilmiştir (YÖK, 2018). Fakat Tablo 1.1 ve 1.2 de sunulan ve ÖSYM tarafından açıklanan sınav verilerine sadece 12. sınıflar bazında da bakılsa tüm öğrenciler bazında da bakılsa, 40 sorudan oluşan matematik testi ortalamalarının en fazla 6'ya ulaştığı görülmektedir (ÖSYM, 2017–2021).

Tablo 1.1: ÖSYM'nin Açıkladığı Verilere Göre Temel Matematik Testinde 12. Sınıf Öğrencilerine Ait Türkiye Geneli Net Ortalamaları.

Sınav Yılı	2017	2018	2019	2020	2021
Ortalama (Net)	5.126	5.995	6.080	6.082	5.546

Tablo 1.2: ÖSYM'nin Açıkladığı Verilere Göre Temel Matematik Testinde Sınava Giren Tüm Öğrencilere Ait Türkiye Geneli Net Ortalamaları.

Sınav Yılı	2017	2018	2019	2020	2021
Ortalama (Net)	5.128	5.642	5.672	5.556	5.117

Yalnızca ulusal çapta yapılan sınavlarda değil uluslararası düzeyde düzenlenen sınavlara bakıldığında da maalesef ülkemizin sıralamada alt kısımlarda yer aldığı gerçeğiyle karşılaşılmaktadır. 72 ülke ile yarıştığımız PISA 2015'de matematik okuryazarlığı alanında yapılan sıralamada 50. sırada yer alarak oldukça düşük bir performans sergilediğimiz söylenebilir. Önemli başka bir nokta ise öğrencilerimizin 2015 yılında ki bu performansı, daha önceden katıldığımız PISA uygulamalarındaki matematik alanına ait performansdan bile daha düşük olmasıdır (Kabael, 2019). 2018 yılında yapılan PISA uygulamasında sınava 79 ülke katılmış ve Türkiye matematik alanında 42. olmuştur. Ayrıca sınava katılan 37 OECD ülkesi içinde de Türkiye ancak 33. olabilmiştir (MEB, 2019).

Ülke genelinde ve ülkeler arası çapta yapılan sınavların sonuçlarına bakıldığında matematik eğitimi alanında yüksek bir başarı gösteremediğimiz söylenebilir. Bilim ve Aydınlanma Akademisi tarafından hazırlanan raporda konu ile ilgili olarak; Türkiye'de ulusal sınavlara katılan binlerce öğrencinin matematik testinde sıfır net çıkarması ve ülkemizin uluslararası düzeyde yapılan sınavlarda alt sıralarda kalması, başarıyı sadece sınav sonucu olarak görmeyen eğitimciler için bile, matematik öğretimi ile ilgili çok büyük sorunlar olduğunu gösterdiği ifade edilmiştir ("Bilim ve Aydınlanma Akademisi Raporu", 2020, s.2).

Bu sorunların nedenlerini araştıran Karadağ ve diğerleri (2008) Türkiye'nin de katıldığı PISA, PIRLS ve TIMSS-R gibi tarama araştırmalarında öğrencilerimizin yüksek bir başarı gösteremediği tespit edilmiştir. Bunun sebeplerinin incelendiği birçok çalışmada Türk eğitim sisteminin kalıplara dayalı ve ezberci bir yaklaşımda olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Eğmir ve Çelik (2021) bu konuda ki çalışmalarında Türk eğitim sisteminin ezberci bir yaklaşımda olduğu sonucuna ulaşmış ve bunun eğitim sistemimizde ki en büyük sorunlardan biri olduğunu vurgulamışlardır. Benzer şekilde eğitim paydaşlarının görüşleri doğrultusunda eğitim sistemimizdeki temel sorunları ortaya çıkarmayı hedeflemiş olan Kara (2020) çalışmasına öğrencileri, velileri, öğretmenleri, yöneticileri, sivil toplum kuruluşu temsilcilerini ve öğretim elemanlarını dahil etmiştir. Araştırmasının sonucunda tespit ettiği 42 temel sorundan eğitim ve öğretim süreci ile ilgili olanlar; ezbere dayalı eğitim, uygulamalı eğitimin yetersizliği, akademik başarıya odaklanma, sınav odaklı eğitim, bireysel farklılıkların dikkate alınmaması ve 12 yıllık zorunlu eğitim olarak belirtilmiştir.

Yukarıda bahsedilen çalışmaların sonuçlarına da bakılarak öğrencilerimizin ulusal ve uluslararası düzeyde yapılan tüm sınavlarda gösterdikleri başarının beklenenin altında olmasının en önemli nedenlerinden biri ezbere dayalı bir eğitim sistemimizin olmasıdır denilebilir. Aslında 2005 yılından başlanarak matematik öğretim programlarının hazırlanmasında yapılandırmacı yaklaşım esas alınmaktadır. Yapılandırmacı kuramın hedefi, ezberci anlayışların aksine, öğrenmeyi öğretmek ve bilgiyi anlamlı kılmaktır. Eğitimin hedefi; bilgiyi kullanmayı bilen, nasıl öğrendiğini bilen, yeni ve eski bilgileri koordine edebilen bir birey yetiştirmek olmalıdır. Bu hedefler yapılandırmacı kuramın amaçlarıyla paralellik göstermektedir (Şaşan, 2002).

Ülkemizde 2005-2006 öğretim yılı itibari ile yapılandırmacı kuram temel alınmaya başlanmıştır. Fakat bir öğretim programı sadece kâğıt üzerinde yazılı bir plan değildir. Öğretim programlarını değerli kılan onların uygulanabilir olmasıdır. Elbette ki öğretim programlarının uygulanması görevi öğretmenlerin sorumluluğundadır. Öğretmenlerin uygulanan değişimleri yakından takip etmeleri ve ayak uydurabilmeleri gerekir. Durmuşçelebi ve Ablak'ın (2017) liselerde görev yapan öğretmenlerin yapılandırmacı yaklaşıma uygun davranış gösterme düzeylerini belirleme amacıyla yaptıkları çalışmada öğretmen ve öğrenci görüşlerine başvurmuşlardır. Çalışmaya katılan öğretmenler kendilerinin yapılandırmacı yaklaşıma uygun öğretmenlik davranışları gösterdiklerini belirtmişlerdir. Ancak öğrenci görüşlerine bakıldığında bunun tam tersi bir sonuç ortaya çıkmıştır.

Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı temel alınarak hazırlanmış olan öğretim programlarının kullanıldığı bir eğitim sisteminde öğrencilerin sınavlarda düşük performans göstermesine gerekçe olarak ezbere dayalı öğretimden bahsediliyor olması öğretim programlarının uygulanması aşamasında birtakım sorunların varlığını göstermektedir. Hazırlanan matematik öğretim programını uygulayacak olan bir öğretmenin, sınıf ortamını yapılandırmacı öğretim modeline uygun olarak nasıl düzenlemeliyim? Nasıl bir materyal kullanmam uygun olur? Öğrenci merkezli bir öğretim modelini nasıl tasarlamalıyım? vb. soruları cevaplaması, bu cevaplara göre de uygun bir ders planı hazırlayabilmesi gerekir. Bu konuda öğretmenlere yardımcı olabilmek amacıyla eğitim bilimciler tarafından geliştirilmiş çeşitli öğretim modelleri vardır. Bu çalışmada kullanılan ACE (Activity-Etkinlikler, Class Discussion-Sınıf Tartışmaları, Exercises-Ev Ödevi) öğretim döngüsü APOS (Action-Eylem, Process-Süreç, Object-Nesne, Shema-Şema) teorisini temel alan öğretim modelidir. ACE öğretim döngüsü yapılandırmacı yaklaşıma dayalı bir öğretim ortamıdır. Döngü oluşturulmadan önce konuya ait bir genetik çözümlemenin hazırlanması gerekir (Oktaç ve Çetin, 2016).

1.1.1 APOS Teorisi

Piaget'in yansıtıcı soyutlama kavramına dayanan ve yapılandırmacı bir teori olan APOS teorisinin temel ilkesi, bireyin matematiksel bir kavram hakkındaki anlayışının, problemleri ve çözümlerini sosyal bağlamda yansıtarak ve belirli zihinsel yapıları inşa ederek veya yeniden yapılandırarak ve bunları bu problem durumlarıyla başa çıkmada kullanılacak şemalar halinde düzenleyerek gelişmesidir (Çetin ve Dubinsky, 2017). Teorinin kurucusu olan Ed Dubinsky'e göre bu zihinsel yapılar; Action (Eylem), Process (Süreç), Object (Nesne) ve Shema (Şema) olarak isimlendirilirler. APOS teorisi ismini bu dört zihinsel yapının baş harflerinden almıştır.

Fonksiyonel analiz üzerine çalışmalar yapan ve 1982 yılında matematiğin öğretimi ile ilgili zihinsel etkinlikler hakkında araştırmalar yapmaya başlayan Dubinsky, Piaget'in yansıtıcı soyutlama ve bunların matematiksel düşünceye uygulanması hakkındaki fikirlerine ilgi duymuştur. Dubinsky'i bu fikirlere çeken ise Piaget'in "bilişsel yapıların gelişimi, yansıtıcı soyutlamadan kaynaklanmaktadır.", "matematikle ilgili olarak, yansıtıcı soyutlama tüm mantıksal-matematiksel yapıların türetildiği zihinsel mekanizmadır" gibi sözleri olmuştur. Dubinsky, 1983 yılında, Piaget'nin yansıtıcı soyutlamasını lise sonrası matematiğe uygulamayı düşünmeye ve daha sonra APOS Teorisi haline gelen fikirleri geliştirmeye başladı. 1984 yılında Helsinki'de bir konferansa konuşmacı olarak katıldı ve bu konferansın tutanaklarının APOS teorisine ait ilk yazılı yayın olduğu söylenebilir. 1989–1995 yıllarında Dubinsky, sonunda APOS Teorisi olarak bilinen çerçeveyi geliştirmek için çeşitli işbirlikçilerle çalışmaya devam etmiştir (Arnon vd., 2014).

1983–1984 ve 1985–1995 yılları arasındaki iki dönemde, APOS Teorisinin ana bileşenleri geliştirilmiş ve hemen hemen bugünkü şeklini almıştır. Bu bileşenler hem zihinsel yapıları (Eylemler, Süreçler, Nesneler ve Şemalar) hem de bu yapıları inşa etmek için zihinsel mekanizmaları (içselleştirme, koordinasyon, tersine çevirme, kapsülleme ve temalaştırma) içerir. Dubinsky ilk halka açık rapor olan Helsinki konferansında eylemler, süreçler ve nesneler hakkında ve özellikle bir eylemin bir sürece uygulanması hakkında açıklamalar yapmıştır. Bundan yaklaşık olarak 1 yıl sonra bir süreci zihinsel bir nesneye dönüştürmek için zihinsel mekanizma olarak kapsülleme terimi literatüre girmiştir. Kısa bir süre sonra ise bir eylemi bir sürece dönüştürme mekanizması olarak içselleştirme terimi ilk olarak APOS bağlamında kullanılmıştır. Ancak dışsal bir eylemi içsel bir sürece dönüştürme fikri zaten mevcuttu. Aynı dönemde, bir şemayı başka bir şema tarafından uygulanabilecek bir nesneye dönüştürme fikri de tartışılmıştır. Önce bu dönüşümün bir kapsülleme olduğu düşünülmüş, ancak daha sonra Piaget ile tutarlılığı kaybetmemek için temalaştırma olarak adlandırılmıştır (Arnon vd., 2014).

Dubinsky APOS teorisini; sunduğumuz teori, matematiksel bilginin bireyin zihinsel eylemler, süreçler ve nesneler inşa ederek algılanan matematiksel problem durumlarıyla sosyal bağlamda ilgilenme ve durumları anlamlandırmak ve sorunları çözmek için şemalar halinde düzenleme eğiliminden oluştuğu hipotezi ile başlar. Bu zihinsel yapıları APOS Teorisi olarak adlandırıyoruz. Fikirler, Piaget'in çocukların öğrenmesinde yansıtıcı soyutlama konusundaki çalışmalarını üniversite matematiği seviyesine genişletme girişimlerimizden kaynaklanmaktadır ifadeleriyle özetlemektedir (Dubinsky ve Mcdonald, 2002). Kısacası APOS teorisi matematiksel bir kavramın öğrenilme süreçlerini tarif etmeye çalışan teorik bir çerçevedir (Oktaç ve Çetin, 2016). Teori matematiksel bir kavram öğrenilirken öğrencinin zihninde hangi aşamaların oluşabileceğine dair modellere ve bu modelleri materyal tasarlamak ve matematiksel bir problemi çözmek için uğraşırken öğrenci başarıları ve başarısızlıklarını değerlendirmeye odaklanır. APOS Teorisi birçok çalışmada gelişimsel bir çerçeve olarak başarıyla kullanılmıştır. APOS tabanlı araştırma ve müfredat geliştirme, ağırlıklı olarak lise ve lise sonrası sınıflarda öğrenciler tarafından matematiğin nasıl öğrenildiğine odaklanmıştır (Arnon vd., 2004).

APOS teorisi, bilişsel araştırma ile öğrenme-öğretme süreci arasında ilişkiler kuran bir yaklaşımdır. Matematiksel bir kavramın öğrenilmesi sürecinde nasıl bir zihinsel yol izlenebileceğin dair modellerden yola çıkarak öğretim etkinlikleri üzerine öneriler üretmeyi amaçlar. Bu öneriler hem materyal tasarlamada hem de öğretimin değerlendirilmesinde kullanılabilir. Bu açıdan bakıldığında öğretmenler, araştırmacılar ve yazarlar için önemli bir kaynak oluşturmaktadır (Bingölbali vd., 2016).

APOS teorisine göre eylem, süreç, nesne ve şema adı verilen dört anlama düzeyinin olduğu varsayılır. Bir kavramı anlama süreci, öğrencinin önceki çalışmalardan aşina olduğu eylemlerle başlar. Bu seviyede, öğrenciye hangi eylemlerin kullanılacağı ve hangi sırayla yapılacağı dışsal bir uyarıcı tarafından söylenmelidir. Süreç düzeyinde, öğrenci gerçekleştireceği eylemleri kendisi seçebilir ve bunları hangi sırayla gerçekleştireceğine karar verebilir. Öğrencinin süreç düzeyine geçebilmesi için eylemleri içselleştirmesi gerekir. Öğrenci, sürecin farklı somut örneklerini yeni bir nesne olarak tanımladığında yani süreçleri matematiksel bir nesneye kapsüllediğinde nesne düzeyine ulaştığını söyleyebiliriz (Dubinsky ve McDonald, 2002). APOS ile ilgili araştırmalarda bir Şemanın zihinsel yapısının üzerinde fazla durulmadı. Şema, "öznenin üzerlerinde gerçekleştirebileceği eylemlerle birlikte az çok tutarlı nesneler topluluğu" olarak tanımlanabilir (Arnon vd., 2014). APOS teorisini oluşturan bu dört aşamayı biraz daha açıklamak gerekirse;

Eylem: APOS Teorisine göre, matematiksel bir kavram önce bir eylem olarak anlaşılır, fiziksel veya zihinsel nesneleri dönüştürmek ancak açıkça ve adım adım verilen bir dizi talimat ile mümkün olur. Birey, nesnelere eylemler uygulamak için dış ipuçlarına ihtiyaç duyar. Dönüşümler bu aşamada dışsal olarak algılanır. Birey eylemlerin adımlarını hayal edemez (Çetin ve Dubinsky, 2017).

Süreç: Bir süreç, eylemle aynı işlemi gerçekleştiren, ancak tamamen bireyin zihninde olan zihinsel bir yapıdır. Birey eylemi tekrar edip üzerinde düşündükçe, zihinsel bir sürece içselleştirilebilir (Çetin ve Dubinsky, 2017). İçselleştirme süreci, birey gerçekleştirmekte olduğu eylemi yansıtmaya başladığında gerçekleşir. Süreç anlayış düzeyinde olan bir birey, daha önce öğrenilen nesneler üzerindeki bir dönüşümün adımlarını gerçekte gerçekleştirmeden yani zihninde tasarlayarak yansıtabilir, tanımlayabilir hatta tersine çevirebilir. Bu aşamada dışsal ipuçlarına ihtiyaç yoktur (Tziritas, 2011). Bir sürecin inşasının tek yolu içselleştirme değildir. Bir süreç, bir süreci tersine çevirerek veya iki süreci koordine ederek de oluşturulabilir (Çetin ve Dubinsky, 2017).

Nesne: Kapsülleme süreci, bireyin matematiksel kavram üzerinde dönüşümler inşa edene kadar belirli bir dizi süreç üzerinde düşünmesini içerir (Tziritas, 2011). Birey sürecin tamamının farkına vardıkça, dönüşümlerin onu etkileyebileceğini fark ettikçe ve bu tür dönüşümleri fiilen inşa ettikçe, süreç zihinsel bir nesneye dönüştürülür. Bir süreç, bir kişinin yaptığı bir dönüşümdür, bir nesne ise diğer eylemlerin veya süreçlerin uygulanabileceği şekilde kapsüllenmiş bir bütündür. Gerektiğinde işlemi geri almak için bir nesnenin kapsülü kaldırılabilir. Nesneler orijinal süreçlerine geri döndürür ve daha sonra bu süreçler koordine edilerek yeni bir nesneye kapsüllenebilir (Çetin ve Dubinsky, 2017).

Şema: Matematiksel bir konu hakkında bir anlayış geliştirirken, bir kişi birçok eylem, süreç ve nesne oluşturabilir. Nesneler ve süreçler, şemalar oluşturmak için bireyin zihninde birbirine bağlıdır. Bunlar organize edildiğinde ve tutarlı bir çerçeveye bağlandığında, kişi konu için bir şema oluşturmuştur. Kişiden kişiye bu bağlantılar farklılık gösterebileceğinden, şemalar kişiye özgüdür ve bu durum şema aşamasını daha az anlaşılır yapar (Çetin ve Dubinsky, 2017). Şemalar, yeni matematiksel nesneler oluşturmak için kullanılabilmeleri ve bazen daha yüksek şemalara dönüştürülebilmeleri için nesnelere temalaştırılabilir. Bir şemanın tutarlılığı, kişinin belirli bir matematiksel durumda kullanılıp kullanılamayacağına karar vermesini sağlayan şeydir (Tziritas, 2011).

APOS teorisine adını veren bu dört aşama, eylem, süreç, nesne ve şema yukarıda hiyerarşik bir sıra ile verilmiştir. Bu şekilde bir sıranın var olmasının sebebi, listedeki her aşamanın bir sonraki adıma geçilmeden önce inşa edilmesi gerekliliğidir. Fakat, gerçekte, bir birey bir kavram anlayışını geliştirirken, yapılar arasında bu kadar doğrusal bir sıralama olmayabilir. Birey öğrenme gerçekleşinceye kadar aşamalar arasında gidip gelebilir. Örneğin içselleştirdiği bir eylemi bir sürece dönüştürdükten sonra tekrar eylem aşamasına dönerek elde ettiği süreci daha da güçlü hale getirebilir ve bunu defalarca kez tekrarlayabilir. Başka bir deyişle, belirli bir matematiksel kavramın öğrenilmesinde zihinde oluşan aşamalar doğrusal bir diziden çok diyalektiktir (Chamberlain ve Vidakovic, 2021).

APOS teorisinin matematik öğretiminde bir çerçeve olarak kullanılması üç basamaktan oluşur. Birinci basamak hedeflenen kavramlara ait genetik çözümleme denilen teorik bir analiz hazırlanması sürecidir. İkinci basamak hazırlanan bu genetik çözümleme temel alınarak bir öğretim modeli geliştirilir ve bu model uygulanır. Üçüncü ve son basamak ise modelin test edilmesi ve iyileştirilmesi için veriler toplanarak analiz edilmesi sürecidir (Voskoglou, 2019).

APOS teorik çerçevesine göre bir kavramın öğrenilmesi sürecinde geliştirilecek özel zihinsel oluşumları belirlemeye genetik çözümleme (genetic decomposition) ismi verilmiştir (Deniz, 2014). Genetik çözümleme, öğrencilerin bir kavramı anlamak için yapmaları gereken varsayımsal yapıları ana hatlarıyla belirtir ve bu yapıların nasıl yapılacağını açıklar. Bir kavramın anlaşılmasını geliştirmenin birden fazla yolu olduğundan, bir kavram için birden fazla farklı genetik çözümleme olabilir. Her genetik çözümleme, söz konusu kavramın tarihsel gelişiminin bir analizine, bir literatür taramasına ve eğitmen veya araştırmacının anlayışına dayalı olarak geliştirilir. Ayrıca, bir öğrencinin bir kavram geliştirmeye başlaması için sahip olması gereken önkoşul bilginin bir tanımını da içerebilir (Chamberlain ve Vidakovic, 2021).

Öğretim modelleri öğretimin etkinliğini artırmak ve devamlılığını sağlamak, kavramsal öğrenmeyi desteklemek, oluşturulan anlamı güçlendirmek ve sağlanan öğretimi pekiştirmek gibi pek çok sebeple kullanılırlar. Öğretim modelleri temel aldıkları teorik çerçevelere göre farklılık gösterebilir. Çalışmada kullanılan ACE öğretim döngüsü modeli, APOS teorisi temelinde geliştirilmiş pedagojik bir yaklaşımdır (Kılıçoğlu ve Kaplan 2019a).

1.1.2 ACE Öğretim Döngüsü

APOS teorisine göre matematiksel soyutlama; genetik çözümleme, öğretimi tasarlama ve değerlendirme olmak üzere üç bileşenden oluşur. Bu bileşenlerden ilki olan bir kavramın genetik çözümlemesi (genetic decomposition), bu kavramın bireyin zihninde nasıl geliştiğini tarif eden bir modeldir (Çekmez, 2013). Genetik çözümleme araştırmacının konuyu öğrenme ve öğretme tecrübeleri, literatürde yer alan önceki çalışmalar ve konunun kazanımları göz önünde bulundurularak araştırmacı tarafından hazırlanır (Arnon vd, 2004). Toplanan nitel veriler yapılan genetik ayrışmada öngörülen bilişsel oluşumları destekleniyor ise genetik çözümleme olduğu gibi bırakılır. Eğer genetik çözümlemede öngörülen bilişsel oluşumlar toplanan veriler ile tutarsızlık gösteriyor ise de genetik çözümleme bu veriler doğrultusunda yeniden düzenlenir (Deniz, 2014).

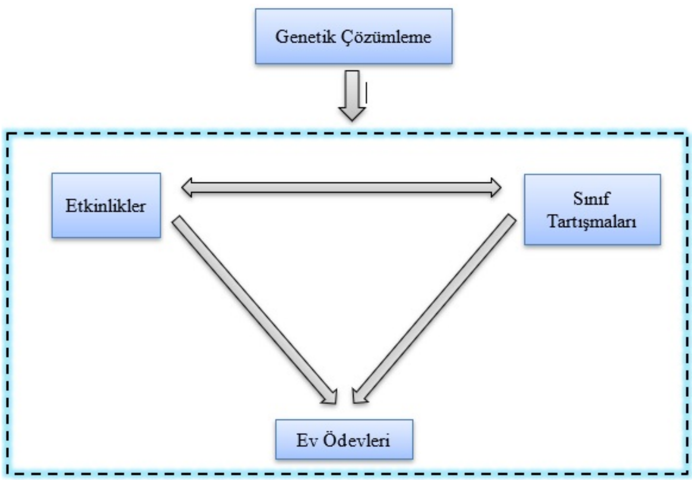
Öğretimin tasarlanması adımında ACE öğretim döngüsü kullanılmıştır. ACE öğretim döngüsü öngörülen zihinsel yapıların oluşturulması sürecinde öğrencilere destek olmak ve gereken eğitim yöntemlerinin uygulanabilmesi için tasarlanmış pedagojik bir yaklaşımdır (Asiala vd., 1997). ACE öğretim modeli bu yapıdan yola çıkılarak önerilmiş bir çemberdir. Modelin bileşenleri;

A (Etkinlikler): Öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirebilmeleri için hazırlanmış etkinliklerdir. Öğrencilerin bilişsel düşünme biçimlerini geliştirmek amaçlandığı için etkinliklerde “ne?” sorusunu sormak yerine "çözüm bulun" gibi açıklama ve yorumlama gerektiren ifadeler tercih edilmektedir (Kılıçoğlu ve Kaplan, 2019a). Bu etkinlikler öğrenciler genetik çözümlemede belirtilen zihinsel yapıları yapmalarına yardımcı olmak için tasarlanmış görevlerden oluşur. Öğrenciler kendilerine sunulan problemlere çözümler üretebilmek için iş birliğiyle çalışırlar. Bu görevlerin temel amacı, öğrencilerin doğru cevapları bulması değil yansıtıcı soyutlamayı geliştirmektir (Borji vd., 2018).

C (Sınıf Tartışması): Öğrencilerin düşüncelerini rahatça yansıtabilecekleri sınıf ortamı oluşturmak ve derse aktif katılımlarını sağlamak için öğrencilere fırsatlar sunmaktır. Burada dikkat edilmesi gereken nokta sınıf tartışmasının etkileşimli bir biçimde sürdürülebilmesidir (Kılıçoğlu ve Kaplan, 2019a). Sınıf tartışması küçük bir grup ile yapılabileceği gibi eğitmen rehberliğinde tüm sınıf olarak da yapılabilir. Sınıf tartışmaları öğrencilerin yaptıkları çalışmalar ve etkinlikler ile ilgili derinlemesine düşünmelerine fırsatı verir. Öğretmen tartışmaya liderlik ederken, öğrencilerin düşünce ve fikirlerini üzerinde çalıştıkları konu ile birbirine bağlamak için öğrencilere tanımlar verebilir, açıklamalarda bulunabilir veya sadece genel bir bakış açısı sunabilir (Borji vd., 2018).

E (Alıştırmalar): Öğrencilerin sınıfta öğrendikleri matematik kavramlarını kullanabilmelerine destek olması ve bu kavramların pekiştirilmesi ve güçlendirilmesi için dersin sonunda öğrencilere verilen alıştırmalardır (Kılıçoğlu ve Kaplan, 2019a). Ev ödevi olarak verilen bu alıştırmalar, yapılan etkinlikleri ve sınıf tartışmasını güçlendirmek için hazırlanan ve konu ile ilgili oldukça standart problemlerden oluşan materyallerdir. Alıştırmalar, genetik çözümlemede öngörülen zihinsel yapıların gelişimini de destekler (Borji vd., 2018).

Dubinsky ve Leron (1994) bir konunun genetik çözümlemesinde öngörülen her bir zihinsel yapının inşasını kolaylaştırmak ve desteklemek için bir etkinlik bulabileceğini vurgulamıştır. Bu düşünce APOS teorisine bağlı ve pedagojik bir yaklaşım olan ACE öğretim döngüsünün başlangıç noktası olmuştur (Arnon vd, 2014). ACE öğretim döngüsü ve genetik çözümleme arasındaki ilişki Şekil 1.1'de gösterilmiştir (Borji vd., 2018).



Şekil 1.1: ACE öğretim döngüsü ile genetik çözümleme arasındaki ilişki.

APOS teorik çerçevesi içinde bir bireyin matematiksel bir kavramı anlamasına yönelik araştırmalar, araştırmacı tarafından bu kavramın genetik bir çözümlemesinin geliştirilmesiyle başlar. Genetik çözümlemeye uygun olarak geliştirilen etkinlikler, genetik ayrışmanın önerdiği zihinsel yapıların gelişimini destekler. Tamamlanan etkinlik hakkında eğitmen liderliğindeki sınıf tartışması başlatılır. Sınıf tartışmaları öğrencilere yapılan etkinlikler üzerinde düşünme fırsatı verir. Tartışma sürecinde tamamlanan etkinliği desteklemek amacıyla yeni etkinlikler sunulabilir. Öğretim döngüsünde etkinlik ve sınıf tartışmaları adımları arasında sürekli gidiş gelişler olabilir. Döngü üçüncü ve son adımı olan ev ödevleri ile tamamlanır. Ev ödevleri hem yapılan etkinlikleri hem de sınıf tartışmalarını pekiştirmek için ders bitiminde öğrencilere verilen problemlerdir (Borji vd., 2018).

1.2 Araştırmanın Amacı

1900'lü yılların sonlarına doğru etkili bir düşünme biçimi olan eleştirel düşünme eğitimin en temel amaçları arasında yer almaya başlamıştır. Piaget'e göre eğitimde öncelikli hedef, önceden yapılmış olanı tekrar yapmak değil; özgün fikir sahibi, bilgiyi sorgulayabilen, araştırma yapabilen ve eleştiri becerisi olan bireyler yetiştirmek olmalıdır (MEB, 2015). Piaget, tüm bilimsel etkinliklerin temelinde yansıtıcı soyutlama olduğunu söylemiştir. Buna göre matematiksel üretkenlik, bireylerin yansıtıcı soyutlamalar yapabilme becerileriyle ortaya çıkmaktadır. Yapılandırmacı bir matematiksel öğrenme teorisi olan APOS teorisi Piaget'in yansıtıcı soyutlama kavramı üzerine kurulmuştur. APOS teorisinin temelini yansıtıcı soyutlamanın oluşturduğu düşünüldüğünde, teorinin matematiksel düşünmeyi destekleyen bir öğretimin geliştirilebilmesine rehberlik edecek bir araç olduğu söylenebilir (Vidakovic vd., 2018).

Aslında literatürde matematik nedir sorusuna verilmiş birçok cevap bulunmaktadır ancak matematiğin en sade tanımı olarak "matematik yaşamın bir soyutlanmış biçimidir" denilebilir. Çünkü matematiksel her kavram yaşanılan çevreden soyutlanmıştır (Altun, 2006). Her ne kadar matematik dünyasının dışındaki bireylerin genel bir algısı matematiğin sadece soyut kavramlar yığını olduğu şeklinde olsa da elbette ki bu doğru değildir. Matematik aslında bir soyutlama etkinliğidir (Baki, 2020). Bir kavramın öğrenilmesi sürecinde bireyin zihninde bilginin nasıl oluştuğunu doğrudan gözlemleyebilmek oldukça zor bir durumdur. Eğer bilginin öğrenenin zihninde oluşma süreci, nasıl soyutlandığı ve ne tür içsel süreçlerden geçtiği bilinirse öğrenme sürecine gereken müdahaleleri yerinde ve zamanında yapmak çok daha kolay olacaktır (Gürbüz, 2021).

Bu tez çalışmasında bir üniversite hazırlık kursunda öğrenim gören lise mezunu öğrencilerin “maksimum ve minimum problemleri” konusunda matematiksel bilgiyi öğrenme ve zihinde yapılandırma süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Matematiksel bilginin inşası süreçlerinin incelenmesinde bir kavramın öğrenilme sürecinde zihindeki bilişsel oluşumları ortaya koyan bir teorik çerçeve olan ve Dubinsky (1991) tarafından geliştirilen APOS teorisi temel alınmıştır. Ayrıca yapılan deneysel uygulamanın öğrencilerin maksimum ve minimum problemlerinin çözümündeki başarıları ve tutumları üzerinde etkilerinin ve bilgiyi yapılandırma süreçlerine olan yansımalarının tespit edilmesi de araştırmanın bir diğer amacıdır.

Günümüzde bilgiyi ezberleyen değil öğrenen ve kullanabilen bireyler yetiştirmenin önemi büyüktür. Yapılan ulusal ve uluslararası sınavlar öğrencilerin matematiksel bilgiyi ezberleme derecelerini değil muhakeme, anlama ve çıkarımda bulunma becerilerini ölçmeyi amaçlamaktadır. Yani geniş katılımlı ve uzman kurumlarca hazırlanan tüm sınavlarda temel matematik prensiplerini ve işlemlerini gündelik hayatta uygulama becerilerini ölçmek amaçlanmaktadır. Elbette ki bu sınavlar eğitim sistemlerinde olan yeni değişim ve gelişmelere göre düzenlenmektedir. Yani yapılan büyük katılımlı sınavların ezber bilgiyi ölçme amacından uzaklaşıp matematiği günlük hayatta kullanabilme becerilerini ölçmeye yönelmiş olması eğitim sistemlerinin değişimi ve gelişiminden kaynaklanmaktadır. Bu sebeple araştırmada ulusal bir sınava hazırlanan öğrenciler tercih edilmiştir. Ayrıca önemleri aşağıda ayrıntılı şekilde açıklanan türev ve problem konularının koordinasyonunu gerektiren aynı zamanda günlük yaşantı durumları ile güçlü bir bağın kurulabileceği düşüncesi ile maksimum ve minimum problemleri konusu seçilmiştir.

Ayrıca APOS teorisi ile ilgili literatürde yer alan benzer çalışmalar incelendiğinde türev uygulamaları ile ilgili araştırmalar mevcuttur ancak bu araştırmaların hiçbirinde maksimum ve minimum problemleri üzerinde bir çalışma yapılmamıştır. Türevin geometrik yorumu ve irrasyonel sayılar konularında üniversite öğrencileri ile bir çalışma yapan Voskoglou (2015 ve 2019) yaptığı iki çalışmanın sonucunda lise öğrencileri ile ve farklı konular üzerinde APOS teorisi hakkında çalışmalar yapılmasını tavsiye etmiştir.

Çetin (2009) çalışmasında üniversite öğrencilerinin limit konusunu nasıl kavradıklarını anlamaya çalışmış ve araştırmanın sonucunda APOS teorisinin farklı konular ve farklı sınıf düzeylerinde incelenmesi gerektiği yönünde tavsiyede bulunmuştur.

1.3 Araştırmanın Önemi

Eğitim programlarının temel hedefi öğrenci başarısına odaklanmaktır. Sarf edilen bütün emek, maliyet ve kaynaklara karşın öğrencilerimizin katıldığı milletlerarası sınavlarda kendilerinden beklenen başarıyı gösterememeleri ve ülkemizin sıralamalarda altlarda yer alması önemli bir mesele olarak ele alınmalıdır. Ezbere dayalı öğretim anlayışını tamamıyla terk etmek ve öğretmeni değil öğrenciyi merkeze alan bir öğretim yaklaşımına uygun öğretim ortamları tasarlamak için optimal fayda sağlayacak olan öğretim modelinin seçilebilmesi oldukça önemlidir. Bundan dolayı çeşitli öğretim modellerinin kullanıldığı ve kullanılan modelin etkililiği ve uygulanabilirliği hakkında değerlendirmelerde bulunan çalışmalar program geliştirme bakımından önemlidir. Öğretmenin, bilgiyi öğrencilere direkt olarak aktaran değil öğrencilerin bilgiye kendilerinin ulaşması için onlara yol gösteren bir rehber görevi üstlenmesi gerektiği düşüncesi üzerine kurulu olan yapılandırmacı öğrenme kuramı son zamanlarda eğitim bilimciler tarafından oldukça önemsenmektedir. MEB'de yenilenen ve güncellenen öğretim programlarında yapılandırmacı bir anlayışın hâkim olduğunu açık bir şekilde belirtmiştir (Aydoğdu ve Ayaz, 2008).

Matematik eğitimi ile ilgili yapılan araştırmalarda, matematiğin soyut bir yapısı olması sebebiyle ortaya çıkan öğrenme zorluklarının öğretim sürecinde aşılabilmesi için en uygun yöntemlerin bulunması, matematikte öğrenci başarısının ve öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarında pozitif yönlü geliştirmelerin sağlaması hedeflenmektedir. Bundan yola çıkılarak matematik eğitimi üzerine yapılan araştırmalarda, üst seviyede bilişsel etkinlikleri gerektiren, zihinde inşa edilmesi ve bir anlam verilebilmesi çok zor olan kavramların kolay bir şekilde ve kalıcı olarak öğrenilebilmesi amacıyla, öğrenme yaklaşımları da göz önünde bulundurularak, matematiksel kavramların somutlaştırılmasının önemi ve gereği vurgulanmaktadır (Işık ve Konyalıoğlu, 2005). Somutlaştırmanın esas amacı, öğrencinin soyut kavramları öğrenebilmesi için, bu kavramların somutlaştırılarak sunulmasıdır. Piaget tarafından ortaya atılan bilişsel gelişim kuramına göre 11 yaşlarından itibaren bireyin somut işlemler dönemi sona erer ve soyut işlemler dönemi başlar. Bu dönem tüm yetişkinlik süresi boyunca devam eder (Özdemir vd., 2012). Bu sebeple lise öğretim programlarında öğrencilerin soyutlama yeteneklerini geliştirmelerine yardımcı olacak yöntemlerinin kullanılması önemlidir. Çalışmada temel alınan APOS teorisi soyutlamanın nasıl gerçekleştiğini bilişsel yönden açıklayan bir teori, ACE öğretim döngüsü de bu teoriyi temel alan bir öğretim modelidir (Kılıçoğlu ve Kaplan, 2019a).

Matematik, bireyin fikir yürütme ve özgün düşünebilme becerisini geliştirir. Düşünebilme, canlılar arasında insanı üstün kılan en önemli özelliktir. Düşünebilme yeteneği ile insan, yaşadıklarından anlam çıkartarak şartları kendi lehine çevirebilme becerisi kazanır. Bu nedenle matematik, temel eğitimin vazgeçilemez bir parçasıdır. Matematik eğitimi denince sayılar ve işlemleri öğretme ve hesap yapma yeteneklerini geliştirmekten çok daha fazlası akla gelmelidir. Matematik eğitimi her gün daha da karmaşıklaşan yaşam savaşında ayakta kalmamızı sağlayan düşünme, akıl yürütme, olaylar arasında bağ kurma, tahminlerde bulunma ve problem çözme gibi çok önemli destekler sağlamaktadır (Umay, 2003).

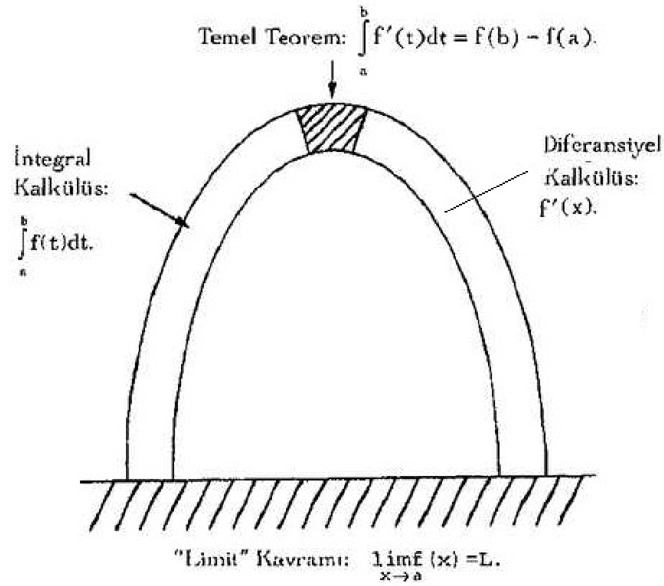
Altun (2006) problem çözme becerisinin ve bunun geliştirilmesinin matematik öğretiminde ne kadar önemli bir yere sahip olduğunu, “matematik eğitiminin temel amacı; bireyin günlük yaşantısında gerekli olan matematikle ilgili bilgi ve beceriyi kazandırmak, sadece işlemsel problemlerin çözümü değil, yaşamın içindeki problemlerin de çözümüne yönelik beceriler kazandırmaktır” ifadeleriyle vurgulamıştır. Ersoy ve Güner’e (2014) göre ise problemler ve problem çözme yaşamın kaçınılmaz bir gerçeği ve matematiğin vazgeçilmez bir parçasıdır.

Son dönemlerde problem çözmenin önemi tekrardan tartışılmaya başlanmıştır. Matematik bir düşünce biçimidir fikrinin kabul görmeye başlanmasından bu yana, birçok matematikçi problem çözmeyi matematiğin en önemli yapı taşı olarak ifade etmişlerdir. Matematik tarihi kitaplarına bakıldığında matematiğin gelişiminde insanların karşılaştıkları problemlere çözüm arayışlarının etkili olduğu sıklıkla yer almaktadır (Rock ve Brumbaugh, 2017).

Ülkemizde günlük hayatlarında karşılaştıkları sorunları ve engelleri aşabilecek ve karşılarına çıkan problemleri etkili biçimde çözebilecek bireylere her zamankinden daha fazla ihtiyaç duyulmaktadır. Matematik dersinde öğretmen rehberliğinde çözülen problemler sayesinde öğrencilerin konuyu daha kolay ve çok daha kalıcı bir şekilde öğrenmeleri sağlanabilir. Problem çözme yöntemlerini geliştiren bireyler bunları karşılaştıkları farklı durumlara uyarlayabilir yani hayatlarına kolay bir şekilde entegre edebilirler (Aydoğdu ve Ayaz, 2008).

Problem çözme becerileri gelişmiş olan bireylere bilimden sanatta kadar pek çok alanda ihtiyaç duyulmaktadır. Kaynakların ve zamanın kısıtlı olduğu hayatta en düşük maliyet ve emek ile en yüksek verimin elde edilmesi çabası şüphesiz ki değerlidir. Optimizasyon problemlerinde amaç tam olarak budur. Matematik öğretim programının 12. sınıf alt öğrenme alanlarından biri olan maksimum minimum problemleri konusu optimizasyon problemlerinin en temel şeklidir denilebilir. Bu problemlerin çözülebilmesi için problem çözme basamaklarının türev konusu ile koordine edilmesi gerekmektedir. Bir problemde istenen ya da gerekli görülen tüm koşullar sağlanarak olası bütün çözümler arasından en verimli olanını seçmek anlamına gelen optimizasyona "en iyileme" demek de mümkündür. Genel bir tanımla, optimizasyon problemlerinin çözümü, hedeflenen amaç için uygun bir fonksiyonunun oluşturulması ve bu fonksiyona ait ekstremum değerlerin bulunarak, problemde belirtilen koşulları yerine getirecek şekilde seçilmesidir denilebilir. Bu problemlerin çözümünde matematiksel bir model oluşturulması çok önemlidir. Doğru bir model hazırlanabilmesi ise değişkenlerin, şartların iyi belirlenmesi ve çözümü sağlayacak olan fonksiyonunun kuralının doğru şekilde yazılabilmesine bağlıdır (Çiftçioğlu ve Doğan, 2017). Optimizasyon problemlerinin çözümü için sayısal ya da analitik yöntemler kullanılabilir. Sayısal yöntemler de kendi içlerinde türev kullanılan yöntemler ve türev kullanılmayan yöntemler şeklinde ikiye ayrılabilir. Türevin kullanıldığı yöntemler ile genel anlamda problemler daha pratik ve hızlı çözülebilir. Fakat tabi ki her problemin türev kullanılarak çözülemeyeceği de bir gerçektir (Tural, 2017).

Türev ve integral, kalkülüsün yani analizin, analiz de matematiğin en önemli yapıtaşıdır. Analizin temelinde ise limit kavramı vardır. Bu konular ile öğrenciler ilk olarak 12. Sınıfda karşılaşırlar. Ancak maalesef bu kısım çok yüzeysel olarak ve genellikle ezbere dayalı yöntemlerle anlatılır. Analizin ne kadar değerli olduğunu vurgulayan ve bunu anlayabilmek için konuyu sezgisel olarak kavramanız gerekir diyen King (2014), analizi taşlar yerine fikirlerin yerleştirilmesiyle oluşmuş büyük bir kemere benzetmiştir (Şekil 1.2). King'e göre Floransa'nın en değerli ipliklerinin, porselenlerinin ve altın tepsilerinin satıldığı dükkanlar nasıl ki Vecchio Köprüsü üzerinde duruyorsa matematik ve bilim de analizin üzerinde durmaktadır (King, 2014).



Şekil 1.2: Kalkülüs (Analiz) Kemeri.

Limit temeli üzerine oturmuş olan kemerin bir ayağı diferansiyel, diğer ayağı da integraldir. Birbirlerinden çok farklı iki kavramı ifade eden bu ayakları birbirine bağlayan ise kemerin en üstünde yer alan "temel teorem" dir. Newton ve Leibnitz tarafından kesin bir biçimde ortaya konmuş olan temel teoreme göre bir fonksiyonun türevinin integrali fonksiyonun kendisidir. Yani türev ile integral işlemsel olarak birbirlerinin tersidirler. Türevi bilmeden integrali öğrenmek neredeyse imkansızdır. Türev ve integral paha biçilemez kavramlardır. Onlarsız ne teknoloji ne bilim ne de fiziksel dünyanın anlaşılması mümkün olurdu. Galileo "Doğanın kitabı matematikle yazılmıştır" diyor. Bu cümlede matematiğin yerine analiz kullanılması kesinlikle yanlış olmayacaktır (King, 2014).

Matematik, bilim ve günlük yaşam için ne kadar önemli ise problem çözme ve türev de matematik için o kadar önemlidir. Matematik öğretiminin sadece bilgi aktaran ve ezbere zorlayan kalıplardan kurtulmasının önemi açıktır. Bu nedenle matematik öğretiminin geliştirilmesi, öğrenilenlerin kalıcı olmasının sağlanması ve matematiksel düşüncenin günlük hayata entegre edilebilmesini amaçlayan tüm çalışmalar değerlidir.

Pek çok ülkede olduğu gibi ülkemizde de APOS teorisini temel alan araştırmalar vardır. Fakat bu araştırmaların hiçbiri 12. sınıf veya lise mezunu öğrenciler ile yapılmamıştır. Türk eğitim siteminde, bir liseden mezun olmuş veya olabilecek durumdaki öğrenciler genellikle istedikleri mesleği edinebilmek için yükseköğretim kurumlarına devam etmek istemekte ve bunun için de her yıl yapılan sınavlara girmeleri gerekmektedir. Bu sebeple öğrencilerin üniversite sınavlarına hazırlandıkları dönem öğrenciler ve veliler için hayatlarındaki en önemsenen dönemlerden biridir. Çalışma bu anlamda literatüre önemli bir katkı sağlayabilir. Ayrıca araştırmanın konusu olarak seçilen maksimum minimum problemleri, öğrencilerin problem çözme yeteneklerinin gelişmesi açısından da önemlidir. YKS'de soruların bilgiyi kullanma ve problem çözme becerilerine dayalı olacağı ve bu soruların MEB'in yayınladığı matematik öğretim programda yer alan kazanımlara uygun olacağı belirtilmiştir. Bu sebeple de bu araştırmanın literatür için önemli bir katkı sunacağı söylenebilir.

1.4 Araştırma Soruları

- Öğrencilerin türev uygulamaları ve problem çözme konusundaki bilgiyi yapılandırma süreçleri nasıldır?
- APOS teorisine dayalı öğretimden sonra öğrencilerin bir problemi anlamaları ve çözüm yolu geliştirme becerileri ne kadar farklıdır?
- APOS teorisine dayalı öğretimden sonra öğrencilerin türev konusuna tutumları ne kadar farklıdır?
- Öğrencilerin görüşlerine göre APOS teorisine dayalı öğretim yönteminin klasik öğretim yöntemine göre avantajları ve dezavantajları nelerdir?
- APOS teorisine dayalı öğretim yönteminin öğrenmenin kalıcılığı üzerinde anlamlı bir etkisi var mıdır?

1.5 Araştırmanın Varsayımları

1. Araştırmaya katılan öğrencilerin derslerde samimi bir şekilde düşüncelerini ifade edebildikleri ve kendi performanslarını olabildiğince iyi bir şekilde ortaya koydukları varsayılmıştır.
2. Uygulama sürecinde olan herhangi bir olumsuz etkenden tüm öğrencilerin aynı oranda etkilendikleri varsayılmıştır.
3. Görüşmeye katılan tüm katılımcıların samimi ve gerçek düşüncelerini söyledikleri varsayılmıştır.
4. Araştırmanın veri toplama araçlarının geliştirilmesi sürecinde başvurulan uzman görüşlerinin yeterli ve yerinde olduğu varsayılmıştır.

1.6 Araştırmanın Sınırlılıkları

- Araştırma 2019-2020 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde gerçekleştirilen 4 haftalık (10 saat ders ve görüşmeler) bir süre ile sınırlıdır
- Araştırmanın çalışma grubunu, Bursa ili Nilüfer ilçesi sınırlarında bulunan bir özel öğretim kursunda öğrenim gören mezun üniversite hazırlık grubu öğrencilerinden seçilen toplam 20 öğrenci oluşturmaktadır
- Görüşme formunun uygulanması rastgele seçilen 10 öğrenci ile sınırlıdır.

Çalışmanın gerçekleştirildiği tarihlerde gerçekleşen Covid–19 pandemisi sebebiyle araştırmanın öngörülemeyen sınırlılıkları oluşmuştur. Bakanlar Kurulu tarafından açıklanan Covid–19 tedbirleri sebebiyle;

- Tüm okullarda öğretime ara verilmesi sebebiyle kontrol grubu oluşturulamamıştır,
- Öğrencilerin arasında gerekli mesafenin korunabilmesi için deney grubu 20 öğrenci ile sınırlandırılmıştır,
- Etkinlikler için oluşturulan gruplar 2 öğrenci ile sınırlandırılmıştır,

1.7 Literatür Taraması

Bu kısımda araştırma konusu ile ilgili olan çalışmalar incelenmiş ve bu çalışmalar hakkında kısaca bilgiler verilmiştir.

1.7.1 APOS Teorisi ile İlgili Çalışmalar

Weller ve diğerleri (2009) araştırmalarında ilk ve ortaokul öğretmen adayları da dahil olmak üzere tüm sınıf seviyelerindeki öğrencilerin 0,999… = 1 eşitliğini ve rasyonel sayılar ile bu sayıların ondalık açılımını ilişkilendirmekte zorluk yaşadıklarını iddia etmişlerdir. Araştırmada APOS teorik çerçevesine dayalı olarak hazırlanan ACE öğretim döngüsünü kullanarak uyguladıkları devirli ondalık sayılar konusu için tasarlanmış derslere katılan ilkokul ve ortaokul öğretmenliği bölümü öğrencilerinin performansları ile ilgili olarak bir rapor sunmayı hedeflemişlerdir. Araştırmanın katılımcıları üniversitenin 2. Sınıf öğrencilerinin aldığı bir dersin 5 bölümünün hepsinden seçilen ilk ve ortaokul öğretmen adaylarıdır. 3 bölümde okuyan 127 öğrenciden oluşan kontrol grubuna geleneksel eğitim verildi. Diğer 2 bölümde okuyan 77 öğrenciye ise ACE öğretim döngüsü kullanıldı. Veriler toplama aracı olarak araştırma sonrası uygulanan ve araştırmacılar tarafından hazırlanmış olan yazılı sınav kullanılmıştır. 0,999… = 1 eşitliğiyle ilgili tüm yazılı sınavlar ilk olarak inanç tutarlılığı bakımından analiz edilmiştir. Uygulanan sınavda öğrencilerin bu eşitlik ile ilgili fikir ve düşüncelerini ifade etmelerini sağlamak amaçlı sorular bulunmaktadır. Ayrıca öğrencilerden fikirlerini ve 0,999…=1 eşitliğini destekleyen gerekçeler yazmaları istenmiştir. Öğrencilerin yazdığı gerekçelerin sayısı belirlenmiştir. Araştırmanın sonucunda, deney grubu öğrencilerinin, 0,99… = 1 eşitliğini ve rasyonel sayılar ile ondalık açılımları arasındaki genel ilişkiyi anlamalarında anlamlı bir ilerleme kaydettikleri bulgusuna ulaşılmıştır. Kontrol grubu öğrencilerinin ise önemli denilebilecek kadar daha az ilerleme kaydettiği görülmüştür.

Çetin (2009) çalışmasında üniversite birinci sınıf öğrencilerinin limit konusunu nasıl kavradıklarını incelemeyi ve APOS teorisine uygun olarak hazırlanan öğretim ortamının uygulamasından sonra bu kavramanın nasıl değiştiğini araştırmayı amaçlamıştır. Çalışmada durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışmaya Orta Doğu Teknik Üniversitesi Matematik Bölümünde 1. sınıfta öğrenim gören ve analize giriş dersini alan 25 öğrenci katılmıştır. Öğrenciler 5 hafta süresince araştırmacı tarafından hazırlanan öğretim ortamına devam etmişlerdir. Öğrenciler her hafta iki ders saati boyunca işbirlikçi bir ortamda laboratuvar uygulamalarına katıldıktan sonra dört saat derslere katılmışlardır. Derslere katılmadan önce öğrenciler bilgisayar laboratuvarlarında limit konusunda onları düşünmeye yönlendirecek şekilde hazırlanmış bilgisayar programlama etkinlikleri yapmışlardır. Dersler 15 dakika sınıf tartışması ve 35 dakika ders anlatımı şeklinde planlanmıştır. Her hafta son dersin bitiminde öğrencilere ev ödevi verilmiştir. Öğrencilerin limit kavramını anlama düzeylerindeki değişimin belirlenebilmesi için acık uçlu sorulardan oluşan limit anketi ön-test ve son-test olarak uygulanmıştır. Uygulama sonunda, öğrencilerin limit konusunu nasıl kavradıklarının anlaşılabilmesi için, tüm katılımcılar ile yarı yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Öğrencilerin limit anketinde verdiği cevaplar nitel ve nicel yöntemler kullanılarak incelenmiştir. Ayrıca görüşme sorularına verilen yanıtlar APOS çerçevesi kullanılarak analiz edilmiştir. Veri analizinde Cottrill ve arkadaşları tarafından hazırlanan genetik çözümleme kullanılmıştır. Yapılan analiz sonuçlarına göre, araştırmacı tarafından APOS teorisine uygun olarak hazırlanan öğrenim ortamının öğrencilerin limit konusunu anlamaları üzerinde olumlu etkisi olduğu gözlenmiştir.

Tziritas (2011) araştırmasında APOS teorisini, öğrencilerin bir fonksiyonun değişim hızı ile ilgili problemleri anlamalarını geliştirmek amacıyla bir öğretim döngüsü oluşturmak ve bunu sınamak için kullanmıştır. Bir fonksiyonun değişim hızı ile ilgili problemler, geometrik bilgiler ve türev kullanılarak bilinmeyen bir oranın hesaplanmasını gerektiren soru türlerini içerir. Bu araştırmada hazırlanan genetik çözümleme, konunun öğrenimi için gerekli ilk kavramsal aşamaların başarılı şekilde geçilebilmesi için gerekli olduğu düşünülen zihinsel yapılara odaklanmıştır. Genetik çözümleme, araştırmacının konuyla ilgili tecrübelerine dayalı olarak hazırlanmıştır. Daha sonra genetik çözümlemeye dayalı olarak, bir ACE öğretim döngüsü oluşturulmuştur. Döngü iki öğrenci grubu üzerinde test edilmiştir. Son olarak, araştırmacı öğrenciler ile bireysel görüşmeler yaparak onlardan değişim hızı problemlerini çözmelerini istemiştir. Araştırmanın katılımcıları bir üniversitede öğrenim görmekte olan ve diferansiyel matematik dersini alıyor olan 4 öğrenciden oluşmaktadır. Bu 4 öğrenci eşit iki gruba ayrılmış ve bu iki grup, bir saatlik bir ders şeklinde ACE öğretim döngüsüne katılmıştır. Bu ders öğrenciler normal ders planlarında henüz değişim hızı konusunu görmeden önce yapılmıştır. Öğrencilerden sunulan problemleri grup olarak çözmeleri istendi. İki grup ayrı olarak çalıştı. Problemler büyük kâğıtlara basılarak gruplara verildi ve öğrenciler yuvarlak bir masada bir saatlik bir ders boyunca üzerinde çalıştılar. Öğrencilerin kalem, kâğıt, hesap makinesi ve cetvel gibi materyaller kullanmasına izin verildi. Cevaplarını kendilerine verilen kağıtlara yazmaları istendi. Sınıf tartışmaları ise bir öğretmen ile öğrenciler arasında gerçekleşmiştir. Tartışma sırasında öğretmen öğrencilerin etkinlikler ile ilgili karşılaştıkları olumsuzlukları da öğrenmeye çalışmıştır. Ses kaydı alınarak bu kayıtlar yazılı hale getirilmiştir. Ayrıca öğrencilerin etkinlik sırasında kullandıkları kâğıtlar da taranmıştır. Öğrencilere dersin sonunda ev ödevi verilerek döngü tamamlanmıştır. ACE öğretim döngüsü uygulandıktan üç hafta sonra katılımcılar ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde öğrencilere değişim hızıyla ilgili 2 problem verilmiş ve çözmeleri istenmiştir. Öğrenciler, problemi anlama ve yapacakları aşamaları tamamlama açısından iyi cevap verseler de problemleri tam olarak çözememişlerdir. Ancak öğrencilerin problemi çözememelerinin sebebi problemi modelleyememe, değişkenleri ve sabitleri belirleyememe ya da değişkenin zamana bağlı hız fonksiyonunu tanımlayamama değil, değişkenlerin verilen geometrik durumla aralarındaki ilişkisinden kaynaklanmaktadır sonucuna ulaşılmıştır.

Çekmez (2013) araştırmasında, bilgisayar destekli olarak gerçekleştirilen öğretimin türevin geometrik yorumunu konusunun anlaşılmasına etkisini tespit etmeyi amaçlamıştır. Araştırmada yapılan deneysel çalışmanın sonuçlarıyla geleneksel yöntem ile öğrenim gören grubun sonuçları karşılaştırılmıştır. Doktora tezi olarak yayınlanan çalışmanın deseni yarı deneyseldir. Katılımcılar bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünün farklı iki sınıfında öğrenim gören öğrencilerden seçilmiştir. Sınıfların öğrenci dağılımını değiştirilmesi mümkün olmadığı için bir sınıf deney diğer sınıf kontrol grubu olacak şekilde seçilmiştir. Bu seçim rasgele yapılmıştır. Deney grubunda 42, kontrol grubunda 40 öğrenci bulunmaktadır. Deney grubunun dersleri bir matematik yazılımı ve çalışma yaprakları desteğiyle bilgisayar sınıfında, kontrol grubunun dersleri ise klasik bir derslikte geleneksel yöntem kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin anlama düzeylerinin belirlenebilmesi amacıyla türev konusuna ait alt başlıklar göz önünde bulundurularak hazırlanan "Yordama Testi (YT), Teğet Genelleme Testi (TGT), Türev Formel Tanım Testi (TFTT), Noktasal Bağlamda Türev Testi (NBTT) ve Fonksiyon Bağlamında Türev Testi (FBTT)" uygulanmıştır. Tüm testler alan yazın taraması yapılarak ve uzman görüşü alınarak araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Deneysel uygulama sonrasında her iki gruptan rastgele seçilen öğrenciler ile yapılan görüşmelerde öğrencilere uygulanmış olan testlerdeki sorular yöneltilmiş ve anlama düzeyleri APOS teorisi temelinde değerlendirilmiştir. Yapılan TGT sonuçlarına bakılarak öğrencilerin uygulama sonunda teğet kavramı ile ilgili gerçekleştirdikleri genellemeler belirlenmiş ve bu genellemelerin türleri açısından iki grup öğrencileri arasında bir fark bulunup bulunmadığını belirlemek amacıyla Ki-Kare bağımsızlık testi yapılmıştır. Ayrıca grupların YT puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunup bulunmadığını tespit etmek amacıyla bağımsız örneklem t testi uygulanmıştır. Puanlama rubrikleri kullanılarak öğrencilerin NBT testi, TFT testi ve FBT testinin iki uygulamasında verdikleri cevaplar değerlendirilmiş ve puanları hesaplamaları yapılmıştır. Uygulanan iki yöntemin öğrencilerin anlamaları bakımından farklılık gösterip göstermediğinin belirlenmesi amacıyla tek yönlü kovaryans analizi kullanılmıştır. Analizde ortak değişken olarak YT puanları kullanılmıştır. Yapılan tüm görüşmeler kayıt altına alınmıştır. Ses kayıtlarının transkriptleri ile öğrencilerin görüşme sırasında kullandıkları kâğıtlar beraber değerlendirilmiştir. Öğrencinin konuyu anlama düzeyleri önceden hazırlanmış olan genetik çözümlemede yer alan kazanımlar göz önünde bulundurularak belirlenmiştir. Analizlerden elde edilen bulgulara göre, deney grubu öğrencilerinin kontrol grubunda bulunan öğrencilere oranla anlama düzeylerinin daha yüksek olduğu görülmüştür. Ayrıca çalışmada kullanılan öğretim metodunun öğrencilerin etkin düşünme süreçlerini ve problem çözme yeteneklerini geliştirdiği belirtilmiştir.

Deniz (2014) araştırmasında, 8. sınıf öğrencilerinin eğim kavramını anlama süreçlerinin Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımına uygun olarak gerçekleştirilen öğretim sürecinde incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışma APOS teorisi temel alınmıştır. Çalışmada öğrencilerin APOS teorik çerçevesine göre öğrenme düzeylerinin belirlemesinin yanında matematikleştirme becerilerinin araştırılması da amaçlanmıştır. Çalışma bir öğretim deneyidir. Katılımcılar bir devlet okulunda öğrenim gören 8. sınıf öğrencileri arasından seçilmiştir. Katılımcıların seçimi için çalışma öncesinde bazı önkoşullar belirlenmiş ve bu önkoşulları sağlayan öğrencilerin tespit edilebilmesi için açık uçlu bir test geliştirilerek 16 öğrenciye uygulanmıştır. Test sonuçları kullanılarak amaçlı örnekleme yöntemi ile bu 16 öğrenci arasından 5 öğrenci seçilmiştir. Veri toplama araçları açık uçlu test, araştırmacı günlükler, çalışma kağıtları ve klinik görüşmelerdir. Açık uçlu test verileri içerik analizi yöntemiyle, görüşme verileri tematik analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Verilerin APOS teorik çerçevesine göre analizi için literatürde yer alan ilgili çalışmalar incelenmiş ve araştırmacının deneyimleri doğrultusunda eğim kavramına ait ilk genetik çözümleme hazırlanmış ve daha sonra elde edilen bulgulara göre yeniden düzenlenmiştir. Yapılan analiz sonucuna göre 2 öğrencinin eylem, 2 öğrencinin süreç ve 1 öğrencinin nesne aşamasında olduğu görülmüştür.

Ercire (2014) çalışmasında 8. ve 9. sınıf öğrencilerinin irrasyonel sayılara ilişkin yaşadığı güçlüklerin belirlenmesi amaçlamıştır. Çalışma betimsel bir araştırmadır. Çalışmada örnek olay tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcılarının seçilmesi için 128 öğrenciye irrasyonel sayı kavram testi uygulanmıştır. Bu öğrenciler arasından 5 tane 8. sınıf ve 5 tane 9. sınıf öğrencisi seçilmiş ve bu 10 öğrenci ile görüşme yapılmıştır. Ayrıca 8 ve 9. sınıflarda derslere giren 5 öğretmenle de görüşme yapılmıştır. Araştırmada veriler uygulanmış olan irrasyonel sayı kavram testi ve yarı yapılandırılmış görüşme formu ile toplanmıştır. Veriler frekans ve yüzdeler kullanılarak Ta11 ve Vinner'ın kavram tanımı-kavram imgesi teorik çatısına göre ve Gray ve Tall'un nesne-süreç ikiliği çatısına göre analiz edilmiştir. Ayrıca veriler araştırmacı tarafından APOS teorik çatısına göre de analiz edilmiştir. Öğrencilerin köklü ifadelerde sorun yaşamazken köklü sayıların ondalık açılımlarında zorlandıkları görülmüştür. Öğrencilerin sonsuza giden ondalık açılımları kapsülleyemedikleri ve bu sebeple nesne aşamasına geçmekte zorluk yaşadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Zengin ve Tatar'ın (2014) yaptıkları çalışmanın amacı, dinamik bir yazılım kullanılmasının türevin uygulamaları konusunun öğrenilmesinde öğrenci başarısına etkilerinin ve çalışmaya katılan öğrencilerin bilgisayar destekli olarak yapılan öğretim ile ilgili görüşlerinin belirlenmesidir. Araştırmanın katılımcılarını bir üniversitenin matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 35 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Toplanan verilerin analizi sonucunda, kullanılan matematik yazılımının türevin uygulamaları konusunda öğrenci başarılasına pozitif katkı sağladığı görülmüştür. Ayrıca çalışma sonunda bazı katılımcılar ile görüşmeler yapılmıştır. Bu görüşmelere katılan öğretmen adayları kullanılan yöntemin, somutlaştırma, görselleştirme ve uygulama yaparak anlama sayesinde yorumlama ve kalıcılığı arttırma gibi özellikleri olduğuna dikkat çekerek yöntemin matematik derslerinde kullanılmasının oldukça faydalı olacağı yönünde görüş bildirmişlerdir. Ayrıca kullanılan yöntemin türevin uygulamaları konusunun alt başlıkları olan ortalama değer teoremi, maksimum ve minimum problemleri, Fermat ve Rolle teoremlerinin gibi konuların da görselleştirilmesi ve somutlaştırılmasını sağladığı görülmüştür.

Açıl (2015) araştırmasında denklem kavramının öğretiminde ACE öğretim döngüsünün kullanılmasının 7. sınıf öğrencilerinin başarı düzeylerine ve soyutlama süreçlerine etkilerini araştırılmış ve kullanılan öğretim yöntemini MEB kılavuzluğunda gerçekleşen geleneksel yöntem ile karşılaştırmıştır. Öğrencilerin gerçekleştirdiği soyutlamalar Bloom'un yenilenmiş taksonomisine (YBT) göre incelenmiştir. Araştırmanın katılımcısı olan 63 öğrenci 31'i deney ve 32'si kontrol grubu olacak şekilde ikiye ayrılmıştır. Araştırmanın verileri başarı testi, gözlem ve görüşme ile toplanmıştır. Çalışmada başarı testi (öntest), rastgele olarak belirlenen deney ve kontrol gruplarının istatistiksel olarak benzerliklerini belirlemek amacıyla kullanılmıştır. Uygulanan öğretim yönteminin etkisini belirlemek için uygulama sonunda öğrencilere başarı testi (sontest) uygulanmıştır. Bu çalışmada son-test kontrol gruplu desen kullanılmıştır. Uygulama sonrasında öğrencilerin denklem kavramına yönelik fikirlerinin ortaya çıkarılması amacıyla bazı öğrenciler ile açık uçlu sorulardan oluşan yarı yapılandırılmış ve yapılandırılmamış görüşmeler yapılmıştır. Araştırmacı sürecin uygulayıcısı da olduğu için aynı zamanda gözlemci konumundadır. Bu sebeple bu çalışmada kullanılan veri toplama araçlarından biri de yapılandırılmamış gözlemdir. Araştırmacı her bir dersten sonra gözlemlerini not almıştır. Bu notlar yapılacak olan veri analizleri desteklemek için kullanılmıştır. Araştırmada ACE öğretim döngüsüne uygun olacak şekilde 20 saatlik bir öğretim planlanmış ve deney grubu öğrencilerine yapılan öğretim bu döngüye göre şekillendirilmiştir. Kullanılan öğretim yönteminin öğrencilerin denklem konusunu anlamaları üzerinde etkileri incelenmiştir. Uygulama sonunda sontest uygulanmış ve iki grubun sonuçlarının karşılaştırılabilmesi için t testi kullanılmıştır. Yapılan t testi sonuçlarına göre iki grubun son-test puanları ortalamaları arasında deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu görülmüştür. Tespit edilen bu fark ACE öğretim döngüsü kullanılarak gerçekleştirilen öğretim öğrencilerin denklem konusunu anlamalarında ve öğrenci başarısında olumlu yönde etkili olmuştur şeklinde yorumlamıştır. Araştırmada toplanan nitel veriler betimsel analiz yöntemi kullanılarak analiz edilmiş ve ACE öğretim döngüsünün kullanılmasının öğretimin niteliğini olumlu yönde etkilediği sonucuna ulaşmıştır. Araştırmanın sonucunda öğrenci başarısı açısından incelendiğinde denklem konusunun anlaşılmasında deney grubunda kullanılan öğretim yönteminin kontrol grubunda kullanılan yöntemden daha etkili olduğunu sonucuna ulaşılmıştır.

Açan (2015) araştırmasında 8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusunda bilgiyi oluşturma süreçlerinin APOS teorisi çerçevesinde incelenmesi amaçlamıştır. Araştırma bir durum çalışmasıdır. Katılımcılar İzmir'in Bornova ve Kınık ilçelerinde bulunan 3 ayrı devlet okulundan seçilen 12 öğrencidir. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemi ile araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Veri toplama aracı olarak klinik mülakat yöntemi kullanılmıştır. Araştırmada veri analizinde APOS teorisi kullanılmış ve buna bağlı olarak genetik çözümleme yapılmıştır. Verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Analizlerin sonucunda öğrencilerin yansıma çizgisine dikkat etmede, dönme merkezini belirlemede ve dönüşüm hareketlerinin özelliklerine dikkat etmede sorun yaşadıkları görülmüştür.

Voskoglou (2015) yaptığı araştırmada irrasyonel sayıların öğrenilmesine odaklanmıştır. Kontrol grubuna geleneksel yöntem, deney grubuna ise ACE öğretim döngüsü kullanılmıştır. Çalışmanın deseni öntest–sontest deneysel desendir. Çalışma sonucunda ACE öğretim döngüsü kullanılmasının, öğrencilerin bütün sayı kümelerini içine alan bir şema oluşturdukları ve bu şemanın gerçek sayıların listelenmesinde etkili bir biçimde yardımcı olabileceği görülmüştür. Araştırmanın deney grubunu yüksek matematik dersi öğrencisi olan 90 mühendislik öğrencisi, kontrol grubunu ise aynı dersin öğrencisi olan 100 işletme öğrencisi oluşturmuştur. Her iki bölümde de ders aynı eğitmen tarafından verilmektedir. Uygulama 45 dakikalık 12 dersten oluşmaktadır. Araştırmacı veri analizinde bir durulaştırma (defuzzification) yöntemi olan sentroid metodunu kullanmıştır. Araştırmanın sonunda araştırmacı gelecekte daha güçlü istatistiksel sonuçlar elde edebilmek amacıyla lise öğrencileriyle bir çalışma yapmak istediğini belirtmiştir.

Şefik (2017) çalışmasında öğrencilerin iki değişkenli fonksiyonları anlamaları APOS teorisi çerçevesinde analiz etmiştir. Araştırma bir durum çalışmasıdır. Araştırmanın katılımcıları bir devlet üniversitesinin Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'nda öğrenim gören altı öğrencidir. Araştırmanın verileri iki değişkenli fonksiyonlar kavramsal anlama testi ve klinik görüşmeler ile toplanmıştır. Elde edilen veriler APOS teorisi bağlamında analiz edilmiştir. Verilerin analizinde Trigueros ve Martinez-Planell tarafından hazırlanan iki değişkenli fonksiyonlara ilişkin genetik çözümlemeden yararlanılmıştır. Veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda, öğrencilerin analiz dersi ortalamaları ile iki değişkenli fonksiyon kavramını anlamaları arasında anlamlı bir bağ olmadığı görülmüştür. Katılımcıların tamamı daha önce analiz dersini almış ve başarılı olmuştur. Analiz dersi öğrenme çıktıları incelendiğinde öğrencilerin iki ve üç boyutlu uzayları anlayabilmesi ve çok değişkenli fonksiyonları kullanabilmeleri beklenmektedir. Buna göre geleneksel analiz dersi öğretiminin kavramsal anlama üzerinde etkili olmadığı ve dersin programı yeterlilik açısından incelenmelidir sonucuna varılmıştır.

Günaydın (2018) araştırmasında 5. sınıf öğrencilerinin kesir kavramını oluşturma süreçlerini incelemiştir. Araştırmada probleme dayalı öğretim yöntemi kullanılmış ve veriler APOS çerçevesinde yorumlanmıştır. Araştırma deseni eylem araştırmasıdır. Veri toplama aracı olarak öğretim sürecinde uygulanan probleme dayalı öğretim temelli etkinlikler, araştırmacı günlükleri ve çalışma kâğıtları kullanılmıştır. Çalışmanın katılımcıları Bursa ili İnegöl ilçesinde bulunan bir devlet okulunda öğrenim gören 15 beşinci sınıf öğrencisidir. 5 hafta süren çalışmanın verileri içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Araştırma sürecinde öğrencilere uzman görüşü alınarak araştırmacı tarafından hazırlanan ve 6 adet açık uçlu sorudan oluşan hazırbulunuşluk testi uygulanmıştır. Hazırbulunuşluk testine ait veriler araştırmacı tarafından hazırlanan genetik çözümlemeye göre analiz edilmiş ve tüm öğrencilerin eylem aşamasında olduğu görülmüştür. Uygulama sonrasında araştırmacı günlükleri ve çalışma kağıtları genetik çözümlemeye göre analiz edilmiştir. Buna göre 2 öğrencinin eylem aşamasında kaldığı, 7 öğrencinin süreç aşamasına geçtiği ve 6 öğrencinin nesne aşamasına ulaştığı bulgusuna ulaşılmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre probleme dayalı öğrenme yönteminin öğrencilerin matematik dersine tutumlarını olumlu yönde geliştirdiği, problem çözebilme ve eleştirel düşünme becerilerini de geliştirdiği gözlenmiştir

Bakar (2018) yaptığı çalışmada türev konusunun öğretiminde teknoloji kullanılmasının öğrenci başarısına, öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarına ve inançlarına etkisini amaçlamıştır. Ayrıca araştırmanın bir diğer amacı da teknoloji kullanımının yansıtıcı düşünmeye etkilerinin araştırılmasıdır. Araştırmanın katılımcıları Balıkesir ilinde bulunan bir Fen Lisesinde öğrenim gören 109 12. sınıf öğrencisidir. Çalışmada konu olarak 12. sınıf matematik öğretim programında yer alan maksimum-minimum problemleri tercih edilmiştir. Çalışmada, araştırmacının hazırladığı 2 adet matematik sınavı, Peterson ve diğerlerinin (1989) geliştirdiği sonrasında da Hacıömeroğlu'nun (2011) çevirisini yaptığı matematiğe inanç ölçeği, Duatepe ve Çilesiz'in (1999) geliştirdiği matematik tutum ölçeği ile Başol ve Gencel'in (2012) geliştirdiği yansıtıcı düşünme düzeyi ölçeği veri toplama araçları olarak kullanılmıştır. Yukarıda adı geçen tüm testler öntest ve sontest olarak kullanılmıştır. Araştırmanın deseni öntest-sontest kontrol gruplu yarı deneysel desendir. Deney grubuna bilgisayar ortamında Graph 4.3 yazılımı kullanılarak maksimum ve minimum problemlerinin çözümünü yapılmıştır. Derslerde 5E öğretim planına uygun olarak hazırlanmış ders planları kullanılmıştır. Çalışmada elde edilen nicel veriler SPSS 18.0 paket programı kullanılarak analiz edilmiştir. Analiz için t testi ve Wilcoxon testi uygulanmıştır. Analizlerin sonucunda derslerin teknoloji destekli olarak işlendiği deney grubunda öğrencilerin maksimum-minimum problemlerinin çözümünde yansıtıcılık becerileri ve inançlarında anlamlı bir değişim tespit edilmiştir. Fakat öğrenci başarısı ve tutumlarında anlamlı bir değişme tespit edilmemiştir. Hatta kontrol grubu öğrencilerinin başarılarında da artış olduğu görülmüştür. Bu sonuca göre araştırmacı başarı düzeyi zaten yüksek olan öğrencilerin bulunduğu okullarda teknoloji kullanımının öğrenci başarısı üzerinde anlamlı bir etkisinin olmadığını belirterek yapılacak olan çalışmalarda katılımcıların başarı düzeyi yüksek öğrencilerin öğrenim gördüğü okullardan ve 12. sınıf öğrencilerinden seçilmemesi tavsiyesinde bulunmuştur.

Borji ve diğerleri (2018) araştırmalarında türev ile teğet eğiminin bulunması (türevin geometrik yorumu) konusunun anlatımında ACE öğretim döngüsünün kullanılmasının etkilerini ve kullanılabilirliğini incelemişlerdir. Bu sebeple, öncelikle literatür taraması ve kendi tecrübelerine dayanarak konunu bir genetik çözümlemesini hazırlamışlardır. Maple yazılımının yardımıyla kullanılacak olan ACE döngüsünü hazırlamış ve üniversite 1.

sınıfta öğrenim gören 24 öğrenciden oluşan deney grubuna uygulanmıştır. Deney grubundan elde edilen çıktılar, performans yönünden kontrol grubu ile karşılaştırılmıştır. Kontrol grubunda aynı konu geleneksel yani düz anlatım şeklinde işlenmiştir. Kontrol grubunu oluşturan 26 öğrenci deney grubuyla eşdeğer olacak şekilde seçilmiştir. Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen ve 4 adet açık uçlu sorudan oluşan bir test veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu testten aldıkları puanların ortalamaları karşılaştırılmıştır. Araştırma sonuçları, deney grubunun açık olarak çok daha iyi ve kaliteli bir performans gösterdiği şeklinde yorumlanmıştır. Araştırmacılar bu sonucun APOS-ACE öğretim yönteminin başarısından kaynaklandığını ileri sürmüşlerdir. Araştırmacılar çalışmanın sonuçlarına göre derslerde ACE öğretim döngüsünün türevin geometrik yorumu konusunun öğretimi için kullanılabileceğini belirtmişlerdir. Ayrıca araştırmacılar tarafından matematikteki diğer kavramların ve konuların öğretiminde, teknoloji destekli ve APOS/ACE çerçevesine uygun öğretim etkinliklerinin tasarlaması ve geliştirilmesi üzerine daha fazla bilimsel çalışma yapılması tavsiyesinde bulunulmuştur.

Gürbüz (2018) araştırmasında 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı kavramlarını yapılandırma süreçlerini incelemiştir. Araştırma yöntem olarak bir öğretim deneyidir. Araştırmanın katılımcıları amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiş olan 8 öğrencidir. Öğretim sürecinde gerçek yaşam durumlarına uygun olacak şekilde otantik öğrenme yaklaşımına dayalı etkinlikler planlanmış ve uygulanmıştır. Oran ve orantı kavramlarının yapılandırılma süreci APOS teorik çerçevesi altında incelenmiştir. Araştırmanın veri toplama araçları gözlem, görüşme ve doküman incelemesi olarak belirlenmiştir. Verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Verilerin analizinde APOS teorisi bir çerçeve olarak kullanılmış ve öğrencilerin gelişimi genetik çözümleme ile karşılaştırılmıştır. Çalışma sonucunda, öğrencilerin oran ve orantı kavramlarını açıklayabilme ve aktif olarak kullanabilmelerinde ilerleme olduğu belirlenmiştir. Kullanılan otantik etkinlikler ile öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeleri, kendilerine güvenlerinin arttığı ve eğlenerek öğrendikleri görülmüştür.

Yorgancı (2019) yaptığı araştırmada, soyut cebir dersinde bilgisayar destekli öğretim yöntemi kullanılmasının öğrencilerin derse yönelik tutumlarına ve akademik başarılarına etkisini belirlemeyi hedeflemiştir. Çalışmanın deseni eşit olmayan kontrol gruplu öntest-sontest deneysel desenidir. Kontrol grubunda dersler geleneksel öğretim yöntemi ile anlatılırken deney grubunun derslerinde APOS teorisi esas alınarak geliştirilmiş ACE öğretim döngüsü kullanılmıştır. Araştırmanın deney ve kontrol gruplarını bir üniversitenin 3. sınıfında öğrenim gören 15 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmada kullanılan veri toplama araçları; matematik tutum ölçeği, akademik başarı testi ve görüşmedir. Toplanan verilerin analizi sonucunda, iki grubunun başarı ve tutum puan ortalamaları karşılaştırılmış ve deney grubu lehine istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğunu görülmüştür. Görüşmeler ile toplanan nitel verilere göre; deney grubunda bulunan öğrencilerin bölüm grubu ve normal alt grup kavramlarını anlama becerilerinin, kontrol grubuna oranla daha yüksek bir seviyede olduğu tespit edilmiştir.

Voskoglou (2019) araştırmasında, ACE öğretim döngüsüne ait akış diyagramını incelemeyi amaçlamıştır. Bu incelemeyi matematiksel bir biçimde yapabilmek için ACE döngüsünün matematik öğretim stiline ait tüm bileşenleri içerecek şekilde bir Markov Zinciri modeli kullanılmıştır. Döngünün kullanışlılığını ve gerçekte uygulanabilirliğini ölçmek için bir mühendislik fakültesinde öğrenim gören 30 öğrenci katılımcı olarak seçilmiştir. Bu öğrenciler ile yapılan uygulamada ACE öğretim döngüsü kullanılmıştır. Uygulama süresince türevin geometrik yorumu konusu anlatılmıştır. Çalışmada literatürde bulunan ve Borji (2018) tarafından aynı konu için daha önceden hazırlanmış olan genetik çözümleme kullanılmıştır. Araştırma sonucunda türevin geometrik yorumunun öğretilmesi amacıyla hazırlanan ve kullanılan sınıf uygulaması, modelin kullanılabilir ve pratikte uygulanabilir olduğunu göstermiştir. Araştırmacı diğer matematik konularının öğretiminde de benzer yöntemlerin daha fazla kullanılması tavsiyesinde bulunmuştur.

Kılıçoğlu ve Kaplan (2019b) yaptıkları çalışmada ACE öğretim döngüsünün kullanıldığı bir sınıf ortamının yansımalarını sunmayı amaçlamışlardır. Çalışmanın katılımcıları bir devlet okulunun 7. sınıfında öğrenim gören 31 öğrencidir. Çalışmada denklem ve eşitlik konusunun anlatımı için ACE öğretim döngüsüne dayalı olarak 20 saatlik ders işlenmiştir. Araştırma kamera ile kayıt altına alınmış ve bu kayıtlar veri analizinde kullanılmıştır. Araştırmada verilerin analizi içerik analizi yöntemi ile yapılmıştır. Uygulamada denklem ve eşitlikler konusu ile ilgili araştırmacıların kendi hazırladıkları etkinlikler kullanılmıştır. Öğrencilere önce sınıf ortamında bu etkinlikler ve sonrasında da etkinliklerle ilgili grup veya tüm sınıf olarak tartışmalar yaptırılmıştır. Araştırmacı uygulama boyunca bir koordinatör gibi çalışmış ve anlaşmazlıkların çözümünü için öğrencilere yol göstererek ve tartışmaları yöneterek sürece katılmıştır. Bunun dışında herhangi bir müdahalede bulunmamıştır. Yapılan sınıf tartışılmasının sonrasında konuyu pekiştirmek amacıyla öğrencilere ev ödevleri verilerek öğretim döngüsü tamamlanmıştır. Tüm süreç bu şekilde devam etmiştir. Araştırma sonucunda bu tür etkileşimli sınıf ortamlarının kaliteli öğrenmeyi sağlayabileceği sonucuna ulaşılmıştır. Araştırmacılara göre öğrenme sürecini olumlu yönde etkileyen çok önemli bir unsur da ACE öğretim döngüsünün kullanılması sebebiyle öğrenciler arasında gerçekleşen etkileşimin daha fazla olmasıdır. Ayrıca kullanılan yöntemin arkadaşlarına göre daha az başarılı olan öğrencilerin arkadaşlarıyla aralarındaki farkı kapatmaları için iyi bir fırsat sunduğu, öğrencileri matematiksel kavramları kullanmaları için cesaretlendirdiği ve bu kavramları doğru kullanmalarını sağladığı ifadelerine de yer verilmiştir.

Hazar (2021) araştırmasında, üç boyutlu (3B) hologram teknolojisinin kullanıldığı lineer cebir dersinde, kavramların öğrencilerin zihinlerindeki inşa süreçlerini incelemeyi amaçlamıştır. Bu çalışma bir öğretim deneyidir. Araştırmada kullanılan veri toplama araçları; iç çarpım uzayı, vektör uzayı, öz değer öz vektörler ve lineer dönüşüm problemleri ile görüşme ve gözlem formudur. Araştırmacı ilk olarak konuya ait genetik bir çözümleme hazırlamış ve veri toplama aracı olarak kullanılan tüm problemleri bu genetik çözümlemeye uygun olarak kendisi hazırlanmıştır. Tüm problemlerden ve klinik mülakatlardan elde edilen verilerin analizi için APOS teorisi dayalı olarak araştırmacı tarafından hazırlanan tematik çerçeve kullanılmıştır. Verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Öğrenciler ile yapılan görüşmelerin verilerinin analizi için içerik analizi kullanılmıştır. 3 boyutlu hologram destekli öğretim ACE öğretim döngüsüne uygun olarak gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar bir üniversitenin ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü 2. sınıfında öğrenim gören ve lineer cebir dersine kayıtlı 7 öğrencidir. Çalışmanın sonuçlarına göre araştırmacı öğrencilerin nesne aşamasında beceriler gösterdiğini belirtmiştir. Öğrencilerin yaptıkları bazı hataların genetik çözümlemede bulunan ve ön bilgi gerektiren kavramlardaki eksikliklerden kaynaklandığı görülmüştür. Çalışmada öğrencilerin hologram destekli öğretim sırasında kullandıkları modelleri soru çözümünde de kullanabildiği görülmüştür. Ayrıca hologram destekli öğretim sisteminin öğrencilerin derse katılımlarını ve ilgisini arttırdığı tespit edilmiştir. Soyut kavramlardan oluşan lineer cebir gibi bir derste kendilerine sunulan problemlerin çözümlerinde cebirsel metotları kullanabilecekleri halde geometrik yöntemleri tercih ettikleri görülmüştür.

Syarifuddin ve Atweh (2022) yaptıkları araştırmada lineer cebir dersi için bir ACE öğretim döngüsü geliştirmeyi, bu döngüyü uygulamayı ve değerlendirmeyi amaçlamışlardır. Araştırma 2013 yılında yayınlanan bir doktora tezinden uyarlanmıştır. Araştırmada karma yöntemler yaklaşımı kullanılmıştır. Araştırmada veriler anket, odak grup görüşmesi ve gözlem kullanılarak toplanmıştır. Ayrıca öğrencilerden kavram haritaları hazırlamaları ve evde bir hafta boyunca öğrendiklerini günlük şeklinde yazmaları istenmiştir. Katılımcılar bir üniversitenin matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören ve lineer cebir dersini almakta olan 37 üniversite öğrencisidir. Çalışmanın nicel verilerinin toplaması için kullanılan anket öğrencilere öntest ve sontest olarak uygulanmıştır. Anketlerden elde edilen verilerin ortalama ve standart sapmaları Microsoft Excel yazılımı kullanılarak hesaplanmıştır. Öğrencilerin her maddeye verdikleri cevaplardaki değişikliklerin belirlenmesi için ankette bulunan her bir maddenin ortalaması öntest ve sontest için tek tek karşılaştırılmıştır. Toplanan nitel verilerin analizi için ses kayırlarının transkriptleri çıkartılmış ve tüm transkriptlerin kodlama süreci için NVivo paket programı kullanılmıştır. Kodlama sürecinde veriler kategorilere veya temalara göre gruplandırılmıştır. Kodlamalar tutarlığın sağlanması ve temaların tam olarak netleşmesi için tekrardan okunmuştur. Yorumlar, araştırma sorularına cevap olması ve araştırma raporunun yazılmasını sağlamak için önceden belirlenmiş olan kategorilere göre gruplandırılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre ACE öğretim döngüsünün kullanılmasının lineer cebir dersinde öğrencilerin derse katılımlarını arttırdığı görülmüştür. ACE öğretim döngüsünün kullanılmasının öğrenmeyi olumlu yönde geliştirdiği sonucuna ulaşılan çalışmada, kullanılan yöntemin öğrencilerin matematiksel kavramları anlamalarına, problem çözme yeteneklerine ve iletişim becerilerine önemli katkı sağladığı bulgularına da ulaşılmıştır.

Araştırma öncesinde alan yazında APOS teorisi ile ilgili olan ve ulaşılabilen çalışmalar incelenmiştir. Yapılan taramada lise ya da lise mezunu öğrencilerin katılımcı olarak seçildiği araştırmaların çok az sayıda olduğu gözlenmiştir. Konu ile ilgili araştırmalara bakıldığında, çalışmaların genellikle ortaokul ve üniversite düzeyindeki katılımcılar ile yapıldığı söylenebilir. Ayrıca Bayraktar, Tutak ve İlhan (2019) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları da bu bulgu ile paralellik göstermektedir. Bayraktar vd. araştırmalarında APOS teorisi ile ilgili olarak 2000-2019 yılları arasında yapılmış olan çalışmaları incelememişlerdir. Bu araştırmada 41 çalışma incelenmiş ancak bu çalışmaların sadece 1 tanesinin lise (9. sınıf) düzeyinde olduğu görülmüştür. İncelenen çalışmalarda kullanılan veri toplama araçlarının ise genel olarak başarı testi, görüşme ve gözlem olduğu söylenebilir. İncelenen çalışmalardan bazılarında deney ve kontrol grupları kullanılırken bazı çalışmalarda ise kontrol grubunun bulunmadığı ve araştırmanın tek gruplu olarak yapıldığı görülmektedir. Araştırmaların tamamında yapılan görüşmeler öğrencilerin konuyu öğrenme düzeylerinin tespit edilmesine yönelik yapılmıştır. İncelenen çalışmalarda ACE öğretim döngüsünün uygulama süreci ile ilgili öğrencilerin düşüncelerine yer verilmemiştir.

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma deseni, katılımcılar ve veri toplama araçlarından bahsedilmiştir.

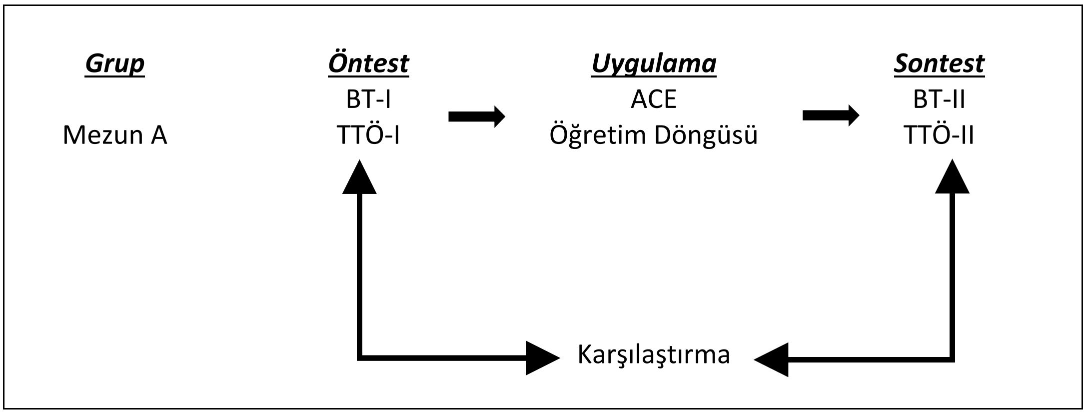
2.1 Araştırma Deseni

Araştırma deseni, araştırma problemine çözüm aramak için kullanılacak olan taslak, plan veya stratejilerdir. Araştırma desenlerini nicel, nitel ve karma yöntemler olmak üzere üç ana başlık altında toplayabiliriz (Christensen vd., 2020). Bu araştırmada nicel ve nitel yöntemlerin birlikte kullanıldığı "*açıklayıcı ardışık karma araştırma deseni*" kullanılmıştır. Açıklayıcı karma yöntem araştırmalarında, önce nicel veriler toplanır daha sonra bu nicel verileri açıklamak ve desteklemek amacıyla nitel veriler toplanır (Fırat vd., 2014). Nicel ve nitel verilerin birlikte kullanılmasını sağlayan karma araştırmalarda amaç nitel ve nicel araştırma yöntemlerinin birbirlerinin eksik yanlarını tamamlamasını sağlamaktadır. Böylelikle araştırma yöntemlerinin her ikisinin de araştırmanın amacına yönelik daha iyi hizmet etmeleri sağlanmış olur (Gültekin vd., 2020).

Açıklayıcı ardışık desenin amacı, araştırma problemi için gerekli verilerin toplanması ve analizinde nicel aşama ile başlanıp daha sonra da elde edilen nicel sonuçları açıklamak için nitel aşamanın yürütülmesidir. Nicel verilerin analizi istatistiksel anlamlılığı, güven aralıklarını ve etki boyutlarını sağlayarak çalışmanın genel sonuçlarını ortaya koyar. Ancak nicel yöntem elde edilen sonuçların nasıl oluştuğunu açıklamak için yeterli değildir. Bu sebeple nicel veri analizinin sonuçlarını açıklamak için nitel verileri devreye koyarız. Bunun için de bu desene açıklayıcı ardışık desen adı verilmiştir (Creswell, 2021).

Araştırmanın nicel kısmında, kullanılan öğretim yönteminin etkisi araştırıldığı için deneysel desen kullanılmıştır. Deneysel araştırmalar düzenli bir yöntem kullanarak, koşulların kontrol altına alındığı bir ortamda yapılan belli bir uygulamanın araştırma probleminin çözümü için ne kadar etkili olacağını tespit etmek amacıyla yapılan çalışmalardır. Deneysel araştırmalarda iki gruplu desenlerin kullanılması daha çok tercih edilse de deney grubuna denk bir kontrol grubunun oluşturulamayacağı durumlarda tek gruplu deneysel desenler de kullanılabilir (Tuncer, 2020). Araştırmanın yapılacağı maksimum minimum problemleri konusunun matematik dersi yıllık planlarında yer aldığı tarihler sebebiyle, uygulamanın 2019–2020 öğretim yılının bahar döneminde yapılması planlanmıştır. Fakat tüm dünyada görülen Covid-19 pandemisi sebebiyle 16 Mart 2020 tarihi itibari ile 2019–2020 eğitim-öğretim yılına son verilmiştir. Bu sebeple araştırma konusu olan maksimum ve minimum problemleri liselerde işlenememiştir. Bu gelişmenin sonucu olarak araştırma için kontrol grubu oluşturulamamıştır. Bu çalışmada zayıf deneysel desenlerden biri olan tek gruplu (kontrol grupsuz) öntest-sontest deneysel deseni kullanılmıştır.

Bu modele göre araştırmada bulunan tek grubun uygulama öncesinde bilgileri ölçülür (öntest) ve uygulama gerçekleştirilir. Yapılan uygulamanın sonrasında gruba yeniden ölçme işlemi uygulanır (sontest) ve sontest verileri ile öntest sonuçları karşılaştırılır. Bu karşılaştırmanın sonucunda istatistiksel bakımdan anlamlı bir fark bulunursa bunun yapılan uygulama sonucu ortaya çıktığı söylenebilir (Baştürk, 2014). Şekil 2.1'de (Christensen vd., 2020) tek gruplu öntest-sontest desenine uygun bir plan gösterilmektedir.



Şekil 2.1: Tek gruplu öntest–sontest modeli.

Planlanan çalışma uygulanmadan önce katılımcılar bağımlı değişken (başarı ve tutum) yönünden ölçülür (öntest) daha sonra bağımsız değişken (ACE öğretim döngüsü) uygulanır ve bağımlı değişken tekrar ölçülür (sontest). Bu iki ölçüm puanları istatistiksel olarak karşılaştırılır. Bu karşılaştırma sonucu puanlar arasında anlamlı bir fark varsa bu fark uygulamanın ne kadar etkili olduğunun göstergesidir (Christensen vd., 2020).

Çalışmada kullanılan ders planları ACE öğretim döngüsüne dayalı olarak araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Ders planlarını hazırlama sürecinde araştırmacı literatürde yer alan benzer çalışmalarda kullanılmış olan ders planlarını incelemiştir. Ders planlarının hazırlanmasından önce maksimum minimum problemleri konusuna ait bir genetik çözümleme araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Ders planlarında yer alan etkinlikler genetik çözümlemede ön görülen aşamalar dikkate alınarak seçilmiştir. Kullanılan etkinlikler Tablo 2.1'de gösterilmiştir. Tüm etkinliklerin seçilmesi ve sıralanması aşamalarında uzman görüşüne başvurulmuştur. Hazırlanan tüm ders planları yapılacak olan etkinlikleri, etkinlik sonrasında yapılacak olan sınıf tartışmalarını ve öğrenilen bilgilerin pekişmesini sağlamak amacıyla öğrencilere ev ödevi olarak verilecek çalışma yapraklarını içermektedir. Çalışmada kullanılan öğretim döngüsü tablo 2.1'de gösterilmiştir.

Tablo 2.1: ACE Öğretim Döngüsünün Uygulanma Süreci.

ACE Öğretim Döngüsü			
Ders	Etkinlikler	Sınıf Tartışması	Ev Ödevi
1	En fazla meyve suyu benim bardağımda etkinliği	Yapılan etkinlik ile ilgili öğretmen tartışma başlatır	Ders sonunda öğrencilere ev ödevi olarak çalışma yaprağı verilir
2	En ucuz teneke içecek kutusunu üretme etkinliği		
3	Daha hızlı değil ama daha çabuk gidelim etkinliği		
4	Tarihi kapıya zarar vermeden en çok yükü taşıma etkinliği		
5	Köprü ihalesi etkinliği		
6	Daha aydınlık mekanlar etkinliği		
7	Geniş ve rahat mekanlar etkinliği		
8	Büyük kutu yapma etkinliği		
9	Kar küresi etkinliği		
10	Bir kare bir üçgen etkinliği		

Tablo 2.1'de araştırmada kullanılan ACE öğretim döngüsünün işleyişi ve öğrencilere yaptırılan etkinlikler görülmektedir. Her etkinlik sonrası sınıf tartışmaları yapılmış ve ders sonunda öğrencilere etkinlik ile ilgili soruların yer aldığı çalışma yaprakları ev ödevi olarak verilmiştir.

Çalışmada APOS teorisinde yer alan bilişsel yapıların oluşmasına yardımcı olacağı düşüncesiyle hazırlanan ACE öğretim döngüsünün öğrencilerin akademik başarısına ve türev konusuna karşı tutumlarına etkisi araştırılırken, kullanılan yöntem ile geleneksel yöntem karşılaştırılacaktır. Geleneksel yöntemden ifadesi ile MEB'e bağlı Anadolu liselerinde kullanılmakta olan yöntemden bahsedilmektedir. Yani geleneksel yöntemden kastedilen öğretmenin aktif olduğu düz anlatım yöntemidir. Çünkü bu konu ile ilgili bir araştırma yapan Demirkan ve Saraçoğlu (2016) MEB'e bağlı okullarda öğretmenlerin en çok tercih ettikleri yöntemin düz anlatım olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Bu çalışma aynı zamanda bir betimleyici durum çalışmasıdır. Araştırmanın tek amacı mevcut öğretim yöntemi ile APOS teorisi çerçevesinde hazırlanan öğretim yöntemini sayısal veriler üzerinden karşılaştırmak olmadığı için araştırmanın nitel boyutu da vardır. Öğrencilerin bilgiyi yapılandırma süreçleri hakkında bilgi toplanabilmesi için deney grubu öğrencileriyle yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılarak görüşme yapılarak deney süreci değerlendirilecek ve öğrencilerden bir yıl önce aynı konuyu işledikleri yöntem ile araştırma da kullanılan yöntemi karşılaştırmaları istenecektir. Ayrıca öğrencilerden uygulama süresince günlük tutmaları istenecek ve her ders için günlükleri incelenecektir. Ayrıca araştırmacı gözlemlerini gözlem not defterine yazacaktır. Görüşme formu, öğrenci günlükleri ve gözlem notları doküman incelemesi yoluyla incelenecektir.

2.2 Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları 2018–2019 öğretim yılında bir Anadolu lisesinden mezun olmuş fakat herhangi bir yüksek öğretim kurumuna yerleşemedikleri ya da kayıt olmadıkları için 2019–2020 öğretim yılında Bursa ili Nilüfer ilçesinde bulunan bir matematik kursuna kayıtlı 20 öğrenciden oluşmaktadır. Katılımcıların seçiminde gönüllülük esas alınmıştır.

Küresel Covid-19 salgını sebebiyle alınan tedbirler kapsamında araştırmanın yapıldığı 2019–2020 öğretim yılında Cumhurbaşkanlığı'ndan yapılan açıklama ile ülke çapında tüm ilk ve orta okullar ile liseler 16 Mart 2020 tarihi itibari ile tatil edilmiştir. Bu sebeple katılımcıların MEB'e bağlı bir Anadolu lisesinde öğrenim gören 12. sınıf öğrencilerinden seçilmesi mümkün olmamıştır.

2019–2020 öğretim yılında liselerde maksimum ve minimum problemleri konusu işlenmeden okulların tatil edilmesi sebebiyle çalışmada bir kontrol grubunun oluşturulması mümkün olamamıştır. Bu gelişmeler neticesinde katılımcıların belirlenmesi için amaçsal örneklem yöntemleri tercih edilmiştir. Amaçsal (amaçlı) örnekleme yöntemi, olasılığa dayalı olmayan yani seçkisiz olmayan bir örnekleme yöntemidir. Amaçsal örnekleme yöntemi (purposive/purposeful sampling), çalışmanın amacına uygun olarak bilgi birikimi zengin olan durumların (information–rich cases) seçilebilmesini ve derinlemesine araştırma yapılabilmesine imkân tanır (Büyüköztürk ve vd., 2020). Bu örnekleme yöntemine yargısal örnekleme de denebilir. Araştırmacılar için evrenin bütününü temsil edebilecek bir örneklem seçmek esas amaçtır. Ancak bazı durumlarda araştırmacı, şartların kontrol altında olduğu problemlerde evrenden yüzeysel olarak farklı ancak araştırma için gerekli olan özelliklere ortalama düzeyde sahip olunmasına dikkat edilerek bir örneklem seçilmesini uygun görebilir. Araştırmacı önceden edinmiş olduğu bilgilerini veya kendi yargılarını kullanarak örneklemi seçer, yani araştırmanın amacına daha iyi hizmet edecek katılımcıları seçmeyi tercih eder (Özen ve Gül, 2007).

Yukarıda da vurgulandığı gibi çalışmanın yapıldığı 2019–2020 öğretim yılında tüm dünyada görülen Covid-19 salgını nedeniyle diğer örnekleme yöntemlerinin kullanılması uygun olmayacağı düşüncesi ile araştırmacı tarafından bu yöntemin kullanılması tercih edilmiştir. Araştırmacı seçilen örneklemin evreni daha iyi temsil edeceği düşüncesi ile kurs öğrencilerini tercih etmiştir. Kursa kayıtlı olan öğrencilerin farklı sosyo-kültürel ortamlardan gelmiş olmaları ve farklı okullardan mezun olmaları göz önünde bulundurulmuştur. Araştırmada kullanılan amaçsal örnekleme yöntemi uygun veya elverişlilik örnekleme yöntemidir.

Araştırmada ACE öğretim döngüsüne göre yapılan öğretim ile geleneksel öğretim yöntemini karşılaştırabilecekleri düşüncesi ile 2018–2019 öğretim yılında bir Anadolu lisesinden mezun olmuş öğrenciler tercih edilmiştir. Ayrıca katılımcıların lise mezunu kurs öğrencileri olarak seçilmiş olması, araştırmanın Covid-19 tedbirleri sebebiyle 18 yaş altı gençler için uygulanan sokağa çıkma yasaklarından olumsuz etkilenmesini önlemiştir. Araştırmanın katılımcıları olan yetişkin öğrenciler gönüllülük esası ile belirlenmiştir. Salgın tedbirleri gereği öğrencilerin arasında uygun mesafenin sağlanabilmesi düşünülerek katılımcı sayısı 20 öğrenci ile sınırlandırılmıştır. Deneysel çalışmalarda her grup için 15 denek de alınabilir. Bazı yazarlar olması gereken denek sayısının en az 30 olması gerektiğinin üzerinde dururlar. Fakat denek bulmanın zorluklarına ve 15’den az sayıda denekle yapılan araştırmaların sayısına bakınca yaklaşık 30 denek, gerekli olan denek sayısı konusunda biraz ideal görünmektedir. Ayrıca, küçük bir örnekleme dayalı olarak yapılan bir çalışmanın sonuçları, benzer şekilde yapılmış birkaç çalışmanın sonuçlarıyla benzerse, çok güvenli görülmese bile bu araştırmanın bulgularına olan güvenimiz, büyük bir örneklem ile yapılmış bir çalışmanın bulgularına olan güvenimiz kadar yüksek olacaktır. Üzerinde en az tartışılmış konu örneklemin "olabilecek en az büyüklüğü" dür. Daha çok sayıdaki katılımcı çalışmanın mümkün olmadığı durumlarda yetecek kadar en az sayıda katılımcı ile çalışılabilir (Özen ve Gül, 2007). Buna dayanarak araştırma küçük olarak kabul edilebilecek bir örnekleme dayalı olarak yapılmış olsa da araştırmanın veri analizinde nicel yöntemler kullanılmıştır.

2.3 Veri Toplama Araçları

Bu bölümde, araştırmada veri toplamak için kullanılan araçların özellikleri ve oluşturulma aşamaları anlatılmıştır. Bu çalışmaya katılan öğrencilere uygulanmak üzere aşağıdaki araçlar kullanılmıştır;

1. Genetik Çözümleme
2. Ders Planları
3. Başarı Testi (Öntest–Sontest)
4. Türev Tutum Ölçeği
5. Öğrenci günlükleri
6. Yarı yapılandırılmış (öğrenci) görüşme formu
7. Gözlem Notları
8. Kalıcılık Testi

2.3.1 Genetik Çözümleme

APOS teorisinin temel fikri, matematiksel düşünme becerisinin gelişimini, bir matematiksel kavramın zihinde inşa edilmesini eylem, süreç ve nesne olarak adlandırılan üç düşünce modelinin ardışık olarak ilerlemesi şeklinde tanımlayarak, matematik öğrenme bağlamında Piaget'nin yansıtıcı soyutlama kavramını aydınlatmaktır. Bu ilerleme genelde karmaşıktır, belirli bir kavram için olası bir ilerlemenin önceden tanımlanmasına genetik çözümleme denir. Genetik çözümleme, bireyin bir matematiksel kavramı öğrenebilmek için oluşturması gerekecek olan zihinsel yapıların ve aralarındaki ilişkilerin inşasının bir açıklamasıdır. Maksimum minimum problemlerinin çözümü için genetik ayrıştırma, eylemden sürece ve nesneye bir ilerlemeden oluşur. Ancak bu ilerlemenin tam olarak doğrusal olması beklenemez. Özellikle süreç ve nesne aşamaları arasında sürekli bir gidiş–dönüş söz konusudur. Bunun sebebi karşılaşılan problemin çözümü için önceden inşa edilmiş zihinsel süreçlerle sürekli bir koordinasyon kurulması gereğidir. Bir sonraki bölümde maksimum minimum konusuna ait araştırmacı tarafından yapılan genetik çözümlemeye yer verilmiştir.

APOS teorisinin matematiği öğrenme ve öğretme çerçevesi olarak kullanılması 3 adımdan oluşur. İlk adımda, araştırılan kavramlara ait olan bir genetik çözümleme ve ikinci adımda da hazırlanan bu genetik çözümlemede yer alan ön görülere dayalı bir öğretim yöntemi hazırlanır. Son basamakta ise uygulanan yöntemi test etmek ve geliştirmek amacıyla veri toplanarak ve bu verilerin analizi yapılır (Voskoglou, 2019).

Yükseköğretim Kurumları Sınavı ile ilgili olarak Yüksek Öğretim Kurumu tarafından yapılan açıklamada temel matematik yöntemlerini günlük hayatta kullanabilme yetenekleri ölçülecektir denilmektedir. Bu açıklama göz önüne alındığında bu sınava girecek olan 12. sınıf ve mezun öğrencilerin problem çözme yeteneklerinin oluşturulması ve bu yeteneklerini ilişkili konuları koordine edebilecek düzeyde geliştirmelerinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Maksimum minimum problemlerini çözme süreci öğrencinin önceden edindiği bilgileri kapsülden çıkarılması ve türev konusu ile koordine ederek yeniden kapsüllemesini gerektirmektedir. APOS teorisinin son adımı olan şema bir kavramın öğrenilmesi sırasında gerçekleştirilen zihinsel unsurlar ve bu unsurlar arasında oluşan ilişkilerin bütünüdür. Şema aşamasının tam anlamıyla oluşabilmesi için şemayı oluşturan unsurların ve bu unsurlar arasındaki ilişkilerin doğru ve tutarlı şekilde tamamlanmış olması gerekmektedir. Öğrencinin şema aşamasını bütüncül şekilde tamamlaması ancak ileriki düzeyde karşılaşacağı mesleki ve gerçek günlük hayat problemlerinin çözümünde maksimum minimum problemleri konusunda oluşturduğu nesneleri kapsüllerinden çıkartarak yeni ilişkiler ağı kurmasıyla mümkün olacağı için genetik çözümlemede bu aşama yer almamıştır

2.3.1.1 Maksimum–Minimum Problemleri İçin Genetik Çözümleme

Genetik çözümleme literatürde yer alan önceki çalışmalar, uzman görüşü ve araştırmacının deneyimlerine dayalı olarak hazırlanmıştır. Hazırlanan ilk genetik çözümleme daha sonra rubrik biçimde daha detaylı hale getirilmiştir. Araştırma sürecinde genetik çözümlemede öngörülen kriterler ile öğrenci davranışları arasında uyumsuzluk ya da eksik kriterler olduğu gözlenirse gerekli değişiklikler yapılarak genetik çözümleme yeniden düzenlenecektir. Gerekli görülmemesi halinde ise genetik çözümleme mevcut haliyle bırakılacaktır.

Eylem:

Bu aşamada öğrenci edinilmiş bilgilerine uygun soruları çözebilir. Fakat veriler ile istenen arasında bağ kurmak için bir dışsal uyarıcıya ihtiyaç uyar. Eylem aşamasında bulunan bir öğrenci problem cümlesi ile denklem kurmaya çalışır fakat verilen problem cümlesinden çözüm için yeterli sayıda eşitlik elde edemez. Problem cümlesinde istenilen optimizasyonu sağlayabilmesi için ifadeyi bir fonksiyon kuralı olarak yazarak maksimum–minimum noktaları hesaplaması gerektiğini içselleştiremez.

- Kuralı verilen bir fonksiyonun max–min değerini bulur.
- Problem cümlesinde fonksiyon olarak sunulmuş bir ifadenin max–min değerini bulur. (Fonksiyonun kesinlikle verilmesi gerekir)

Örneğin;

x TL ye aldığı bir malı $-x^2 + 7x + 12$ TL ye satan bir tüccarın karı en çok kaç TL olabilir?

- Önceden öğrenilmiş yöntemlerle, türev kullanmadan da çözülebilen soruları çözer.

Örneğin;

(Önceden öğrenilmiş yöntemlerle) türev kullanmadan da çözülebilen soruları çözer. Toplamları 12 olan iki reel sayının çarpımı en çok kaçtır?

- Basit tek değişkenli soruları denklem kurarak çözer.

Örneğin;

Uzun kenarının 4 eksiğinin yarısı ile kısa kenarının toplamı 7 olan dikdörtgenin alanı en çok kaçtır.

- Önceden öğrenilmiş (ezber) bilgiler ile çözülebilecek soruları çözer.

Çevresi 12 br olan üçgenin alanı en çok kaçtır (Eşkenar üçgen) Yarıçapı 4 br olan çemberin içine çizilebilecek dikdörtgenin alanı en çok kaçtır? (Kare)

Süreç:

Bu aşamada öğrenci kendi geliştirdiği ya da öğretmen tarafından sunulmuş olan süreci kullanır.

- Basit problemleri anlar (Problemin max–min sorusu olduğunu anlar)
- Fonksiyonu yazar–Türevini sıfıra eşitler.

Problemi anlamada ve çözüm yolu üretmede nadiren bir dışsal uyarıcıya ihtiyaç duyabilir. Problem cümlesini tek değişkenli fonksiyon olarak ifade ederek türevini sıfıra eşitler. Problem cümlesini iki değişkenli fonksiyon olarak yazar ve soruda açık şekilde verilen ifadeyle değişkenleri birbiri türünden yazarak fonksiyonu tek değişkenli yapar. Türevini sıfıra eşitler.

Nesne:

Bu aşamada öğrenci problemi anlar (gerçek anlamda) –Veriler ile istenen arasında bir bağ kurar.

Problemi çözmek için gerekli olan fonksiyonu yazar (Tek değişkenli, iki ya da daha çok değişkenli, parçalı fonksiyonlar olabilir) Fonksiyonun max–min nokta ya da noktalarını bulur. Türev kullanarak ya da fonksiyonun türevsiz olduğu noktalarda oluşan tüm extremumlarını bulur ve bunları max ve min olarak ayırt eder Karmaşık problemleri çözebilir, hayal gücünü kullanarak zihinde canlandırma yapabilir ve bu sayede soyut ifadeleri zihninde somut nesnelere dönüştürebilir. Birden fazla değişken varsa problem cümlesinde bulunan açık ya da dolaylı şekilde verileri kullanarak bu değişkenler arasında bağ kurup yazdığı fonksiyonu tek değişkenle ifade edebilir. Rutin olmayan problemler için çözüm yolu geliştirebilir.

Öğrenciler türev konusundan önce de maksimum veya minimum değerin sorulduğu bazı problemler ile karşılaşmaktadır. Bu soruların çözümü için ise ezberletilen yöntem ya da formülleri kullanırlar. Öğrencilerin bu tarz soruları çözebilmelerinin APOS teorisine göre aşamalar arasında ilerlemeleri olarak yorumlanmaması oldukça önemlidir. Ayrıca öğrenciler türev ünitesi içinde maksimum ve minimum problemleri konusundan önce bir fonksiyonun maksimum ve minimum noktalarını bulmayı öğrenirler. Yani fonksiyonun kuralının verildiği problemlerde öğrenciler yine yorum yapmadan ya da bir süreç kullanmadan yeni öğrendikleri bir bilgiyi kullanarak soruyu çözebilir. Bu durumun aşamalar arası geçiş olarak düşünülmemesi gerekli ve önemlidir.

Öğrencilerin APOS teorisinin zihinsel aşamaları arasında geçişleri sırasında zihinsel mekanizmaları kullandıkları ve tutarlı zihinsel yapılar oluşturdukları gözlemlenmelidir. Genetik çözümleme hazırlanırken konunun bu özellikleri göz önünde bulundurulmuştur. Genetik çözümleme veri toplama araçlarının hazırlanması ve veri analizi sürecinde daha kullanışlı ve anlaşılır olması açısından holistik rubrik olarak da düzenlenmiştir.

Rubrikler öğrenci performansını süreç ya da sonuç odaklı olarak analiz edebilmek için öğretmenler ya da ölçme uzmanları tarafından geliştirilen şemalardır. Öğrencinin performansının hangi düzeyde olduğu ve performansını geliştirmek için ulaşması gereken kriterlerin neler olduğu rubriklerle açık şekilde görülebilir. Öğrencinin gelişimini net bir şekilde takip edebilmek ve geri bildirimde bulunmak ya da öğrencinin belirlenen ölçütlere göre hangi aşamada olduğu açıkça saptanmak isteniyorsa rubriklerin kullanılması uygun olacaktır. Rubrikler holistik ve analitik olarak ikiye ayrılır. Analitik rubriklerde her bir performans alt başlıklarına ayrılarak derecelendirilir, holistik rubrikler de ise performans bütün olarak değerlendirilir (Güler, 2018). Genetik çözümlemede öğrenci davranışlarının yorumlanarak bir zihinsel aşamaya ne ölçüde ulaştığı değil sadece ulaşıp ulaşmadığının belirlenmesi hedeflenmektedir. Bu sebeple holistik rubrik tercih edilmiştir.

Rubriği iki boyuttan oluşan bir matris olarak düşünebiliriz. Bu boyutlar, zihinsel aşamalar (eylem, süreç, nesne) ve aşamaya ulaşmış olma kriterleridir. Maksimum ve minimum problemlerinin çözülmesi sürecinde öngörülen aşamalar ve kriterlerin yer aldığı holistik rubrik Tablo 2.2’ de sunulmuştur. Hazırlanan genetik çözümlemenin amacı öğrencilerin bir kavramı öğrenme sürecinde oluşturdukları zihinsel yapıları ve bu yapılar arasındaki geçişlerini izlemek olduğu için rubrikte yer alan kriterlere puanlama eklenmemiştir.

Tablo 2.2: Genetik Kodlama Holistik Rubrik.

	EYLEM	SÜREÇ	NESNE
Problemi anlamada ve çözüm yolu üretmede bir dışsal uyarıcıya ihtiyaç duyar.	Genellikle	Nadiren	Hemen Hiç
Kuralı verilen bir fonksiyonun max–min değeri	Türev kullanarak bulur	Türev kullanarak bulur	Türev kullanarak bulur
Problem cümlesinde fonksiyon olarak sunulmuş bir ifadenin max–min değerini bulur	Basit problem cümleleri içerisinde geçen ve kuralı net biçimde verilen fonksiyonun max-min değerini türev yardımıyla bulur. Kuralı problem cümlesinde net bir biçimde yer almayan, düzenleme ve işlem gerektiren sorularda problemin türev ile bağını kuramaz.	Basit problem cümleleri içerisinde geçen ve kuralı net biçimde verilen fonksiyonun max-min değerini türev yardımıyla bulur. Kuralı problem cümlesinde net bir biçimde yer almayan, düzenleme ve işlem gerektiren sorularda problemin türev ile bağını kurarak içselleştirdiği süreç ile çözüme ulaşabilir.	Problemi anlar ve türev kullanarak çözüme ulaşır
Önceden öğrenilmiş yöntemler kullanarak çözülebilen problemler	Öğrenci Problemin türev ile bağını kuramaz. Önceden öğrenmiş olduğu yöntemleri uygulayarak max-min değere ulaşabilir. Problem bu yöntemlere tam uyumlu değil ise çözemez ya da yanlış çözer.	Öğrenci Problemin türev ile bağını kurabilir. Öğrenci önceden öğrenmiş olduğu yöntemleri uygulayarak max-min değere ulaşabilir. Problem bu yöntemlere tam uyumlu değil ise içselleştirdiği süreçleri kullanarak problemi çözebilir.	Öğrenci en pratik yöntemi kullanarak çözüme ulaşabilir.

Tablo 2.2 (devam)

	EYLEM	SÜREÇ	NESNE
Ezberlenmiş özel durumlarla ilgili problemler	Öğrenci Problemin türev ile bağını kuramaz.Öğrenci önceden ezberlemiş olduğu bir duruma uygun olan problemde max-min değere ulaşabilir. Problem ezberlenmiş duruma tam uyumlu değil ise çözemez ya da yanlış çözer.	Öğrenci Problemin türev ile bağını kurabilir. Öğrenci önceden ezberlemiş olduğu bir duruma uygun olan problemde max-min değere ulaşabilir. Problem ezberlenmiş duruma tam uyumlu değil ise içselleştirdiği yeni ve eski süreçleri koordine ederek problemi çözebilir.	Öğrenci en uygun ve en pratik yöntemi kullanarak çözüme ulaşabilir.
Basit (temel) problem cümleleri	Problem cümlesini anlar ve denklemi kurar. Türev ile bağ kuramaz. Öğrenilmiş bilgiler ile uyumlu ise (parabol) max ve min değer bulabilir.	Problem cümlesini anlar ve denklemi kurar. Türev ile bağ kurar. İçselleştirdiği süreç ile çözüme ulaşır.	Öğrenci en pratik yöntemi kullanarak çözüme ulaşabilir.
Tek bilinmeyene bağlı problem cümleleri	Problem cümlesini anlar ve denklemi kurar. Türev ile bağ kuramaz. Öğrenilmiş bilgiler ile uyumlu ise (parabol) max-min değer bulabilir.	İçselleştirdiği sürece bağlı olarak, fonksiyonu yazar ve türevini sıfıra eşitler.	Problemi anlar ve türev kullanarak çözüme ulaşır
İki ya da daha fazla bilinmeyene bağlı problem cümleleri	Fonksiyonu iki değişkene bağlı olarak yazar ancak türev bağlantısı kuramaz ve çözüme ulaşamaz	İçselleştirdiği sürece bağlı olarak fonksiyonu iki değişkenli olarak yazar, değişkenleri birbiri türünden ifade ederek fonksiyonun kuralını tek değişkenli olarak yeniden oluşturur ve türevini sıfıra eşitler.	Problemi anlar ve türev kullanarak çözüme ulaşır

Tablo 2.2 (devam)

	EYLEM	SÜREÇ	NESNE
Parçalı fonksiyonlar ile ifade edilebilen problem cümleleri	Problem cümlelerinden birden fazla fonksiyon kuralı yazar. Parçalı fonksiyon oluşturamaz	Problem cümlelerinden birden fazla fonksiyon kuralı yazar. Parçalı fonksiyon oluşturamaz Nadiren basit problemlerin çözümüne parçalı fonksiyonu yazmadan ulaşabilir.	Problemi anlar parçalı fonksiyonu yazar. Fonksiyonun türevinden yararlanarak max veya min değerini bulur.
Birden fazla extremum nokta varsa	Fonksiyonu yazamaz ya da kuralı oluşturur fakat çözüm yolu geliştiremez	Fonksiyonu yazar ve türevini sıfıra eşitler. Birden fazla x değeri bulur. Eğer bulunan x değerlerinden sadece biri net olarak çözüme uygun ise soruyu çözer. Ancak birden fazla uygun değer varsa doğru sonucu bulamaz.	Problemi anlar parçalı fonksiyonu yazar. Fonksiyonun türevinden yararlanarak noktaları max ve min olarak ayırır ve problem cümlesinde istenen değeri hesaplar.
Fonksiyonun türevsiz olduğu noktada max–min değeri varsa	Fonksiyonu yazamaz ya da kuralı oluşturur fakat çözüm yolu geliştiremez	İçselleştirdiği sürece bağlı olarak, fonksiyonu yazar ve türevini sıfıra eşitler. Soruyu yanlış çözer ya da çözemez	Problemi anlar ve fonksiyonu yazar. Fonksiyonun tüm extremum noktalarını bulur. Problem cümlesinde istenen değeri hesaplar

2.3.2 Ders Planları

Çalışmada ilk olarak Asiala ve diğerleri (1997) tarafından ortaya atılan ve APOS teorisine dayandırılan ACE öğretim döngüsü temelinde hazırlanmış olan ders planları (EK–A) kullanılmıştır. Ders planlarının hazırlanması sürecinde ACE öğretim döngüsünün dışında, Probleme Dayalı Öğrenme (PDÖ) yaklaşımı ile 1980'li yılların ortalarında yapılandırmacı kurama dayalı olarak geliştirilen, sorgulayıcı öğretim temelli bir öğretim modeli olan 5E öğretim modeli de göz önünde bulundurulmuştur. Ders planlarının hazırlanması sürecinde

ACE öğrenme döngüsü (Hazar 2021, Kılıçoğlu ve Kaplan 2019a, Deniz 2014 ve Tziritas 2011), PDÖ yaklaşımı (Kara 2020, Menten 2019, Çetin 2017 ve Uslu 2006) ve 5E öğretim modeline (Kobal 2020, Aygün 2019, Akkaya 2019, Sakallı 2011 ve Tuna 2011) göre geliştirilmiş olan ders planları ve etkinlik örnekleri incelenmiştir. Ders planlarının hazırlanması aşamasında uygun etkinliklerin seçilebilmesi için konuya ait genetik çözümlemede öngörülen aşamalar ve MEB matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) bulunan kazanımlar dikkate alınmıştır. Ders planlarının hazırlanması, etkinliklerin seçilmesi ve sıralanması sürecinde uzman görüşüne başvurulmuştur.

2.3.3 Türev Tutum Ölçeği

Araştırmada öğrencilerin türev konusuna karşı tutumlarını ölçmek ve uygulama sonrası konuya karşı tutumlarında herhangi bir değişim olup olmadığını gözlemlemek amacıyla 40 sorudan oluşan türev tutum ölçeği kullanılmıştır.

Öğrencilerin türev konusuna yönelik tutumlarını ölçmek amacıyla kullanılan ve Kara (2014) tarafından geliştirilen türev tutum ölçeği, toplam 15 maddeden oluşan 5'li likert tipi bir ölçektir. Ölçeğin uygulanması sonucu elde edilen veilerin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı 0,619 olarak hesaplanmıştır. Bu ölçekten alınabilecek en düşük puan 15, en yüksek puan ise 75'tir.

2.3.4 Başarı Testi

Araştırmanın katılımcılarına maksimum ve minimum problemlerine ait sorulardan oluşan başarı testi (EK–B) öntest ve sontest olarak uygulanmıştır. Araştırmacı tarafından hazırlanan testte bazı sorular Millî Eğitim Bakanlığı soru havuzunda bulunan sorulardan seçilmiştir. Diğer sorular ise ÖSYM tarafından hazırlanan ve önceki yıllarda yapılan yüksek öğretime geçiş sınavlarında kullanılmış ve yayınlanmış olan sorulardan seçilmiştir. Geçerlilik ve güvenilirlik testleri hazırlayan kurumlar tarafından yapılmış olan 20 sorudan oluşturulan başarı testinin soruları seçilirken genetik çözümleme ve MEB matematik öğretim programında bulunan kazanımlar dikkate alınmıştır (MEB, 2018). Bu sayede testin kapsam geçerliliğinin sağlanması amaçlanmıştır.

Matematik kavramlarının genetik çözümlemesi, bir öğretim yönteminin tasarımında vazgeçilmez bir unsurdur (Asiala vd., 1997). Bu çalışmada da başarı testinin soruları belirlenmeden konunun bir genetik çözümlemesi hazırlanmış ve bu genetik çözümlemede yer alan zihinsel aşamalar dikkate alınarak sorular belirlenmiştir. Seçilen 30 soru ile hazırlanan test için 3 matematik öğretmeni ve 1 uzmanın görüşleri alınmış ve 7 soru testten çıkartılmıştır. Konuyu önceden öğrenmiş olan 40 kurs öğrencisi ile pilot çalışma yapılarak her bir madde için madde güçlüğü ve madde ayırt ediciliği değerleri hesaplanmıştır. Bu değerler Tablo 2.3'de gösterilmiştir. Madde ayırt ediciliği hesaplanmasında öğrencilerin tamamı hesaplamaya dahil edilmiştir. Her bir madde için öğrenciye cevabı doğru ise 1, yanlış ise ya da öğrenci soruyu boş bırakmış ise 0 puan verilmiştir. Madde ayırt ediciliği değeri bir maddenin bilenler ile bilmeyenleri iyi ayırt edebilmesinin ölçümüdür. Bu değer bir test maddesi için en önemli istatistiklerden biridir. Maddenin ayırt ediciliği maddenin güvenirliği ile bağlantılıdır. Bu sebeple bir maddenin teste kalıp kalmayacağına karar verirken ilk bakılması gereken istatistiklerdendir. Ayırt ediciliği yüksek olan bir madde iyidir. Eğer bir maddenin ayırt edicilik değeri hesaplandığında 0.3 ve üzerinde bir değer bulunmuş ise o maddenin iyi bir madde olduğu söylenebilir (Güler, 2017). Bu pilot uygulamanın analiz sonuçlarına ve öğrencilerden alınan dönütlere göre;

- Test sorularındaki yazım hataları düzeltilmiş,
- Cevap anahtarında doğru cevapların şıklara orantılı dağılımı sağlanmış,
- Ayırt edicilik değerinin düşük olduğu görülen maddeler testten atılmış,
- Testin uygulanmasında 60 dakikanın yeterli olacağına karar verilmiştir.

Tablo 2.3: Başarı Testi Pilot Çalışma Analizi.

Soru	Ayırıcılık Gücü	Madde Güçlüğü	Standart Sapma
1	0.421	0.8	
2	0.3	0.975	
3	0.352	0.9	
4	0.414	0.875	
5	-0.026	0.55	
6	0.548	0.8	
7	0.397	0.8	
8	0.451	0.5	3.32
9	0.491	0.225	
10	0.316	0.65	
11	0.626	0.55	
12	0.546	0.575	
13	-0.027	0.9	
14	0.673	0.825	

Tablo 2.3 (devam)

Soru	Ayırıcılık Gücü	Madde Güçlüğü	Standart Sapma
15	0.37	0.45	
16	0.658	0.525	
17	0.451	0.85	
18	0.707	0.625	
19	0.613	0.3	3.32
20	0.117	0.775	
21	0.351	0.85	
22	0.381	0.65	
23	0.317	0.725	

Tabloda görüldüğü gibi ayırıcılık gücü 0.3'den küçük olan 5, 13 ve 20. maddeler testten çıkartılmıştır. 20 sorudan oluşan başarı testinin uygulanması sonucu elde edilen verilerin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı hesaplanmış ve 0.810 olarak bulunmuştur. Hazırlanan başarı testi araştırmada öntest, sontest ve kalıcılık testi olarak 3 kez kullanılmıştır.

Aslında hazırlanan başarı testinde olduğu gibi yalnızca iki değerli [O,1] ölçümlenmiş maddelerde güvenilirlik hesaplamaları için KR-20'nin daha uygun olduğu söylenilse de iki değerli ölçümlenmiş maddelerle Cronbach alfa katsayısı da kullanılabilir. (Bademci, 2006)

2.3.5 Öğrenci Günlükleri

Araştırmada yapılan uygulamanın daha iyi analiz edilebilmesi için her etkinlik sonrası öğrencilerden günlük tutmaları istenmiştir. Günlükte öğrencilerden uygulamanın etkinliğini analiz eden 3 soruya cevap vermeleri istenmiş ve yöntemin geliştirilebilmesi açısından tavsiyelerde bulunmaları istenmiştir. Öğrenci günlükleri (EK–C) geliştirilirken Kandemir (2011) tarafından hazırlanan öğrenci günlükleri incelenerek sorular oluşturulmuş ve sonrasında uzman görüşü alınarak düzenlenmiştir.

2.3.6 Görüşme Formu

Araştırmacı tarafından 10 soru olarak hazırlanan görüşme formu (EK–D) uzman görüşü alınarak yeniden düzenlenmiş ve formda yer alan iki soru çıkartılarak sekiz soruya düşürülmüştür. Daha sonra bu form kullanılarak farklı zamanlarda iki Türk dili ve edebiyatı ve üç matematik öğretmeni ile pilot çalışmalar yapılmıştır. Sorular hazırlanan görüşme ortamında araştırmacı tarafından kendilerine okunmuş ve soruları hakkında fikirleri alınmıştır. Pilot çalışmaya katılan hiçbir öğretmen olumsuz fikir beyan etmemiştir.

2.3.7 Gözlem Notları

Araştırmacı aynı zamanda deneyin uygulayıcısı olduğu için uygulama sırasındaki gözlemlerini ve değerlendirmelerini her etkinlik süresince ve sonunda gözlem notları olarak kaydetmiştir (EK–I). Bu notlar, öğrenci günlükleri ile birlikte değerlendirildiğinde araştırmanın etkinliği, güçlü ve zayıf yönleri hakkında derinlemesine bilgi edinmeyi amaçlamaktadır. Ayrıca öğrencilerin APOS teorisine ait aşamalarda ilerleyişinin tespit edilebilmesi açısından da önemli bilgiler içermektedir

2.3.8 Kalıcılık Testi

APOS teorik çerçevesinde değerlendirilen ve ACE öğretim döngüsüne göre hazırlanmış olan ders planlarının öğrenilen bilginin kalıcılığını sağlayıp sağlamadığının tespit edilebilmesi için hazırlanmış olan başarı testi (EK–B) öğrencilere tekrar uygulanmıştır. Bu 3. uygulamanın sonuçları sontest ile karşılaştırılmıştır.

2.4 Araştırmacının Rolü

Araştırmacı aynı zamanda yapılan deneysel çalışmanın uygulayıcısı ve gözlemcisidir. Deneysel çalışma süresince araştırmacı kullanılan yönteme ve araştırmanın amacına bağlı kalarak sınıfta yol gösterici bir rehber görevi yürütmüş ve tarafsız bir tutum sergilemiştir. Veri analizinde deneysel çalışma süreci betimsel analiz yöntemi ile sunulmuş ve doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Görüşmelerde öğrencilere araştırmacının uyacağı etik kurallar net şekilde anlatılmış ve görüşlerini açık bir şekilde ifade edebilmeleri sağlanmaya çalışılmıştır. Görüşmelerin ses kaydının alınacağı her görüşme öncesinde görüşmeciye açık şekilde ifade edilmiş, görüşme süresince de araştırmacı notlar almış ve bu notları görüşme bitiminde öğrenciye okutarak teyit almıştır.

3. BULGULAR VE YORUM

3.1 Başarı Testi Analizi (Öntest–Sontest)

Bir araştırmanın sonucunda toplanan verilerin analizi ile bulunan sayısal sonuçların ya da ulaşılan bulguların istatistiksel anlamda herhangi bir önemi olup olmadığını yani anlamlı olup olmadıklarını belirlemek amacıyla kullanılan testlere hipotez testleri ya da önemlilik testleri denir. Bu testlerin genel amacı; araştırmacının evrenden seçmiş olduğu örneklemden elde ettiği sonuçları genelleyebilmesine yani evren hakkında çıkarımlarda bulunabilmesine imkan tanımaktır. Hipotez testleri ile elde edilecek olan sonuçlar araştırmacının bazı kararları vermesinde etkili olacağından uygun testin seçilmesi oldukça önemlidir. Hipotez testlerini parametrik ve parametrik olmayan testler şeklinde ikiye ayrılabiliriz. Parametrik olmayan testlere kıyasla parametrik testler daha güçlü testlerdir. Fakat parametrik testlerin kullanılabilmeleri bazı varsayımları sağlanmalarını gerektirir (Sümbüloğlu ve Sümbüloğlu, 2016).

Araştırmanın sonuçlarının geçerliliği ve güvenilirliği açısından veri analizinde kullanılan istatistiksel testlerin mümkünse parametrik testler olması tercih edilmelidir (Can, 2020). Çünkü parametrik olmayan testlere kıyasla parametrik testlerin daha güçlü sonuçlar verdiği söylenebilir. Araştırma verileri parametrik test koşullarını sağlıyorsa parametrik testlerin kullanılması tercih edilmelidir. Parametrik testlerin kullanılabileceği örneğin normal bir dağılım gösteren bir veri seti için parametrik olmayan bir testin kullanılması sonuçların tamamen hatalı olmasına sebep olmaz. Fakat normal dağılım göstermeyen veriler için parametrik bir test kullanılması elde edilen sonuçların gerçeklikten uzak olmasına sebep olur (Ocak, 2019).

Öntest ve sontest puanlarının ortalamaları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla kullanılacak olan analiz yönteminin doğru olarak seçilebilmesi için ilk olarak iki testten alınan puanların farklarına ait verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığı sorgulanmıştır. Normal dağılım gösteren veri setlerinde ortalama ve medyan değerlerinin birbirine yakın olması beklenir (Can, 2019). Bu sebeple öntest ve sontest puanlarının fark verileri SPSS 22 paket programına yüklenerek ortalama, medyan ve mod değerleri hesaplanmış ve sonuçlar Tablo 3.1'de sunulmuştur.

Tablo 3.1: Başarı testinin ön test ve son test uygulamalarına ait fark verilerinin ortalama ve medyan değerleri.

	N	Ortalama	Medyan	Standart Sapma
Başarı Testi	20	11.175	10.250	3.451

Tablo 3.1 incelendiğinde başarı testinin öntest ve sontest olarak uygulamasından elde edilen verilerin farklarının aritmetik ortalamasının 11.17 ve medyan değerinin 10.25 olduğu görülmektedir. Hesaplanan bu iki değerin birbirine uzak olmadığı söylenebilir. Verilerin normal dağılım gösterdiğinin iddia edilebilmesi için bu yakınlık gerekli ancak yeterli değildir. Bu sebeple SPSS 22 programı kullanılarak öntest ve sontest puanlarına ait fark verilerinin çarpıklık ve basıklık değerleri de hesaplanmış ve sonuçlar tablo 3.2'de gösterilmiştir.

Tablo 3.2: Başarı testinin ön test ve son test uygulamalarına ait fark verilerinin çarpıklık ve basıklık değerleri.

	Skewness		Kurtosis	
	Çarpıklık	Standart Hata	Basıklık	Standart Hata
Başarı Testi	0.682	0.512	-0.153	0.992

Normal dağılım gösteren verilere ait grafiğin simetrik olması beklenir. Grafik çok sivri ya da çok basık olmamalıdır. İdeal bir dağılımda çarpıklık ve basıklığı sayısal bir ölçüt olarak gösteren çarpıklık ve basıklık katsayıları sıfır olmalıdır. Bir veri grubunun normal dağılım gösterip göstermediğinin test edilmesi istenildiğinde çarpıklık ve basıklık katsayıları hesaplanarak, bu değerlerin sıfıra ne kadar yakın olduğuna bakılarak, dağılımın normale uygunluğu konusunda fikir sahibi olunabilir. Genel bir kural olarak bu sayıların kendi standart hatalarına bölünmesi ile elde edilen değerlerin mutlak değeri 1.96'dan küçük ise, verilerin normal dağılım gösterdiği kabul edilebilir (Can, 2019). Tablo 3.2 incelendiğinde çarpıklık değeri 0.682 ve bu değere ait standart hata 0.512 olarak görülmektedir.

$$\frac{Skewness}{Std.\ Error\ of\ Skewness} = \frac{0.682}{0.512} = 1.332 \tag{3.1}$$

İşlem 3.1'de çarpıklık katsayısının kendi standart sapmasına oranı 1.332 bulunmuştur. Bu değer normal dağılım için kabul edilen referans aralığının içinde kalmaktadır. Ayrıca yine tablo 3.2 incelendiğinde basıklık değeri – 0.153 ve bu değere ait standart hata 0.992 olarak görülmektedir.

$$\frac{Kutosis}{Std.\ Error\ of\ \text{Kurtosis}} = \frac{0.153}{0.992} = 0.154 \qquad (3.2)$$

Çarpıklık katsayısının kendi standart sapmasına oranı işlemde 3.2'de hesaplanmış ve sonuç 1.332 bulunmuştur. Bu değer de normal dağılım için kabul edilen referans aralığının içinde kalmaktadır. İşlem 3.1 ve 3.2'de hesaplanan bu iki değere göre verilerin normal dağılım gösterdiği söylenebilir.

Verilerin normal dağılıma uygun olup olmadığını anlamak için kullanılan bir başka yöntem de Kolmogorov–Smirnov ve Shapiro–Wilk testleridir. Kolmogorov–Smirnov testinin amacı örnekleme ait verilerin dağılım parametreleri tam olarak bilinen tanımlanmış bir evrenin normal olasılık dağılımına uyum gösterip göstermediğini sınamaktır. Testin sınadığı hipotez, "örnekleme ait verilerin dağılımının normal olasılık dağılımı ile arasında fark yoktur" şeklindeki sıfır hipotezidir. Başka bir test de Shapiro–Wilk testidir ve bir örneklemin verilerinin, normal dağılıma uygun bir evrene ait olup olmadığını sınar. Teste ait sıfır hipotez, "veri setinin dağılımı ile normal dağılıma sahip olan evrenin dağılımları arasında fark yoktur" şeklindedir (Can, 2019). Öntest ve sontest puanlarına ait fark verileri için SPSS 22 paket programı kullanılarak Kolmogorov–Smirnov ve Shapiro–Wilk testleri uygulanmış ve elde edilen sonuçlar tablo 3.3'de gösterilmiştir.

Tablo 3.3 Kolmogorov–Smirnov ve Shapiro–Wilk testleri sonuçları.

	N	İstatistik	Anlamlılık Düzeyi
Kolmogorov–Simirnov	20	0.178	0.096
Shapiro–Wilk	20	0.923	0.112

Verilerin analizinde sıfır hipotez "puanların farklarının dağılımı ile normal dağılım arasında anlamlı bir farklılık yoktur" şeklinde kurulduğundan anlamlılık düzeyine ait değerin 0.05'ten büyük olması, sınanan veri setinin normal dağılımdan anlamlı bir farklılık göstermediği yani normale uygun bir dağılıma sahip olduğu şeklinde yorumlanır (Büyüköztürk vd., 2020).

Büyüköztürk'e göre örneklem büyüklüğü 50'den küçük ise Shapiro–Wilk, büyük ise de Kolmogorov–Smirnov testinin kullanılması tercih edilmelidir (Büyüköztürk vd., 2020). Can ise Büyüköztürk'ten farklı olarak örneklem büyüklüğü 30'dan küçük ise Sahpiro–Wilk testinin, 30 veya 30'dan büyük ise de Kolmogorov–Smirnov testinin kullanılmasını tavsiye etmiştir (Can, 2019).

Her iki görüşe göre de tablo 3.3'de Shapiro–Wilk testinin sonuçlarının incelenmesi uygun olacaktır. Tabloda 0.112 olarak görülen anlamlılık düzeyi değeri 0.05 den büyüktür. Bu durumda sıfır hipotezi kabul edilir. Buna göre veri setinin normal dağılımdan anlamlı bir farklılık göstermediği söylenebilir. Bu durumda öntest ve sontest verilerinin karşılaştırılmasında parametrik bir testin kullanılması uygun olacaktır.

Aynı örneklemin deneysel bir uygulamadan önce ve sonra bağımlı değişkene ait ölçümleri yapılırsa, örneklemin zamana bağlı olarak tekrarlı ölçümleri yapılmış olacağından elde edilen ölçümlerin birbiri ile ilişkili olacağı açıktır. Örnek olarak ilkokul öğrencilerinin iletişim davranışlarını geliştirmek amacıyla bir programın denendiğini düşünülürse araştırmacı öğrencilerin iletişim davranışlarını, yapılacak olan uygulamadan önce ve sonra ölçerek görülen davranış değişikliklerinin istatistiksel olarak bir anlam taşıyıp taşımadığını test etmek isteyebilir (öntest-sontest). Böyle bir desene tekrarlı ölçümler deseni denebilir. Bu şekildeki bir desen, sadece zamana bağlı olduğundan tek faktörlü bir desendir denebilir. Çünkü bu desende öğrenci davranışında zamana bağlı olarak gelişen değişimin anlamlı olup olmadığı araştırılmaktadır. Eğer yapılan iki ölçüm arasında gruba deneysel bir işlem uygulanmış ise, deneye katılan öğrencilerde gözlenen ve anlamlı bulunan bu değişimin, sonuçları etkileyebilecek dışsal değişkenlerin kontrol altına alınmış olma durumuna bağlı olarak, araştırmacının uyguladığı deneysel işlemden kaynaklandığı iddia edilebilir (Büyüköztürk, 2020).

Eğer yapılan iki ölçümün verileri aynı örnekleme ait katılımcılardan elde edilmişse bu veriler bağımlı yani ilişkilidir. Aynı sınıfta bulunan öğrencilere farklı zamanlarda uygulanan öntest ve sontest puanları bu duruma iyi bir örnektir. Elde edilen bu iki veriye ait ortalamaların bağımlı örneklem ortalamaları olduğu söylenebilir (Yaratan, 2020).

Bu çalışmada maksimum ve minimum problemleri konusunda bir üniversite hazırlık kursuna kayıtlı olan lise mezunu öğrencilere ACE öğretim döngüsüne dayalı olarak hazırlanan ders planlarına uygun deneysel bir uygulama yapılmıştır. Araştırmada yapılan uygulamanın öğrenci başarısı üzerinde anlamlı bir etkisi var mıdır? sorusuna cevap aranmış ve bu sebeple nicel ve nitel veriler toplanmıştır. Nicel veriler öğrencilere uygulanan öntest ve sontest sonuçları ile elde edilmiştir.

Aynı örneklem üzerinde farklı zamanlarda yapılan iki ölçüm sonucu elde edilen verilerin ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunup bulunmadığını tespit etmek için parametrik bir test olan ilişkili (bağımlı) örneklemler için t testi (Paired Samples t Test) tercih edilmiştir. Bu testen güvenilir sonuçlar elde edilebilmesi için aşağıdaki iki koşulun sağlanması gerekir.

1- Ortalamaları karşılaştırılacak olan iki veri setinin (öntest ve sontest), farklarından oluşan veri dizisi normal dağılım özelliği göstermelidir.
2- Fark puanları (aynı katılımcıya ait iki veri arasındaki fark) birbirlerinden bağımsız ve örneklem rastgele seçilmiş olmalıdır (Can, 2019).

Fark veri seti üzerinde yapılan tüm hesaplamalar dağılımın normal kabul edilebileceğini göstermiştir. Bundan dolayı öntest ve sontest puanları arasında anlamlı bir fark olup olmadığını sınamak için t testinin kullanılmıştır. SPSS 22 paket programı yardımıyla yapılan t testine ait sonuçlar Tablo 3.4 de sunulmuştur.

Tablo 3.4: Başarı testinin ön test ve son test uygulamalarına ait bağımlı (ilişkili) örneklemler için t testi sonuçları.

	N	Ortalama	Standart Sapma	t	df	p
Ön Test	20	4.837	3.414	-17.668	19	0.000
Son Test	20	16.012	2.766			

Tablo 3.4 sunulan ve ACE öğretim döngüsüne dayalı olarak uygulanan deneysel çalışmadan önce ve sonra yapılan iki ölçümün puanlarının ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunup bulunmadığını test etme amacıyla yapılan bağımlı örneklem t testi sonucunda p değeri 0.0002 olarak hesaplanmıştır. Analize ait sıfır hipotezi yapılan öntest ve sontest puanlarının ortalamaları arasında anlamlı bir fark yoktur şeklindedir. Hesaplanan p değeri 0.01’den küçük olduğundan sıfır hipotezi reddedilmiştir

(Can, 2019). Yani öntest ve sontest puanlarının ortalamaları arasında oluşan fark istatistiksel olarak anlamlıdır.

Bağımlı örneklem t testi kıyaslanan iki sınav ortalamalarının arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğunu gösterse de bu farkın büyüklüğü hakkında bilgi vermez. Bu nedenle, istatistiksel olarak anlamlılık tespit edildiğinde etki büyüklüğü de hesaplanmalıdır. Etki büyüklüğü (d), ölçümlerin ortalamaları arasındaki farkın fark puanlarına ait standart sapmaya bölünmesi ile bulunur (Can, 2019).

$$d = \frac{\text{Ortalamaların farkı}}{\text{Standart sapması}} = \frac{-11.175}{2.828} = -3.950 \tag{3.3}$$

Etki büyüklüğü değerlendirilirken işareti önemsenmez. Etki büyüklüğü her değeri alabilir. Genel olarak etki büyüklüğünün mutlak değeri 1'in üzerinde ise bu etkinin çok büyük olduğu şeklinde yorumlanırken 0.8 ile 1 arası büyük, 0.5 ile 0.8 arası orta ve 0.5 ile 0.2 arası da küçük yani az etkili olarak değerlendirilir (Can, 2019).

Başarı testi ile elde edilen verilerin analizi için ilk olarak verilerin normal dağılım gösterip göstermediği kontrol edilmiştir. Bu amaçla SPSS 22 paket programına yüklenen verilere Shapiro-Wilk testi uygulanmıştır. Başarı testinden elde edilen öntest ve sontest verilerinin karşılaştırılması için ise ilişki örneklem t-testi kullanılmıştır. ACE öğretim döngüsü kullanılarak hazırlanan ders planlarına bağlı olarak yapılan uygulamanın maksimum–minimum problemleri konusunda öğrenci başarısına etkisinin araştırıldığı çalışmada, konunun anlatımından önce ve sonra uygulana başarı testinin puan ortalamalarının arasında anlamlı bir farkın olup olmadığının belirlenmesi amacıyla yapılan bağımlı örneklem t testinin sonucuna göre uygulamadan önce yapılan sınavın puanlarının ortalaması (Xontest = 4.8375) ile uygulamadan sonra yapılan sınavın puanlarının ortalaması (Xsontest = 16.0125) arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğu tespit edilmiştir (t_{19} = – 17.668 ve $p < 0.01$). Ayrıca etki büyüklüğü değerine bakıldığında da (d = – 3.9508) oluşan farkın çok yüksek olduğu söylenebilir. Bu sonuçlar, derslerin ACE öğretim döngüsüne uygun olarak planlanmasının ve uygulanmasının öğrenci başarısı üzerinde anlamlı ve çok büyük bir etkisinin olduğunu göstermektedir.

3.2 Türev Tutum Ölçeği Analizi

Öğrencilerin türev konusuna yönelik tutumlarının belirlenmesi amacıyla kullanılan ve Kara (2014) tarafından geliştirilmiş olan türev tutum ölçeği, toplam 15 maddeden oluşan 5'li likert tipi bir ölçektir. Ölçeğin Cronbach Alpha güvenirlik katsayısı 0.619 olarak hesaplanmıştır. Bu ölçekten alınabilecek en düşük puan 15, en yüksek puan ise 75'tir.

Tablo 3.5: Örnek bir beşli likert ölçek maddesi.

Maddeler	Kesinlikle katılıyorum	Katılıyorum	Karasızım	Katılmıyorum	Kesinlikle katılmıyorum
1.Türev konusunu sevmiyorum.					

Tablo 3.5'de verilen türev tutum ölçeğine ait örnek maddeden de görüldüğü üzere öğrencilere ölçülmek istenen tutumlar ile ilgili birtakım maddeler verilerek bu maddelere ne ölçüde katıldıklarını işaretlemeleri istenir. Maddelerde sorulan sorunun olumlu ya da olumsuz olmasına bağlı olarak verilecek madde puanları da değişmektedir (Kara, 2014).

Tablo 3.6: Likert tipi ölçek için puanlama tablosu.

Seçenek	Olumlu madde	Olumsuz madde
Kesinlikle katılıyorum	5 puan	1 puan
Katılmıyorum	4 puan	2 puan
Kararsızım	3 puan	3 puan
Katılmıyorum	2 puan	4 puan
Kesinlikle katılmıyorum	1 puan	5 puan

Tablo 3.6 incelendiğinde, mesela "türev konusunu sevmiyorum" şeklindeki bir maddeye verilecek katılıyorum cevabı öğrencinin matematik dersinde türev konusuna karşı olumsuz bir tutumda olduğunu göstermektedir. Her bir seçenek için puanlama, kesinlikle katılmıyorum = 1, katılmıyorum = 2, kararsızım = 3, katılıyorum = 4, kesinlikle

katılıyorum = 5 şeklinde olacaktır. Yani “türev konusunu seviyorum” maddesinde katılıyorum seçeneğini işaretleyen bir öğrenciye 4 puan verilirken, “türev konusunu sevmiyorum” maddesinde katılıyorum seçeneğini işaretleyen bir öğrenciye ise 2 puan verilir. Bu şekilde tüm maddelerden elde edilen madde puanları toplanarak öğrencinin toplam madde puanı elde edilir ve böylece öğrencinin türev konusuna karşı tutumu hakkında bilgi sahibi olunabilir (Kara, 2014).

Türev Tutum Ölçeği öğrenciler ile yapılan deneysel çalışmanın öncesinde (öntest) ve sonrasında (sontest) uygulanarak öğrencilerin türev konusuna karşı tutumlarında anlamlı bir değişme bulunup bulunmadığı araştırılmıştır. Öntest ve sontest puanlarının ortalamaları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla kullanılacak olan analiz yönteminin seçilmesi amacıyla ilk olarak iki testin puanlarının farklarına ait veri setinin normal dağılıma yakınlığı sorgulanmıştır. Normal dağılıma uygun olan veri setlerinde ortalama ve medyan değerlerinin birbirine yakın olması beklenir (Can, 2019). Bu nedenle öntest ve sontest puanlarının fark verileri SPSS 22 paket programına yüklenerek ortalama, medyan ve mod değerleri hesaplanmış ve sonuçlar Tablo 3.7’de verilmiştir.

Tablo 3.7: Türev tutum ölçeğinin ön test ve son test uygulamalarına ait fark verilerinin ortalama ve medyan değerleri.

	N	Ortalama	Medyan	Standart Sapma
Türev Tutum Ölçeği	20	26.95	27	5.6426

Tablo 3.7’de türev tutum ölçeğinin öntest ve sontest uygulamalarından elde edilen verilerin farklarının aritmetik ortalamasının 26.95 ve medyan değerinin 27 olduğu görülmektedir. Hesaplanan bu iki değerin birbirine çok yakın olduğu söylenebilir. Verilerin normal dağılıma uygunluk gösterdiğinin kabul edilebilmesi için bu iki değerin birbirine yakın olması gerekli ancak yeterli değildir. Elde edilen bu sonucun desteklenmesi amacıyla SPSS 22 paket programı kullanılarak öntest ve sontest puanlarına ait fark verilerinin çarpıklık ve basıklık değerleri de hesaplanmış ve sonuçlar tablo 3.8’de verilmiştir.

Tablo 3.8: Türev tutum ölçeğinin ön test ve son test uygulamalarına ait fark verilerinin çarpıklık ve basıklık değerleri.

	Skewness		Kurtosis	
	Çarpıklık	Standart Hata	Basıklık	Standart Hata
Türev Tutum Ölçeği	-0.578	0.512	-0.135	0.992

Normal dağılım gösteren bir veri setine ait grafiğin simetrik olması beklenir. Bu sebeple grafiğin çok sivri ya da çok basık olmaması gerekir. İdeal bir normal dağılımda çarpıklık ve basıklık katsayılarının sıfır olması beklenir. Bir veri grubunun çarpıklık ve basıklık katsayıları hesaplanarak, bu değerlerin sıfıra olan yakınlığına bakılarak, normallik konusunda fikir sahibi olunabilir. Genel bir kural olarak bu değerlerin kendi standart hatalarına oranı –1.96 ile 1.96 arasında ise, verilerin normal dağılım gösterdiği kabul edilebilir (Can, 2019). Tablo 3.8'de çarpıklık değerinin –0.578 ve bu değere ait standart hatanın 0.512 olduğu görülüyor.

$$\frac{Skewness}{Std.\,Error\ of\ Skewness} = \frac{-\ 0.578}{0.512} = -1.128 \tag{3.4}$$

İşlem 3.4'de çarpıklık değerinin kendi standart hatasına oranı –1.128 olarak hesaplanmıştır. Bu değer normal dağılım için kabul edilen referans aralığının içindedir. Tablo 3.8'de basıklık değerinin – 0.135 ve bu değere ait standart hatanın 0.992 olduğu görülmektedir.

$$\frac{Kutosis}{Std.\,Error\ of\ \mathrm{Kurtosis}} = \frac{-\ 0.135}{0.992} = -\ 0.136 \tag{3.5}$$

Çarpıklık katsayısının kendi standart hatasına oranı işlem 3.5'de hesaplanarak sonuç 1.332 bulunmuştur. Bu değer normal dağılım için kabul edilen referans aralığının içinde kalmaktadır. İşlem 3.4 ve 3.5'de hesaplanan iki değere göre verilerin normal dağılım gösterdiği söylenebilir.

Verilerin normal dağılım gösterip göstermediğini sınamanın bir başka yolu da Kolmogorov–Smirnov ve Shapiro–Wilk testleridir. Kolmogorov–Smirnov testinin hedefi örneklem verilerinin dağılım parametreleri tam olarak bilinen, iyi tanımlanmış bir evrenin normal olasılık dağılımına uyum gösterip göstermediğini sınamaktır. Testin sınadığı hipotez, “örnekleme ait verilerin dağılımının normal olasılık dağılımı ile arasında fark yoktur” şeklindeki sıfır hipotezidir. Bu amaçla kullanılan diğer bir test de Shapiro–Wilk testidir ve bir örneklemin verilerinin, normal dağılıma uygun bir evrene ait olup olmadığını sınar. Teste ait sıfır hipotez, “veri setinin dağılımı ile normal dağılıma sahip olan evrenin dağılımları arasında fark yoktur” şeklindedir (Can, 2019). Öntest ve sontest puanlarına ait fark verileri için SPSS 22 paket programı kullanılarak Kolmogorov–Smirnov ve Shapiro–Wilk testleri uygulanmış ve elde edilen sonuçlar tablo 3.9’da verilmiştir.

Tablo 3.9: Kolmogorov–Simirnov ve Shapiro–Wilk testleri sonuçları.

	N	İstatistik	Anlamlılık Düzeyi
Kolmogorov-Simirnov	20	0.115	0.2
Shapiro-Wilk	20	0.944	0.283

Verilerin analizinde sıfır hipotezi “puanların farklarının dağılımı ile normal dağılım arasında anlamlı bir farklılık yoktur” şeklinde kurulmuştur. Bu sebeple hesaplanan anlamlılık düzeyi değeri 0.05’ten büyük olduğundan, sınanan veri setinin normal dağılımdan anlamlı bir farklılık göstermediği yani normale uygun bir dağılıma sahip olduğu kabul edilir (Büyüköztürk, 2020). Tablo 3.9’da görüldüğü üzere Shapiro–Wilk testine ait anlamlılık düzeyi değeri 0.283 olarak hesaplanmıştır ve bu değer 0.05’den büyüktür. Buna sonuca göre sıfır hipotezi kabul edilerek testlere ait fark verilerinin normal dağılımdan anlamlı bir farkı yoktur denebilir.

Fark verilerinin normal dağılım gösterip göstermediğinin belirlenebilmesi amacıyla ortalama ve medyan değerleri karşılaştırılmış, çarpıklık ve basıklık değerleri hesaplanmış ve veri setine Shapiro-Wilk testi uygulanmıştır. Yapılan tüm hesaplamalar dağılımın normal kabul edilebileceğini göstermiştir. Bu sebeple öntest ve sontest verilerinin karşılaştırılması için parametrik bir test kullanılması uygun olacaktır. Aynı örneklem üzerinde farklı zamanlarda yapılan iki ölçüme ait verilerin ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını sınamak için parametrik bir test olan ilişkili (bağımlı) örneklemler için t testi (Paired Samples t Test) kullanılmıştır. SPSS 22 paket programı ile yapılan t testi sonuçları Tablo 3.10’da verilmiştir.

Tablo 3.10: Türev tutum ölçeğinin ön test ve son test uygulamalarına ait bağımlı (ilişkili) örneklemler için t testi sonuçları.

	N	Ortalama	Standart Sapma	t	df	p
Ön Test	20	31.150	3.468	-21.359	19	0.000
Son Test	20	58.100	3.918			

Tablo 3.10'da sunulan ve ACE öğretim döngüsüne dayalı olarak yapılan deneysel uygulamanın öncesinde ve sonrasında yapılan iki ölçüme ait puanların ortalamaları arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını test eden bağımlı örneklem t testinin sonucunda p değeri 0.0001 olarak hesaplanmıştır. Analiz için kurulan sıfır hipotezi "yapılan öntest ve sontest puanlarının ortalamaları arasında anlamlı bir fark yoktur" şeklindedir ve hesaplanan p değeri 0.01'den küçük olduğundan bu hipotez reddedilmiş olur (Can, 2019). Buna göre bu iki test ortalamaları arasındaki fark istatistiksel olarak anlamlıdır.

Bağımlı örneklem t testi ile kıyaslanan iki değer arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olduğunu söylenebilse de bu test bize farkın büyüklüğü hakkında bilgi vermez. Bu sebeple, istatistiksel olarak anlamlılık tespit edildiğinde bu farkın etki büyüklüğünün de hesaplanması gerekir. Etki büyüklüğü (d), ölçümlerin ortalamaları arasındaki farkın fark puanlarına oranıdır (Can, 2019).

$$d = \frac{\text{Ortalamaların farkı}}{\text{Standart sapma}} = \frac{-26.950}{5.642} = -4.776 \tag{3.6}$$

Etki büyüklüğü değerinin işareti önemli değildir. Etki büyüklüğü her türlü sayısal değeri alabilir. Genel olarak etki büyüklüğünün mutlak değeri 1'in üzerinde hesaplanması bu etkinin çok büyük olduğu şeklinde yorumlanırken 0.8 ile 1 arası büyük, 0.5 ile 0.8 arası orta ve 0.5 ile 0.2 arası da küçük yani az etkili olarak değerlendirilir (Can, 2019).

ACE öğretim döngüsüne dayalı olarak hazırlanan ders planları kullanılarak yapılan uygulamanın maksimum–minimum problemleri konusunda öğrencilerin türev konusuna tutumları üzerine etkisinin araştırıldığı çalışmada, konunun anlatımından önce ve sonra uygulana türev tutum ölçeğine ait puan ortalamalarının arasında anlamlı bir farkın olup olmadığının belirlenmesi amacıyla yapılan bağımlı örneklem t testi sonucuna göre uygulamadan önce yapılan sınavın puanlarının ortalaması (Xontest = 31.15) ve uygulamadan sonra yapılan sınavın puanlarının ortalaması (Xsontest = 58.10) arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu tespit edilmiştir (t_{19} = – 21.359 ve $p < 0.01$). Ayrıca etki büyüklüğü değerine bakıldığında da (d = – 4.7761) oluşan farkın çok yüksek olduğu söylenebilir. Bu sonuçlara göre, derslerin ACE öğretim döngüsüne uygun olarak planlanmasının ve uygulanmasının öğrencileri türev konusuna tutumları üzerinde anlamlı ve çok büyük bir etkisinin olduğunu görülmektedir.

3.3 Öğrenci Günlüklerinin Analizi

Öğrencilere her ders sonunda 4 sorudan oluşan ve araştırmacı tarafından hazırlanan öğrenci günlükleri dağıtılmış ve öğrencilerden sorulara cevap vermeleri istenmiştir. Tüm günlükler öğrencilerden geri toplanarak dosyalanmıştır. Elde edilen nitel verilerin analizi için öğrenci günlükleri farklı zamanlarda 3 kez okunmuş, sorulan soruya cevap olan ifadelerin altı çizilerek anlaşılır olmayan ifadeler ayıklanmıştır. Benzer anlama gelen ifadeler birleştirilerek kodlama yapılmıştır. Ham veriler bir başka araştırmacıya verilerek aynı işlemleri yapması istenmiştir. Yapılan kodlamalar arasında %93 uyum olduğu görülmüştür.

İlk 2 sorudan elde edilen kodlamalar değerlendirilerek genetik çözümleme ile karşılaştırılmış ve APOS teorisinde belirtilen zihinsel aşamalarla ilişkilendirilmiştir. Örneğin derste yapılan etkinlikleri “şaşırtıcı” olarak ifade eden bir öğrencinin önceki öğrenmeleriyle çelişen bir sürecin farkına vardığı düşünülebilir. Bu değerlendirme yapılırken alan yazın taranmış ve bu konuda daha önceden yapılmış olan çalışmalar da dikkate alınmıştır.

Öğrenci günlüklerinde yer alan 3. ve 4. sorular kullanılan ACE öğretim döngüsünün ve uygulama süresince yapılan etkinliklerin kullanılabilirliği ile ilgilidir. Bu sorular kullanılan öğretim yönteminin ve etkinliklerin güçlü ve zayıf yönlerinin görülebilmesi ve geliştirilebilmesi amacıyla sorulmuştur. Bu sebeple bu sorulara verilen cevaplardan benzer olanlar birleştirilerek kodlama yapılmış ancak bu kodlamalar genetik çözümleme ile karşılaştırılmamıştır. Bu sorulara verilen cevaplar ve bu cevaplara ait frekans dağılımları tablolar yardımıyla sunulmuştur.

Soru 1: Bugün derste yapılan etkinlikler ve kullanılan yöntem ilginizi çekti mi? Nedenlerini birkaç cümle ile açıklar mısınız?

Öğrenciler günlüğün ilk sorusuna evet ya da hayır diye cevap verdikten sonra kısa cümlelerle verdikleri cevabın sebeplerini belirtmişlerdir. Öğrencilerin verdikleri cevaplara ait kodlama tablo 3.11'de ve bu cevapların frekans dağılımları da tablo 3.12'de sunulmuştur.

Tablo 3.11: Öğrenci günlükleri 1. soruya verilen cevaplar.

Evet	Hayır
✓ Eğlenceli (Eylem) ✓ Merak uyandırıcı (Eylem) ✓ Tüm duyularıma hitap etti (Nesne) ✓ Şaşırtıcı (Süreç) ✓ Düşündürücü (Süreç) ✓ Akılda kalıcı (Nesne) ✓ Anlaşılır (Eylem) ✓ Görsellik olması çok iyi (Nesne) ✓ Kendim yaptığım için hocanın ne dediğini anlamaya çalışmak gibi bir stres yoktu (Nesne)	- Aşırı zaman kaybı (1 derste 1 soru) - Uğraştırıcı - Sıkıcı - Karmaşık ve anlaşılması güç

Öğrencilerin verdikleri cevaplar genetik çözümleme ile karşılaştırılarak APOS teorik çerçevesine göre değerlendirilmiştir. Örneğin etkinlikler sırasında sunulan problemin çözümünde öğrencinin dışsal bir uyarana ihtiyaç duymadığının göstergesi olan "kendim yaptım" ifadesini yazan öğrencilerin nesne aşamasına ulaşmış oldukları söylenebilir.

Öğrenciler genellikle olumlu fikirler beyan etseler de olumsuz fikir bildiren öğrenciler de olmuştur. Gerekçe olarak etkinliklerin uğraştırıcı ve karmaşık olduğu şeklinde ifadeler kullanan öğrencilerin henüz eylem aşamasında oldukları ve bu sebeple fazlaca dışsal yönlendirmeye ihtiyaç duydukları söylenebilir. Etkinlikleri sıkıcı bulan öğrencilerin yeni süreç aşamasına geçtikleri ve tüm soruları aynı süreci kullanarak çözmeye çalıştıkları bu sebeple de "sıkıcı" ifadesini kullandıkları düşünülebilir.

Tablo 3.12: Öğrenci günlüğü 1. soruya verilen cevapların derslere göre frekans dağılımı.

	1. Ders	2. Ders	3. Ders	4. Ders	5. Ders	6. Ders	7. Ders	8. Ders	9. Ders	10. Ders	Toplam
Evet	17	13	15	16	15	17	18	15	14	16	156
Eğlenceli	14	10	13	11	15	10	14	15	12	15	129
Merak uyandırıcı	9			6	12	8	8	11	13	14	81
Tüm duyularıma hitap etti	3	1			6	2				12	24
Şaşırtıcı	7	8		5		2		6	10	12	50
Düşündürücü	9	11	7	10	8	14	7	13	12	14	105
Akılda kalıcı	17	11	12	14	13	10	9	15	13	11	125
Anlaşılır	17	13	10	12	13	11	12	15	14	10	127
Görsellik olması iyi	2				4			12			18
Stres yok	1										1
Hayır	3	4	4	1	3	3	1	1	4	4	28
Aşırı zaman kaybı	1	2	2		1		1		1		8
Uğraştırıcı	3	1		1	3	2				3	13
Sıkıcı		1	2			1	1	1	2	2	10
Karmaşık ve anlaşılması güç	1	2	1		1	1			2	4	12

Tablo 3.12 incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu soruya evet cevabını verdiği görülmektedir. Tablonun sonunda yer alan toplam sütununa bakıldığında ise evet cevabını veren öğrencilerin de çoğunluğunun dersi eğlenceli, akılda kalıcı, düşündürücü ve anlaşılır olarak tanımladığı görülmektedir. Bunun aksine hayır cevabı veren öğrencilerin ise derste yapılan etkinlikleri uğraştırıcı, karmaşık ve zaman alıcı olarak ifade ettikleri görülmektedir.

Soru 2: Bugünkü dersten edindiğiniz kazanımlar nelerdir? Kısaca açıklar mısınız?

Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplar Tablo 3.13'de verilen başlıklar altında toplanmaktadır. Ayrıca tabloda her bir başlığın yanında bu cevabın hangi aşamada verilmiş olabileceği de belirtilmiştir. Örneğin bir öğrencinin "matematiğin ne işe yaradığını sorgulamaktan vazgeçtim" diyebilmesi için öğrendiği kavramları günlük hayat problemleri ile koordine edebiliyor olması gerekir. Bu cevabı veren bir öğrencinin nesne aşamasına ulaştığı söylenebilir. Benzer şekilde problem çözmenin basamaklarını öğrendiğini belirten bir öğrencinin de süreç aşamasına ulaştığı söylenebilir.

Tablo 3.13: Öğrenci günlükleri 2. soruya verilen cevaplar.

Öğrencilerin Cevapları	Temalar
Matematiği sevdim	Eylem
Matematiğin ne işe yaradığını sorgulamaktan vazgeçtim	Nesne
Yaparak öğrendim	Nesne
Önceki konularda çok fazla eksiğim olduğunu anladım	Süreç (Kapsülden Çıkarma)
Problem çözmenin aşamalarını öğrendim	Süreç (İçselleştirme)
Bir problemi adım adım çözmeyi öğrendim	Nesne (Kapsülleme)
Hayal edebilmeyi ve zihinde canlandırmayı öğrendim	Nesne
Okuduğumu anlamayı öğrendim	Eylem
Fonksiyonların ne işe yaradığını öğrendim	Nesne
Matematiği yapabileceğimi düşünmeye başladım	Nesne
Öğrendiklerimi unutacağımı sanmıyorum	Nesne
Özgüven kazandım	Nesne
Ezberleyip geçtiğim şeylerin sebebini öğrendim	Nesne
Matematikte konuların birbiriyle ne kadar bağlı olduğunu öğrendim	Süreç (Kapsülden Çıkarma)

Tablo 3.13 incelendiğinde öğrencilerin bu soruya olumsuz bir cevap vermedikleri görülmektedir. 1. soruda etkinlikleri sıkıcı ve anlaşılması güç olarak ifade eden öğrenciler olmasına karşın bu soruda tüm öğrenciler yapılan uygulama sonrasında olumlu kazanımlar elde ettikleri fikrini paylaşmışlardır. Bu durum bir tezat gibi görülse de aslında kullanılan yöntemin etkililiğini desteklemektedir. Etkinlikleri sıkıcı ve anlaşılmaz bulan öğrencilerin dahi dersten tamamen kopmadıkları şeklinde yorumlanabilir.

Soru 3: Ders sırasında yapılan etkinlik ve tartışmalara etkin olarak katılabildiniz mi? Kısaca açıklar mısınız?

Öğrencilerin günlükte yer alan 3. Soruya verdikleri cevaplar belli başlıklar altında toplanarak tablo 3.14 de verilmiştir. Soruya "katıldım" cevabını veren öğrenciler herhangi bir gerekçe belirtmedikleri için tabloda bu kısım boş bırakılmıştır. Bu soruya verilen cevaplar aynı zamanda ACE öğretim yönteminin sınıf ortamında uygulanabilirliği hakkında bir fikir vereceği için önemlidir.

Tablo 3.14: Öğrenci günlükleri 3. soruya verilen cevaplar.

Katıldım	Katılamadım
--------	Çekindim Anlamadım Gerek duymadım Beden önce benim fikrimi söyleyen oldu

Tablo 3.14 incelendiğinde ACE öğretim döngüsünün kullanılabilirliğini olumsuz etkileyecek ve düzeltilmesi zor ya da imkânsız denilebilecek bir cevap olmadığı görülmektedir. Verilen cevaplara bakılarak etkinliklere katılamadığını beyan eden öğrencilerin tümünün bireysel sebepler sunduğu, kullanılan öğretim metodundan kaynaklanan bir olumsuzluktan bahseden öğrencinin olmadığı görülmektedir. Öğrencilerin verdikleri bu cevapların her ders için sayıca dağılımı tablo 3.15'de verilmiştir.

Tablo 3.15: Öğrenci günlüğü 3. soruya verilen cevapların derslere göre frekans dağılımı.

	1. Ders	2. Ders	3. Ders	4. Ders	5. Ders	6. Ders	7. Ders	8. Ders	9. Ders	10. Ders	Toplam
Katıldım	14	16	16	18	17	18	20	20	20	15	174
Katılamadım,	6	4	4	2	3	2				5	26
Çekindim	2	1									3
Anlamadım	3	1	1		1					4	10
Gerek duymadım		2			1						3
Benden önce benim fikrimi söyleyen oldu	1		3	2	1	2				1	10

Tablo 3.15 incelendiğinde etkinliklere katılım oranının çok yüksek olduğu görülmektedir. Etkinliklere katılımın en az ilk derste olduğu söylenebilir. 7,8 ve 9. derslerde tüm öğrenciler etkinliklere katılım sağlayabildiklerini söylemişlerdir. Öğrenciler etkinliklere katılım sağlayamamalarına gerekçe olarak etkinlikte kendilerine verilen problemi anlayamadıklarını ve kendisiyle aynı düşüncede olan bir arkadaşının kendisinden önce bu düşünceleri söylediği için tartışmaya katılamadıklarını belirtmişlerdir.

Soru 4: Dersin daha etkili olabilmesi için tavsiyeleriniz nelerdir?

Öğrenci günlüklerinin 4. maddesinde uygulanan öğretim yönteminin ve etkinliklerin daha etkili olabilmesi için öğrencilerin fikirleri sorulmuştur. Bu soru gelecekte yapılacak çalışmalara yol göstermesi açısından önemlidir. Öğrencilerin cevapları aşağıdaki 3 başlık altında toplanmıştır.

- Öğretmen daha etkin olmalı
- Daha kısa zaman da bitmeli
- Sınav için pratik yöntemler de söylenmeli

Öğrencilerin üniversite sınavına girecek olmaları ve bu sebeple kaygı seviyelerinin yüksek olmasının bu soruya verdikleri cevaplara yansıdığı söylenebilir. Listelenen 3 cevap da bu kaygıyla bağlantılıdır. Öğretmenin sınıf tartışmalarında daha etkin olması tavsiyesi problemlerin çözümüne daha çabuk ulaşacakları düşüncesinden kaynaklanmaktadır. Öğrencilerin genel olarak üniversite sınavına hazırlanmak için 4 yıllık tüm lise müfredatını 1 yılda tamamlamak durumunda kalmaları sebebiyle zaman kaygısı yaşadıkları söylenebilir. Araştırmanın konusu olmadığı için bu kaygı bu çalışmada derinlemesine araştırılmamıştır. Ancak çalışmanın katılımcılarının mezun öğrenciler olması, 4 yıl süresince lisede ve geçen yıl 12. sınıf öğrencisi olarak gittikleri kursta tüm konuları işlemiş olmalarına karşın hala böyle bir kaygı içinde olmaları öğrenmede kalıcılığın önemini bir kez daha gözler önüne sermektedir. APOS teorik çerçevesinde ve ACE öğretim döngüsü kullanılarak yapılan bu çalışmanın kalıcılık üzerine etkisi araştırılmış ve sonuçlar ilerleyen kısımda sunulmuştur.

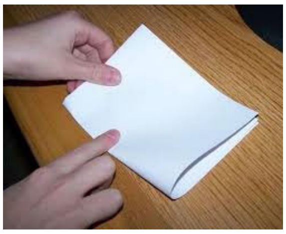
3.4 Gözlem Notları Analizi

Derslerde alınan ses kayıtları araştırmacı tarafından dinlenilerek yazılı doküman haline getirilmiştir. Daha sonra ses kayıtları tekrar dinlenilerek eş zamanlı olarak yazılı dokümanların kontrolü yapılmıştır. Öğrencilerin ifadelerinden direkt alıntılar yapılarak genetik çözümleme ile karşılaştırılmıştır. Öğrencilerin ifadelerinden alıntılar, bu ifadelerin genetik çözümleme ile karşılaştırıldığı tablolar her ders için ayrı ayrı aşağıda verilmiştir. Sınıf ortamının betimlemesinin daha anlaşılır olması için ses kayıtlarından yapılan doğrudan alıntılar ders planları ile birleştirilmiştir. Ayrıca her dersin gözlem notlarının sonunda araştırmacının kendi gözlem ve yorumları yer almaktadır.

3.4.1 Birinci Ders Gözlem Notları

Etkinlik:

Öğretmen tarafından öğrenciler ikili gruplara ayrılarak gruplara A4 kâğıdı verilir ve bunu şekil 3.1'de ki gibi ikiye katlayarak eş iki parçaya ayırmaları istenir.



Şekil 3.1: Kâğıt katlama.

Bu iki parçadan bir tanesini uzun kenarı diğerini de kısa kenarı boyunca kıvırarak iki farklı silindir elde etmeleri istenir ve sınıf tartışmalarına başlanır.

Sınıf Tartışmaları:

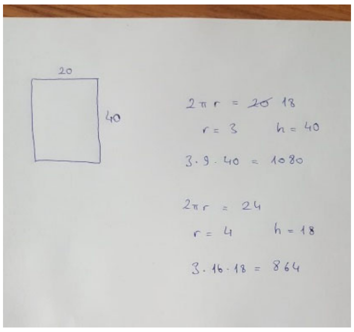
- Öğr: "Bu yapmış olduğunuz silindirlerin birer bardak olduğunu düşünelim. Anneniz çok sevdiğiniz bir içecekten bir bardak içmenize izin vermiş olsun. Hangi bardağı seçerdiniz? Fark eder mi? Neden?"

Öğrencilerin hepsi eşit olacağını söyleyerek fark etmez cevabını verdi.

- Ö1 fikir değiştirerek "hocam eşit olsa bu uygulamayı yaptırmazdınız bunun için bence bu iki bardak aynı olmaz" dedi
- Öğr: "Peki o zaman hangisiyle içmek isterdin?"
- Ö1 "Kısa olanı tercih ederim çünkü sayılar birbirine yaklaştıkça çarpımları büyür. Kısa olanın tabanı ile yüksekliği birbirine daha yakın"

Bu açıklamadan sonra 7 öğrenci daha fikir değiştirerek Ö1' i desteklediler.

- Ö10: "Birleşme noktasında üst üste gelecek olan kısım uzun olanda daha büyük olacağından çok az olsa da kısa olan daha fazla meyve suyu alır"
- Öğr: "Evet bunlar gerçekten çok güzel fikirler. Başka söylemek istediği olan var mı?"
- Ö20 yaptığı hesabı göstererek (Şekil 3.2) "hocam eşit çıkmıyor ama bana saçma geliyor. Aynı kâğıt sonuçta nasıl kıvırsak da uzayda eşit yer kaplaması gerekmez mi?"



Şekil 3.2: Ö20’nin yaptığı hesaplama.

- Öğr: “İşlemi doğru yapsaydın (Şekil 3.2) eşit çıkardı demiyorum ama sanırım hızlı yapmak istediğin için bir hata yapmışsın.” diyerek öğrenciyi uyardı”

Diğer öğrenciler bu açıklamaları kabul etmeyerek hacimlerin eşit olduğunu savundular.

- Ö20: “Hocam düzelttim ama yine farklı çıkıyor”

Etkinlik-2:

Öğretmen bir gruptaki öğrencileri yanına çağırarak bu iki silindirlerden herhangi birini seçmelerini ve seçtikleri silindiri masada bulunun kum ile tamamen doldurmalarını ister. Bu işlem sonrasında bu silindirde bulunan kumu yaptıkları diğer silindire dökmelerini ister.

Deney için gelen Ö1 ve Ö2 kısa olan silindiri doldurdu. Kumu diğer silindire aktardıklarında fazla geldiğini gördüler. Sınıfta uğultu yükseldi. Öğretmen öğrencilerin tartışmalarına bir süre izin verdikten sonra sınıfı susturdu.

Sınıf Tartışmaları:

- Öğr: “*Silindirin hacmi nasıl hesaplanır?”*
- Ö20: “*Taban çarpı yükseklik*”
- Ö1: “*Taban alanı çarpı yükseklik*”
- Öğr: “*Aynı büyüklükteki iki kâğıdı katlamamıza rağmen neden hacimler farklı oldu?”*
- Ö1: “*işte hocam tam benim dediğim gibi sayılar yaklaştıkça çarpımları büyüyor*”

Diğer öğrenciler bunu onayladı

- Ö20: “*Hocam anladım sanırım alan hesaplarken r nin karesini alıyoruz. Bundan dolayı eşitlik bozuluyor*”

Öğretmen öğrencilere aşağıdaki soruyu sorar ve tartışmayı sürdürür.

- Öğr: “Kâğıdın alanını değiştirmeden kenar uzunluklarını değiştirsek yapılacak silindirlerin hacmi için ne söyleyebilirsiniz?”
- Ö11 “*Yükseklik azaldıkça hacim artacak*”
- Ö1” *Hayır belli bir yere kadar artacak sonra azalacak*.”
- Öğr: “Kâğıdın alanı ve hacim arasındaki ilişkiyi bir fonksiyonla ifade edebilir miyiz?”
- Ö5 “*Hocam alan sabit demiştiniz fonksiyon yazamayız*”
- Ö8 “*Sabit fonksiyon olur ki o zaman hacmin de eşit çıkması gerekirdi*”
- Öğr: “*Haklısınız arkadaşlar ifadeyi düzeltip şöyle sorayım. Kâğıdın kenar uzunlukları ile hacim arasındaki ilişkiyi bir fonksiyonla ifade edebilir miyiz?”*
- Ö8: “*Bu sefer de 3 bilinmeyenli olur*”
- Ö20: “*Yazarız. Alanı biliyorsak kenar uzunluklarına a ve b deriz. 2 bilinmeyenli olarak yazarız*”
- Ö8: “*E birde r var. a, b ve r 3 oldu işte*”
- Ö20: “*r yi a ya da b li yazabiliriz”*

Diğer öğrenciler de Ö20 nin dediklerini onayladılar

- Öğr: “P*eki yarıçapı a dediğiniz kenar cinsinden yazabilirseniz. Alanı da bildiğinize göre b yi de a cinsinden yazamaz mısınız?”*
- Ö15 “*hocam bende onu söyleyecektim. b = Alan/a olur. Ama ben r yi nasıl yazacağımızı tam anlamadım. Yani bence yine 2 değişken var a ve r*”
- Ö20 “*Çemberin çevresinden yazarız onu. Yani o zaman bir değişkenli fonksiyon olarak yazabiliriz*”
- Öğr: “*Bir fonksiyonun alabileceği en büyük ya da en küçük değer bulunabilir mi?*”
- Ö13: *“Buluruz hocam. Tepe noktasının formülü vardı*”
- Ö5: “*Türevle max–min nokta bulunuyordu ama bu o mu?*”
- Ö2: “*Evet türevini alıp sıfıra eşitlersek buluruz*”
- Ö1: “*Hocam buna gerek yok ki bence. Sayılar yaklaştıkça çarpım büyüyordu. Kare yaparsak en büyük hacim olur*”
- Öğr: “*Neyi kare yapmaktan bahsediyorsun?”*
- Ö1: “*Kâğıdı*”
- Ö12: “*Hayır bence silindiri*”
- Öğr: “*Nasıl yani? Silindiri kare yapmak derken neyi söylemek istiyorsun*”
- Ö12: “*Silindirin alt kenarı ile yüksekliği eşit olmalı*”

- Ö1: *“A evet yani silindirin yüksekliği ile taban yarıçapı, pardon çapı eşit olmalı”*

Tablo 3.16: Betimsel analiz tablosu.

Öğretmenin/Öğrencinin Cevabı	Kullanılan Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama
Kısa olanı tercih ederim çünkü sayılar birbirine yaklaştıkça çarpımları büyür.	Kapsülden Çıkarma	Sürecin eksik/yanlış kapsüllenmesi
Aynı kâğıt sonuçta nasıl kıvırsak da uzayda eşit yer kaplaması gerekmez mi?		Sürecin eksik/yanlış kapsüllenmesi
İşte hocam tam benim dediğim gibi sayılar yaklaştıkça çarpımları büyüyor		Sürecin eksik/yanlış kapsüllenmesi
Kağıdın kenar uzunlukları ile hacim arasındaki ilişkiyi bir fonksiyonla ifade edebilir miyiz?		
3 bilinmeyenli olur	Kapsülden Çıkarma	Doğru Kapsülleme
Yazarız. Alanı biliyorsak kenar uzunluklarına a ve b deriz. 2 bilinmeyenli olarak yazarız		Doğru Kapsülleme
b = Alan/a olur. Ama ben r yi nasıl yazacağımızı tam anlamadım. Yani bence yine 2 değişken var a ve r		Doğru Kapsülleme
Çemberin çevresinden yazarız onu. Yani o zaman bir değişkenli fonksiyon olarak yazabiliriz		Doğru Kapsülleme
Bir fonksiyonun alabileceği en büyük ya da en küçük değer bulunabilir mi?		
Tepe noktasının formülü vardı.	Kapsülden Çıkarma	Sürecin eksik/yanlış kapsüllenmesi
Türevle max–min nokta bulunuyordu ama bu o mu?		Doğru Kapsülleme/ Yakın zamanda öğrenme
Evet türevini alıp sıfıra eşitlersek buluruz		Doğru Kapsülleme/ Yakın zamanda öğrenme

Tablo 3.16 (devam)

Öğretmenin/Öğrencinin Cevabı	Kullanılan Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama
Hocam buna gerek yok ki bence. Sayılar yaklaştıkça çarpım büyüyordu. Kare yaparsak en büyük hacim olur.	Kapsülden Çıkarma	Sürecin eksik/yanlış kapsüllenmesi
Silindirin alt kenarı ile yüksekliği eşit olmalı		Sürecin eksik/yanlış kapsüllenmesi
A evet yani silindirin yüksekliği ile taban yarıçapı, pardon çapı eşit olmalı		Sürecin eksik/yanlış kapsüllenmesi

Öğrencilerin eski öğrenilmiş bilgilerin etkisinde kaldığı görülmektedir. Bilgilerinin ezberlenerek hafızaya alınmış olması sebebiyle yorum yapmalarını zorlaştırdığı hatta yanlış yorumlara sebep olduğu söylenebilir. Örneğin "sayılar birbirine yaklaştıkça çarpımları büyür" şeklinde içselleştirilen bilgi doğru kapsüllenmediği için yeni bilgi ile koordinasyonu doğru bir biçimde sağlanamamıştır. Bunun sonucu olarak da öğrencilerin yanlış yorum yaptıkları gözlenmektedir. Öğrencilerin hayal gücü kullanmakta ve zihinden işlem yapmakta zorlandığı da göz önünde bulundurularak henüz eylem aşamasında oldukları söylenebilir.

3.4.2 İkinci Ders Gözlem Notları

Etkinlik:

Öğretmen elinde tuttuğu içecek kutusunu göstererek "Bu kutularının boyutlarını biliyor musunuz?" diye öğrencilere sorar.

- Ö3: "330 değil mi hocam"
- Öğr: "Boyutlarını soruyorum, yani taban yarıçapı ve yüksekliği"

Bazı öğrenciler tahmin etmeye çalıştı ancak bilen yoktu.

Şekil 3.3: Meyve suyu kutuları.

Sınıf Tartışmaları:

Öğretmen aşağıdaki soruları sorarak tartışma başlatır;

- Öğr: "Sizce bu boyutlar rastgele mi belirlenmiştir yoksa herhangi bir hesap yapılmış mıdır?"
- Ö6: "İçine konulacak miktara göre belirlenmiştir. Yani işte 1 lt, 500,300,200 falan. Ne kadar ürün koyacaklarsa ona göre küçülüyor kutu da"
- Öğr: "Tamam mesela 250 ml lik bir kutu yapmak istersek bu kutunun boyutlarını nasıl seçeriz"
- Ö6: "Ne fark eder ki"
- Öğr: "Yani rastgele mi seçilmiştir"
- Ö6: "Bence adamlar bizim kadar düşünmemiştir hocam ya" Sonuçta 250 işte ne fark eder"
- Ö1: "Hocam ben sizi anladım. İlk derste yaptığımız şeyi soruyorsunuz ama bu sefer hacim sabit. Şekil değiştirmez ki kısa ya da uzun olsun. Biz sonuçta 250 ml kola almış oluruz.
- Öğr:" O zaman sende rastgele belirlenmiştir diyorsun. Bana bu pek inandırıcı gelmedi. Biraz daha düşünelim. Hesaplama yapılırken neler göz önüne alınmış olabilir?"
- Ö1: "Yani hocam illa bir şey düşünmüştür onlar ama konumuzla alakası olduğunu sanmıyorum. Hacim zaten sabit neyi maksimum yapacaklar ki?"
- Öğr: "Biz bu konuda sadece maksimum olmayı mı sağlıyoruz?"
- Ö4: "Hocam maksimum ya da minimum ama bence de bu sorunun konumuzla alakası olamaz çünkü hacim sabit"
- Ö8: "Koliye tam sığması için olabilir"
- Ö18: "Ben de aynı şeyi söyleyecektim nakliyeyle ilgili olabilir. Kamyona tam sığsın diye olabilir"
- Ö11: "Elde tutulması kolay olsun diyedir hocam"
- Öğr: "Her yıl milyonlarca kutu meyve suyu üretip satan firmalar için maliyet oldukça önemli olmalı. Maliyette yapılabilecek çok küçük hatalar firmaların karını ciddi oranda etkiler. Bir meyve suyunun maliyeti sadece üretim maliyeti midir? Başka neler olabilir?"
- Ö9: "Elektrik, maaş falan var"
- Ö18: "Nakliyesi var hocam"

- Ö11: “Promosyon veriyorlar onlarda çok para, araba falan veriyorlar bazen”
- Öğr: “Ama bu saydıklarınızın kutunun boyutlarıyla alakası var mıdır”
- Ö18: “Nakliyenin var işte hocam. Bir kamyonla ne kadar çok taşınacağı önemli”
- Öğr: “Peki daha direkt kutunun boyutuyla alakalı bir maliyet yok mudur?”

Cevap veren olmayınca öğretmen tekrar sordu. “Teneke kutunun da bir maliyeti yok mudur?

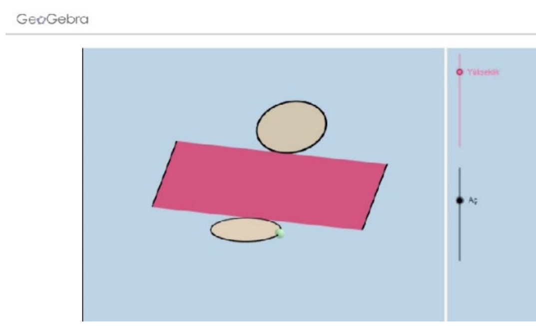
- Ö1: “Hocam vardır tabi ki ama boyutla ne alakası var ki. Kutu büyüdükçe maliyet artar ama biz kutunun boyutuna sabit dedik”
- Ö5: “Hayır hayır demedik. Aaa çok mantıklı aynı miktarı daha küçük kutuyla elde edersek maliyet düşer”

Etkinlik:

Öğretmen öğrencilere teneke kutunun maliyeti nasıl hesaplanır? Sorusunu yönelterek tartışma başlatır.

- Ö7: “Kullanılan metalin miktarıyla”
- Diğerleri de onayladı

Öğretmen GeoGebra kullanarak silindir kutunun açılışını görselleştirir ve tartışmaya devam edilir. (https://www.geogebra.org/m/dQpJcQve)



Şekil 3.4: GeoGebra yazılımı ile silindir açılımının ekran görüntüsü.

Öğretmen öğrencilere bir problem daha yöneltir;

Problem: Bir konserve firması sahibi olan Kemal Bey 750 ml hacimli konserve kutuları yaptırmak için ambalaj fabrikası sahibi olan Ahmet Bey’den fiyat ister ve aralarında şu konuşma geçer;

Kemal: Ahmet Bey merhaba. Ürettiğimiz konserveleri satışa sunmak için 750 ml lik kutulara ihtiyacımız var. Bize fiyat teklifinizi sunar mısınız?

Ahmet: Tabi ki. Peki, kutuların boyutu nasıl olsun istersiniz?

K: Boyutu derken? 750 ml olacak işte ne fark eder ki?

A: İstediğiniz boyuta göre kullanacağımız teneke miktarı değişeceği için maliyet ve fiyat da değişecektir.

K: Hiç böyle düşünmemiştim haklısınız. Ancak ben maliyeti en düşük olacak şekilde 10 bin adet istiyorum. Fakat bunu nasıl hesaplayacağımı bilmiyorum. Bu hesaplamayı siz yapar mısınız lütfen.

A: Maalesef bunu nasıl hesaplarım bende bilmiyorum.

Kemal Beyin sizin yakın bir dostunuz olduğunu düşünelim ve sizden yardım istiyor. 750 ml hacimli bir konserve kutusunu en düşük maliyetle üretebilmek için sizce boyutlarını nasıl seçmeliyiz? (π=3 alınız)

Öğrenciler bir süre kendi aralarında tartıştılar. Bu sırada bazı öğrenciler kâğıt kalem kullanarak denklem kurmaya çalıştılar.

Sınıf Tartışmaları:

- Ö6: "Hocam kullanılan teneke miktarı az olacak ama hacim maksimum olacak iki ayrı denklem mi kumamız gerek, anlayamadım ben"
- Ö7: "Yani evet alan küçük hacim büyük olacak"
- Ö10: "Hacim belli ama"
- Ö5: "Tamam işte ilk ders yaptığımız soruyla alakalı bu. Orda alan sabitti burada hacim"
- Ö7: "Yani yine denklem yazıp türevini almak lazım"
- Ö10: "Denklemi neye göre yazacağız onu bulamıyorum"
- Ö12: "Bu çok zor"
- Ö20: "Yine kenarlara a ve b dedim ama bu sefer 2 değişkenli oluyor"
- Ö14: "Olsun 2 değişkenli olarak türev alınır"
- Ö19:" Evet hatırlıyorum onu ben kapalı fonksiyondu galiba"
- Ö20: "Hocam siz de bişey söyleyin boşuna uğraşmayalım, doğru mu?
- Öğr: "Kapalı fonksiyon olarak türevlersek türev 2 değişkenli olacak ve 2 değişkenli bir denklem elde etmiş olacağız. Bu durum da tek çözüm olabilir mi?
- Ö20: "Çözemeyiz ki. Bir denklem daha gerekir."
- Ö6: "Benim dediğime geldiniz işte"

- Öğr: “Ama senin dediğinde hacmin sabit olduğunu söylemiştik yani onun maksimum ya da minimum değerini hesaplamayacağız. Dolayısıyla türevini sıfıra eşitlememiz doğru olur mu?
- Ö6: “Haklısınız hocam.”
- Ö14: “Buldum. Onun türevini de 750 ye eşitleriz”
- Öğr: “Türevini 750 ye eşitlemek bize ne verecek”
- Ö20: “Kendisini. Buldum alanın türevini 0’a hacmin kendisini 750 ye eşitlersek 2 denklemimiz olur.”
- Öğr: “Gerçekten çok güzel arkadaşlar. Peki 2 değişken yerine tek değişkenli bir fonksiyon elde edemez miyiz?

Öğrencilerden cevap gelmeyince öğretmen tekrar sordu. “2 bilinmeyenli denklem çözmek için kullandığımız iki yöntem var. Bu yöntemleri hatırlıyor musunuz?

- Ö3: “Alt alta yazıp götürtüyorduk”
- Öğr: “Evet buna yok etme metodu diyorduk. Diğer yöntem neydi?
- Ö5: “Mesela y yi bulup yerine yazıyorduk”
- Ö10: “Hocam ilk denklemden değişkenlerden birini çekebiliriz ve diğerinde yerine yazarız.”

Tablo 3.17: Betimsel analiz tablosu.

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
İlk derste yaptığımız şeyi soruyorsunuz ama bu sefer hacim sabit. Şekil değiştirmez ki kısa ya da uzun olsun. Biz sonuçta 250 ml kola almış oluruz.	Tersini Alma	Daha önce inşa edilen zihinsel nesnelerin dönüştürülmesi	
Aynı miktarı daha küçük kutuyla elde edersek maliyet düşer			Eylem
Tamam işte ilk ders yaptığımız soruyla alakalı bu. Orda alan sabitti burada hacim Yani yine denklem yazıp türevini almak lazım	İçselleştirme	Kapsülden çıkartılan nesneler yeni öğrenme ile koordine edilemiyor	

Tablo 3.17 (devam)

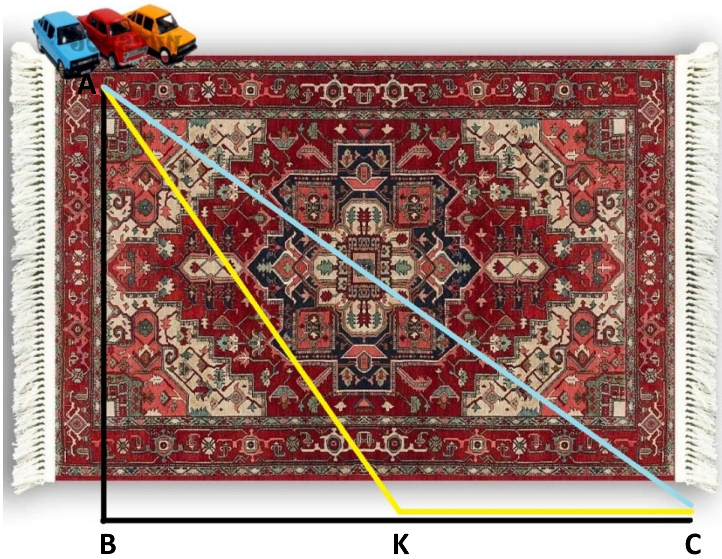
Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Yine kenarlara a ve b dedim ama bu sefer 2 değişkenli oluyor			
Olsun 2 değişkenli olarak türev alınır	Kapsülden Çıkarma	Dışsal ipuçlarına* ihtiyaç duyuyorlar	
Evet hatırlıyorum onu ben kapalı fonksiyondu galiba			
Kapalı fonksiyon olarak türevlersek türev 2 değişkenli olacak ve 2 değişkenli bir denklem elde etmiş olacağız. Bu durum da tek çözüm olabilir mi?	Dışsal İpucu	* Öğretmenin yol göstermesi	
Çözemeyiz ki. Bir denklem daha gerekir	Kapsülden Çıkarma	Hayal etme yapılamıyor	Eylem
Buldum alanın türevini 0'a hacmin kendisini 750 ye eşitlersek 2 denklemimiz olur.	Kapsülden Çıkarma		
Gerçekten çok güzel arkadaşlar. Peki 2 değişken yerine tek değişkenli bir fonksiyon elde edemez miyiz?	Dışsal İpucu		
Hocam ilk denklemden değişkenlerden birini çekebiliriz ve diğerinde yerine yazarız	Kapsülden Çıkarma		

Tabloya göre öğrencilerin daha tutarlı yorum yaptıkları söylenebilir. Öğrencilerin "fonksiyonu yaz ve türevini sıfıra eşitle" şeklinde bir içselleştirme yaptıkları görülmektedir. Bazı öğrenciler nesne aşamasında görülen "tersini alma" yapabilse de öğrencilerin dışsal ipuçlarına ihtiyaç duydukları ve henüz eylem aşamasında oldukları söylenebilir.

3.4.3 Üçüncü Ders Gözlem Notları

Etkinlik:

Öğretmen aşağıdaki fotoğrafı öğrencilere gösterir ve sorar. Uzaktan kumandalı oyuncak bir arabanın halı üzerindeki hızı ile parke üzerindeki hızı aynı mıdır?



Şekil 3.5: Halıda oyuncak araba yarışı görseli.

Tüm öğrenciler sürtünme fazla olduğu için halıda daha yavaş gideceğini söyledi. Öğretmen daha sonra aşağıdaki soruları sorarak tartışma başlatır.

- Öğr: "Fotoğraftaki 3 araba özdeş olsun diyelim. Üçünün de halı üzerindeki hızları V_1 ve parke üzerindeki hızları V_2 olsun. ($V_1 < V_2$) Bu araçlar şekilde gösterilen yolları (Siyah, Sarı ve Mavi) takip ederlerse ilk olarak hangisi C noktasına ulaşır."

Sınıf Tartışmaları:

Öğrenciler kendi aralarında tartışmaya başladılar. Öğretmen bir süre buna izin verdikten sonra sınıfı susturarak öğrencilere fikirlerini sordu. 11 öğrenci eşit sürede varırlar dedi, 5 öğrenci mavi önce varır, 2 öğrenci de sarı önce varır dediler.

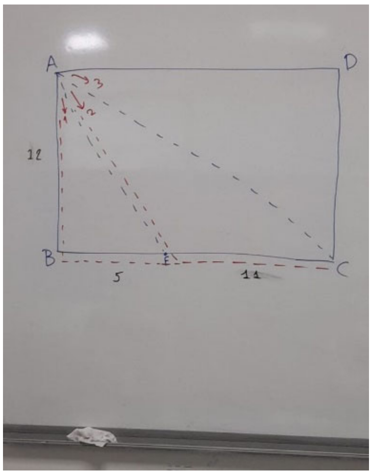
- Ö4: "Hayır ya mesela İstanbul'a giderken otobana girince daha çabuk gidiyoruz. Bence siyah ilk varır"
- Öğr: "En kısa yol mavi fakat araba bütün yol boyunca yavaş gidiyor. Siyah yolda ise aracın yavaş gittiği kısım en kısa fakat toplam yol uzun. Halının boyutları ve arabaların hızlarını bilirsek bu iki arabanın C noktasına ulaşma sürelerini hesaplayabilir miyiz?"

- Ö7: “Yol = Hız x Zaman formülüyle buluruz hocam” dedi ve tüm öğrenciler onayladı.
- Öğr: “Aynı bilgiler sarı yoldan giden arabanın C noktasına ulaşma süresini bulmamız için de yeterli olur mu? Başka hangi bilgi ya da bilgiler verilirse bu süreyi hesaplayabilirsiniz?”
- Ö7: “Buluruz hocam aynı şekilde” dedi fakat buna itiraz eden öğrenciler oldu ve tartışma başladı.

14 öğrenci bulamayız derken 6 öğrenci buluruz dedi

- Öğr: K noktasının nerede olduğunun süreye etkisi yok mudur” diye sordu
- Ö8: Hocam K nin nerde olduğu yolu değiştirecek ama hız da değişeceği için süre sabit kalır bence. Yani K nin nerde olduğu önemli değil.”
- Ö17: “E o zaman K noktasını C ye getiririz sarı maviye eşit olur. Yani hepsi eşit sürede varmış olur.”

Bunun üzerine yine hepsi aynı sürede varır fikri sınıfta hâkim olmaya başladı. Öğretmen tartışmaları sonlandırmak için tahtaya aşağıdaki şekli çizerek öğrencilerden 3 arabanın da hızları halıda 1 m/sn ve halı dışında 4 m/sn ise C ye varış sürelerini hesaplamalarını ister.



Şekil 3.6: Öğretmenin çizimi.

Öğrenciler yardımlaşarak hesapladı ve tüm arabaların farklı sürelerde vardığını gördüler. (1 nolu araba 16 sn, 2 nolu araba 15.75 sn ve 3 nolu araba 20 sn)

Bunun sonrası tüm öğrenciler K noktasının yerinin süreyi değiştireceği fikrini kabullendiler.

- Ö11: “Hocam anladım K nerde olursa en çabuk ulaşır diyeceksiniz.”

Etkinlik:

- Öğr: “KC yolunun uzunluğuna bağlı olarak sarı yoldan giden arabanın F ye ulaşma süresini ifade edecek bir fonksiyon yazılabilir mi?”

Öğretmen GeoGebra kullanarak K noktasının yerini değiştirerek öğrencilere sordu.

- Öğr: “K noktası nerede olduğunda arabanın C ye ulaşma süresi en kısa olur?”

Sınıf Tartışmaları:

- Ö8: “Yazılır hocam ona x dersek diğer tarafı da Pisagor’dan buluruz. Sonra türevini sıfıra eşitleriz.”

Tüm sınıf bunu onayladı. Bunun üzerine öğretmen;

- Öğr: “Peki bu yazmış olduğunuz denklem neyin denklemi?
- Ö8: “Hocam uzunluk işte”
- Ö3: “Yol denklemi hocam”
- Öğr: “Peki bunun türevini sıfıra eşitlemek bize istediğimiz şeyi verecek mi?”
- Ö3: “Neden vermesin hocam”
- Ö2: “Süreyi soruyor ama”
- Ö3: “Süreyi sormuyor x i soruyor”

Öğretmen tekrar sordu “Yazdığınız bu denklem ne denklemi”

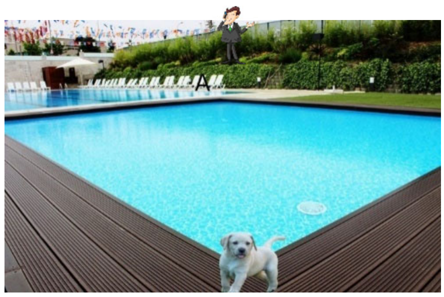
- Ö9: “Yol hocam yolun denklemi”
- Öğr: “Peki yol denkleminin türevini sıfıra eşitlersek neyin maksimum ya da minimum değerini buluruz”
- Ö5: “Tamam hocam işte yol en küçük olursa süre de en az olmaz mı?”

Sınıfın büyük çoğunluğu bu fikre katıldı

- Öğr: “Lütfen iyi düşünün arkadaşlar”
- Ö7: “Olur mu ya en kısa yol zaten çapraz giden yol o en geç gelendi. Yolun kısa olması değil sürenin kısa olması lazım”
- Ö11: “Çok doğru. O zaman süre denklemi yazmamız lazım ama onu nasıl yazarız?”
- Ö15: “t = Yol/hız fizik dersinden hatırlıyorum.”

Etkinlik:

Öğretmen öğrencilere aşağıdaki problemi sunarak çözüm üretmelerini ister.



Şekil 3.7: Havuz sorusuna ait görsel.

Fotoğraftaki köpek havuzun diğer köşesinde bulunun sahibinin yanına gitmek istiyor. Köpeğin yüzme hızı 1 m/dk ve koşma hızı 3 m/dk dır. Köpek bulunduğu köşeden havuza atlayıp havuzun karsı tarafındaki bir noktadan kenara çıkarak koşmaya başlıyor. Köpeğin en kısa sürede sahibine ulaşabilmesi için karşı tarafta havuzdan çıktığı noktanın köşeye uzaklığı kaç m olmalı?

Tartışma sonrası tüm öğrenciler bu sorunun çözümüyle ilgili yapılması gerekenleri söyledi fakat bazı öğrencilerin fonksiyonu yazmada, bazı öğrencilerin ise türev almada sorun yaşadığı gözlendi.

Tablo 3.18: Betimsel analiz tablosu.

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Yol = Hız x Zaman formülüyle buluruz	Kapsülden Çıkarma	Daha önce inşa edilen zihinsel nesnelerin dönüştürülmesi	
Hocam K nin nerde olduğu yolu değiştirecek ama hız da değişeceği için süre sabit kalır bence. Yani K nin nerde olduğu önemli değil	Kapsülden Çıkarma	Kapsülden çıkartılan nesneler yeni öğrenme ile yanlış koordine edilebiliyor	
Yazılır hocam ona x dersek diğer tarafı da Pisagor'dan buluruz.	Kapsülden Çıkarma	Dışsal ipuçlarına ihtiyaç duyuyorlar	Eylem
Sonra türevini sıfıra eşitleriz	İçselleştirme	Öğretmenin yol göstermesi	
Peki yol denkleminin türevini sıfıra eşitlersek neyin maksimum ya da minimum değerini buluruz?	Dışsal İpucu		

Tablo 3.18 (devam)

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Tamam hocam işte yol en küçük olursa süre de en az olmaz mı?	İçselleştirme	Hayalde canlandırma yapılamıyor	
Olur mu ya en kısa yol zaten çapraz giden yol o en geç gelendi. Yolun kısa olması değil sürenin kısa olması lazım			Eylem
O zaman süre denklemi yazmamız lazım ama onu nasıl yazarız?	İçselleştirme		
t = Yol/hız fizik dersinden hatırlıyorum	Kapsülden Çıkarma		

Öğrencilerin "fonksiyonu yaz–türevini sıfıra eşitle" şeklinde bir içselleştirme yaptıkları görülüyor. Fakat zihinlerinde oluşan içselleştirmenin basamakları tamamlanmadığı için hala dışsal ipuçlarına ihtiyaç duydukları ve bu sebeple de henüz eylem aşamasında oldukları söylenebilir.

3.4.4 Dördüncü Ders Gözlem Notları

Etkinlik:

Aşağıdaki şekilde görülen parabolik kapının üst noktasının yerden yüksekliği 6 metre, alt noktada genişliği 4 metredir.

Şekil 3.8: Tarihi kapı ve tır görselleri.

Uzunluğu 20 metre olan dikdörtgenler prizması seklindeki konteynerler yerden yüksekliği 1m olan tekerlekli platformlar üzerinde tırlarla taşınarak bu kapıdan geçirilecektir. Buna göre bu kapıdan geçebilecek boyutlarda bir konteynerin hacminin maksimum olması için yüksekliği kaç metre olmalı?

Öğretmen aşağıdaki soru ile tartışmayı başlatır;
Bu kapıdan geçebilecek bir konteynerin yüksekliği ve genişliği ile ilgili neler söyleyebiliriz?

Sınıf Tartışmaları:

- Ö1: "4 x 4 x 20 yani 320 olur"
- Öğr: "Neden peki?"
- Ö1: "Dikdörtgenin alanı kare olduğunda en büyük oluyor ve bu sefer bundan eminim. Dikdörtgenin alanı ne kadar büyük olursa hacim de o kadar büyük olur çünkü bulduğumuz değeri 20 ile çarpıyoruz sadece"

15 öğrenci bu fikri desteklerken 4 öğrenci çekimser kaldı.

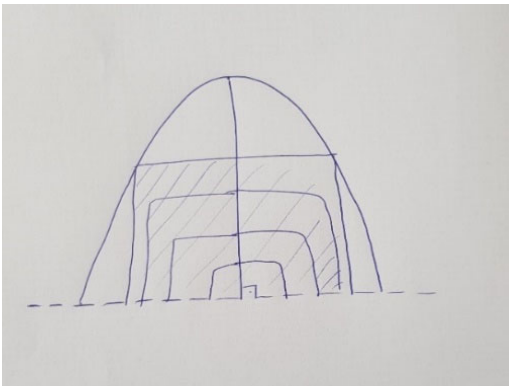
- Öğr: "Peki 4 x 4'lük bir konteyner o kapıdan geçebilir mi?"
- Ö1: "Neden geçmesin hocam. Yükseklik 6 metre. Boşluk bile kalır ama yanlardan sığmayacağı için daha büyütemiyoruz."

Sınıfta tartışma başladı ve öğretmen bir süre izin verdi.

- Ö5: "Hocam geçmez. Taban genişliği 4 metre diyor ve yukarıya doğru daralıyor kapı"

Bu görüşü Ö1 dahil tüm öğrenciler kabul etti.

- Ö5: "Köşeleri kapıya teğet olacak"
- Ö16: "Çember olsa kolaydı ama bu parabol diyor. Bunu hesaplamak zor olacak."
- Ö7: "Tepe noktasından aşağı çizgi çizip ona göre ortalasak"
- Ö9: "Olabilir. Önce küçük bir kare çizeriz. Sonra onu köşeleri kapıya gelecek şekilde büyütürüz (Şekil 3.9).



Şekil 3.9: Ö9 un çizimi.

- Öğr: "Kare olması konusunda emin miyiz peki?

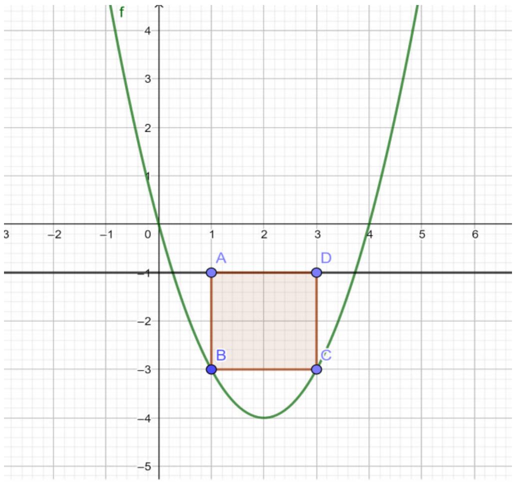
Öğrencilerin tamamı bu soruya evet dedi

- Öğr: "Bu soruyu analitik düzlemde modelleyebilir miyiz? Nasıl?"
- Ö3: "Hocam parabolü bilmiyoruz ama. Denklemini verirseniz olur"
- Öğr: "Peki denklemi kendimiz yazamaz mıyız?"
- Ö3: "Eğer köklerini verirseniz yazarız. Bu şekilde yazamayız"
- Öğr: "Matematik öğretmenisiniz ve bu soruyu yazılı sorusu olarak kullanmak istiyorsunuz. Aynı soruyu analitik düzlem ve parabol kullanarak nasıl sorabilirsiniz?"
- Ö9: "Vardı öyle sorular hocam. Hatırlıyorum çemberin içine dikdörtgen, ya da parabolün içine dikdörtgen falan çiziyorduk"
- Ö3: "Parabolün denklemini verip işte x kare artı bir şey parabolünün içine çizilebilecek en büyük dikdörtgen diye sorabiliriz."
- Öğr: "Kapının şeklini analitik düzlemde ifade eden parabolün denklemini yazabilir miyiz?"
- Ö3: "Verilenler yetersiz, yazılamaz"
- Öğretmen: "Peki parabolün şekli bozulmadığı sürece hangi noktayı tepe noktası aldığımız önemli olur mu?" Mesela x eksenini yer düzlemi olarak kabul etsek soruyu 2 boyutlu olarak modelleyebilir miyiz?
- Ö5:" Hocam o zaman tepe noktasını da y eksenine koyarız 6 noktasına, x ekseninde de 4 yani 2 ile -2 noktasına gelecek şekilde çizeriz."
- Ö3:" Şimdi denklemi de yazarız artık"

Etkinlik:

Öğretmen öğrencilere aşağıdaki problemi sunarak çözüm üretmelerini ister.

Şekildeki dikdörtgenin alanı en çok kaç br^2 olabilir?



Şekil 3.10: GeoGebra ekran görüntüsü.

Sınıf Tartışmaları:

- Ö1: “Hocam şekle bakarak direkt 4 diyebilir miyiz”
- Öğr: “Hayır. Şekil temsili olarak çizilmiş yani şekilde gözüken dikdörtgen çizilebilecek dikdörtgenlerden sadece bir tanesi. Ama en büyük alanlı olduğunu söyleyemeyiz.”
- Ö5: “Peki hocam kare mi olacak illa ki. Şekildeki kare çünkü”
- Öğr: “Hayır. Kare olmak zorunda değil.”
- Ö1: “Ama en büyük olması için kare olacak sonuçta”
- Öğr: “Peki bir anlığına bu bilgiyi unutalım. Yani kare olması gerektiği bilgisini lütfen aklınızdan çıkartın. Bu soruyu nasıl çözeriz”
- Ö7: “Fonksiyonu yazarız ve türevini alırız ama 1 dakika, sanırım direk fonksiyonun türevini almayacağız”
- Öğr: “Fonksiyon derken parabolü mü kastediyorsun?”
- Ö7: “Evet hocam yani türevi sıfıra eşitleyeceğiz ama neyin türevini?
- Öğr: “Neyin maksimum ya da minimum olmasını istiyoruz?”
- Ö7: “Alanın ama onu nasıl yazarız?”

- Ö20: “Hocam tepe noktası 2. A noktası 2 – a desek D noktası 2 + a olur. Parabolde bunları yazıp eşitlesek a’yı buluruz.”
- Öğretmen bir süre öğrencilerin işlem yapmasına izin verdi
- Ö20: “Çok saçma bir şey çıkıyor ama a’lar gidiyor. O zaman a = 0 mı deriz ama o da olmaz ki”
- Öğr: “Bizim öncelikli amacımız a’nın değerini bulmak mı?”
- Ö20: “Evet hocam a’yı bulursak soru çözülür”
- Öğr: “Peki a değeri bize neyi sağlamalı?”
- Ö12: “Alanı maksimum yapmalı”
- Öğr: “Arkadaşlar. Burada şunun altını çizmek istiyorum. Bizim öncelikli amacımız a’nın değeri değil alanın maksimum olması. Bunu yapabilecek olan a değerini arıyoruz. Peki dikdörtgenin alanı nasıl hesaplanır. Bunu düşünerek dikdörtgenin alanını veren fonksiyonu nasıl yazarız?”
- Ö18: “Hocam buldum ben. 2 – a yazdım parabolde oradan B noktasını buldum. Sonra çarptım ikisini”
- Ö13: “Evet doğru ama 1 çıkartman lazım.”
- Ö18:” Doğru. Bir de hocam ben 2 – a ile çarptım ama 2.a ile çarpmam lazım şimdi fark ettim. Sonuçta kenar uzunluğunu almam lazımdı.”
- Ö12: “Kare olacaksa o ikisini birbirine eşitleyerek de buluruz”
- Ö18: “Kare çıkmıyor ama hocam”
- Öğr: “O bilgiyi yeniden gözden geçirmenizi tavsiye ederim”

Tablo 3.19: Betimsel Analiz Tablosu.

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Dikdörtgenin alanı kare olduğunda en büyük oluyor ve bu sefer bundan eminim. Dikdörtgenin alanı ne kadar büyük olursa hacim de o kadar büyük olur çünkü bulduğumuz değeri 20 ile çarpıyoruz	Kapsülden Çıkarma	Eksik/Yanlış Hatırlama	Eylem

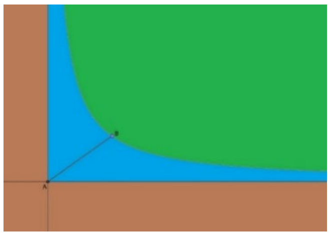
Tablo 3.19 (devam)

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Önce küçük bir kare çizeriz. Sonra onu köşeleri kapıya gelecek şekilde büyütürüz.	Kapsülden Çıkarma	Eksik/Yanlış Hatırlama	
Kare olması konusunda emin miyiz peki?			
Tüm öğrenciler "evet" dedi		Eksik/Yanlış Hatırlama	
Hocam parabolü bilmiyoruz ama. Denklemini verirseniz olur Eğer köklerini verirseniz denklemi yazarız. Bu şekilde yazamayız Parabolün denklemini verip işte x2 + bir şey parabolünün içine çizilebilecek en büyük dikdörtgen diye sorabiliriz Verilenler yetersiz, yazılamaz	Kapsülden Çıkarma	Dışsal ipucuna ihtiyaç duyma	
Peki parabolün şekli bozulmadığı sürece hangi noktayı tepe noktası aldığımız önemli olur mu? Mesela x eksenini yer düzlemi olarak kabul etsek soruyu 2 boyutlu olarak modelleyebilir miyiz?	Dışsal İpucu		Eylem
Hocam o zaman tepe noktasını da y eksenine koyarız 6 noktasına, x ekseninde de 4 yani 2 ile -2 noktasına gelecek şekilde çizeriz Şimdi denklemi de yazarız artık	Kapsülden Çıkarma	Dışsal ipucuna ihtiyaç duyma	
Ama en büyük olması için kare olacak sonuçta		Eksik/Yanlış Hatırlama	
Fonksiyonu yazarız ve türevini alırız Evet hocam yani türevi sıfıra eşitleyeceğiz ama neyin türevini?	İçselleştirme	Eksik İçselleştirme	
A noktası 2 – a desek D noktası 2 + a olur. Parabolde bunları yazıp eşitlesek a'yı buluruz	Kapsülden Çıkarma	Eksik/Yanlış Hatırlama	

Öğrencilerin daha önce oluşturdukları nesneleri kapsülden çıkartarak (de–encapsulation) elde edildikleri süreçlere dönüştürüyorlar. Fakat daha önce elde edilen bu süreçler eksik/yanlış kapsüllendiği ya da unutulduğu için önceki süreçlerin yeni öğrenilen bilgi ile koordinasyonu doğru şekilde gerçekleştiremiyorlar. Ezberlenmiş bilgilerin (alanın en büyük olması için kare olmalı) tam öğrenilmemiş olması öğrencinin karşılaştığı yeni durumda yanlış yönlenmesine ve problemin çözümüyle ilgili doğru yöntem geliştirememesine sebep oluyor. Öğrencilerin "Fonksiyonu yaz–Türevini al–Sıfıra eşitle" şeklinde bir içselleştirmeye sahip olmalarına rağmen hala dışsal ipuçlarına ve benzer örneklere ihtiyaç duymaları sebebiyle süreç aşamasına geçemedikleri ve genel olarak eylem aşamasında kaldıkları söylenebilir.

3.4.5 Beşinci Ders Gözlem Notları

Etkinlik:



Şekil 3.11: Köprü sorusu için görsel.

Yukarıdaki şekilde iki bölgeyi bağlamak için A noktasından başlayan bir köprü yapılacaktır. Bu sebeple açılan bir ihale ile şirketlerden fiyat teklifleri alınmış ve en düşük teklifi veren firmaya köprüyü yapma işi verilecektir. Öğretmen aşağıdaki soruları sorarak tartışma başlatır.

Sınıf Tartışmaları:

- Öğr: "İhaleye katılan MATYOL firması en düşük teklifi vererek ihaleyi kazanmıştır. Sizce fiyatı diğer firmalardan daha düşük verebilmek için hangi faktörlere dikkat edilmiştir?"

Öğrencilerden;

Malzeme kalitesi ve miktarı, işçi sayısı, firmanın büyüklüğü, köprünün modeli, geçecek araç sayısı gibi cevaplar gelmiş fakat bunlar konuyla ilgili olmadıkları için öğretmen herhangi biri üzerinde tartışma başlatmamıştır.

- Öğr:" B noktasının yeri fiyatı etkiler mi? Neden?"

- Ö19: “Etkiler hocam köprünün uzunluğu değişir ama bütün firmalar aynı uzunlukta yapacağı için onu söylemedim ben”

Öğrencilerin hepsi bu fikri destekledi.

- Öğr: “Peki köprünün A noktasını sabit fakat B noktasının yerini de köprüyü yapacak olan firmanın belirlemesine izin verilirse Matyol firması maliyeti düşürmek için ne yapmalı?
- Ö12: “AB arasını en kısa olacak şekilde belirlemeli”

Yine tüm öğrenciler bu fikri desteklediler.

Etkinlik:

A noktası orijin olarak kabul edildiğinde yeşil bölgenin sınırı y=9/x fonksiyonu ile modellenebiliyor olsun. Şekli GeoGebra yazılımı yardımıyla modelleyelim ve B noktasını istediğiniz bir nokta olarak seçin. Daha sonra iki nokta arasına köprünüzü çizin. Köprünün 1 birim uzunluğunun maliyeti 100bin TL ve bir ayağın maliyeti ise 200bin TL dir. Her 2 br uzunluk için köprüye bir ayak eklemek gerekmektedir. Buna göre yaptığınız köprünün maliyetini hesaplayınız. (Köprünün uzunluğunu GeoGebra yazılımı üzerinden hesaplanmasına ve köklü ifadeler için hesap makinesi kullanımına izin verilir)

Öğretmen öğrencilere GeoGebra yazılımını nasıl kullanacaklarını projeksiyon ile göstermiştir. Bu çalışma planlanan süreden daha uzun sürmüştür

Sınıf Tartışmaları:

- Öğr: “B noktasının seçimi köprünün uzunluğunu ve dolayısıyla kullanılacak malzemenin miktarını belirleyeceği için oldukça önemlidir?”
- Ö3: “Evet hem kullanılan malzeme hem de ayak sayısı değişiyor”
- Öğr: “Koordinat sisteminde yapılan modellemeye göre B noktası A noktasına en yakın olacak şekilde seçilirse koordinatlarını bulabilir miyiz? Bunu nasıl hesaplarız?”
- Ö8: “ A noktası orijinse B nin koordinatlarına da (a,b) dersek orjine olan uzaklığı formülle bulabiliriz.”
- Ö13: “Psagorla da buluruz bence A noktası orijin nasılsa $\sqrt{a^2+b^2}$ olur”
- Ö1: “Türev al sıfıra eşitle işte”
- Ö4:” Hocam b yerine de 9/a yazarız”

- Öğr:” Neden bunu yaptık peki”
- Ö6:” Tek değişken olsun diye”

Tüm öğrenciler bu cevaplara katıldılar.

- Öğr: “En kısa mesafeyi hesaplayarak yapılacak olan köprünün maliyetini bulunuz. Kendi yaptığınız köprü ile arada kaç TL fiyat farkı oluştu?”

Öğrencilerin hepsi sorunun çözümünü doğru olarak yaptı.

Etkinlik:

Öğretmen öğrencilere başka bir problem sunar;

Problem:

$y = \sqrt{x}$ eğrisinin üzerinde (2,0) noktasına en yakın olan noktanın koordinatlarını bulun.

- Ö20: “Aynı şekilde çözeriz soruyu. İki nokta arasındaki uzaklık formülünden buluruz, türevini sıfıra eşitlersek çıkar”

Tüm öğrencilerin soruyu doğru olarak çözdüğü gözlendi.

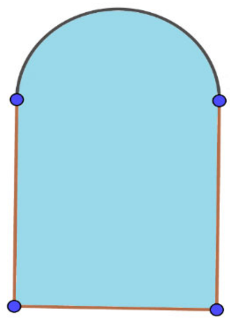
Tablo 3.20: Betimsel Analiz Tablosu.

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
AB arasını en kısa olacak şekilde belirlemeli	İçselleştirme	Hayal Kurma	
A noktası orijinse B nin koordinatlarına da (a,b) dersek orjine olan uzaklığı formülle bulabiliriz	Kapsülden Çıkarma	Koordinasyon	
Psagorla da buluruz bence A noktası orijin nasılsa	Kapsülden Çıkarma	Koordinasyon	
Türev al sıfıra eşitle işte			Süreç
b yerine de 9/a yazarız	İçselleştirme	Zihinden İşlem	
Tek değişken olsun diye			
Aynı şekilde çözeriz soruyu. İki nokta arasındaki uzaklık formülünden buluruz, türevini sıfıra eşitlersek çıkar	İçselleştirme	Zihinden İşlem	

Öğrencilerin tamamının “Fonksiyonu yaz, değişkenleri birbiri türünden yaz, türev al, sıfıra eşitle” içselleştirmesini yaptığı görülmektedir. Bu sebeple artık süreç aşamasına geçmiş oldukları söylenebilir.

3.4.6 Altıncı Ders Gözlem Notları

Etkinlik:



Şekil 3.12: Pencere görseli.

Bir mimar yapacağı kütüphanenin pencerelerini yukarıdaki şekilde olduğu gibi alt kısmı dikdörtgen ve üst kısmı yarım çemberden oluşacak bir biçimde yapmaya karar vermiştir. Pencerenin tüm çevresini şerit LED lambalarla çevirip süsleme yapmak istemektedir. Bu iş için daha önceden aldığı şerit lambaları kullanacaktır ve bu şeritlerin uzunluğu standart olarak 2 metre uzunluğundadır. Bu sebeple mimar kütüphanenin planlarını çizerken pencerenin çevre uzunluğunu 2 metre olacak şekilde ayarlamıştır. Daha sonra öğretmen tartışma başlatır.

Sınıf Tartışmaları:

- Öğr: “Pencere niçin yapılır?”

Öğrenciler;

“Işık için, havalandırma için, dışarıyı görmek için, içerisi daha ferah olsun diye” cevaplarını verdiler.

- Öğr: “Sizce pencerenin boyutlarını mimar rastgelemi belirlemiştir? Nelere dikkat etmiş olabilir?”
- Ö6:” Çevresinin 2 metre olmasına dikkat etmiştir.”
- Öğr:” Tamam bu doğru ama çevre 2 metre olacak şekilde yapılacak olan çerçeve tek şekilde mi olabilir?
- Ö6:” Hocam şekil tahtadaki gibi olmayacak mı? Değiştirebiliyor muyuz?
- Öğr:” Hayır söylemek istediğim o değil. Pencerenin boyutları yani dikdörtgenin eni ve boyu değiştirilemez mi?
- Ö3:” Değiştirilir hocam.”

- Öğr:” Peki mimar çevresi 2 metre olacak bu pencerenin boyutlarını belirlerken neye dikkat etmiştir sizce? Pencerenin neden yapıldığını da düşünürsek”
- Ö17: “Alanı büyük olsun demiştir. Daha çok ışık girer”
- Ö12:” Benzerini konuşmuştuk daha önce. Sadece alt taraf olsa kare olmalı ama bunun üst kısmı da var onun için farklı çözeceğiz bence”

Etkinlik:

Cetvel ve pergel kullanarak çevresi 2 metre olacak şekilde yukarıdaki gibi bir pencere çizin ($\pi = 3$ alın). Makas kullanarak çizdiğiniz pencereyi kesin. Yaptığınız pencerenin toplam alanını hesaplayın ve içine yazın. Yapılan çizimlerden hangisinde pencerenin alanı en büyük? Peki alanı daha büyük olacak şekilde bir pencere çizilebilir mi?

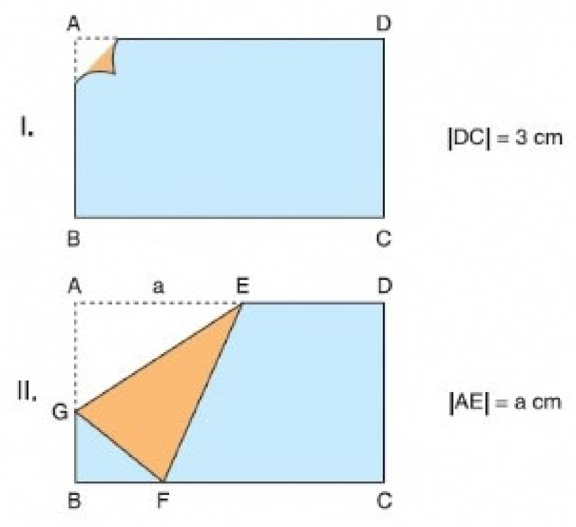
Etkinlik sırasında öğrenciler çizimlerini çevresi 2 br olacak şekilde ayarlamakta oldukça zorlandı. Bunun üzerine öğretmen tahtaya yaptığı bir çizimle onlara yol gösterdi

Sınıf Tartışmaları:

- Öğr: “Pencerenin alanı önemli midir? Gün ışığından daha fazla yararlanmak için ne yapılmalı?”
- Ö11: “Evet hocam arkadaşın söylediği gibi alan büyüdükçe daha fazla ışık girer içeriye ve daha aydınlık olur.”
- Öğr: “Peki o zaman alanın en büyük olması için uzunluklar nasıl seçilmeli. Herkes bir pencere çizdi ve en büyük alan Ö4 arkadaşınızın yaptığı çizimdi. Daha büyük bir alan olabilir mi?
- Ö11: “Hocam çevre 2 metre olduğu için dikdörtgenin ve dairenin alanlarının toplamını yazıp türevini alırız”
- Ö3: “Yaptım ben ama olmuyor. 3 harf var. Birbirine benzetemedim”
- Ö7: “Yarıçap r, o zaman dikdörtgenin bir kenarı 2r olur. Diğer kenara da 2-2r deriz.”
- Ö7: “Olmadı”
- Ö4:” Oldu aslında çemberin çevresi 3r, alt kenar 2r toplam 5r. 2-5r kalıyor o zaman bir kenar $\frac{2-5r}{2}$ olur. Alanını yazıp türevini sıfıra eşitleriz”

Etkinlik:

Öğretmen öğrencilere aşağıdaki problemi sunarak çözüm üretmelerini ister.



Şekil 3.13: Dikdörtgen katlama görseli.

Dikdörtgen şeklindeki bir kâğıdın A köşesi şekil II deki gibi BC kenarı üzerindeki bir F noktasına gelecek şekilde katlanıyor. GBF üçgeninin alanının en büyük olması için a kaç olmalıdır?

Sınıf Tartışmaları:

- Ö2:" O üçgenin alanını yazmamız gerek ama a ile bağlantısını kuramadım"
- Ö11:" Evet hocam EF de a'ya eşit ama başka bir şey yazamadım bende"
- Ö5:" AG ye x desek GB de 3-x olur. Ama a ile bende bağ kuramıyorum"
- Öğr:" Peki illaki a ile GBF üçgeninin arasında bir bağıntı olması şart mı?"
- Ö8:" Alanı yazıp türevini sıfıra eşitleyeceğiz, a'yı bulabilmemiz için denklemin a'lı olması gerekir"
- Öğr:" Bu kadar kuralcı düşünmesek, belki önce başka bir uzunluğun değerini hesaplayıp sonra a'nın değerini bulmamız gerekiyordur"
- Ö8:" Tamam da hocam AG ye x desek ve x i bulsak. a ile x arasında bir denklem olmazsa a'yı sonradan da bulamayız ki"
- Öğr:" Aralarında bir bağıntı mutlaka vardır. Ama bu bağıntıyı bulmak bazen zor olabilir. Biz problem çözerken hayal gücümüzden yararlanıp zihinden işlem yapabiliriz. Fakat tabi ki daha karmaşık durumlarda mutlaka görsel nesnelerden yararlanmalıyız. Daha önce de söylediğim gibi bu bazen bir materyal, bazen bir

şekil ama bazen de yazdığınız bir denklem olur. Zihinden x ile a arasında bir bağıntıyı bulamayabilirsiniz. Ama x'i hesapladığınızda bu bağıntıyı görmeniz daha kolay olacaktır"

- Ö5:" Hocam AG ye x dedim. GF de x olur. GB 3 – x olur. Psagordan BF yi buldum. Üçgenin alanını yazdım x li olarak."
- Ö8:" Süper. Türevini alsana"
- Ö5:"x = 2 buldum."
- Öğrencilerin hepsi işlemleri kontrol edip x=2 değerini onayladılar. Bir süre sessizlik oldu.
- Ö15: "Buldum. 1 ve 2 uzunluklar 30-60-90 üçgeni geliyor hocam. a = $2\sqrt{3}$ oluyor"
- Birbirleri ile yardımlaşarak tüm öğrenciler çözümü doğruladı.
- Ö17:" Hocam her zaman 30-60-90 üçgeni mi gelir bu, yani onu nasıl anlayacağız ki biz. Bu soru sınavda çıksa nerden bileceğiz ki öyle geleceğini?"

Öğrencilerin hepsi sorulan bu soruyu onayladı.

- Öğr:" Evet bu soruda 30-60-90 üçgeninin gelmesi çözümü bizim için kolaylaştırdı. Çünkü biz bu üçgenin kenarlar uzunlukları arasındaki bağıntıyı ezbere biliyoruz. Peki dediğiniz gibi 30-60-90 üçgeni olmasaydı x ile a arasında nasıl bir bağıntı kurabilirdik? Sorduğun soru bu sanırım ve ben cevap vermeden önce biraz sizin düşünmenizi istiyorum. Acaba trigonometrik fonksiyonlar bize bu konuda yardımcı olabilir mi?"

Öğrenciler bir süre kendi aralarında tartıştılar. Öğretmen buna izin vererek onları dinledi. Öğretmen öğrencilere ipuçları verdi.

- Ö6: "Bulduk hocam. Şu iki açı eşit (AGE ve EGF açılarını göstererek) Bunlara α dersek burası (BGF açısını göstererek) 180 – 2α olur. Yarım açı formülü kullanıp sinα'yı buluruz. Oradan da a'yı buluruz."

Tablo 3.21: Betimsel Analiz Tablosu.

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Çevre 2 metre olduğu için dikdörtgenin ve dairenin alanlarının toplamını yazıp türevini alırız.	İçselleştirme	Zihinden işlem/ Hayal gücü	Süreç
Yaptım ben ama olmuyor. 3 harf var. Birbirine benzetemedim	İçselleştirme		

Tablo 3.21 (devam)

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Çemberin çevresi 3r, alt kenar 2r toplam 5r. 2-5r kalıyor o zaman bir kenar (2 – 5r) /2 olur. Alanını yazıp türevini sıfıra eşitleriz	İçselleştirme		Süreç
Alanı yazıp türevini sıfıra eşitleyeceğiz, a'yı bulabilmemiz için denklemin a'lı olması gerekir	İçselleştirme		

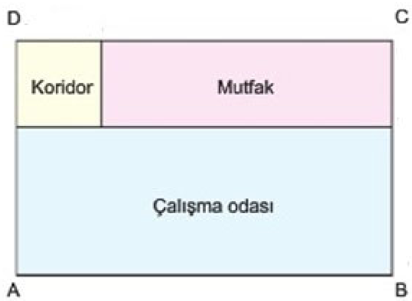
Öğrencilerin hepsinin maksimum minimum problemlerinin çözümüyle ilgili bir içselleştirmeye sahip olduğu görülüyor. Öğrenciler problemi çözmek için sürekli tekrar yöntemi ile oluşturdukları bu içselleştirme olan "Maksimum ya da minimum olması istenen ifadeyi fonksiyonlaştır, tek değişkenli yap, türevini sıfıra eşitle ve x i bul" şeklinde bir sürece sahipler. Fakat öğrenciler problemin çözümüne ulaşmak için yapmaları gereken işlemlere düşünerek karar vermekten çok zihinlerinde oluşturdukları bu sürecin adımlarını uyguluyorlar.

3.4.7 Yedinci Ders Gözlem Notları

Etkinlik:

Bir mimarın yanında çalışan Ahmet çevre uzunluğu 64m olacak şekilde dikdörtgen şeklinde bir ofisin planını çizmiştir. Plan koridor, mutfak ve çalışma odasından oluşacaktır. Bu planı çizerken şu şartlara uygun olması gerekmektedir;

- Koridor kare şeklinde olacak.
- Çalışma odasının alanı tüm alanın 2/3 ü kadar olacak.
- Mutfağa ayrılan alan 50 m^2 den az olmayacak.



Şekil 3.14: Ofis planı görseli.

Daha sonra öğretmen aşağıdaki soruları sorarak tartışma başlatır;

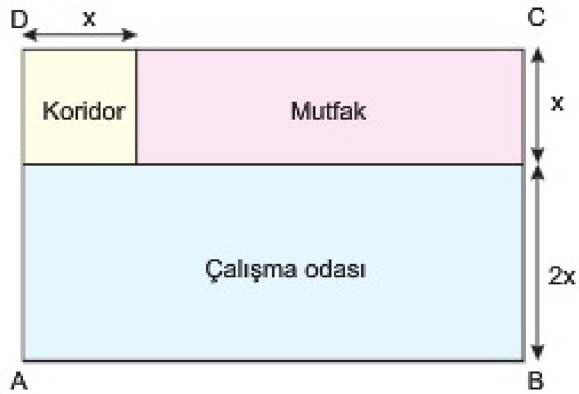
- Öğr: "Bu şartlara uygun tek plan mı çizilebilir?
- Ö17: "Hayır çevre sabit ama alanı değiştirebiliriz."
- Öğr: "Ahmet planı çizerken nelere dikkat etmeli?"
- Ö4: "Dikkat edeceği bir şey yok bence, dikdörtgeni çizecek sonra o şartlara göre odaları belirleyecek"

Öğrencilerden bu şartlara uygun olacak şekilde bir ofis planı çizmeleri istenir. Öğretmen tüm öğrencilerden çizdiği planda bölümlerin alanını hesaplayıp içine yazmasını ister.

Sınıf Tartışmaları:

- Öğr: "Farklı farklı alanların oluştuğunu gördünüz. Peki, mutfak kısmının alanını en büyük kaç m^2 yapabiliriz? Bunu nasıl hesaplarız?"
- Ö11: "Mutfağın alanını yazarsak denklem olarak, maksimum yaparız türevle"
- Ö15: "Mutfağın uzunluklarına x ve y dersek sonra çevreden de y'yi x'li şekilde yazarız"

Tüm öğrenciler onayladılar.

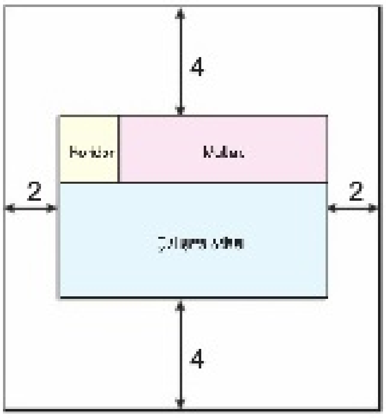


Şekil 3.15: Ofis planı.

- Öğr: "Mutfak alanı en büyük olduğunda ofisin toplam alanı kaç m^2 olur?"
- Ö9: "Mutfağın türevini sıfıra eşitleyip x'i bulunca zaten tüm alan da bulunmuş olur"

Etkinlik:

Ahmet çizdiği başka bir planı bir kartona yapıştırılacaktır (Şekil 3.16). Çizdiği planın alanı $50cm^2$ dir. Kartonda üst ve alt kısımlardan 4cm, yanlardan 2cm boşluk kalması gerektiğine göre, Kartonun alanı en az kaç cm^2 olabilir?



Şekil 3.16: Ofis planının karton üzerinde görünümü görseli.

Öğretmen yukarıdaki problemi öğrencilere sorarak çözüm üretmelerini istedi. Bir süre düşünmelerini bekledikten sonra sınıf tartışmalarını başlattı.

Sınıf Tartışmaları:

Öğretmen bir süre öğrencilerin kendi arasında tartışmasına izin verdi. Tartışmalar sırasında öğrencilere hiçbir müdahalede bulunmadı.

Ö1: “4x8 = 32 yani cevap 82 olur”

Ö9: “Küçük dikdörtgene x,y desek büyük olan x+4,y+2 olur buradan denklem yazılır ama tek harfe nasıl döneriz?”

Ö4: “x.y =50”

Ö9: “Onu düşündüm de zor geldi rasyonel oluyor”

Ö3: “y=50/x oldu. O zaman alan (x+8).(y+4) olur. y yerine de 50/x yazıp türevini alırız”

Tablo 3.22: Betimsel Analiz Tablosu.

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Hayır çevre sabit ama alanı değiştirebiliriz	Kapsülden Çıkarma	Koordinasyon	Süreç
Mutfağın alanını yazarsak denklem olarak, maksimum yaparız türevle	İçselleştirme	Süreç Basamaklarını Uygulama	

Tablo 3.22 (devam)

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Mutfağın uzunluklarına x ve y dersek sonra çevreden de y'yi x'li şekilde yazarız	İçselleştirme	Süreç Basamaklarını Uygulama	Süreç
Mutfağın türevini sıfıra eşitleyip x'i bulunca zaten tüm alan da bulunmuş olur	İçselleştirme		
Küçük dikdörtgene x,y desek büyük olan x+4,y+2 olur buradan denklem yazılır ama tek harfe nasıl döneriz?	İçselleştirme		
y=50/x oldu. O zaman alan (x+8).(y+4) olur. y yerine de 50/x yazıp türevini alırız	İçselleştirme		

Öğrenciler maksimum–minimum problemlerinin çözümü için geliştirdikleri sürecin basamaklarını uyguluyor. Hala fonksiyonu yazma ve fonksiyonun optimizasyonunu sağlama süreçlerini tam koordine edemedikleri için nesne aşamasına geçemedikleri söylenebilir.

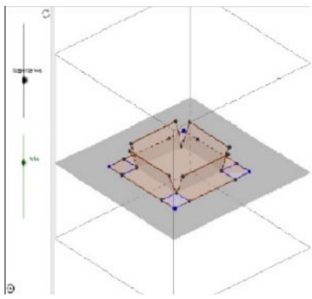
3.4.8 Sekizinci Ders Gözlem Notları

Etkinlik:

Öğretmen öğrencileri ikişer gruplayarak her gruba dikdörtgen şeklinde eş kartonlar dağıtır. Ve her gruptan kartonların 4 köşesinden kare şeklinde bir kısım kesmelerini ister.

- Karenin kenar uzunluğunun kaç olacağına öğrenciler kendileri karar verecek.
- 4 köşeden de eşit kareler kesilecek.

Öğretmen GeoGebra uygulamasını kullanarak öğrencilere yapılacak etkinliği görsel olarak sunar. (https://www.geogebra.org/m/pzUMUJUk)



Şekil 3.17: GeoGebra uygulaması ekran görüntüsü.

Öğretmen daha sonra öğrencilerden uygulamada gördükleri şekilde kestikleri kartonu katlanarak üstü açık bir dikdörtgenler prizması oluşturmalarını ister ve aşağıdaki soru ile bir tartışma başlatır.

- Öğr: “Bu yapmış olduğunuz dikdörtgenler prizmalarının hacimleri ile ilgili ne söylenebilir? Kesilen kare büyüdükçe hacim küçülmüş müdür?”
- 12 öğrenci kesilen kare büyüdükçe hacim küçülür söylemini kabul etti
- 5 öğrenci soruya cevap vermedi
- 2 öğrenci hayır cevabını verdi
- 1 öğrenci ise “kesilen uzunluk ile kalan uzunluk eşit olursa hacim en büyük olur” dedi

Öğretmen gruplardan cetvel ile yaptıkları prizmanın kenar uzunluklarını ölçüp prizmaların hacimlerini hesaplamalarını ister.
Tahtaya iki sütunlu bir tablo çizerek bir sütuna her bir grup için kesilen karenin kenar uzunluğunu diğer sütuna oluşan prizmanın hacmini yazar.

Tablo 3.23: Kesilen parça ile hacim ilişkisi için yapılan örnek tablo.

Kesilen Karenin Kenar Uzunluğu	Prizmanın Hacmi
2	9
3	10
4	12
5	11
6	9

Sınıf Tartışmaları:

- Öğr: “Tablodaki sayılar arasında nasıl bir ilişki gördünüz?”
- Ö1: “Belli bir yere kadar artıp sonra azalıyor.”
- Ö14: “Eşit olana kadar mı artıyor yani. Eşit kesen var mı? O mu en büyük oldu”
- Ö17: “Ya iyi de bu dikdörtgen zaten. Hangi kenara göre eşit keseceğiz ki”
- Ö1: “İkisini de deneriz. Öyle bir şeyler hatırlıyorum”

- Ö20: “Kısa kenara göre yapınca hacim daha büyük çıkıyor ama en büyük mü onu bilmiyorum”
- Öğr: “Aradaki ilişki bir grafik ile gösterilse nasıl bir grafik oluşur?”
- Ö3: “Parabol oluşur” dedi ve tüm öğrenciler bunu onayladı

Etkinlik:
Öğretmen öğrencilere dağıttığı kartonun aynısından bir tane daha çıkartır ve aşağıdaki problemi sunarak çözüm üretmelerini ister.

Bu elimizdeki son karton olsun. Bu kartondan da ben prizma yapmak istiyorum. Peki, hacmin en büyük olması için kaç cm’lik kare kesmeliyim?

Sınıf Tartışmaları:
- Ö1: “Hocam eşit keseriz demiştim ya öyle olmaz mı?”
- Ö7: “Gerek yok bence parabol olur demiştik tepe noktasından buluruz”
- Ö11: “Tepe noktasını nasıl bulacağız ki? Parabolü yazmamız lazım.”
- Öğr: “Tablo bize bu sorunun kesin cevabını sunar mı?”
- Ö2: “Olabilir tabi ki ama elimizde sadece tek karton varsa bu tabloyu nasıl oluştururuz? Yani tablo önceden yapılırsa işe yarar”
- Ö14: “Tabloyu biz oluşturduk. Aramızdan birinin en büyük hacmi yapıp yapmadığını bilemeyiz ki”
- Ö16: “O önemli değil bir orantı kurabiliriz”
- Öğrencilerin 13 tanesi tablo ile max hacmi bulabileceğimiz fikrini savunurken, 7 öğrenci tablonun bu konuda yetersiz olacağını savundu.
- Öğr: “Kesilecek karenin kenar uzunluğu ile hacim arasındaki ilişkiyi bir fonksiyonla ifade edebilir miyiz?”
- Ö20: “Evet hocam önceki derslerde yaptığımız gibi kesilen kısma x dersek sanırım parabolü yazabiliriz.
- Öğr: “Parabol olacağına nasıl bu kadar eminsin?”
- Ö20: “Tabloya bakarak söyledim hocam”
- Ö7:” Tamam işte tepe noktasından buluruz. Demiştim ben bunu”
- Öğr: Parabol olacağına sen de eminsin yani”
- Ö7: “Bilmiyorum aslında ama başka ne olacak ki”

- Ö8: “Siz konuşurken yazdım ben parabol olmuyor. Türevini alırız ve buluruz.”
- Ö2: “Evet. Parabol olmadığına göre türevle buluruz o zaman”
- Ö8: “Ben türevini de aldım ama bulamadım”
- Ö20: “Ben türevini sıfıra eşitledim. Bu sefer 2 tane değer buldum. Photomath programıyla bulabildim ama ve biri 3.6 diğeri 11.3 oluyor. Şıklarda hangisi varsa onu işaretlerim”
- Öğr: “Peki sınav çoktan seçmeli değilse ya da şıklarda ikisi de varsa ne olacak?”
- Ö15: “İkisinde de hacim eşit çıkar ki, onun için şıklarda ikisi birden olamaz.”
- Öğr: “Her ikisinde de maksimum hacim oluşacağından emin misiniz?”
- Ö12: “Eğer o sonuç doğruysa 11 cevap olamaz ki zaten onun için 3.6 olacak cevap”
- Ö15: “Neden olmasın”
- Ö12: “Bir kenar 20 cm ve biz iki taraftan 11 cm kesersek 20’den büyük oluyor”

Tüm öğrenciler bu açıklamayı onayladılar

- Öğr: “Doğru düşündün ama hangisinin maksimum olacağına başka şekilde de karar verebilir miydik?”
- Ö5: “Tablo yapıyorduk. Artı–eksi diye yazıp hangi nokta maksimum hangi nokta minimum buluyorduk”

Tablo 3.24: Betimsel Analiz Tablosu.

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Kesilen uzunluk ile kalan uzunluk eşit olursa hacim en büyük olur	Kapsülden Çıkarma	Eksik/Yanlış Hatırlama	Süreç
İkisini de deneriz. Öyle bir şeyler hatırlıyorum		Eksik/Yanlış Hatırlama	
Parabol oluşur		Hayal Kuramama	
Hocam eşit keseriz demiştim ya öyle olmaz mı?		Eksik/Yanlış Hatırlama	
Gerek yok bence parabol olur demiştik tepe noktasından buluruz		Hayal Kuramama	
Tepe noktasını nasıl bulacağız ki? Parabolü yazmamız lazım			

Tablo 3.24 (devam)

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Evet hocam önceki derslerde yaptığımız gibi kesilen kısma x dersek sanırım parabolü yazabiliriz	İçselleştirme	Hayal Kurma	Süreç
Tamam işte tepe noktasından buluruz	Kapsülden Çıkarma	Yanlış Koordinasyon	
Parabol olmuyor. Türevini alırız ve buluruz	İçselleştirme	Koordinasyon	
Ben türevini sıfıra eşitledim. Bu sefer 2 tane değer buldum. Photomath programıyla bulabildim ama ve biri 3.6 diğeri 11.3 oluyor. Şıklarda hangisi varsa onu işaretlerim	İçselleştirme		
İkisinde de hacim eşit çıkar ki, onun için şıklarda ikisi birden olamaz	Kapsülden Çıkarma	Eksik/Yanlış Hatırlama	
Eğer o sonuç doğruysa 11 cevap olamaz ki zaten onun için 3.6 olacak cevap.		Zihinden işlem	
Bir kenar 20 cm ve biz iki taraftan 11 cm kesersek 20'den büyük oluyor			
Tablo yapıyorduk. Artı–eksi diye yazıp hangi nokta maksimum hangi nokta minimum buluyorduk	Kapsülden Çıkarma		

Öğrencilerin tamamının problem çözmek için "Fonksiyonu yaz–tek değişkenli yap–türev al–sıfıra eşitle" şeklindeki içselleştirmeye sahip olduğu görülmektedir. Öğrencilerin daha pratik çözüm yöntemleri bulmak istedikleri için ezber bilgileriyle çözüm aradıkları ve bu düşüncenin onları yanlış yönlendirdiği gözlemlenmektedir. Öğrencilerin maksimum–minimum problemlerini çözmek için kullandıkları bir içselleştirmenin sadece takip ettikleri bir süreç olduğu ve kapsüllenmediği, bu sebeple öğrencilerin süreç aşamasında oldukları söylenebilir.

3.4.9 Dokuzuncu Ders Gözlem Notları

Etkinlik:

Şekil 3.18: Kar küresi görseli.

Bir firma şekildeki gibi 10 cm yarıçaplı cam kürelerin içine farklı boyutlarda düzgün kare piramitler yerleştirerek hediyelik kar küreleri üretmektedir. Cam küre ile piramit arasında kalan kısım özel bir sıvı ile doldurulmaktadır. Bu sıvı diğer malzemelere göre oldukça pahalı olduğu için kar küresinin maliyetini ciddi anlamda etkilemektedir.

Her ürün maliyetine göre %50 kar ile satılıyor olsa bütün ürünlerin satış fiyatı aynı mı olur? Neden?

Sınıf Tartışmaları:

- Ö4: "Hocam kürenin büyüklüğüne göre fiyatta değişir"
- Öğr: "Kürelerin yarıçapı sabit ama. Yani hepsi aynı büyüklükte"
- Ö9: "Hocam o zaman hepsinin hacmi aynı olur. Yani değişen bir şey olmaz. Sonuçta piramit büyürse kalan alan küçülür, piramit küçülürse kalan kısım büyür ama toplam değişmez"
- Ö12: "Ama işte paralar farklı ya. Fiyat değişir"
- Ö5: "Evet su daha pahalıymış o zaman ne kadar fazla kullanılırsa fiyat o kadar artacak"
- Ö9: "Benim anlamadığım şey sıvı sonuçta tüm küreyi dolduruyor. Yani kürenin toplam hacmi değişmedikçe sıvının hacmi de değişmez"
- Öğr: "Piramidin iç kısmını sıvıyla doldurmak gerekli mi sence"

- Ö9: “Aaa evet sadece dış kısım dolacak. O zaman piramit büyüdükçe fiyat küçülür.”
- Ö10: “Doğru en pahalı şey sıvı olduğu için az kullanmak kârlı olur”

Firmanın sahibi olan Metin Bey tüketicilere hepsi aynı büyüklükte olan kar kürlerinin fiyatlarının neden farklı olduğunu anlatmakta oldukça zorlanmaktadır. Bu sebeple tüm kar kürelerini aynı şekilde üretip tek bir fiyatla satmaya karar vermiştir. Kürenin içine yerleştirilecek olan piramidin hangi boyutlarda olacağına karar verirken nelere dikkat etmeli?

- Ö2: “Hocam işte piramit büyük olmalı”
- Öğr: “Piramit büyük olmalı derken tam olarak piramidin neyi büyük olmalı?”
- Ö2: “Kapladığı alan”
- Öğr: “Alan derken tam olarak doğru söylemiş olmuyoruz ama sanırım doğru düşünüyorsun fakat yanlış ifade ediyorsun”
- Ö5: “Hacim hocam. Piramidin hacmi büyük olmalı”
- Öğr: “Maliyeti en fazla etkileyen faktör piramit ile küre arasındaki boşluğu dolduran sıvı olduğu düşünülürse Metin Bey kârını arttırmak için neler yapabilir?”
- Ö11: “Arkadaşların söylediği gibi hocam eğer piramidin hacmini en büyük yaparsak sıvının hacmi en küçük olur. Maliyet düşer ve kar artar. Sanırım bu da bizim konumuza giriyor şimdi. En büyük hacmi bulmamız gerekiyor.”
- Öğr:” GeoGebra yazılımı yardımıyla bu kar küresinin bir modelini çizebilir miyiz?”
- Ö3: “Kürenin içine bir piramit çizmemiz yeter, kolay”
- Ö5: “Çizdiğin piramidi nasıl ayarlayacaksın da en büyük olacak”
- Ö3: “En büyük piramidi mi çizmemiz lazım hocam”
- Öğr: “Hayır. Sadece problemi çözebilmemiz için temsili bir çizim yeterli olacaktır.”
- Ö5: “O zaman kolay hocam çizilir”
- Öğr: “Arkadaşlar bizim problemi çözebilmemiz için öncelikle onu modelleyebilmemiz gerekiyor. Eğer kar küresinin bir çizimi olursa problemi anlamamız ve çözmemiz kolaylaşacaktır. İşte GeoGebra yazılımı problemi görselleştirmede ve elle tutulur bir nesne haline getirmede bize yardımcı olacaktır.

Biz bu işlem için bazen yazılımları, bazen materyalleri, bazen kendi yaptığımız çizimleri ve bazen de hayal gücümüzü kullanırız."

- Öğr:" Sıvının doldurulacağı bölgenin hacminin küçültülebilmesi için piramidin hacminin en fazla kaç olabileceğini hesaplayabilir miyiz?"
- Ö16:" Piramidin hacmini yazıp türevini alırız"
- Ö11:" Hacim formülünü yazdım ama tek değişkenli yapmak lazım, yapamadım."

Öğretmen değişkenler arasındaki bağıntıyı bulmaları için öğrencilere yardımcı oldu.

- Ö3:" Hocam -10 ve 10/3 çıkıyor ama uzunluk eksi olmayacağı için 10/3 alırız"
- Öğr:" Peki iki değer de pozitif gelebilir mi? Eğer böyle bir durum olursa hangisini kullanacağımızı nasıl seçeriz"
- Ö6:" Hangisi büyükse onu alırız"
- Öğr:" Değişkenin büyümesi her zaman fonksiyonu da büyütür mü? Yani x artarken y de artar mı daima?"

Bazı öğrencilerin bu soruya "evet" cevabı vermesi üzerine,

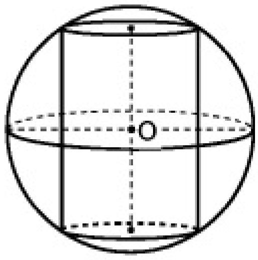
- Öğr:" Artan ve azalan fonksiyon tanımını hatırlayalım"
- Ö9: "Türev pozitifse artan, negatifse azalan oluyordu. – 10 negatif olduğu için azalan olur onu alamayız"
- Ö14: "Her ikisi de pozitif olsaydı dedi ama o zaman yerine yazar bakardık hangisinde daha büyük çıkarsa onu alırdık bence"
- Öğr: "Kesinlikle doğru ama bunu anlamamız için kullanabileceğimiz başka bir yöntem daha var. Bunu düşünmenizi istiyorum"
- Ö10: "Geçen derste de söylemiştik işaret tablosu yapıp fonksiyonun maksimum ve minimum noktalarını bulabiliriz. Bize burada maksimum lazım tabloda hangi nokta maksimum ise onu alırız"

Tüm öğrenciler bu açıklamayı onayladı.

- Ö20: "Fonksiyonu yazıp ekstrem (ekstremum demek istedi) noktaları buluyoruz ve bize hangisi lazımsa onu kullanıyoruz"

Etkinlik:

Öğretmen öğrencilere aşağıdaki problemi sunarak çözüm üretmelerini ister ve sınıf tartışmalarını başlatır.



Şekil 3.19: Küre içinde silindir görseli.

Şekildeki 8br yarıçaplı kürenin içine çizilebilecek en büyük hacimli silindirin yüksekliği kaç br olmalıdır?

Sınıf Tartışmaları:

Öğrencilerin kendi aralarında tartışmaları için süre verildi. Bu sırada öğretmen öğrencileri sadece gözlemledi. Öğrenciler "silindirin hacim formülünü yazıp türevini sıfıra eşitleme" fikrini kabul etmişlerdi. Fakat hacim fonksiyonunu oluşturmakta oldukça zorlandıkları gözlendi.

- Ö3: "$\pi r^2 h$ tamam ama bunun türevi ne olur ki"
- Ö2: "h ile r arasında bir şey var mı?"
- Ö3: "Yok işte nasıl alırız bunun türevini"
- Ö8: "Kapalı fonksiyon. Önce r ye göre sonra h ye göre alalım toplayalım"
- Ö11:" O üslüdeydi. Böleceğiz bunda"
- Ö10:" Kapalıda x'i y'ye bölüyormuşuz. Defterde öyle yazmışım ben ama burada x hangisi y hangisi?"
- Ö2: "Arkadaşlar şimdiye kadar hiç öyle çözmedik. Bence r ile h arasında denklem bulmalıyız"
- Ö17: "Buldum buldum. Pisagor'dan geliyor."

Tablo 3.25: Betimsel Analiz Tablosu.

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Hocam işte piramit büyük olmalı. Kapladığı alan	Kapsülden Çıkarma	Eksik/Yanlış Hatırlama	Süreç
Hacim hocam. Piramidin hacmi büyük olmalı	Kapsülden Çıkarma		

Şekil 3.25 (devam)

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Arkadaşların söylediği gibi hocam eğer piramidin hacmini en büyük yaparsak sıvının hacmi en küçük olur. Maliyet düşer ve kar artar. Sanırım bu da bizim konumuza giriyor şimdi. En büyük hacmi bulmamız gerekiyor	Kapsülden Çıkarma	Hayal Kurma / Zihinden işlem yapabilme	
Kürenin içine bir piramit çizmemiz yeter, kolay	Kapsülden Çıkarma	Hayal Kurma	
Piramidin hacmini yazıp türevini alırız	İçselleştirme	Zihinden işlem yapma	
Hacim formülünü yazdım ama tek değişkenli yapmak lazım, yapamadım	İçselleştirme / Kapsülden Çıkarma		
-10 ve 10/3 çıkıyor ama uzunluk eksi olmayacağı için 10/3 alırız	Kapsülden Çıkarma		
Hangisi büyükse onu alırız	Kapsülden Çıkarma	Eksik/Yanlış Hatırlama	
Türev pozitifse artan, negatifse azalan oluyordu. – 10 negatif olduğu için azalan olur onu alamayız	Kapsülden Çıkarma	Eksik/Yanlış Hatırlama	Süreç
Yerine yazar bakardık hangisinde daha büyük çıkarsa onu alırdık bence	Kapsülden Çıkarma	Koordinasyon	
Geçen derste de söylemiştik işaret tablosu yapıp fonksiyonun maksimum ve minimum noktalarını bulabiliriz. Bize burada maksimum lazım tabloda hangi nokta maksimum ise onu alırız Fonksiyonu yazıp ekstrem (ekstremum demek istedi) noktaları buluyoruz ve bize hangisi lazımsa onu kullanıyoruz	Kapsülleme	Koordinasyon	
$\pi r^2 h$ tamam ama bunun türevi ne olur ki	Kapsülden Çıkarma / İçselleştirme	Koordinasyon	
h ile r arasında bir şey var mı? Bence r ile h arasında denklem bulmalıyız	İçselleştirme		
Buldum. Pisagor'dan geliyor	Kapsülden Çıkarma / İçselleştirme	Koordinasyon	

Öğrencilerin eski bilgilerin etkisinden çıktığı ve yeni bilgiyi içselleştirebildikleri gözlenmektedir. Piramidin tabanını kare yapma veya silindiri kare yapma düşüncesini söyleyen öğrenci olmadığı görülüyor. Öğrencilerin hepsinin "fonksiyonu yaz, türevini al, sıfıra eşitle" içselleştirmesine sahip olduğu görülmektedir. Bazı öğrencilerin bu içselleştirmeyi "fonksiyonu yaz ve optimizasyonunu sağla" şeklinde kapsüllediği söylenebilir. Ancak yine de önceki öğrenmeler de bazı bilgilerin "eksik/yanlış öğrenildiği ve ezber bilgilerin unutulduğu ya da bazı bilgilerin birbirine karıştırıldığı gözlenmektedir. Bu sebeple tabloda öğrencilerin süreç aşamasında oldukları yazılmıştır. Fakat aslında öğrencilerin birçoğunun nesne aşamasına ulaştıklarını söylemek de yanlış olmayacaktır.

3.4.10 Onuncu Ders Gözlem Notları

Etkinlik:

Öğretmen öğrencileri ikişerli gruplara ayırır. Her gruba 50 cm uzunluğunda bir kablo verir ve kabloyu istedikleri bir yerden işaretlemelerini ister. Öğretmen grupları dolaşarak her grubun kablosunu işaretledikleri yerden keserek ikiye ayırır ve gruptaki öğrencilere paylaştırır. Öğretmen gruptaki öğrencilerin birinin elindeki kablo ile bir kare diğerinin ise elindeki kablo ile bir eşkenar üçgen yapmalarını ister. Daha sonra öğretmen tüm öğrencilerden cetvel ve hesap makinesi yardımıyla yaptıkları şeklin alanını hesaplamalarını ister.

Her grup yaptıkları kare ve üçgenin alanlarını hesaplar ve toplamını not alır. Grupların alan toplamlarını soran öğretmen en büyük ve en küçük alanı tahtaya yazar. Daha sonra öğrencilere aynı uzunlukta kablo kullanmamıza rağmen neden alanlar farklı çıktı? sorusunu yönelterek tartışma başlatır.

Sınıf Tartışmaları:

- Ö5:" Alanlar farklı formülle hesaplanıyor çünkü"
- Ö3:" Birinde $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ diğerinde ise a^2 oluyor. Yani toplam alan $a^2\left(\frac{\sqrt{3}}{4}+1\right)$ dersek a değiştikçe alan da değişir"
- Öğr:" Peki a dediğimiz uzunluk ne?"
- Ö3:" Kestiğimiz parça"

- Ö7:” Ama ikisinde de aynı parçayı kullanmıyoruz biri a diğeri 50 – a olur. Sonuçta a değiştikçe ikisi de değişeceği için alanları da değişir”
- Ö10:” Tamam ama bu toplam alanın neden değiştiğini açıklamış olmadı. Biri büyürken diğeri küçülüyor ve ikisinde de alanı kare alarak buluyoruz. Yani toplamın değişmesi şaşırtıcı”
- Ö14:” Hocam sonuç olarak parçalardan birine a dersek toplam alanı a’ya bağlı bir fonksiyonla ifade edebiliyoruz. Bu fonksiyon a’ya bağlı olduğu için sabit değil. Yani a değiştikçe f(a) değeri de değişecek”

Tüm öğrenciler alkışlayarak Ö14’ü onayladı.

- Öğr:” Evet gerçekten de tam olması gereken cevap. Üçgen yerine düzgün beşgen ya da altıgen yapsaydık toplam alan değişir mi? Değişirse artar mı? Azalır mı?”

Tüm öğrenciler değişir dedi

- Ö20: “Bu durumda kullanacağımız formüller farklı olacak. Yani yazacağımız fonksiyon değişecek ve mesela az önceki fonksiyon f ise buna g desek bu iki fonksiyon aynı olmadıkları için aldıkları değerler de aynı olmayacaktır”

Tüm öğrenciler bu cevabı onayladı.

- Öğr: “Peki üçgen yerine beşgen yaparsak alan artar mı? Azalır mı?”

Bu soruya öğrencilerden cevap verebilen olmadı.

Etkinlik:

Öğretmen öğrencilerden yaptıkları şekli açmalarını ister ve daha sonra da yaptıkları şekli değiştirmelerini ister. Yani kare yapan öğrenci eşkenar üçgen ve eşkenar üçgen yapan öğrencilerin kare yapmasını ister. Cetvel ve hesap makinesi kullanarak her öğrenciden yaptığı şeklin alanını hesaplaması istenir ve yine grupların iki şeklin alanları toplamını not almaları söylenir. İki toplam karşılaştırılır.

En büyük değişim hangi grupta oldu? Alanlar toplamı arttı mı yoksa azaldı mı? Soruları yöneltilip tartışma başlatılır?

Sınıf Tartışmaları:

Bazı gruplar arttı bazı gruplar azaldı cevabını verdi.

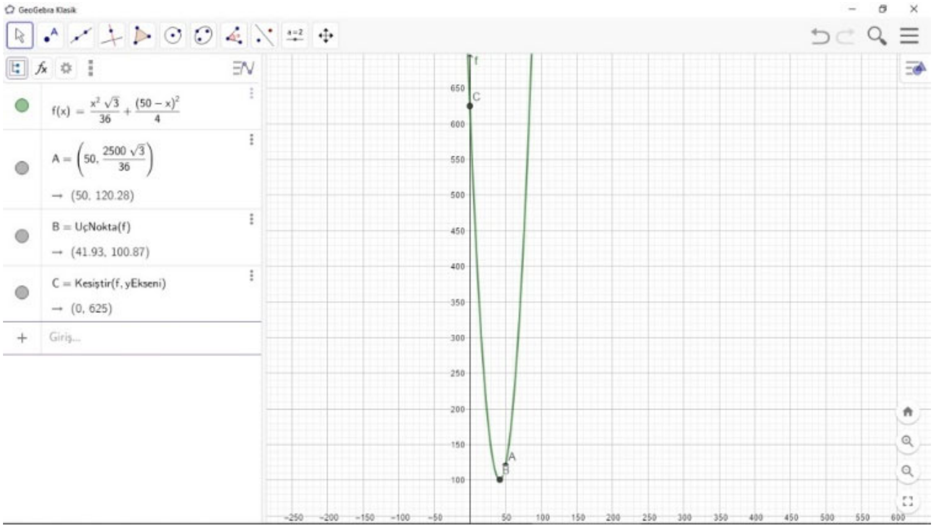
- Öğr: “Peki bu artma ya da azalmayla ilgili bir tespit yapabilir miyiz?”
- Ö9: “Hocam biz önce küçük parçadan kare büyük parçadan üçgen yapmıştık, tersini yapınca alan arttı”

- Ö16: “Bizde de aynısı olmuş”
- Ö4: “Büyük parçadan kenar sayısı fazla olan şekli yapmak mantıklı o zaman”
- Öğr: “Teli hangi noktadan kestiğiniz toplam alanı değiştirdi. Peki, hangi noktadan kesersek alanların toplamının en küçük ya da en büyük olacağını hesaplayabilir miyiz?”
- Ö3: “Buluruz çünkü fonksiyon olarak yazabiliyoruz. Türevi sıfıra eşitler buluruz”
- Öğr: “Güzel. Peki bu bulduğumuz değer maksimum alan mı olur yoksa minimum alan mı?”
- Ö17: “Ben fonksiyonu yazdım. 2 derece oluyor yani parabol. Kolları yukarı olduğu için tepe noktası minimum olur. Yani minimum değeri buluruz”
- Öğr: “Peki maksimum alanı bulamaz mıyız?”
- Ö17: “Hayır hocam. 2. Derece olduğu için türevini alınca sadece tek değer geliyor ki bu da minimum değer”
- Ö11: “Türevin 2 tane kökü olsaydı tablo yapıp hem maksimum hem minimum değeri bulabilirdik ama tek kök olduğu için sadece maksimum ya da minimum değer bulunabilir.”
- Öğr: “Peki maksimum ya da minimum değer sadece türev alınarak mı bulunabiliyor?”
- Ö12: “Tepe noktasının formülüyle de bulabiliriz”
- Öğr: “Sormak istediğim şu: Bir fonksiyonun maksimum ve minimum değerleri, türevi sıfıra eşitleyerek her zaman bulunabilir mi?”
- Ö1: “Hayır bazı fonksiyonlarda türevle bulamıyorduk. Derste tek tek çizmiştik hatta grafiklerini ama tam hatırlamıyorum”

Etkinlik:

- Öğr: “Yazdığınız fonksiyonun grafiğini GeoGebra yazılımı ile çizerek maksimum minimum değerlerini görmeye çalışalım” (Şekil 3.21).

Öğretmen parabolün tepe noktası minimum değeri veriyor. “Peki maksimum değeri nasıl buluruz?” sorusu ile tartışma başlatır.



Şekil 3.20: GeoGebra ekran görüntüsü.

Sınıf Tartışmaları:

- Ö9: “Maksimum sonsuza gidiyor, bulamayız”
- Öğr: “Telin boyu sınırlı bir sayı iken oluşacak alanın değerinin sonsuza gitmesi mümkün mü?

Öğrenciler uğultu şeklinde olamaz dediler ama mantıklı bir açıklama bulamadılar.

- Öğr: “Bu grafik yardımıyla sadece ilk başta ayırdığınız parçaların uzunluklarını kullanarak yaptığınız şekillerin alanlarının toplamını bulabilir misiniz?”
- Ö10: “x kestiğimiz parça y de oluşan toplam alan oluyor”
- Öğr: “Yani x= 60 olursa toplam alan kaç olur?”
- Ö10: “Grafikten 60’a karşılık kaç geliyor bakarız işte.”
- Ö13: “x= 60 olamaz ki tel zaten 50 cm değil mi?”
- Ö10: “Evet x’e en çok 50 veririz hatta $0<x<50$ olacak”
- Ö12: “Hocam o zaman maksimum değer olur. Parabol sınırlı aralıkta verilince sınırlara bakıyorduk”
- Ö16: “O zaman türev alıp sıfıra eşitlemek her zaman olmuyor. Önemli olan maksimum minimum değeri bulmak. Fonksiyon sınırlı olduğunda uç değerlere de bakmamız gerekecek”

Tüm öğrenciler iki öğrenciyi tebrik ederek onlara katıldıklarını söylediler. Öğretmen birkaç öğrenciye daha söz vererek maksimum–minimum problemleri konusu ile ilgili ne öğrendiklerini açıklamaların istedi

- Ö9: “Konu bir önceki konuyla doğrudan bağlı. Bu sefer fonksiyonu da biz yazıyoruz ve maksimum–minimum noktayı buluyoruz”
- Ö1: “Denklemi yaz, türevini al şeklinde kodlamıştım hatta defterime bu şekilde not almıştım ama sanırım tam olarak karşılamıyor. Denklemi yazıp maksimum ya da minimum nokta bulmamız gerek.”
- Ö8: “En güzel özet şöyle olur sanırım. Önce neyi maksimum yapacağımızı bulup onun denklemini yazacağız. Sonra da o denklemin maksimum noktasını bulacağız.”
- Ö3: “Hocam soruda önce neyin en büyük ya da en küçük olacağına karar vermemiz gerekiyor. Sonra fonksiyon yazıyoruz. Sonra harfleri birbirine benzetiyoruz. Ve fonksiyonun maksimum ya da minimum değerini buluyoruz”

Tüm öğrenciler aynı fikri kendi cümleleriyle ifade ettiler.

Tablo 3.26: Betimsel Analiz Tablosu.

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Parçalardan birine a dersek toplam alanı a’ya bağlı bir fonksiyonla ifade edebiliyoruz. Bu fonksiyon a’ya bağlı olduğu için sabit değil. Yani a değiştikçe f(a) değeri de değişecek	Kapsülden Çıkarma / İçselleştirme	Koordinasyon	Nesne
Bu durumda kullanacağımız formüller farklı olacak. Yani yazacağımız fonksiyon değişecek ve mesela az önceki fonksiyon f ise buna g desek bu iki fonksiyon aynı olmadıkları için aldıkları değerler de aynı olmayacaktır	Kapsülden Çıkarma	Koordinasyon	
Buluruz çünkü fonksiyon olarak yazabiliyoruz. Türevi sıfıra eşitler buluruz	İçselleştirme	Koordinasyon	
Ben fonksiyonu yazdım. 2 derece oluyor yani parabol. Kolları yukarı olduğu için tepe noktası minimum olur. Yani minimum değeri buluruz	Kapsülden Çıkarma	Koordinasyon	
Hayır hocam. 2. Derece olduğu için türevini alınca sadece tek değer geliyor ki bu da minimum değer	Kapsülden Çıkarma	Eksik Hatırlama	

Tablo 3.26 (devam)

Öğrencinin Cevabı	Yansıtıcı Soyutlama	Açıklama	Temalar
Türevin 2 tane kökü olsaydı tablo yapıp hem maksimum hem minimum değeri bulabilirdik ama tek kök olduğu için sadece maksimum ya da minimum değer bulunabilir	Kapsülden Çıkarma	Eksik Hatırlama	
Tepe noktasının formülüyle de bulabiliriz	Kapsülden Çıkarma	Koordinasyon	
Hayır bazı fonksiyonlarda türevle bulamıyorduk. Derste tek tek çizmiştik hatta grafiklerini ama tam hatırlamıyorum	Kapsülden Çıkarma	Eksik Hatırlama	
Hocam o zaman maksimum değer olur. Parabol sınırlı aralıkta verilince sınırlara bakıyorduk	Kapsülden Çıkarma		
O zaman türev alıp sıfıra eşitlemek her zaman olmuyor. Önemli olan maksimum minimum değeri bulmak. Fonksiyon sınırlı olduğunda uç değerlere de bakmamız gerekecek			Nesne
Denklemi yaz, türevini al şeklinde kodlamıştım hatta defterime bu şekilde not almıştım ama sanırım tam olarak karşılamıyor. Denklemi yazıp maksimum ya da minimum nokta bulmamız gerek		Koordinasyon	
Önce neyi maksimum yapacağımızı bulup onun denklemini yazacağız. Sonra da o denklemin maksimum noktasını bulacağız	Kapsülleme		
Soruda önce neyin en büyük ya da en küçük olacağına karar vermemiz gerekiyor. Sonra fonksiyon yazıyoruz. Sonra harfleri birbirine benzetiyoruz. Ve fonksiyonun maksimum ya da minimum değerini buluyoruz			

Öğrencilerin problemi anlama, denklem yazma, denklem çözme, zihinde canlandırma sürecinde öğrenilmiş bilgilerindeki eksik ve hatalar konunun anlaşılmasını ve öğrencilerin maksimum–minimum problemlerini çözebilmek için yöntem geliştirmesini zorlaştırdığı gözlenmektedir. Öğrencilerin etkinlik, sınıf tartışmaları ve ödevler (ACE) döngüsü ile eylemi tekrarlayarak eylemi içselleştirdikleri ve bir süreç oluşturdukları gözlenmişti, bu derste öğrencilerin oluşturdukları süreci diğer süreçlerle (bir fonksiyonun kuralını yazma, denklem çözme, ekstremum noktaları bulma) koordine ederek kapsülledikleri gözlenmiştir. Bu gözleme dayanarak öğrencilerin nesne aşamasına geçtikleri söylenebilir.

3.5 Görüşme Analizi

Elde edilen nitel verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analiz için toplanan veriler önceden belirlenen temalara göre özetlenerek yorumlanır. Veriler düzenlenmesi araştırma sorularının ortaya koyduğu temalara göre yapılabileceği gibi, görüşme ve gözlem sırasında kullanılan sorular veya boyutlar göz önüne alınarak da yapılabilir. Betimsel analiz yönteminde görüşme yapılan ya da gözlenen bireylerin görüş ve fikirlerini çarpıcı şekilde yansıtmak amacıyla doğrudan alıntılara sıklıkla yer verilir (Yıldırım & Şimşek, 2006).

Deneysel uygulamanın tamamlanmasının ardından çalışmanın katılımcıları arasından rasgele belirlenen 10 tane öğrenci ile görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Araştırmacı tarafından hazırlanan ve 8 sorudan oluşan bir görüşme formunun kullanıldığı görüşmeler katılımcıların izni ile kayıt altına alınmıştır. Tüm görüşmelere ait ses kayıtlarının transkriptleri çıkartılmış yani kayıtlar yazılı dokümanlar haline dönüştürülmüştür. Daha sonra bu dokümanlar ve ses kayıtları eş zamanlı takip edilerek herhangi bir eksik ya da yanlışlık olup olmadığı kontrol edilmiştir. Son olarak tüm yazılı dokümanlar farklı zamanlarda 2 kez kesintisiz olarak okunmuştur. Bu okumalar sırasında önemli ve ilgili olduğu düşünülen cümlelerin altı çizilmiş ve sorunun cevabı ile ilgili olmadığı düşünülen ya da anlaşılır olmayan ifadeler ayıklanmıştır. Altı çizili olmayan ifadeler dikkate alınmayarak açık kodlama yapılmıştır. Benzer anlama gelen kodlar birleştirilerek 3 gruba ayrılmış ve Tablo 3.5'de sunulan kod tanım tablosu oluşturulmuştur.

Verilerin güvenilirliği açısından tüm transkriptlerin bir kopyası çıkartılarak başka bir araştırmacıya verilmiş kendisinden aynı işlemleri yapması istenmiştir. Yapılan karşılaştırma sonrası çıkartılan kodların tamamı için görüş birliği sağlanmıştır.

Tablo 3.27 Kod Tanım Tablosu.

Kategoriler (Temalar) ve Kodlar	Kod Tanımları	Örnek İfadeler
1.Dersin işlenişi ile ilgili öğrenci algıları		
1.1 Eğlenceli	Dersin sıkıcılıktan uzak ve eğlenceli olduğunu belirten öğrenci görüşleri.	"Eğlenceliydi ya. Matematik sevmeyen kişiler bile bu sayede matematikten hoşlanabilir bence."
1.2 Duyusal	Dersin farklı duyulara hitap ettiğini belirten öğrenci görüşleri.	"Bir de matematiğin elle tutulabilen bişey olduğunu gördüm."
1.3 Dikkat Çekici	Dersin ilgi ve dikkat çekici olduğunu, öğrencinin odaklanmasını sağladığını belirten öğrenci görüşleri	"Dikkatiniz derste oluyor. Odaklanma sorunum var sanıyordum ben meğer yokmuş. Dikkatimi çekince çok rahat odaklandım. Cep telefonum aklıma bile gelmedi mesela hiç bakmadım."
1.4 Anlaşılır	Dersin daha anlaşılır olduğunu, yaptıklarının nedenini bilerek yaptıklarını belirten öğrenci görüşleri	"Ben ortaokulu yurt dışında okudum orada sürekli öğretmenlerimiz neden sorusuna da cevap verirdi. Burada maalesef çoğu şeyi neden yaptığımız öğretmenler bile bilmiyor bence. Bu yöntemde neyi neden yaptığınızı bilerek, anlayarak yapıyorsunuz."
2. Başarıya yönelik öğrenci algıları		
2.1 Kalıcı	Kullanılan öğretim yönteminin anlamayı sağladığı ve bu sayede öğrenilenlerin unutulmayacağını ve kalıcı olacağını belirten öğrenci görüşleri	"Anlayarak öğrenir insan böyle, unutmaz da."
2.2 Ezberci Değil	Kullanılan öğretim yönteminin anlamayı kolaylaştırdığını, problem çözme adımlarını ezbere değil	"Öncelikle ne yaptığımı neden yaptığımı bilerek yapıyorum, ezberlemiyorum. Her şey kafamda açık ve net."

Tablo 3.27 (devam)

Kategoriler (Temalar) ve Kodlar	Kod Tanımları	Örnek İfadeler
2.3 Hayal Gücü	Görerek ve yaparak öğrenmenin hayal gücünü geliştirdiğini ve problem çözme yeteneğini arttırdığını belirten öğrenci görüşleri.	“Okulda öğretmen sadece tahtada anlatıyor. Böyle göstererek anlatılınca diğer soruları da kafada canlandırmak kolay oluyor.”
2.4 Özgüven	Problem çözmeyi ve anlamayı kolaylaştırdığı için özgüveni arttırdığını belirten öğrenci görüşleri	“Kendimi çok güçlü hissediyorum. İstediğiniz problemi sorun çözerim.”
3. Uygulamanın zayıf yönlerine yönelik öğrenci görüşleri		
3.1 Zaman	Uygulamanın çok fazla zaman aldığı ve bu sebeple tüm konular için kullanılmasının mümkün olmayacağını belirten öğrenci görüşleri	“Bir konu çok uzun sürdü tüm konular böyle anlatılsa lise 10 yıla çıkar.”
3.2 Sınıf Hakimiyeti	Kullanılan yöntemde kalabalık sınıflarda öğretmenin sınıfa hakimiyetinin zor olacağı ve gürültü olacağını belirten öğrenci görüşleri	“Ama bu bence okulda kullanılamaz dersi kaynatan çok olur. Zaten sınıflar kalabalık acayip gürültü olur. Kimse bir şey anlamaz.”

3.6 Kalıcılık Testi Analizi

Araştırmada, APOS teorisi çerçevesinde hazırlanan ve uygulanan öğrenme stratejisinin öğrenilen bilgilerin ve türev konusuna karşı değişen öğrenci tutumlarının kalıcılığı üzerindeki etkisini belirlemek amacıyla başarı testi ve türev tutum ölçeği öğrencilere tekrar uygulanmıştır.

Kalıcılık testi adını vereceğimiz bu 3. uygulamanın sonuçları son test ile karşılaştırılmıştır. İki uygulama arasında anlamlı bir fark bulunup bulunmadığının anlaşılabilmesi amacıyla bağımlı gruplar t testi kullanılmıştır. SPSS 22 paket programı kullanılarak yapılan testin sonuçları Tablo 3.28’de sunulmuştur.

Tablo 3.28: Başarı Testinin Son Test ve Kalıcılık Testi uygulamalarına ait bağımlı (ilişkili) örneklemler için t testi sonuçları.

	N	Ortalama	Standart Sapma	t	df	p
Son Test	20	16.0125	2.7666	1.889	19	0.074
Kalıcılık Testi	20	15.1375	2.5986			

Tablo 3.28'e göre ACE öğretim döngüsüne uygun olarak uygulanan deneysel çalışmadan hemen sonra sontest ile çalışmanın bitiminden 6 hafta sonra uygulanan kalıcılık testi puanlarının ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunup bulunmadığını test eden bağımlı örneklem t testi sonucuna göre p değeri 0.074 olarak hesaplanmıştır. Analize ait sıfır hipotezi "yapılan sontest ve kalıcılık testi puanlarının ortalamaları arasında anlamlı bir fark yoktur" şeklindedir. Hesaplanan p değeri 0.01'den büyük olduğundan sıfır hipotezi kabul edilir (Can, 2019). Buna göre bu iki teste ait puanların ortalamaları arasındaki fark istatistiksel olarak anlamlı değildir. Bu sonuca göre yapılan deneysel çalışmanın öğrenilen bilginin kalıcılığı üzerinde olumlu bir etkisi olduğu söylenebilir.

Çalışmada öğrencilerin türev konusuna karşı tutumlarında anlamlı bir değişme olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu değişimin kalıcı olup olmadığının tespit edilebilmesi için türev tutum ölçeği de kalıcılık testi olarak uygulanmış ve sonuçlar sontest sonuçları ile karşılaştırılmıştır. İki testin sonuçlarının karşılaştırılmasında bağımlı örneklemler için t testi kullanılmıştır. Veri analizleri SPSS 22 paket programı ile yapılmış ve sonuçlar Tablo 3.29'da sunulmuştur.

Tablo 3.29: Türev Tutum Ölçeğinin Son Test ve Kalıcılık Testi uygulamalarına ait bağımlı (ilişkili) örneklemler için t testi sonuçları.

	N	Ortalama	Standart Sapma	t	df	p
Son Test	20	58.1	3.9189	0.154	19	0.879
Kalıcılık Testi	20	57.95	4.4894			

Yapılan bağımlı örneklem t testi sonucunda p değeri 0.879 olarak hesaplanmıştır. Analizin sıfır hipotezi "sontest ile kalıcılık testi puanlarının ortalamaları arasında anlamlı bir fark yoktur” şeklindedir. Hesaplanan p değerinin 0.01’den büyük olması sıfır hipotezinin kabul edileceği anlamına gelmektedir (Can, 2019). Yani türev tutum ölçeğinin bu iki uygulamasına ait puanlarının ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark yoktur. Bu sonuca göre yapılan deneysel çalışmanın sonucunda öğrencilerde türev konusuna karşı oluşan olumlu yöndeki tutum değişikliğin kalıcı olduğu söylenebilir.

4. TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Millî Eğitim Bakanlığının 2018 yılında yayınladığı matematik dersi öğretim programında “bir taraftan farklı konu ve sınıf düzeylerinde sarmal bir yaklaşımla tekrar eden kazanımlara ve açıklamalara, diğer taraftan bütünsel ve bir kerede kazandırılması hedeflenen öğrenme çıktılarına yer verilmiştir” ifadelerine yer verilmiştir. Eğitimde sarmal yaklaşım, ders programında derinleşen zorluk seviyelerine uygun olarak ana kavramlardan oluşan bir ders programının tasarlanması ve bu kavramların sürekli tekrar edilmesini ifade eden bir eğitim yaklaşımıdır. Yeni kavramlar zorluk derecesi artacak şekilde kademelendirilerek öğretilir ve öğrencilerin o konuda gittikçe daha derin öğrenmeler yapmaları sağlanır. Sarmal öğretim yönteminde öğrenme önceki öğrenmelerle ilişkilendirilerek bir çığ gibi büyüyerek devam eder. APOS teorisine göre de öğrenme buna benzer şekilde ilerler. Öğrenci eylemi sürekli tekrar ederek içsel bir sürece dönüştürür. Fakat bu dönüşüm sadece tekrar üzerine kurulu değildir. Yeni bilginin önceki öğrenmeler ile koordine edilmesini de gerektirebilir.

Yapılan çalışmada öğretmenin gözlem notları incelendiğinde bu koordinasyonun sağlanmasında yaşanan sorunlara yapılan vurgu dikkat çekicidir. Önceki öğrenmelerde hatalı ya da eksik kapsülleme olması veya kalıcılık sağlanamadığı için unutma faktörlerinin yeni öğrenmeyi olumsuz etkilediği ve öğrencilerin aşamalar arasındaki geçişleri zorlaştırdığı söylenebilir. Bu sonuç Tziritas (2011) ve Hazar’ın (2021) yaptıkları çalışmaların sonuçlarıyla da paralellik göstermektedir. Aslında tüm öğrenmelerin kalıcılığı önemlidir ancak sarmal öğretim yöntemi ile planlanan konuların gelecekteki öğrenmeler için önemi daha da büyüktür. Bu çalışmada yapılandırmacı bir kuram olan APOS teorisine uygun olarak hazırlanan ACE öğretim döngüsünün öğrenmede kalıcılığı arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu bulgu Özerbaş (2007), Zengin ve Tatar’ın (2014) yaptığı çalışmaların sonuçlarıyla da paralellik göstermektedir. Bu sebeple ACE öğrenim döngüsünün kullanımına ve APOS temelli değerlendirme yapılmasına 9. sınıftan başlanması daha uygun olacaktır.

Değişen ve sürekli olarak gelişen dünyada insan davranışlarındaki değişiklikleri kalıcı hale getirebilmek, tüm gelişmelere ayak uydurabilen, çağa uygun olarak toplumun beklentilerine cevap verebilen, araştıran, soru sorabilen, sorgulayan ve kendini gerçekleştirmiş, özgüven duygusu gelişmiş bireyler yetiştirmek, ancak eğitimle mümkündür. Eğitim alanında yapılan tüm harcamalar, verilen tüm emekler ve gösterilen tüm fedakarlıklar insana yapılan büyük yatırımlardır. Elbette hem toplum hem de devlet tüm bunların karşılığında sözü edilen bireyleri ve onların başarılarını görmek isteyecektir. Öğretimin olduğu her dönemde ölçme ve değerlendirmeye ihtiyaç duyulmuştur. Okullarda kullanılan pek çok araçla (yazılılar, öğretmen kurulları, proje ödevleri vb.) öğrenci başarısı ölçülmeye çalışılmaktadır. Ayrıca yapılan ulusal ve uluslararası sınavlar da öğrenci başarısını ortaya koyan önemli araçlar olarak görülebilir. Bu sınavların sonuçlarında öğrencilerin kendilerinden beklenen başarı ortalamalarına ulaşamamaları ise ciddi bir sorundur. Yapılan çalışmanın sonucunda APOS teorik çerçevesinde hazırlanan öğretim döngüsünün tek bir konu üzerinde bile öğrenci başarısını arttırdığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu sonuç Weller ve arkadaşları (2009), Çekmez (2013), Açıl (2015), Borji ve arkadaşları (2018), Yorgancı (2019) gibi pek çok araştırmanın bulgularıyla da paraleldir. Buna göre APOS teorisine uygun olarak hazırlanmış ders planlarının ve öğretim ortamlarının kullanılmasının eğitimde kaliteyi arttıracağı ve bunun sonucu olarak daha özgüvenli ve başarılı bireylerin yetişeceği söylenebilir.

Günümüzde bilim ve teknoloji takip edilmesi neredeyse imkânsız bir hızla ilerlemekte ve gelişmektedir. Bu hız her türlü bilimsel bilgiyi bilen bireyler yetiştirilme çabasını değersizleştirmektedir. Değerli olan bilgiyi kendi zihin süzgecinden geçirebilen ve gerekli bilgiye ulaşabilen bireylerin yetiştirilmesidir. Bu da ancak kendini tanıyan ve nasıl öğrendiğini bilen bireylerden beklenebilecek bir davranıştır. APOS teorisine uygun ders planları ve öncesinde hazırlanan genetik çözümleme bireyin öğrenmesi sürecinde oluşturduğu zihinsel yapıların gözlemlenebilmesini sağlar. Yapılan çalışmada öğretmenin gözlem notları incelendiğinde öğrencilerin zihinsel aşamalar arasında gidiş gelişlerinin öğretmen tarafından gözlemlenebildiği görülmüştür. Benzer şekilde Çetin (2009), Deniz (2014), Ercire (2014), Şefik (2017) ve Günaydın'da (2018) çalışmalarında öğrencilerin zihinsel süreçlerini genetik çözümlemeye göre takip ederek yorumlamışlardır.

Yapılan birçok araştırmaya göre (Kılıç 2011, Saraçoğlu 2016, Akay & Küçükkaragöz 2016, Kutluca 2017) tutum ve motivasyon derste öğrenci başarısını etkileyen en önemli etkenler arasında yer alır. Gözlem notları ve görüşmelerden elde edilen verilere göre APOS teorik çerçevesine uygun olarak oluşturulan öğrenme ortamının öğrenci motivasyonunu arttırdığı ve öğrencilerin derse karşı tutumlarını olumlu etkilediği görülmüştür. Ayrıca uygulanan türev tutum ölçeği sonuçları değerlendirildiğinde öğrencilerin konuya karşı tutumlarında olumlu ve anlamlı bir değişim olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Günaydın (2018) ve Gürbüz'de (2018) çalışmalarında benzer sonuçlara ulaşmışlardır. Öğrencilerde oluşan tutum değişikliğini en önemli sebebi neyi niçin yaptıklarını bilerek yapıyor olmaları olduğu söylenebilir. Bunun sonucu olarak da sadece akademik bilgiyi öğrenen değil bunu nasıl kullanacağını bilen ve yorumlayabilen öğrencilerin yetişeceği söylenebilir.

Yapılan çalışma her ne kadar bunu amaçlamış olmasa da APOS teorik çerçevesine göre hazırlanan ACE öğretim döngüsünün sınıf ortamında uygulanabilir olduğunu da göstermiştir. Bu konuda Voskoglou'da (2019) çalışmasında yöntemin uygulanabilir olduğunu göstermektedir.

Her ne kadar yöntem uygulanabilir olsa da bazı zayıf yönlerinden bahsetmek de mümkündür. Sınıf tartışmaları sırasında öğrencilerin aktif olmaları, fikirlerini özgürce söyleyebilmeleri, düşünebilecekleri ve fikir yürütebilecekleri yeterli zamana sahip olmaları yöntemin etkililiği açısından oldukça önemlidir. Bu sebeple bu tartışmaları önceden planlamak ve net bir zaman çizelgesine uygun olarak sürdürmek her zaman mümkün olmayabilir. Tartışmaların gereksiz olarak uzaması ya da konudan uzaklaşılması da karşılaşılabilecek bir durumdur. Öğretmenin bu anlamda iyi bir yönetici olabilmesi, tartışmayı iyi bir şekilde yönlendirebilmesi ve sabırlı olabilmesi büyük önem taşımaktadır. Özellikle 12. sınıf öğrencilerinin üniversite sınavına hazırlanıyor olmaları ve zaman konusunda oldukça kaygılı oldukları düşünüldüğünde bu tür olumsuzlukların kullanılan yönteme olan inancı olumsuz olarak etkileyeceği açıktır. Yapılan çalışmada bu tür bir olumsuzluk yaşanmasa da öğrenciler görüşmelerde ve günlükler de zaman kaygılarını sıklıkla dile getirmişlerdir.

Bu araştırma sırasında yapılan uygulama da bir konunun 10 ders saati boyunca işlenmiş olması öğrencilerin en çok dillendirdikleri olumsuzluk olmuştur. Elbette ki bunun çeşitli nedenleri vardır ancak en çok ifade edilen sebep yaklaşmakta olan üniversite sınavı kaygısı olmuştur.

APOS teorik çerçevesine göre hazırlanan ders planlarının temel hedefi öğrencinin zihninde oluşturduğu aşamaları gözlemleyebilmek ve bu aşamaların oluşmasını yardımcı etkinliklerle desteklemektir. Bu sebeple sınıf tartışmalarında öğretmenin tartışmayı iyi yönetmesi kadar önemli bir diğer görevi de öğrencilerde oluşan değişimleri gözlemleyebilmesidir. Elbette ki kalabalık bir sınıf ortamında öğretmenin bunu yapabilmesi zor değil imkansızdır. Bundan dolayı APOS teorik çerçevesine göre düzenlenecek olan sınıf ortamında teknolojik araçlar ve etkinlikler kadar önemli olan bir diğer husus da sınıf mevcududur.

4.1 Öneriler

Araştırmada elde edilen sonuçlara göre araştırmacı tarafından bazı önerilerde bulunulmuştur;

- ◊ Derslerde materyal ve teknoloji kullanımının öğrencilerin motivasyonuna olumlu katkı sağladığı gözlenmiştir. Ancak yapılacak olan etkinliklerin seçilmesi ve planlanması konusunda zaman kavramının da göz ardı edilmemesi oldukça önemlidir. Çünkü uzun zaman alan ve karmaşık etkinliklerin kullanılması amaçlananın aksine öğrenci motivasyonunu olumsuz olarak etkileyebilmektedir.
- ◊ Farklı sınıf düzeyleri ve farklı matematik konularında benzer çalışmaların yapılması materyal geliştirme ve teknolojinin doğru kullanılması konusunda eğitimcilere önemli katkılar sunacaktır.
- ◊ Çalışma üniversite sınavına hazırlanan öğrenciler ile yapılmış ve öğrencilerin yaşadıkları sınav kaygısının tutum ve başarı üzerinde olumsuz etkileri gözlenmiştir. Çalışma diğer sınıf kademelerinde de yapılabilir.
- ◊ Üniversite sınavı sorularının dört yıllık lise öğretim programında yer alan tüm konuları kapsaması ve öğrencilerin 9, 10 ve 11. sınıfta öğrendikleri bilgilerin büyük bir çoğunluğunu unutmuş olmaları matematik kaygısının en büyük sebebi olarak görüldüğünden üniversiteye hazırlık kurslarında bir yılda dört yıllık öğretim programının tamamına ait konuların öğrenilmesi düşüncesi öğrencileri pratik yollar aramaya ve ezberci öğrenime zorlamaktadır. Bu çalışmada, kullanılan yöntemin öğrenmenin kalıcılığına olumlu etkisinin olduğu sonucuna ulaşıldığından yöntemin liselerde 9. sınıftan itibaren kullanılmaya başlanması ile öğrenilen bilginin kalıcı olması sağlanarak öğrencilerin sınav kaygısı azaltılabilir.
- ◊ Etkinliklerin sınıf düzeyine uygun şekilde belirlenmesi, sınıf tartışmalarının yönetimi ve öğrencilerin APOS teorisinde yer alan zihinsel yapıları inşası ve kullandıkları zihinsel mekanizmaların iyi şekilde gözlemlenmesi yöntemin etkililiği

açısından oldukça önemlidir. Bu sebeple öncelikle öğretmenin bu konularda donanımlı olması gerekmektedir.

◊ Öğretmen yetiştiren kurumlarda APOS teorisi uygulamalı bir ders olarak verilebilir ve mevcut öğretmenlere de konu ile ilgili hizmet içi eğitimler düzenlenebilir.

◊ APOS teorisi temel alınarak planlanan ve uygulanan derslerde öğrencilerin öğretmen tarafından gözlemlenebilmesi öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerinin takip edilmesi açısından oldukça önemli olduğundan sınıf mevcutlarının azaltılması için gereken çalışmalar yapılmalıdır.

◊ Çalışma Covid-19 pandemisi nedeni ile kontrol grubu olmadan uygulanmıştır. Yapılacak olan çalışmalar da kontrol grubu da çalışmaya dahil edilerek yöntemin aynı okulun farklı şubelerindeki öğrenciler arasında ya da farklı iki okulun öğrencileri arasında yapılması önerilebilir.

5. KAYNAKLAR

Açan, H. (2015). *8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 418033).

Açıl, E. (2015). *Ortaokul 3. sınıf öğrencilerin denklem kavramına yönelik soyutlama süreçlerinin incelenmesi: APOS Teorisi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 418252).

Akkaya, Ş. (2019). *Yedinci sınıf rasyonel sayılar ünitesinin 5E öğrenme modeline göre planlanması, uygulanması ve değerlendirilmesinin öğrencilerin akademik başarı ve matematik dersine karşı tutumlarına etkisi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 601770).

Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 19*(2), 223-238

Arnon, I., Cottrill, J., Dubunsky, E., Oktaç, A., Fuentes,S.R., Trigueros, M., vd. (2014). *APOS Theory: A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. Switzerland: Springer.

Asiala M., Cottrill J., Dubinsky E. ve Schwingendorf K.E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *Journal Of Mathematical Behavior, 16*(4), 399-431, https://doi.org/10.1016/S0732-3123(97)90015-8

Aydoğdu, M., Ayaz, M.F. (2008). Matematikte öğrencilere problem çözme yeteneğinin kazandırılması. *e-Journal Of New World Sciences Academy, 3*(4), 588-596

Aygün, İ. (2019). *5E öğrenme modelinin 7.sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki akademik başarı ve matematiğe karşı özyeterliklerine etkisi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 582160).

Bademci, V. (2006). Tartışmayı sonlandırmak: cronbach'ın alfa kat sayısı, iki değerli [0,1] ölçümlenmiş maddeler ile kullanılabilir. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 0*(13), 438-446.

Bakar, S. (2018). *Ortaöğretim 12. sınıfta okuyan öğrencilerin türev öğretiminde teknoloji kullanımının öğrencilerin başarısına ve matematiksel inancına, yansıtıcı düşüncesine ve matematik tutumuna etkisi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 501766).

Baki, A. (2020). *Matematik tarihi ve felsefesi*. Ankara: Pegem Akademi

Baştürk, R. (2014). Deneme modelleri. A. Tanrıöğen (Ed.), *Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (s. 31–56) içinde. Ankara: Anı Yayınları

Bayam, S.B. (2014). Matematik eğiliminde matematik tarihi gerekliliğinin felsefi temelleri ve gerçekçi matematik eğitiminde matematik tarihinin önemi. *Dörtöge Dergisi, 3*(5), 233-243

Baykul, Y. (2021). *İlkokulda matematik öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi

Bayraktar, F., Tutak, T. ve İlhan, A. (2019). An analysıs of the studıes on the APOS Theory. *Elektronik Eğitim Bilimleri Dergisi. 8*(16), 242-250

Bilim ve Aydınlanma Akademisi (BAA). (2020). *Hangi öğrenciler matematikte sıfır çekiyor ve neden?* (Rapor No: 16). Ankara, https://bilimveaydinlanma.org/hangi-ogrenciler-matematikte-sifir-cekiyor-ve-neden. Erişim Tarihi:09.03.2021

Bingölbali, B., Arslan, S. ve Zembat, Ö.İ.(Eds.). (2016). Matematik eğitiminde teoriler. Ankara: Pegem Akademi

Borji, V., Alamolhodaei H. ve Radmehr F. (2018). Application of the APOS-ACE Theory to improve students' graphical understanding of derivative. Eurasia Journal of Mathematics. *Science and Technology Education. 14*(7), 2947-2967, https://doi.org/10.29333/ejmste/91451

Bozat, P. (2013). İlkokul 1,2 ve 3. sınıf öğretmenlerinin matematik öğretiminde karşılaştıkları sorunlar ve çözüm önerilerine yönelik algıları. Yayınlanmamış doktora tezi, Yakın Doğu Üniversitesi, Lefkoşa

Büyüköztürk, Ş. (2016). Sınavlar üzerine düşünceler. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi, 6*(2), 345-356

Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E.K., Akgün, Ö.E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2020). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.

Can, A. (2020). *SPSS ile bilimsel araştırma sürecinde nicel veri analizi*. Ankara: Pegem Akademi.

Chamberlain, D., Vidakovic, D. (2021). Cognitive trajectory of proof by contradiction for transition-to-proof students. *Journal of Mathematical Behavior, 62*(1), https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100849

Christensen, L. B., Johnson, R. B. ve Turner, L. A. (2020). Araştırma yöntemleri desen ve analiz. (A. Aypay, Çev. Ed.). Ankara: Anı Yayıncılık.

Corte, E. D. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (mathematics) from ınstruction. *Applied Psychology: An International Review, 53*(2), 279–310, https://doi.org/10.1111/j.1464-0597.2004.00172.x

Creswell J. W. (2021). *Karma yöntem araştırmalarına giriş*. Ankara: Pegem Akademi

Çekmez, E. (2013). *Dinamik matematik yazılımı kullanımının öğrencilerin türev kavramının geometrik boyutuna ilişkin anlamalarına etkisi.* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 344508).

Çetin, İ. (2009). *Students'understanding of limit concept:An APOS perspective*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 255251).

Çetin, İ. ve Dubinsky, E. (2017). Reflective abstraction in computational thinking. *Journal of Mathematical Behavior 47*(1), 70-80

Çetin, Y. (2017). *Teknoloji destekli probleme dayalı öğrenme uygulamalarıyla öğretimin 9.sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ve fonksiyon konusundaki akademik başarılarına etkisi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 461493).

Çiftçioğlu Özyüksel, A. ve Doğan, E. (2017). Güncel optimizasyon tekniklerinin matematiksel problemlerin çözümündeki performanslarının kıyaslanması. *Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, 13*(2), 579-591

Demirkan, Ö. ve Saraçoğlu, G. (2016). Anadolu lisesi öğretmenlerinin derslerde kullandıkları öğretim yöntem ve tekniklerine ilişkin görüşleri. *The Journal of International Lingual, Social and Educational Sciences. 2*(1), 1-11

Deniz, Ö. (2014). *8. Sınıf Öğrencilerinin gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımı altında eğim kavramını oluşturma süreçlerinin APOS teorik çerçevesinde incelenmesi.* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 375301).

Dubinsky, E., and Leron, U. (1994). *Learning abstract algebra with ISETL.* Switzerland: Springer, https://doi.org/10.1007/978-1-4612-2602-4

Dubinsky, E. (2006). Reflective abstraction in advanced mathematical thinking. D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (s. 95–126) içinde. Switzerland: Springer

Dubinsky, E., ve McDonald, M. A. (2002). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. D. Hoton (Ed.). *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level* (pp. 275–282). Dordrecht: Springer.

Durmuşçelebi, M. ve Ablak, Y. (2017). Lise öğretmenlerinin yapılandırmacı öğrenme kuramını uygulama düzeyleri–Kayseri ili örneği. Ö. Demirel ve S. Dinçer (Eds.), *Eğitim Bilimlerinde Yenilikler ve Nitelik Arayışı* (s. 241-257) içinde. Ankara: Pegem Akademi

Eğmir, E., Çelik, H. (2021). Öğretmen adaylarının Türk eğitim sisteminin sorunlarına olan yaklaşımı ve kültürel bazda küresel problemlere yakınlık düzeyleri. *Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi, 17*(34), 940-979, doi: 10.26466/opus.773110

Ercire, Y.E. (2014). *İrrasyonel Sayı Kavramına İlişkin Yaşanılan Güçlüklerin İncelenmesi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 368252).

Ersoy, E. ve Güner, P. (2014). Matematik öğretimi ve matematiksel düşünme. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi, 3*(2), 102–112

Fırat, M., Kabakçı Yurdakul, I., ve Ersoy, A. (2014). Bir eğitim teknolojisi araştırmasına dayalı olarak karma yöntem araştırması deneyimi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi, 2*(1), 65-86, doi: 10.14689/issn.2148-2624.1.2s3m

Güler, N. (2018). *Eğitimde ölçme ve değerlendirme*. Ankara: Pegem Akademi.

Gültekin, M., Bayır, G.Ö., Yaşar, E. (2020). Karma araştırma yöntemi. B. Oral ve A. Çoban (Ed.), *Kuramdan Uygulamaya Eğitimde Bilimsel Araştırma* (s. 317-357) içinde. Ankara: Pegem Akademi

Günaydın, R. (2018). *5. sınıf öğrencilerinin kesir kavramını oluşturma süreçlerinin apos teorik çerçevesinde incelenmesi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 513287).

Gürbüz, M. Ç. (2021). *Ortaokul öğrencilerinin cebirsel kavramları soyutlama süreçlerinin incelenmesi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 668641).

Gürbüz, M. K. (2018). *Yedinci sınıf öğrencilerinin etkinlik temelli öğrenme yaklaşımı altında oran-orantı kavramlarını oluşturma süreçlerinin incelenmesi: APOS Teorisi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 497361).

Hazar, D. (2021*). Üç boyutlu hologram destekli öğrenmede lineer cebir kavramlarının oluşturulma sürecinin incelenmesi*. (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 687709).

Işık, A. ve Konyalıoğlu, A.C. (2005). Matematik eğiliminde görselleştirme yaklaşımı. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi,* 11, 462-471

Işık, A., Çiltaş, A., Bekdemir M. (2008). Matematik eğitiminin gerekliliği ve önemi. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17, 174-184

Kabael, T. (2019). Matematik okuryazarlığı ve PISA. T. Kabael (Ed.). *Matematik Okuryazarlığı ve PISA* (s. 11–45) içinde. Ankara: Anı Yayıncılık

Kandemir, M.A. (2011). *Modelleme etkinliklerinin öğrencilerin duyuşsal özelliklerine problem çözme ve teknolojiye ilişkin düşüncelerine etkisinin incelenmesi.* (Doktora Tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 299321).

Kara, A. (2020). *Doğrusal denklemler ve eşitsizlikler konusunun öğretiminde probleme dayalı öğrenme yaklaşımının öğrenci başarısına ve tutumuna etkisi.* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 636865).

Kara, M. (2014). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının türev konusuna yönelik tutumları (ölçek geliştirme çalışması).* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 383623).

Kara, M. (2020). Eğitim paydaşlarının görüşleri doğrultusunda Türk eğitim sisteminin sorunları. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 21*(3), 1650-1694, doi: 10.29299/kefad.853999

Karadağ, E., Deniz, S., Korkmaz, T. ve Deniz, G. (2008). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımı: sınıf öğretmenleri görüşleri kapsamında bir araştırma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 21*(2), 383-402

Kılıç, A. S. (2011). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin genel başarıları, matematik başarıları, matematik dersine yönelik tutumları, güdülenmeleri ve matematik kaygıları arasındaki ilişki.* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 290724).

Kılıçoğlu, E. ve Kaplan, A. (2019a). Classroom reflections of model-based ınstruction: ACE teaching cycle. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,21*(2), 191-211, doi:10.17556/erziefd.467668

Kılıçoğlu, E. ve Kaplan, A. (2019b). An examination of middle school 7th grade students' mathematical abstraction processes. *Journal of Computer and Education Research, 7* (13), 233-256, doi: 10.18009/jcer.547975

King, J.P. (2014). *Matematik sanatı*. (N. Arık, Çev.). Ankara: Tübitak Yayınları. (Orijinal eserin yayın tarihi 2006)

Kobal, A. (2020). *10. Sınıf çokgenler, dörtgenler ve yamuk konularında 5E öğrenme döngüsü modeline dayalı öğretimin öğrencilerin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi.* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 636238).

Kutluca, T. (2017). İkinci dereceden fonksiyonlar konusuna ilişkin 10.sınıf öğrencilerinin başarı, özdeğerlendirme ve tutumlar arasındaki ilişki. *Batman Üniversitesi Yaşam Bilimleri Dergisi, 7* (1), 76-88.

Menten, G. (2019). *Probleme dayalı öğrenme yaklaşımının onuncu sınıflarda geometriye ilişkin akademik başarı, kalıcılık, tutum ve motivasyona etkisi.* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 588429).

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2015). Düşünme eğitimi dersi öğretim programı, Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı,

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9,10,11 ve 12. Sınıflar), Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=343

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2019). PISA 2018 Türkiye ön raporu. Eğitim Analiz ve Değerlendirme Raporları Serisi (Rapor No. 10). Ankara, http://pisa.meb.gov.tr/wp-content/uploads/2020/01/PISA_2018_Turkiye_On_Raporu.pdf

Ocak, G. (2019). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.

Oktaç, A. ve Çetin, İ. (2016). APOS Teorisi ve matematiksel kavramların öğrenimi. E. Bingölbali, S. Arslan, İ. Ö. Zembat (Eds.). *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 163-181) içinde. Ankara: Pegem Akademi

Ölçme Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM). (2021). Yükseköğretim kurumları sınavı (YKS) sayısal bilgiler raporu. Ankara: ÖSYM https://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2021/YKS/sayisal_veriler_28072021.pdf Erişim tarihi: 15.05.2020

Ölçme Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM). (2020). Yükseköğretim kurumları sınavı (YKS) sayısal bilgiler raporu. Ankara: ÖSYM, https://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2020/YKS/yks_sayisal_27072020.pdf Erişim tarihi: 15.05.2020

Ölçme Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM). (2019). Yükseköğretim kurumları sınavı (YKS) sayısal bilgiler raporu. Ankara: ÖSYM, https://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2019/YKS/sayisalbilgiler18072019.pdf Erişim tarihi: 15.05.2020

Ölçme Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM). (2018). Yükseköğretim kurumları sınavı (YKS) sonuçları ön değerlendirme raporu. Ankara: ÖSYM, https://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2018/YKS/ondeg_yks_rapor_31072018.pdf. Erişim tarihi: 15.05.2020

Ölçme Seçme ve Yerleştirme Merkezi (ÖSYM). (2017). Yükseköğretime giriş sınavı (YGS) sayısal bilgiler raporu. Ankara: ÖSYM, https://dokuman.osym.gov.tr/pdfdokuman/2017/OSYS/YGS/SAYISAL28032017.pdf Erişim tarihi: 15.05.2020

Özen, Y. ve Gül, A. (2007). Sosyal ve eğitim bilimleri araştırmalarında evren–örneklem sorunu. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 0*(15), 394–422

Özdemir, O., Güzel Özdemir, P., Kadak, M. T. ve Nasıroğlu, S. (2012). Kişilik gelişimi. Psikiyatride güncel yaklaşımlar. *Current Approaches in Psychiatry 4*(4), 566-589, doi:10.5455/cap.20120433

Özmantar, M. F., Ağaç, G., Yılmaz, B. ve Özbey, N. (2020). Cumhuriyet dönemi ortaokul matematik öğretim programlarına genel bir bakış. M. F. Özmantar, H. Akkoç, B. Kuşdemir Kayıran ve M. Özyurt (Eds.), *Ortaokul matematik öğretim programları tarihsel bir inceleme* (s. 29–76) içinde. Ankara: Pegem Akademi

Özerbaş, M. A. (2007). Yapılandırmacı öğrenme ortamının öğrencilerin akademik başarılarına ve kalıcılığına etkisi. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 5*(4), 609-635

Rock, D. ve Brumbaugh, D.K. (2017). *Lise matematik öğretimi*. Z. Yılmaz, S. Baştürk ve H. Kılıç (Çev. Eds.). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık

Sağlam, Y. ve Kanadlı, S. (2021). *Nitel veri analizinde kodlama*. Ankara: Pegem Akademi.

Sakallı, A. F. (2011). *Karmaşık sayılar konusunun öğretiminde yapılandırmacı 5E modelinin öğrencilerin akademik başarılarına ve tutumlarına etkisi.* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 284473).

Saraçoğlu, F. (2016) *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin matematik başarıları ve matematik dersine yönelik tutumlarının incelemesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ahi Evran Üniversitesi, Kırşehir.

Sümbüloğlu K. ve Sümbüloğlu V. (2016). *Biyoistatistik*. Ankara: Hatiboğlu Yayınevi.

Syarifuddin, H., ve Atweh, B. (2022). The use of activity, classroom discussion, and exercise (ace) teaching cycle for ımproving students' engagement in learning elementary linear algebra. *European Journal of Science and Mathematics Education, 10*(1), 104-138. https://doi.org/10.30935/scimath/11405.

Şaşan, H. H. (2002). Yapılandırmacı öğrenme. *Yaşadıkça Eğitim Dergisi, 16*(74), 49-52

Şefik, Ö. (2017). *Öğrencilerin iki değişkenli fonksiyon kavramını anlamalarının APOS teorisi ile analizi.* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 484096).

Tuna, A. (2011). *Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi.* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 290666).

Tuncer, M. (2020). Nicel araştırma desenleri. B. Oral ve A. Çoban (Eds.), *Kuramdan Uygulamaya Eğitimde Bilimsel Araştırma Yöntemleri* (s. 205–229) içinde. Ankara: Pegem Akademi

Tural, S. (2017). *Elektrik dağıtım sistemlerinde gerilim optimizasyonu*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 497863).

Tziritas, M. (2011). *APOS Theory as a framework to study the conceptual stages of related rates problems.* Concordia University Montreal.

Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*(24), 234-243

Uslu, G. (2006). *Ortaöğretim matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin öğrencilerin derse ilişkin tutumlarına, akademik başarılarına ve kalıcılık düzeylerine etkisi.* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi veri tabanından erişildi (Tez No. 180130).

Vidakovic, D., Dubinsky, E. ve Weller, K. (2018). APOS Theory: Use of computer programs to foster mental constructions and student's creativity. V. Freiman, J. L. Tassell (Eds.). *Creativity And Technology İn Mathematics Education* (s. 441-477) içinde. Switzerland: Springer

Voskoglou, M. (2015). Fuzzy logic in the APOS/ACE instructional treatment for mathematics. *American Journal of Educational Research, 3*(3), 330-339

Voskoglou, M. (2019). A markov chain model for the APOS/ACE ınstructional treatment of mathematics. *International Journal of Education and Learning Systems,* 4, 1–6

Weller, K., Arnon I., Dubinsky, E. (2009). Preservice teachers' understanding of the relation between a fraction or ınteger and ıts decimal expansion. *Canadıan Journal Of Scıence, Mathematıcs, And Technology Educatıon*, 9(1), 5–28, doi:10.1080/14926150902817381

Yaratan, H. (2020). *Sosyal bilimler için temel istatistik SPSS uygulamalı*. Ankara: Anı Yayıncılık.

Yıldırım, A., Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yorgancı, S. (2019). Bilgisayar destekli soyut cebir öğretiminin başarıya ve matematiğe karşı tutuma etkisi: ısetl örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education, 10*(1), 260-289

Zengin, Y., Tatar, E. (2014). Türev uygulamaları konusunun öğretiminde GeoGebra yazılımının kullanımı. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 22*(3), 1209-1228

EKLER

EK A : Başarı testi

1. Cenk ve Sibel cep telefonunda mesajlaşmaktadır. Cep telefonlarının marka ve modelleri aynı olup mesaj ayarları ile ilgili aşağıdakiler bilinmektedir.

I. Cenk'in telefonunda yazı boyutu ayarı büyük boyut olup bir satıra en çok 23 karakter sığmaktadır.

II. Sibel'in telefonunda yazı boyutu varsayılan boyut olup bir satıra en çok 26 karakter sığmaktadır.

III. Cenk'in Sibel'e yazdığı bir mesaj kendi telefonunda 12 satır olarak görünmektedir.

Her bir karakterin satırda kapladığı yer aynı olmak üzere Sibel'in, Cenk'ten gelen mesajı telefonunda kaçıncı satırda bitmiş şekilde görebileceğine dair aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) 11. satırda ya da 10. Satırda
B) 10. satırda ya da 9. satırda
C) 9. satırda ya da 8. satırda
D) 8. satırda ya da 7. satırda
E) 7. satırda ya da 6. Satırda

2.

İlk gün	150 TL
Daha sonra devam eden her gün için	50 TL

Kerem Bey yukarıdaki ilanı veren oto kiralama firmasından bir araç kiralamıştır.

Aracı teslim ettiğinde ortalama günlük ücreti 60 TL'ye geldiğine göre **Kerem Bey bu aracı kaç günlüğüne kiralamıştır?**

A) 5 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. Aşağıdaki tabloda A ve B işyerlerinde çalışan işçilere ödenecek haftalık ücretler ile yemek ve yol ücretlerine ait bilgiler verilmiştir

	Haftalık Ücret (TL)	Günlük Yemek Ücreti (TL)	Günlük Yol Ücreti (TL)
A	500	20	a
B	600	15	b

Her iki işyerinde de işçiler sadece hafta içi çalışmakta ve yol – yemek ücretleri sadece işe gelinen günler için ödenmektedir. A işyerinde çalışan bir işçiye 1 hafta boyunca ödenen toplam ücret B iş yerinde çalışan işçiye ödenen ücretten daha fazladır.

Buna göre aşağıda verilen a ile b arasındaki bağıntılardan hangisi <u>kesinlikle</u> doğrudur?

A) $a - b > 15$
B) $a - b > 20$
C) $a - b > 25$
D) $a - b < 15$
E) $a - b < 20$

4. İnternet paket fiyatları aşağıdaki gibidir;

1.paket: 60 GB internet aylık 40 TL, kota aşımı 1 GB = 2 TL dir.
2.paket: 80 GB internet aylık kullanımı 50 TL, kota aşımı 1 GB = 2 TL'dir
3.paket: Sınırsız internet <u>12 ay taahhütlü</u> aylık 70 TL.
Taahhütsüz paketler aylık yenilenebilir veya değiştirilebilir.

Bir işletmenin internet kullanım bilgileri aşağıda verilmiştir.

İşletme temmuz ve ağustos aylarında internet kullanmamaktadır.

Eylül ve ekim aylarında 70 GB ve diğer aylarda 95 GB internet kullanmaktadır.

Buna göre işletme en ekonomik olarak bu paketlerden nasıl yararlanabilir?

A) 3. paket seçilir.
B) Eylül ve ekim aylarında 1. paket diğer aylarda 2. paket seçilir
C) Eylül ve ekim aylarında 2. paket diğer aylarda 1. paket seçilir.
D) Tüm aylarda 1. paket seçilir.
E) Tüm aylarda 2. paket seçilir.

5. Matematik Öğretmeni Kerim Bey, internet üzerinden marketlerle etkileşimli yeni model bir buzdolabı almıştır. Buzdolabındaki yumurta sayısı 5' in altına düştüğünde buzdolabı marketle iletişime geçerek 20 adet yumurta siparişi vermektedir.

Kerim Bey'in evinde, hafta içi ikişer, hafta sonu üçer yumurta tüketilmektedir. Pazartesi günü sabah buzdolabında 20 yumurta vardır.

Buna göre 4 haftalık süre sonunda Pazar gününün akşamında Kerim Bey'in buzdolabında kaç yumurta bulunur?

A) 6 B) 10 C) 12 D) 16 E) 22

6. Bir gsm firması 20 TL karşılığında 100 dk konuşma hakkı sunmaktadır. Aşan her dakika içinse 50 kuruş faturaya yansıtmaktadır.

x dakika konuşan birinin kaç TL ödeyeceğini gösteren fonksiyon hangisidir?

A) $f(x) = 50.(x - 20)$

B) $f(x) = \dfrac{(x - 20)}{2}$

C) $f(x)=\begin{cases} 20 & x \le 100 \text{ ise,} \\ 20+50x & x > 100 \text{ ise,} \end{cases}$

D) $f(x)=\begin{cases} 20 & x \le 100 \text{ ise,} \\ \dfrac{x+40}{2} & x > 100 \text{ ise,} \end{cases}$

E) $f(x)=\begin{cases} 20 & x \le 100 \text{ ise,} \\ \dfrac{x-60}{2} & x > 100 \text{ ise,} \end{cases}$

7. Dik koordinat düzleminde, iki köşesi x-ekseni üzerinde diğer iki köşesi de $y = 27 - x^2$ parabolü üzerinde bulunan ve bu parabol ile x-ekseni arasında kalan dikdörtgenler çiziliyor.

Buna göre, en büyük alana sahip dikdörtgenin çevresi kaç birimdir?

A) 40 B) 42 C) 44 D) 46 E) 48

8. Bir ayrıtı x birim uzunluğunda olan küp şeklindeki bir kristalin üretim maliyeti hacim üzerinden birimküp başına 5 TL, satış fiyatı ise yüzey alanı üzerinden birimkare başına 20 TL olarak hesaplanmaktadır.

Buna göre, x kaç birim olursa bu kristalin satışından elde edilen kâr en fazla olur?

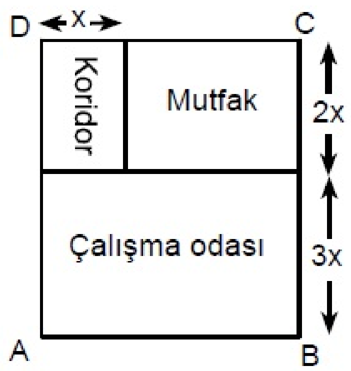
A) 16 B) 18 C) 20 D) 22 E) 24

9. $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

fonksiyonunun $\left[\dfrac{-1}{2}, \dfrac{1}{2}\right]$ **aralığındaki maksimum değeri kaçtır.**

A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

10.



Koridor, mutfak ve çalışma odasından oluşan bir iş yerinin yukarıda verilen modeli ABCD dikdörtgenidir ve bu dikdörtgenin çevresinin uzunluğu 72 metredir.

Bu iş yerindeki mutfağın en geniş alanlı olması için x kaç metre olmalıdır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

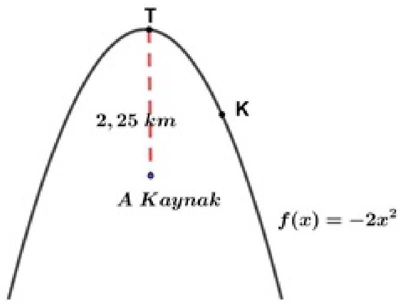
11. Bir tur şirketi, düzenleyeceği bir gezi için kişi başı 140 TL ücret talep etmektedir. Kayıt yaptıranların sayısının 80'den fazla olması hâlinde, 80'in üzerindeki her bir kişi için tüm katılımcılara 50'şer kuruş geri ödeme yapılacaktır. Kontenjan 200 kişi ile sınırlıdır.

Örneğin, geziye 100 kişi katılırsa herkese 10'ar TL geri ödeme yapılıyor ve kişi başı 130 TL ücret alınmış oluyor.

Buna göre, geziye kaç kişi katılırsa şirketin katılımcılardan elde edeceği gelir en fazla olur?

A) 160 B) 165 C) 175
D) 180 E) 185

12.



Şekilde bir dağın yüzeyi $f(x) = -2x^2$ fonksiyonu ile hesaplanmıştır. Bu dağın zirvesinden 2,25 km kadar aşağıda bir petrol yatağının olabileceği ölçülüyor. Maliyetin düşük olması sebebi ile dağın K yamacından bu A kaynağa ulaşmak isteniyor.

Buna göre |AK| uzunluğunun <u>en kısa</u> olması için K noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-1,-2) B) (1,-2) C) (-1,2)
D) (2,-1) E) (-2,1)

13. $(n^2 + 2)x^2 - 2nx + m + 1 = 0$

Denkleminin kökleri toplamının en <u>büyük</u> olabilmesi için n kaç olabilir?

A) 2 B) $\sqrt{2}$ C) 0
D) $-\sqrt{2}$ E) -2

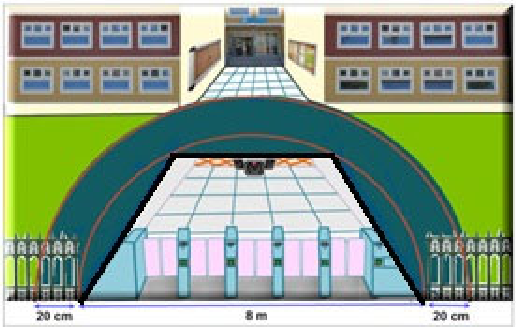
14.

C ve B noktalarından sırasıyla 5 mt/sn ve 3 mt/sn hızlarla iki hareketli şekildeki yönlerde hareket etmektedir.

|BC| = 136 mt olduğuna göre kaç saniye sonra bu iki hareketli arasındaki uzaklık <u>en az</u> olur?

A) 15 B) 18 C) 20 D) 23 E) 25

15.

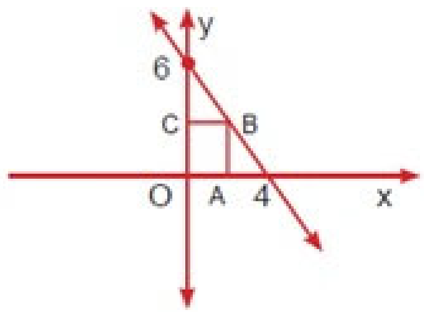


Bir okula kartlı geçiş sistemi için kapı girişi yapılacaktır. Öğrencilerin rahat geçişlerini sağlamak için iç tarafı ikizkenar yamuk, dış tarafı yarım daire olacak şekilde, tabanı 8 metre olan ve tabanın köşelerinden 20 santim genişliğinde olacak şekilde dışı yarım daire beton yapı oluşturulmuştur. (Şekil üzerindeki ölçüleri dikkate alınız) Girişteki beton yüzeyin, dairesel bölge ile ikizkenar yamuk arasında kalan alanın en küçük değeri yaklaşık olarak kaç metrekaredir?

A) 6,06 B) 8,82 C) 17,64

D) 20,04 E) 26,46

16.



Şekilde B köşesi verilen doğrunun üzerinde olan dikdörtgenin alanı en çok kaç br^2 olur?

A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

17.

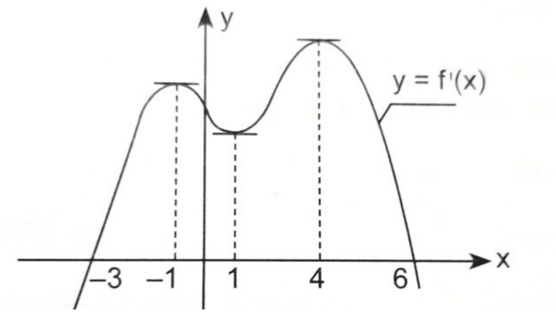
Dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin $|AB|$ kenarı tamamı, $|BC|$ kenarının beşte ikisine ve $|CD|$ nin üçte birine 2m yüksekliğinde duvar örülmüştür. Geriye kalan kısmına da 3 sıra tel çekilmiştir.

Kullanılan telin uzunluğu 60 m olduğuna göre, bahçenin alanı <u>en çok</u> kaç m^2 olur?

A) $\frac{375}{4}$ B) $\frac{375}{8}$ C) $\frac{375}{2}$

D) $\frac{225}{4}$ E) $\frac{225}{2}$

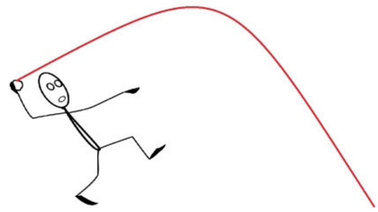
18.



Türevinin grafiği yukarıda verilen f(x) fonksiyonun hangi x değeri için maksimum değeri alır?

A) –3 B) –1 C) 1

D) 4 E) 6



Bir çocuğun attığı top havada parabolik bir yörünge izlemektedir.
Topun yerden yüksekliği 2,01 m ve topun izlediği yol

$$f(x) = -\frac{1}{100}(x^2 - 200x - 201)$$

fonksiyonu ile modellenebilmektedir.

19. ve 20. Soruları yukarıdaki bilgiye göre cevaplayınız.

19. Top en fazla kaç metre yükseğe çıkmıştır?

A)102,01 B)100,2 C)201

D)202,01 E)20,1

20. Top çocuktan kaç metre uzakta ilk kez yere çarpar?

A)102,01 B)100,2 C)201

D)202,01 E)20,1

EK B: Başarı Testi Cevap Anahtarı

Cevap Anahtarı

1	A	6	E	11	D	16	D
2	D	7	E	12	B	17	A
3	A	8	A	13	B	18	E
4	E	9	C	14	C	19	A
5	D	10	C	15	A	20	C

EK C: Türev tutum ölçeği

Sayın Katılımcı,
Bu ölçek formu "Türev konusuna karşı tutumunuzu" ölçmek amacıyla hazırlanmıştır. Lütfen bu maddeleri tek tek okuyup sizin yaşamınızdaki anlam ve önemine göre karşısındaki puanlama cetvelinden duygu ve düşüncenizi en iyi yansıttığını düşündüğünüz seçeneği işaretleyiniz. Lütfen hiçbir ifadeyi cevapsız bırakmayınız. Çalışmamıza sağladığınız katkı için teşekkür ederiz.
Cinsiyet: Bayan ( ) Erkek ( ) Sınıf:

Maddeler	Kesinlikle katılıyorum	Katılıyorum	Karasızım	Katılmıyorum	Kesinlikle katılmıyorum
1.Türev konusunu sevmiyorum.					
2.Türevle ilgili terimleri görünce endişelenirim.					
3.Türevi tanımlayabilirim.					
4.Türev sorularını çözmeyi severim.					
5.Türevin geometrik anlamını açıklayabilirim.					
6.Bir fonksiyonun türevinin grafiği verildiğinde fonksiyon hakkında yorum yapabilirim.					
7.Türevi verilen bir fonksiyonun kendisini bulabilirim.					
8.Türev grafiklerini anlamakta güçlük çekerim.					
9.Türevi bilimsel bulurum.					
10.Türevi günlük hayatta kullanamıyorum.					
11.Türev konusunu anlaşılır buluyorum.					
12.Türev alma kurallarını biliyorum.					
13.Artan ve azalan fonksiyonlarla türev arasındaki ilişkiyi açıklayabilirim.					
14.Türev ile süreklilik arasındaki ilişkiyi açıklayabilirim.					
15.Türevi günlük olaylarla ilişkilendirebilirim.					
16.Limit konusunu bilmeden türev konusunu anlayabilirim.					
17.Bir fonksiyonun 1 den fazla mutlak maksimum ve mutlak minimum noktası olabilir.					
18.Türevin işaret değiştirdiği noktalarda ya türev sıfırdır ya da türev yoktur.					
19. Türevden bir şey anlamıyorum.					
20.Bir fonksiyonun türevini sıfır yapan ya da türevin olmadığı noktalar kritik noktalardır.					
21.Türev öğretimi için harcanan zamana acırım.					
22.Türev kafamı karıştırır.					
23.Zorunlu olmasam türev öğrenmek istemem.					
24.Türevi hayatımda birçok yerde kullanırım.					
25.Türev çalışırken kendimi çok çaresiz hissederim.					
26.Türev ile ilgili sıra dışı bir soruyla karşılaşınca yanıt bulana kadar uğraşırım.					
27.Türev konusunda iddialıyım.					
28.Türev öğrenmemizin öğretmenlik yaşantımızı kolaylaştıracağını düşünüyorum.					
29.Türev konusu gerçek yaşamdaki bilgilerle bağlantılıdır.					
30.Türev konusu kuru bilgiler yığınıdır.					
31. Türev konusu sıkıcı ve gereksizdir.					
32.Türev konusundan nefret ederim.					
33. Türev konusunun ileriki yıllarda karşıma çıkmasını istemem.					
34.Türev konusuyla ilgili yapılan uygulamaları yeterli bulmuyorum.					
35.Türev konusu hoşlanılmasa bile öğretilmesi gereken bir konudur.					
36.Türev bilmenin ilerde işime yarayacağını düşünürüm.					
37.Türev konusunu diğer matematik konularından daha çok severim.					
38.Türev ile ilgili araştırma yapmak benim için eğlendirici bir uğraştır.					
39.Analiz dersinde türev hakkında daha fazla bilgi verilmelidir.					
40.Türev ile ilgili araştırmaların ilgi çekici olduğunu düşünmüyorum.					

EK D: Öğrenci günlüğü

Sevgili öğrenci; bu günlük sınıfınızda uyguladığım matematik dersinin sizler tarafından düzenli olarak her ders için yapılan etkinlik sonrasında değerlendirilmesi amacıyla hazırlanmıştır. Her ders bitişinde size 4 soru yöneltilerek bunlarla ilgili duygu ve düşüncelerinizi yazarak ifade etmeniz istenmektedir.

Bu çalışmanın başarıyla sonuçlanabilmesi için her ders sonunda günlükte size sorulan sorulara ayrıntılı ve samimi cevaplar vermeniz çok önemlidir.

Katılımınızdan, yaptığınız yardımlardan dolayı teşekkür ederim.

Onur BATIR
Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı
Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Fen Bilimleri Enstitüsü
Doktora Öğrencisi

1. Bugün derste yapılan etkinlikler ve kullanılan yöntem ilginizi çekti mi? Nedenlerini birkaç cümle ile açıklar mısınız?

2. Bugünkü dersten edindiğiniz kazanımlar nelerdir? Kısaca açıklar mısınız?

3. Ders sırasında yapılan etkinlik ve tartışmalara etkin olarak katılabildiniz mi? Kısaca açıklar mısınız?

4. Dersin daha etkili olabilmesi için tavsiyeleriniz nelerdir?

EK E: Görüşme soruları

<u>GÖRÜŞME SORULARI :</u>

1. "Öğrenmeyi öğrenmek" ifadesi sizce ne anlama geliyor?
   - Nasıl öğrendiğinizi biliyor musunuz?

2. Öğrenmeyi kolaylaştırmak için kendinizce geliştirdiğiniz yöntemler var mı? Açıklar mısınız?

3. Bu çalışmayla ilgili beklentiniz nelerdi?

4. Derste Geogebra kullanılmasının sizce faydaları nelerdi?

5. Uygulama sürecini nasıl değerlendirirsiniz?

6. Uyguladığımız öğretim süreci ile normal öğretim sürecinizin farklılıkları nelerdi?

7. Bu ünitenin kazanımlarını gerçekleştirdiğiniz konusunda ne düşünüyorsunuz?

8. Bu dersin işleniş şeklini geçen yıl okulunuzdaki işlenişle karşılaştırdığınızda;
   - Pozitif tarafları nelerdir?
   - Negatif tarafları nelerdir?

EK F: Ders planı örnekleri

Ders: **Sınıf:** **Süre:** **Ünite:** **Konu:** **Kazanımlar:** **Yöntem ve Teknikler:** **Araç, Gereç ve Kaynaklar:**

Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri:

1) Giriş Aşaması:

Öğretmen elinde tuttuğu içecek kutusunu göstererek "Bu kutularının boyutlarını biliyor musunuz?" diye öğrencilere sorar.

Daha sonra aşağıdaki soruları sorarak tartışma başlatır.

Sizce bu boyutlar rastgele mi belirlenmiştir yoksa herhangi bir hesap yapılmış mıdır?

Hesaplama yapılırken neler göz önüne alınmış olabilir?

2) Keşfetme Aşaması :

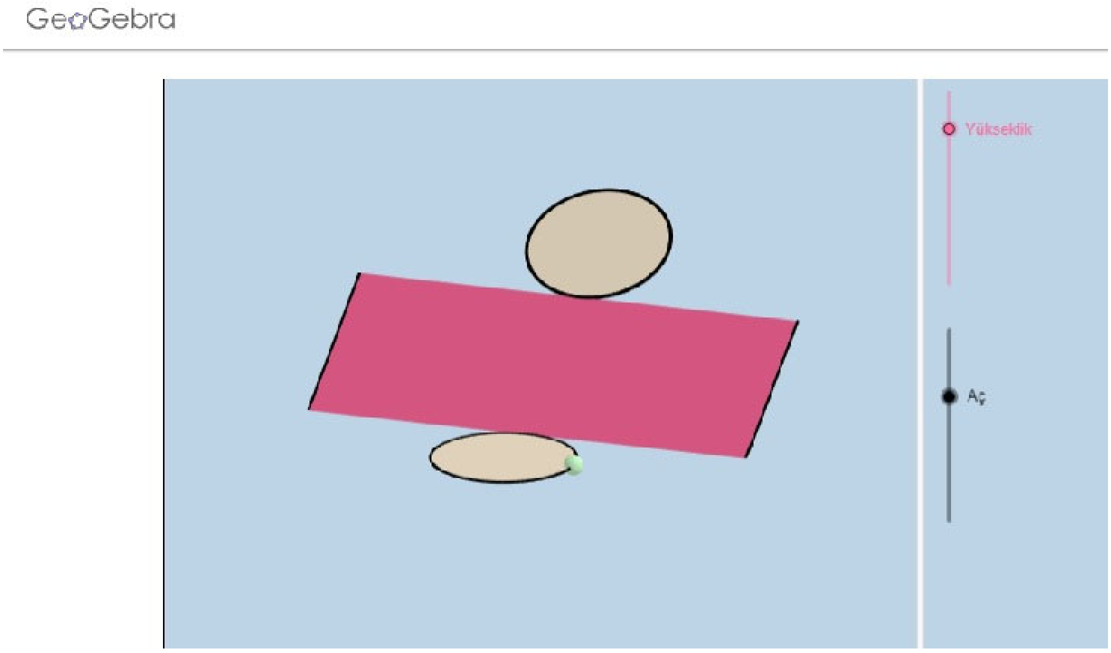
Etkinlik:

Her yıl milyonlarca kutu meyve suyu üretip satan firmalar için maliyet oldukça önemli olmalı. Maliyette yapılabilecek çok küçük hatalar firmaların karını ciddi oranda etkiler. Bir meyve suyunun maliyeti sadece üretim maliyeti midir? Başka neler olabilir?

3) Açıklama Aşaması:

Teneke kutunun maliyeti nasıl hesaplanır?

Öğretmen GeoGebra kullanarak silindir kutunun açılışını görselleştirir ve tartışmaya devam edilir (https://www.geogebra.org/m/dQpJcQve).



4) Genişletme Aşaması:

"Öğrencilere aşağıdaki problemi sunarak çözüm üretmelerini ister."

PROBLEM:

Bir konserve firması sahibi olan Kemal Bey 1 lt hacimli konserve kutuları yaptırmak için ambalaj fabrikası sahibi olan Ahmet Bey den fiyat ister ve aralarında şu konuşma geçer;

K: Ahmet Bey merhaba. Ürettiğimiz konserveleri satışa sunmak için 750 ml'lik kutulara ihtiyacımız var. Bize fiyat teklifinizi sunar mısınız?

A: Tabi ki. Peki, kutuların boyutu nasıl olsun istersiniz?

K: Boyutu derken? 750 ml olacak işte ne fark eder ki?

A: İstediğiniz boyuta göre kullanacağımız teneke miktarı değişeceği için maliyet ve fiyat da değişecektir.

K: Hiç böyle düşünmemiştim haklısınız. Ancak ben maliyeti en düşük olacak şekilde 10 bin adet istiyorum. Fakat bunu nasıl hesaplayacağımı bilmiyorum. Bu hesaplamayı siz yapar mısınız lütfen.

A: Maalesef bunu nasıl hesaplarım bende bilmiyorum.

Kemal Beyin sizin yakın bir dostunuz olduğunu düşünelim ve sizden yardım istiyor. 750 ml hacimli bir konserve kutusunu en düşük maliyetle üretebilmek için sizce boyutlarını nasıl seçmeliyiz? (π=3 alınız)

5) Değerlendirme Aşaması:

"Çalışma yaprağı–5" dağıtılır ve öğrencilerin çözümleri izlenir.

Ev ödevi olarak öğrencilere *"çalışma yaprağı–6"* dağıtılır ve belirlenen günde kontrol için getirmeleri istenir.

Öğretmen tarafından gözlem notları yazılır.

Ders:

Sınıf:

Süre:

Ünite:

Konu:

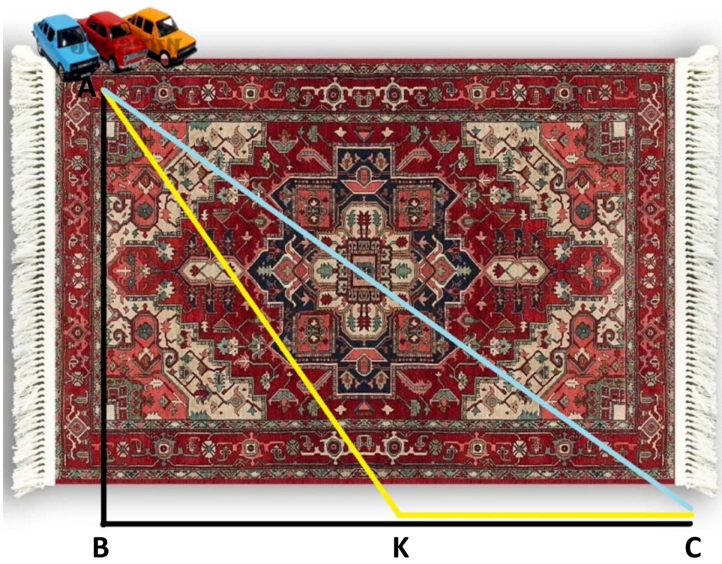
Kazanımlar:

Yöntem ve Teknikler:
Araç, Gereç ve Kaynaklar:

Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri:

1) Giriş Aşaması:

Öğretmen aşağıdaki fotoğrafı öğrencilere gösterir ve sorar. Uzaktan kumandalı oyuncak bir arabanın halı üzerindeki hızı ile parke üzerindeki hızı aynı mıdır?



Daha sonra aşağıdaki soruları sorarak tartışma başlatır.

Fotoğraftaki 3 araba özdeş olsun diyelim. Üçünün de halı üzerindeki hızları V_1 ve parke üzerindeki hızları V_2 olsun ($V_1 < V_2$). Bu araçlar şekilde gösterilen yolları (Siyah, Sarı ve Mavi) takip ederlerse ilk olarak hangisi C noktasına ulaşır.

2) Keşfetme Aşaması:

Etkinlik:

En kısa yol mavi fakat araba bütün yol boyunca yavaş gidiyor. Siyah yolda ise aracın yavaş gittiği kısım en kısa fakat toplam yol uzun. Halının boyutları ve arabaların hızlarını bilirsek bu iki arabanın C noktasına ulaşma sürelerini hesaplayabilir miyiz?

Aynı bilgiler sarı yoldan giden arabanın C noktasına ulaşma süresini bulmamız için de yeterli olur mu? Başka hangi bilgi ya da bilgiler verilirse bu süreyi hesaplayabilirsiniz?

3) Açıklama Aşaması:

KC yolunun uzunluğuna bağlı olarak sarı yoldan giden arabanın C ye ulaşma süresini ifade edecek bir fonksiyon yazılabilir mi?

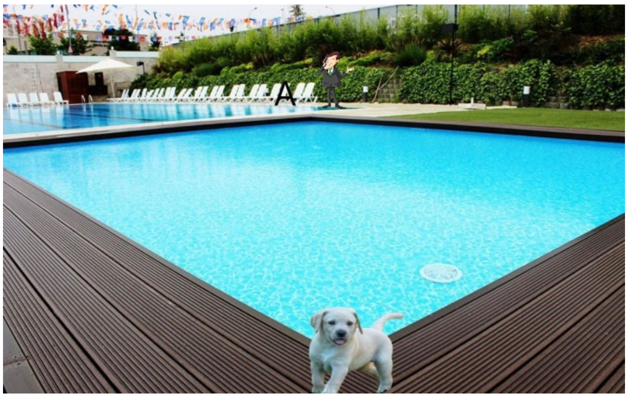
Öğretmen GeoGebra kullanarak K noktasının yerini değiştirerek öğrencilere sorar.

K noktası nerede olduğunda arabanın C ye ulaşma süresi en kısa olur?

4) Genişletme Aşaması:

"Öğrencilere aşağıdaki problemi sunarak çözüm üretmelerini ister."

PROBLEM:



Fotoğraftaki köpek havuzun diğer köşesinde bulunun sahibinin yanına gitmek istiyor. Köpeğin yüzme hızı 1 m/dk ve koşma hızı 3 m/dk dır.

Köpek bulunduğu köşeden havuza atlayıp havuzun karsı tarafındaki bir noktadan kenara çıkarak koşmaya başlıyor. Köpeğin en kısa sürede sahibine ulaşabilmesi için karşı tarafta havuzdan çıktığı noktanın köşeye uzaklığı kaç m olmalı?

5) Değerlendirme Aşaması:

Öğrencilere *"Çalışma yaprağı–7"* dağıtılır ve çözümleri izlenir.

Ev ödevi olarak öğrencilere "*çalışma yaprağı–8*" dağıtılır ve belirlenen günde kontrol için getirmeleri istenir.

Öğretmen tarafından gözlem notları yazılır.

Ders:

Sınıf:

Süre:

Ünite:

Konu:

Kazanımlar:

Yöntem ve Teknikler:
Araç, Gereç ve Kaynaklar:

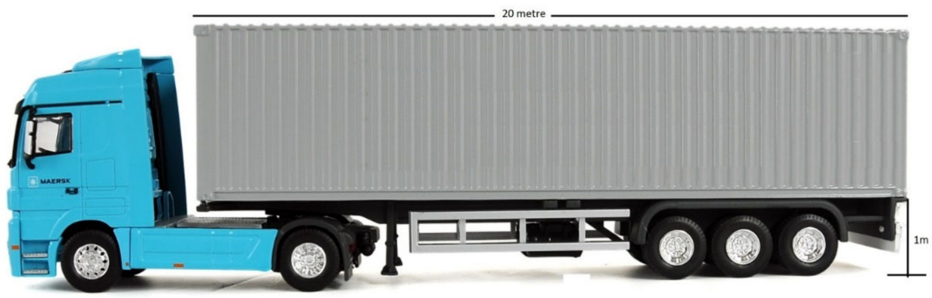
Öğretme-Öğrenme Etkinlikleri:

1) Giriş Aşaması:

Şekildeki parabolik kapının üst noktasının yerden yüksekliği 6 metre, alt noktada genişliği 4 metredir.

Uzunluğu 20 metre olan dikdörtgenler prizması seklindeki konteynerler yerden yüksekliği 1m olan tekerlekli platformlar üzerinde tırlarla taşınarak bu kapıdan geçirilecektir.

Buna göre bu kapıdan geçebilecek boyutlarda bir konteynerin hacminin maksimum olması için yüksekliği kaç metre olmalı?



Öğretmen aşağıdaki soruları sorarak tartışma başlatır.

Bu kapıdan geçebilecek bir konteynerin yüksekliği ve genişliği ile ilgili neler söyleyebiliriz?

2) Keşfetme Aşaması :

Etkinlik :

Bu soruyu analitik düzlemde modelleyebilir miyiz? Nasıl?

Matematik öğretmenisiniz ve bu soruyu yazılı sorusu olarak kullanmak istiyorsunuz. Aynı soruyu analitik düzlem ve parabol kullanarak nasıl sorabilirsiniz?

3) Açıklama Aşaması :

Kapının şeklini analitik düzlemde ifade eden parabolün denklemini yazabilir miyiz?

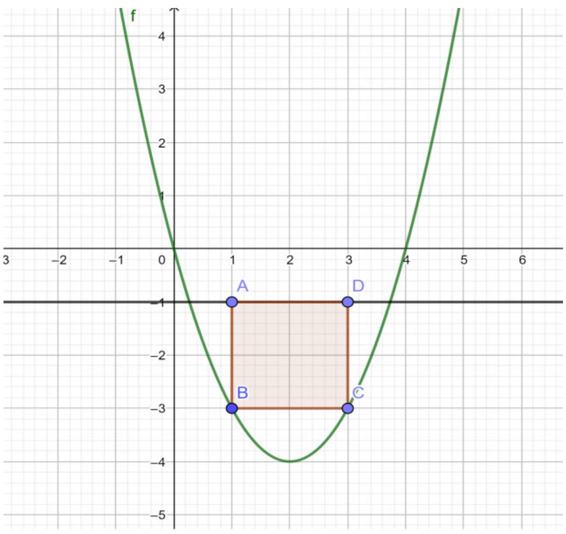
Konteynerin uzunluğu sabit (20metre) olduğu için hacmin maksimum olmasını nasıl sağlarız?

Soru 2 boyutlu olarak modellenebilir mi?

4) Genişletme Aşaması :

"Öğrencilere aşağıdaki problemleri sunarak çözüm üretmelerini ister."

<u>PROBLEM:</u>



Şekildeki dikdörtgenin alanı en çok kaç br^2 olabilir?

$y=-\frac{x^2}{3}+4$ parabolü ile $y=\frac{x^2}{6}-2$ parabolü arasında kalan kapalı bölge içine çizilebilecek dikdörtgenin alanı en çok kaç br^2 olabilir?

5) Değerlendirme Aşaması:

"<u>Çalışma yaprağı–9</u>" dağıtılır ve öğrencilerin çözümleri izlenir.

Ev ödevi olarak öğrencilere “*çalışma yaprağı–10”* ve “*araştırma sorusu–2*” verilerek belirlenen günde kontrol için getirmeleri istenir.

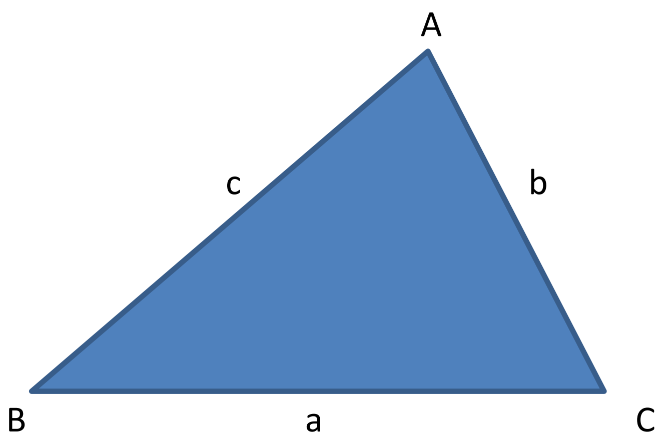
Öğretmen tarafından gözlem notları yazılır.

EK G: Araştırma soruları

Araştırma Sorusu :
Ne Zaman Maksimum Alan Oluşur?

SORU 1:

Bir kenar uzunluğu ve çevresi belli olan bir üçgenin alanının maksimum olması için diğer kenar uzunlukları ile ilgili ne söylenebilir? Neden?



Buna göre;

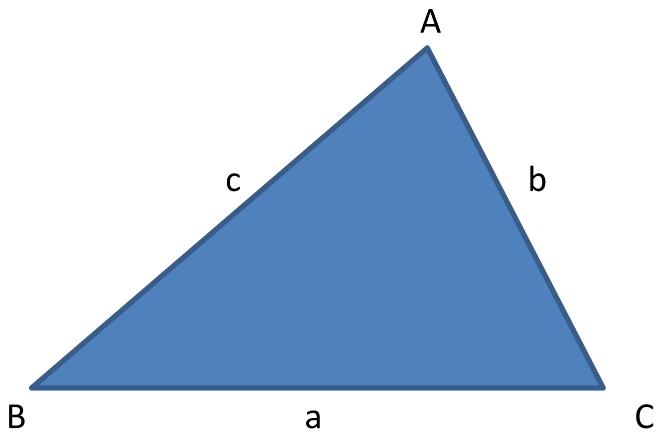
"Bir kenarı 3 br olan bir üçgenin çevresi sabit bir k sayısına eşittir. Bu üçgenin alanı en fazla 3 br^2 olabildiğine göre k sayısı kaçtır?"

sorusunu yukarıda ispatını yaptığınız bilgiye göre çözün.

Araştırma Sorusu :
Ne Zaman Maksimum Alan Oluşur?

SORU 2:

Çevresi belli olan bir üçgenin alanının maksimum olması için kenar uzunlukları ile ilgili ne söylenebilir? Neden?



Buna göre;

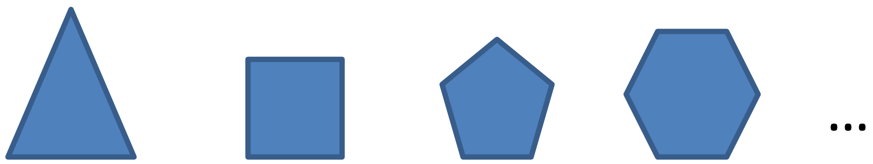
"Çevresi sabit bir k sayısına eşit olan bir üçgenin alanı en fazla 3 br^2 olabildiğine göre k sayısı kaçtır?"

sorusunu yukarıda ispatını yaptığınız bilgiye göre çözün.

Araştırma Sorusu :
Ne Zaman Maksimum Alan Oluşur?

SORU 3:

Uzunluğu bilinen bir tel ile hangi geometrik şekil yapılırsa alan en büyük olur? İspatlayın.



Buna göre;

"k br uzunluğunda bir tel ile yapılan bir geometrik şeklin alanı maksimum 12 br^2 olabiliyor ise k sayısı kaçtır?"

sorusunu yukarıda ispatını yaptığınız bilgiye göre çözün.

EK H: Çalışma yaprağı örnekleri

<u>ÇALIŞMA YAPRAĞI – 1</u>

Aşağıdaki soruları çözünüz.

Bir fonksiyonun en büyük ya da en küçük değeri sorulduğunda; fonksiyon tek değişkene bağlı olarak yazıldıktan sonra istenilen aralıkta yerel ekstremum değerleri bulunur. Daha sonra bu aralıkta fonksiyonun alabileceği **en büyük** veya **en küçük** değeri hesaplanır.

$x, y \in R^+$ ve $x + y = 12$

olduğuna göre, $x^2 \cdot y$ nin <u>en büyük</u> değeri için x kaçtır?

$3a - b = 18$

olduğuna göre, $a \cdot b$ nin <u>en küçük</u> değeri için a kaçtır?

$m \in R^+$ ve $m^2 \cdot n = 32$

olduğuna göre, $m + n$ nin <u>en küçük</u> değeri kaçtır?

$f : (0, \infty) \to R,\ f(x) = x^2 - 27$

fonksiyonu üzerinde bulunan ve koordinatları çarpımı <u>en küçük</u> olan noktanın ordinatı kaçtır?

$g(x) = x^2 - 7x + 14$

fonksiyonu üzerinde bulunan bir noktanın koordinatları toplamının <u>en küçük</u> değeri kaçtır? (ÖSYM)

$y = x^4 - 5x^2 + 4$

fonksiyonunun $[-2, 2]$ aralığında <u>en büyük</u> değeri kaçtır?

$y = 5\sin x + 3\cos x$

fonksiyonunun alabileceği <u>en büyük</u> değer kaçtır?

Analitik düzlemde, A(4, m) ve B(m − 3, 3) noktaları arasındaki uzaklık m nin hangi değeri için <u>en az</u> olur?

$x^2 + (m-3)x + m + 2 = 0$ olmak üzere,

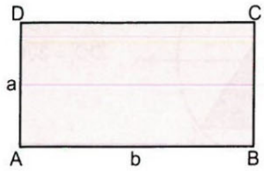
$x_1^2 + x_2^2$ ifadesinin <u>en küçük</u> değeri için m kaçtır?

Bir satıcı x TL ye aldığı bir malı y TL ye satmaktadır. Alış ile satış arasındaki bağıntı;

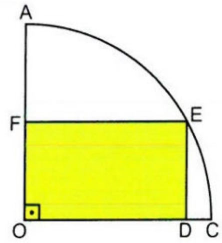
$5x + y = x^2 + 50$ olduğuna göre, bu satıcı <u>en az</u> kârla sattığı bir malı kaç TL ye satmıştır?

ÇALIŞMA YAPRAĞI – 2

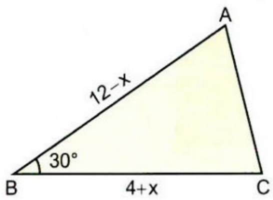
Aşağıdaki soruları çözünüz.



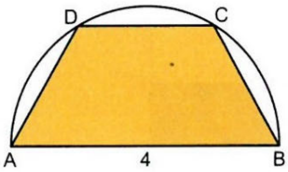
Şekildeki dikdörtgende a+b=8 cm olduğuna göre, dikdörtgenin alanı <u>en çok</u> kaç cm^2 dir?



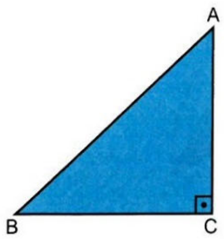
Şekildeki gibi yarıçapı 6 cm olan çeyrek çember içine çizilebilecek <u>en büyük</u> dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?



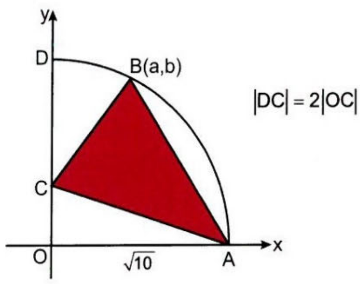
Şekildeki verilere göre, ABC üçgenin alanı <u>en çok</u> kaç birimkaredir?



Şekildeki gibi çapı 4 cm olan yarım çember içine çizilebilecek <u>en büyük</u> ABCD yamuğunun alanı kaç cm^2 dir?



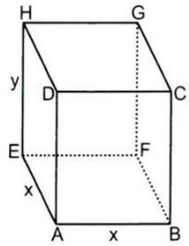
$|AB|+|BC|=9$ br olmak üzere, ACB dik üçgenin alanının <u>en büyük</u> değeri için, $|BC|$ kaç birimdir?



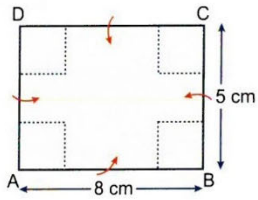
Şekildeki gibi yarıçapı $\sqrt{10}$ br olan çeyrek çember içine çizilebilecek <u>en büyük</u> ABC üçgeninde a+b kaçtır?

ÇALIŞMA YAPRAĞI – 3

Aşağıdaki soruları çözünüz.

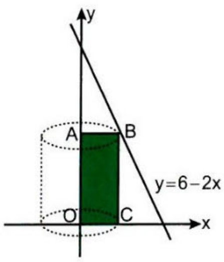


Şekildeki kare tabanlı prizmada $x+y=15$ cm olduğuna göre, bu prizmanın hacmi <u>en çok</u> kaç cm^3 tür?

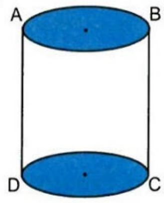


Şekildeki dikdörtgen levhanın köşelerinden kesikli çizgilerle gösterilen kareler çıkartılıp kalan kısım katlanarak üstü açık bir kutu elde ediliyor.

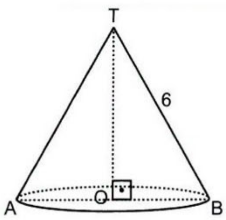
Bu kutunun hacmi <u>en çok</u> kaç cm^3 tür?



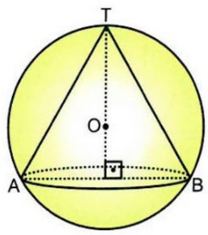
ABCD dikdörtgeninin Oy ekseni etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan silindirin hacmi <u>en çok</u> kaç π br^3 tür?



Hacmi 54 π cm^3 olan dik silindirin yüzey alanının <u>en az</u> olduğu durumda yüksekliği kaç cm dir?



Şekildeki dairesel tabanlı dik koninin hacmi <u>en çok</u> kaç π birimküptür?



Şekildeki gibi yarıçapı 9 cm olan küre içine yerleştirilebilecek <u>en büyük</u> hacimli koninin yüksekliği kaç cm dir?

ÇALIŞMA YAPRAĞI – 4

Aşağıdaki soruları çözünüz.

Bir kenarı duvar olan dikdörtgen biçimindeki bir bahçenin üç kenarına üç sıra tel çekilmiştir.

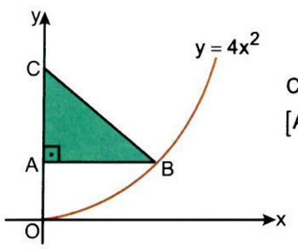
Kullanılan telin uzunluğu 240 metre olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç m^2 dir?

A) 400 B) 500 C) 600 D) 750 E) 800

Bir torbada toplam 12 adet mavi, kırmızı ve beyaz top bulunmaktadır. Toplardan x tanesi beyaz kalanların yarısı mavidir.

Bu torbadan art arda çekilen iki toptan birincisinin beyaz, ikincisinin kırmızı olma olasılığı en çok olduğunda x kaçtır?

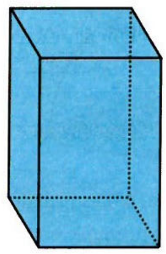
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8



C(0,12)
[AB] ⊥ Oy

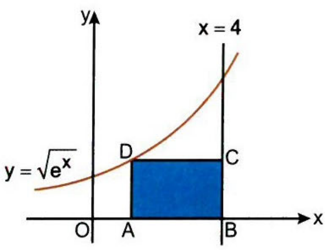
Şekildeki eğri ve Oy ekseni arasında kalan bölgeye yerleştirilebilecek en büyük CAB dik üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6



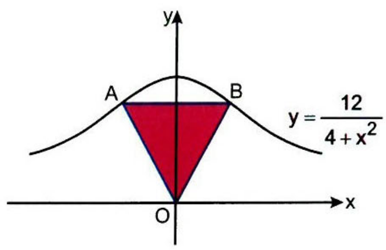
Hacmi 64 cm^3 olan kare tabanlı dikdörtgenler prizmasının yüzey alanı en az kaç cm^2 dir?

A) 72 B) 84 C) 96 D) 100 E) 120



Şekildeki eğri, x=4 doğrusu ve Ox ekseni arasında kalan bölgeye yerleştirilebilecek en büyük ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) 2e B) 2 C) $2\sqrt{e}$ D) ln2 E) 4e

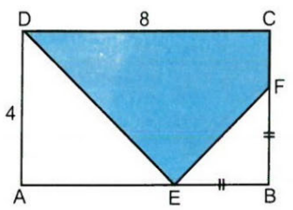


Birer köşesi şekildeki eğri, bir köşesi orijinde olan en büyük OAB üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇALIŞMA YAPRAĞI – 5

Aşağıdaki soruları çözünüz.

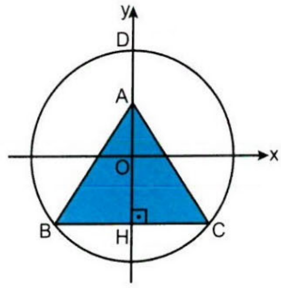


$|EB| = |BF|$

$|AD| = 4$ br

$|DC| = 8$ br

Şekildeki dikdörtgen içine çizilebilecek <u>en büyük</u> DEFC dörtgeninin alanı kaç birimkaredir?



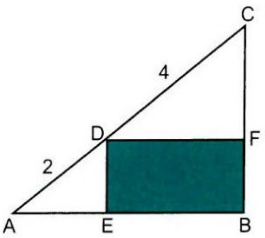
O merkez

$[AH] \perp [BC]$

$|AO| = 2$ cm

$|DO| = 2\sqrt{6}$ cm

Şekildeki çemberin içine çizilebilecek <u>en büyük</u> ABC üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?



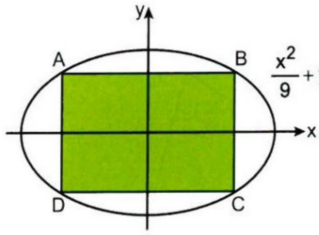
$|AD| = 2$cm

$|DC| = 4$ cm

$[AB] \perp [BC]$

Şekildeki ABC dik üçgeninin içine çizilebilecek <u>en büyük</u> dikdörtgeninin alanı kaç cm^2 dir?

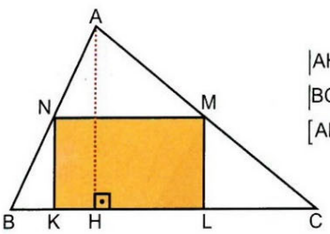
A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12



$\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$

Şekildeki elipsin içine çizilebilecek <u>en büyük</u> ABCD dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $4\sqrt{3}$ B) 6 C) $6\sqrt{3}$ D) 8 E) $8\sqrt{3}$



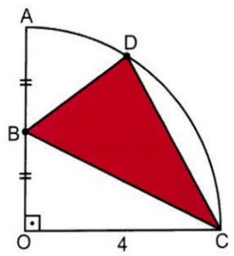
$|AH| = 8$cm

$|BC| = 12$ cm

$[AH] \perp [BC]$

Şekildeki üçgen içine çizilebilecek <u>en büyük</u> KLMN dikdörtgeninin alanı kaç birimkaredir?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 30 E) 36



$|OC| = 4$ br

$|AB| = |BO|$

$[AB] \perp [BC]$

Şekildeki çeyrek çember içine çizilebilecek <u>en büyük</u> alanlı DBC üçgeni için D noktasının apsisi kaç olmalıdır?

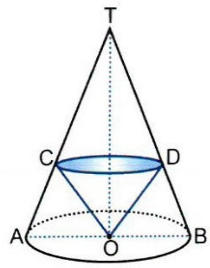
A) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ B) 2 C) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ D) 3 E) $\frac{4}{\sqrt{5}}$

ÇALIŞMA YAPRAĞI – 6

Aşağıdaki soruları çözünüz.

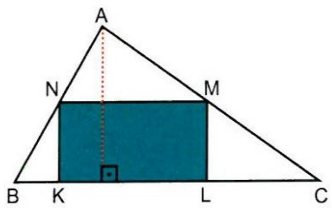
Bir tabanı x ekseninde köşeleri $y = 9 - x^2$ parabolü üzerinde olan bir yamuk veriliyor.

Bu yamuğun alanı <u>en çok</u> kaç birimkare olabilir?

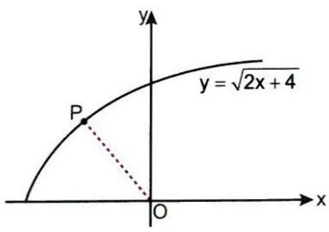


$|OB| = 3$ cm
$|TO| = 9$cm
$[TO] \perp [AB]$

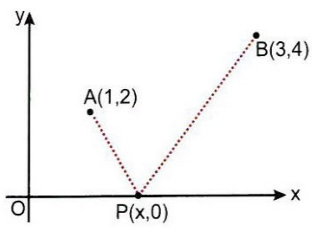
Yukarıdaki büyük koni içine, şekildeki gibi yerleştirilebilecek <u>en büyük</u> hacimli dik koninin yüksekliği kaç cm dir?



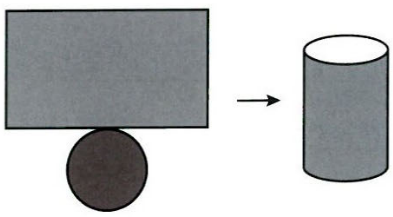
Şekildeki gibi yüksekliği 9 cm ve tabanı 12 cm olan üçgenin içine çizilebilecek maksimum alanlı KLMN dikdörtgenin çevresi kaç cm dir?



Şekildeki eğri üzerinde bulunan ve orijine <u>en yakın</u> olan P noktasının orijine uzaklığı kaç birimdir?



Ox ekseni üzerinde olan, A(1, 2) ve B(4, 3) noktalarına uzaklıklarının toplamı <u>en küçük</u> olan P noktanın apsisi kaçtır?



Hacmi π m^3 olan üstü açık silindir şeklinde bir depo imal edilecektir. Silindirin yan yüzü alüminyumdan, tabanı bakırdan yapılacaktır. Bakırın m^2 si 40 lira, alüminyumun m^2 si 5 liradır.

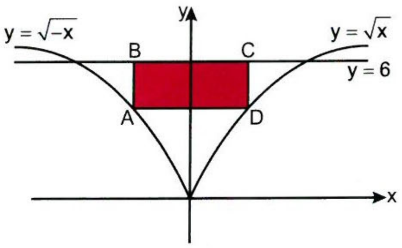
Bu şartlar altında oluşturulabilecek en düşük maliyetli deponun taban yarıçapı kaç cm olmalıdır?

ÇALIŞMA YAPRAĞI – 7

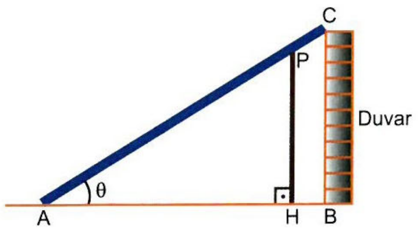
Aşağıdaki soruları çözünüz.

Üstü açık dikdörtgenler prizması şeklinde bir kutunun hacmi 288 cm^3 tür. Tabandaki dikdörtgenin boyu eninin 2 katıdır.

Buna göre, bu kutunun alanının <u>en az</u> olması durumunda yüksekliği kaç cm dir?

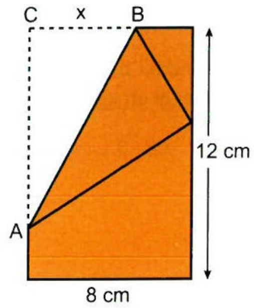


Şekildeki eğriler ve y=6 doğrusu arasında kalan bölgeye yerleştirilebilecek <u>en büyük</u> ABCD dikdörtgeninin alanı kaç birim karedir?



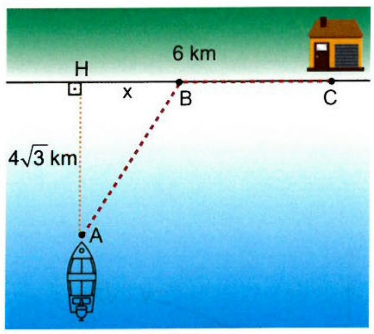
Şekildeki duvara 1 metre uzaklıkta ve 8 metre yükseklikte bir demir destek borusu dikiliyor. Bu borunun üzerinden yatayla θ açısı yapacak biçimde şekildeki gibi kalas konuluyor.

Buna göre, kalasın uzunluğu <u>en az</u> kaç metredir?



Şekildeki gibi bir dikdörtgen kağıt, AB doğru parçası boyunca katlanıyor.

Katlanan [AB] nın <u>en kısa</u> olması için x kaç cm olmalıdır?

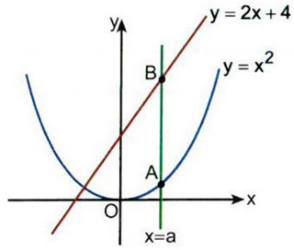


Denizdeki bir A noktasında bulunan kayıkçının kıyıdaki H noktasına olan uzaklığı $4\sqrt{3}$ km dir. Kayıkçı H noktasına 6 km uzakta bulunan evine gidecektir. Kayıkçının denizdeki hızı saatte 2 km, kıyıdaki yürüme hızı ise saatte 4 km dir.

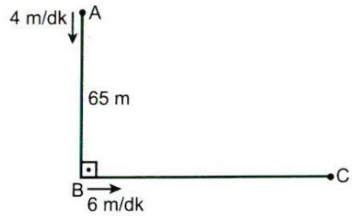
Buna göre, kayıkçının <u>en kısa</u> sürede evine ulaşması için kıyıya çıkması gereken noktanın H noktasına olan uzaklığı (x) kaç km dir?

ÇALIŞMA YAPRAĞI – 8

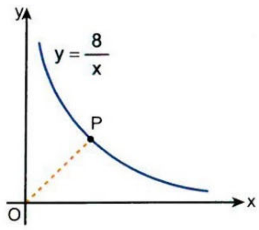
Aşağıdaki soruları çözünüz.



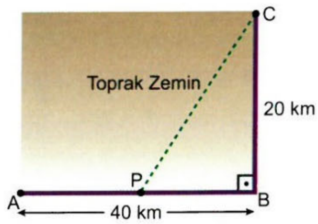
Şekildeki parabol ile doğrunun kesim noktaları arasındaki uzaklığın <u>en büyük</u> değeri kaçtır?



Şekildeki gibi iki hareketli aynı anda harekete başlıyor. Harekete başladıktan kaç dakika sonra aralarındaki uzaklık <u>en kısa</u> olur?

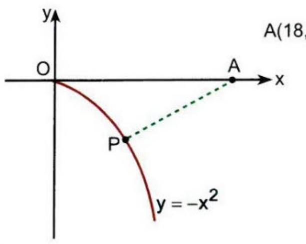


Şekildeki eğrinin orijine <u>en kısa</u> uzaklığı kaç birimdir?

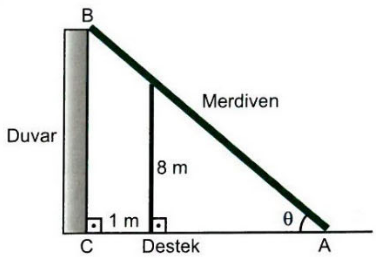


A noktasından yola çıkan bir bisikletli ABC asfalt yolunda saatte 15 km hız ile hareket etmektedir. Fakat C noktasındaki kasabaya en kısa sürede ulaşmak isteyen bu bisikletli, P noktasından ayrılıp toprak zeminden yoluna devam etmiştir.

Bisikletlinin toprak zemindeki hızı saatte 5 km olduğuna göre, |PB| kaç km dir?



Şekildeki eğrinin A noktasına <u>en yakın</u> noktası olan P nin koordinatları toplamı kaçtır?

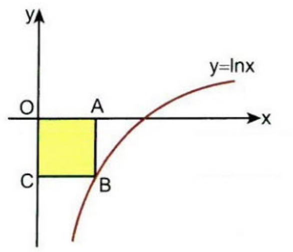


Duvardan 1 m uzaklıkta yere dik konumda ve 8 m uzunluğunda bir destek çubuğu dikiliyor.

Bu çubuğun üzerine yatayla θ açısı yapacak biçimde yerleştirilen <u>en kısa</u> merdiven için tanθ değeri kaçtır?

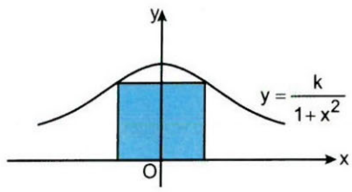
ÇALIŞMA YAPRAĞI – 9

Aşağıdaki soruları çözünüz.



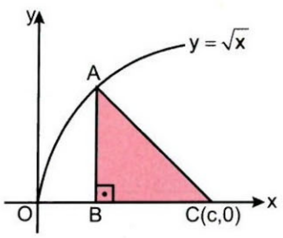
Şekildeki eğri ile eksenler arasına çizilebilecek en büyük dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 2 B) ln2 C) $\frac{1}{e}$ D) e E) 2e



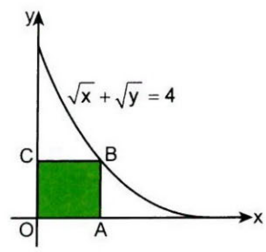
Şekildeki eğri ile x ekseni arasına içine çizilebilecek en büyük dikdörtgenin alanı 4 br^2 ise k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6



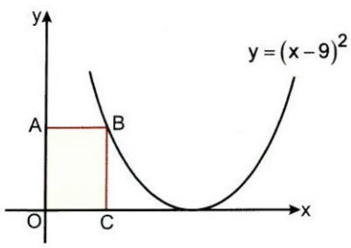
Şekildeki eğri ile x ekseni arasına çizilebilecek en büyük dik üçgenin alanı 27 br^2 ise c kaçtır?

A) 9 B) 12 C) 18 D) 21 E) 27



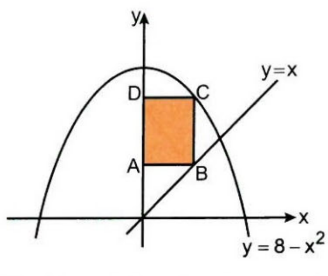
Şekildeki eğri ile eksenler arasına içine çizilebilecek en büyük dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

A) 24 B) 16 C) 14 D) 12 E) 8



Şekildeki eğri ile eksenler arasındaki bölgeye çizilebilecek en büyük dikdörtgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 54 B) 81 C) 108 D) 144 E) 156

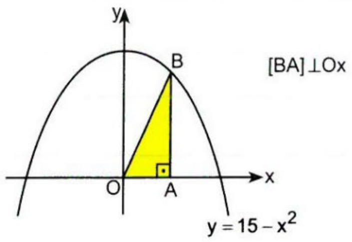


Şekildeki parabol, y ekseni ve y=x doğrusu arasında kalan bölge içine çizilebilecek en büyük ABCD dikdörtgeninde B noktasının apsisi kaçtır?

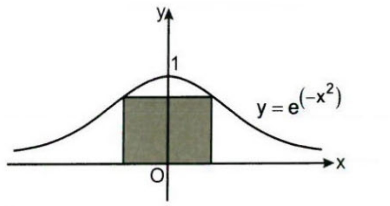
A) $\frac{3}{4}$ B) 1 C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{3}{2}$

ÇALIŞMA YAPRAĞI – 10

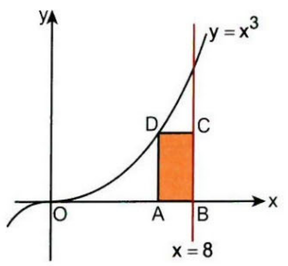
Aşağıdaki soruları çözünüz.



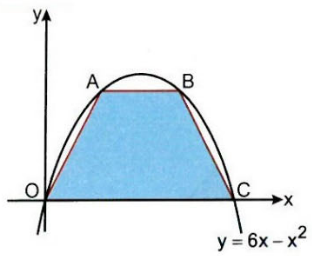
Şekildeki parabol içine çizilebilecek en büyük dik üçgenin alanı kaç birimkaredir?



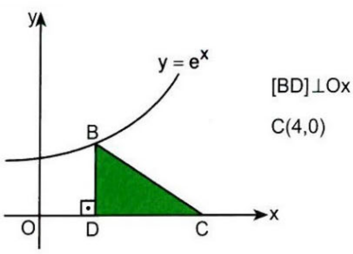
Şekildeki eğri ile x ekseni arasında çizilebilecek en büyük dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?(2015 – LYS)



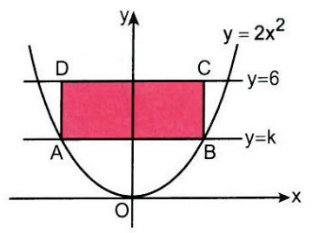
Şekildeki ABCD dikdörtgeninin alanı en çok kaç birimkaredir?



Şekildeki OCBA yamuğunun alanı en çok kaç birimkaredir?



Şekildeki verilere göre çizilebilecek en büyük dik üçgenin alanı kaç birimkaredir?



Şekildeki parabol içine çizilebilecek en büyük dikdörtgenin alanı kaç birimkaredir?

EK I: Öğretmen gözlem notu örneği

4. Ders Öğretmen Gözlem Notu
Etkinlik: Tarihi kapıya zarar vermeden en çok yükü taşıma
Tarih: 17.07.20
Saat: 14:00

Öğretmenin Notları:

- Sınıf tam.
- Etkinlik sunuldu. Tartışma başlatıldı.
- Öğrencilerde max alan için kare takıntısı var
- Hayal etmekte zorlanıyorlar.
- Parabol bilgilerinde eksiklikler var.
- Çok fazla dışsal ipucu beklentisi var.

2. Etkinlik :

- GeoGebra kullanılması ilgiyi arttırıyor.
- Kare yapma takıntısı çok fazla, yanlış yapmalarına sebep oluyor.
- Max alan için türev = sıfır biliyorlar, problemle koordine edemiyorlar.
- Çok fazla ipucu istiyorlar.
- Eski ezber bilgiden vazgeçemiyorlar

— Ders Sonu —

(1)

Genel olarak;

Önceki öğrenmeler kullanılıyor.
Fakat bilgiler eksik ve yanlış hatırlanıyor.

Çok fazla ezber yöntemine eğilimleri var.

Problem çözme ve türev koordinasyonu zayıf.

Dışsal ipucu beklentisi çok fazla

Düşünmek yerine ezber bilgilere yönelim fazla.

4 Eylem aşaması.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Onur BATIR

Doğum tarihi ve yeri : 1978 / İzmit

e-posta : obatir54@gmail.com

Öğrenim Bilgileri

Derece	**Okul/Program**	**Yıl**
Y. Lisans	Balıkesir Üniversitesi/Matematik Eğitimi	2000
Lisans	Balıkesir Üniversitesi/Matematik Öğretmenliği	1995
Lise	İzmit Lisesi	1991

Yayın Listesi

Batır, O. ve Gür, H. (2022). ACE Öğretim Döngüsüne Göre Hazırlanan Ders Planlarının Maksimum – Minimum Problemleri Konusunda Öğrenci Başarısına Etkisi. *Socıal Mentalıty And Research Thınkers Journals*, 55, 54-77, doi: 10.31576/smryj.1273. **[Tezden türetilmiştir]**