



Optimum Portföy Seçimi: Konno-Yamazaki Modeli ve Tanjant Portföyü Karşılaştırması

Doktora Öğrencisi, Burhan TOPTAŞ

Balıkesir Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Balıkesir, Türkiye

toptasburhan1981@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0002-7529-0295>

Prof. Dr. Sinan AYTEKİN

Balıkesir Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Balıkesir, Türkiye

saytekin@balikesir.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0003-1502-2643>

Özet

Her yatırımcının öncelikli hedefi, riski en aza indirerek yüksek yatırım getirisi elde etmektir. Alternatif olarak, belirli bir getiri için kişinin taşıyabileceği maksimum risk düzeyinin belirlenmesidir. Bu çalışmada Markowitz'in 1952 yılında ortaya koyduğu ve modern portföy teorisinin temelini oluşturan Optimum Portföy Yaklaşımında kullanılan kuadratik yaklaşımdaki bazı zorluklara alternatif olarak geliştirilen Konno-Yamazaki Portföy modeli ve Tanjant Portföyü modeli kullanılarak BİST Sürdürülebilirlik Endeksinde yer alan 67 şirkete ait 36 dönemlik veriler ile her iki yöntem yardımıyla optimum portföyler oluşturulmuştur. Sonuç olarak Tanjant portföyünün getiri açısından Konno-Yamazaki modelinden daha iyi performans gösterdiği ancak daha yüksek risk taşıdığı bulgusuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Portföy Optimizasyonu, Konno-Yamazaki Modeli, Tanjant Portföyü, Sürdürülebilirlik Endeksi

Makale Gönderme Tarihi: 22.04.2024

Makale Kabul Tarihi: 27.05.2024

Önerilen Atıf:

Toptaş, B., Aytakin, S. (2024). Optimum Portföy Seçimi: Konno-Yamazaki Modeli ve Tanjant Portföyü Karşılaştırması, *İşletme Akademisi Dergisi*, 5 (2): 118-132.



Journal of Business Academy

2024, 5 (2): 118-117

DOI: [10.26677/TR1010.2024.1421](https://doi.org/10.26677/TR1010.2024.1421)

Dergi web sayfası: www.isakder.org



Optimum Portfolio Selection: Comparison between Konno-Yamazaki Model and Tangency Portfolio

PhD Student, Burhan TOPTAŞ

Balıkesir University, Social Sciences Institute, Balıkesir, Türkiye

toptasburhan1981@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0002-7529-0295>

Prof. Dr. Sinan AYTEKİN

Balıkesir University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Balıkesir, Türkiye

saytekin@balikesir.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0003-1502-2643>

Abstract

The primary goal of every investor is to achieve high investment returns by minimizing risk. Alternatively, it is the determination of the maximum level of risk one can bear for a given return. In this study, Konno-Yamazaki Portfolio model and Tangency Portfolio model, which were developed as an alternative to some difficulties in the quadratic approach used in the Optimum Portfolio Approach, which was introduced by Markowitz in 1952 and forms the basis of Modern Portfolio Theory, were used and 36-period data of 67 companies in the BIST Sustainability Index were used. Optimum portfolios were created with the help of the method. As a result, it was found that the Tangency portfolio performed better than the Konno-Yamazaki model in terms of return, but carried higher risk.

Keywords: Portfolio Optimization, Konno-Yamazaki Model, Tangency Portfolio, Sustainability Index

Received: 22.04.2024

Accepted: 27.05.2024

Suggested Citation:

Toptaş, B., Aytakin, S. (2024). Optimum Portfolio Selection: Comparison between Konno-Yamazaki Model and Tangency Portfolio, *Journal of Business Academy*, 5 (2): 118-132.

1. GİRİŞ

Belirli bir getiri hedefini gerçekleştirebilmek için portföy oluşturan bir yatırımcı için optimal portföy, para ve sermaye piyasalarındaki yatırım araçları arasında minimum risk ve maksimum getiri beklentisi ile en uygun portföyü oluşturmaktır. Belirsizlikler ve riskler, bilgi eksikliği, çeşitlendirme zorlukları ve piyasa dalgalanmaları gibi faktörler portföy oluşturma süreciyle beraber karar almayı da oldukça zorlaştırmaktadır. Bu nedenle bir portföy oluşturulurken portföye dahil olan hisse senetlerine ait getiri ve risk ilişkisinin doğru şekilde ortaya konulması yatırımcılar için son derece önemlidir.

Modern Portföy Teorisi 1952 yılında Harry Markowitz tarafından *Journal of Finance* dergisinde yayınlanan "Portföy Seçimi" başlıklı makale ile ortaya atılmıştır. Makale, portföy optimal çözümlerinin elde edildiği bir Ortalama-Varyans çerçevesi sunmaktadır. Markowitz bu makalesinde portföy seçme sürecini iki aşamaya ayırmaktadır. İlk aşama gözlem ve deneyimle başlayarak mevcut menkul kıymetlerin gelecekteki performanslarına ilişkin inançlarla sona erer. İkinci aşama ise gelecekteki performanslara ilişkin inançlarla başlar ve portföy seçimiyle sona erer. Markowitz öncelikle yatırımcının iskonto edilmiş beklenen veya öngörülen getirileri maksimumuna çıkardığı (veya yapması gerektiği) kuralını ele almaktadır. Markowitz bu kuralı, hem açıklanacak bir hipotez hem de yatırım davranışını yönlendirecek maksimum bir varsayım olarak reddetmektedir. Daha sonra, yatırımcının beklenen getiriye arzu edilen bir şey olarak, getiri varyansını ise istenmeyen bir şey olarak görmekte olduğunu ele almaktadır. Bu kuralın hem yatırım davranışına ilişkin hem de hipotez olarak pek çok sağlam noktası vardır. İnançlar ile portföy seçimi arasındaki ilişkileri "beklenen getiriler-getirilerin varyansı" kuralına göre geometrik olarak göstermektedir (Markowitz, 1952). Bu model her ne kadar modern portföyün temelini oluştursa da kuadratik doğrusal denklem çözümündeki bazı zorluklar bu yöntemle çeşitli eleştiriler getirmiştir (Bilir, 2016; Bekçi vd., 2001).

Markowitz'in Ortalama-Varyans modelinden sonra bir çok kişi modern portföy alanında katkı sunan çalışmalar yapmıştır. Bunlardan William F. Sharpe (1964) , Sharpe oranı olarak bilinen risk-getiri ölçütünü geliştirmiş ve bu oran, bir varlığın ekstra getirisinin, riskiyle orantılı olarak ne kadar iyi olduğunu ölçmeye çalışmıştır. Eugene Fama'nın (1970) Etkin Piyasa Hipotezi üzerine, Robert Merton (1973), Opsiyon Fiyatlandırma Modeli üzerine çalışmalar yaparak opsiyonların fiyatlandırılmasıyla ilgili matematiksel bir çerçeve sunmuş ve portföy yönetiminde risk yönetimi ile opsiyonel stratejilerin geliştirilmesine katkı sunmuşlardır. Modern portföy alanında çalışma yapan bir diğer önemli isimde James M. Lintner'dir. Lintner (1965, 1969) çalışmalarında portföy yönetimi sürecinde portföy yöneticilerinin hisse senedi getirilerini nasıl tahmin ettiklerini ve portföy performanslarını nasıl etkilediklerini ortaya koymuştur.

Modern portföy alanında ortaya konulan bir model olan Tanjant portföyü finans literatüründe önemli bir rol oynamaktadır. Genellikle sermaye varlıkları fiyatlandırma modelinde (CAPM-Capital Asset Pricing Model) bir piyasa portföyü olarak kullanılır (Muhinyuza vd., 2020). Tanjant portföyü, etkin sınırın risk-getiri alanındaki mümkün olan en yüksek sermaye pazarı doğrusuna (CML-Capital Market Line) teğet olduğu noktada yer alan bir portföydür. Bu portföy, optimum çeşitlendirme ve varlık tahsisini birleştirerek belirli bir risk seviyesi için en yüksek riske göre ayarlanmış getiriye sunar (Alexander ve Scherer, 2023).

Bodnar vd. (2023) S&P500 endeksi şirketleri ile açığa satış kısıtlamalarında bağlamında Markov Zinciri Monte Carlo algoritmaları kullanarak yaptıkları ağırlıklandırmalarla Tanjant portföyü oluşturmuşlardır. Ortaya koydukları bu yaklaşımın geleneksel portföy yönetim

metotlarının yetersiz kalabileceği optimum portföy ağırlıklarının önceden belirlenmesini ve çıkarımını kolaylaştırdığını, böylece portföy riskini azalttığını belirtmişlerdir. Feng vd. (2023) yüksek boyutlu bireysel varlıklar üzerinde Tanjant portföyünü derin öğrenme yöntemleriyle birleştirerek portföy ağırlıklarını doğrudan tahmin etmeye çalışmışlardır. Derin Tanjant portföyünün diğer portföylerden daha başarılı sonuç verdiğini ortaya koymuşlardır. Özellikle Tanjant portföyü üzerinde farklı istatistiksel yöntemler kullanarak portföy ağırlıklandırma üzere yapılan başka çalışmalar da vardır. Javed vd. (2023) elde ettikleri bu ağırlıkları S&P500 endeksi şirketlerine uygulayarak başarılı sonuçlar elde etmişlerdir. Bodanar vd. (2022), Alfet ve Mazur (2022), Muhinyuza (2021), Karlsson vd. (2021), Javed vd. (2021), Muhinyuza vd. (2020) Tanjant portföyü ağırlıkları üzerinden çalışmalar yürütmüşlerdir.

Diğer bir portföy modeli olan Konno Modeli veya Ortalama-Mutlak Sapma Modeli, 1991 yılında Konno ve Yamazaki tarafından önerilmiştir (Konno ve Yamazaki, 1991). Bu modelin öne çıkan özelliği, standart sapmanın riske işaret ettiği diğer modellerden farklı olarak mutlak sapmanın riskin göstergesi olmasıdır. Bu nedenle Konno-Yamazaki (K-Y) modeli varyans/kovaryans matrislerine ihtiyaç duymaz. Bu modelde yatırım sepetinin optimum limiti ortalama varyans modeline göre daha kolay hesaplanabilmektedir (Abbasian ve Hosseinidoust, 2020).

Konno ve Wijayanayake 1999 yılında işlem maliyetleri altında bir portföy optimizasyon modeli olan çözüm için bir dal ve sınır algoritması çözerek Konno-Yamazaki modelini daha da geliştirmişlerdir. Tokyo Menkul Kıymetler Borsasındaki gerçek hisse senedi verilerini ve işlem maliyeti tablosunu kullanarak oldukça büyük ölçekli bir sorunun etkili bir şekilde çözülebileceğini göstermek için içbükey bir maliyet fonksiyonu doğrusal programlama modeli çözümlenmiştir (Konno ve Wijayanayake, 1999).

Martins 2022 yılında hazırlanmış olduğu tez çalışmasında Konno-Yamazaki'nin ortalama mutlak sapma modeli ile Markowitz'in ortalama varyans modelini portföy seçimi açısından karşılaştırmış ve her iki yöntemin portföy seçim performanslarını değerlendirmiştir. Ortalama varyans modelinin daha fazla varlık seçimine neden olduğunu ve bununla hesaplamalarda zorluklar yarattığını tespit etmiştir (Ferreira Martins, 2022). Bello vd. (2024) çalışmalarında S&P500 endeksinde yer alan 15 şirketin 12 yıllık verisi ile 5 farklı portföy modeli oluşturmuşlardır. Sonuç olarak portföy optimizasyonu için Konno-Yamazaki modelini ve düzeltilmiş ALC (Adjusted ChiangLin et al.) modelini önermişlerdir.

Konno-Yamazaki modeli ve Tanjant portföyü üzerine Türkiye sermaye piyasalarını konu alan az sayıda çalışma yapılmıştır (Bekçi vd., 2001; Cihangir vd., 2008; Topal ve İlkarşan, 2009; Demir ve Derer, 2012; Bilir, 2016). Bu çalışmalarda farklı dönemlerde farklı endeks hisseleriyle portföyler oluşturulmuştur. Uluslararası sermaye piyasaların da ise Tanjant portföyünde ağırlıklandırma üzerine çalışmalar yürütülmüştür. Buradan hareketle çalışmada BIST Sürdürülebilirlik Endeksinde listelenen şirketlerin verileri kullanılarak Konno-Yamazaki ve Tanjant portföyleri oluşturularak risk ve getiri açısından karşılaştırılması amaçlanmıştır. Yatırımcılara geleneksel yöntemlerin dışında portföy oluşturabilmeleri açısından yol gösterici olacak bu çalışmanın ele alınan endeks ve incelenen dönem açısından sınırlı sayıda çalışmanın ötesinde finans literatürüne katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Çalışma kapsamında BIST Sürdürülebilirlik Endeksinde işlem gören şirketlerin tercih edilmesinin temel sebebi küresel iklim ve çevre sorunlarının her geçen gün giderek arttığı, dünya ülkelerinin sınırda karbon uygulaması gibi çözüm amaçlı büyük bir çaba içinde olduğu günümüzde getiri elde etmek amacıyla karar vermek durumunda olan tüm paydaşlar açısından önem taşıyor olmasıdır. Çünkü bu endekste yer almak şirketlerin sürdürülebilirlik performansını, uzun vadeli finansal başarılarını ve toplumsal etkilerini de

etkileyebilmektedir. Dolayısıyla sürdürülebilirlik endeksi, şirketlerin çevresel, sosyal ve yönetimsel performanslarını ölçmek ve değerlendirmek için etkin bir araçtır. Bu endeks, yatırımcılar açısından finansal kararlar alırken sürdürülebilirlik faktörlerini dikkate alan, tüketiciler ve şirketler için değerli bir kaynak konumundadır.

Çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Giriş bölümünün ardından veri setine yer verilmiştir. Üçüncü bölümde çalışmada kullanılacak modeller sırasıyla tanıtılarak uygulamalar sonrası elde edilen bulgular açıklanmıştır. Dördüncü bölümde ise elde edilen bulgulara göre sonuç ortaya konulmuş ve geleceğe yönelik bazı önerilerinde bulunulmuştur.

2. VERİ SETİ

Bu çalışmada veri seti olarak sürdürülebilirlik ve kurumsal yönetim ilkelerini benimseyen şirketlerin fiyat ve getiri performansını ölçmek amacıyla BİST tarafından ilk kez 03.11.2014 tarihinde yayınlanan BIST Sürdürülebilirlik Endeksinde işlem gören şirketlerin getiri oranları kullanılmıştır.

Tablo 1. Analize Dahil Edilen BİST Sürdürülebilirlik Endeksi Şirketleri

Sıra No	Hisse Kodu	Sıra No	Hisse Kodu	Sıra No	Hisse Kodu
1	AEFES	24	FROTO	46	PETKM
2	AGESA	25	GARAN	47	PGSUS
3	AGHOL	26	GLYHO	48	SAHOL
4	AKBNK	27	HALKB	49	SASA
5	AKCNS	28	ISBTR	50	SISE
6	AKGRT	29	ISCTR	51	SOKM
7	AKSA	30	ISDMR	52	TATGD
8	AKSEN	31	ISFIN	53	TAVHL
9	ANHYT	32	ISMEN	54	TCELL
10	ARCLK	33	KCHOL	55	THYAO
11	ASELS	34	KERVT	56	TKFEN
12	AYGAZ	35	KONTR	57	TOASO
13	BIMAS	36	KORDS	58	TSKB
14	BIZIM	37	KRDMA	59	TTKOM
15	CCOLA	38	KRDMB	60	TTRAK
16	CIMSA	39	KRDMD	61	TUPRS
17	DOAS	40	LOGO	62	ULKER
18	DOCO	41	MAVI	63	VAKBN
19	DOHOL	42	MGROS	64	VESBE
20	ENJSA	43	MPARK	65	VESTL
21	ENKAI	44	NATEN	66	YKBNK
22	EREGL	45	OTKAR	67	ZOREN
23	ESEN				

Çalışma kapsamını oluşturan BİST Sürdürülebilirlik Endeksinde 2024 yılı Mart-Haziran dönemi için listelenen şirket sayısı 81'dir. Çalışma dönemi 01.04.2021-31.03.2024 tarihleri arasındaki 36 ayı kapsadığından verisine ulaşılabilen ve Tablo 1'de gösterilen 67 şirket getirileri ile portföyler oluşturulmuştur. Şirketlere ait finansal veriler Finnet Analiz Expert uygulamasından alınmıştır.

3. YÖNTEM ve BULGULAR

Çalışmada Konno-Yamazaki modeli ve Tanjant Portföyü modeli kullanılarak iki ayrı portföy elde edilmiştir. Her iki portföyün oluşturulması için de BİST Sürdürülebilirlik Endeksinde listelenen 67 şirketin 01.04.2021-31.03.2024 dönemleri arasındaki verileri kullanılmıştır. Konno-Yamazaki portföyü için Excel Çözücü eklentisi aracılığıyla basit lineer programlama yöntemi kullanılarak çözümlene yapılmıştır. Tanjant portföyünün elde edilmesi içinde 3.2. başlığı altında açıklanan adımlar yine Excel Çözücü eklentisi aracılığıyla hesaplanmıştır.

3.1. Konno-Yamazaki Modeli

Konno ve Yamazaki, "Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model" isimli makalelerinde Markowitz'in önerdiği optimum portföy seçiminde kullanılan kuadratik programlama modeli yerine doğrusal programlamayı önermişlerdir. Konno-Yamazaki modeli risk faktörü olarak mutlak değerini minimize edilmesini amaçlamakta ve amaç fonksiyonuna bağlı kısıtlar doğrusal denklemlerden meydana gelmektedir (Konno ve Yamazaki, 1991). Konno-Yamazaki modelinin doğrusal programlama formülasyonu ve kısıtları şu şekildedir;

Amaç Fonksiyonu;

$$\text{Min } \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$$

Modeldeki bu formülasyon risk fonksiyonunu en aza indirmektedir (Fox, 2014) .

Kısıtlar;

$$y_{t+} \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \geq 0 \quad t=1, 2, 3, \dots, T$$

$$y_{t-} \sum_{j=1}^n a_{tj} x_j \geq 0 \quad t=1, 2, 3, \dots, T$$

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq pM_0$$

$$\sum_{j=1}^n r_j \geq M_0$$

$$0 \leq x_j \leq u_j \quad j=1, 2, 3, \dots, n$$

$$y \geq 0 \quad t=1, 2, 3, \dots, T$$

Amaç fonksiyonu her dönem için tek tek hesaplanan Y_t fonksiyonlarının toplamının T dönem sayısına bölünmesiyle bulunmuştur.

Y_t fonksiyonları, her bir dönem için hisse senetlerinin aylık getirilerinin ortalama getirilerinden çıkarılmasıyla bulunan sapma değerlerinin mutlak değerinin ortalaması olarak alınmıştır. Bulunan Y_t fonksiyonundan sonra amaç fonksiyonu şöyle oluşturulmuştur;

$$Z \text{ MİN}=(Y_1+Y_2+Y_3+\dots+Y_{36})/36$$

Konno-Yamazaki modelinde kısıt sayısı $2T+2'$ dir. Modelde ele alınan veri seti 36 dönemden oluştuğundan kısıt sayısı $36*2+2=74'$ tür. Kısıtların hesaplanabilmesi için 67 hisse senedinin aylık getiri oranları çalışmanın dönemi olan 36 aya ait ortalama getiri oranından çıkarılarak her bir hisse senedine ait anormal getiriler bulunmuştur. Bulunan sonuçların mutlak değerleri hesaplanarak 67 hisseye ait 36 dönemlik yeni bir matris elde edilmiştir. Bu işlemin ardından birinci kısıt, aşağıda T1 dönemine ait hesaplama yönteminde gösterildiği şekilde 36 dönem için ayrı ayrı hesaplanmıştır. Formülde X ile gösterilen hisse senetlerinin katsayıları kendilerine ait T1 dönemdeki anormal getirilerin mutlak değerleri olarak modele dahil edilmiştir.

$$(Y_1+(0,19X_1-1,24X_2-13,25X_3-7,54X_4-10,91X_5-10,35X_6-0,14X_7-\dots-20,79X_{67}))\geq 0$$

İkinci kısıt için 36 döneme ait hesaplamalar aşağıda gösterildiği şekilde yapılmıştır.

$$(Y_1-(0,19X_1-1,24X_2-13,25X_3-7,54X_4-10,91X_5-10,35X_6-0,14X_7-\dots-20,79X_{67}))\geq 0$$

Üçüncü kısıt toplam 1 TL yatırım değerinin tamamının 67 hisse arasında optimum şekilde dağıtıldığı varsayımdır.

Dördüncü ve son kısıt ise oluşturulan portföy getirisinin beklenen portföy getirisine eşit ve büyük olmasıdır.

Modelde %55 getiri beklentisi ile belirlenen kısıtlar Excel Çözücü eklentisi aracılığıyla basit lineer programlama yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. Bu gelir beklentisi değeri, veri setimizdeki 36 aylık döneme ait tüketici fiyat endeks verilerinin ortalaması (2021 Nisan-2024 Mart) olarak hesaplanmıştır. Çözücü eklentisi vasıtasıyla yapılan hesaplamalar neticesinde portföye dahil edilecek hisse sayısı 9 olarak bulunmuştur. Portföye dahil edilen hisse senetleri ve bu hisse senetlerine yapılacak yatırım oranları hesaplanarak Tablo 2' de gösterilmiştir.

Tablo 2. K-Y Modeline Göre Yatırım Yapılacak Hisse Senetleri ve Yatırım Oranları

Sıra No	Hisse Kodu	Yatırım Oranı (%)
1	AEFES	0,02
2	ARCLK	0,28
3	BIZIM	0,04
4	EREGL	0,12
5	KRDMA	0,01
6	SAHOL	0,04
7	TEKFN	0,06
8	VAKBN	0,18
9	VESBE	0,25
Toplam		1.00

Oluşturulan portföyde getiri oranı %439, risk oranı ise %11,74 olarak hesaplanmıştır. Yani 1 TL'lik yatırım dönem sonunda 4,39 TL'ye ulaşmıştır. Bu getiri, hedef getiri oranı olan %55'in çok üzerinde bir orandır.

3.2. Tanjant Portföyü

Ortalama varyans optimizasyon teknikleri, portföyün riski ile beklenen getirisi arasındaki dengeyi dikkate alan niceliksel bir araç görevi görmektedir. Ayrıca, belirli bir beklenen getiri seviyesi için riski en aza indirerek veya belirli bir portföy riski seviyesi için portföy getirisini maksimuma çıkararak yatırımcılara optimal bir portföy oluşturma konusunda yardımcı olmaktadır. Ancak risksiz varlıklara yatırım yapma imkanı varsa, teğet portföy (Tanjant Portföyü) oluşturulur. Böylece risksiz varlıklardan oluşan portföyler elde edilir (Muhinyuza, 2020).

Optimal veya etkin portföy, risksiz yatırım aracı ile riskli iki yatırım aracının Tanjant portföyüdür. Optimum riskli portföy, sermaye pazarı doğrusuyla portföy etkin sınırı arasındaki tanjant noktasıdır (Elton ve Gruber, 1997).

Tanjant portföyüne ait matematiksel formülasyon şu şekilde olacaktır;

N tane riskli yatırım aracı ve bunlara ait beklenen getiri $E(r_i)$, bu yatırım araçlarının beklenen getirilerinin sütun vektörünü R olarak kabul edersek (Topal ve İlkarslan, 2009);

$$R = \begin{pmatrix} E(r_1) = \bar{r}_1 \\ E(r_2) = \bar{r}_2 \\ \vdots \\ E(r_n) = \bar{r}_n \end{pmatrix}$$

S ile temsil edilen $N \times N$ varyans-kovaryans matrisi;

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdots & \sigma_{N1} \\ \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{N2} \\ \vdots & & \vdots \\ \sigma_{1N} & \cdots & \sigma_{NN} \end{pmatrix}$$

Riskli yatırım araçlarından meydana gelen portföyün sütun vektörü X ile ifade edilir ve bunun koordinatlarının toplamı da 1'dir.

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix}, \sum_{i=1}^N x_i E(r_i) = 1$$

Oluşturulan portföyün varyansı $\sigma_x^2 = \sigma_{xx}$ ve $x^T S x = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}$ formülasyonu ile elde edilir.

Burada;

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} \text{ 'dir.}$$

Tüm bu veriler ışığında BİST Sürdürülebilirlik Endeksindeki 67 şirketin 01.04.2021-31.03.2024 dönemleri arasındaki verileri ile Excel çözücü eklentisi kullanılarak Tanjant portföyü oluşturulmuştur.

Öncelikle 67 hisse arasındaki ilişkiyi tespit etmek amacıyla ile hisse senetlerinin korelasyon ve kovaryans matrisleri oluşturulmuş. Daha sonra mevcut 67 hisse arasındaki korelasyon ve kovaryans matrisleri incelenerek risk faktörünü minimize etmek amacıyla en düşük korelasyona sahip hisse senetleri tespit edilmiştir. İncelemede -1 korelasyona sahip %100 ters yönde ilişki içinde bulunan hisse senetlerine rastlanmamıştır. Korelasyon ilişkisinden hareketle hesaplamaları da kolaylaştırmak amacıyla hesaplamalara Tablo 3’de kodları ve son 3 yıla ait getiri oranları verilen en düşük korelasyon oranına sahip 10 hisse senedi dahil edilmiştir. Bir önceki bölümde incelenen K-Y modeli ile oluşturulan portföyde 9 ayrı hissenin yer alması da göz önünde bulundurularak özellikle 10 adet hisse senedinin seçilmesinin temel sebebi riski sınırlı düzeyde tutabilmektir.

Tablo 3. Hesaplamalara Dahil Edilen Hisseler ve 3 Yıllık Döneme Ait Getiri Oranları

Sıra No	Hisse Senedi	Getiri Oranı(%)	Sıra No	Hisse Senedi	Getiri Oranı(%)
1	AGHOL	722	6	MAVI	742
2	CCOLA	617	7	PGSUS	731
3	DOCO	583	8	TAHVL	645
4	FROTO	556	9	THYAO	931
5	ISBTR	1219	10	TTKOM	534

Getiri oranları incelendiğinde 3 yıllık periyotta %1219 ile en yüksek getiriye sahip hissenin ISBTR olduğu görülmektedir. Aynı süreçte en düşük getiri oranına sahip hisse senedi ise %534 ile TTKOM olmuştur.

Getiri oranlarından hareketle portföye dahil edilen hisse senetlerinin korelasyon matrisi oluşturulmuştur. Bu matris Tablo 4’te gösterilmiştir.

Tablo 4. Hesaplamalara Dahil Edilen Hisse Senetlerinin Korelasyon Matrisi

	AGHOL	CCOLA	DOCO	FROTO	ISBTR	MAVI	PGSUS	TAVHL	THYAO	TTKOM
AGHOL	1,00									
CCOLA	0,32	1,00								
DOCO	-0,15	0,29	1,00							
FROTO	0,34	0,10	0,38	1,00						
ISBTR	-0,02	-0,14	-0,11	-0,16	1,00					
MAVI	0,52	0,29	0,12	0,37	-0,14	1,00				
PGSUS	0,25	0,41	0,26	0,48	-0,19	0,55	1,00			
TAVHL	0,34	0,34	0,19	0,49	-0,14	0,64	0,71	1,00		
THYAO	0,10	0,41	0,40	0,50	-0,15	0,42	0,78	0,66	1,00	
TTKOM	0,42	0,27	0,12	0,59	-0,14	0,62	0,50	0,50	0,51	1,00

Tablo 4’te yer alan hisse senetlerinin korelasyonlarına bakıldığında genellikle pozitif ilişki içerisinde oldukları görülmektedir. THYAO ile PGSUS iki havayolu şirketi olarak en yüksek pozitif korelasyona (0,78) sahipken FROTO ile CCOLA ve THYAO ile AGHOL en düşük pozitif korelasyonlara (0,10) sahiptirler. Negatif ilişki içerisinde olan hisse senetlerine bakıldığında ise PGSUS ile ISBTR en yüksek negatif korelasyona (-0,19) sahipken ISBTR ile AGHOL en düşük negatif korelasyona (-0,02) sahip hisseler olmuşlardır.

Tanjant portföyü oluşturmak amacıyla hesaplamalara dahil edilen hisse senetlerinin kovaryans matrisi Tablo 5'te gösterilmiştir.

Tablo 5. Hesaplamalara Dahil Edilen Hisse Senetlerinin Kovaryans Matrisi

	AGHOL	CCOLA	DOCO	FROTO	ISBTR	MAVI	PGSUS	TAVHL	THYAO	TTKOM
AGHOL	216,4									
CCOLA	48,39	107,1								
DOCO	-26,9	35,42	141,9							
FROTO	57,69	12,53	52,18	133						
ISBTR	-19,7	-89,1	-75	-108	3528					
MAVI	103,6	40,02	20	58,18	-110	181,4				
PGSUS	52,25	59,11	42,73	78	-159	104,5	197,6			
TAVHL	51,91	36,69	22,99	58,48	-86,1	89,04	103,1	107,7		
THYAO	22,98	65,6	73,73	89,63	-142	86,52	168,6	105,9	237,1	
TTKOM	91,66	41,8	21,59	101,1	-128	124,8	104,3	76,74	118,4	223,1

Hisse senetlerinin kovaryans matrisleri incelendiğinde korelasyon matrisine benzer bir şekilde genellikle pozitif katsayıya sahip oldukları görülmektedir. En yüksek pozitif kovaryansa (168,6) sahip hisse senetleri THYAO ile PGSUS olurken en düşük pozitif kovaryansa (12,53) sahip hisse senetleri ise FROTO ile CCOLA olmuştur. Negatif kovaryansa sahip hisse senetleri incelendiğinde en yüksek negatif kovaryansa (-159) sahip hisse senetleri PGSUS ile ISBTR olurken en düşük negatif kovaryansa (-19,7) sahip hisse senetleri ISBTR ile AGHOL olmuştur. Tablo 4 ve Tablo 5 bir arada değerlendirildiğinde korelasyon ve kovaryans sonuçlarının tutarlı olduğu görülmektedir.

Veri setine ait ortalama, varyans ve standart sapma işlemleri Excel programı aracılığıyla ortalama, vars ve stdsapmas formülleri kullanılarak hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar Tablo 6'da gösterilmiştir.

Tablo 6. Hesaplamalara Dahil Edilen Hisse Senetlerinin Ortalama Getiri, Varyans ve Standart Sapma Değerleri

	AGHOL	CCOLA	DOCO	FROTO	ISBTR	MAVI	PGSUS	TAVHL	THYAO	TTKOM
Ortalama	7,22	6,17	5,83	5,56	12,19	7,42	7,31	6,45	9,31	5,34
Varyans	216,37	107,14	141,91	132,99	3527,68	181,43	197,60	107,67	237,06	223,06
St.sap	14,71	10,35	11,91	11,53	59,39	13,47	14,06	10,38	15,40	14,94

Hisse senetlerinin ilgili dönemdeki ortalama getirilerine bakıldığında en yüksek getiriye (12,19) ISBTR hissesinin, en düşük getiriye (5,34) ise TTKOM hissesi olduğu görülmektedir. Portföy yönetiminde riskin ölçüsü olarak kullanılan ve düşük olması istenilen standart sapma verilerinde ise en yüksek değere (59,39) sahip hisse senedi ISBTR olurken en düşük standart sapmaya (10,35) sahip hisse senedi ise CCOLA olmuştur. Dolayısıyla en yüksek ortalama getiriye sahip hisse senedi aynı zamanda en riskli yatırımı temsil etmektedir.

Her bir hisse senedine ait aylık getirilerin ortalama getiriden farkları incelenen 36 aylık dönem için hesaplanarak Tablo 7'de gösterilmiştir.

Tablo 7. Tanjant Portföyü Hisse Senetlerinin Aylık Getiri ve Ortalama Getiri Farkı Değerleri

	AGHOL	CCOLA	DOCO	FROTO	ISBTR	MAVI	PGSUS	TAVHL	THYAO	TTKOM
T1	-13,25	5,59	1,50	-19,34	-19,43	-14,74	-7,58	-3,19	-15,23	-11,38
T2	-1,45	-2,93	1,23	-6,64	-24,37	9,27	5,74	4,98	-0,40	4,24
T3	-11,71	-7,00	-4,87	-6,72	-11,75	2,11	-20,45	-7,86	-10,20	-10,34
T4	1,01	4,17	-19,19	-5,67	-11,23	-12,66	-14,41	-17,70	-16,73	-4,41
T5	-4,32	-2,99	-9,17	-6,14	-22,29	-0,49	-7,38	-2,19	-9,70	8,31
T6	-12,14	-9,64	2,48	-7,32	-18,24	3,62	1,57	3,79	-1,17	-3,43
T7	9,14	-5,70	14,74	8,52	-11,34	4,56	-5,20	-5,23	-2,76	-3,44
T8	33,32	-2,71	7,94	24,41	30,17	-4,69	2,00	-5,47	3,39	24,18
T9	-5,25	-9,02	-0,59	-8,77	-9,15	-14,48	-15,52	4,25	-0,57	-8,46
T10	-10,93	22,57	19,18	-1,40	-18,44	-11,36	19,59	5,84	34,15	-5,86
T11	-25,36	-12,06	-11,95	1,26	25,72	-24,12	-18,94	-13,97	-18,85	-15,22
T12	7,21	-0,78	-10,06	12,48	-36,20	28,03	12,22	19,23	18,40	15,55
T13	-0,17	1,68	1,45	-6,32	-7,83	-0,74	17,64	-0,31	16,56	2,77
T14	-9,07	1,01	9,66	-1,98	-19,68	-10,48	-0,58	0,36	11,63	-8,61
T15	10,79	-6,33	-17,19	-18,30	-15,12	21,52	13,54	1,58	-14,31	-16,30
T16	32,43	2,69	-0,48	5,97	-22,34	13,93	-16,06	1,89	-7,08	-3,99
T17	-9,72	-0,28	-7,85	3,94	-1,60	2,90	14,81	3,71	32,63	9,56
T18	4,46	-20,11	-19,92	-5,80	-19,08	-5,50	8,32	-3,25	-10,01	-1,40
T19	-1,96	21,61	11,85	5,45	-2,39	13,96	27,11	18,09	34,17	9,07
T20	18,07	3,68	11,04	16,98	-16,36	20,11	12,05	4,14	7,88	28,98
T21	-1,78	3,43	-7,72	12,15	-1,22	5,00	10,33	1,02	3,95	36,47
T22	-24,79	-16,54	6,09	-8,30	-19,37	-19,60	-4,37	-18,05	-11,65	-21,70
T23	-1,61	0,18	1,85	7,86	-11,11	-14,11	-2,22	-9,11	0,47	-13,26
T24	-4,89	-0,08	-2,66	-3,08	-16,14	-7,98	-17,07	-11,22	-28,97	-12,99
T25	-4,18	9,44	-4,88	-13,68	-21,27	-7,51	-9,37	-11,12	-1,46	-7,62
T26	-5,63	-6,81	7,21	1,10	-11,69	-0,19	-3,91	3,77	3,21	-6,81
T27	1,69	7,74	38,66	24,24	6,29	33,03	25,78	14,00	22,46	21,90
T28	18,42	13,53	-6,03	19,22	-10,73	4,51	29,25	13,85	11,65	-2,64
T29	44,57	19,34	-18,40	-14,41	31,89	11,79	-0,86	4,99	-3,25	13,00
T30	-6,43	-9,74	-8,82	-13,79	338,16	-6,79	-14,87	-5,97	-13,84	-15,89
T31	-12,43	-12,99	1,80	-9,13	29,36	-22,68	-21,77	-14,99	-19,70	-23,24
T32	-16,98	-2,32	12,94	0,52	-0,04	-1,96	-6,96	-2,88	5,77	18,88
T33	-4,72	18,28	5,83	-16,84	-25,76	4,39	-16,41	-14,41	-21,64	-4,59
T34	6,77	-4,36	-11,75	13,71	-24,47	14,99	8,55	22,20	10,00	28,90
T35	1,18	10,40	11,03	9,10	-8,17	-9,62	5,22	18,46	-6,67	-11,75
T36	-0,27	-12,95	-4,95	6,74	-24,76	-3,99	-9,77	0,75	-2,11	-8,47

Excel programında =DÇARP(DEVRİK_DÖNÜŞÜM(dizi);dizi)/36 formülü ile varyans-kovaryans matrisi Tablo 8’de gösterildiği gibi oluşturulmuştur.

Tablo 8. Tanjant Portföyü Hisse Senetlerinin Varyans-Kovaryans Matrisi

	AGHOL	CCOLA	DOCO	FROTO	ISBTR	MAVI	PGSUS	TAVHL	THYAO	TTKOM
AGHOL	216,37	48,39	-26,88	57,69	-19,73	103,59	52,25	51,91	22,98	91,66
CCOLA	48,39	107,14	35,42	12,53	-89,07	40,02	59,11	36,69	65,60	41,80
DOCO	-26,88	35,42	141,91	52,18	-75,03	20,00	42,73	22,99	73,73	21,59
FROTO	57,69	12,53	52,18	132,99	-107,77	58,18	78,00	58,48	89,63	101,09
ISBTR	-19,73	-89,07	-75,03	-107,77	3.527,68	-109,96	-158,84	-86,11	-141,57	-128,31
MAVI	103,59	40,02	20,00	58,18	-109,96	181,43	104,55	89,04	86,52	124,83

PGSUS	52,25	59,11	42,73	78,00	-158,84	104,55	197,60	103,10	168,61	104,29
TAVHL	51,91	36,69	22,99	58,48	-86,11	89,04	103,10	107,67	105,86	76,74
THYAO	22,98	65,60	73,73	89,63	-141,57	86,52	168,61	105,86	237,06	118,38
TTKOM	91,66	41,80	21,59	101,09	-128,31	124,83	104,29	76,74	118,38	223,06

Tablo 8’de verilen varyans-kovaryans matrisi değerleri, 1 TL yatırım tutarının her hisse senedine %10 olacak şekilde eşit oranda yatırılacağı ön varsayımı altında bu oran ile çarpılarak yeni bir varyans-kovaryans matrisi hesaplanmış ve Tablo 9’da gösterilmiştir.

Tablo 9. Eşit Ağırlıklı Portföye Ait Varyans-Kovaryans Matrisi

	AGHOL	CCOLA	DOCO	FROTO	ISBTR	MAVI	PGSUS	TAVHL	THYAO	TTKOM
AGHOL	2,16	0,48	-0,27	0,58	-0,20	1,04	0,52	0,52	0,23	0,92
CCOLA	0,48	1,07	0,35	0,13	-0,89	0,40	0,59	0,37	0,66	0,42
DOCO	-0,27	0,35	1,42	0,52	-0,75	0,20	0,43	0,23	0,74	0,22
FROTO	0,58	0,13	0,52	1,33	-1,08	0,58	0,78	0,58	0,90	1,01
ISBTR	-0,20	-0,89	-0,75	-1,08	35,28	-1,10	-1,59	-0,86	-1,42	-1,28
MAVI	1,04	0,40	0,20	0,58	-1,10	1,81	1,05	0,89	0,87	1,25
PGSUS	0,52	0,59	0,43	0,78	-1,59	1,05	1,98	1,03	1,69	1,04
TAVHL	0,52	0,37	0,23	0,58	-0,86	0,89	1,03	1,08	1,06	0,77
THYAO	0,23	0,66	0,74	0,90	-1,42	0,87	1,69	1,06	2,37	1,18
TTKOM	0,92	0,42	0,22	1,01	-1,28	1,25	1,04	0,77	1,18	2,23

Çalışmada risksiz faiz oranı olarak Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası tarafından 01.04.2021-31.03.2024 tarihleri arasında ihale yöntemiyle satılan hazine bonoları ve devlet tahvilleri için uygulanan basit faiz oranlarının ortalaması kullanılmıştır. Bu oran %21,08 olarak hesaplanmış ve formülasyona dahil edilmiştir. Ortalama getiri, standart sapma ve tanjant formülü (ortalama getiri-risksiz faiz oranı/standart sapma) Excel programına girilerek çözücü eklentisinde hedef tanjant hücresi, değişken hücreler her bir hisse senedine ait veri aralığı ve kısıt olarak 1 TL yatırım miktarının tamamının bu hisse senetleri arasında dağıtılacağı kısıtları tanımlanarak çözümlenmiştir. Sonuç olarak çözücü eklentisi en iyi portföyü oluşturan hisse senetlerini ve yatırım oranlarını sunmuştur. Bu hisse senetleri ve yatırım oranları Tablo 10’da gösterilmiştir.

Tablo 10. Tanjant Portföyü Hisse Senetleri ve Yatırım Oranları

Sıra No	Hisse Kodu	Yatırım Oranı (%)
1	AGHOL	0,18
2	CCOLA	0,20
3	DOCO	0,24
4	FROTO	0,02
5	ISBTR	0,05
6	MAVI	0,05
7	PGSUS	0,00
8	TAHVL	0,16
9	THYAO	0,10
10	TTKOM	0,00
Toplam		1.00

Tanjant portföyü modeliyle oluşturulan portföye 8 adet hisse senedi dahil olmuştur. PGSUS ve TTKOM hisseleri portföy dışında kalmıştır. Elde edilen portföyün getirisi çözücü eklentisinden %698, riski ise %75 olarak hesaplanmıştır. Konno-Yamazaki modelinde olduğu gibi bu modelde de oluşturulan portföy beklenen getiri oranının çok üzerinde getiri sağlamıştır.

4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bir yatırım kararı almak belirli bir getiri beklentisiyle karar verme sürecinde olan bir yatırımcı için oldukça zor ve riskli bir süreçtir. Riskten korunmak için varlıkları çeşitlendirmek, riski yönetebilmek, hangi varlıkların iyi bir değere sahip olduğunu yada beklenen getiriyi sağlayacağını belirleyebilmek finansal piyasalardaki hızla değişen bilgiler, karmaşıklıklar ve vergi yükümlülükleri ile ilgili maliyetler süreci daha da karmaşık hale getirmektedir.

Bahsi geçen bu karmaşayı ortadan kaldırmak, yatırımcıların karar alma süreçlerini basitleştirmek amacıyla portföy oluşumuna katkı sunabilecek Konno-Yamazaki ve Tanjant portföyü yöntemleri ele alınmıştır. Her iki yöntem ile BİST Sürdürülebilirlik Endeksinde yer alan 67 hisse senedine ait 36 aylık getiri oranlarından hareketle ve çeşitli yatırımcı beklentileri de dikkate alınarak portföyler oluşturulmuştur. Oluşturulan her iki portföy karşılaştırıldığında Konno-Yamazaki modeli ile daha düşük risk ve daha az getirili bir portföy elde edildiği (%439 getiri, %11,74 risk) buna karşılık Tanjant modeli portföyü ile daha yüksek riske karşılık daha yüksek getirili (%698 getiri, %75 risk) bir portföy oluşturabildiği görülmüştür. Konno-Yamazaki modelinde 9 hisse senedi, Tanjant portföyünde ise 8 hisse senedi yer almasına karşın bu portföylerde ortak bir hisse senedinin yer almaması da dikkat çekici bulunmuştur. Bu durumun yöntemlerin portföy oluşturma metodolojisinden kaynaklandığı düşünülmektedir.

Sonuç olarak her iki portföy oluşturma modeli de incelendiğinde risk ve varlık fiyatlarındaki dalgalanmalara karşı daha yüksek bir toleransa sahip (risk almayı seven) yatırımcılar için Tanjant portföy modeli ile oluşturulacak portföylerin daha uygun olacağı, buna karşılık risk almaya istekli olmayıp (riskten kaçan) hedef getirilerinin üzerindeki getirileri (risksiz faiz oranı, enflasyon vb.) sağlayan portföyleri tercih edebilecek yatırımcı profili için Konno-Yamazaki modelinin daha uygun olduğu söylenebilir. Elde edilen bulgular hem mevcut ve potansiyel yatırımcılar hem de profesyonel portföy yöneticileri açısından çalışmanın kapsamını oluşturan dönem aralığındaki gibi yüksek enflasyonlu dönemlerde uygulanarak yatırım kararlarında kullanılabilir. Diğer taraftan özellikle çevresel, sosyal ve yönetim kriterleri açısından belirli bir yetkinliğe sahip şirketlerin yer almasından dolayı yüksek getiri beklentisi ile yatırım yapılan BİST Sürdürülebilirlik Endeksi hisseleri için de gösterge niteliğindedir. Türkiye sermaye piyasaları için daha önce Konno-Yamazaki modeli ile yapılan çalışmalarda Bekçi vd. (2001) ile Cihançir vd. (2008), Tanjant portföyü modeli ile yapılan çalışmalarda Topal ve İlkarslan (2009), Demir ve Derer (2012) ile Bilir (2016) gerek inceledikleri dönem gerekse de modele dahil ettikleri hisse senetlerinden dolayı mevcut çalışmadaki sonuçlardan farklı risk-getiri oranları hesaplamış olsalar da modellerin geçerliliği açısından bulgular birbirlerini tamamlayan niteliktedir.

Çalışmada ele alınan Konno-Yamazaki ve Tanjant portföyü modelleri her ne kadar Markowitz'in ortalama varyans modelindeki hesaplama zorluklarına alternatif olarak önerilmiş modeller olsa da bazı zorlukları da bulunmaktadır. Hesaplamalara dahil edilecek hisse senetlerinin ve incelenen dönem sayısının artmasıyla beraber Konno-Yamazaki modelinde hesaplanan Y_1 'ler ve kısıtlar doğrusal şekilde artmaktadır. Tanjant portföyüne dahil edilen hisse senedi sayısındaki artışla birlikte ise oluşturulması gereken matrisler

karmaşılaşmakta ve hesaplamalar daha fazla zaman almaktadır. Bu hususlar yöntemlerin avantajlarını sorgulatmaktadır.

Özellikle pasif yatırımcılar açısından karmaşık süreçler olan portföy oluşturma süreçlerini belirli kısıtlar altında yatırımcı tipine göre yönetebilmeyi kolaylaştırmayı amaçlayan bu çalışma, incelenen dönem, şirketlerin yer aldığı endeks ve kullanılan portföy modelleri açısından geliştirilmeye açık olduğu gibi gelecekte yapılacak benzer çalışmalarla da kıyaslanabilir sonuçlara sahiptir.

KAYNAKÇA

- Abbasian, E. ve Hosseinidoust, S. E. (2020). The Optimum Portfolio Based on Konno Linear Programming Model (A Case Study on the Iran Insurance Company). *Iranian Economic Review*, 24 (3), 723-741.
- Alexander, N. ve Scherer, W. (2023) Forecasting Tangency Portfolios and Investing in the Minimum Euclidean Distance Portfolio to Maximize Out-of-Sample Sharpe Ratios. *Engineering Proceedings*, 39 (1), 1-10.
- Alfelt, G. ve Mazur, S. (2022). On the mean and variance of the estimated tangency portfolio weights for small samples. *Modern Stochastics*, 9 (4), 453-482.
- Bekçi, İ., Eroğlu, A. ve Usul, H. (2001). Portföy Seçimi Problemine Bulanık Mantık Yaklaşımı. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 6 (2), 89-107.
- Bello, J. F., Taiwo, E. S. ve Adinya, I. (2024). Modified Models for Constrained Mean Absolute Deviation Portfolio Optimization. *International Journal of Mathematical Sciences and Optimization: Theory and Applications*, 10 (1), 12-24.
- Bilir, H. (2016). Determination of Optimal Portfolio by Using Tangency Portfolio and Sharpe Ratio. *Research Journal of Finance and Accounting*, 7 (5), 53-59.
- Bodnar, O., Bodnar, T. ve Niklasson, V. (2024). Constructing Bayesian tangency portfolios under short-selling restrictions. *Finance Research Letters*, 62 (A), 1-8.
- Bodnar, T., Dette, H., Parolya, N. ve Thorsén, E. (2022). Sampling distributions of optimal portfolio weights and characteristics in low and large dimensions. *Random Matrices*, 11 (01), 1-39.
- Cihangir, M., Karaçizmeli Güzeler, A. ve Sabuncu, İ. (2008). Optimum Portföy Seçiminde Konno-Yamazaki Modeli Yaklaşımı ve İMKB Mali Sektör Hisse Senetlerine Uygulanması. *Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 10 (3), 125-142.
- Demir, Y. ve Derer, E. (2012). Optimal Portföy Kapsamında Tanjant Portföyü İMKB-100'de Örnek Uygulama. *Uluslararası Alanya İşletme Fakültesi Dergisi*, 4 (2), 13-25.
- Elton, E. J. ve Gruber, M. J. (1997). Modern portfolio theory, 1950 to date. *Journal of Banking & Finance*, 21 (11-12), 1743-1759.
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25, 383-417.
- Feng, G., Jiang, L., Li, J. ve Song, Y. (2023). *Deep Tangency Portfolios*. [Online] <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3971274>.> [Erişim Tarihi: 10.04.2024].
- Ferreira Martins, A. F. (2022). *Comparison between the Markowitz and Konno-Yamazaki Models for Portfolio Selection*. (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Coimbra Üniversitesi, Portekiz.

- Fox, M. (2014). Further Reduction of the Konno-Yamazaki Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model. [Online] <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2508777> [Erişim Tarihi: 10.04.2024].
- Javed, F., Mazur, S. ve Ngailo, E. (2021). Higher order moments of the estimated tangency portfolio weights. *Journal of Applied Statistics*, 48 (3), 517-535.
- Javed, F., Mazur, S. ve Thorsén, E. (2023). Tangency portfolio weights under a skew-normal model in small and large dimensions. *Journal of the Operational Research Society*, 1-12.
- Karlsson, S., Mazur, S. ve Muhinyuza, S. (2021). Statistical inference for the tangency portfolio in high dimension. *Statistics*, 55 (3), 532-560.
- Konno, H. ve Wijayanayake, A. (1999). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model Under Transaction Costs. *Journal of the Operations Research Society of Japan*, 42 (4), 422-435.
- Konno, H. ve Yamazaki, H. (1991). Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Applications to Tokyo Stock Market. *Management Science*, 37 (5), 519-531.
- Lintner, J. (1965). Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification. *Journal of Finance*, 20 (4), 587-615.
- Lintner, J. (1969). The Aggregation of Investor's Diverse Judgments and Preferences in Purely Competitive Security Markets. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 4 (4), 347-400.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7 (1), 77-91.
- Merton, R. C. (1973). Theory of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (1), 141-183.
- Muhinyuza, S. (2020). *Statistical Inference of Tangency Portfolio in Small and Large Dimension*. (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Stockholm Üniversitesi, İsveç.
- Muhinyuza, S. (2021). A test on mean-variance efficiency of the tangency portfolio in high-dimensional setting. *Theory of Probability and Mathematical Statistics*, 103 (1), 103-119.
- Muhinyuza, S., Bodnar, T. ve Lindholm, M. (2020). A test on the location of the tangency portfolio on the set of feasible portfolios. *Applied Mathematics and Computation*, 386, 125519.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19 (3), 425-442.
- Topal, Y. ve İlkarslan, K. (2009). Portföy Optimizasyonu Bağlamında Tanjant Portföyleri: İMKB 30 İşletmelerinden Bir Örnek. *Afyon Kocatepe Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, 11 (1), 219-247.