

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ



ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL YARATICI
AKIL YÜRÜTME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

ZEHRA ŞEVVAL HUŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Jüri Üyeleri : **Doç. Dr. Mehmet Ali KANDEMİR** **(Tez Danışmanı)**
 Prof. Dr. Rıdvan EZENTAŞ
 Doç. Dr. Tuğçe KOZAKLI ÜLGER

BALIKESİR, TEMMUZ - 2026

ETİK BEYAN

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımda hazırlanan “**Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi**” başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Zehra Şevval HUŞ

ÖZET

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİKSEL YARATICI AKIL
YÜRÜTME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ZEHRA ŞEVVAL HUŞ
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ
(TEZ DANIŞMANI: DOÇ. DR. MEHMET ALİ KANDEMİR)
BALIKESİR, TEMMUZ - 2026**

Bu araştırmanın amacı, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcı akıl yürütme becerilerini düzey ve süreç boyutlarıyla incelemektir. Araştırma açıklayıcı sıralı karma yöntem deseniyle yürütülmüştür. Nicel aşamada 204 öğrencinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'na verdiği yanıtlar özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme ölçütlerine dayalı rubrikle puanlanmıştır. Nicel sonuçların ardından yüksek performans ölçütünü karşılayan 12 öğrencinin yazılı çözümleri, klinik görüşmeleri ve ses kayıtları incelenmiştir. Nicel bulgular toplam puanların çoğunlukla orta düzeyde yoğunlaştığını, yüksek düzeydeki öğrenci sayısının sınırlı kaldığını göstermiştir. Öğrenciler örüntü ve genelleme problemlerinde daha yüksek; geometrik parça-bütün ilişkisi, çok aşamalı modelleme ve hız-zaman ilişkisi gerektiren problemlerde daha düşük performans göstermiştir. Cinsiyete göre anlamlı bir fark bulunmazken akademik başarı düzeyine göre anlamlı fark belirlenmiştir. Nitel bulgular, öğrencilerin ilişki kurma ve özgün strateji geliştirme bakımından güçlü örnekler sergilediğini; strateji değiştirme, sonucu kontrol etme ve matematiksel gerekçelendirmede ise farklılaştığını ortaya koymuştur. Bulgular, matematiksel yaratıcı akıl yürütmenin doğru cevabın yanında çözüm yolunun yeniliği, esnekliği ve matematiksel dayanağı birlikte incelenerek değerlendirilmesi gerektiğini göstermektedir.

ANAHTAR KELİMELER: Akıl yürütme, matematik eğitimi, matematiksel yaratıcılık, ortaokul öğrencileri, yaratıcı akıl yürütme

Bilim Kodu: 13601

Sayfa Sayısı: 177

ABSTRACT

INVESTIGATION OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS' MATHEMATICAL CREATIVE REASONING SKILLS

MASTER THESIS

ZEHRA ŞEVVAL HUŞ

BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION

ELEMENTARY MATHEMATICS EDUCATION

(SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. MEHMET ALİ KANDEMİR)

BALIKESİR, JULY - 2026

This study examined eighth-grade students' mathematical creative reasoning skills at the performance and process levels. An explanatory sequential mixed-methods design was employed. In the quantitative phase, responses from 204 students to the Mathematical Creative Reasoning Form were scored with a rubric based on originality, flexibility, and mathematical justification. Following the quantitative results, the written solutions, clinical interviews, and audio recordings of 12 students who met the high-performance criterion were analyzed. Total scores were concentrated mainly at the medium level, and relatively few students reached the high level. Students performed better on pattern and generalization problems and less successfully on problems involving geometric part-whole relationships, multi-step modeling, and speed-time relationships. No significant difference was found by gender, whereas a significant difference was found across academic achievement levels. The qualitative findings showed strong examples of relationship building and original strategy development, together with variation in strategy shifts, result checking, and mathematical justification. The findings indicate that mathematical creative reasoning should be evaluated through the novelty, flexibility, and mathematical grounding of the solution process as well as the correctness of the answer.

KEYWORDS: Reasoning, mathematics education, mathematical creativity, middle school students, creative reasoning

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
ŞEKİL LİSTESİ.....	v
TABLO LİSTESİ.....	vi
KISALTMA LİSTESİ	viii
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Problem Durumu.....	1
1.2 Araştırmanın Amacı	5
1.3 Araştırmanın Önemi.....	7
1.4 Araştırmanın Problem Cümlesi.....	8
1.5 Alt Problemler.....	8
1.6 Araştırmanın Varsayımları	9
1.7 Araştırmanın Sınırlılıkları	9
1.8 Tanımlar	10
2. TEORİK ÇERÇEVE.....	12
2.1 Matematiksel Düşünme ve Matematiksel Akıl Yürütmenin Kuramsal Temelleri	13
2.2 Yaratıcı Düşünme ve Matematiksel Yaratıcılığın Kuramsal Temelleri	16
2.3 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütmenin Kuramsal Yapısı.....	19
2.3.1 Taklitçi ve Yaratıcı Akıl Yürütmenin Ayırt Edici Özellikleri	21
2.3.2 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütmenin Bütünleştirilmiş Kavramsal Çerçevesi	24
2.3.3 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütmenin Öğrenme Sürecindeki İşlevleri	27
2.4 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütmenin Öğretimsel Olarak Desteklenmesi	29
2.5 Matematik Öğretim Programı ile Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme İlişkisi	32
2.6 İlgili Araştırmalar.....	34
2.6.1 Yurt İçi Araştırmalar.....	34
2.6.2 Yurt Dışı Araştırmalar	42
3. YÖNTEM	51
3.1 Araştırmanın Deseni	51
3.2 Araştırmanın Evreni ve Örneklemi	53
3.3 Veri Toplama Araçları	56
3.3.1 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu	57
3.3.2 Klinik Görüşmeler ve Ses Kayıtları	61
3.3.3 Demografik Bilgi Formu.....	62
3.3.4 Puanlama Rubriği.....	63
3.3.5 Araştırmacı Günlükleri.....	65
3.4 Uygulama Süreci.....	66
3.4.1 Hazırlık Süreci	66
3.4.2 Nicel Veri Toplama Süreci	67
3.4.3 Nitel Veri Toplama Süreci	68
3.5 Veri Analizi	69
3.5.1 Nicel Verilerin Analizi.....	69
3.5.2 Nitel Verilerin Analizi	71
3.6 Geçerlik ve Güvenirlik.....	74
3.6.1 Nicel Boyutta Geçerlik ve Güvenirlik	74
3.6.2 Nitel Boyutta Geçerlik ve Güvenirlik	76
4. BULGULAR	78
4.1 Nicel Bulgular.....	78
4.1.1 Veri Şetinin Analiz Öncesi Kontrolüne İlişkin Bulgular.....	78
4.1.2 Soru 1'e İlişkin Bulgular: Düzensiz Çokgende Alan ve Yüzey Hesaplama	78

İÇİNDEKİLER (devam)

Sayfa

4.1.3 Soru 2'ye İlişkin Bulgular: Örüntü ve Cebirsel Genelleme	80
4.1.4 Soru 3'e İlişkin Bulgular: Cebirsel İfade ve Çevre İlişkisi	81
4.1.5 Soru 4'e İlişkin Bulgular: Geometrik Parçalama ve Cebirsel Çevre İfadesi	82
4.1.6 Soru 5'e İlişkin Bulgular: Denklem Kurma ve Ölçme İlişkisi.....	84
4.1.7 Soru 6'ya İlişkin Bulgular: Katlama, Alan ve Cebirsel İfade Oluşturma	85
4.1.8 Soru 7'ye İlişkin Bulgular: Köklü İfadeler ve Alan Hesaplama	86
4.1.9 Soru 8'e İlişkin Bulgular: Köklü İfadeler, Çevre ve Günlük Yaşam Problemi.	88
4.1.10 Soru 9'a İlişkin Bulgular: Hız-Zaman İlişkisi ve Strateji Karşılaştırma.....	89
4.1.11 Soru 10'a İlişkin Bulgular: Sayı Örüntüsü ve Genelleme.....	90
4.1.12 Problemlere Göre Genel Betimsel Bulguların Karşılaştırılması	91
4.1.13 Toplam MYAY Puanlarına İlişkin Bulgular	93
4.1.14 Toplam Puanların Normallik Kontrolüne İlişkin Bulgular	93
4.1.15 MYAY Düzeylerine Göre Dağılım.....	94
4.1.16 Cinsiyete Göre MYAY Puanlarına İlişkin Bulgular	95
4.1.17 Akademik Başarı Düzeyine Göre MYAY Puanlarına İlişkin Betimsel Bulgular	97
4.1.18 Akademik Başarı Düzeyine Göre Varyans Homojenliği Testine İlişkin Bulgular.....	97
4.1.19 Akademik Başarı Düzeyine Göre ANOVA Sonuçları	98
4.1.20 ANOVA Analizine İlişkin Etki Büyüklüğü	99
4.1.21 Akademik Başarı Düzeyine Göre Çoklu Karşılaştırma Sonuçları	99
4.1.22 Nicel Bulguların Genel Değerlendirilmesi.....	100
4.2 Nitel Bulgular	101
4.2.1 Soru 1'e İlişkin Nitel Bulgular: Düzensiz Çokgende Alan ve İç Yüzey Hesaplama	102
4.2.2 Soru 2'ye İlişkin Nitel Bulgular: Örüntü ve Cebirsel Genelleme	105
4.2.3 Soru 3'e İlişkin Nitel Bulgular: Cebirsel İfade ve Çevre İlişkisi.....	108
4.2.4 Soru 4'e İlişkin Nitel Bulgular: Geometrik Parçalama ve Cebirsel Çevre İfadesi	111
4.2.5 Soru 5'e İlişkin Nitel Bulgular: Denklem Kurma ve Ölçme İlişkisi.....	113
4.2.6 Soru 6'ya İlişkin Nitel Bulgular: Katlama, Simetri ve Alan İlişkisi	116
4.2.7 Soru 7'ye İlişkin Nitel Bulgular: Köklü İfadeler ve Alan Hesaplama	119
4.2.8 Soru 8'e İlişkin Nitel Bulgular: Köklü İfadeler, Çevre ve Günlük Yaşam Bağlamı	121
4.2.9 Soru 9'a İlişkin Nitel Bulgular: Hız-Zaman İlişkisi ve Strateji Karşılaştırma	124
4.2.10 Soru 10'a İlişkin Nitel Bulgular: Sayı Örüntüsü ve Genelleme.....	127
4.2.11 Nitel Bulguların Genel Değerlendirmesi	130
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	133
KAYNAKLAR	146
EKLER	156
EK A: Ayrıntılı Bilgilendirme ve Gönüllü Katılım Formu	157
EK B: Veli Onam Formu.....	158
EK C: Demografik Bilgi Formu	159
EK D: Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Problem Formu	160
EK E: Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Puanlama Rubriği	171
ETİK KURUL VEYA YASAL/ÖZEL İZİN BELGESİ	174
ÖZGEÇMİŞ	177

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1: Matematiksel yaratıcı akıl yürütmenin süreçsel yapısı.....	21
Şekil 4.1: Ö2 kodlu öğrencinin soru 1'e ilişkin yanıtı	102
Şekil 4.2: Ö9 kodlu öğrencinin soru 1'e ilişkin yanıtı	104
Şekil 4.3: Ö10 kodlu öğrencinin soru 2'ye ilişkin yanıtı	106
Şekil 4.4: Ö4 kodlu öğrencinin soru 2'ye ilişkin yanıtı	107
Şekil 4.5: Ö12 kodlu öğrencinin soru 3'e ilişkin yanıtı	109
Şekil 4.6: Ö11 kodlu öğrencinin soru 3'e ilişkin yanıtı	110
Şekil 4.7: Ö1 kodlu öğrencinin soru 4'e ilişkin yanıtı	112
Şekil 4.8: Ö5 kodlu öğrencinin soru 5'e ilişkin yanıtı	114
Şekil 4.9: Ö8 kodlu öğrencinin soru 5'e ilişkin yanıtı	115
Şekil 4.10: Ö10 kodlu öğrencinin soru 6'ya ilişkin yanıtı	117
Şekil 4.11: Ö12 kodlu öğrencinin soru 6'ya ilişkin yanıtı	118
Şekil 4.12: Ö3 kodlu öğrencinin soru 7'ye ilişkin yanıtı	120
Şekil 4.13: Ö7 kodlu öğrencinin soru 8'e ilişkin yanıtı	122
Şekil 4.14: Ö12 kodlu öğrencinin soru 8'e ilişkin yanıtı	123
Şekil 4.15: Ö2 kodlu öğrencinin soru 9'a ilişkin yanıtı	125
Şekil 4.16: Ö6 kodlu öğrencinin soru 9'a ilişkin yanıtı	126
Şekil 4.17: Ö1 kodlu öğrencinin soru 10'a ilişkin yanıtı	128
Şekil 4.18: Ö11 kodlu öğrencinin soru 10'a ilişkin yanıtı	129

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1: Yaratıcı düşünme ve matematiksel yaratıcılık yaklaşımlarının bileşenleri.....	17
Tablo 2.2: Araştırmanın bütünleştirilmiş kavramsal çerçevesi	25
Tablo 2.3: Program becerileri ile araştırmanın inceleme boyutları arasındaki ilişki	33
Tablo 3.1: Araştırma deseninin aşamaları ve bütünleştirme süreci	52
Tablo 3.2: Nicel aşamada yer alan öğrencilerin okullara göre dağılımı	54
Tablo 3.3: Nicel aşamada yer alan öğrencilerin matematik başarı düzeylerine göre dağılımı	55
Tablo 3.4: Nitel aşamada yer alan öğrencilere ilişkin bilgiler	56
Tablo 3.5: Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu problemlerinin sekizinci sınıf MEB kazanımlarıyla ilişkisi.....	60
Tablo 3.6: Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu puanlama düzeyleri	64
Tablo 3.7: Nitel analizde kullanılan boyutlar ve göstergeler	72
Tablo 3.8: Problemlere göre incelenen örnek olaylar ve analiz odağı.....	73
Tablo 3.9: Cronbach alfa güvenirlik katsayısı	76
Tablo 4.1: Soru 1'e ilişkin betimsel istatistikler	79
Tablo 4.2: Soru 1'e ilişkin puan dağılımı	79
Tablo 4.3: Soru 2'ye ilişkin betimsel istatistikler	80
Tablo 4.4: Soru 2'ye ilişkin puan dağılımı	80
Tablo 4.5: Soru 3'e ilişkin betimsel istatistikler	81
Tablo 4.6: Soru 3'e ilişkin puan dağılımı	82
Tablo 4.7: Soru 4'e ilişkin betimsel istatistikler	83
Tablo 4.8: Soru 4'e ilişkin puan dağılımı	83
Tablo 4.9: Soru 5'e ilişkin betimsel istatistikler	84
Tablo 4.10: Soru 5'e ilişkin puan dağılımı	84
Tablo 4.11: Soru 6'ya ilişkin betimsel istatistikler	85
Tablo 4.12: Soru 6'ya ilişkin puan dağılımı	86
Tablo 4.13: Soru 7'ye ilişkin betimsel istatistikler	87
Tablo 4.14: Soru 7'ye ilişkin puan dağılımı	87
Tablo 4.15: Soru 8'e ilişkin betimsel istatistikler	88
Tablo 4.16: Soru 8'e ilişkin puan dağılımı	88
Tablo 4.17: Soru 9'a ilişkin betimsel istatistikler	89
Tablo 4.18: Soru 9'a ilişkin puan dağılımı	90
Tablo 4.19: Soru 10'a ilişkin betimsel istatistikler	90
Tablo 4.20: Soru 10'a ilişkin puan dağılımı	91
Tablo 4.21: Problemlere göre MYAY puanlarının karşılaştırılması	92
Tablo 4.22: Toplam MYAY puanlarına ilişkin betimsel istatistikler.....	93
Tablo 4.23: Toplam MYAY puanlarına ilişkin normallik göstergeleri.....	94
Tablo 4.24: MYAY düzeylerine göre dağılım	94
Tablo 4.25: Cinsiyete göre toplam MYAY puanlarına ilişkin betimsel istatistikler	95
Tablo 4.26: Cinsiyete göre varyans homojenliği testi sonuçları	95
Tablo 4.27: Cinsiyete göre bağımsız örneklem t-testi sonuçları	96
Tablo 4.28: Cinsiyete göre etki büyüklüğü	96
Tablo 4.29: Akademik başarı düzeyine göre toplam MYAY puanları	97
Tablo 4.30: Akademik başarı düzeyine göre varyans homojenliği testi sonuçları.....	98
Tablo 4.31: Akademik başarı düzeyine göre ANOVA sonuçları	98
Tablo 4.32: ANOVA analizine ilişkin etki büyüklüğü	99

TABLO LİSTESİ (devam)

	<u>Sayfa</u>
Tablo 4.33: Akademik başarı düzeyine göre Tukey çoklu karşılaştırma sonuçları	99
Tablo E.1: Matematiksel yaratıcı akıl yürütme puanlama rubriği	171
Tablo E.2: Problemlere göre beklenen yaratıcı akıl yürütme göstergeleri	172
Tablo E.3: Problem bazlı puan kayıt formu.....	173
Tablo E.4: Toplam puan aralıklarının yorumlanması	173

KISALTMA LİSTESİ

ANOVA	: Tek Yönlü Varyans Analizi
F	: Varyans Analizi Test İstatistiği
f	: Frekans
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
MYAY	: Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme
N	: Katılımcı Sayısı
NCTM	: National Council Of Teachers Of Mathematics
NİC	: Nicel Aşama
NİT	: Nitel Aşama
OECD	: Organisation For Economic Co-Operation And Development
p	: Anlamlılık Düzeyi
sd	: Serbestlik Derecesi
SPSS	: Statistical Package For The Social Sciences
Ss	: Standart Sapma
t	: Bağımsız Örneklem T-Testi İstatistiği
TL	: Türk Lirası
$\bar{X}$	: Aritmetik Ortalama
α	: Cronbach Alfa Güvenirlilik Katsayısı
η^2	: Eta Kare Etki Büyüklüğü

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının hazırlanma sürecinde bilgi, deneyim ve yönlendirmeleriyle bana yol gösteren, çalışmanın her aşamasında akademik desteğini esirgemeyen değerli danışmanım Doç. Dr. Mehmet Ali KANDEMİR'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Tez sürecinde karşılaştığım güçlükleri aşmamda sabrı, anlayışı ve yapıcı katkılarıyla destek olan danışmanımın bilimsel rehberliği, bu çalışmanın biçimlenmesinde önemli bir yere sahip olmuştur.

Eğitim hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini her zaman yanımda hissettiğim, bana güvenen, sabır gösteren ve motivasyonumu güçlendiren sevgili aileme gönülden teşekkür ederim.

Bu süreçte emeği, desteği ve katkısı bulunan herkese teşekkürlerimi sunarım.

Balıkesir, 2026

Zehra Şevval HUŞ

1. GİRİŞ

1.1 Problem Durumu

Matematik eğitiminin çağdaş hedefleri, öğrencilerin matematiği yalnızca doğru işlem yapma ve kuralları uygulama düzeyinde öğrenmelerinin yeterli olmadığını; matematiksel ilişkileri anlamlandırma, farklı bağlamlara uyarlama, akıl yürütme ve yaratıcı problem çözme becerilerinin de geliştirilmesi gerektiğini göstermektedir (NCTM, 2014, 2020). Problem çözmede izleme ve anlamlandırma süreçlerine ilişkin çalışmalar da bu yönelimi desteklemektedir (Schoenfeld, 2010). Bu doğrultuda matematik, ezberlenen formül ve prosedürler bütünü olarak değil, ilişkilerin kurulduğu ve gerekçelerin üretildiği bir düşünme sistemi olarak ele alınmaktadır. Matematiksel yeterliğin kavramsal anlama, işlemsel akıcılık, stratejik yetkinlik ve uyarlamalı akıl yürütme gibi birbirini destekleyen boyutlardan oluşması da bu dönüşümü açıklamaktadır (Kilpatrick et al., 2001).

Uluslararası düzeyde matematik öğretiminin temel ilkelerini ortaya koyan kuruluşlar da bu dönüşümü desteklemektedir. Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]), problem çözme ve akıl yürütmeyi matematik öğretiminin temel süreçleri arasında görmekte; öğrencilerin düşüncelerini gerekçelendirdikleri, farklı çözüm yollarını karşılaştırdıkları ve matematiksel ilişkileri keşfettikleri öğrenme deneyimlerini önermektedir (NCTM, 2000, 2014). Bu yönelim güncel değişim önerilerinde de sürdürülmektedir (NCTM, 2020). Bu çerçevede etkili matematik öğretimi, yalnızca doğru sonucu değil, çözümün açıklanmasını, savunulmasını ve alternatiflerle karşılaştırılmasını da gerektirir.

Benzer biçimde anlam temelli öğretim yaklaşımı, öğrencilerin matematiksel kavramları pasif biçimde “alma” yerine etkin biçimde “inşa etmeleri” gerektiğini vurgular. Matematiksel öğrenme; öğrencilerin problem durumları üzerinde düşünceleri, farklı temsiller oluşturmaları ve geliştirdikleri stratejileri karşılaştırarak tartışmaları yoluyla derinleşmektedir (Van de Walle et al., 2019). Bu yaklaşımda öğrencinin kendi çözüm yollarını üretmesi ve bu yolları açıklayabilmesi, kavramsal anlayışın göstergesi olduğu kadar matematiksel yaratıcılığın gelişimi için de kritik bir koşul olarak değerlendirilmektedir.

2025–2026 eğitim öğretim yılında sekizinci sınıflarda 2018 Matematik Dersi Öğretim Programı uygulanmaktadır; program problem çözme, akıl yürütme ve matematiksel iletişimi temel hedefler arasında konumlandırmaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Bununla birlikte 2024’te yayımlanan Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortaokul Matematik

Dersi Öğretim Programı, matematiksel muhakeme ve problem çözmeyi süreç bileşenleriyle tanımlanan alan becerileri olarak yeniden yapılandırmıştır (MEB, 2024). Yeni program 2025–2026 yılında beşinci ve altıncı sınıflarda uygulanmakta ve üst sınıflara kademeli olarak ilerlemektedir (MEB, 2025). Bu nedenle 2018 programı sekizinci sınıf içerik uyumunu, 2024 programı ise güncel beceri yönelimini açıklayan iki tamamlayıcı belge niteliğindedir.

Öncelikle matematiksel yaratıcılık literatürü, problem çözmede üretken düşünmenin hangi göstergelerle görünür olduğunu açıklamaktadır. Silver (1997), akıcılık, esneklik ve özgünlüğü öne çıkarırken, matematiksel olarak uygun ve anlamlı bir çözüm üretmenin yaratıcılığın ayrılmaz bir koşulu olduğunu vurgulamaktadır. Bu bakış açısı, yaratıcı problem çözenin yalnızca sıra dışı fikir üretmekten ibaret olmadığını; fikir ile matematiksel geçerlik arasında denge kurulması gerektiğini göstermektedir.

Yakın dönem sistematik incelemeler, matematiksel yaratıcılığın tek ve değişmez bir tanımla değil; akıcılık-esneklik-özgünlük, yaratıcı süreç, çoklu çözüm ve yaratıcı matematiksel akıl yürütme gibi birbirini tamamlayan kavramsallaştırmalarla ele alındığını göstermektedir (Joklitschke et al., 2022). Değerlendirme araştırmalarında ise açık uçlu sorular, görüşmeler ve süreç kanıtlarının birlikte kullanılması; ölçme aracına ilişkin geçerlik ve güvenirlik kanıtlarının açık biçimde raporlanması gerektiği vurgulanmaktadır (Suherman and Vidákovich, 2022). Bu bulgular, mevcut çalışmada özgünlük ve esnekliğin matematiksel gerekçelendirmeyle birlikte ele alınmasının kuramsal gerekçesini güçlendirmektedir.

Leikin’in çalışmaları matematiksel yaratıcılığı özellikle çoklu çözüm üretme kapasitesi üzerinden açıklamaktadır. Bir problemin birbirinden ayrılan, doğru ve matematiksel olarak temellendirilebilir yollarla çözülmesi; öğrencinin esnekliği ile özgünlüğü hakkında kanıt sağlar (Leikin, 2009). Böylece Silver’ın bileşenleri, öğrencinin aynı matematiksel yapıyı farklı strateji ve temsillerle ele alışında somutlaşmaktadır. Yaratıcı düşünmenin gelişimi ise tartışmaya açık, öğrencinin yöntemini savunabildiği öğrenme ortamlarıyla desteklenmektedir (Sriraman, 2005).

Matematiksel yaratıcılığın bu genel çerçevesi, problem çözmede üretilen yolun niteliğini açıklayan yaratıcı akıl yürütme kavramına geçiş sağlar. Lithner (2008), öğrencilerin akıl yürütmesini taklitçi ve yaratıcı olmak üzere iki ana grupta ele alır. Taklitçi akıl yürütme, daha önce öğrenilmiş bir prosedürün matematiksel koşullar yeniden incelenmeden uygulanmasına dayanır. Yaratıcı akıl yürütme ise öğrencinin problem özelliklerini

özümleyerek kendisi için yeni ya da yeniden kurulmuş, akla yatkın ve matematiksel özelliklerle temellendirilmiş bir çözüm dizisi geliştirmesini gerektirir (Lithner, 2008). Bu nedenle yaratıcı akıl yürütme, matematiksel yaratıcılığın üretkenlik göstergelerini gerekçeli düşünmeyle birleştiren daha özel bir inceleme alanıdır.

Güncel araştırmalar, görev yapısının öğrencinin hangi tür akıl yürütmeye yöneldiğini belirgin biçimde etkileyebildiğini göstermektedir. On iki ülkeden ders kitaplarını karşılaştıran Jäder et al. (2020), görevlerin büyük bölümünün önceden sunulan şablonların taklit edilmesiyle çözülebildiğini ve çözüm yolunun öğrenci tarafından kurulmasını gerektiren görevlere daha sınırlı yer verildiğini belirlemiştir. Norqvist et al. (2025), çözüm yönteminin hazır verildiği ve öğrencinin yöntemi kurduğu görevlerde dikkatin farklı bilgilere yöneldiğini ortaya koymuştur. Berge and Solberg (2026) ise yaratıcı akıl yürütme gerektiren sınav görevlerinin farklı başarı düzeylerindeki öğrenciler hakkında ayırt edici bilgi üretebildiğini göstermiştir. Bu yakın dönem kanıtlar, yaratıcı akıl yürütmenin hem öğrenme hem de değerlendirme açısından güncel bir araştırma alanı olduğunu ortaya koymaktadır.

Araştırmalar, öğrencilerin farklı çözüm stratejilerini paylaşabildiği ve matematiksel fikirleri tartışabildiği öğrenme ortamlarının kavramsal öğrenmeyi derinleştirdiğini göstermektedir (Hiebert and Grouws, 2007). Boaler (2016), farklı çözüm yollarının sınıf içinde görünür kılınmasının öğrencilerin matematiksel anlayışlarını güçlendirdiğini ve yaratıcı düşünmeyi teşvik ettiğini ifade eder. Benzer biçimde düşünmeyi merkeze alan görevlerin, öğrencilerin yöntem seçme ve gerekçe üretme sorumluluğunu artırdığı belirtilmektedir (Liljedahl, 2020; NCTM, 2020). Hata yapmanın doğal karşılandığı ve matematiksel risk almanın desteklendiği ortamlar da yaratıcı akıl yürütme için elverişli koşullar üretir (Boaler, 2016). Bu bulgular, matematiksel yaratıcı akıl yürütmenin (MYAY'nin) yalnız bireysel bilişsel özelliklerle değil, öğrenciye sunulan görevler ve sınıf içi etkileşimlerle de ilişkili olduğunu göstermektedir.

Bu kuramsal çerçeve dikkate alındığında, ortaokul düzeyinde MYAY becerilerinin incelenmesi kritik bir araştırma alanı olarak görünmektedir. Ortaokul yılları, öğrencilerin somut düşünmeden soyut düşünmeye geçiş yaptığı; cebirsel düşünme, genelleme yapma, oran-orantı ve geometrik ilişkileri daha sistematik biçimde yapılandırmaya başladığı bir dönemdir. Bu dönemde öğrencilerin yalnızca işlemsel yeterliklerinin değil; matematiksel ilişkileri kurma, çözüm süreçlerini gerekçelendirme ve alternatif çözüm yolları üretebilme

becerilerinin de gelişmesi beklenmektedir. Ancak öğretim uygulamalarında algoritmik yaklaşımların baskın olması, öğrencilerin yaratıcı akıl yürütme fırsatlarını sınırlayarak matematiksel düşünmenin niteliğini olumsuz etkileyebilmektedir (Lithner, 2008).

Literatürde ortaokul öğrencilerinin MYAY süreçlerini ayrıntılı biçimde ele alan çalışmalar bulunsa da çalışmaların önemli bir bölümü ya yaratıcılığın belirli boyutlarına odaklanmakta ya da akıl yürütmeyi farklı kuramsal çerçevelerle parça parça incelemektedir. Matematik eğitimi araştırmalarındaki yaratıcılık tanımlarını haritalayan inceleme, kavramsal çeşitliliğin değerlendirme ve yorumlama kararlarını doğrudan etkilediğini göstermektedir (Joklitschke et al., 2022). Değerlendirme araçlarına ilişkin sistematik inceleme de özellikle ortaokul ve lise düzeylerinde süreç kanıtı üreten, geçerlik ve güvenirliği açıkça belgelenmiş araçlara ihtiyaç bulunduğunu belirtmektedir (Suherman and Vidákovich, 2022). Bu nedenle Lithner'in yaratıcı akıl yürütme çerçevesi (Lithner, 2008, 2017), Leikin'in çoklu çözüm perspektifi (Leikin, 2009) ve Silver'in yaratıcılık boyutlarının (Silver, 1997) aynı analiz düzeninde birleştirilmesi, araştırmanın kuramsal boşluğunu somutlaştırmaktadır.

Dolayısıyla problem durumu, ortaokul öğrencilerinin matematiksel problem çözme süreçlerinde MYAY becerilerinin hangi niteliklerle ortaya çıktığının yeterince bilinmemesi ve bu becerilerin uluslararası alanyazında güçlü karşılıkları bulunan kuramsal yaklaşımlar temelinde bütüncül biçimde incelenmesine duyulan ihtiyaç olarak ifade edilebilir. Öğrencilerin bir problem durumunda yalnızca sonuca ulaşp ulaşmadıklarının değil; çözüme giderken hangi matematiksel ilişkileri kurduklarının ve hangi gerekçelendirme biçimlerini kullandıklarının incelenmesi gerekir (Hiebert and Grouws, 2007; Leikin, 2009). Çözüm yolunun öğrenci için yeni olması ve matematiksel özelliklere dayandırılması da ayrıca değerlendirilmelidir (Lithner, 2008, 2017). Stratejilerdeki esneklik ile özgünlüğün gözlenmesi, üst düzey becerilerin gerçekleşme düzeyini daha nitelikli biçimde ortaya koyacaktır (Silver, 1997).

Bu çerçevede ortaokul öğrencilerinin MYAY becerilerinin incelenmesi, bir yandan matematik eğitimi literatürüne kuramsal katkı sağlama; diğer yandan öğretim uygulamalarında yaratıcı akıl yürütmeyi destekleyen görev tasarımları ve sınıf içi etkileşim örüntülerine ilişkin çıkarımlar üretme açısından önemli görülmektedir. Öğrencilerin taklitçi ve algoritmik yaklaşımlar yerine matematiksel özelliklere dayalı, gerekçeli ve esnek düşünme süreçlerine yönlendirilmeleri gerektiği belirtilmektedir (Lithner, 2008, 2017). Program hedefleri de akıl yürütme ve problem çözmenin birlikte geliştirilmesini

gerektirmektedir (NCTM, 2014). Bu nedenle ortaokul öğrencilerinin MYAY becerilerinin sistematik biçimde ele alınması, hem program hedefleriyle uyumlu öğretim pratiklerinin geliştirilmesine hem de öğrencilerin matematiksel düşünme yeterliklerinin derinleştirilmesine katkı sunabilecek bir araştırma gereksinimi olarak ortaya çıkmaktadır.

1.2 Araştırmanın Amacı

Bu araştırmanın amacı, ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problem çözme süreçlerinde ortaya koydukları MYAY performanslarını düzey ve süreç boyutlarıyla incelemektir. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerin açık uçlu problemlerdeki puan dağılımları, toplam puanları, cinsiyet ve akademik başarı değişkenlerine göre farklılaşma durumları belirlenmiş; yüksek düzey performans gösteren öğrencilerin özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme göstergeleri klinik görüşmelerle açıklanmıştır. İnceleme çerçevesi çoklu çözüm ile yaratıcı akıl yürütme ölçütlerini birlikte ele almaktadır (Leikin, 2009; Lithner, 2008). Özgünlük ve esneklik boyutları matematiksel yaratıcılık yaklaşımına dayandırılmıştır (Silver, 1997). Açık uçlu görevlerin görüşme ve çoklu geçerlik kanıtlarıyla desteklenmesi güncel değerlendirme literatürüyle uyumludur (Suherman and Vidákovich, 2022). Yaratıcı akıl yürütme görevlerinin farklı başarı düzeylerini ayırt edebildiğine ilişkin güncel kanıt da bu inceleme mantığını güçlendirmektedir (Berge and Solberg, 2026).

Araştırmada yalnızca ulaşılan sonuç değil, çözüme götüren düşünme örgüsü de incelenmektedir. Öğrencinin problemdeki matematiksel yapıyı nasıl çözümlediği, hazır bir algoritmaya bağlı kalıp kalmadığı, farklı bir strateji geliştirip geliştiremediği ve seçtiği yolu hangi gerekçelerle savunduğu ayrı kanıtlar olarak ele alınmıştır (Lithner, 2008). Böylece doğru cevap ile yaratıcı ve temellendirilmiş akıl yürütme birbirinden ayrılabilir.

Bu amaç doğrultusunda araştırma, yaratıcı akıl yürütmeyi kavramsallaştıran kuramsal yaklaşımlardan yararlanmaktadır. Lithner'in (2008) ortaya koyduğu yaratıcı akıl yürütme modeli, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde taklitçi ve yaratıcı akıl yürütme biçimleri arasında ayırım yaparak düşünme niteliğini analiz etmeye imkân tanımaktadır. Lithner'e göre yaratıcı akıl yürütme; çözümün yenilik içermesi, matematiksel özelliklere dayanması ve akla yatkın biçimde gerekçelendirilmesi ölçütlerini karşılamalıdır (Lithner, 2008). Dahası, yaratıcı akıl yürütmeye dayalı öğrenme deneyimlerinin öğrencilerin kavramsal anlayışlarını güçlendirdiği ve bilgiyi yeni durumlara transfer etme kapasitelerini artırdığı belirtilmektedir (Lithner, 2017). Bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin çözüm süreçlerini söz konusu ölçütler

doğrultusunda inceleyerek, yaratıcı akıl yürütmenin hangi düzeyde ve hangi koşullarda ortaya çıktığını belirlemeyi amaçlamaktadır.

Araştırmanın bir diğer kuramsal dayanağı matematiksel yaratıcılık literatürüdür. Silver (1997), matematiksel yaratıcılığı problem çözme bağlamında akıcılık, esneklik ve özgünlük boyutlarıyla açıklamakta; öğrencilerin bir problem için birden fazla ve matematiksel olarak uygun çözüm yolu geliştirebilmelerinin yaratıcı düşünmenin temel göstergelerinden biri olduğunu ifade etmektedir. Bu bağlamda araştırma, öğrencilerin çözüm üretme süreçlerindeki stratejik çeşitliliği ve özgünlük düzeyini inceleyerek matematiksel yaratıcılığın bilişsel göstergelerini belirlemeyi amaçlamaktadır. Amaç, yaratıcılığı yalnızca “farklı fikir üretme” olarak değil, matematiksel olarak anlamlı ve temellendirilmiş çözüm üretme kapasitesi olarak değerlendirmektir.

Leikin’in (2009) çoklu çözüm yaklaşımı ise araştırmanın analitik kapsamını genişletmektedir. Leikin, matematiksel yaratıcılığın özellikle çoklu çözüm yolları geliştirme kapasitesiyle görünür hâle geldiğini ve açık uçlu problem durumlarının öğrencilerin düşünme esnekliğini ortaya koymada etkili olduğunu belirtmektedir. Bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin aynı problem durumuna yönelik geliştirdikleri çözüm yollarının çeşitliliğini ve bu çözümlerin matematiksel derinliğini analiz ederek, çözüm çeşitliliği ile matematiksel temellendirme arasındaki ilişkiyi ortaya koymayı amaçlamaktadır. Böylece matematiksel yaratıcılığın hem ürün hem de süreç boyutu birlikte değerlendirilecektir.

Ulusal literatürdeki güncel çalışma, öğrencilerin matematik problemlerinde analiz etme, genelleme ve gerekçelendirme süreçlerini farklı düzeylerde sergilediklerini göstermektedir (Güler Baran ve Yazgan Sağ, 2024). Yedinci sınıf öğrencileriyle yürütülen başka bir güncel çalışmada ise algoritmik akıl yürütmenin yaratıcı akıl yürütmeden daha sık kullanıldığı belirlenmiştir (Öz and Işık, 2024). Beceri temelli ve açık uçlu görevler düşünme süreçlerini görünür kılmakla birlikte, öğrencilerin geliştirdiği özgün ve esnek stratejileri geniş bir örneklemde belirleyip klinik görüşmelerle açıklayan çalışmalar sınırlıdır. Bu araştırma, söz konusu gereksinime düzey ve süreç verilerini aynı tasarımda birleştirerek yanıt vermeyi amaçlamaktadır.

Araştırmanın bir diğer amacı, MYAY'nin değerlendirilmesine yönelik bütüncül bir çözümleme çerçevesi geliştirmektir. Bu çerçeve; matematiksel temellendirme niteliğini, çözüm yollarının yenilik düzeyini, stratejik esnekliği ve özgünlük göstergelerini birlikte ele

olarak öğrencilerin düşünme süreçlerini çok boyutlu biçimde analiz etmeyi hedeflemektedir. Böylece matematiksel performans, yalnızca doğru cevap üretme ölçütü üzerinden değil; düşünme sürecinin derinliği ve gerekçelendirme gücü üzerinden değerlendirilecektir.

Sonuç olarak bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin MYAY becerilerini kuramsal olarak temellendirilmiş bir bakış açısıyla inceleyerek matematik öğretiminde hedeflenen üst düzey düşünme becerilerinin gerçekleşme düzeyine ilişkin kapsamlı bir değerlendirme sunmayı amaçlamaktadır. Çalışmanın, matematiksel düşünmenin niteliğine ilişkin daha derin bir anlayış geliştirilmesine, öğretim tasarımlarının yaratıcı ve gerekçeli düşünmeyi destekleyecek biçimde yeniden yapılandırılmasına ve süreç odaklı değerlendirme yaklaşımlarının güçlendirilmesine katkı sağlaması beklenmektedir.

1.3 Araştırmanın Önemi

Bu araştırmanın önemi, matematiksel başarıyı yalnızca işlemsel doğrulukla değil, öğrencinin ilişki kurma, strateji geliştirme ve çözümünü gerekçelendirme biçimiyle birlikte ele almasından kaynaklanmaktadır. Uluslararası değerlendirme çerçevelerinde matematiksel okuryazarlığın muhakeme, modelleme ve stratejik problem çözme boyutlarıyla tanımlanması, süreç niteliğini eğitim politikaları açısından da görünür kılmıştır (OECD, 2019, 2023). Ancak toplam başarı puanları, öğrencinin yeni bir durumda hangi yolu neden seçtiğini tek başına açıklamamaktadır.

Alan yazında matematiksel yaratıcılık çoğunlukla akıcılık, esneklik ve özgünlük boyutlarıyla ele alınmaktadır (Leikin, 2009; Silver, 1997). Yaratıcı akıl yürütme ise yenilik, akla yatkınlık ve matematiksel dayanak üzerinden incelenmektedir (Lithner, 2008). Güncel sistematik incelemeler, bu farklı kavramsallaştırmaların aynı araştırma alanında birlikte var olduğunu ve kullanılan tanımın görev ile puanlama kararlarını etkilediğini göstermektedir (Joklitschke et al., 2022; Suherman and Vidákovich, 2022). İki araştırma geleneğinin ayrı ilerlemesi, farklı bir yol üretmek ile bu yolu matematiksel olarak temellendirmek arasındaki ilişkinin aynı analiz içinde yeterince görünür olmamasına yol açmaktadır. Çalışma, özgünlük ve esnekliği matematiksel gerekçelendirmeyle birlikte değerlendirerek bu kavramsal boşluğa odaklanmaktadır.

Yöntemsel açıdan bir başka boşluk, geniş öğrenci gruplarındaki genel eğilimlerle bireysel çözüm süreçlerinin çoğu araştırmada ayrı ayrı ele alınmasıdır. Nicel çalışmalar düzeyleri ve değişkenler arası farkları gösterebilmekte, ancak benzer toplam puanların hangi düşünme

örüntülerinden oluştuğunu sınırlı biçimde açıklayabilmektedir. Küçük gruplarla yürütülen nitel çalışmalar ise strateji seçimini ve gerekçelendirmeyi ayrıntılandırmakta, fakat gözlenen örüntülerin daha geniş gruptaki dağılımını göstermemektedir. Açıklayıcı sıralı karma yöntem, ilk aşamadaki örüntüleri ikinci aşamanın katılımcı ve veri toplama odağıyla ilişkilendirerek bu iki kanıt türünün aynı yorum çerçevesinde ele alınmasına olanak verir (Creswell and Plano Clark, 2025; Jackson-Gordon and Plano Clark, 2024).

Çalışmanın uygulamaya dönük önemi, öğrencilerin hangi problem türlerinde özgün ve esnek stratejiler geliştirebildiklerini, hangi durumlarda matematiksel gerekçelendirmede zorlandıklarını ortaya koyabilmesidir. Bu bulguların, açık uçlu görevlerin tasarlanmasına, rubrik temelli süreç değerlendirmelerine ve sınıf içi tartışmalarda öğretmenin yönelteceği gerekçe sorularına bilimsel dayanak sunması beklenmektedir. Böylece araştırma, yalnızca bir beceri düzeyi raporlamak yerine, yaratıcı akıl yürütmeyi destekleyecek öğretim ve değerlendirme kararlarına kanıt üretmeyi hedeflemektedir.

Araştırmanın özgün katkısı; Lithner'in (2008, 2017) yaratıcı akıl yürütme ölçütlerini, Silver'in (1997) üretken düşünme boyutlarını ve Leikin'in (2009, 2021) çoklu çözüm yaklaşımını ortak bir analitik çerçevede ilişkilendirmesidir. Bu çerçeve, farklı bir yol üretme ile üretilen yolu matematiksel özelliklere dayalı olarak savunmayı aynı çözüm süreci içinde incelemekte; düzey ve süreç kanıtlarının birlikte yorumlanmasına imkân vermektedir. Böylece araştırmanın alan yazındaki hangi kavramsal ve yöntemsel boşluğa yanıt verdiği açık biçimde ortaya konulmaktadır.

1.4 Araştırmanın Problem Cümlesi

Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin MYAY düzeyleri nasıldır ve öğrencilerin MYAY süreçleri problem çözme bağlamında nasıl ortaya çıkmaktadır?

1.5 Alt Problemler

1. Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'ndaki problem puanları, toplam puanları ve performans düzeylerine göre dağılımları nasıldır?
2. Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin MYAY puanları cinsiyete göre anlamlı bir farklılık göstermekte midir?
3. Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin MYAY puanları matematik dersine ilişkin akademik başarı düzeylerine göre anlamlı bir farklılık göstermekte midir?

4. Yüksek düzey MYAY sergileyen öğrenciler problem çözme süreçlerinde hangi stratejileri kullanmaktadır?
5. Yüksek düzey MYAY sergileyen öğrenciler çözüm süreçlerinde özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme göstergelerini nasıl ortaya koymaktadır?

1.6 Araştırmanın Varsayımları

Bu araştırmada aşağıdaki varsayımlar kabul edilmiştir:

- Araştırmaya katılan 8. sınıf öğrencilerinin problem durumlarını içtenlikle, ciddiyetle ve kendi gerçek düşünme süreçlerini yansıtacak biçimde yanıtladıkları varsayılmaktadır.
- Öğrencilerin yazılı çözüm yolları ve yaptıkları açıklamaların, onların MYAY becerilerini doğru ve yeterli biçimde yansıttığı kabul edilmektedir.
- Araştırmada kullanılan açık uçlu ve çoklu çözüm içeren problem durumlarının, 8. sınıf düzeyine uygun ve MYAY'yi ortaya çıkarabilecek nitelikte olduğu varsayılmaktadır.
- Araştırmada kullanılan değerlendirme ölçütleri ve analiz çerçevesinin, öğrencilerin çözüm süreçlerindeki yenilik, matematiksel temellendirme ve stratejik esneklik özelliklerini geçerli ve tutarlı biçimde belirleyebildiği kabul edilmektedir.
- Uygulama sürecindeki ortam, süre ve yönerge koşullarının tüm katılımcılar için benzer olduğu ve elde edilen verileri anlamlı düzeyde etkilemediği varsayılmaktadır.

1.7 Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma aşağıdaki sınırlılıklar çerçevesinde yürütülmüştür:

- Araştırma, 2025–2026 eğitim öğretim yılında öğrenim görmekte olan ortaokul 8. sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.
- Araştırma kapsamında elde edilen veriler, çalışmanın yürütüldüğü okullar ve araştırmaya katılan öğrenciler ile sınırlıdır.
- Araştırmada öğrencilerin MYAY becerileri, araştırma kapsamında kullanılan problem durumları ve veri toplama araçları ile sınırlıdır.

- Araştırmada öğrencilerin MYAY süreçleri, öğrencilerin problem çözme sırasında ortaya koydukları yazılı çözümler ve açıklamalar doğrultusunda değerlendirilmiştir.

1.8 Tanımlar

Bu araştırmada kullanılan bazı temel kavramların daha açık anlaşılabilmesi amacıyla aşağıda tanımlarına yer verilmiştir.

Matematiksel Akıl Yürütme: Matematiksel akıl yürütme, bireyin matematiksel durumları analiz ederek mantıksal çıkarımlar yapması, matematiksel ilişkileri belirlemesi ve bu ilişkiler doğrultusunda sonuçlara ulaşması süreci olarak tanımlanmaktadır (Lithner, 2008).

Yaratıcı Akıl Yürütme: Yaratıcı akıl yürütme, bireyin rutin algoritmalar yerine matematiksel durumları analiz ederek yeni, anlamlı ve özgün çözüm yolları geliştirdiği akıl yürütme türü olarak ifade edilmektedir (Lithner, 2008).

Matematiksel Yaratıcılık: Matematiksel yaratıcılık, bireyin matematiksel problemlere farklı çözüm yolları geliştirebilmesi, özgün düşünceler ortaya koyabilmesi ve esnek düşünme becerisi gösterebilmesi olarak tanımlanmaktadır (Silver, 1997).

Problem Çözme: Problem çözme, bireyin karşılaştığı bir problemi anlaması, çözüm için uygun stratejiler geliştirmesi, bu stratejileri uygulaması ve elde edilen sonucu değerlendirmesi süreci olarak tanımlanmaktadır (Polya, 1957, aktaran Van de Walle et al., 2019).

Rutin Problem: Rutin problem, çözümünde bilinen bir algoritmanın veya önceden öğrenilmiş bir işlem adımının doğrudan uygulanabildiği problem türü olarak tanımlanmaktadır (Lithner, 2008).

Rutin Olmayan Problem: Rutin olmayan problem, çözümü doğrudan bilinen bir algoritmaya dayanmayan, öğrencinin farklı stratejiler geliştirmesini ve akıl yürütme becerilerini kullanmasını gerektiren problem türü olarak ifade edilmektedir (Lithner, 2008).

Açık Uçlu Problem: Açık uçlu problem, tek bir doğru çözüm yolu bulunmayan ve öğrencilerin farklı çözüm stratejileri geliştirmelerine olanak tanıyan problem türü olarak tanımlanmaktadır (Silver, 1997).

Çok Çözümlü Problem: Çok çözömlü problem, birden fazla doğru çözöml yolu ya da çözöml sonucu barındıran ve öğrencilerin farklı düşünme yolları geliştirmelerine imkân sağlayan problem türü olarak ifade edilmektedir (Silver, 1997).

Problem Kurma (Problem Posing): Problem kurma, bireyin verilen bir matematiksel durumdan yeni problemler üretmesi veya mevcut bir problemi yeniden yapılandırması süreci olarak tanımlanmaktadır (Silver, 1994).

Matematiksel Modelleme: Matematiksel modelleme, gerçek yaşam durumlarının matematiksel ifadeler, semboller ve ilişkiler kullanılarak temsil edilmesi ve bu temsiller aracılığıyla analiz edilmesi süreci olarak tanımlanmaktadır (Lesh and Doerr, 2003).

Matematiksel Düşünme: Matematiksel düşünme, bireyin matematiksel kavramları anlaması, bu kavramlar arasında ilişkiler kurması ve matematiksel durumları analiz ederek genellemelere ulaşması sürecini ifade etmektedir (Mason et al., 2010).

Matematiksel Muhakeme: Matematiksel muhakeme, bireyin matematiksel ifadeler arasında mantıksal bağlantılar kurarak sonuçlara ulaşması ve ulaştığı sonuçları gerekçelendirmesi süreci olarak tanımlanmaktadır (Stylianides, 2007).

Matematiksel Temsil: Matematiksel temsil, matematiksel fikirlerin semboller, grafikler, tablolar, diyagramlar veya sözel ifadeler kullanılarak ifade edilmesi sürecidir (NCTM, 2000).

Matematiksel İletişim: Matematiksel iletişim, bireyin matematiksel düşöncelerini sözlü, yazılı veya görsel yollarla ifade etmesi ve başkalarının matematiksel düşöncelerini anlaması süreci olarak tanımlanmaktadır (NCTM, 2000).

Üst Düzey Düşünme Becerileri: Üst düzey düşünme becerileri, bireyin analiz etme, değerlendirme, yorumlama ve yeni fikirler üretme gibi karmaşık bilişsel süreçleri içeren düşünme becerilerini ifade etmektedir (Krathwohl, 2002).

2. TEORİK ÇERÇEVE

Bu çalışmanın kuramsal çerçevesi, birbirini tamamlayan üç bakış açısı üzerine kurulmuştur. İlk bakış açısı, matematiksel düşünme ve matematiksel akıl yürütmenin problem çözmedeki işlevini; ikincisi, matematiksel yaratıcılığın özgünlük ve esneklik gibi üretkenlik göstergelerini; üçüncüsü ise Lithner'in taklitçi ve yaratıcı akıl yürütme ayrımını açıklamaktadır. Bu kavramlar eş anlamlı değildir. Matematiksel düşünme en geniş bilişsel alanı, matematiksel yaratıcılık bu alandaki özgün ve çeşitli fikir üretimini, yaratıcı akıl yürütme ise üretilen çözüm yolunun yenilik, akla yatkınlık ve matematiksel dayanak bakımından niteliğini ifade eder (Lithner, 2008; Silver, 1997).

Çerçevenin bütünlüğü bu işlevsel ayrım üzerinden sağlanmıştır. Silver'ın (1997) yaklaşımı görevlerin üretken düşünmeye açıklığını ve yaratıcılığın görünür göstergelerini, Leikin'in (2009) çoklu çözüm yaklaşımı strateji çeşitliliğini, Lithner'in (2008, 2017) çerçevesi ise çözümün problem durumuna özgü olup olmadığını ve matematiksel özelliklerle temellendirilip temellendirilmediğini açıklamaktadır. Dolayısıyla bu üç yaklaşım, araştırmanın sırasıyla görev tasarımı, puanlama ve nitel yorumlama aşamalarına dayanak oluşturmaktadır.

Kuramsal çerçevenin bu biçimde yapılandırılması, öğrencinin çözümünü yalnızca sonuç üzerinden değerlendirmeyi önleyen süreç odaklı bir bakış sağlar. Matematiksel yeterliğin kavramsal anlama, işlemsel akıcılık, stratejik yetkinlik, uyarlamalı akıl yürütme ve matematiğe yönelik üretken eğilimlerden oluştuğu kabul edildiğinde, yaratıcı akıl yürütme bu boyutları problem çözme sırasında bir araya getiren bir performans alanı olarak görülebilir (Kilpatrick et al., 2001). NCTM (2000, 2014) de akıl yürütme, temsil, iletişim ve problem çözmenin birbirinden kopuk kazanımlar değil, matematiksel anlam üretimini birlikte destekleyen süreçler olduğunu vurgulamaktadır.

Bu tezde benimsenen yaklaşım, yaratıcılığı kişide değişmez biçimde bulunan seçkin bir özellik olarak değil, uygun görev ve öğrenme koşullarında görünür hâle gelebilen alan-özel bir kapasite olarak ele almaktadır. Bu bakış, yaratıcılığın yalnız olağanüstü ürünlerle sınırlandırılmaması gerektiğini savunan Silver (1997), Sriraman (2005) ve Leikin'in (2021) görüşleriyle uyumludur. Dolayısıyla araştırmada 'yaratıcı' nitelemesi, matematik topluluğu için tarihsel ölçekte yeni bir buluşu değil; öğrencinin kendi bilgi ve deneyimi içinde yeni ya da yeniden oluşturduğu, akla yatkın ve matematiksel olarak temellendirilmiş bir çözüm yolunu ifade etmektedir (Lithner, 2008; Jonsson et al., 2014).

2.1 Matematiksel Düşünme ve Matematiksel Akıl Yürütmenin Kuramsal Temelleri

Matematiksel düşünme; örüntüleri fark etme, ilişkileri temsil etme, varsayım geliştirme, genelleme ve ulaşılan sonuçları sınama gibi birbiriyle bağlantılı süreçleri kapsar. Bu nedenle matematiksel düşünme, yalnızca daha önce öğrenilmiş bir kuralı uygulamakla sınırlı değildir; bireyin matematiksel bilgiyi yeni bir durumda yeniden düzenlemesini ve anlam üretmesini gerektirir (Mason et al., 2010). Kavramsal bilgi ile işlemsel bilginin birlikte kullanılması, öğrencinin hem nasıl işlem yapacağını hem de işlemin neden geçerli olduğunu açıklayabilmesi bakımından önemlidir (Hiebert and Lefevre, 1986).

Matematiksel düşünmenin kapsamı, yalnızca zihinde gerçekleştirilen bireysel işlemlerle açıklanamaz. Matematiksel anlam; sözel ifadeler, semboller, şekiller, tablolar ve grafikler gibi temsiller arasında kurulan ilişkilerle gelişir. Devlin (2012) matematiksel düşünmeyi yapıları ve ilişkileri görme biçimi olarak ele alırken, Sfard (2008) matematiksel düşünmenin kullanılan söylem, sembol ve iletişim örüntülerinden bağımsız düşünülemediğini belirtmektedir. Tall (2013) ise somut deneyimlerden sembolik işlemlere ve biçimsel yapılara uzanan gelişimin tek yönlü değil, farklı düşünme dünyaları arasında bağlantılar kurularak gerçekleştiğini açıklamaktadır.

Bu geniş kapsam içinde fark etme, özelleştirme, örnek üretme, varsayımda bulunma, genelleme ve gerekçelendirme birbirini izleyen katı basamaklardan çok, çözüm boyunca tekrar tekrar başvuru olan düşünme eylemleridir. Mason et al. (2010), öğrencinin belirli örneklerde neyin değiştiğini ve neyin sabit kaldığını fark etmesinin genellemeye geçişte belirleyici olduğunu; Mason (1996) ise genelliği ifade edebilmenin cebirsel düşünmenin köklerinden birini oluşturduğunu vurgulamaktadır. Bu nedenle bu araştırmadaki örüntü, alan, çevre ve cebir problemleri yalnız doğru işlem yapmayı değil, ilişkileri ayırt etme ve bunları genellenebilir bir yapıya dönüştürme becerisini de gerektirmektedir.

Akıl yürütme, bu geniş düşünme alanı içinde iddialar ile sonuçlar arasında gerekçeli bağ kuran mekanizmadır. Matematiksel bağlamda akıl yürütme; verileri ve koşulları çözümleme, uygun çıkarımı seçme, örneklerden genellemeye ulaşma ya da genel bir ilişkiden özel bir sonuç çıkarma ve sonucu matematiksel gerekçelerle savunma süreçlerini içerir (Kilpatrick et al., 2001; Stylianides, 2007). Böylece matematiksel düşünme ile akıl yürütme arasındaki ilişki, birincisinin fikir ve ilişki üretmesi, ikincisinin ise bu üretimi tutarlı bir gerekçe zinciri hâline getirmesi üzerinden kurulabilir.

Kavramsal ve işlemsel bilginin ilişkisi, matematiksel akıl yürütmenin niteliğini açıklamada özel bir öneme sahiptir. İşlemsel bilgi, sembolik kuralları ve uygulama adımlarını; kavramsal bilgi ise matematiksel fikirler arasındaki bağlantı ağını içerir (Hiebert and Lefevre, 1986). Bu iki bilgi türü birbirinin alternatifi değildir. İşlemin hangi koşullarda geçerli olduğunu açıklayabilmek, işlemsel akıcılığı kavramsal anlamla ilişkilendirir; yalnız adımları tekrarlamak ise doğru sonuç üretilse bile transferi ve gerekçelendirmeyi sınırlayabilir (Kilpatrick et al., 2001; Hiebert and Grouws, 2007).

Matematiksel akıl yürütmenin görünür ürünü çoğu zaman bir iddia, çözüm veya genellemedir; ancak eğitsel açıdan belirleyici olan, bu ürünün hangi kanıtlarla desteklendiğidir. Stylianides (2007), okul matematiğinde gerekçelendirmenin öğrencinin kabul edilmiş ifadelerden hareketle geçerli bir argüman kurmasını gerektirdiğini belirtmektedir. Harel and Sowder (2007) ile Stylianides and Ball (2008) de öğrencilerin ‘neden?’ sorusuna verdikleri yanıtların örnek gösterme, açıklama ve kanıtlama arasında farklı düzeyler taşıyabileceğini ortaya koymaktadır. Bu nedenle araştırmada bir sonucun birkaç örnekte doğru çıkması ile sonucun matematiksel özelliklere dayalı olarak savunulması aynı kabul edilmemiştir.

Tümevarımsal, tümdengelimsel ve analogik akıl yürütme bu süreçte farklı işlevler üstlenir. Örnekler arasındaki düzenlilikten genel bir ilişkiye ulaşma tümevarımsal; kabul edilen tanım ve özelliklerden zorunlu bir sonuç çıkarma tümdengelimsel; iki yapı arasındaki benzerliği yeni duruma taşıma ise analogik akıl yürütme olarak değerlendirilebilir (Polya, 1954, aktaran Schoenfeld, 1985). Öğrenciler gerçek bir problem çözme sürecinde bu türleri kesin sınırlarla ayırmadan birlikte kullanabilir. Bu nedenle araştırmada akıl yürütme türünün adından çok, seçilen yolun nasıl kurulduğu ve neden geçerli görüldüğü incelenmiştir.

Tümevarım, tümdengelim ve analogi gerçek problem çözme süreçlerinde çoğu zaman iç içe geçer. Öğrenci önce birkaç örneği inceleyerek olası bir kural sezinleyebilir, benzer bir problemten yararlanarak strateji oluşturabilir ve ardından ulaştığı kuralı tanım ya da özellikler üzerinden sınayabilir. Johnson-Laird (2006), çıkarımların zihinsel modellerin kurulması ve karşı örnek olasılıklarının denetlenmesiyle geliştiğini; Mason et al. (2010) ise matematiksel keşifte örnekleme ile genellemenin sürekli karşılıklı çalıştığını belirtmektedir. Bu döngü, yaratıcı bir fikrin matematiksel bakımdan savunulabilir bir akıl yürütmeye dönüşmesinin de temelidir.

Problem çözme, matematiksel akıl yürütmenin gözlenebildiği temel bağlamlardan biridir. Problemi anlama, plan geliştirme, planı uygulama ve çözümü kontrol etme aşamaları doğrusal bir sıra olmaktan çok, öğrencinin gerektiğinde önceki aşamalara döndüğü döngüsel bir yapı gösterir (Polya, 1945, aktaran Schoenfeld, 1985). Öğrencinin strateji seçimini izlemesi, başarısız bir yolu değiştirmesi ve sonucunu kontrol etmesi, doğru cevabın ötesinde akıl yürütmenin niteliğine ilişkin kanıt sunar. Matematiksel düşünmeden yaratıcı akıl yürütmeye geçiş de bu noktada gerçekleşir: Yeni bir ilişki ya da yol üretmek yaratıcılık, bu yolun matematiksel olarak savunulması ise yaratıcı akıl yürütme niteliğidir.

Polya'nın problemi anlama, plan kurma, planı uygulama ve geriye dönüp kontrol etme biçimindeki dört aşamalı yaklaşımı bu çalışmada, modeli problem çözmenin bilişsel ve üstbilişsel boyutlarıyla birlikte tartışan Schoenfeld'in eseri üzerinden ikincil kaynak olarak ele alınmıştır (Polya, 1945, aktaran Schoenfeld, 1985). Bu aşamalar, öğrencinin her problemi değişmez bir sırayla çözmesini öngören mekanik bir algoritma değildir. Özellikle plan oluşturma ve geriye bakma aşamaları, strateji seçimini gerekçelendirme, çözümü farklı bir yolla kontrol etme ve elde edilen ilişkinin daha genel bir duruma uygulanıp uygulanamayacağını sorgulama bakımından yaratıcı akıl yürütmeyle doğrudan ilişkilidir.

Problem çözme başarısının yalnızca strateji repertuarıyla açıklanamayacağı; bilgi kaynakları, sezgisel yöntemler ve izleme-kontrol kararlarının birlikte ele alınması gerektiği gösterilmiştir (Schoenfeld, 1985, 2010). Daha sonraki sentez, matematiğe ilişkin inançların da bu kararları yönlendirdiğini vurgulamaktadır (Schoenfeld, 2016). Öğrencinin işe yaramayan bir çözümde ısrar etmesi ya da uygun bir stratejiyi erken terk etmesi, bilgi eksikliğinden çok kontrol kararlarıyla ilgili olabilir. Bu çalışmada klinik görüşmelerin kullanılması, yazılı üründe görünmeyen bu kararları ve öğrencinin stratejiyi hangi gerekçeyle değiştirdiğini açıklamak için önem taşımaktadır.

Rutin ve rutin olmayan problem ayrımı da akıl yürütmenin niteliğini etkiler. Öğrenci, çözüm yolu sorunun yüzey özelliklerinden hemen belirlenebildiğinde daha önce öğrenilmiş bir algoritmayı uygulayabilir; yol açık olmadığında ise verileri yeniden düzenlemek, yardımcı bir temsil oluşturmak veya ilişkilerden hareketle yeni bir plan geliştirmek zorundadır (Altun, 2018; Van de Walle et al., 2019). Bununla birlikte bir problemin rutinliği öğrenciye göre değişebilir. Daha önce aynı yapıyla karşılaşan öğrenci için rutin olan bir görev, başka bir öğrenci için yeni bir akıl yürütme dizisi gerektirebilir (Lithner, 2008).

2.2 Yaratıcı Düşünme ve Matematiksel Yaratıcılığın Kuramsal Temelleri

Yaratıcılık, yalnızca alışılmadık bir fikir ortaya koymak değil, bu fikrin ele alınan amaç bakımından işlevsel ya da uygun olmasıdır (Runco and Jaeger, 2012). Eğitim bağlamında bu tanım, öğrencinin çok sayıda fikir üretmesinin tek başına yeterli olmadığını; fikirler arasından probleme uygun olanları seçmesi, geliştirmesi ve açıklaması gerektiğini gösterir. Guilford (1967) ve Torrance (1974), yaratıcı üretimi akıcılık, esneklik, özgünlük ve ayrıntılandırma olmak üzere dört bileşenle ele almıştır. Guilford bu bileşenleri ayrıksal düşünmenin kuramsal özellikleri olarak açıklarken Torrance bunları performans görevleriyle gözlenebilir hâle getirmiştir. Yaklaşımlar arasındaki fark ve ortaklıklar Tablo 2.1’de özetlenmiştir.

Yaratıcılık araştırmalarında ürün, süreç, kişi ve çevre boyutları birbirini tamamlar. Wallas (1926) yaratıcı süreci hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama evreleriyle açıklarken, Csikszentmihalyi (1996) yaratıcı ürünün kişi, alan bilgisi ve ürünü değerlendiren sosyal çevre arasındaki etkileşimle anlam kazandığını vurgulamaktadır. Sternberg (2006) de yaratıcılığın bilişsel kapasite kadar bilgi, düşünme biçimi, güdülenme ve çevresel destekten etkilendiğini belirtmektedir. Bu görüşler, öğrencinin tek bir kısa görevdeki puanını değişmez bir ‘yaratıcılık düzeyi’ olarak etiketlemek yerine, belirli görev koşullarında ortaya çıkan performans olarak yorumlamayı gerektirir.

Matematiksel yaratıcılık genel yaratıcılıkla ortak özellikler taşısa da alan bilgisinden bağımsız değildir. Matematiksel bir fikrin yaratıcı kabul edilebilmesi için yalnız alışılmadık olması değil, tanımlar, işlemler ve ilişkiler bakımından anlamlı olması gerekir (Sriraman, 2005; Mann, 2006). Leikin (2021), matematiksel yaratıcılığı hem bireysel potansiyele hem de bu potansiyelin gelişmesine imkân veren görev ve uygulamalara bağlı dinamik bir yapı olarak ele almaktadır. Yakın dönem sistematik incelemede matematiksel yaratıcılığın ürün, süreç, kişi ve ortam boyutlarıyla; ayrıca akıcılık-esneklik-özgünlük ve yaratıcı matematiksel akıl yürütme gibi farklı fakat ilişkili kavramlarla çalışıldığı gösterilmiştir (Joklitschke et al., 2022). Bu nedenle öğrencinin alan bilgisindeki eksiklik ile yaratıcı düşünme kapasitesinin sınırlılığı birbirine karıştırılmamalıdır. İlgili veriler Tablo 2.1’de sunulmuştur.

Tablo 2.1: Yaratıcı düşünme ve matematiksel yaratıcılık yaklaşımlarının bileşenleri

Yaklaşım	Benimsediği bileşen veya ölçütler	Bu çalışma açısından işlevi
Guilford (1967)	Akıcılık, esneklik, özgünlük, ayrıntılandırma	Üretken düşünmenin kuramsal bileşenlerini açıklar.
Torrance (1974)	Akıcılık, esneklik, özgünlük, ayrıntılandırma	Bileşenleri performans üzerinden gözlenebilir kılar.
Runco and Jaeger (2012)	Özgünlük ile uygunluk/işlevsellik	Yeni bir fikrin matematiksel bakımdan anlamlı olmasını gerekli görür.
Silver (1997)	Akıcılık, esneklik ve özgünlük	Problem çözmede üretkenlik ve strateji çeşitliliğini gösterir.
Leikin (2009)	Çözüm sayısı, strateji kategorileri ve ağırlıklı özgünlük	Çoklu çözümler üzerinden esneklik ve özgünlüğü değerlendirir.

Tablo 2.1 incelendiğinde, yaratıcı düşünme ve matematiksel yaratıcılık yaklaşımlarının akıcılık, esneklik, özgünlük, matematiksel anlamlılık ve gerekçelendirme bileşenleri çevresinde birleştiği görülmektedir (Silver, 1997; Leikin, 2009).

Matematiksel yaratıcılık, bu genel bileşenlerin matematiksel doğruluk ve anlamlılık koşulları içinde ortaya çıkmasıdır. Silver (1997), açık uçlu problem çözmede farklı fikirlerin sayısını akıcılık, birbirinden ayrılan çözüm sınıflarını esneklik ve seyrek ya da alışılmadık fakat geçerli çözümleri özgünlük olarak ele alır. Leikin (2009) ise aynı problemin birden fazla yöntemle çözülmesini, öğrencinin matematiksel yapıyı farklı temsiller ve ilişkiler üzerinden görebildiğinin kanıtı olarak değerlendirir. Bu yaklaşımlarda yaratıcı ürünün değeri, yalnızca farklı görünmesine değil, matematiksel koşulları karşılamasına bağlıdır.

Akıcılık, esneklik, özgünlük ve ayrıntılandırma aynı performansın farklı yönlerini açıklar. Akıcılık, uygun fikir veya çözüm sayısını; esneklik, bu fikirlerin birbirinden ayrılan strateji ya da temsil sınıflarına dağılmasını; özgünlük, çözümün karşılaştırma grubunda seyrek görülmesini veya alışılmış yollardan anlamlı biçimde ayrılmasını ifade eder (Guilford, 1967; Torrance, 1974). Bu bileşenlerin problem çözme bağlamındaki karşılığı ayrıca açıklanmıştır (Silver, 1997). Ayrıntılandırma ise bir fikrin geliştirilmesiyle ilgilidir. Matematik eğitiminde

bu boyut, çözümün gerekçelendirilmesiyle kesişse de aynı değildir; matematiksel dayanak taşımayan ayrıntılı bir açıklama güçlü bir gerekçe sayılmaz.

Özgünlük mutlak değil, değerlendirme bağlamına bağlı bir niteliktir. Matematik tarihinde bilinen bir çözüm, öğrenci tarafından daha önce görülmeden kurulmuşsa o öğrenci açısından yeni olabilir. Haylock (1987), okul düzeyindeki matematiksel yaratıcılığın uygun görevler aracılığıyla akıcılık, esneklik ve özgünlük üzerinden gözlenebileceğini; Runco and Jaeger (2012) ise özgünlüğün yaratıcılık için gerekli fakat tek başına yeterli olmadığını belirtmektedir. Bu nedenle araştırmadaki rubrikte sıra dışı fakat matematiksel olarak geçersiz bir yanıt yüksek yaratıcı performans olarak değerlendirilmemiştir.

Problem çözme ile problem kurma, matematiksel yaratıcılığı farklı yönlerden görünür kılar. Problem kurmada öğrenci verilen bir durumdan yeni ve çözülebilir sorular üretirken; problem çözmede mevcut koşullar içinde ilişki, temsil ve strateji çeşitliliği geliştirir (Silver, 1994, 1997). English (1997) ile Silver and Cai'nin (1996) çalışmaları problem kurmanın matematiksel düşünme hakkında zengin kanıt sağladığını göstermektedir. Bununla birlikte mevcut tez problem kurma performansını ölçmemekte; yaratıcılığı, açık uçlu problem çözmede öğrencinin geliştirdiği çözüm yolları üzerinden incelemektedir.

Matematiksel yaratıcılığın değerlendirilmesinde açık uçlu ve rutin olmayan görevler, tek bir doğru yolu dayatmadıkları için öğrencinin strateji seçimini görünür kılar. Bununla birlikte ürünün son biçimi, öğrencinin neden yol değiştirdiğini veya bir ilişkiyi nasıl fark ettiğini her zaman açıklamaz. Bu nedenle yazılı çözümlerin görüşme, düşünme sürecine ilişkin sözlü açıklama ve çözümün gerekçesiyle birlikte incelenmesi gerekir (Leikin, 2009; Silver, 1997). Yetmiş araştırmayı kapsayan sistematik inceleme de matematiksel yaratıcı düşünmenin değerlendirilmesinde açık uçlu görev ve görüşmelerin yaygın olduğunu; ancak yorumların geçerlik ve güvenilirlik kanıtlarıyla desteklenmesi gerektiğini göstermektedir (Suherman and Vidákovich, 2022). Bu araştırmada da ürün ve süreç kanıtları birlikte değerlendirilmiştir.

Çoklu çözüm görevleri, öğrenciden aynı matematiksel probleme birbirinden ayrılan yollarla yaklaşmasını açıkça ister. Leikin (2009), bu görevlerde çözüm uzayının yalnız sonuç sayısına göre değil, kullanılan temsillerin, özelliklerin ve strateji sınıflarının niteliğine göre incelenmesini önermektedir. Leikin and Lev (2007), çoklu çözüm görevlerinin standart başarı ölçümlerinde görünmeyen yaratıcı özellikleri ayırt etmek için bir büyüteç işlevi

görebildiğini göstermiştir. Bu yaklaşım, aynı işlemin küçük değişikliklerle tekrarlanması ile gerçekten farklı bir matematiksel ilişkiye dayanan çözümün birbirinden ayrılmasını sağlar.

Birden fazla çözüm üretme isteği, öğrencinin mevcut bilgisini farklı biçimlerde örgütlemesini ve çözümler arasında karşılaştırma yapmasını gerektirir. Levav-Waynberg and Leikin (2012a, 2012b), özellikle geometri bağlamında çoklu çözüm görevlerinin matematiksel bilgi ile yaratıcılığın birlikte gelişmesine katkı sunabildiğini belirtmektedir. Ancak çözüm sayısını artırmak tek başına kuramsal derinlik sağlamaz. Çözümlerin hangi matematiksel özelliğe dayandığı, birbirinden neden ayrıldığı ve hangi koşullarda daha verimli olduğu tartışıldığında görev, stratejik esneklik ve gerekçelendirme için daha güçlü kanıt üretir.

Yaratıcı düşünme uygun öğretim koşullarıyla desteklenebilir. Birden fazla yöntemin tartışıldığı, hataların düşünme sürecine ilişkin veri olarak ele alındığı ve öğrenciden çözümünü savunmasının istendiği sınıflar, stratejik esnekliğe alan açar (Boaler, 2016; Sriraman, 2005). Bu koşullar, yaratıcı matematiksel fikri kendiliğinden garanti etmez; ancak öğrencinin alternatifleri denemesi ve matematiksel ilişkileri yeniden düzenlemesi için gerekli fırsatı sağlar.

Matematiksel yaratıcılığın geliştirilmesi, öğrenciyi herhangi bir yönlendirme olmadan zor bir problemle baş başa bırakmak anlamına gelmez. Öğretim ortamı, öğrencinin ön bilgilerini kullanabileceği, farklı temsilleri deneyebileceği ve çözümünü açıklamak zorunda kalacağı dengeli bir bilişsel talep oluşturmalıdır (NCTM, 2014, 2020). Yaratıcı matematik öğrenme ortamları da bu dengeyi gerektirir (Boaler, 2016). Düşünmeyi görünür kılan görevlerin düzenli kullanımı, iş birliği ve öğrenciye strateji sorumluluğu verilmesi bu ortamın temel özellikleri arasında gösterilmektedir (Liljedahl, 2020). Problem temelli öğrenme çalışmalarında çözüm üretme sorumluluğunun uygun kolaylaştırma ve geri bildirimle desteklendiğinde kavramsal bağlantıları güçlendirdiği belirtilmektedir (Hmelo-Silver, 2004). Öğretmenin desteği çözüm yolunu ele vermek yerine öğrencinin matematiksel ilişkilere dikkatini yöneltmelidir.

2.3 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütmenin Kuramsal Yapısı

MYAY, bu araştırmanın merkezî kavramıdır. Kavram, öğrencinin hazır bir çözüm şemasını hatırlayıp uygulamasından farklı olarak, problem durumunun matematiksel özelliklerini inceleyerek bir çözüm yolu kurmasını ve bu yolun neden işe yaradığını açıklamasını ifade

eder. Lithner'e (2008) göre yaratıcı akıl yürütme üç temel koşul taşır: çözüm dizisi öğrenci için yeni ya da yeniden oluşturulmuş olmalı, seçilen yolun sonuca ulaştıracağına ilişkin akla yatkın bir gerekçe bulunmalı ve bu gerekçe yüzeysel çağrışımlara değil problemin içkin matematiksel özelliklerine dayanmalıdır.

Bu kavramdaki 'yaratıcı' sözcüğü, genel yaratıcılık çalışmalarındaki ürün yeniliğinden daha dar ve süreç odaklı bir anlam taşır. Lithner'in çerçevesinde inceleme birimi, öğrencinin çözüm sırasında yaptığı strateji seçimi ile bu seçimi ve uygulamayı destekleyen argümanlardır (Lithner, 2008). Dolayısıyla yalnız doğru, kısa ya da alışılmadık görünen bir cevap yaratıcı matematiksel akıl yürütme kanıtı değildir. Çözüm dizisinin öğrenci için yeni olması, izlenen yolun sonuca ulaştıracağına ilişkin akla yatkın açıklamalar bulunması ve bu açıklamaların problemin matematiksel özelliklerine dayanması birlikte aranır (Lithner, 2008; Jonsson et al., 2020).

Akıl yürütme dizisi, çözümün başlangıcından sonuna kadar yazılan işlemlerden ibaret değildir. Problemi yorumlama, temsile karar verme, ara sonuçları değerlendirme, stratejiyi değiştirme ve sonucu kontrol etme gibi her seçim bu dizinin parçasıdır. Lithner (2008), strateji seçimini destekleyen öngörücü argümanlar ile uygulamanın ve sonucun geçerliğini açıklayan doğrulayıcı argümanları birbirinden ayırır. Bu ayrım, öğrencinin 'bu yöntem işe yarar' biçimindeki beklentisi ile yöntemin neden işe yaradığını matematiksel olarak gösterebilmesi arasındaki farkı görünür kılmaktadır.

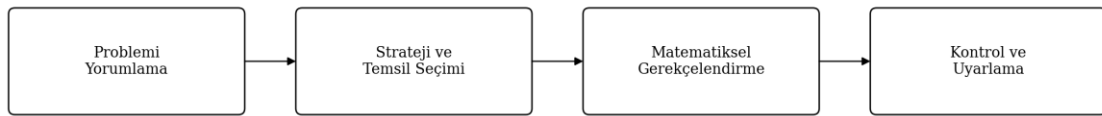
MYAY'nin kuramsal ayırt ediciliği, çözümün dışarıdan sıra dışı görünmesinden değil, öğrencinin strateji seçimini problemdeki matematiksel özelliklere dayandırmasından kaynaklanır (Lithner, 2008). Çözüm dizisi; problemi yorumlama, olası yolları değerlendirme, bir temsil seçme, ara sonuçları sına ve gerektiğinde stratejiyi yeniden kurma kararlarının bütünü olarak ele alınır (Lithner, 2017). Bu süreçsel tanım, yaratıcı akıl yürütmenin yalnız yüksek başarı gösteren öğrencilerde görülen özel bir ürün değil, farklı başarı düzeylerinde görev kanıtı üretebilen bir performans biçimi olarak incelenmesini sağlar (Berge and Solberg, 2026).

Matematiksel yaratıcılık, yeni fikir üretimi ile üretilen fikrin matematiksel uygunluğunu değerlendiren bilişsel denetimin eşgüdümünü gerektiren çok bileşenli bir yapı olarak açıklanmaktadır (Li and Kim, 2025). Göz izleme bulguları, yöntemin hazır verilmediği görevlerde öğrencilerin dikkatlerini işlem şablonlarından çok çözümü taşıyan ilişkisel

bilgilere yöneltebildiğini göstermektedir (Norqvist et al., 2019). Ardışık görevlerde dikkatin örnekten matematiksel yapıya kayması, MYAY'nin tek seferlik bir cevap özelliği değil, görev boyunca değişebilen dinamik bir karar süreci olduğunu desteklemektedir (Norqvist et al., 2025).

MYAY'nin gözlenebilmesi için çözümdeki yenilik, akla yatkınlık ve matematiksel dayanak ölçütlerinin birlikte değerlendirilmesi gerekir (Lithner, 2008). Yenilik, çözümün bilimsel literatür için değil öğrenci için yeni ya da yeniden oluşturulmuş olmasını ifade ederken, akla yatkınlık seçilen yolun hedefe ulaşacağına ilişkin açıklanabilir bir beklentiyi ifade eder (Lithner, 2008). Matematiksel dayanak ise gerekçenin anahtar sözcük, yüzeysel benzerlik veya otoriteye değil, görevdeki nicelik ve ilişkilere bağlanmasını gerektirir (Lithner, 2017).

Matematiksel yaratıcı akıl yürütmenin süreçsel yapısı Şekil 2.1'de sunulmuştur.



Süreç boyunca izlenen nitelikler: yenilik • esneklik • akla yatkınlık • matematiksel dayanak

Şekil 2.1: Matematiksel yaratıcı akıl yürütmenin süreçsel yapısı (Lithner, 2008; Leikin, 2009)

Şekil 2.1 incelendiğinde, matematiksel yaratıcı akıl yürütmenin problem durumu, strateji seçimi, matematiksel gerekçeleştirme ve değerlendirme aşamaları arasında döngüsel bir süreç izlediği görülmektedir.

2.3.1 Taklitçi ve Yaratıcı Akıl Yürütmenin Ayırt Edici Özellikleri

Taklitçi akıl yürütmede öğrenci, daha önce gördüğü bir örneği, ezberlediği algoritmayı ya da öğretmen tarafından sunulan şablonu çözümün matematiksel koşullarını yeniden incelemekten kullanır. Bu yol doğru sonuca ulaşabilir; ancak seçimin gerekçesi çoğu zaman ‘bu tür sorular böyle çözülür’ biçiminde yüzeysel kalır. Yaratıcı akıl yürütmede ise yöntem, problemdeki nicelikler ve ilişkiler üzerinden kurulur. Dolayısıyla yaratıcı akıl yürütme ile doğruluk aynı şey değildir: taklitçi bir çözüm doğru, yaratıcı bir girişim ise eksik olabilir.

Sınıflandırmada belirleyici olan, yolun üretilme ve temellendirilme biçimidir (Lithner, 2008).

Taklitçi ve yaratıcı akıl yürütme ayrımı, yakın dönem görev ve dikkat araştırmalarıyla daha ayrıntılı hâle gelmiştir. Ders kitabı görevlerinin çoğunda yakın bir çözüm şablonunun bulunması, öğrencinin strateji kurmak yerine örneği taklit etmesini kolaylaştırmaktadır (Jäder et al., 2020). Ardışık görevlerde çözüm yöntemi sunulan öğrencilerin dikkatlerini tekrar tekrar formül ve örneğe yönelttikleri; yöntemi kendisi kuran öğrencilerin ise matematiksel yapıyı taşıyan görsel ve ilişkisel bilgilere daha fazla odaklandıkları belirlenmiştir (Norqvist et al., 2025). Bu sonuçlar, akıl yürütme türünün yalnız son cevaptan değil, öğrencinin görev bilgisini nasıl kullandığından hareketle incelenmesi gerektiğini desteklemektedir.

Taklitçi akıl yürütmenin başlıca biçimleri ezbere dayalı ve algoritmik akıl yürütmedir. Ezbere dayalı akıl yürütmede yanıt ya da çözüm dizisi büyük ölçüde bellekten geri çağırılır; seçimin gerekçesi, yanıtın hatırlanmasına dayanır. Algoritmik akıl yürütmede ise öğrenci bir algoritma seçer ve adımları uygular; algoritmanın seçimi yüzeysel benzerlik, anahtar sözcük ya da ders kitabındaki örnekle eşleştirme üzerinden yapılabilir (Lithner, 2008, 2017). Bu iki biçim de bazı görevlerde doğru ve verimli sonuç verebilir, ancak yöntemin altında yatan matematiksel ilişkilerin yeniden kurulmasını zorunlu kılmaz.

Algoritma kullanımı tek başına olumsuz ya da taklitçi olarak yorumlanmamalıdır. Matematikte yerleşik algoritmalar işlemsel akıcılık için gereklidir ve daha karmaşık bir akıl yürütmenin alt adımı olabilir (Kilpatrick et al., 2001). Sınıflandırmada belirleyici olan, öğrencinin algoritmayı neden seçtiği ve problem koşulları değiştiğinde yöntemini uyarlayıp uyarlayamadığıdır. Öğrenci bilinen bir algoritmayı problemdeki yapısal ilişkiye dayalı olarak seçiyor, sınırlarını açıklıyor ve gerektiğinde dönüştürüyorsa çözümün bütünü taklitçi kabul edilmemelidir (Lithner, 2008).

Bu ayrım, öğrencinin çözüm sürecindeki kararlarını incelemeyi gerekli kılar. Yeni bir temsil denemek, başarısız bir stratejiyi matematiksel bir gerekçeyle terk etmek, iki çözümü karşılaştırmak veya bir örüntünün genel kuralını yapısal olarak açıklamak yaratıcı akıl yürütmeye kanıt olabilir. Buna karşılık yalnızca farklı bir işlem yazmak, işlem problemle ilişkilendirilmemişse özgünlük göstergesi sayılmaz. Bu nedenle araştırmada strateji adları

tek başına bulgu olarak kullanılmamış; stratejinin seçimi, değişimi ve gerekçesi birlikte yorumlanmıştır.

Yaratıcı matematiksel akıl yürütmedeki yenilik ölçütü öğrenciye göredir. Çözümün bilim dünyası için yeni olması gerekmez; öğrencinin daha önce deneyimlemediği bir diziyi kurması ya da unuttuğu bir diziyi matematiksel ilişkilerden hareketle yeniden oluşturması yeterlidir (Lithner, 2008). Akla yatkınlık ölçütü, strateji seçiminin ve ara adımların gelişigüzel olmamasını; matematiksel dayanak ölçütü ise açıklamanın sayıların görünüşü, şeklin genel görüntüsü veya öğretmen otoritesi gibi yüzeysel nedenlere değil, problemdeki nicelik, işlem ve ilişkilere bağlanmasını gerektirir.

Bir çözüm süreci bütünüyle tek bir akıl yürütme türünden oluşmayabilir. Öğrenci başlangıçta bilinen bir algoritmayı kullanıp daha sonra karşılaştığı yeni koşul için yaratıcı bir ilişki geliştirebilir ya da özgün bir fikir ürettikten sonra bunu alışılmış işlemlerle tamamlayabilir. Bu nedenle analizde yalnız son strateji etiketi kullanılmamış; kritik karar noktalarında öğrencinin hangi bilgiye başvurduğu, seçimini nasıl savunduğu ve uygulamasını nasıl kontrol ettiği incelenmiştir (Lithner, 2008; Jonsson et al., 2020). Bu süreç yaklaşımı, karma akıl yürütme dizilerini tek bir kategoriye zorla indirgeme riskini azaltır.

Taklitçi ve yaratıcı akıl yürütme arasındaki sınır, kullanılan işlemin bilinen ya da yeni olmasına göre değil, işlemin hangi gerekçeyle seçildiğine göre çizilir (Lithner, 2008). Öğrenci yerleşik bir algoritmayı problemin yapısına dayanarak seçiyor, sınırlarını açıklıyor ve değişen koşullara uyarlıyorsa bu kullanım daha geniş bir yaratıcı akıl yürütme dizisinin işlevsel parçası olabilir (Lithner, 2017). Buna karşılık alışılmadık bir işlem matematiksel özelliklerle ilişkilendirilmediğinde yalnız farklı görünmesi nedeniyle yaratıcı kabul edilemez (Joklitschke et al., 2022).

Bir görevin yaratıcı akıl yürütmeye fırsat sunması ile öğrencinin gerçekten yaratıcı akıl yürütme göstermesi birbirinden ayrılmalıdır (Lithner, 2017). Yöntemi açık etmeyen ve gerekçe isteyen görevler strateji kurma fırsatı oluştururken, öğrencinin çözümü yine ezberlenmiş bir örnekle eşleştirmesi mümkündür (Jäder et al., 2020). Öğretmen adaylarının hazırladığı görevlerde akıl yürütme ve kanıtlama fırsatlarının görev talebine göre değişmesi, görev niyeti ile ortaya çıkan bilişsel etkinliğin ayrı düzeylerde incelenmesi gerektiğini göstermektedir (Weingarden and Buchbinder, 2026).

Değerlendirme bakımından bu ayrım, yalnız toplam doğru sayısına dayalı yorumların sınırını görünür kılar (Berge and Solberg, 2026). Ulusal sınav verileri üzerinde yapılan güncel bir çalışma, yaratıcı akıl yürütme gerektiren görevlerin farklı yeterlik düzeylerindeki öğrenciler hakkında ayırt edici bilgi üretebildiğini göstermiştir (Berge and Solberg, 2026). Bununla birlikte yaratıcı görev puanlarının tek başına bağımsız bir gizil özellik gibi yorumlanmaması, görev sınıflandırması ile çözüm kanıtlarının birlikte ele alınması gerektiğine işaret etmektedir (Berge and Solberg, 2026).

2.3.2 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütmenin Bütünleştirilmiş Kavramsal Çerçevesi

Lithner'in (2008, 2017), Silver'ın (1997) ve Leikin'in (2009, 2021) yaklaşımları farklı sorulara yanıt verir. Lithner çözüm yolunun yaratıcı akıl yürütme sayılması için gereken nitel koşulları; Silver üretkenliğin hangi bileşenlerle görünür olduğunu; Leikin ise aynı problemdeki çözüm çeşitliliğinin nasıl incelenebileceğini açıklar. Tablo 2.2, bu yaklaşımların araştırmanın tasarım ve analizindeki karşılıklarını göstermektedir.

Bu yaklaşımlar arasındaki temel fark, değerlendirdikleri kanıtın düzeyidir. Silver (1997) ve Leikin (2009) daha çok üretilen çözüm veya fikirlerin sayısı, çeşitliliği ve özgünlüğü üzerinden ürün ile süreç arasındaki ilişkiyi açıklarken, Lithner (2008) belirli bir çözüm yolunda yapılan seçimlerin nasıl gerekçelendirildiğine odaklanır. Bir öğrenci çok sayıda çözüm üretebilir fakat çözümlerini matematiksel özelliklerle açıklamayabilir; başka bir öğrenci tek bir çözüm üretip bu çözümü güçlü ve öğrenci için yeni bir gerekçe dizisiyle temellendirebilir. Bütünleştirilmiş çerçeve bu iki performansın aynı yaratıcılık etiketi altında kaybolmasını önler. İlgili veriler Tablo 2.2'de sunulmuştur.

Tablo 2.2: Araştırmanın bütünleştirilmiş kavramsal çerçevesi

Kuramsal yaklaşım	Temel ölçüt veya bileşenler	Araştırmadaki katkısı
Lithner (2008, 2017)	Yenilik, akla yatkınlık ve matematiksel dayanak; taklitçi–yaratıcı ayrımı	Çözüm yolunun niteliğini ve gerekçelendirmeyi yorumlama
Silver (1997)	Akıcılık, esneklik ve özgünlük	Açık uçlu görev tasarımı ile üretken düşünme göstergelerini belirleme
Leikin (2009)	Çoklu çözüm, strateji sınıfları ve ağırlıklı özgünlük	Strateji çeşitliliğini ve temsiller arası geçişi inceleme
Bütünleştirilmiş kullanım	Özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme	Rubrik boyutları ile nitel analiz göstergelerini ortak bir zeminde birleştirme

Tablo 2.2’deki bütünleştirme, aynı çözümün ürün ve süreç yönlerinden farklı kanıtlar üretebilmesine dayanmaktadır. Özgünlük ve esneklik, öğrencinin yeni ya da birbirinden ayrılan yollar üretebildiğini; matematiksel gerekçelendirme ise bu yolların problemin özelliklerine dayandırıldığını gösterir. Akıcılık çok sayıda yanıtın özellikle istendiği görevlerde anlamlıdır. Formdaki on problem aynı ölçüde çoklu yanıt gerektirmediği için akıcılık ayrı bir puanlama boyutu yapılmamış, alternatiflerin sayısı esnekliği destekleyen betimsel kanıt olarak kullanılmıştır.

Bu bütünleştirme, matematiksel yaratıcılığı akıcılık, esneklik ve özgünlük üzerinden inceleyen çalışmalar ile yaratıcı akıl yürütmeyi yenilik, akla yatkınlık ve matematiksel dayanak üzerinden ele alan çalışmaların aynı değerlendirmede farklı işlevler üstlenmesini sağlamaktadır. Alan yazındaki kavramsal çeşitlilik, görev türü ile puanlama ölçütlerinin açık biçimde eşleştirilmesini gerektirmektedir (Joklitschke et al., 2022). Açık uçlu ürünlerin görüşme verisi ve açık karar kurallarıyla desteklenmesi de değerlendirme yorumlarının savunulabilirliğini artırmaktadır (Suherman and Vidákovich, 2022).

Rubrikte özgünlük, çözümün örneklemdaki yaygınlığı ve alışılmış yollardan anlamlı biçimde ayrılması; esneklik, farklı strateji ya da temsil sınıfları arasında geçiş üzerinden işletilmiştir (Silver, 1997; Leikin, 2009). Matematiksel gerekçelendirme ise seçilen yolun problem özelliklerine dayandırılması üzerinden değerlendirilmiştir (Lithner, 2008). Bu

boyutlar analitik olarak ayrılmış olsa da gerçek çözümde birbirini etkiler. Örneğin temsil değişikliği yeni bir ilişkiyi görünür kılarak özgünlüğü destekleyebilir; güçlü bir gerekçe ise görünüşte farklı iki yolun aynı matematiksel yapıya dayandığını gösterebilir.

Akıcılığın ayrı bir puan boyutu yapılmaması, kavramın önemsiz olduğu anlamına gelmez. Akıcılık, çok sayıda uygun yanıt üretmenin açıkça istendiği problem kurma veya çoklu çözüm görevlerinde güvenilir biçimde gözlenebilir (Silver, 1997; Leikin, 2009). Bu tezdeki on problem ise farklı içerik ve bilişsel taleplere sahiptir; her problem eşit sayıda alternatif çözüm üretmeye elverişli değildir. Bu nedenle çözüm sayısını doğrudan puanlamak yerine, öğrencinin geliştirdiği alternatifler esnekliği açıklayan nitel kanıt olarak kullanılmış ve görevler arası yapısal farkların puana yansımaları sınırlandırılmıştır.

Bütünleştirilmiş çerçevede özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme aynı çözümün farklı kanıt katmanlarını temsil eder (Silver, 1997; Lithner, 2008). Özgünlük çözümün alışılmış yollardan anlamlı biçimde ayrılmasını, esneklik strateji veya temsil sınıfları arasında geçişi, gerekçelendirme ise seçilen yolun matematiksel özelliklerle savunulmasını gösterir (Leikin, 2009; Lithner, 2008). Matematiksel yaratıcılık araştırmalarındaki kavramsallaştırmaların çeşitliliği, bu boyutların görev ve veri kaynağıyla açık biçimde eşleştirilmesini gerekli kılmaktadır (Joklitschke et al., 2022).

Açık uçlu görevlerin değerlendirme gücü, öğrenciye yalnız daha fazla cevap ürettirmesinde değil, farklı temsillerin ve gerekçelerin görünür olmasını sağlamasında yatar (Leikin, 2009). Öğrenme güçlüğü bulunan öğrencilerle yürütülen güncel araştırma, açık aritmetik görevlerin farklı yaratıcı profilleri ortaya çıkarabildiğini ve güçlü yönlerin tek bir doğru-yanlış ölçütüyle görünmeyebildiğini göstermektedir (Ron-Ezra and Levenson, 2025). Bu sonuç, MYAY değerlendirmesinde erişilebilir görev tasarımı ile çözüm çeşitliliğinin birlikte gözetilmesi gerektiğini desteklemektedir (Ron-Ezra and Levenson, 2025).

Matematiksel akıl yürütme, program metninde tanımlanmış sabit bir becerinin sınıfa doğrudan aktarımı olarak değil, görevler, öğretmen müdahaleleri ve öğrenci katılımı içinde pedagojik olarak kurulan bir nesne olarak da incelenmektedir (Alderton and Pratt, 2025). Bu bakış, aynı program hedefinin farklı sınıflarda işlem tekrarı, açıklama, karşılaştırma veya kanıtlama etkinliklerine dönüşebileceğini göstermektedir (Alderton and Pratt, 2025). Dolayısıyla MYAY'nin ölçülmesi, yalnız programdaki beceri ifadesini değil, öğrencinin

gerçekten karşılaştığı görev talebini ve ürettiği gerekçeyi incelemelidir (Lithner, 2017; Alderton and Pratt, 2025).

2.3.3 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütmenin Öğrenme Sürecindeki İşlevleri

Yaratıcı akıl yürütmenin öğrenme üzerindeki etkisi, hazır çözüm yöntemi verilen görevlerle yöntemin öğrenci tarafından kurulmasını gerektiren görevleri karşılaştıran çalışmalarla incelenmiştir. Yaratıcı akıl yürütme koşulunda çalışan öğrencilerin gecikmeli test ve transfer görevlerinde daha başarılı olabildiği bildirilmiştir (Jonsson et al., 2014; Jonsson et al., 2020). Bu üstünlüğün, öğrencinin problemdeki matematiksel özelliklere daha fazla dikkat yöneltmesiyle ilişkili olabileceği gösterilmiştir (Norqvist et al., 2019; Norqvist et al., 2025). Bulgular, ilk çözüm sırasında daha fazla bilişsel çaba gerektiren bir yolun uzun vadede daha derin öğrenme sağlayabileceğini düşündürmektedir.

Yaratıcı akıl yürütmenin öğrenmeye katkısı, ‘üretken çaba’ yoluyla açıklanmaktadır. Çözüm yöntemi hazır verilmediğinde öğrenci, problemdeki ilgili bilgileri seçmek ve bu bilgiler arasında ilişki kurmak zorundadır. Bu süreç ilk uygulamada daha yavaş ve hata yapmaya açık olabilir; ancak kavramsal özelliklere yönelen dikkat, daha sonra aynı yapının farklı bir görevde tanınmasını kolaylaştırabilir (Jonsson et al., 2014; Jonsson et al., 2020). Hazır algoritmanın tekrarı ise kısa vadede akıcı performans üretse bile strateji ile matematiksel yapı arasındaki bağ kurulmadığında gecikmeli öğrenme ve transfer sınırlı kalabilir (Lithner, 2017).

Deneysel bulgular bu açıklamayı desteklemektedir. Jonsson et al. (2014), yaratıcı matematiksel akıl yürütme koşulunda çalışan öğrencilerin algoritmik koşuldakilere göre son testte daha başarılı olduğunu; Jonsson et al. (2020) ise üstünlüğün çalışılan görevlerin yanı sıra transfer görevlerinde de görülebildiğini bildirmiştir. Norqvist et al. (2019) ve Norqvist et al. (2025), göz izleme verileri aracılığıyla yaratıcı görevlerde öğrencilerin dikkatini çözüm için kritik matematiksel bilgilere daha fazla yöneltebildiğini ve ardışık görevlerde bu dikkat örüntüsünün değiştiğini göstermiştir. Sonuçlar, performans farkının yalnız daha çok süre harcamaktan değil, dikkatin niteliği ve matematiksel yapıların bellekten geri çağırılma biçiminden de kaynaklanabileceğini düşündürmektedir.

Bununla birlikte yaratıcı akıl yürütme her öğrenci ve her görevde aynı biçimde ortaya çıkmaz. Ön bilgi, göreve ilişkin kavramsal kaynaklar, öğrencinin bilişsel çaba göstermeye istekliliği ve öğretim ortamı süreci etkileyebilir (Jonsson et al., 2022). Bu nedenle öğrenci

performansını yalnızca toplam puanla açıklamak yerine, problem türüne göre kullanılan stratejileri ve gerekçelendirme örüntülerini birlikte incelemek gerekir. Araştırmanın nicel ve nitel aşamalarının birbirini izlemesi bu gereksinime dayanmaktadır.

Bireysel farklılıkların etkisi, yaratıcı akıl yürütmenin yalnız yüksek başarı gösteren öğrencilere uygun olduğu biçiminde yorumlanmamalıdır. Jonsson et al. (2020), bilişsel yeterliğin genel performansı etkilediğini ancak yaratıcı koşulun yararının tek bir yeterlik grubuyla sınırlı olmadığını göstermiştir. Jonsson et al. (2022) de bilişsel çaba göstermeye yönelik eğilimin süreçte rol oynadığını belirtmektedir. Bu bulgular, öğrencilerin üretken çabaya erişebilmesi için görevin ön bilgiyle uyumlu olması, yeterli süre verilmesi ve çözümü doğrudan ele vermeyen desteklerin sunulması gerektiğine işaret etmektedir.

Yaratıcı akıl yürütmenin her durumda algoritmik uygulamadan üstün olduğu sonucu çıkarılmamalıdır. Yeni kavramların başlangıç öğretiminde açık örnekler ve temel işlemlerde akıcılık gerekli olabilir; sorun, öğretimin bu aşamada kalması ve öğrencinin yöntem seçmesini gerektiren görevlere geçmemesidir (Hiebert and Grouws, 2007; Lithner, 2017). Etkili bir öğrenme dizisi, kavramsal kaynakları erişilebilir kılan desteklerle öğrencinin çözüm sorumluluğunu giderek daha fazla üstlenmesini dengeler. Bu nedenle öğretimsel amaç, öğrenciden her durumda yeni bir yöntem bulmasını istemek değil, hazır yöntemin yeterli olmadığı durumlarda strateji kurma ve gerekçelendirme olanağı sağlamaktır (Lithner, 2017).

MYAY'nin öğrenme üzerindeki etkisi, çözüm yöntemini üretme sırasında öğrencinin matematiksel özellikler arasında bağ kurmasıyla açıklanmaktadır (Jonsson et al., 2014). Bu üretken çaba ilk uygulamada daha fazla zaman ve hata içerebilse de gecikmeli başarı ve yeni görevlere transfer bakımından hazır algoritmanın tekrarından daha kalıcı sonuçlar üretebilir (Jonsson et al., 2020). Öğrenme kazancı, zorluğun kendisinden çok öğrencinin çabasını problemdeki ilgili ilişkilere yöneltebilmesine bağlıdır (Norqvist et al., 2019).

Dikkatin görev boyunca değişmesi, MYAY'nin öğrenme işlevini açıklayan önemli bir süreç göstergesidir (Norqvist et al., 2025). Yöntem verilen öğrencilerin formül ve örneğe bağlı dikkat örüntüsünü sürdürmesi, doğru performansın her zaman yapısal öğrenmeye dönüşmediğini göstermektedir (Norqvist et al., 2025). Yöntemi kuran öğrencilerin ilişkisel bilgiye yönelmesi ise stratejinin daha sonra bellekten geri çağırılması ve yeni bağlama uyarlanması için daha açıklayıcı bir iz bırakabilmektedir (Norqvist et al., 2025).

MYAY'den yararlanma düzeyi öğrencinin ön bilgisi, bilişsel yeterliği ve çaba göstermeye yönelik eğilimiyle etkileşim gösterebilir (Jonsson et al., 2022). Bu bireysel farklılıklar yaratıcı görevlerin yalnız yüksek başarı grubuna ayrılması gerektiği anlamına gelmez; görevlerin geniş bir başarı aralığında bilgi üretebildiği gösterilmiştir (Berge and Solberg, 2026). Öğretimsel sonuç, çözümü doğrudan veren yardım yerine öğrencinin erişebileceği ön bilgiyi harekete geçiren ve matematiksel ilişkiye dikkat çeken kademeli desteğin sunulmasıdır (Lithner, 2017).

MYAY'nin değerlendirilmesinde yazılı ürün, görev talebi ve süreç kanıtının birlikte ele alınması daha geçerli bir yorum sağlar (Suherman and Vidákovich, 2022). Çoklu çözüm, klinik görüşme ve puanlama rubriğinin birlikte kullanılması, özgün bir fikrin matematiksel dayanağını ve strateji değişiminin nedenini açıklamayı kolaylaştırır (Leikin, 2021; Joklitschke et al., 2022). Bu nedenle mevcut araştırmada toplam puanlar öğrenci düzeyini özetleyen tek kanıt olarak değil, yazılı çözümler ve görüşme açıklamalarıyla yorumlanan bütünlük bir gösterge olarak kabul edilmiştir (Creswell and Plano Clark, 2025).

2.4 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütmenin Öğretimsel Olarak Desteklenmesi

Yaratıcı akıl yürütmeyi destekleyen bir görevin öğrenciye yalnızca zor görünmesi yeterli değildir. Görev, öğrencinin hazır bir algoritmayı doğrudan seçmesini güçleştirmeli; buna karşılık ön bilgilerini kullanarak ilişki kurmasına, temsil değiştirmesine ve çözümünü kontrol etmesine olanak vermelidir (Lithner, 2017). Açık uçlu sorular, çoklu çözüm görevleri ve farklı temsiller arasında geçiş gerektiren problemler bu özellikleri taşıyabilir (Leikin, 2009). Ancak görevin açıklığı ile belirsizliği dengelenmeli; öğrencinin matematiksel olarak çalışabileceği yeterli veri ve koşul sunulmalıdır.

Görev tasarımı kadar sınıf içindeki uygulama biçimi de belirleyicidir. Düşünmeyi merkeze alan sınıf uygulamaları; öğrencilerin çözüm sorumluluğunu üstlenmesini, görünür bir ortak çalışma alanında fikirlerini karşılaştırmasını ve öğretmenin cevabı vermek yerine düşünmeyi ilerleten sorular yöneltmesini önerir (Liljedahl, 2020). Ortaokul matematiğine ilişkin güncel mesleki standartlar da öğrencilerin matematiksel kimlik, temsil, problem çözme ve gerekçelendirme süreçlerinin birlikte desteklenmesini vurgulamaktadır (NCTM, 2020). Bu bakımdan yaratıcı akıl yürütme, yalnız özel bir görev türünün değil, öğrencinin fikrini üretip savunabildiği tutarlı bir öğretim kültürünün ürünüdür.

Lithner (2017), yaratıcı akıl yürütmeyi destekleyen görevlerde yöntemin öğrenciye hazır verilmemesini, buna karşılık görevin öğrencinin erişebileceği matematiksel bilgiye dayanmasını temel tasarım ilkeleri arasında göstermektedir. Görev, yalnızca karmaşık sayı veya uzun işlem içerdiği için yaratıcı değildir. Bilişsel talep; öğrencinin ilişki kurma, strateji seçme, temsil oluşturma ve sonucunu doğrulama sorumluluğundan doğar. Bu nedenle rutin bir işlemi gereksiz ayrıntıyla zorlaştırmak yerine, çözüm yolunu açık etmeyen fakat matematiksel yapıyı araştırmaya imkân veren problem durumları tercih edilmelidir.

Açık uçluluk farklı biçimlerde kurulabilir: bir problemin birden fazla doğru sonucu, birden fazla çözüm yolu ya da farklı açıklama düzeyleri olabilir. Çoklu çözüm görevlerinde esas açıklık, öğrencinin aynı sonuca farklı matematiksel yollardan ulaşabilmesidir (Leikin, 2009). Bununla birlikte tüm problemlerin sınırsız sayıda çözüme sahip olması gerekmez. Tek bir sayısal cevabı bulunan bir görev de çözüm yolunun önceden belirlenmediği, temsiller arası geçiş ve gerekçe gerektirdiği ölçüde yaratıcı akıl yürütmeye fırsat sunabilir (Lithner, 2008, 2017).

Sınıf içi etkileşim de üretilen çözümün niteliğini etkiler. Öğrencilerin yöntemlerini açıklamaları, iki çözümü verimlilik ve genellenebilirlik bakımından karşılaştırmaları ve bir iddiaya kanıt istemeleri, matematiksel gerekçelendirmeyi ortak bir sınıf normuna dönüştürür (Hiebert and Grouws, 2007; Yackel and Cobb, 1996). Öğretmenin işlevi çözüm adımlarını önceden vermek değil, öğrencinin dikkatini problemdeki ilişkilere yönelten sorular sormak ve gerekçenin eksik kaldığı noktaları görünür kılmaktır.

Temsil çeşitliliği, öğrencinin aynı matematiksel yapıyı farklı açılardan görmesini kolaylaştırabilir. Sözel açıklama, tablo, şekil, cebirsel ifade ve grafik arasında geçiş yapmak, yüzeysel benzerliklerin ötesinde yapısal ilişkileri fark etmeye yardımcı olur (NCTM, 2000; Van de Walle et al., 2019). Dinamik geometri ortamları ve somut materyaller de öğrencinin varsayım üretmesine ve bu varsayımları sınamasına olanak sağlayabilir. Karakuş ve Peker (2015), teknoloji ve fiziksel materyallerin geometrik düşünmeyi destekleyebildiğini göstermektedir. Bununla birlikte öğrencinin gözlemini genellemesi ve neden geçerli olduğunu açıklaması için uygun sorularla desteklenmesi gerekir.

Öğretmen desteğinin düzeyi kritik bir dengedir. Çözüm adımlarını göstermek öğrencinin kısa vadede ilerlemesini sağlayabilir, fakat strateji seçme sorumluluğunu ortadan kaldırdığında akıl yürütme fırsatını azaltır. Buna karşılık ‘hangi bilgi işe yarayabilir?’, ‘bu

ilişkiyi başka nasıl gösterebilirsin?’ ve ‘sonucun her durumda geçerli olduğundan nasıl emin olursun?’ türündeki sorular çözümü vermeden öğrencinin dikkatini matematiksel yapıya yöneltir (Hiebert and Grouws, 2007; NCTM, 2014). Vygotsky’nin (1978) destekli öğrenme yaklaşımı açısından bu sorular, öğrencinin tek başına gerçekleştiremediği düşünme eylemlerini giderek bağımsız biçimde üstlenmesine aracılık eder.

Sosyomatematiksel normlar, sınıfta hangi açıklamaların kabul edilebilir ve hangi çözümlerin farklı sayıldığını belirler. Yackel and Cobb (1996), öğrencilerin yalnız cevabı paylaşımlarının değil, çözümün neden geçerli olduğunu tartışmalarının matematiksel özerklik için gerekli olduğunu göstermektedir. Hataların cezalandırılacak sonuçlar yerine düşünme sürecini görünür kılan veriler olarak ele alınması, öğrencinin alışılmadık yollar deneme riskini azaltır (Boaler, 2016). Böylece yaratıcı akıl yürütme bireysel bir özellik olmanın yanında, açıklama ve eleştiri kültürüyle desteklenen sınıfsal bir uygulamaya dönüşür.

Değerlendirme sürecinin de bu öğretim anlayışıyla uyumlu olması gerekir. Yalnızca doğru cevaba puan veren bir araç, doğru fakat taklitçi çözüm ile matematiksel olarak temellendirilmiş özgün çözümü ayırt edemez. Matematiksel yaratıcı düşünmenin değerlendirilmesine ilişkin sistematik inceleme, açık uçlu görevlerin güçlü süreç kanıtı üretebildiğini; ancak ölçütlerin, puanlayıcı kararlarının ve geçerlik-güvenirlilik kanıtlarının açıkça belgelenmesi gerektiğini göstermektedir (Suherman and Vidákovich, 2022). Rubrikte özgünlük, esneklik ve gerekçelendirme için gözlenebilir ölçütlerin tanımlanması ve yazılı ürünün gerektiğinde görüşme verisiyle açıklanması, öğrencinin düşünme sürecine ilişkin daha savunulabilir bir yorum yapılmasını sağlar (Brookhart, 2013).

Süreç odaklı değerlendirmede puan ölçütlerinin öğrenci ve değerlendirici açısından açık olması gerekir. Rubrikler, özgünlük veya gerekçelendirme gibi soyut görünen nitelikleri gözlenebilir performans göstergelerine dönüştürür; aynı zamanda farklı çözümlerin tutarlı biçimde karşılaştırılmasına yardım eder (Brookhart, 2013). Bununla birlikte rubrik, öğrencinin tüm düşünmesini birkaç sayıya indirgeyen kapalı bir araç olarak kullanılmamalıdır. Yazılı çözümde belirsiz kalan strateji seçimi ve kontrol kararları, klinik görüşme verisiyle açıklanarak puanın ardındaki düşünme örüntüsü görünür hâle getirilmelidir.

2.5 Matematik Öğretim Programı ile Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme İlişkisi

Araştırmanın uygulandığı 2025–2026 eğitim öğretim yılında sekizinci sınıflar, kademeli geçiş nedeniyle 2018 Matematik Dersi Öğretim Programı kapsamındadır. Bu program problem çözme, akıl yürütme ve matematiksel iletişimi temel yeterlikler arasında ele almakta; öğrencilerden farklı çözüm yollarını açıklamalarını ve matematiksel ilişkiler kurmalarını beklemektedir (MEB, 2018). Bu nedenle formdaki içerik ve sınıf düzeyi uyumu, örneklemin fiilen izlediği 2018 programındaki sekizinci sınıf kazanımları temel alınarak sağlanmıştır.

2018 programındaki problem çözme ve akıl yürütme vurgusu, öğrencinin bir yöntemi uygulamasının yanında çözümünü açıklaması, farklı yolları değerlendirmesi ve matematiksel dili kullanmasıyla ilişkilidir (MEB, 2018). Bu yaklaşım, NCTM’nin (2000) akıl yürütme ve kanıt, problem çözme, temsil ve iletişimi okul matematiğinin süreç standartları olarak ele alan çerçevesiyle örtüşmektedir. Dolayısıyla araştırma formundaki açık uçlu problemler, programda yer alan içerikleri ölçmenin yanında öğrencinin bu içerikler üzerinde nasıl düşündüğünü ve çözümünü nasıl savunduğunu incelemeyi amaçlamaktadır.

Güncel program çerçevesi ise 2024’te yayımlanan Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı’dır. Program 2025–2026 yılında ortaokul beşinci ve altıncı sınıflarda uygulanmakta, üst sınıflara kademeli biçimde ilerlemektedir (MEB, 2024, 2025). Güncel program; matematiksel muhakeme, matematiksel problem çözme, matematiksel temsil, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme ile matematiksel araç ve teknolojiyle çalışma olmak üzere beş alan becerisi tanımlar (MEB, 2024). Böylece akıl yürütme, tek bir kazanıma bağlı bir davranış değil, farklı içerik alanlarında süreç bileşenleriyle izlenen bir beceri olarak yapılandırılmıştır.

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli’nde matematiksel muhakeme; varsayımda bulunma, çıkarım yapma, doğrulama ve genelleme gibi süreçlerle görünür hâle getirilmektedir. Matematiksel problem çözme ise problemi anlama, uygun strateji geliştirme, çözümü uygulama, değerlendirme ve genelleme bileşenleriyle ele alınmaktadır (MEB, 2024). Bu süreçler yaratıcı akıl yürütmeyle özdeş değildir; ancak öğrencinin yöntem seçmesi, matematiksel ilişkilere dayalı gerekçe üretmesi ve sonucunu denetlemesi için gerekli davranış zeminini oluşturur. Güncel programın beceri temelli yapısı bu nedenle araştırmanın kuramsal yönelimiyle uyumludur.

Uluslararası değerlendirme çerçeveleri de matematiksel yeterliği gerçek yaşam durumlarını matematiksel olarak formüle etme, matematiği kullanma, sonuçları yorumlama ve akıl yürütme kapasitesiyle ilişkilendirir (OECD, 2019, 2023). Bu yaklaşım, yalnız standart prosedürlerin tekrarını değil, yeni bağlamlarda strateji seçimi ve sonucun uygunluğunu değerlendirmeyi gerektirir. Araştırmada günlük yaşam, modelleme, örüntü, cebir ve geometri bağlamlarının birlikte kullanılması, yaratıcı akıl yürütmenin tek bir içerik alanına bağlı kalmadan incelenmesine olanak sağlamaktadır.

Bu çalışmanın değerlendirme boyutları, yürürlükteki sekizinci sınıf içeriği ile güncel programın beceri yaklaşımı arasında köprü kurmaktadır. Formda alan ve çevre, cebirsel ifade, örüntü ve genelleme, köklü ifadeler, hız–zaman ilişkisi ve günlük yaşam bağlamında modelleme içeren problemler bulunmaktadır. Bu problemlerde beklenen süreçler ile yaratıcı akıl yürütme göstergelerinin ilişkisi Tablo 2.3’te sunulmuştur.

Tablo 2.3: Program becerileri ile araştırmanın inceleme boyutları arasındaki ilişki

Program becerisi	Formda gözlenen süreç	Yaratıcı akıl yürütme göstergesi
Matematiksel muhakeme	İlişki kurma, çıkarım yapma, genelleme ve sonucu savunma	Matematiksel dayanak ve gerekçelendirme
Matematiksel problem çözme	Rutin olmayan durumu çözümleme, strateji seçme/değiştirme ve kontrol	Yenilik, akla yatkınlık ve esneklik
Matematiksel temsil	Sözel, görsel, sayısal ve cebirsel temsiller arasında geçiş	Temsil çeşitliliği ve stratejik esneklik
Veriyle çalışma ve karar verme	Sonucu bağlamdaki koşullarla karşılaştırma ve uygun kararı açıklama	Kontrol, bağlamsal uygunluk ve gerekçelendirme

Tablo 2.3’teki eşleştirme, programdaki her becerinin doğrudan yaratıcılık puanı olarak yorumlandığı anlamına gelmez. Temsil değiştirme, ancak öğrenci bu değişimi çözüm için anlamlı bir matematiksel ilişkiye dayandığında esneklik kanıtı sayılmıştır. Bir genelleme ise kuralın neden geçerli olduğunu gösteren bir açıklamayla desteklendiğinde matematiksel gerekçelendirme göstergesi olarak değerlendirilmiştir. Benzer biçimde problem çözme becerisinin her aşaması yaratıcı değildir; yenilik, strateji değişimi ve matematiksel dayanak

içeren kararlar yaratıcı akıl yürütme kanıtı olarak ele alınmıştır. Bu ayrım, program kazanımını ölçmek ile öğrencinin o kazanımı yeni bir problemde nasıl kullandığını değerlendirmek arasındaki sınırı korumaktadır.

2.6 İlgili Araştırmalar

Bu bölümde, matematiksel akıl yürütme ve matematiksel yaratıcı akıl yürütmeye ilişkin çalışmalar yurt içi ve yurt dışı araştırmalar olmak üzere iki başlık altında sistematik biçimde incelenmiş; böylece alan yazındaki temel eğilimler, öne çıkan bulgular ve kuramsal yönelimler bütüncül bir bakış açısıyla ortaya konulmuştur.

2.6.1 Yurt İçi Araştırmalar

Baki ve Kartal (2004) çalışmalarında matematik öğretmen adaylarının matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini incelemişlerdir. Araştırma, öğretmen adaylarının matematiksel bilgiyi nasıl yapılandırdıklarını ve bu bilgiyi nasıl kullandıklarını ortaya koymayı amaçlamaktadır. Nitel araştırma yaklaşımıyla yürütülen çalışmada, adayların problem çözme süreçleri detaylı olarak analiz edilmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının önemli bir bölümünün matematiksel kavramları yüzeysel düzeyde ele aldığını ve çoğunlukla işlemsel çözümlere yöneldiğini göstermiştir. Ayrıca adayların matematiksel gerekçelendirme yapma konusunda sınırlı performans sergiledikleri belirlenmiştir. Araştırmada özellikle öğretmen adaylarının matematiksel düşünme becerilerinin geliştirilmesinin öğretim kalitesi açısından kritik olduğu vurgulanmıştır. Sonuç olarak, öğretmen yetiştirme programlarında akıl yürütme ve gerekçelendirme süreçlerine daha fazla yer verilmesi gerektiği ifade edilmiştir.

Umay ve Kaf (2005) tarafından gerçekleştirilen çalışma, matematik eğitiminde öğrencilerin “kusurlu akıl yürütmeleri”nin pedagojik değerini tartışması bakımından dikkat çekici bir araştırmadır. Çalışmanın temel amacı, öğrencilerin yanlış sonuca ulaştıkları durumlarda bile nasıl bir düşünme süreci işlettiklerini ortaya koymak ve bu süreçlerin öğretimsel açıdan nasıl değerlendirilebileceğini incelemektir. Araştırma nicel bir deneysel tasarım yerine, sınıf içi düşünme örüntülerini yorumlamaya dayanan nitel bir yaklaşım benimsemektedir. Bu doğrultuda öğrencilerin çözüm süreçlerinde ortaya çıkan hatalı ya da eksik gerekçelendirmeler, yalnızca “yanlış cevap” olarak değil, belirli bir akıl yürütme sistematığının ürünü olarak ele alınmıştır. Uygulama sürecinde öğrencilerin matematiksel ifadeleri nasıl yorumladıkları, hangi kavramsal boşluklar nedeniyle hatalı çıkarımlar

yaptıkları ve bu çıkarımların hangi düşünme örüntülerine dayandığı ayrıntılı biçimde incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin yaptığı hataların rastlantısal olmadığını; aksine belirli kavram yanılgılarından, yetersiz ilişkilendirmelerden ve eksik gerekçelendirme alışkanlıklarından kaynaklandığını göstermiştir. Araştırmada, yanlış akıl yürütmenin dahi öğrencinin zihinsel işleyişi hakkında güçlü ipuçları sunduğu vurgulanmıştır. Sonuç olarak çalışmada, matematik öğretiminde yalnızca doğru cevaba odaklanmanın yetersiz olduğu, öğrencinin düşünme biçiminin ve kullandığı gerekçelendirme türünün de öğretim sürecinin önemli bir parçası olarak ele alınması gerektiği belirtilmiştir. Bu yaklaşım, matematiksel akıl yürütmenin değerlendirilmesinde süreç odaklı bir bakış açısının gerekliliğini açık biçimde ortaya koymaktadır.

Yeşildere ve Türnüklü (2007) tarafından yürütülen araştırma, ilköğretim sekizinci sınıftan mezun olan öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini belirlemeyi amaçlayan kapsamlı bir tarama çalışmasıdır. Araştırmada İzmir ilinde tabakalı örnekleme yöntemiyle seçilen 20 okuldan toplam 262 öğrenciye ulaşılmıştır. Veri toplama sürecinde, öğrencilerin yalnızca işlem yapma başarısını değil, matematiksel ilişkileri fark etme, genelleme yapma, görsel ve sayısal bilgiyi ilişkilendirme, gerekçelendirme ve açıklama yapma becerilerini de ortaya çıkarabilecek biçimde hazırlanmış 10 açık uçlu problem kullanılmıştır. Uygulama süreci, öğrencilerin rutin alıştırmalar dışındaki problem durumlarında nasıl düşündüklerini görünür kılmayı hedeflemiştir. Elde edilen veriler nicel ve nitel analiz teknikleri birlikte kullanılarak değerlendirilmiştir. Bulgular, öğrencilerin önemli bir bölümünün matematiksel kavramlar arasında derin ilişkiler kurmakta zorlandığını, problemleri çözerken daha çok işlemsel ve yüzeysel yaklaşımlar sergilediğini ortaya koymuştur. Bununla birlikte açık uçlu problem yapısının, öğrencilerin düşünme süreçlerini ve akıl yürütme biçimlerini görünür kılmada etkili olduğu belirlenmiştir. Araştırmanın sonunda, matematiksel düşünme ve akıl yürütmenin mevcut öğretim süreçlerinde yeterince desteklenmediği; özellikle ortaokul düzeyinde öğrencilerin ilişkilendirme, açıklama ve genelleme becerilerinin geliştirilmesine ihtiyaç duyulduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışma, akıl yürütmenin yalnızca doğru sonuca ulaşma becerisiyle açıklanamayacağını; bunun ötesinde anlam kurma, ilişki görme ve açıklama yapma süreçlerini içerdiğini göstermektedir.

Cankoy ve Darbaz (2010) tarafından yürütülen araştırmada, problem kurma temelli problem çözme öğretiminin öğrencilerin matematik problemlerini anlama becerileri üzerindeki etkisi incelenmiştir. Deneysel desenle yapılandırılan çalışmada, KKTC Lefkoşa’da bir ilkokulun

üçüncü sınıfında öğrenim gören toplam 53 öğrenci deney ve kontrol gruplarına ayrılmıştır. Deney grubuna 10 hafta boyunca, haftada dört ders saati olmak üzere problem kurma temelli bir öğretim uygulanırken, kontrol grubunda geleneksel problem çözme yaklaşımı sürdürülmüştür. Uygulama sürecinde öğrencilere yalnızca verilen problemleri çözmeleri değil, aynı zamanda benzer veya yeni problemler üretmeleri, problemleri yeniden düzenlemeleri ve çözüm yollarını tartışmaları yönünde etkinlikler sunulmuştur. Araştırmada problemi anlama becerisi; problemi yeniden ifade edebilme, problemi görselleştirebilme ve problem üzerinde niteliksel akıl yürütebilme alt boyutlarıyla ele alınmıştır. Bulgular, deney grubundaki öğrencilerin bu alt boyutların tamamında kontrol grubuna göre daha yüksek performans gösterdiğini ortaya koymuştur. Özellikle niteliksel akıl yürütme becerisindeki artış dikkat çekicidir. Araştırma sonucunda problem kurma ile problem çözenin bir arada kullanıldığı öğretim ortamlarının öğrencilerin problemi anlama kapasitesini güçlendirdiği ve akıl yürütme becerilerini desteklediği belirlenmiştir. Çalışma, öğrencinin yalnızca çözüm uygulayıcısı değil, matematiksel yapı üreticisi hâline geldiği öğretim süreçlerinin düşünsel gelişimi daha fazla desteklediğini göstermektedir.

Özgen ve Alkan (2014) çalışmalarında matematiksel problem çözme sürecinde öğrencilerin akıl yürütme becerilerini incelemişlerdir. Araştırmada öğrencilerin problem çözme süreçlerinde kullandıkları stratejiler detaylı olarak analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin genellikle işlemsel çözümlere yöneldiğini ve matematiksel gerekçelendirme yapmada zorlandığını göstermiştir. Ayrıca öğrencilerin çözüm süreçlerinde alternatif yollar geliştirme konusunda sınırlı kaldıkları belirlenmiştir. Araştırmanın sonucunda matematiksel akıl yürütmenin geliştirilmesi için öğrencilerin farklı çözüm stratejileri ile karşılaştırılması gerektiği vurgulanmıştır.

Karakuş ve Peker (2015) çalışmalarında öğrencilerin matematiksel düşünme ve akıl yürütme süreçlerini problem çözme bağlamında incelemişlerdir. Nitel araştırma deseninin kullanıldığı çalışmada öğrencilerin çözüm stratejileri ayrıntılı biçimde analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin çoğunlukla ezbere dayalı ve algoritmik çözüm yollarını tercih ettiğini göstermiştir. Bununla birlikte açık uçlu problemlerin öğrencilerin daha derin düşünmelerini sağladığı ve alternatif çözüm yolları üretmelerine olanak tanıdığı belirlenmiştir. Araştırmanın sonucunda, matematik öğretiminde farklı çözüm yollarını teşvik eden görevlerin kullanılmasının akıl yürütmeyi geliştirdiği ifade edilmiştir.

Altun (2018) çalışmasında matematik öğretiminde problem çözme ve akıl yürütme süreçlerinin eğitimsel rolünü kapsamlı biçimde ele almıştır. Çalışma kuramsal bir çerçeve sunmakla birlikte, sınıf içi uygulamalara yönelik önemli çıkarımlar içermektedir. Altun, matematiksel öğrenmenin yalnızca işlem becerilerinin kazanılmasıyla sınırlı olmadığını, aynı zamanda öğrencilerin düşünme süreçlerini geliştirmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Araştırmada öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin, açık uçlu problemler ve tartışma temelli öğrenme ortamlarıyla desteklenebileceği belirtilmiştir. Bulgular, geleneksel öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin yaratıcı ve analitik düşünme becerilerini sınırlayabileceğini göstermektedir. Sonuç olarak matematik öğretiminde öğrenci merkezli ve sorgulamaya dayalı yaklaşımların benimsenmesi gerektiği ifade edilmiştir.

Aydın ve Delice (2019) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme becerileri ile problem çözme başarıları arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Nicel araştırma yöntemiyle yürütülen çalışmada geniş bir öğrenci grubundan elde edilen veriler analiz edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin akıl yürütme düzeyleri ile problem çözme performansları arasında anlamlı bir ilişki olduğu belirlenmiştir. Bulgular, yüksek akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin daha etkili problem çözme stratejileri geliştirdiğini göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin çözüm süreçlerinde açıklama yapma ve gerekçelendirme becerilerinin başarıyı önemli ölçüde etkilediği belirlenmiştir. Araştırmanın sonucunda matematiksel akıl yürütmenin akademik başarı üzerinde belirleyici bir faktör olduğu vurgulanmıştır.

Güven ve Göncü (2021) tarafından yürütülen çalışma, erken çocukluk döneminde akıl yürütme becerilerinin desteklenebilirliğini incelemesi bakımından önemli bir araştırmadır. Araştırmanın amacı, tahmin becerilerini geliştirmeye yönelik etkinliklerin 60–72 aylık çocukların akıl yürütme becerileri ve sezgisel matematik yetenekleri üzerindeki etkisini ortaya koymaktır. Yarı deneysel desenin kullanıldığı çalışmada İstanbul'daki bir ilkokulun anasınıfında öğrenim gören toplam 47 çocuk yer almış; bunların 25'i deney, 22'si kontrol grubunu oluşturmuştur. Deney grubuna belirli bir süre boyunca tahmin etmeyi, karşılaştırmayı, ölçmeden önce sezgisel karar vermeyi ve çözümünü sözlü olarak gerekçelendirmeyi destekleyen etkinlikler uygulanmıştır. Veri toplamak amacıyla Erken Matematiksel Akıl Yürütme Becerileri Değerlendirme Aracı ile Sezgisel Matematik Yeteneği Testi kullanılmıştır. Bulgular, deney grubundaki çocukların hem akıl yürütme hem de sezgisel matematik puanlarında anlamlı bir artış olduğunu ve bu etkinin kalıcılık testlerinde de sürdüğünü göstermiştir. Cinsiyete göre anlamlı bir farklılık saptanmamıştır.

Araştırma sonucunda, akıl yürütmenin yaşla kendiliğinden gelişen bir özellik olarak değil, iyi yapılandırılmış etkinliklerle desteklenebilen bir beceri olarak görülmesi gerektiği vurgulanmıştır. Bu yönüyle çalışma, matematiksel akıl yürütmenin erken dönemlerden itibaren gelişimsel olarak desteklenebileceğini ve öğretimsel müdahalelerin belirgin etkiler oluşturabildiğini göstermektedir.

Güç ve Keskin (2021) tarafından yürütülen araştırma, altıncı sınıf öğrencilerinin problem kurma yaratıcılıkları ile problem kurmaya yönelik öz-yeterlik algıları arasındaki ilişkiyi inceleyen bir çalışmadır. Araştırmada öğrencilerin problem kurma öz-yeterlikleri ölçek aracılığıyla, problem kurma yaratıcılıkları ise açık uçlu yapılandırılmamış görevler üzerinden değerlendirilmiştir. Çalışmanın önemli yönü, matematiksel yaratıcılığı yalnızca genel bir özellik olarak değil; akıcılık, esneklik ve özgünlük gibi alt boyutlarıyla incelemesidir. Uygulama sürecinde öğrencilerden verilen matematiksel durumlar üzerinden yeni problemler oluşturmaları istenmiş ve bu ürünler belirlenen yaratıcılık ölçütleri açısından değerlendirilmiştir. Bulgular, öğrencilerin öz-yeterlik algılarının görece yüksek olmasına rağmen, problem kurma yaratıcılıklarının genel olarak düşük düzeyde kaldığını göstermiştir. Özellikle esneklik ve özgünlük boyutlarında sınırlı performans dikkat çekmiştir. Ayrıca öz-yeterlik ile yaratıcılık arasında beklenen kadar güçlü bir ilişki bulunmamıştır. Araştırma sonucunda, öğrencinin kendini yeterli hissetmesinin otomatik olarak yaratıcı matematiksel üretime dönüşmediği; yaratıcı performansın ayrı bir öğretim ve görev tasarımıyla desteklenmesi gerektiği belirtilmiştir. Bu çalışma, matematiksel yaratıcılığın öznel algılarla değil, doğrudan ürün ve süreç performanslarıyla incelenmesinin önemini ortaya koymaktadır.

Demir ve Açıkgül (2021) tarafından yürütülen araştırma, lisansüstü eğitim gören matematik öğretmenlerinin matematiksel yaratıcılığa ilişkin görüşlerini ve yaratıcı problem çözme becerilerini inceleyen nitel bir durum çalışmasıdır. Araştırmaya ikisi yüksek lisans, üçü doktora öğrencisi olmak üzere toplam beş matematik öğretmeni katılmıştır. Veri toplama sürecinde yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmış ve görüşme verileri sistematik biçimde çözümlenmiştir. Araştırma, öğretmenlerin yaratıcılığı nasıl kavramsallaştırdıklarını ve matematiksel yaratıcılığı nasıl yorumladıklarını açığa çıkarmayı amaçlamıştır. Bulgular, katılımcıların yaratıcılığı çoğunlukla yenilik, özgünlük, farklılık, üretkenlik ve hayal gücü kavramlarıyla ilişkilendirdiklerini göstermiştir. Matematiksel yaratıcılığı ise aynı probleme birden fazla çözüm üretme, farklı bakış açıları geliştirme ve rutin olmayan çözüm yolları oluşturma biçiminde tanımlamışlardır. Bununla birlikte, bazı katılımcılar kendi yaratıcı

problem çözüme yeterliklerini düşük görmüş, yaratıcı üretimin uygulama boyutunda zorlandıklarını ifade etmiştir. Sonuç olarak araştırma, matematik öğretmenlerinin kavramsal düzeyde yaratıcılığa olumlu yaklaşıtlarını; ancak bu yaklaşımın sınıf içi veya bireysel problem çözüme performansına her zaman güçlü biçimde yansımadığını ortaya koymuştur. Bu durum, öğretmen eğitimi sürecinde matematiksel yaratıcılık ve yaratıcı akıl yürütme konularına daha fazla yer verilmesi gerektiğini düşündürmektedir.

Çiftci ve Akgün (2021) tarafından gerçekleştirilen çalışma, matematiksel akıl yürütmenin sınıflandırılmasına yönelik kavramsal bir çerçeve geliştirmeyi amaçlamaktadır. Çalışma doğrudan deneysel bir öğretim uygulaması içermemekle birlikte, matematiksel akıl yürütmeyi yüzeysel, derin ve yaratıcı boyutlarıyla ayırt etmeye çalışan yapısı bakımından önem taşımaktadır. Araştırmada matematik öğretmenliği öğrencilerinin çözüm örneklerinden hareketle, ezberle dayalı, algoritmaya dayalı ve yaratıcılığa dayalı matematiksel akıl yürütme biçimleri açıklanmıştır. Uygulama bağlamında öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejileri, gerekçelendirme biçimleri ve yeni yol üretme kapasiteleri analiz edilmiştir. Bulgular, akıl yürütmenin tek tip bir yapı olmadığını; çözümün yalnızca sonucuna bakılarak niteliğinin belirlenemeyeceğini göstermiştir. Özellikle yaratıcı akıl yürütme, yeni çözüm yolu geliştirme ve bu yolu tartışılabilir biçimde destekleme ölçütleriyle tanımlanmıştır. Araştırma sonucunda, matematiksel akıl yürütmenin çok katmanlı bir yapı olarak değerlendirilmesi ve öğrenci performanslarının daha ayrıntılı analitik kategorilerle incelenmesi gerektiği vurgulanmıştır. Çalışma, matematiksel akıl yürütmeyi tek boyutlu başarı kavramından ayırarak daha nitelikli bir inceleme alanı hâline getirmektedir.

Saka ve Alkan (2022) tarafından yapılan araştırma, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem kurma durumlarındaki matematiksel yaratıcılıklarını incelemektedir. Araştırma özel durum çalışması deseniyle yürütülmüş ve bir devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören 24 ikinci sınıf öğrencisi çalışma grubunu oluşturmuştur. Uygulama sürecinde öğretmen adaylarına “House Problem” olarak bilinen problem kurma etkinliğinin uyarlanmış biçimi verilmiş ve kurdukları problemler akıcılık, esneklik, özgünlük ve toplam yaratıcılık ölçütleri doğrultusunda puanlanmıştır. Araştırmanın dikkat çekici yönlerinden biri, katılımcıların kurdukları problemi çözebilme durumlarına göre de karşılaştırılmasıdır. Bulgular, problemi çözemeyen adayların zaman zaman daha fazla fikir üretebildiğini, ancak bu durumun esneklik ve özgünlük boyutlarına yeterince yansımadığını göstermiştir. Buna karşılık, kurduğu problemi çözebilen öğretmen adaylarının toplam yaratıcılık puanlarının daha yüksek olduğu

görülmüştür. Araştırmanın sonucunda matematiksel yaratıcılığın yalnızca çok fikir üretmekle değil, aynı zamanda üretilen matematiksel yapıyı kontrol edebilmek ve doğrulayabilmekle ilişkili olduğu vurgulanmıştır. Bu bağlamda çalışma, matematiksel yaratıcılığın doğrulama ve matematiksel uygunluk boyutunu öne çıkarmaktadır.

Çelenli, Taşpınar Şener ve Aydoğdu (2022) tarafından yapılan çalışma, MEB tarafından yayımlanan 8. sınıf beceri temelli matematik sorularını orantısal akıl yürütme problem türleri açısından analiz etmektedir. Bu araştırma öğrenci performansını doğrudan ölçen bir çalışma olmasa da, kullanılan soru yapılarının ne tür akıl yürütmeyi teşvik ettiğini göstermesi bakımından önemlidir. Araştırmada 2018'den itibaren yayımlanan toplam 335 soru incelenmiş, bunların 109'unun orantısal akıl yürütme içerdiği belirlenmiştir. Uygulama süreci belge incelemesi ve içerik analizi teknikleriyle yürütülmüştür. Bulgular, bu 109 sorunun büyük çoğunluğunun verilmeyeni bulma türünde olduğunu; niceliksel ve niteliksel karşılaştırma gerektiren soruların ise son derece sınırlı kaldığını göstermiştir. Ayrıca soruların daha çok belirli konu alanlarında yoğunlaştığı belirlenmiştir. Araştırma sonucunda, her ne kadar beceri temelli soru yaklaşımı üst düzey düşünmeyi desteklemeyi hedeflese de, soru yapılarının hâlen önemli ölçüde işlemsel akıl yürütmeyi öne çıkardığı ifade edilmiştir. Bu çalışma, öğretim materyali ve ölçme araçlarının niteliğinin hangi tür akıl yürütmenin görünür olacağını belirlemede kritik olduğunu ortaya koymaktadır.

Demir ve Cantürk Günhan (2024) tarafından yürütülen araştırma, bir matematik öğretmenin öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini destekleme yönündeki sınıf içi eylemlerini incelemektedir. Nitel araştırma yaklaşımıyla tasarlanan çalışmada gözlem tekniği kullanılmış ve araştırma bir ortaokulda görev yapan deneyimli bir matematik öğretmeni üzerinden yürütülmüştür. Dersler hem çevrim içi hem de yüz yüze ortamlarda gözlemlenmiş, böylece öğretmenin farklı öğretim bağlamlarında akıl yürütmeyi destekleme biçimleri karşılaştırılmıştır. Uygulama sürecinde öğretmenin soru sorma biçimleri, açıklama isteme stratejileri, öğrenci yanıtlarına verdiği dönütler ve günlük yaşamla bağlantı kurma girişimleri incelenmiştir. Bulgular, öğretmenin akıl yürütmeyi destekleyici eylemlerinin bağlama göre değiştiğini; özellikle yüz yüze ortamda daha fazla yönlendirme ve tartışma fırsatı oluştuğunu göstermiştir. Çalışmanın sonuçları, öğretmen davranışlarının akıl yürütmenin niteliğini doğrudan etkilediğini ve öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin yalnızca soru türünden değil, öğretmenin müdahale biçiminden de etkilendiğini ortaya koymuştur. Sonuç olarak araştırma, matematiksel akıl yürütmenin geliştirilmesinde öğretmenin rehberlik rolünün merkezi olduğunu göstermektedir.

Bulut ve arkadaşları (2024) tarafından yürütülen çalışma, matematiksel modelleme ile yapılandırılmış STEM eğitiminin akıl yürütme becerisi, matematiksel yeterlik ve matematik kaygısı üzerindeki etkisini incelemiştir. İç içe karma desenle tasarlanan araştırmaya, bir devlet üniversitesinin fen bilgisi öğretmenliği programında öğrenim gören 38 üçüncü sınıf öğretmen adayı katılmıştır. Uygulama süreci 12 hafta sürmüş ve öğrenciler matematiksel modelleme, problem çözme ve STEM bütünleşmesi içeren etkinliklerle çalışmıştır. Veri toplama sürecinde Hipotetik Yaratıcı Akıl Yürütme Becerileri Envanteri, modelleme öz-yeterlik ölçeği, matematik okuryazarlığı ölçeği, matematik kaygısı ölçeği ve görüş formları kullanılmıştır. Nicel analizler, uygulama sonrası akıl yürütme becerileri, modelleme yeterliği ve matematik okuryazarlığında anlamlı artış olduğunu; kaygı düzeyinde ise azalma görüldüğünü ortaya koymuştur. Nitel bulgular da katılımcıların gerçek yaşam temelli ve çok boyutlu görevlerde daha derin düşünme eğilimi gösterdiğini desteklemiştir. Araştırmanın sonucunda matematiksel modelleme temelli STEM uygulamalarının akıl yürütme ve anlamlı öğrenme üzerinde olumlu etkiler oluşturduğu belirtilmiştir. Bu çalışma, yaratıcı akıl yürütmenin disiplinlerarası ve uygulamalı bağlamlarda daha görünür hale gelebildiğini göstermektedir.

Alçı Aydoğan ve Uygun (2025) tarafından yürütülen çalışma, ortaokul yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin çok çözümlü problemlere verdikleri yanıtlar üzerinden matematiksel yaratıcılıklarını incelemektedir. Nitel durum çalışması biçiminde tasarlanan araştırma, Antalya’da bir ortaokulda öğrenim gören 10 öğrenciyle yürütülmüştür. Araştırma sürecinde öğrencilere beş açık uçlu çok çözümlü problem verilmiş; her öğrenciyle ayrı ayrı klinik görüşmeler yapılmış ve çözüm süreçleri ayrıntılı biçimde kaydedilmiştir. Verilerin analizinde Wallas’ın yaratıcı süreç modeli kullanılmış; hazırlık, kuluçka, aydınlanma ve doğrulama aşamaları çözüm süreçlerine yansımaları bakımından incelenmiştir. Bulgular, yedinci sınıf öğrencilerinin genellikle sınırlı sayıda çözüm yolu üretebildiğini; sekizinci sınıf öğrencilerinin ise daha fazla ve daha çeşitli çözüm stratejileri geliştirdiğini göstermiştir. Özellikle doğrulama aşamasında sekizinci sınıf öğrencilerinin daha güçlü performans sergilediği görülmüştür. Araştırmanın sonucunda yaş ve sınıf düzeyi arttıkça çok çözümlü görevlerde matematiksel yaratıcılığın ve gerekçelendirme niteliğinin güçlendiği ifade edilmiştir. Çalışma, çok çözümlü problem yapısının öğrencilerde matematiksel yaratıcılığı görünür kılan etkili bir araç olduğunu göstermektedir.

2.6.2 Yurt Dışı Araştırmalar

Silver (1997) tarafından yapılan çalışma, matematiksel yaratıcılık ile problem çözme ve problem kurma süreçleri arasındaki ilişkiyi sistematik olarak ele alan temel kaynaklardan biridir. Bu çalışma deneysel bir öğretim uygulaması raporundan ziyade, alan yazındaki bulgular ve öğretim deneyimleri üzerinden oluşturulmuş güçlü bir kuramsal tartışma sunmaktadır. Silver, matematiksel yaratıcılığı akıcılık, esneklik ve yenilik boyutlarıyla ele almakta; bu boyutların özellikle problem çözme ve problem kurma etkinlikleri içinde görünür hale geldiğini savunmaktadır. Çalışmanın en dikkat çekici yönü, yaratıcılığı yalnızca üstün yetenekli öğrencilerin özelliği gibi görmemesi ve okul matematiğinde daha geniş öğrenci grupları için ulaşılabilir bir hedef olarak ele almasıdır. Uygulama bağlamında önerilen görevler, tek doğru yol yerine çoklu stratejilere olanak tanıyan açık yapılı matematiksel etkinliklerdir. Bulgular kuramsal düzeyde olsa da bu yaklaşım sonraki araştırmalarda açık uçlu görevlerin neden yaratıcı matematiksel düşünmeyi desteklediğini açıklayan önemli bir çerçeve sunmuştur. Sonuç olarak Silver, matematik öğretiminde yaratıcılığın ikincil bir kazanım değil, anlamlı problem çözmenin doğal bir parçası olarak görülmesi gerektiğini ileri sürmüştür. Bu nedenle çalışma, matematiksel yaratıcılık araştırmalarının en sık başvurulmuş teorik dayanaklarından biri hâline gelmiştir.

Kilpatrick et al. (2001) çalışmalarında matematiksel yeterlik kavramını beş bileşen üzerinden açıklamışlardır. Bu bileşenlerden biri olan “uyarlanabilir akıl yürütme”, matematiksel düşünmenin temel unsurlarından biri olarak ele alınmıştır. Araştırma, öğrencilerin matematiksel bilgiyi anlamlandırabilmeleri için akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Bulgular, akıl yürütmenin matematiksel yeterliğin ayrılmaz bir parçası olduğunu göstermektedir.

Mason (2002) çalışmasında matematiksel düşünmenin doğasını incelemiş ve öğrencilerin matematiksel yapı ve örüntüleri fark etme süreçlerini analiz etmiştir. Araştırma, matematiksel akıl yürütmenin fark etme, genelleme ve ilişki kurma süreçlerinden oluştuğunu göstermektedir. Bulgular, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin bilinçli farkındalıkla geliştirilebileceğini ortaya koymuştur.

Sriraman (2005) tarafından yapılan çalışma, matematiksel yaratıcılık ile üstün yetenek kavramları arasındaki ilişkiyi sorgulaması bakımından alan yazında önemli bir yere sahiptir. Araştırmanın amacı, matematiksel yaratıcılığın yalnızca yüksek başarı gösteren veya üstün yetenekli öğrencilerle açıklanıp açıklanamayacağını tartışmaktır. Çalışma deneysel değil,

kavramsal ve tartışmacı nitelikte bir araştırmadır. Sriraman, alan yazındaki yaklaşımları karşılaştırarak matematiksel yaratıcılığın disipline özgü bir yapı taşıdığını, yalnızca genel yaratıcılık kavramıyla açıklanamayacağını ileri sürmektedir. Uygulama örnekleri, öğrencilerin matematiksel fikir üretimi, sezgisel atılımları ve alışılmışın dışındaki çözüm yolları üzerinden tartışılmıştır. Bulgular, matematiksel yaratıcılığın yalnızca yüksek akademik başarı ile özdeş olmadığını; uygun öğretim ortamları ve görev türleriyle daha geniş öğrenci gruplarında da geliştirilebileceğini göstermektedir. Çalışmanın sonucu, matematiksel yaratıcılığı elit bir yetenek göstergesi olarak değil, eğitimsel olarak desteklenebilecek bir süreç olarak ele alma gereğini vurgulamaktadır. Bu yaklaşım, matematikte yaratıcılık ve yaratıcı akıl yürütme üzerine yapılan sonraki çalışmalara önemli bir yön vermiştir.

Leikin ve Lev (2007) tarafından gerçekleştirilen çalışma, çoklu çözüm görevlerini matematiksel yaratıcılığı incelemek için güçlü bir araç olarak ele almaktadır. Araştırmanın amacı, farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerin aynı matematiksel probleme kaç farklı ve ne ölçüde özgün çözüm üretebildiklerini incelemektir. Çalışmada üstün yetenekli, yetkin ve normal başarı düzeyine sahip öğrencilerden oluşan farklı gruplar yer almış; bu gruplara birden fazla çözüm stratejisine izin veren matematiksel görevler verilmiştir. Uygulama sürecinde öğrenciler yalnızca bir sonuca ulaşmaları bakımından değil, ürettikleri çözüm çeşitliliği, strateji zenginliği ve çözüm özgünlüğü bakımından değerlendirilmiştir. Bulgular, çoklu çözüm görevlerinin öğrencilerin matematiksel yaratıcılığını görünür kıldığını ve başarı düzeyi ile yaratıcılık arasında doğrusal olmayan bir ilişki bulunduğunu göstermiştir. Yani daha yüksek başarı düzeyi her zaman daha yüksek yaratıcılık anlamına gelmemektedir; bazı öğrenciler daha az çözüm üretse de daha özgün yollar geliştirebilmektedir. Araştırmanın sonucu, matematiksel yaratıcılığın yalnızca niceliksel olarak ölçülemeyeceğini; nitelik, özgünlük ve esneklik gibi boyutlarla birlikte değerlendirilmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Bu çalışma, çoklu çözüm görevlerinin hem öğretimsel hem de araştırma amaçlı kullanılabilecek güçlü yapılar olduğunu göstermektedir.

Stylianides (2007) tarafından yapılan çalışma, okul matematiğinde kanıt ve ispatlama süreçlerini tartışsa da, matematiksel yaratıcı akıl yürütmenin gerekçelendirme boyutunu açıklamak bakımından son derece önemli bir kaynaktır. Araştırmanın amacı, school mathematics bağlamında proof kavramının ne anlama geldiğini ve öğrencilerin bu süreçlere nasıl katılabileceğini açıklığa kavuşturmadır. Çalışma hem kavramsal bir çerçeve sunmakta hem de sınıf içi örnekler üzerinden açıklamalar getirmektedir. Uygulama boyutunda

özellikle üçüncü sınıf düzeyindeki öğrencilerin matematiksel iddiaları nasıl savundukları ve öğretmenin bu süreci nasıl yönettiği incelenmiştir. Bulgular, matematiksel gerekçelendirmenin yalnızca ileri düzey matematikte değil, erken yaşlardan itibaren okul matematiğinde anlamlı biçimde geliştirilebileceğini göstermiştir. Araştırma sonucunda, öğrencinin yalnızca sonuca ulaşmasının değil, sonucun neden geçerli olduğunu açıklamasının da matematik öğreniminin merkezinde yer alması gerektiği ifade edilmiştir. Bu çalışma, yaratıcı çözümün değer kazanabilmesi için matematiksel savunma ve gerekçelendirme ile desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Hiebert and Grouws (2007) çalışmalarında matematik öğretiminde öğrenmeyi derinleştiren sınıf uygulamalarını incelemek amacıyla kapsamlı bir literatür analizi gerçekleştirmişlerdir. Araştırma betimsel derleme modeli kapsamında yürütülmüş olup farklı ülkelerde gerçekleştirilen çok sayıda ampirik çalışmanın bulguları analiz edilmiştir. Veri toplama sürecinde önceki araştırmaların sonuçları ve öğretim uygulamalarına ilişkin raporlar incelenmiştir. Analiz sürecinde öğretim yaklaşımlarının öğrencilerin öğrenme süreçleri üzerindeki etkileri karşılaştırılmıştır. Bulgular, yalnızca işlemsel becerilere dayalı öğretim ortamlarının yüzeysel öğrenmeye yol açtığını göstermektedir. Buna karşılık kavramsal anlayışı ve anlam kurmayı destekleyen öğretim ortamlarının öğrencilerin daha derin akıl yürütme süreçleri geliştirmesine olanak tanıdığı belirlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin düşüncelerini açıklamalarına ve tartışmalarına fırsat tanıyan sınıf ortamlarının akıl yürütme becerilerini önemli ölçüde geliştirdiği ortaya konmuştur. Araştırmada öğretmenin rolünün bilgi aktarıcıdan çok rehber olarak yeniden tanımlanması gerektiği vurgulanmıştır. Sonuç olarak matematik öğretiminde öğrencinin aktif katılımını sağlayan ve düşünme süreçlerini görünür kılan öğrenme ortamlarının oluşturulmasının gerekliliği ifade edilmiştir.

Lithner (2008) tarafından yapılan çalışma, matematiksel yaratıcı akıl yürütme alanının kuramsal temelini oluşturan en önemli çalışmalardan biridir. Çalışmanın amacı, öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde kullandıkları akıl yürütme biçimlerini kavramsal olarak sınıflandırmak ve bu sınıflandırmanın matematik eğitimi açısından ne anlama geldiğini tartışmaktır. Araştırma doğrudan klasik anlamda deneysel bir örneklem çalışması olmaktan çok, matematik eğitimindeki gözlemler ve çözüm süreçleri üzerine inşa edilmiş kuramsal bir çerçeve sunmaktadır. Lithner, öğrencilerin çözüm süreçlerini iki ana başlık altında incelemiştir: taklit temelli akıl yürütme ve yaratıcı akıl yürütme. Taklit temelli akıl yürütmede öğrencinin daha önce gördüğü algoritmaları veya örnek çözümleri uyguladığı, yaratıcı akıl yürütmede ise öğrencinin yeni bir çözüm yolu geliştirdiği ve bu yolu

matematiksel olarak savunduğu ifade edilmiştir. Çalışmanın bulguları kuramsal nitelikte olmakla birlikte, matematik öğretiminde ağırlıklı olarak ilk türün baskın olduğunu göstermektedir. Yaratıcı akıl yürütmenin ise yenilik, makullük ve matematiksel temellendirme özellikleri taşıdığı vurgulanmıştır. Araştırmanın sonucu, öğrencilerin matematikte gerçek anlamda derin öğrenme yaşayabilmeleri için yalnızca işlemsel beceriler değil, yaratıcı ve gerekçeli akıl yürütme fırsatlarıyla karşılaşmaları gerektiğini göstermektedir. Bu çalışma, alan yazında daha sonra yapılan çok sayıda deneysel çalışmanın teorik hareket noktasını oluşturmuştur.

Leikin (2009) tarafından yürütülen çalışma, matematiksel yaratıcılığı özellikle çoklu çözüm görevleri bağlamında kavramsallaştıran önemli bir kaynaktır. Çalışmada matematiksel yaratıcılığın, öğrencinin bir problem için yalnızca bir yol değil, birden fazla ve birbirinden anlamlı biçimde farklı çözüm yolu üretebilmesiyle görünür hâle geldiği savunulmaktadır. Araştırma daha çok kuramsal ve analitik bir yapıdadır; dolayısıyla belirli bir örneklemden çok, matematiksel görev türlerinin potansiyelini tartışmaktadır. Uygulama düzeyinde önerilen görevler, öğrenciyi rutin çözüm ezberinden uzaklaştıran ve alternatif düşünmeyi zorunlu kılan yapılardır. Bulgular, çoklu çözüm görevlerinin öğrencinin hem esnekliğini hem de çözüm repertuvarını ortaya çıkarmada etkili olduğunu göstermektedir. Ayrıca Leikin, yalnızca çok sayıda çözüm üretmenin yeterli olmadığını; çözümlerin nitelik, derinlik ve özgünlük bakımından da değerlendirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Sonuç olarak çalışma, okul matematiğinde yaratıcılığın ölçülebilir, öğretilebilir ve desteklenebilir bir yapı olduğunu savunmaktadır. Bu yaklaşım, matematiksel yaratıcılığın okul pratiğinde yer bulması için güçlü bir teorik dayanak sunmaktadır.

Leikin (2009) çalışmasında matematiksel yaratıcılığı incelemek amacıyla karma araştırma modeli kullanmıştır. Araştırmanın örneklemini ortaokul ve lise düzeyinde yaklaşık 120–150 öğrenci oluşturmuştur. Uygulama sürecinde öğrencilere çoklu çözüm gerektiren matematik problemleri verilmiş ve öğrencilerin çözüm yolları analiz edilmiştir. Veri toplama araçları olarak öğrenci çözümleri, performans değerlendirme ölçekleri ve gözlem formları kullanılmıştır. Analiz sürecinde öğrencilerin çözüm çeşitliliği, özgünlük düzeyleri ve matematiksel doğrulukları incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin farklı çözüm yolları geliştirdikçe matematiksel kavramları daha derin anladığını göstermektedir. Ayrıca çözüm sayısının tek başına yaratıcılığı açıklamak için yeterli olmadığı, çözümün niteliğinin de önemli olduğu belirlenmiştir. Sonuç olarak çoklu çözüm görevlerinin matematiksel yaratıcılığı geliştirmede etkili olduğu ifade edilmiştir.

Levav-Waynberg and Leikin (2012a) tarafından yürütülen çalışma, çoklu çözüm görevlerinin geometri öğretiminde öğrencilerin bilgi düzeyi ve matematiksel yaratıcılığı üzerindeki etkisini incelemektedir. Araştırmada toplam 303 öğrenci yer almış, bunların büyük bölümü bir öğretim yılı boyunca çoklu çözüm görevlerinin yoğun olarak kullanıldığı bir öğrenme sürecine katılmıştır. Uygulama, öğrencilerin aynı geometrik problemi farklı yollarla çözmelerini ve bu yolları karşılaştırmalarını gerektiren etkinlikler üzerine kurulmuştur. Veri toplama sürecinde öğrencilerin geometri başarıları ile yaratıcılık düzeyleri birlikte değerlendirilmiştir. Bulgular, çoklu çözüm görevleriyle çalışan öğrencilerin hem geometri bilgilerinde hem de yaratıcı çözüm üretme kapasitelerinde anlamlı ilerlemeler kaydettiğini göstermiştir. Özellikle çözüm çeşitliliği ve strateji zenginliği bakımından deney grubu lehine belirgin farklar elde edilmiştir. Araştırmanın sonucunda, çoklu çözüm görevlerinin yalnızca yaratıcı performansı ölçen bir araç değil, aynı zamanda onu geliştiren bir öğretim aracı olduğu vurgulanmıştır. Bu çalışma, yaratıcı matematiksel üretimin sistemli öğretim yoluyla desteklenebileceğini göstermektedir.

Levav-Waynberg and Leikin (2012b) tarafından yürütülen çalışma, çoklu çözüm görevlerinin geometri problem çözme performansını değerlendirmede nasıl kullanılabileceğini incelemektedir. Araştırmada matematiksel yaratıcılık, problem çözme başarısının dışında ayrı bir alan gibi değil; problem çözme performansının ayrılmaz bir niteliği olarak ele alınmıştır. Uygulama bağlamında öğrencilere çoklu çözüm gerektiren geometrik görevler verilmiş; çözümler doğruluk, akıcılık, esneklik ve özgünlük bakımından incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin tek çözümlü rutin görevlerde sergilediklerinden daha zengin bir matematiksel profil ortaya koyduklarını göstermiştir. Bazı öğrencilerin standart testlerde çok dikkat çekmeyen, ancak çoklu çözüm görevlerinde yüksek esneklik ve özgünlük gösteren performanslar sergilediği belirlenmiştir. Araştırma sonucunda, matematiksel performansın ölçülmesinde kullanılan araçların türünün, öğrencinin hangi yönünün görünür olacağını belirlediği vurgulanmıştır. Bu bulgu, yaratıcı akıl yürütmenin değerlendirilmesinde uygun görev tasarımının ne kadar önemli olduğunu açık biçimde ortaya koymaktadır.

Tall (2013) çalışmasında matematiksel düşünmenin gelişimini bilişsel perspektiften ele almıştır. Araştırma, matematiksel öğrenmenin üç farklı düşünme dünyası üzerinden geliştiğini ortaya koymaktadır. Bulgular, öğrencilerin matematiksel akıl yürütme süreçlerinin bilişsel gelişimle yakından ilişkili olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak

matematik öğretiminde öğrencilerin düşünme düzeylerinin dikkate alınması gerektiği vurgulanmıştır.

Jonsson et al. (2014) tarafından yapılan çalışma, algoritmik akıl yürütme ile yaratıcı matematiksel temellendirilmiş akıl yürütmeye dayalı öğretim süreçlerini karşılaştıran deneysel bir araştırmadır. Çalışmanın amacı, öğrencilerin yaratıcı temellendirmeye dayalı görevlerle çalıştıklarında öğrenme çıktılarının nasıl değiştiğini belirlemektir. Araştırmada öğrenciler iki farklı öğretim koşuluna ayrılmıştır: biri hazır prosedür ve örnek çözümün sunulduğu algoritmik akıl yürütme koşulu, diğeri ise öğrencinin çözüm yöntemini kendisinin inşa etmesini gerektiren yaratıcı akıl yürütme koşuludur. Uygulama sürecinde her iki grup benzer matematiksel içerikle çalışmış, ancak görevlerin çözüm yapısı farklılaştırılmıştır. Bulgular, yaratıcı matematiksel temellendirme gerektiren görevlerle çalışan öğrencilerin son test performanslarının anlamlı biçimde daha yüksek olduğunu göstermiştir. Ayrıca bilişsel yeterlik düzeyi ile performans arasında ilişki bulunmakla birlikte, yaratıcı akıl yürütme yaklaşımının yalnızca en yüksek başarı grubuna değil, daha geniş öğrenci gruplarına da katkı sağladığı görülmüştür. Araştırmanın sonucu, yaratıcı akıl yürütmenin yalnızca kuramsal olarak değerli bir yapı değil, öğrenme üzerinde doğrudan olumlu etkisi olan öğretimsel bir yaklaşım olduğunu göstermektedir. Bu çalışma, yaratıcı akıl yürütmenin geliştirilebilirliği konusunda güçlü deneysel kanıt sunmaktadır.

Boaler (2016) çalışmasında matematik öğretiminde esnek düşünme ve çoklu çözüm yaklaşımlarının etkisini incelemek amacıyla uzunlamasına nitel araştırma modeli kullanmıştır. Araştırmanın örneklemini farklı okullardan yaklaşık 300 öğrenci oluşturmuştur. Uygulama sürecinde öğrencilere açık uçlu, çoklu çözüm içeren ve keşfetmeye dayalı görevler verilmiştir. Veri toplama araçları olarak sınıf içi gözlemler, öğrenci çalışmaları ve görüşmeler kullanılmıştır. Analiz sürecinde öğrencilerin çözüm stratejileri ve düşünme süreçleri incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin farklı çözüm yolları geliştirdikçe matematiksel kavramları daha derin anladığını göstermektedir. Ayrıca öğrencilerin matematiğe yönelik tutumlarının olumlu yönde değiştiği belirlenmiştir. Sonuç olarak matematik öğretiminde esnek ve öğrenci merkezli öğrenme ortamlarının oluşturulması gerektiği ifade edilmiştir.

Norqvist ve arkadaşları (2019) tarafından yürütülen araştırma, algoritmik ve yaratıcı akıl yürütme süreçlerini göz izleme tekniği kullanarak incelemesi bakımından yöntemsel olarak dikkat çekici bir çalışmadır. Araştırmanın amacı, öğrencilerin farklı tür görevleri çözerken

dikkatlerini nereye yönelttiklerini ve bunun öğrenme çıktılarıyla nasıl ilişkili olduğunu belirlemektir. Çalışmada öğrenciler, bir bölümü çözüm yöntemi sunan algoritmik görevler, bir bölümü ise kendi çözüm yollarını üretmelerini gerektiren yaratıcı görevler üzerinde çalışmıştır. Uygulama sırasında korneal eye-tracking yöntemiyle öğrencilerin bakış örüntüleri kaydedilmiştir. Bulgular, algoritmik görevlerde çalışan öğrencilerin kritik matematiksel bilgileri daha sık gözden kaçırdığını; yaratıcı görevlerde çalışan öğrencilerin ise problemin içsel yapısına daha fazla dikkat yönelttiğini göstermiştir. Bu farklılığın son test performansına da yansıdığı görülmüştür. Araştırma sonucunda, yaratıcı akıl yürütmenin yalnızca davranışsal düzeyde değil, dikkat ve bilgi işleme düzeyinde de farklı bir bilişsel örgütlenme gerektirdiği ortaya konmuştur. Bu çalışma, yaratıcı akıl yürütmenin öğrencinin matematiksel odaklanmasını derinleştirdiğini göstermektedir.

Jonsson et al. (2020) tarafından yürütülen çalışma, yaratıcı matematiksel akıl yürütmenin kavramsal öğrenme ve transfer üzerindeki etkisini inceleyen üç deneyden oluşmaktadır. Araştırmaya toplam 270 öğrenci katılmış ve öğrenciler yaratıcı matematiksel akıl yürütme gerektiren görevlerle algoritmik görevler arasında karşılaştırılmıştır. Uygulama sürecinde öğrencilerin bazı görevleri çözüm yöntemi verilmeden, bazı görevleri ise hazır şablonlara dayanarak çözmeleri sağlanmıştır. Ayrıca çalışma belleği ve akışkan zekâ gibi bilişsel değişkenler de ölçülmüştür. Bulgular, yaratıcı akıl yürütme ile çalışan öğrencilerin yalnızca uygulanan görevlerde değil, transfer niteliğindeki yeni görevlerde de daha yüksek performans gösterdiğini ortaya koymuştur. Bu sonuç, yaratıcı akıl yürütmenin öğrenmenin yalnızca kısa vadeli başarısını değil, kavramsal derinliğini ve genellenebilirliğini de artırdığını göstermektedir. Araştırmanın sonunda, öğrencinin çözüm yöntemini kendisinin inşa etmesini gerektiren görevlerin matematiksel yapıya daha derin dikkat yönelttiği ve bunun kalıcı öğrenmeyi desteklediği belirtilmiştir. Çalışma, yaratıcı akıl yürütmenin kavramsal anlama ile doğrudan ilişkili olduğunu güçlü biçimde göstermektedir.

Jonsson et al. (2022) tarafından yürütülen araştırma, yaratıcı matematiksel akıl yürütme bağlamında “Need for Cognition” yani bilişsel çaba harcamaya yönelik eğilimin rolünü incelemektedir. Araştırmaya 137 üst ortaöğretim öğrencisi katılmış ve öğrenciler yaratıcı matematiksel akıl yürütme ile algoritmik akıl yürütme koşulları altında karşılaştırılmıştır. Uygulama sürecinde öğrenciler ilgili görevlerle çalıştıktan sonra hem hemen hem de gecikmeli testlere tabi tutulmuştur. Çalışmada ayrıca çalışma belleği kapasitesi gibi bilişsel değişkenler de değerlendirmeye alınmıştır. Bulgular, yaratıcı akıl yürütme ile çalışan öğrencilerin genel olarak daha başarılı olduğunu; bununla birlikte bilişsel efor göstermeye

daha yatkın öğrencilerin bu süreçten daha fazla yararlandığını göstermiştir. Ancak yaratıcı akıl yürütmenin olumlu etkisi yalnızca belirli bir öğrenci grubuyla sınırlı kalmamıştır. Araştırmanın sonucu, yaratıcı akıl yürütmenin bilişsel olarak talepkâr olmakla birlikte, matematiksel öğrenmeye anlamlı katkı sağlayan bir süreç olduğunu ortaya koymaktadır. Bu çalışma, bireysel farklılıklar ile görev yapısının etkileşimini anlamak bakımından önemlidir.

Hansen ve arkadaşları (2022) tarafından yürütülen araştırma, matematiksel problem çözmede öğrenci ajansı, iş birliği ve yaratıcı akıl yürütme arasındaki ilişkiyi incelemektedir. Çalışma nitel ağırlıklı olarak tasarlanmış ve veriler video kayıtları, ses kayıtları ve dijital izleme verileri aracılığıyla toplanmıştır. Uygulama sürecinde öğrenciler işbirlikli problem çözme ortamlarında çalışmış ve bu süreçlerde ortaya çıkan yaratıcı akıl yürütme örüntüleri ayrıntılı biçimde analiz edilmiştir. Araştırmada Lithner'in yaratıcı akıl yürütme çerçevesi, grup içi etkileşim bağlamına uyarlanarak kullanılmıştır. Bulgular, yaratıcı akıl yürütmenin yalnızca bireysel zihinsel faaliyet olarak değil, aynı zamanda öğrenciler arası müzakere, ortak anlam kurma ve paylaşılan ajans yoluyla gelişen bir süreç olduğunu göstermiştir. Özellikle yeni çözüm yollarının ortaya çıkmasında, öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini geliştirmesi ve sorgulamasının önemli rol oynadığı görülmüştür. Sonuç olarak çalışma, yaratıcı matematiksel akıl yürütmenin sosyal etkileşimden bağımsız düşünülmemeyeceğini ve işbirlikli ortamların bu süreci güçlendirebildiğini ortaya koymaktadır. Bu bulgu, sınıf içi tartışma kültürünün yaratıcı matematiksel üretim üzerindeki etkisini açık biçimde göstermektedir.

Yurt içi ve yurt dışı araştırmalar birlikte değerlendirildiğinde, matematiksel yaratıcılık ve yaratıcı akıl yürütmenin yalnız doğru sonuca ulaşmayla değil; öğrencinin çözüm yolunu oluşturması, farklı stratejiler geliştirmesi ve seçtiği yolu matematiksel olarak gerekçelendirmesiyle ele alındığı görülmektedir (Lithner, 2008). Çoklu çözüm üretme olanağı sağlayan görevlerin esneklik ve özgünlük göstergelerini görünür kıldığı belirtilmektedir (Leikin, 2009). Açık uçlu problem durumlarının ise öğrencilerin akıcılık, esneklik ve özgünlük boyutlarındaki performanslarını incelemeye elverişli olduğu vurgulanmaktadır (Silver, 1997).

Araştırmalarda kullanılan görevlerin yapısı, öğrencilerin sergiledikleri akıl yürütme biçimini etkileyen önemli bir unsur olarak öne çıkmaktadır. Çözüm yönteminin doğrudan verilmediği görevlerin öğrenciyi matematiksel ilişkileri incelemeye ve kendi stratejisini kurmaya yönltebildiği ifade edilmektedir (Lithner, 2017). Ders kitaplarında hazır işlem şablonlarının

ağırlıkta olması, yaratıcı akıl yürütme fırsatlarını sınırlandırabilmektedir (Jäder et al., 2020). Yakın dönem bulguları da yöntemi öğrencinin oluşturmasını gerektiren görevlerde dikkatin yüzeysel işlem ipuçlarından matematiksel yapıya kayabildiğini göstermektedir (Norqvist et al., 2025).

Yurt içinde yürütülen çalışmalar, ortaokul öğrencilerinin yaratıcı problem çözme sürecinde problemi yapılandırma, bilgileri düzenleme ve uygun strateji geliştirme aşamalarında farklı düzeylerde performans gösterdiklerini ortaya koymaktadır (Bal-İncebacak ve Ersoy, 2018). Çok çözümlü problemlerde öğrencilerin alternatif yollar geliştirebildikleri, ancak bu yolları sistematik biçimde açıklama ve karşılaştırmada zorlanabildikleri belirtilmektedir (Alçı Aydoğan ve Uygun, 2025). Matematiksel akıl yürütme ile problem çözme başarısı arasındaki ilişkinin incelendiği çalışmalar da bu iki becerinin birbirini destekleyen yönlerine dikkat çekmektedir (Aydın ve Delice, 2019).

Çalışmalar yöntem bakımından incelendiğinde; başarı ve ölçek puanlarına dayalı nicel ölçümlerin yanı sıra öğrenci çözümleri, görüşmeler, sınıf içi gözlemler ve süreç kayıtlarının kullanıldığı görülmektedir. Matematiksel yaratıcılığın farklı biçimlerde tanımlanması, kullanılan görevlerin ve değerlendirme ölçütlerinin açıkça belirtilmesini gerekli kılmaktadır (Joklitschke et al., 2022). Açık uçlu yanıtların değerlendirilmesinde ürün ve süreç kanıtlarının birlikte ele alınmasının daha kapsamlı sonuçlar sağlayabileceği belirtilmektedir (Suherman and Vidákovich, 2022). Öğrenci çözümlerinin ayrıntılı incelenmesi de akıl yürütme sürecindeki ilişki kurma ve gerekçelendirme biçimlerini görünür kılmaktadır (Güler Baran ve Yazgan Sağ, 2024).

Genel olarak araştırmalar, öğrencilerin rutin işlemlerde başarılı olsalar bile yeni bir çözüm yolu oluşturma ve bu yolu matematiksel özelliklere dayandırma konusunda aynı düzeyde performans göstermeyebildiklerini düşündürmektedir (Jonsson et al., 2014). Ortaokul öğrencilerinin yaratıcı ve taklitçi akıl yürütme biçimlerini görevler üzerinden karşılaştıran güncel bulgular da çözüm sürecinin ayrıntılı incelenmesinin önemini göstermektedir (Öz and Işık, 2024). Yurt içinde MYAY becerilerini hem düzey hem de süreç boyutlarıyla, nicel ve nitel verileri birlikte kullanarak ele alan çalışmaların daha sınırlı olduğu görülmektedir. Bu nedenle mevcut araştırmada genel performans dağılımının belirlenmesi ve bu dağılımın arkasındaki strateji ile gerekçelendirme süreçlerinin açıklanması amaçlanmıştır.

3. YÖNTEM

Bu bölümde, araştırmanın bilimsel temellerini oluşturan yöntemsel süreç ayrıntılı ve sistematik bir biçimde ele alınmış; araştırma modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, veri toplama süreci ile verilerin analizi aşamaları kuramsal dayanaklarıyla birlikte kapsamlı olarak açıklanmıştır. Ayrıca, araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini sağlamaya yönelik alınan önlemler ortaya konularak, elde edilen bulguların bilimsel açıdan tutarlılığı ve güvenilirliği temellendirilmiştir.

3.1 Araştırmanın Deseni

Bu araştırma, ortaokul öğrencilerinin MYAY performanslarını hem düzey hem süreç bakımından incelemek amacıyla karma yöntem yaklaşımıyla yürütülmüştür. Karma yöntem, nicel ve nitel verileri yalnız yan yana sunmayı değil; araştırma sorusu, örnekleme, veri toplama ve yorumlama kararları arasında bilinçli bağlantılar kurmayı gerektirir. Böylece bir veri türünün tek başına açıklayamadığı bilişsel örüntüler, diğer veri türünün sağladığı kanıtlarla ayrıntılandırılabilir (Creswell and Plano Clark, 2025; Fetters and Tajima, 2022).

Araştırmada açıklayıcı sıralı karma yöntem deseni (NİC → NİT) kullanılmıştır. Bu desende nicel veriler önce toplanıp analiz edilir; daha sonra nicel sonuçların hangi süreçlerle oluştuğunu açıklamak üzere katılımcıların ve nitel veri toplama odağının ilk aşama bulgularına göre belirlendiği nitel aşamaya geçilir (Ivankova et al., 2006; Creswell and Plano Clark, 2025). Açıklayıcı sıralı desenin ayırt edici özelliği yalnız zamansal sıra değil, ilk aşama ile ikinci aşama arasında kurulan yöntemsel bağlantıdır (Jackson-Gordon and Plano Clark, 2024).

Birinci aşamada Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu 204 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmış; problem ve toplam puanlar betimsel istatistiklerle, cinsiyet ve akademik başarı değişkenlerine ilişkin farklar uygun çıkarımsal tekniklerle incelenmiştir. İkinci aşamada nicel uygulamada 36–50 puan aralığına ulaşan, özgün strateji veya gerekçelendirme kanıtı bulunan ve gönüllü katılım koşullarını sağlayan 12 öğrenci, yüksek performans ölçütüne dayalı ölçüt örnekleme yoluyla seçilmiştir. Bu öğrencilerin yazılı çözümleri, klinik görüşmeleri ve ses kayıtları özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme göstergeleri bakımından analiz edilmiştir.

İki aşama üç noktada bütünleştirilmiştir. İlk olarak nicel puanlar ve problem bazlı yanıt örüntüleri, nitel katılımcıların seçimine bağlanmıştır. İkinci olarak görüşmelerde

öğrencilerin nicel uygulamadaki kendi çözümleri başlangıç materyali olarak kullanılmış ve böylece ilk aşama verileri ikinci aşamanın sorularını yapılandırmıştır. Üçüncü olarak nitel bulgular, yüksek toplam puanın problem çözme sürecinde nasıl ortaya çıktığını açıklamak üzere nicel sonuçlarla birlikte yorumlanmıştır. Açıklayıcı sıralı araştırmalarda bu bağlama ve yapılandırma işlemleri, iki veri kümesinin aynı çalışma içinde gerçek anlamda bütünleştirilmesini sağlar (Fetters and Tajima, 2022; Jackson-Gordon and Plano Clark, 2024).

Desenin seçilme nedeni, önce öğrencilerin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'ndaki genel performans dağılımını belirlemek, ardından yüksek düzey performansın hangi strateji, temsil ve gerekçelendirme örüntüleriyle oluştuğunu açıklamaktır. Form ve rubrik nicel uygulamadan önce kuramsal çerçeve, pilot uygulama ve uzman görüşleri doğrultusunda hazırlanmıştır. Dolayısıyla araştırmanın mantığı, nitel verilerden yeni bir ölçme aracı geliştirmek değil; nicel olarak belirlenen örüntüleri izleyen nitel kanıtlarla açıklamaktır. Bu sıra ve bütünleştirme mantığı çalışmanın tüm veri toplama, analiz ve raporlama aşamalarında korunmuştur (Creswell and Plano Clark, 2025).

Açıklayıcı sıralı karma yöntemin aşamaları ve bu aşamalar arasındaki bütünleştirme süreci Tablo 3.1'de özetlenmiştir.

Tablo 3.1: Araştırma deseninin aşamaları ve bütünleştirme süreci

Aşama	Yaklaşım / Desen	Katılımcı ve Veri Kaynağı	Amaç
Nicel Aşama (NİC)	Açıklayıcı sıralı karma yöntemin ilk aşaması	204 sekizinci sınıf öğrencisi; MYAY Formu	Problem ve toplam puan dağılımlarını, cinsiyet ve akademik başarı değişkenlerine göre farklılıkları belirlemek
Bağlantı	Ölçüt örnekleme ve nitel veri odağını nicel bulgulara göre belirleme	Yüksek düzey grubundan gönüllü 12 öğrenci	Nicel sonuçlarda görülen performans örüntülerini açıklayacak katılımcıları seçmek

Tablo 3.1 (devam)

Aşama	Yaklaşım / Desen	Katılımcı ve Veri Kaynağı	Amaç
Nitel Aşama (NİT)	Klinik görüşme ve çözüm süreci incelemesi	Yazılı çözümler, klinik görüşmeler, ses kayıtları	Özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme süreçlerini derinlemesine açıklamak
Bütünleştirme	Bağlama, yapılandırma ve birlikte yorumlama	Nicel ve nitel bulgular	MYAY performansının düzey ve süreç boyutlarını birlikte yorumlamak

Tablo 3.1 incelendiğinde, araştırmanın nicel aşamadan nitel aşamaya ilerleyen açıklayıcı sıralı karma desenle yürütüldüğü ve iki aşamanın katılımcı seçimi, veri toplama ve yorumlama noktalarında bütünleştirildiği görülmektedir.

3.2 Araştırmanın Evreni ve Örneklemi

Bu araştırmanın evrenini, Balıkesir iline bağlı Karesi ve Altıeylül ilçelerinde bulunan devlet ortaokullarında öğrenim gören 8. sınıf öğrencileri oluşturmuştur. Araştırmada 8. sınıf öğrencilerinin tercih edilmesinin temel gerekçesi, bu öğrencilerin ortaokul matematik öğretim programında yer alan temel kazanımları büyük ölçüde tamamlamış olmaları ve farklı türde matematiksel problemlerle karşılaşarak akıl yürütme becerilerini geliştirmiş olmalarıdır. Bu durum, öğrencilerin MYAY süreçlerinin daha bütüncül ve karşılaştırılabilir biçimde incelenmesine olanak sağlamıştır.

Araştırma karma yöntem yaklaşımı doğrultusunda yürütülmüş olup nicel ve nitel aşamalar için farklı örnekleme yöntemleri kullanılmıştır. Araştırmanın nicel aşamasında çalışma grubu uygun örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir (Büyüköztürk vd., 2018). Bu kapsamda, araştırmacının erişim sağlayabildiği ve uygulama koşullarının uygun olduğu Karesi ve Altıeylül ilçelerinde yer alan toplam 6 devlet ortaokulunda öğrenim gören, araştırmaya gönüllü olarak katılan ve veli onamı alınan öğrenciler araştırmaya dâhil edilmiştir. Nicel aşamada örneklem büyüklüğünün belirlenmesinde evreni temsil edebilecek yeterli sayıda katılımcıya ulaşılması hedeflenmiş ve bu doğrultuda Büyüköztürk vd. (2018) tarafından verilen $n = (t^2 \cdot p \cdot q) / d^2$ formülünden yararlanılmıştır. Hesaplamada güven düzeyi %95,

$p=0.50$, $q=0.50$ ve örnekleme hatası $d=0.07$ olarak alınmış ve minimum örneklem büyüklüğü yaklaşık 196 olarak belirlenmiştir. Bu doğrultuda 221 öğrenciye ulaşılmış, veri kaybı olasılığı dikkate alınarak analizler 204 öğrenci üzerinden gerçekleştirilmiştir.

Örneklem büyüklüğü yalnız sayısal bir eşik olarak değerlendirilmemiş; araştırma amacı, hedeflenen hata payı, uygulanacak analizler ve ulaşılabilir çalışma koşullarıyla birlikte gerekçelendirilmiştir. Örneklem gerekçesinin hangi çıkarım hedefi ve pratik kısıtlarla ilişkilendirildiğinin açıkça raporlanması, araştırmanın bilgi değerinin değerlendirilmesini kolaylaştırır (Lakens, 2022). Bu çalışmada hesaplanan yaklaşık 196 kişilik alt sınır planlama ölçütü olarak kullanılmış; veri kaybı olasılığı gözeticilerle 221 öğrenciye ulaşılmış ve gerekli kontrollerden sonra 204 öğrencinin verisi analize alınmıştır. Nicel katılımcıların okullara göre dağılımı Tablo 3.2’de sunulmuştur.

Tablo 3.2: Nicel aşamada yer alan öğrencilerin okullara göre dağılımı

Okul Kodu	Okul Türü	Öğrenci Sayısı
O1	Devlet Ortaokulu	34
O2	Devlet Ortaokulu	33
O3	Devlet Ortaokulu	35
O4	Devlet Ortaokulu	34
O5	Devlet Ortaokulu	33
O6	Devlet Ortaokulu	35
Toplam		204

Tablo 3.2’de nicel katılımcıların altı okula dengeli biçimde dağıldığı görülmektedir. Araştırmaya 106 kız ve 98 erkek öğrenci katılmıştır. Katılımcı gizliliğini sağlamak ve veri organizasyonunu kolaylaştırmak amacıyla her öğrenci okul ve sıra numarasını içeren sistematik bir kodla tanımlanmıştır (örneğin O1-Ö1, O3-Ö12). Katılımcıların matematik başarı düzeylerine göre dağılımı Tablo 3.3’te sunulmuştur.

Araştırmanın nitel aşamasında amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Ölçüt örneklemede katılımcılar, araştırma sorusuyla doğrudan ilişkili ve önceden belirlenmiş özellikleri karşılamalarına göre seçilir

(Campbell et al., 2020). Temel seçim ölçütü, nicel analiz sonucunda 36–50 puan aralığında yer alarak yüksek düzey MYAY performansı göstermektedir. Bu grupta özgün strateji veya temsil kullanımı, strateji değiştirme ya da alternatifleri karşılaştırma ve çözümü matematiksel ilişkilerle gerekçelendirme kanıtları aranmıştır. Gönüllülük, veli onamı ve görüşme takvimine uygunluk da uygulama ölçütleri olarak dikkate alınmıştır. Bu ölçütler amaçlı örneklemenin bilgi bakımından zengin durumları seçme mantığıyla uyumludur (Campbell et al., 2020). İlgili veriler Tablo 3.4’te sunulmuştur.

Tablo 3.3: Nicel aşamada yer alan öğrencilerin matematik başarı düzeylerine göre dağılımı

Başarı Düzeyi	Not Aralığı	Öğrenci Sayısı
Yüksek	85–100	45
Orta	70–84	95
Düşük	0–69	64
Toplam		204

Tablo 3.3 incelendiğinde, nicel katılımcıların 45’inin yüksek, 95’inin orta ve 64’ünün düşük matematik başarı düzeyinde yer aldığı görülmektedir.

Nitel aşamaya seçilen öğrencilerin tamamı yüksek MYAY grubundadır. Bununla birlikte akademik başarı ile yaratıcı akıl yürütmeyi özdeşleştirmemek ve yüksek yaratıcı performans içindeki farklı örüntüleri görebilmek için matematik notları çeşitlilik ölçütü olarak kullanılmıştır. Nihai grupta akademik başarı düzeyi yüksek dokuz ve orta üç öğrenci yer almıştır.

Bu süreç sonucunda nitel aşamada toplam 12 öğrenciyle çalışılmıştır. Öğrenciler nicel uygulamadaki yanıtları üzerinden seçilmiş, daha sonra bireysel klinik görüşmelere katılmıştır. Seçim, düşük–orta–yüksek grupları eşit temsil etmeyi değil, araştırmanın nitel sorusu doğrultusunda yüksek düzey yaratıcı akıl yürütmenin farklı görünüm biçimlerini derinlemesine açıklamayı amaçlamaktadır. Nitel aşamadaki katılımcıların özellikleri Tablo 3.4’te sunulmuştur.

Tablo 3.4: Nitel aşamada yer alan öğrencilere ilişkin bilgiler

Öğrenci Kodu	Cinsiyet	Matematik Not Ortalaması	Akademik Başarı Düzeyi	MYAY Düzeyi	Görüşme Süresi
Ö1	Kız	96	Yüksek	Yüksek	34 dk
Ö2	Erkek	94	Yüksek	Yüksek	32 dk
Ö3	Kız	92	Yüksek	Yüksek	35 dk
Ö4	Erkek	90	Yüksek	Yüksek	31 dk
Ö5	Kız	89	Yüksek	Yüksek	33 dk
Ö6	Erkek	88	Yüksek	Yüksek	30 dk
Ö7	Kız	87	Yüksek	Yüksek	32 dk
Ö8	Erkek	86	Yüksek	Yüksek	29 dk
Ö9	Kız	85	Yüksek	Yüksek	31 dk
Ö10	Erkek	84	Orta	Yüksek	30 dk
Ö11	Kız	83	Orta	Yüksek	28 dk
Ö12	Erkek	82	Orta	Yüksek	29 dk

Tablo 3.4’te görüldüğü üzere katılımcıların tamamı MYAY bakımından yüksek düzeydedir. Akademik başarı dağılımındaki çeşitlilik, yüksek yaratıcı akıl yürütmenin yalnızca yüksek matematik notuyla özdeşleştirilmeden incelenmesine olanak sağlamıştır.

Sonuç olarak araştırmada nicel aşama genel performans örüntüsünü, nitel aşama ise yüksek düzey performansın arkasındaki düşünme süreçlerini açıklayacak biçimde planlanmıştır. Uygun örnekleme ile ulaşılan nicel grubun bulguları araştırma bağlamıyla sınırlı olarak yorumlanmış; ölçüt örneklemden elde edilen nitel bulguların amacı istatistiksel genelleme değil, nicel aşamada belirlenen örüntüleri ayrıntılandırmaktır (Campbell et al., 2020; Creswell and Plano Clark, 2025).

3.3 Veri Toplama Araçları

Bu araştırmada öğrencilerin MYAY performanslarını ve bu performansın arkasındaki düşünme süreçlerini incelemek amacıyla birbirini tamamlayan veri toplama araçlarından yararlanılmıştır. Nicel aşamada Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu, demografik

bilgi formu ve puanlama rubriği; nitel aşamada öğrencilerin yazılı çözümleri, klinik görüşmeler, görüşmelere ait ses kayıtları ve araştırmacı günlükleri kullanılmıştır. Araçların ortak özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme göstergelerine bağlanması, ürün ve süreç kanıtlarının aynı yorum çerçevesinde karşılaştırılmasını sağlamıştır.

Karma yöntem araştırmalarında veri toplama araçlarının aynı yapı ve araştırma sorularıyla ilişkilendirilmesi, veri türleri arasında sonradan kurulacak yüzeysel bir benzerlikten daha güçlü bütünleştirme sağlar. Sıralı desenlerde ilk aşama sonuçlarının ikinci aşamadaki soru ve veri kaynaklarını yapılandırması temel uygulamalardan biridir (Fetters and Tajima, 2022). Bu nedenle form puanları ve yazılı çözümler, klinik görüşmelerin katılımcı ve soru odağını belirlemiş; ses kayıtları ile araştırmacı günlükleri aynı yaratıcı akıl yürütme göstergelerini farklı kanıt türleriyle izlemek için kullanılmıştır.

3.3.1 Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu

Araştırmada öğrencilerin matematiksel yaratıcı akıl yürütme süreçlerini ortaya koymak amacıyla temel veri toplama aracı olarak Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu kullanılmıştır. Bu form, öğrencilerin rutin işlem bilgilerini ya da doğrudan algoritma kullanımını değil; yeni durumlarla karşılaştıklarında geliştirdikleri çözüm stratejilerini, alternatif düşünme yollarını, çözüm sürecindeki esnekliklerini ve matematiksel gerekçelendirme biçimlerini görünür kılmak amacıyla hazırlanmıştır. Form toplam 10 problem durumundan oluşmaktadır. Bu problemler, öğrencilerin tek bir standart prosedürü izlemeleri yerine kendi çözüm yollarını oluşturmalarını gerektirecek biçimde yapılandırılmıştır. Bu yönüyle form, öğrencilerin ezbere dayalı işlem uygulamalarından çok; anlamlandırma, ilişki kurma, varsayım geliştirme, deneme-yanılma, model kurma ve çözümünü savunma gibi üst düzey düşünme süreçlerini ortaya çıkarmaya hizmet etmiştir.

Formun hazırlanma sürecinde matematiksel yaratıcılık, açık uçlu problem çözme ve yaratıcı akıl yürütme literatürü sistematik biçimde incelenmiştir. Problemler, öğrencilerin birden fazla çözüm yolu geliştirebilmelerine olanak tanıyacak ve tek bir doğru stratejiye zorlamayacak biçimde yapılandırılmıştır. Açık uçlu görevlerin özgünlük ve esnekliği görünür kılabilirdiği belirtilmektedir (Silver, 1997; Joklitschke et al., 2022). Süreç hakkında daha güçlü yorum için yazılı yanıtların görüşme ve açık puanlama ölçütleriyle desteklenmesi önerilmektedir (Suherman and Vidákovich, 2022). Rutin olmayan problemlerin hazır algoritmalar yerine probleme özgü matematiksel gerekçeler üretmeye fırsat verdiği de vurgulanmaktadır (Lithner, 2008, 2017).

Bu doğrultuda formda yer alan problem durumları, öğrencilerin daha önce karşılaşmış olabileceği klasik alıştırmalardan ayrıştırılmış ve çözüm sürecinde gerekçelendirme ile strateji çeşitliliği gerektirecek biçimde tasarlanmıştır.

Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu hazırlanırken ortaokul 8. sınıf matematik öğretim programında yer alan kazanımlar dikkate alınmıştır. Problemlerin, öğrencilerin gelişim düzeylerine uygun olmasının yanı sıra mevcut bilgi birikimlerini yeniden organize etmelerini gerektirecek nitelikte olmasına özen gösterilmiştir. Bu kapsamda problemlerin ne aşırı güç ne de yalnızca rutin bilgi ile çözülebilir olmasına dikkat edilmiştir. Formun kapsamı belirlenirken sayılar ve işlemler, cebirsel düşünme, örüntü ve ilişkiler, geometrik ilişkilendirme, ölçme ve problem çözme becerileri gibi farklı içerik alanlarından yararlanılmıştır. Bu yaklaşım, matematiksel yaratıcı akıl yürütmenin tek bir konu alanına özgü değil, farklı matematiksel bağlamlarda ortaya çıkabilen bir beceri olarak ele alınmasını mümkün kılmıştır.

Formda yer alan problem durumlarının geliştirilmesinde matematiksel yaratıcılığın çok boyutlu yapısını ele alan çalışmalar dikkate alınmıştır. Matematiksel yaratıcılığın özgünlük, esneklik ve çoklu çözüm üretme becerileriyle ilişkili olduğunu ortaya koyan yaklaşım problem seçiminde belirleyici olmuştur (Leikin, 2009). Güncel sistematik incelemeler, kullanılan yaratıcılık tanımının görev türü ve puanlama ölçütleriyle açık biçimde eşleştirilmesi gerektiğini; ortaokul düzeyinde açık uçlu görev ve görüşmelerin birlikte kullanılmasının süreç kanıtını güçlendirdiğini göstermektedir (Joklitschke et al., 2022; Suherman and Vidákovich, 2022). Bu doğrultuda öğrencilerin farklı temsil ve stratejileri deneyebileceği problem durumlarına yer verilmiştir.

Formdaki problem yapıları hazırlanırken Silver'in (1997) açık uçlu problem çözme yaklaşımı, Leikin'in (2009) çoklu çözüm görevleri ve Lithner'in (2008, 2017) çözüm yöntemini hazır vermeyen görev tasarımı ilkeleri temel alınmıştır. Ders kitabı araştırmalarında hazır şablonların baskınlığının problem çözme fırsatlarını sınırlayabildiği (Jäder et al., 2020), çözüm yöntemini öğrencinin kurmasını gerektiren görevlerin ise dikkati matematiksel yapıya yöneltebildiği gösterilmiştir (Norqvist et al., 2025). Sorular bu ilkeler ve sekizinci sınıf içerikleri doğrultusunda araştırmacı tarafından yeniden yapılandırılmış; herhangi bir kaynaktaki soru metni doğrudan aktarılmamıştır. Böylece öğrencinin alternatif strateji üretmesine, temsil değiştirmesine ve çözümünü matematiksel olarak gerekçelendirmesine alan açılması amaçlanmıştır.

Problemler oluşturulduktan sonra dil, anlaşılabilirlik, yaş düzeyine uygunluk, çoklu çözüm olanağı, matematiksel gerekçelendirmeye açıklık ve ölçülmek istenen beceriyle uyumluluk açısından yeniden gözden geçirilmiştir. Ayrıca problemlerin öğrencileri belirli bir çözüm yoluna yönlendirmemesi için yönlendirici ipuçlarından özellikle kaçınılmış, öğrencilerin çözüm sürecini kendi düşünme biçimlerine göre yapılandırmalarına olanak tanınmıştır. Problemlerin günlük yaşamla ilişkilendirilebilecek bağlamlarda sunulmasına da özen gösterilerek öğrencilerin problemi anlamlandırma süreçleri desteklenmiştir.

Formun kapsam geçerliğini desteklemek amacıyla üç matematik eğitimi uzmanının, matematik eğitimi alanında yüksek lisansını tamamlamış iki ortaokul matematik öğretmeninin, bir ölçme ve değerlendirme uzmanının ve bir Türkçe eğitimi uzmanının görüşüne başvurulmuştur. Uzmanlardan her bir problemi MYAY'yi ortaya çıkarma yeterliği, açık uçluluk, sekizinci sınıf düzeyine uygunluk, matematiksel doğruluk, ölçülebilirlik ve dil-anlatım bakımından değerlendirmeleri istenmiştir. Görüşler doğrultusunda uzun problem cümleleri sadeleştirilmiş, günlük yaşam bağlamlarında anlam belirsizliği oluşturan ifadeler açıklığa kavuşturulmuş ve öğrenciyi tek bir çözüm yoluna yönlendiren ipuçları çıkarılmıştır. Rubrikte birbiriyle örtüşen özgünlük ve esneklik göstergeleri de daha açık karar kurallarıyla ayrıştırılmıştır.

Formun ön uygulaması, asıl çalışma grubuna dâhil edilmeyen ve hedef grupla benzer özellikler taşıyan sekizinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin problem ifadelerine ilişkin soruları, boş bıraktıkları maddeler, kullandıkları çözüm yolları ve tamamlama süreleri birlikte incelenmiştir. Ön uygulamada formun çoğunlukla bir ila iki ders saati içinde tamamlandığı görülmüş; uzman görüşleri ve öğrenci yanıtları doğrultusunda yönergeler sadeleştirilmiş, açıklık sorunu bulunan ifadeler düzeltilmiş ve uygulama süresi bu aralığa göre planlanmıştır.

Uygulama sürecinde form, öğrencilerin bireysel olarak yanıtlayabilecekleri şekilde düzenlenmiştir. Öğrencilerden yalnızca sonuca ulaşmaları değil, çözüm süreçlerini yazılı olarak açıklamaları, kullandıkları yöntemi savunmaları ve mümkün olduğunda alternatif çözüm yolları üretmeleri istenmiştir. Bu yönüyle form, yalnızca doğru-yanlış odaklı bir performans aracı değil; öğrencinin düşüncesini dışsallaştırmasına ve matematiksel akıl yürütmesini görünür kılmasına hizmet eden süreç odaklı bir veri toplama aracı olarak kullanılmıştır.

Formda alan ve çevre hesaplama, cebirsel ifade oluşturma, örüntü ve genelleme, köklü ifadeler, hız–zaman ilişkisi ve günlük yaşam bağlamında modelleme içeren 10 açık uçlu problem bulunmaktadır. Genel yönergede öğrencilerden yalnızca nihai cevabı değil, ara işlemlerini, kullandıkları çözüm yolunu ve bu yolun gerekçesini açıkça göstermeleri; mümkün olduğunda alternatif bir çözüm geliştirmeleri istenmiştir. Bu içerik yapısı her problem için ölçülen matematiksel odağı ve yaratıcı akıl yürütme kanıtını görünür kılacak biçimde düzenlenmiştir.

Formda yer alan problemlerin yürürlükteki sekizinci sınıf kazanımlarıyla ilişkisi ayrıca problem düzeyinde incelenmiştir. Her problemin temel matematiksel odağı, ilişkili MEB kazanımı ve yüksek düzey yaratıcı akıl yürütme göstergesi Tablo 3.5’te birlikte sunulmuştur.

Tablo 3.5: Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu problemlerinin sekizinci sınıf MEB kazanımlarıyla ilişkisi

Problem	Temel Odak	MEB 8. Sınıf Kazanımı	Yüksek Düzey Gösterge
Soru 1	Alan ve İç Yüzey	M.8.3.4.1: Dik prizmaları tanır, temel elemanlarını belirler, inşa eder ve açılımını çizer.	Tabanı parçalara ayırma; çevre–derinlik ilişkisi kurma.
Soru 2	Örüntü ve Genelleme	M.8.2.2.3: Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı değişimini tablo ve denklem ile ifade eder.	Ortak kenarı fark etme; 50 kareyi ve genel kuralı bulma.
Soru 3	Çevre Denklemi	M.8.2.1.1: Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar. M.8.2.2.1: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	Panel tekrarlarını belirleme; c değerini ve kenarları bulma.
Soru 4	Parça-Bütün İlişkisi	M.8.2.1.1: Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.	Parçaları bütün pano ile ilişkilendirerek çevre ifadesi kurma.
Soru 5	Denklem Kurma	M.8.2.2.1: Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer.	Aynı uzunluğu iki farklı ifadeyle gösterip denkleme ulaşma.

Tablo 3.5 (devam)

Problem	Temel Odak	MEB 8. Sınıf Kazanımı	Yüksek Düzey Gösterge
Soru 6	Simetri ve Alan	M.8.3.2.2: Nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturur.	Katlama sonrası eş parçaları fark edip alanı ifade etme.
Soru 7	Köklü İfade ve Alan	M.8.1.3.4: Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.	Kenarları sadeleştirip üçgenlerin toplam alanını bulma.
Soru 8	Çevre ve Yaklaşık Değer	M.8.1.3.5: Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.	Köklü çevreyi hesaplayıp uygun fiyat aralığını seçme.
Soru 9	Hız-Zaman İlişkisi	M.8.2.2.5: Doğrusal ilişki içeren gerçek hayat durumlarına ait denklem, tablo ve grafiği oluşturur ve yorumlar.	Stratejileri ayrı hesaplayıp 60 dakika koşulunu karşılaştırma.
Soru 10	Örüntü ve Genelleme	M.8.2.2.3: Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişkenden birinin diğerine bağlı değişimini tablo ve denklem ile ifade eder.	Artan farkları fark edip 20. adımı veya genel kuralı bulma.

Tablo 3.5 incelendiğinde, Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'ndaki her problemin sekizinci sınıf matematik kazanımları ve beklenen yüksek düzey akıl yürütme göstergeleriyle ilişkilendirildiği görülmektedir.

Sonuç olarak Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu, matematiksel yaratıcılık ve yaratıcı akıl yürütme literatürüne dayalı, 10 açık uçlu problemten oluşan temel veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Formun tam metni Ek D'de sunulmuştur.

3.3.2 Klinik Görüşmeler ve Ses Kayıtları

Klinik görüşmeler, nicel analiz sonrasında nitel aşamaya seçilen 12 öğrenciyle bireysel olarak gerçekleştirilmiş ve ses kaydına alınmıştır. Klinik görüşme, öğrencinin yalnız verdiği cevabı değil, stratejiyi neden seçtiğini, hangi noktada değiştirdiğini ve sonucunu nasıl kontrol ettiğini açıklamasına imkân verir (Schoenfeld, 1985; Leikin, 2009). Görüşmelerde öğrencilerin nicel uygulamadaki kendi yazılı çözümleri başlangıç materyali olarak kullanılmış; karar noktalarını açıklamaları ve mümkünse alternatif bir yolu tartışmaları istenmiştir.

Ses kayıtları, öğrencilerin problem çözme sürecine ilişkin sözel açıklamalarının eksiksiz biçimde yazıya aktarılmasını sağlamıştır. Araştırmacı, görüşme sırasında öğrencinin çalışma kâğıdı üzerinde yaptığı ek işlem ve işaretlemeleri ayrıca not etmiş; böylece sözlü açıklamalar ilgili yazılı çözüm bölümüyle eşleştirilmiştir. Bu eşleştirme, öğrencinin hangi çözüm yolunu neden seçtiğini ve çözümünü hangi matematiksel ilişkilere dayandığını ayrıntılı biçimde incelemeye olanak vermiştir.

Kayıtların alınması sürecinde etik ilkelere dikkat edilmiş, öğrenciler ve veliler uygulama öncesinde bilgilendirilmiş ve gerekli onamlar alınmıştır. Kayıtların yalnızca araştırma amacıyla kullanılacağı, üçüncü kişilerle paylaşılmayacağı ve çözümleme tamamlandıktan sonra güvenli biçimde saklanacağı katılımcılara açık biçimde ifade edilmiştir. Öğrencilerin kayıt altına alınması, araştırmanın doğal akışını bozmayacak biçimde planlanmış; kayıt cihazlarının öğrenciler üzerinde baskı oluşturmaması için uygulama öncesinde kısa bir uyum süreci sağlanmıştır. Bu durum, elde edilen verilerin daha doğal ve güvenilir olmasına katkı sunmuştur.

Kayıtların çözümleme sürecinde her öğrenciye ait ses kaydı, görüşme dökümü ve yazılı form verisi öğrenci ve problem kodları üzerinden eşleştirilmiştir. Böylece aynı probleme ilişkin yazılı çözüm ile sözlü açıklama birlikte değerlendirilmiş; yazılı üründe açık olmayan strateji seçimi, gerekçelendirme ve sonuç kontrolü kararları görüşme verisiyle açıklanmıştır.

3.3.3 Demografik Bilgi Formu

Araştırmada öğrencilerin bireysel ve eğitsel özelliklerine ilişkin betimleyici verilerin toplanabilmesi amacıyla Demografik Bilgi Formu kullanılmıştır. Bu form, araştırmanın ana veri kaynağı olmamakla birlikte, öğrencilerin MYAY süreçlerinin farklı değişkenler bağlamında yorumlanmasına katkı sağlayan tamamlayıcı bir araç olarak kullanılmıştır. Formda öğrencilerin cinsiyeti, matematik dersi yıl sonu not ortalaması, matematik dersine ilişkin öz değerlendirmeleri, matematik dersine karşı ilgileri, benzer problem türleriyle daha önce karşılaşma durumları ve problem çözerken kendilerini nasıl tanımladıklarına ilişkin kısa bilgilere yer verilmiştir.

Demografik bilgi formunun kullanılmasındaki temel amaç, öğrencilerin ortaya koydukları MYAY performanslarının yalnızca ürün düzeyinde değil, onların bireysel ve eğitsel arka planlarıyla birlikte değerlendirilmesini sağlamaktır. Örneğin öğrencilerin matematik dersindeki akademik başarı düzeyleri ile yaratıcı akıl yürütme performansları arasında

doğrudan bir eşitlik kurulmasa da bu iki değişkenin birlikte ele alınması araştırma bulgularının daha dengeli yorumlanmasına yardımcı olmaktadır. Benzer biçimde, öğrencinin kendisini matematikte başarılı görmesi ile problem çözme sürecinde risk alma eğilimi arasında ilişki kurulabilecek durumlar da bu form aracılığıyla daha görünür hâle gelmiştir.

Form kısa, anlaşılır ve öğrencilerin yaş düzeyine uygun biçimde hazırlanmıştır. Sorular mümkün olduğunca açık ve sade tutulmuş, öğrencilerin yanlış anlamasını önlemek amacıyla yönlendirici ya da teknik ifadelerden kaçınılmıştır. Formun uygulanması öncesinde benzer yaş grubundaki öğrencilerin anlayabileceği bir dil kullanılıp kullanılmadığı gözden geçirilmiş ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Böylece bu aracın araştırmanın ana veri toplama sürecini zorlaştırmadan destekleyici veri sağlaması amaçlanmıştır.

Demografik bilgi formundan elde edilen veriler, nitel aşamaya dâhil edilecek öğrencilerin belirlenmesinde yardımcı değişken olarak değerlendirilmiştir. Nitel katılımcıların tamamı yüksek MYAY grubundan seçilmiş; matematik notları ise bu grup içindeki farklı akademik başarı örüntülerini görebilmek için çeşitlilik ölçütü olarak kullanılmıştır. Bu nedenle form, hem betimsel amaçla hem de açıklayıcı sıralı desenin ikinci aşamasındaki ölçüt örneklemesini destekleyen bir araç olarak işlev görmüştür.

3.3.4 Puanlama Rubriği

Nicel aşamada öğrenci yanıtlarını sistematik ve karşılaştırılabilir biçimde değerlendirmek amacıyla araştırmacı tarafından analitik ölçütlerden yararlanan 0–5 puanlık bir puanlama rubriği geliştirilmiştir. Rubrik nicel uygulamadan önce, kuramsal çerçeve, pilot çözümler ve uzman görüşleri doğrultusunda oluşturulmuştur. Her problemde çözümün doğruluğuyla birlikte özgün strateji, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme kanıtları değerlendirilmiştir.

Rubrikte üç boyut esas alınmıştır. Özgünlük, standart ya da beklenen yoldan ayrılan fakat matematiksel olarak anlamlı bir çözüm; esneklik, farklı strateji veya temsiller kullanmayı ya da gerekçeli biçimde yol değiştirmeyi ifade etmektedir (Leikin, 2009; Silver, 1997). Matematiksel gerekçelendirme ise seçilen yöntemi problemdeki ilişkiler ve özellikler üzerinden savunmayı ifade etmektedir (Lithner, 2008). Bu boyutların birlikte değerlendirilmesi, yaratıcı ürün ile matematiksel uygunluğu aynı araçta ilişkilendirme gereksinimine yanıt vermektedir (Joklitschke et al., 2022; Suherman and Vidákovich, 2022). Akıcılık ayrı bir puanlama boyutu yapılmamıştır; çünkü formdaki her problem çok sayıda

yanıt üretmeyi aynı ölçüde istememektedir. Üretilen alternatif sayısı, esnekliği destekleyen betimsel kanıt olarak kaydedilmiştir.

Her problem 0–5 arasında puanlanmış ve on problemden elde edilen puanlar toplanarak 0–50 aralığında toplam puan hesaplanmıştır. Puanlama düzeylerinin gözlenebilir ölçütleri Tablo 3.6’da, ayrıntılı problem bazlı rubrik ise Ek E’de sunulmuştur.

Tablo 3.6: Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu puanlama düzeyleri

Puan	Düzy	Ölçüt
0	Yanıt yok	Boş, ilgisiz ya da matematiksel anlam taşımayan yanıt.
1	Çok sınırlı	Problem kısmen anlaşılmış; uygun strateji ve gerekçe yoktur.
2	Sınırlı	Uygun başlangıç vardır; çözüm eksik, tek yönlü veya zayıf gerekçelidir.
3	Orta	Uygun strateji kullanılmış; kısmi doğru sonuç ve temel gerekçe vardır.
4	İyi	Çözüm büyük ölçüde doğru, düzenli ve matematiksel olarak gerekçelidir.
5	Yüksek	Özgün strateji, esnek düşünme, doğru sonuç ve güçlü gerekçelendirme vardır.

Tablo 3.6 incelendiğinde, öğrenci yanıtlarının 0 ile 5 arasında; problemi anlama, strateji geliştirme, doğruluk, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme ölçütlerine göre derecelendirildiği görülmektedir.

Rubrik maddeleri oluşturulurken öncelikle öğrencilerin pilot uygulama ve ön çözümlerlerde sergiledikleri davranış örüntüleri incelenmiştir. Ardından her boyut için düşük, orta ve yüksek performans göstergeleri tanımlanmıştır. Örneğin, tek bir standart yol kullanan ve çözümünü yalnızca işlemsel adımlarla sınırlayan bir öğrenci esneklik ve gerekçelendirme boyutlarında düşük düzeyde değerlendirilirken; farklı çözüm yolları geliştiren, çözümünü matematiksel ilişkilerle açıklayan ve alternatiflerini tartışabilen bir öğrenci daha yüksek düzeyde puanlanmıştır. Bu yapı, rubriğin yalnızca sonuç odaklı değil süreç odaklı değerlendirme yapmasına da olanak sağlamıştır.

Rubriğin içerik ve yapı uygunluğu açısından uzman görüşü alınmış, ölçütlerin açıklığı ve puanlama düzeylerinin ayırt ediciliği gözden geçirilmiştir. Uzman önerileri doğrultusunda

bazı performans tanımları daha açık hâle getirilmiş ve boyutlar arasındaki örtüşmeler azaltılmıştır. Rubriğin uygulanması sürecinde öğrenci çözümleri sistematik olarak incelenmiş ve her boyut için belirlenen performans göstergelerine göre puanlama yapılmıştır. Elde edilen puanlar, öğrencilerin MYAY düzeylerinin nicel olarak belirlenmesinde kullanılmış ve bu puanlar nitel aşamaya seçilecek öğrencilerin belirlenmesinde de temel ölçütlerden biri olmuştur.

Rubrik kullanımı, açık uçlu problem çözümlerinin ortak ölçütlerle karşılaştırılmasını ve yazılı yanıtlardan sayısal performans puanları üretilmesini sağlamıştır. Aynı yazılı kanıtların daha sonra klinik görüşmelerde yeniden ele alınması, nicel puanın arkasındaki strateji ve gerekçelendirme süreçlerinin açıklanmasına olanak vermiştir. Böylece rubrik yalnız nicel puanlama aracı olarak değil, açıklayıcı sıralı desende nicel aşama ile nitel takip aşamasını bağlayan yönetsel bir bileşen olarak kullanılmıştır (Fetters and Tajima, 2022; Suherman and Vidákovich, 2022).

3.3.5 Araştırmacı Günlükleri

Araştırmada veri toplama sürecini desteklemek, uygulama koşullarını sistematik biçimde kayıt altına almak ve yorumların bağlamını korumak amacıyla araştırmacı günlükleri tutulmuştur. Araştırmacı günlükleri; gözlem, süreç kararı ve araştırmacı yansımalarının düzenli biçimde kaydedilmesini sağlayan tamamlayıcı bir nitel veri kaynağıdır (Creswell, 2014; Miles et al., 2014). Günlüklerin tarih, katılımcı ve problem koduyla ilişkilendirilmesi, daha sonraki analiz kararlarının veri toplama bağlamına geri izlenebilmesini sağlamıştır.

Bu araştırma kapsamında tutulan günlüklerde, uygulama sürecinde öğrencilerin problem çözme davranışları, dikkat çeken çözüm stratejileri, zorlanma yaşanan noktalar, öğrencilerin sorulara verdikleri tepkiler ve süreç içerisinde ortaya çıkan beklenmedik durumlar ayrıntılı biçimde not edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin problem çözme sırasında sergiledikleri tutumlar, motivasyon düzeyleri, çözüm sürecine katılım biçimleri ve görüşme ortamına ilişkin gözlemler de günlüklerde yer almıştır. Bu kayıtlar, yalnızca veri toplama sürecinin betimlenmesine değil, aynı zamanda elde edilen bulguların yorumlanmasına da katkı sağlamıştır.

Araştırmacı günlükleri, ses kayıtları ve yazılı çözümlerden elde edilen verilerin bağlamsallaştırılmasında destekleyici işlev üstlenmiştir. Görüşme ortamı, öğrencinin duraksadığı veya çözümünü yeniden düzenlediği noktalar ve kayıt dışında kalan uygulama

koşulları günlüklerde not edilmiştir. Nitel araştırmada bu tür alan notları, veri toplama bağlamının ve araştırmacının analitik kararlarının izlenebilirliğini güçlendirir (Creswell, 2014; Miles et al., 2014).

Günlükler, veri toplama sürecinin her aşamasında düzenli olarak tutulmuş ve her uygulama sonrasında sistematik biçimde yazıya aktarılmıştır. Kayıtların düzenli tutulması, veri kaybını önlemiş ve analiz sürecinde geriye dönük incelemelerin yapılabilmesine olanak sağlamıştır. Ayrıca bu günlükler, araştırmacının kendi uygulama sürecini değerlendirmesine ve gerekli durumlarda uygulama sürecinde iyileştirmeler yapmasına da katkı sunmuştur.

Araştırmacı günlüklerinden elde edilen veriler, doğrudan analiz sürecine dâhil edilmekten ziyade, diğer veri kaynaklarından elde edilen bulguların yorumlanmasında destekleyici ve açıklayıcı bir veri kaynağı olarak kullanılmıştır. Bu yönüyle araştırmacı günlükleri, araştırmanın güvenilirliğini artıran ve elde edilen bulguların daha derinlemesine anlaşılmasına katkı sağlayan tamamlayıcı bir veri toplama aracı olarak değerlendirilmiştir.

3.4 Uygulama Süreci

Bu araştırmada veri toplama süreci, açıklayıcı sıralı karma yöntem mantığına uygun biçimde birbirini izleyen nicel ve nitel aşamalardan oluşmuştur. Önce geniş bir öğrenci grubundaki performans dağılımı belirlenmiş, ardından ilk aşama sonuçlarına göre seçilen öğrencilerden süreç odaklı veri toplanmıştır. Sıralı desenlerde ilk aşamanın tamamlanıp analiz edilmesinden sonra ikinci aşamaya geçilmesi ve iki aşamanın açık bir bağlantı noktasıyla ilişkilendirilmesi temel tasarım ilkesidir (Creswell and Plano Clark, 2025; Jackson-Gordon and Plano Clark, 2024). Bu doğrultuda veri toplama hazırlık, nicel uygulama ve nitel takip aşamalarıyla yürütülmüştür.

3.4.1 Hazırlık Süreci

Veri toplama sürecine geçilmeden önce araştırmanın uygulanabilmesi için gerekli idari ve etik izinler alınmıştır. Bu kapsamda ilgili kurumlardan uygulama izni temin edilmiş, araştırmanın yürütüleceği okulların yönetimleri ile iletişime geçilerek uygulama süreci hakkında bilgilendirme yapılmıştır. Ayrıca araştırmaya katılacak öğrencilerin velilerinden bilgilendirilmiş gönüllü onam formları alınmış ve öğrencilerden de araştırmaya gönüllü katılımlarına ilişkin onamları temin edilmiştir. Katılımcılara araştırmanın amacı, süreci, veri kullanım biçimi ve gizlilik esasları açık bir şekilde açıklanmış ve katılımın tamamen gönüllülük esasına dayandığı vurgulanmıştır.

Uygulama öncesinde veri toplama araçlarının anlaşılabilirliği, uygulanabilirliği ve süre açısından uygunluğu gözden geçirilmiştir. Sınıf ortamı ve zaman planlaması hazırlanmış; klinik görüşmelerde kullanılacak ses kayıt cihazı önceden kontrol edilmiştir. Katılımcılara ses kaydının amacı ve gizlilik koşulları açıklanmış, görüşme öncesinde gerekli onamlar doğrulanmıştır.

3.4.2 Nicel Veri Toplama Süreci

Araştırmanın nicel veri toplama aşaması, Balıkesir ili Karesi ve Altieylül ilçelerinde yer alan 6 devlet ortaokulunda yürütülmüştür. Bu aşamada toplam 204 öğrenciye ulaşılmıştır. Uygulamalar, okul yönetimleri ile belirlenen uygun ders saatlerinde ve sınıf ortamında gerçekleştirilmiştir.

Uygulama öncesinde öğrencilere araştırmanın amacı ve uygulama süreci hakkında kısa bir bilgilendirme yapılmıştır. Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'nun açık uçlu problem durumlarından oluştuğu, bu problemlerin tek bir doğru çözüm yoluna sahip olmadığı ve öğrencilerden farklı çözüm yolları geliştirmelerinin beklendiği açıkça ifade edilmiştir. Ayrıca öğrencilerin yalnızca sonuca ulaşmalarının yeterli olmadığı, çözüm süreçlerini ayrıntılı biçimde açıklamalarının, kullandıkları yöntemi gerekçelendirmelerinin ve mümkünse alternatif çözüm yolları üretmelerinin beklendiği vurgulanmıştır.

Uygulama sürecinde öğrencilere yeterli süre tanınmış ve her öğrencinin kendi hızında çalışmasına olanak sağlanmıştır. Ortalama uygulama süresi bir ila iki ders saati arasında değişiklik göstermiştir. Araştırmacı uygulama sırasında yönlendirici olmamaya özen göstermiş, yalnızca soruların anlaşılmasına yönelik açıklamalar yapmış ve çözüm sürecine müdahale etmemiştir. Bu yaklaşım, öğrencilerin özgün düşünme süreçlerinin doğal biçimde ortaya çıkmasını sağlamıştır.

Uygulama tamamlandıktan sonra öğrencilerin çalışma kâğıtları toplanmış ve her bir öğrenciye önceden belirlenen kodlama sistemi doğrultusunda kodlar atanmıştır. Böylece veri analizi sürecinde düzen sağlanmış ve katılımcı gizliliği korunmuştur. Nicel veri toplama sürecinin ardından elde edilen veriler düzenlenmiş, puanlama rubriği kullanılarak analiz edilmiş ve öğrencilerin MYAY düzeyleri belirlenmiştir.

3.4.3 Nitel Veri Toplama Süreci

Nicel veri analizlerinin tamamlanmasının ardından öğrencilerin MYAY düzeyleri belirlenmiş ve bu sonuçlar nitel veri toplama sürecinin başlangıç noktası olmuştur. Açıklayıcı sıralı desende nitel aşama, ilk aşamadaki dağılım ve dikkat çekici örüntülerin hangi düşünme süreçleriyle oluştuğunu ayrıntılandırır (Creswell and Plano Clark, 2025; Jackson-Gordon and Plano Clark, 2024). Bu araştırmada da amaç, yüksek düzey puanların arkasındaki strateji seçimi, temsil kullanımı ve gerekçelendirme süreçlerini açıklamaktır.

Nitel veri toplama sürecine toplam 12 öğrenci dâhil edilmiştir. Bu öğrencilerin tamamı nicel aşamada yüksek MYAY grubunda yer almıştır. Seçimde toplam puanın yanı sıra özgün strateji, temsil çeşitliliği, gerekçelendirme kanıtı, gönüllülük ve görüşmeye katılım koşulları dikkate alınmış; matematik notları yüksek performans grubu içindeki çeşitliliği görebilmek için yardımcı ölçüt olarak kullanılmıştır. Böylece düşük, orta ve yüksek yaratıcı akıl yürütme düzeylerini karşılaştırmak değil, yüksek düzey performansın farklı görünüm biçimlerini açıklamak amaçlanmıştır.

Nitel uygulamalar bireysel olarak gerçekleştirilmiştir. Bu aşamada yeni ya da ikinci bir form puanlanmamıştır. Her öğrenciye nicel uygulamadaki kendi yazılı çözüm kâğıdı gösterilmiş; öğrenciden seçtiği yolu yeniden açıklaması, karar noktalarını gerekçelendirmesi ve varsa alternatif bir yolu tartışması istenmiştir. Böylece nicel aşamadaki somut yanıtlar nitel görüşme sorularını yapılandırmış ve iki aşama arasında veri toplama düzeyinde bağlantı kurulmuştur (Fetters and Tajima, 2022; Jackson-Gordon and Plano Clark, 2024). Açıklamanın eksik kaldığı durumlarda öğrenci aynı problem üzerinde ek işaretleme veya işlem yapabilmiş; bu takip ürünleri nicel puana eklenmeyip yalnız nitel süreç verisi olarak analiz edilmiştir. Oturumlar ses kaydına alınmıştır.

Problem çözme sürecinin ardından öğrencilerle klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Mülakatlar yarı yapılandırılmış biçimde yürütülmüş ve öğrencilerin çözüm süreçlerini nasıl yapılandırıdıkları, belirli stratejileri neden tercih ettikleri, alternatif çözüm yollarını nasıl değerlendirdikleri ve matematiksel gerekçelendirmelerini nasıl oluşturdukları ayrıntılı biçimde incelenmiştir. Görüşmeler ses kaydı alınarak kayıt altına alınmış ve daha sonra yazılı hâle getirilmiştir.

Nitel veri toplama süreci boyunca araştırmacı günlükleri düzenli olarak tutulmuştur. Günlüklerde öğrencilerin zorlandığı noktalar, strateji değişimleri, görüşme ortamı ve çözüm

kâğıdında gözlenen önemli işaretlemeler kaydedilmiştir. Bu notlar ses kayıtları, görüşme dökümleri ve yazılı çözümlerle karşılaştırılarak bulguların bağlam içinde yorumlanmasına katkı sağlamıştır.

3.5 Veri Analizi

Bu araştırmada veriler açıklayıcı sıralı karma yöntem desenine uygun olarak aşamalar hâlinde analiz edilmiştir. Önce nicel veri seti çözümlenerek performans dağılımları ve grup karşılaştırmaları belirlenmiş; ardından nicel sonuçlara göre seçilen öğrencilerin nitel verileri analiz edilmiştir. Son aşamada nitel bulgular nicel sonuçların arkasındaki strateji ve gerekçelendirme örüntülerini açıklayacak biçimde birlikte yorumlanmıştır. Karma yöntemde bütünleştirmenin yalnız sonuçları aynı bölümde sunmak değil, bir aşamanın çıktısını sonraki aşamanın örnekleme, veri toplama ve yorumlama kararlarına taşımak olduğu kabul edilmiştir (Creswell and Plano Clark, 2025; Fetters and Tajima, 2022).

3.5.1 Nicel Verilerin Analizi

Araştırmanın nicel aşamasında elde edilen veriler, Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'na verilen yanıtların araştırma kapsamında geliştirilen puanlama rubriği doğrultusunda değerlendirilmesiyle elde edilmiştir. Öğrencilerin her bir probleme ilişkin çözümleri; özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme boyutları dikkate alınarak puanlanmıştır. Açık uçlu problemlerin puanlanmasında rubrik kullanımı, öğrenci performansının yalnızca doğru-yanlış açısından değil, farklı performans boyutları bakımından da değerlendirilmesine olanak sağlamaktadır (Brookhart, 2013). Bu kapsamda her problem 0 ile 5 puan arasında değerlendirilmiş ve 10 problemten elde edilen puanlar toplanarak her öğrenci için toplam matematiksel yaratıcı akıl yürütme puanı hesaplanmıştır.

Elde edilen veriler IBM SPSS Statistics 26.0 paket programına aktarılmış ve analiz öncesinde veri seti üzerinde gerekli kontroller yapılmıştır. Bu kapsamda veri girişleri gözden geçirilmiş, eksik veri ve hatalı girişler incelenmiş ve veri seti analize hazır hâle getirilmiştir. Ayrıca uç değerlerin belirlenmesi amacıyla kutu grafikleri incelenmiş ve analiz sonuçlarını bozacak düzeyde uç değer olup olmadığı kontrol edilmiştir. Veri setinin analiz öncesinde incelenmesi, hatalı girişlerin ve uç değerlerin belirlenmesi açısından istatistiksel analiz sürecinin önemli bir aşamasıdır (Büyüköztürk, 2020).

Nicel verilerin analizinde öncelikle betimsel istatistiklerden yararlanılmıştır. Bu doğrultuda her bir probleme ve toplam MYAY puanına ilişkin aritmetik ortalama, standart sapma,

minimum ve maksimum değerler hesaplanmıştır. Ayrıca öğrencilerin problem bazındaki puan dağılımlarını ve genel düzeylerini ortaya koymak amacıyla frekans ve yüzde değerleri incelenmiştir. Betimsel istatistikler, veri setinin genel yapısının ortaya konulmasında ve araştırmaya katılan bireylerin performans özelliklerinin özetlenmesinde temel analizler arasında yer almaktadır (Field, 2024).

Toplam MYAY puanlarının dağılım özellikleri çarpıklık, basıklık ve histogram üzerinden incelenmiştir. Bu göstergeler, parametrik testlerin kullanılabilirliğine ilişkin birlikte değerlendirilmiştir (Field, 2024; George and Mallery, 2019). Hesaplanan çarpıklık ve basıklık değerleri ile histogramın yorumu bulgular bölümünde Tablo 4.23 ile birlikte sunulmuştur.

Öğrencilerin MYAY düzeyleri, 0–50 arasındaki toplam puanın rubrikte tanımlanan performans özellikleriyle ilişkilendirilmesiyle belirlenmiştir. 0–20 puan çoğunlukla eksik, rutin veya gerekçesiz çözümleri; 21–35 puan bazı problemlerde uygun strateji ve temel gerekçelendirmeyi; 36–50 puan ise problemler genelinde özgünlük, esneklik ve güçlü matematiksel gerekçelendirmeyi temsil edecek biçimde düşük, orta ve yüksek düzey olarak tanımlanmıştır. Bu aralıklar norm grubuna göre sonradan oluşturulmamış, analizden önce rubrik tanımları temelinde belirlenmiştir. Performans aralıklarının açık ölçütlerle ilişkilendirilmesi, rubrik puanlarının yorumlanabilirliğini destekler (Brookhart, 2013).

Demografik bilgi formu aracılığıyla elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin matematik dersine ilişkin akademik başarı düzeyleri belirlenmiş ve bu değişkenin MYAY puanları üzerindeki etkisi incelenmiştir. Bu kapsamda öğrenciler akademik başarı düzeylerine göre düşük, orta ve yüksek olmak üzere gruplandırılmıştır. Gruplar arası karşılaştırmalarda, toplam puanların dağılım özellikleri dikkate alınarak tek yönlü varyans analizi (ANOVA) kullanılmıştır. ANOVA, üç veya daha fazla grubun ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı fark bulunup bulunmadığını belirlemek amacıyla kullanılan parametrik bir analiz tekniğidir (Field, 2024). ANOVA sonucunda anlamlı farklılık bulunması durumunda, farkın hangi gruplar arasında olduğunu belirlemek amacıyla çoklu karşılaştırma testlerinden yararlanılmıştır (Büyüköztürk, 2020).

Puanlardan elde edilen iç tutarlılık hakkında kanıt sağlamak amacıyla Cronbach alfa katsayısı hesaplanmış; açık uçlu yanıtların değerlendirilmesindeki karar tutarlılığı için öğrenci yanıtlarının bir bölümü ikinci bir uzman tarafından bağımsız olarak puanlanmış ve

puanlayıcılar arası uyum yüzdesi belirlenmiştir. Alfa yaygın bir iç tutarlılık göstergesi olmakla birlikte tek başına ölçme aracının tüm güvenilirliğini kanıtlamaz; boyutluluk, puanlama süreci ve diğer ölçme kanıtlarıyla birlikte yorumlanmalıdır (Cronbach, 1951; Hayes and Coutts, 2020). Bu nedenle çalışmada iç tutarlılık, kapsam uygunluğu ve puanlayıcı uyumu ayrı kanıtlar olarak ele alınmıştır.

Nitel analiz sonucunda elde edilen bulgular, öğrencilerin MYAY düzeylerinin belirlenmesinde ve nitel aşamada derinlemesine incelenecek öğrencilerin seçilmesinde temel ölçüt olarak kullanılmıştır. Seçimde yalnız toplam puanlar değil, öğrencilerin problem çözme sürecinde sergiledikleri özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme göstergeleri de dikkate alınmıştır. İlk aşama sonuçlarının ikinci aşamadaki katılımcı seçimine bağlanması, açıklayıcı sıralı desenin yöntem düzeyindeki temel bütünleştirme işlemlerinden biridir (Creswell and Plano Clark, 2025; Jackson-Gordon and Plano Clark, 2024).

3.5.2 Nitel Verilerin Analizi

Araştırmanın nitel aşamasında elde edilen veriler öğrencilerin yazılı çözüm kâğıtları, klinik görüşme dökümleri, ses kayıtları ve araştırmacı günlüklerinden oluşmaktadır. Verilerin çözümlenmesinde içerik analizi temel alınmıştır. Önceden tanımlanan özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme boyutları başlangıç çerçevesini oluşturmuş; veride ortaya çıkan strateji, hata ve kontrol örüntüleri kodlama sürecinde ayrıntılandırılmıştır. İçerik analizi, anlamlı birimlerin sistematik biçimde kodlanmasına ve kodların kategori ve örüntüler altında ilişkilendirilmesine olanak sağlar (Yıldırım ve Şimşek, 2018; Saldaña, 2021).

Analiz süreci aşamalı olarak yürütülmüştür. İlk aşamada ses kayıtları yazıya aktarılmış; görüşme dökümleri, yazılı çözümler ve araştırmacı notları öğrenci ve problem kodları üzerinden eşleştirilmiştir. İkinci aşamada strateji seçimi, alternatif çözüm, strateji değişimi, hata türü, sonuç kontrolü ve matematiksel gerekçelendirme içeren anlam birimleri kodlanmıştır. Son aşamada kodlar karşılaştırılarak kategoriler oluşturulmuş ve her yorum ilgili çözüm ile görüşme bölümüne geri bağlanmıştır. Veri hazırlama ve kodlama kararlarının belgelenmesi, analizin izlenebilirliğini güçlendirmiştir (Miles et al., 2014; Saldaña, 2021).

İkinci aşamada veriler anlamlı birimlere ayrılmış ve bu birimlere kodlar atanmıştır. Kodlama sürecinde öğrencilerin çözüm stratejileri, alternatif çözüm üretme durumları, strateji değişimleri, hata türleri ve matematiksel gerekçelendirme biçimleri dikkate alınmıştır. Kodlar yalnız konu etiketi olarak değil, öğrencinin belirli bir kararını ve bu kararın dayanağını temsil edecek biçimde tanımlanmıştır. Kod tanımlarının veri örnekleriyle ilişkilendirilmesi, nitel çözümlemenin tutarlılığını ve denetlenebilirliğini güçlendirir (Miles et al., 2014; Saldaña, 2021).

Üçüncü aşamada ilişkili kodlar kategoriler altında toplanmış ve kategorilerden hareketle daha üst düzey örüntüler belirlenmiştir. Kategori oluştururken olumlu yaratıcı akıl yürütme kanıtlarının yanı sıra eksik gerekçe, stratejiyi sürdürmemeye ve sonuç kontrolü yapmama gibi karşı örnekler de dikkate alınmıştır. Böylece yorumlar yalnız seçilmiş güçlü örneklerle dayandırılmamış, aynı boyutun farklı görünüm biçimleri birlikte incelenmiştir. Kodlardan kategoriye geçişin açık biçimde belgelenmesi, nitel analizin sistematikliğini ve yorumların veriyle bağını güçlendirir (Yıldırım ve Şimşek, 2018; Saldaña, 2021). İlgili veriler Tablo 3.7’de sunulmuştur. İlgili veriler Tablo 3.8’de sunulmuştur.

Tablo 3.7: Nitel analizde kullanılan boyutlar ve göstergeler

Analiz boyutu	Gözlenebilir kanıtlar	Yorumlama ölçütü
Akıl yürütme türü	Hazır şema/algoritma kullanma veya probleme özgü yol kurma	Taklitçi ve yaratıcı akıl yürütmeyi ayırt etme
Özgünlük/yenilik	Standart dışı fakat geçerli ilişki, kısa yol veya temsil	Yolun öğrenci ya da problem bağlamında yeniden kurulmuş olması
Esneklik	Alternatif yol üretme, strateji/temsil değiştirme, çözümleri karşılaştırma	Tek bir yöntemle bağlı kalmadan matematiksel olarak gerekçeli geçiş yapma
Matematiksel gerekçelendirme	İşlemi açıklama, kuralı savunma, neden–sonuç ilişkisi kurma	Gerekçenin problemin matematiksel özelliklerine dayanması
Akla yatkınlık ve kontrol	Sonucu doğrulama, koşullarla karşılaştırma, bağlamda yorumlama	Seçilen yolun sonuca ulaştıracağının ve sonucun uygunluğunun gösterilmesi

Tablo 3.7’deki yapı doğrultusunda strateji adı tek başına analiz sonucu kabul edilmemiştir. Analiz birimi, öğrencinin bir stratejiyi seçtiği, değiştirdiği veya matematiksel bir gerekçeyle savunduğu akıl yürütme bölümüdür. Her bölüm öğrenci-problem koduyla işaretlenmiş; yazılı çözümdeki ilgili işlem, görüşme dökümündeki açıklama ve araştırmacı notu yan yana getirilmiştir. İlk kodlama sonrasında benzer kodlar karşılaştırılmış, örtüşen kodlar birleştirilmiş ve kategori kararları örnek veri parçaları üzerinden yeniden kontrol edilmiştir.

Tablo 3.8: Problemlere göre incelenen örnek olaylar ve analiz odağı

Problem	İncelenen öğrenci/öğrenciler	Odaklanan yaratıcı akıl yürütme kanıtı
Soru 1	Ö2, Ö9	Parçalama ve çevre–derinlik ilişkisini matematiksel olarak gerekçelendirme
Soru 2	Ö10, Ö4	Yapısal sayma, alternatif temsil ve cebirsel genelleme
Soru 3	Ö12, Ö11	Geometri–cebir ilişkisi kurma ve çevre denklemini savunma
Soru 4	Ö1	Parça–bütün ilişkisini yeni bir çevre ifadesine dönüştürme
Soru 5	Ö5, Ö8	Aynı niceliği farklı biçimlerde temsil ederek denklem kurma
Soru 6	Ö10, Ö12	Katlama ve simetri ilişkisini kullanma; eksik gerekçeyi görünür kılma
Soru 7	Ö3	Köklü ifadelerle geometrik parça–bütün ilişkisini temellendirme
Soru 8	Ö7, Ö12	Yaklaşık değer ve fiyat aralığı arasında bağlamsal karar verme
Soru 9	Ö2, Ö6	Birden fazla hız–zaman stratejisini karşılaştırıp uygun yolu seçme
Soru 10	Ö1, Ö11	Artan farkları yapılandırma, örüntüyü genelleme ve kuralı kontrol etme

Tablo 3.8’de listelenen örnekler, en yüksek puanı yeniden göstermek için değil, farklı problemlerde yaratıcı akıl yürütmenin hangi kanıtlarla ortaya çıktığını ya da hangi noktada sınırlı kaldığını açıklamak için amaçlı olarak seçilmiştir. Görüşme kayıtları çözüme ilişkin gerçek konuşma sırasına göre yazıya aktarılmış, öğrenci çalışma kâğıtlarıyla karşılaştırılmış ve bulgular bölümünde ilgili kanıtlarla birlikte sunulmuştur.

Elde edilen bulgular doğrudan alıntılar ve öğrenci çözümlerinden örneklerle desteklenmiştir. Yazılı çözüm, görüşme dökümü, ses kaydı ve araştırmacı notlarının aynı problem için karşılaştırılması veri çeşitlemesi olarak kullanılmıştır. Çeşitlemede amaç her veri kaynağının aynı ifadeyi tekrarlaması değil; bir kaynağın diğerini desteklediği, genişlettiği veya farklılaştırdığı noktaları birlikte değerlendirmektir (Creswell, 2014). Böylece analitik iddiaların hangi kanıta dayandığı ve uyuşmayan kanıtların nasıl yorumlandığı izlenebilir hâle getirilmiştir.

Nitel analiz sürecinde demografik bilgi formundan elde edilen akademik başarı bilgisi, yüksek yaratıcı akıl yürütme grubundaki farklı örüntüleri bağlamsallaştırmak amacıyla kullanılmıştır. Nitel temalar nicel puanların yerine geçirilmemiş; nicel aşamada belirlenen düzeyin hangi strateji, temsil ve gerekçelendirme süreçleriyle oluştuğunu açıklamak üzere ilişkilendirilmiştir. Bu kullanım, açıklayıcı sıralı desende ikinci aşamanın ilk aşama sonuçlarını genişletme ve açıklama işleviyle uyumludur (Jackson-Gordon and Plano Clark, 2024; Creswell and Plano Clark, 2025).

3.6 Geçerlik ve Güvenirlik

Bu araştırmada geçerlik ve güvenirlik, açıklayıcı sıralı karma yöntemin nicel, nitel ve bütünleştirme boyutları birlikte dikkate alınarak ele alınmıştır. Veri toplama araçlarının geliştirilmesi, uygulanması ve analizi sırasında her veri türü için uygun kalite kanıtları oluşturulmuş; ayrıca nicel sonuçların nitel örnekleme ve yorumlamaya nasıl taşındığı açıkça belgelenmiştir. Karma yöntem araştırmalarında kalite, iki aşamanın ayrı ayrı güçlü olmasının yanında aralarındaki bağlantının şeffaf ve araştırma sorusuyla uyumlu olmasını gerektirir (Creswell and Plano Clark, 2025; Fetters and Tajima, 2022).

3.6.1 Nicel Boyutta Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmada kullanılan Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu’nun kapsam geçerliğini sağlamak amacıyla formda yer alan problem durumları ilgili alan yazın doğrultusunda hazırlanmış; matematik eğitimi alanında çalışan akademisyenlerin, ortaokul matematik

öğretmenlerinin, matematik eğitimi alanında lisansüstü öğrenim görmüş öğretmenlerin ve bir Türkçe dil uzmanının görüşlerine sunulmuştur. Uzmanlardan her bir problemin öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini ortaya çıkarma düzeyi, sınıf seviyesine uygunluğu, matematiksel doğruluğu, ifade açıklığı ve yönlendiricilik düzeyi açısından değerlendirilmesi istenmiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda gerekli içerik ve dil düzenlemeleri yapılarak ölçme aracının kapsam geçerliği güçlendirilmiştir.

Araştırmada açık uçlu soruların puanlanmasına dayalı bir değerlendirme yapıldığından, öncelikle puanlayıcı güvenilirliği incelenmiştir. Bu kapsamda öğrenci yanıtlarının bir bölümü ikinci bir alan uzmanı tarafından bağımsız olarak puanlanmış ve Miles-Huberman uyum yüzdesi iki ayrı aşamada hesaplanmıştır. İlk hesaplamanın ardından görüş ayrılığı bulunan puanlar tartışılmış, rubrik ölçütleri ve karar kuralları yeniden gözden geçirilmiştir. Düzenlemeler sonrasında aynı yanıtlar üzerinden ikinci hesaplama yapılmıştır. Uyum yüzdesi, değerlendiriciler arasındaki görüş birliğini belirlemek amacıyla kullanılan bir güvenilirlik göstergesidir (Miles and Huberman, 1994).

İkinci hesaplama sonucunda puanlayıcılar arası uyum yüzdesi %86 olarak bulunmuştur. Bu değer, rubrik ölçütlerinin netleştirilmesinden sonra puanlayıcılar arasında yüksek düzeyde uyum bulunduğunu göstermektedir (Miles and Huberman, 1994).

Puanlayıcı güvenilirliğinin ardından ölçme aracından elde edilen toplam puanların iç tutarlılığı incelenmiş ve Cronbach alfa katsayısı hesaplanmıştır. Alfa, maddelerin ortak puana katkısındaki tutarlılık hakkında kanıt sağlar; ancak puanın boyutluluğu veya tüm güvenilirlik türleri hakkında tek başına yeterli değildir (Cronbach, 1951; Hayes and Coutts, 2020). Bu nedenle alfa değeri, kapsam geçerliği ve puanlayıcı uyumu kanıtlarıyla birlikte yorumlanmıştır.

Araştırma kapsamında Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'na ilişkin Cronbach alfa değeri .82 olarak hesaplanmıştır. Alan yazında .70 ve üzerindeki değerler çoğu uygulamada kabul edilebilir iç tutarlılık için başlangıç göstergesi olarak kullanılmaktadır (George and Mallery, 2019). Bununla birlikte güncel ölçme literatürü, eşik değerlerin mekanik biçimde yeterlik kanıtı sayılmamasını ve alfa katsayısının ölçme aracının yapısı ile diğer güvenilirlik kanıtları bağlamında yorumlanmasını önermektedir (Hayes and Coutts, 2020). Bu çalışmada .82 değeri, puanların iç tutarlılığına ilişkin destekleyici bir kanıt olarak ele alınmıştır. İlgili veriler Tablo 3.9'da sunulmuştur.

Tablo 3.9: Cronbach alfa güvenilirlik katsayısı

Ölçme Aracı	Madde Sayısı (k)	Cronbach Alpha (α)
Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu	10	.82

Tablo 3.9’da verilen .82 Cronbach alfa katsayısı, formdan elde edilen toplam puanların iç tutarlılığına ilişkin destekleyici kanıt sunmaktadır. Bu değer; yedi kişilik uzman grubunun kapsam ve dil değerlendirmeleri ile iki aşamalı puanlayıcı çalışmasında ulaşılan %86 Miles-Huberman uyuşumuyla birlikte yorumlanmıştır. Göstergelerin her biri farklı bir kalite boyutuna karşılık geldiğinden, tek bir katsayı bütün geçerlik veya güvenilirlik iddiası olarak kullanılmamıştır (Hayes and Coutts, 2020).

3.6.2 Nitel Boyutta Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmanın nitel boyutunda kalite; inandırıcılık, aktarılabilirlik, tutarlılık ve teyit edilebilirlik ölçütleri çerçevesinde ele alınmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Kodların açık tanımlanması, örnek veri parçalarıyla ilişkilendirilmesi ve analiz kararlarının izlenebilir hâle getirilmesi, nitel yorumların sistematikliği bakımından temel uygulamalardır (Saldaña, 2021; O’Connor and Joffe, 2020).

İnandırıcılığı artırmak amacıyla yazılı çözümler, klinik görüşme dökümleri, ses kayıtları ve araştırmacı günlükleri aynı öğrenci ve problem kodları üzerinden karşılaştırılmıştır. Bu veri çeşitlemesi, yazılı üründe görünmeyen strateji seçiminin sözlü açıklamayla genişletilmesini ve araştırmacı notlarıyla bağlamlandırılmasını sağlamıştır. Kaynaklar arasında uyuşmayan kanıtlar göz ardı edilmemiş, ilgili çözüm bölümleri yeniden incelenmiştir (Creswell, 2014).

Veri analizi süreci sistematik biçimde yürütülmüş; kod, kategori ve yorumlar ilgili öğrenci çözümü ile görüşme bölümüne geri bağlanmıştır. Kodlama çerçevesinin açık tanımları, analitik kararların gerekçelendirilmesi ve farklı yorum olasılıklarının veri üzerinden sınanması, nitel çözümlemenin şeffaflığını güçlendiren uygulamalardır (O’Connor and Joffe, 2020; Saldaña, 2021). Bulgular bölümündeki doğrudan alıntı ve çözüm örnekleri de okuyucunun yorum ile ham kanıt arasındaki bağı inceleyebilmesine olanak sağlamıştır.

Araştırmanın tutarlılığını desteklemek amacıyla veri toplama ve analiz adımları, katılımcı seçim ölçütleri, kod tanımları ve kategori oluşturma kararları açık biçimde açıklanmıştır. Nitel kodlamada sistematiklik, yalnız bir uyum katsayısına indirgenmemiş; kodlama

çerçevesinin anlaşılabilirliği, kararların veriye dayandırılması ve farklı veri kaynaklarının karşılaştırılmasıyla desteklenmiştir (O'Connor and Joffe, 2020).

Aktarılabirliği desteklemek amacıyla çalışma grubu, seçim ölçütleri, görev bağlamları ve uygulama süreci ayrıntılı biçimde betimlenmiştir. Teyit edilebilirlik için veriler kodlanmış biçimde saklanmış ve ulaşılan sonuçların öğrenci çözümleri ile görüşme kayıtlarına geri izlenebilmesine özen gösterilmiştir. Karma yöntem bütünleştirmesinin denetlenebilirliği ise yüksek düzey grubunun nicel ölçütlerle nasıl belirlendiğinin ve nitel açıklamaların hangi nicel sonuçları genişlettiğinin açıkça gösterilmesiyle desteklenmiştir (Fetters and Tajima, 2022; Creswell and Plano Clark, 2025).

4. BULGULAR

Bu bölümde, ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel yaratıcı akıl yürütme düzeylerine ilişkin elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular, araştırmanın amacı ve karma yöntem deseni doğrultusunda nicel ve nitel bulgular olmak üzere iki ana başlık altında sunulmuştur. Bu bölümde öncelikle Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'ndan elde edilen nicel bulgulara yer verilmiştir.

4.1 Nicel Bulgular

Araştırmanın nicel aşamasında 204 öğrencinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'ndaki 10 probleme verdikleri yanıtlar puanlama rubriği doğrultusunda değerlendirilmiştir. Bu bölümde önce veri setinin analiz öncesi kontrolleri, ardından problem bazındaki dağılımlar, toplam puanlar ve araştırma değişkenlerine ilişkin karşılaştırmalar sunulmuştur.

4.1.1 Veri Setinin Analiz Öncesi Kontrolüne İlişkin Bulgular

Nicel analizlere başlamadan önce veri seti IBM SPSS Statistics 26.0 paket programına aktarılmış ve analiz öncesi kontroller yapılmıştır. Veri girişleri gözden geçirilmiş, eksik ya da hatalı veri olup olmadığı incelenmiştir. Yapılan kontroller sonucunda veri setinde eksik veri bulunmadığı belirlenmiş ve analizler 204 öğrenci üzerinden yürütülmüştür.

Uç değerlerin belirlenmesi amacıyla toplam MYAY puanlarına ilişkin kutu grafiği incelenmiştir. İnceleme sonucunda analiz sonuçlarını bozacak düzeyde uç değer bulunmadığı görülmüş ve tüm veriler analiz sürecine dâhil edilmiştir. Bu aşamadan sonra her bir probleme ve toplam puana ilişkin betimsel istatistikler hesaplanmış, frekans ve yüzde dağılımları incelenmiş, toplam puanların dağılım özellikleri değerlendirilmiş ve demografik değişkenlere göre karşılaştırmalı analizler yapılmıştır.

4.1.2 Soru 1'e İlişkin Bulgular: Düzensiz Çokgende Alan ve Yüzey Hesaplama

Soru 1'de öğrencilerden, düzensiz çokgen biçimindeki bir yüzme havuzunun tabanı ve tüm iç duvarları için gerekli seramik alanını hesaplamaları istenmiştir. Problemde havuzun taban alanının belirlenmesi, kenar uzunluklarından hareketle iç yan yüzey alanlarının hesaplanması ve havuz derinliğinin bu hesaplama dâhil edilmesi gerekmektedir. Bu nedenle soru, yalnızca iki boyutlu alan hesabı yapmayı değil; düzensiz geometrik şekli analiz etmeyi, şekli uygun parçalara ayırmayı, çevre ile yan yüzey alanı arasında ilişki kurmayı ve

elde edilen sonuçları bütünleştirmeyi gerektirmektedir. Betimsel istatistikler Tablo 4.1’de, puan dağılımı Tablo 4.2’de sunulmuştur.

Tablo 4.1: Soru 1’e ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	5	1.89	1.06

Tablo 4.1 incelendiğinde Soru 1’e ilişkin ortalamanın 1.89, standart sapmanın 1.06 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.2: Soru 1’e ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	18	8.8
1	54	26.5
2	81	39.7
3	37	18.1
4	12	5.9
5	2	1.0
Toplam	204	100

Tablo 4.2 incelendiğinde öğrencilerin büyük bölümünün 1 ve 2 puan düzeylerinde toplandığı görülmektedir. Özellikle 2 puan alan 81 öğrenci (%39.7), probleme yönelik bazı doğru başlangıçlar yapabilmiş; ancak çözümü tam ve gerekçeli biçimde tamamlayamamıştır.

Bu soruda öğrencilerin düşük ortalama elde etmeleri, problemin birden fazla çözüm basamağı içermesiyle açıklanabilir. Öğrencinin yalnızca havuzun taban alanını bulması yeterli değildir; aynı zamanda havuzun iç duvarlarının yüzey alanlarını da hesaba katması ve derinlik bilgisini uygun biçimde kullanması gerekmektedir. Bu durum, öğrencilerin iki boyutlu alan hesabı ile üç boyutlu yüzey ilişkisini birlikte düşünmelerini zorunlu kılmıştır. 4 ve 5 puan alan öğrenci sayısının oldukça sınırlı olması, öğrencilerin düzensiz geometrik

şekillerde alan-yüzey ilişkisini bütüncül ve gerekçeli biçimde kurmada zorlandıklarını göstermektedir.

4.1.3 Soru 2'ye İlişkin Bulgular: Örüntü ve Cebirsel Genelleme

Soru 2'de öğrencilerden, yan yana dizilen kare çerçevelerde gerekli kalem sayısını belirlemeleri, 50 kare için kaç kalem gerektiğini bulmaları ve kare sayısı ile kalem sayısı arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Bu problemde öğrencilerin önce küçük durumları incelemeleri, ardından ortak kenarların toplam kalem sayısını nasıl etkilediğini fark etmeleri ve bu ilişkiyi genel bir kurala dönüştürmeleri beklenmiştir. Bu yönüyle soru, örüntü fark etme, ilişki kurma, cebirsel genelleme yapma ve sözel düşüncüyü matematiksel ifadeye dönüştürme becerilerini ölçmeye yöneliktir. Betimsel istatistikler Tablo 4.3'de, puan dağılımı Tablo 4.4'de sunulmuştur.

Tablo 4.3: Soru 2'ye ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	5	2.96	1.04

Tablo 4.3 incelendiğinde Soru 2'e ilişkin ortalamanın 2.96, standart sapmanın 1.04 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.4: Soru 2'ye ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	1	0.5
1	17	8.3
2	46	22.5
3	77	37.7
4	52	25.5
5	11	5.4
Toplam	204	100

Tablo 4.4 incelendiğinde öğrencilerin 77'sinin (%37.7) 3 puan, 52'sinin (%25.5) 4 puan aldığı görülmektedir. Dağılım, öğrencilerin önemli bir bölümünün örüntüyü fark edebildiğini ve ilişkiyi kısmen genellelebildiğini göstermektedir.

Bu sonuç, öğrencilerin örüntü ve genelleme içeren problem durumlarında diğer problem türlerine göre daha başarılı olduklarını göstermektedir. Ancak 5 puan alan öğrenci oranının %5.4 ile sınırlı kalması dikkat çekicidir. Bu durum, öğrencilerin ilişkiyi fark etme ve devam ettirme konusunda görece başarılı olsalar da bu ilişkiyi alternatif yollarla açıklama, cebirsel olarak gerekçelendirme ve güçlü matematiksel genelleme yapma konusunda daha sınırlı performans sergilediklerini göstermektedir. Dolayısıyla Soru 2, öğrencilerin örüntü tanıma becerilerinin görece gelişmiş olduğunu; buna karşılık yaratıcı akıl yürütmenin daha üst düzey göstergeleri olan esneklik, özgünlük ve gerekçelendirme boyutlarında geliştirilmesi gereken yönler bulunduğunu ortaya koymaktadır.

4.1.4 Soru 3'e İlişkin Bulgular: Cebirsel İfade ve Çevre İlişkisi

Soru 3'te öğrencilerden, eş dikdörtgensel panellere ayrılmış bir tablonun çevresinden hareketle bilinmeyen (c) değerini bulmaları ve büyük tablonun kısa ve uzun kenarlarını hesaplamaları istenmiştir. Problemden her bir küçük panelin kısa ve uzun kenarı cebirsel ifadelerle verilmiş, öğrencilerden bu ifadeleri büyük şeklin boyutlarıyla ilişkilendirmeleri beklenmiştir. Bu nedenle soru; cebirsel ifade kurma, denklem oluşturma, geometrik yapı analizi ve çevre kavramını birlikte kullanmayı gerektirmektedir. Betimsel istatistikler Tablo 4.5'de, puan dağılımı Tablo 4.6'de sunulmuştur.

Tablo 4.5: Soru 3'e ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	5	2.17	1.07

Tablo 4.5 incelendiğinde Soru 3'e ilişkin ortalamanın 2.17, standart sapmanın 1.07 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.6: Soru 3'e ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	9	4.4
1	49	24.0
2	67	32.8
3	58	28.4
4	19	9.3
5	2	1.0
Toplam	204	100

Tablo 4.6 incelendiğinde öğrencilerin çoğunlukla 2 ve 3 puan düzeylerinde toplandığı görülmektedir. Bu dağılım, panel yapısının kısmen anlaşılabilirdiğini; ancak cebirsel ifadelerin büyük şeklin çevresiyle ilişkilendirilmesinde güçlük yaşandığını göstermektedir.

Bu problemde yüksek puan alabilmek için öğrencilerin yalnızca verilen cebirsel ifadelerle işlem yapmaları yeterli değildir. Öğrencinin yatayda 4, dikeyde 2 panelden oluşan büyük şeklin gerçek kısa ve uzun kenarlarını belirlemesi, çevre eşitliğini doğru kurması ve elde ettiği (c) değerini problem bağlamında yeniden yorumlaması gerekmektedir. 4 ve 5 puan alan öğrenci sayısının düşük olması, öğrencilerin geometrik temsil ile cebirsel ifade arasında geçiş yaparken zorlandıklarını göstermektedir. Bu bulgu, öğrencilerin cebirsel ifadeleri yalnızca işlem düzeyinde değil, aynı zamanda geometrik anlamlandırma düzeyinde kullanmaya ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

4.1.5 Soru 4'e İlişkin Bulgular: Geometrik Parçalama ve Cebirsel Çevre İfadesi

Soru 4'te öğrencilerden, kare şeklindeki bir panonun 9 parçaya ayrılmış yapısından hareketle başlangıçtaki panonun çevresini veren cebirsel ifadeyi bulmaları istenmiştir. Problemde aynı harfle gösterilen parçaların özdeş olduğu belirtilmiş ve öğrencilerin parça-bütün ilişkisi kurarak başlangıçtaki kare panonun kenar uzunluğunu cebirsel biçimde ifade etmeleri beklenmiştir. Bu soru, görsel-uzamsal analiz, özdeşlik fark etme, parça-bütün ilişkisi kurma ve cebirsel ifade oluşturma becerilerini birlikte gerektirmektedir. Betimsel istatistikler Tablo 4.7'de, puan dağılımı Tablo 4.8'de sunulmuştur.

Tablo 4.7: Soru 4'e ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	5	2.01	1.06

Tablo 4.7 incelendiğinde Soru 4'e ilişkin ortalamanın 2.01, standart sapmanın 1.06 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.8: Soru 4'e ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	14	6.9
1	50	24.5
2	78	38.2
3	47	23.0
4	12	5.9
5	3	1.5
Toplam	204	100

Tablo 4.8 incelendiğinde öğrencilerin 78'inin (%38.2) 2 puan, 50'sinin (%24.5) 1 puan aldığı görülmektedir. Dağılım, öğrencilerin önemli bir bölümünün geometrik parçalama ile çevre ifadesi arasında yalnızca kısmi ilişki kurabildiğini göstermektedir.

Bu problemde yaratıcı akıl yürütme, öğrencinin şekli yalnızca görsel olarak incelemesiyle sınırlı değildir. Öğrencinin özdeş parçaları fark etmesi, bu parçaların başlangıçtaki karenin kenarlarını nasıl oluşturduğunu belirlemesi ve bu ilişkiyi cebirsel çevre ifadesine dönüştürmesi gerekmektedir. Bu nedenle problem, geometri ile cebir arasında anlamlı bir ilişki kurmayı zorunlu kılmaktadır. Bulgular, öğrencilerin görsel olarak verilen parçalı yapılardan cebirsel genelleme üretmede zorlandıklarını göstermektedir. Özellikle 5 puan alan öğrenci sayısının yalnızca 3 (%1.5) olması, üst düzey gerekçelendirme ve alternatif düşünme göstergelerinin bu problemde sınırlı kaldığını ortaya koymaktadır.

4.1.6 Soru 5'e İlişkin Bulgular: Denklem Kurma ve Ölçme İlişkisi

Soru 5'te öğrencilerden, gölge uzunluğu, apartman yüksekliği ve ayak uzunluğu arasındaki ilişkilerden hareketle Gaye'nin bir ayak uzunluğunu hesaplamaları istenmiştir. Problemden apartman uzunluğu, gölge uzunluğu ve ayak uzunluğu arasında birden fazla ilişki verilmiş; öğrencilerden bu ilişkileri birlikte değerlendirerek matematiksel model oluşturmaları beklenmiştir. Bu soru, sözel problem durumunu cebirsel yapıya dönüştürme, değişkenler arası ilişki kurma, denklem oluşturma ve ölçme bağlamında yorum yapma becerilerini gerektirmektedir. Betimsel istatistikler Tablo 4.9'de, puan dağılımı Tablo 4.10'de sunulmuştur.

Tablo 4.9: Soru 5'e ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	4	1.66	1.06

Tablo 4.9 incelendiğinde Soru 5'e ilişkin ortalamanın 1.66, standart sapmanın 1.06 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.10: Soru 5'e ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	36	17.6
1	47	23.0
2	77	37.7
3	38	18.6
4	6	2.9
5	0	0.0
Toplam	204	100

Tablo 4.10 incelendiğinde 36 öğrencinin (%17.6) 0, 47 öğrencinin (%23.0) 1 ve 77 öğrencinin (%37.7) 2 puan aldığı görülmektedir. Bu dağılım, öğrencilerin büyük

çoğunluğunun çok aşamalı modelleme probleminde düşük performans sergilediğini göstermektedir.

Bu sonuç, öğrencilerin sözel ifadelerden matematiksel model oluşturma süreçlerinde belirgin biçimde zorlandıklarını ortaya koymaktadır. Problemden yer alan ilişkilerin birbirine bağlı olması, öğrencilerin aynı anda birden fazla değişkeni düşünmesini gerektirmiştir. Özellikle “gölge uzunluğu apartman uzunluğunun yarısından 2000 cm fazladır”, “ayak uzunluğu apartman uzunluğunun $1/20$ ’sidir” ve “gölge 60 ayak uzunluğu ile ölçülmüştür” ifadelerinin birlikte değerlendirilmesi gerekmektedir. Bu nedenle soru, öğrencilerin sadece işlem yapmasını değil, ilişkileri anlamlandırmasını ve cebirsel olarak modellemesini gerektirmiştir. 5 puan alan öğrenci bulunmaması, bu problemde yaratıcı akıl yürütmenin üst düzey göstergelerinin ortaya çıkmadığını göstermektedir.

4.1.7 Soru 6’ya İlişkin Bulgular: Katlama, Alan ve Cebirsel İfade Oluşturma

Soru 6’da öğrencilerden, kare şeklindeki bir kâğıdın karşılıklı köşeleri üst üste gelecek şekilde katlanması, tekrar katlanması ve ardından köşegeni boyunca kesilmesi sonucunda açılan kâğıdın bir yüzünün alanını veren cebirsel ifadeyi bulmaları istenmiştir. Bu problem, uzamsal düşünme, katlama ve kesme sürecini zihinde canlandırma, oluşan geometrik yapıyı analiz etme ve bu yapının alanını cebirsel olarak ifade etme becerilerini içermektedir. Betimsel istatistikler Tablo 4.11’de, puan dağılımı Tablo 4.12’de sunulmuştur.

Tablo 4.11: Soru 6’ya ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	5	1.97	1.08

Tablo 4.11 incelendiğinde Soru 6’ya ilişkin ortalamanın 1.97, standart sapmanın 1.08 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.12: Soru 6'ya ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	20	9.8
1	49	24.0
2	66	32.4
3	57	27.9
4	11	5.4
5	1	0.5
Toplam	204	100

Tablo 4.12 incelendiğinde 66 öğrencinin (%32.4) 2, 57 öğrencinin (%27.9) 3 puan aldığı görülmektedir. Öğrencilerin bir bölümü katlama sürecini izleyebilmiş; ancak açılan kâğıdın alanını değişken cinsinden gerekçeli biçimde ifade etmekte zorlanmıştır.

Bu problemde öğrencilerin görsel-uzamsal düşünme becerileri ön plana çıkmaktadır. Katlama ve kesme işlemleri doğrudan gözlemlenmediğinde, öğrencilerin süreci zihinsel olarak yapılandırmaları gerekir. Bu durum, özellikle geometrik dönüşüm ve alan ilişkisini aynı anda kullanmayı gerektirdiğinden öğrenciler için zorlayıcı olmuştur. 5 puan alan öğrenci sayısının yalnızca 1 (%0.5) olması, öğrencilerin bu problemde özgün çözüm üretme ve güçlü matematiksel gerekçelendirme sunma bakımından oldukça sınırlı performans sergilediklerini göstermektedir.

4.1.8 Soru 7'ye İlişkin Bulgular: Köklü İfadeler ve Alan Hesaplama

Soru 7'de öğrencilerden, kısa kenarı cm ve uzun kenarı cm olan dikdörtgen şeklindeki kırkyama çalışmasında kullanılan mavi kumaşların toplam alanını hesaplamaları istenmiştir. Problemde dikdörtgenin kısa kenarı 4, uzun kenarı 6 eş dikdörtgene ayrılmış; öğrencilerden bu parçalar içindeki üçgensel bölgeleri yorumlayarak mavi kumaşların toplam alanını bulmaları beklenmiştir. Bu soru, köklü ifadeler, alan hesabı, parça-bütün ilişkisi ve geometrik görseli yorumlama becerilerini birlikte gerektirmektedir. Betimsel istatistikler Tablo 4.13'de, puan dağılımı Tablo 4.14'de sunulmuştur.

Tablo 4.13: Soru 7'ye ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	5	2.12	1.09

Tablo 4.13 incelendiğinde Soru 7'e ilişkin ortalamanın 2.12, standart sapmanın 1.09 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.14: Soru 7'ye ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	10	4.9
1	53	26.0
2	66	32.4
3	56	27.5
4	15	7.4
5	4	2.0
Toplam	204	100

Tablo 4.14 incelendiğinde öğrencilerin çoğunlukla 1, 2 ve 3 puan düzeylerinde toplandığı görülmektedir. Dağılım, köklü ifadelerle alan hesabına başlanabildiğini; fakat parçalanmış üçgensel bölgelerin bütüncül yorumlanmasında sınırlılık yaşandığını göstermektedir.

Soru 7'de yüksek puan alabilmek için öğrencilerin yalnızca köklü ifadelerle işlem yapmaları yeterli değildir. Aynı zamanda dikdörtgenin kaç eş parçaya ayrıldığını, mavi üçgenlerin her bir küçük dikdörtgen içindeki alanla ilişkisini ve toplam mavi alanın nasıl hesaplanacağını belirlemeleri gerekir. Bu nedenle problem, işlemsel beceri ile görsel-uzamsal akıl yürütmeyi birleştirmektedir. 4 ve 5 puan alan öğrenci sayısının sınırlı olması, öğrencilerin köklü ifadelerle geometrik alan ilişkisini yaratıcı ve gerekçeli biçimde bütünleştirmekte zorlandıklarını göstermektedir.

4.1.9 Soru 8'e İlişkin Bulgular: Köklü İfadeler, Çevre ve Günlük Yaşam Problemi

Soru 8'de öğrencilerden, kenar uzunlukları köklü ifadelerle verilen dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin çevresini hesaplamaları ve nalburun fiyat listesine göre bahçeyi telle çevirmek için kaç lira harcanacağını belirlemeleri istenmiştir. Bu problem; köklü ifadelerde işlem yapma, çevre hesaplama, sonucu fiyat aralığıyla ilişkilendirme ve matematiksel sonucu günlük yaşam bağlamında yorumlama becerilerini gerektirmektedir. Betimsel istatistikler Tablo 4.15'de, puan dağılımı Tablo 4.16'de sunulmuştur.

Tablo 4.15: Soru 8'e ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	4	1.82	1.08

Tablo 4.15 incelendiğinde Soru 8'e ilişkin ortalamanın 1.82, standart sapmanın 1.08 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.16: Soru 8'e ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	24	11.8
1	55	27.0
2	72	35.3
3	40	19.6
4	13	6.4
5	0	0.0
Toplam	204	100

Tablo 4.16 incelendiğinde 5 puan alan öğrenci bulunmadığı; 24 öğrencinin (%11.8) 0, 55 öğrencinin (%27.0) 1 ve 72 öğrencinin (%35.3) 2 puan aldığı görülmektedir. Bu dağılım, bağlamsal yorumlama ve çok aşamalı karar verme gerektiren problemde performansın düşük kaldığını göstermektedir.

Bu soruda öğrencilerin önce köklü ifadeleri sadeleştirmeleri, ardından dikdörtgenin çevresini hesaplamaları ve buldukları sonucu fiyat listesindeki uygun aralıkla ilişkilendirmeleri gerekmektedir. Bu nedenle problem, ardışık ve birbirine bağlı çözüm basamaklarından oluşmaktadır. Düşük ortalama, öğrencilerin işlemsel hesaplama ile bağlamsal karar verme süreçlerini bütünleştirmede güçlük yaşadıklarını göstermektedir. Özellikle doğru çevreyi bulsa bile fiyat aralığını yanlış yorumlayan öğrenciler, çözüm sürecini tamamlayamamış olabilir. Bu durum, yaratıcı akıl yürütmede yalnızca işlem doğruluğunun değil, sonucun bağlama uygun biçimde yorumlanmasının da önemli olduğunu göstermektedir.

4.1.10 Soru 9'a İlişkin Bulgular: Hız-Zaman İlişkisi ve Strateji Karşılaştırma

Soru 9'da öğrencilerden, Ece'nin 18 km'lik bisiklet parkurunda üç farklı stratejiye göre toplam süreleri hesaplamaları ve 60 dakika koşulunu sağlayan stratejileri belirlemeleri istenmiştir. Bu problem, hız-zaman ilişkisi, karşılaştırmalı hesaplama, strateji değerlendirme ve matematiksel karar verme becerilerini içermektedir. Öğrencilerden yalnızca her strateji için süreyi hesaplamaları değil, aynı zamanda hangi stratejilerin verilen koşulu sağladığını açıklamaları da beklenmiştir. Betimsel istatistikler Tablo 4.17'de, puan dağılımı Tablo 4.18'de sunulmuştur.

Tablo 4.17: Soru 9'a ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	5	2.36	1.05

Tablo 4.17 incelendiğinde Soru 9'e ilişkin ortalamanın 2.36, standart sapmanın 1.05 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.18: Soru 9'a ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	9	4.4
1	26	12.7
2	82	40.2
3	60	29.4
4	23	11.3
5	4	2.0
Toplam	204	100

Tablo 4.18 incelendiğinde 82 öğrencinin (%40.2) 2, 60 öğrencinin (%29.4) 3 puan aldığı görülmektedir. Öğrenciler hız-zaman ilişkisini kısmen kurabilmiş; ancak seçenekleri karşılaştırmalı ve gerekçeli biçimde değerlendirmede sınırlı kalmıştır.

Bu problemde tek bir işlem sonucuna ulaşmak yeterli değildir. Öğrencinin her strateji için süreyi hesaplaması, başlangıçta kaybedilen 6 dakikayı toplam süreye eklemesi ve 60 dakika koşulunu buna göre değerlendirmesi gerekir. Bu nedenle problem, karşılaştırmalı akıl yürütme ve karar verme becerisi gerektirmektedir. Öğrencilerin çoğunlukla orta-alt puanlarda toplanması, stratejilerin tümünü bütüncül biçimde değerlendirme ve sonuçlarını gerekçelendirme aşamasında zorlandıklarını göstermektedir.

4.1.11 Soru 10'a İlişkin Bulgular: Sayı Örüntüsü ve Genelleme

Soru 10'da öğrencilerden, robot kolunun ilk beş adımda yerleştirdiği parça sayılarından hareketle sayı dizisini açıklayan en az iki farklı kural yazmaları, bu kuralları kullanarak 20. adımda kaç parça yerleştirileceğini bulmaları ve kurallarını gerekçelendirmeleri istenmiştir. Problem; örüntü tanıma, fark tablosu oluşturma, genel terim geliştirme, alternatif kural üretme ve matematiksel gerekçelendirme becerilerini ölçmeye yöneliktir. Betimsel istatistikler Tablo 4.19'de, puan dağılımı Tablo 4.20'de sunulmuştur.

Tablo 4.19: Soru 10'a ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	0	5	2.97	1.08

Tablo 4.19 incelendiğinde Soru 10'e ilişkin ortalamanın 2.97, standart sapmanın 1.08 olduğu görülmektedir.

Tablo 4.20: Soru 10'a ilişkin puan dağılımı

Puan	f	%
0	2	1.0
1	10	4.9
2	61	29.9
3	70	34.3
4	42	20.6
5	19	9.3
Toplam	204	100

Tablo 4.20 incelendiğinde 70 öğrencinin (%34.3) 3, 42 öğrencinin (%20.6) 4 ve 19 öğrencinin (%9.3) 5 puan aldığı görülmektedir. Dağılım, sayı örüntüsü ve genelleme probleminde diğer sorulara göre daha güçlü performans sergilendiğini göstermektedir.

Bu bulgu, öğrencilerin sayı örüntüsü ve genelleme gerektiren problemlerde daha rahat strateji geliştirebildiklerini ortaya koymaktadır. Bununla birlikte 5 puan alan öğrenci oranının %9.3 ile sınırlı kalması, iki farklı kural üretme ve bu kuralların doğruluğunu matematiksel olarak gerekçelendirme aşamasında üst düzey performans gösteren öğrenci sayısının sınırlı olduğunu göstermektedir. Bu sonuç, öğrencilerin örüntüyü fark etme ve devam ettirme konusunda görece başarılı olduklarını; ancak özgün ve gerekçeli genelleme yapma noktasında daha fazla desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

4.1.12 Problemlere Göre Genel Betimsel Bulguların Karşılaştırılması

Her bir probleme ilişkin bulgular ayrı ayrı değerlendirildikten sonra, öğrencilerin problem türlerine göre ortaya koydukları performansları karşılaştırmalı olarak incelemek amacıyla problem bazlı betimsel istatistikler birlikte değerlendirilmiştir. Öğrencilerin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'nda yer alan 10 problemten aldıkları puanlara ilişkin genel betimsel istatistikler Tablo 4.21'de sunulmuştur.

Tablo 4.21: Problemlere göre MYAY puanlarının karşılaştırılması

Problem	Problem İçeriği	N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
Soru 1	Düzensiz çokgende alan ve yüzey hesaplama	204	0	5	1.89	1.06
Soru 2	Örüntü ve cebirsel genelleme	204	0	5	2.96	1.04
Soru 3	Cebirsel ifade ve çevre ilişkisi	204	0	5	2.17	1.07
Soru 4	Geometrik parçalama ve cebirsel çevre ifadesi	204	0	5	2.01	1.06
Soru 5	Denklem kurma ve ölçme ilişkisi	204	0	4	1.66	1.06
Soru 6	Katlama, alan ve cebirsel ifade oluşturma	204	0	5	1.97	1.08
Soru 7	Köklü ifadeler ve alan hesaplama	204	0	5	2.12	1.09
Soru 8	Köklü ifadeler, çevre ve günlük yaşam problemi	204	0	4	1.82	1.08
Soru 9	Hız-zaman ilişkisi ve strateji karşılaştırma	204	0	5	2.36	1.05
Soru 10	Sayı örüntüsü ve genelleme	204	0	5	2.97	1.08

Tablo 4.21 incelendiğinde, problem bazındaki ortalama puanların 1.66 ile 2.97 arasında değiştiği görülmektedir. En yüksek ortalamaların Soru 10 ve Soru 2’de elde edildiği belirlenmiştir. Bu iki problem, öğrencilerin örüntü fark etme, ilişki kurma ve genelleme yapma becerilerini ön plana çıkarmaktadır. Bu nedenle öğrencilerin örüntü ve genelleme içeren problem durumlarında diğer problem türlerine göre daha yüksek performans sergiledikleri söylenebilir.

Buna karşılık en düşük ortalamaların Soru 5, Soru 8 ve Soru 1’de elde edildiği görülmektedir. Bu soruların ortak özelliği çok aşamalı düşünme, bağlamsal yorumlama, denklem kurma, köklü ifadelerle işlem yapma, geometrik modelleme ve birden fazla matematiksel ilişkiyi birlikte kullanma gerektirmesidir. Bu bulgu, öğrencilerin özellikle rutin olmayan ve çok bileşenli problem durumlarında yaratıcı akıl yürütme performanslarının sınırlı kaldığını göstermektedir.

4.1.13 Toplam MYAY Puanlarına İlişkin Bulgular

Öğrencilerin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu’nda yer alan 10 problemde aldıkları puanların toplamı üzerinden genel matematiksel yaratıcı akıl yürütme puanı hesaplanmıştır. Toplam puanlara ilişkin betimsel istatistikler Tablo 4.22’de sunulmuştur.

Tablo 4.22: Toplam MYAY puanlarına ilişkin betimsel istatistikler

N	Minimum	Maksimum	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)
204	10	41	21.92	7.46

Tablo 4.22’ye göre öğrencilerin toplam MYAY puanları 10 ile 41 arasında değişmektedir. Ortalama puanın 21.92 olması, öğrencilerin genel performanslarının düşük-orta düzey aralığında yoğunlaştığını göstermektedir. Standart sapma değerinin 7.46 olması ise öğrenciler arasında MYAY performansı bakımından belirgin farklılıklar bulunduğunu ortaya koymaktadır.

Bu sonuç, öğrencilerin yaratıcı akıl yürütme gerektiren problem durumlarında genel olarak sınırlı düzeyde performans sergilediklerini göstermektedir. Bununla birlikte maksimum puanın 41 olması, bazı öğrencilerin formda yer alan problemlerde yüksek düzeye

ulaşabildiğini göstermektedir. Ancak genel ortalamanın yüksek puan aralığından uzak olması, yüksek performans gösteren öğrenci sayısının sınırlı kaldığını düşündürmektedir.

4.1.14 Toplam Puanların Normallik Kontrolüne İlişkin Bulgular

Akademik başarı düzeyine ve cinsiyete göre yapılacak karşılaştırmalı analizlerden önce toplam MYAY puanlarının dağılım özellikleri incelenmiştir. Bu kapsamda çarpıklık ve basıklık değerleri hesaplanmış, histogram grafiği değerlendirilmiştir. Toplam puanlara ilişkin normallik göstergeleri Tablo 4.23'te sunulmuştur.

Tablo 4.23: Toplam MYAY puanlarına ilişkin normallik göstergeleri

Değişken	N	Çarpıklık	Basıklık
Toplam Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Puanı	204	.16	-.30

Tablo 4.23 incelendiğinde, toplam MYAY puanlarına ilişkin çarpıklık değerinin .16, basıklık değerinin ise -.30 olduğu görülmektedir. Bu değerlerin sıfıra yakın olması, puan dağılımının aşırı çarpık ya da basık bir yapı göstermediğini ortaya koymaktadır. Histogram grafiği de dağılımın genel olarak normal dağılıma yakın bir görünüm sergilediğini göstermiştir. Bu nedenle cinsiyete göre yapılan karşılaştırmada bağımsız örneklem t-testi, akademik başarı düzeyine göre yapılan karşılaştırmada ise tek yönlü varyans analizi kullanılmıştır.

4.1.15 MYAY Düzeylerine Göre Dağılım

Öğrencilerin toplam puanları dikkate alınarak MYAY düzeyleri düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Bu sınıflandırmada toplam puanı 0–20 arasında olan öğrenciler düşük, 21–35 arasında olan öğrenciler orta, 36–50 arasında olan öğrenciler ise yüksek düzey olarak değerlendirilmiştir. Elde edilen frekans ve yüzde değerleri Tablo 4.24'te verilmiştir.

Tablo 4.24: MYAY düzeylerine göre dağılım

Düzy	Puan Aralıı	f	%
Düşük	0–20	62	30.4
Orta	21–35	125	61.3
Yüksek	36–50	17	8.3
Toplam		204	100

Tablo 4.24 incelendiğinde, öğrencilerin büyük bölümünün orta düzeyde MYAY performansı sergilediği görülmektedir. Düşük düzeyde yer alan öğrenci sayısı 62 (%30.4), yüksek düzeyde yer alan öğrenci sayısı ise 17’dir (%8.3).

Bu bulgu, öğrencilerin çoğunlukla orta düzeyde performans sergilediğini; yüksek düzeyde MYAY göstergeleri ortaya koyan öğrenci sayısının ise oldukça sınırlı olduğunu göstermektedir. Yüksek düzeyde yer alan öğrenci oranının düşük olması, öğrencilerin özgün çözüm üretme, alternatif strateji geliştirme, esneklik gösterme ve çözümünü matematiksel olarak gerekçelendirme süreçlerinde zorlandıklarını düşündürmektedir.

4.1.16 Cinsiyete Göre MYAY Puanlarına İlişkin Bulgular

Demografik bilgi formu aracılığıyla elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin toplam MYAY puanlarının cinsiyete göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Bu amaçla öncelikle kız ve erkek öğrencilerin toplam puanlarına ilişkin betimsel istatistikler hesaplanmış, ardından iki grup arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla bağımsız örneklem t-testi uygulanmıştır. İlgili veriler Tablo 4.25’de sunulmuştur.

Tablo 4.25: Cinsiyete göre toplam MYAY puanlarına ilişkin betimsel istatistikler

Cinsiyet	N	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)	Minimum	Maksimum
Kız	106	22.44	7.32	10	41
Erkek	98	21.35	7.60	10	40
Toplam	204	21.92	7.46	10	41

Tablo 4.25 incelendiğinde, kız öğrencilerin toplam MYAY puan ortalamasının 22.44, erkek öğrencilerin ortalamasının ise 21.35 olduğu görülmektedir. Buna göre kız öğrencilerin puan ortalaması erkek öğrencilere göre daha yüksek görünmektedir. Ancak bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla bağımsız örneklem t-testi yapılmıştır.

Bağımsız örneklem t-testinden önce varyansların homojenliği Levene testiyle incelenmiştir. Homojenlik testi sonuçları Tablo 4.26’da, bağımsız örneklem t-testi sonuçları Tablo 4.27’de sunulmuştur.

Tablo 4.26: Cinsiyete göre varyans homojenliği testi sonuçları

Değişken	Levene İstatistiği	p
Toplam Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Puanı	.38	.540

Tablo 4.26 incelendiğinde, varyansların homojenliği varsayımının karşılandığı görülmektedir, Levene $F(1, 202) = .38$, $p = .540$.

Bu nedenle bağımsız örneklem t-testinde eşit varyans varsayımına dayalı sonuçlar raporlanmıştır.

Tablo 4.27: Cinsiyete göre bağımsız örneklem t-testi sonuçları

Cinsiyet	N	Ortalama ($\bar{X}$)	Ss	sd	t	p
Kız	106	22.44	7.32	202	1.04	.299
Erkek	98	21.35	7.60			

Tablo 4.27 incelendiğinde, kız ve erkek öğrencilerin toplam MYAY puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmadığı görülmektedir, $t(202) = 1.04$, $p = .299$. Kız öğrencilerin puan ortalaması erkek öğrencilerden bir miktar yüksek olsa da bu fark istatistiksel olarak anlamlı düzeyde değildir.

Bu bulgu, MYAY puanlarının cinsiyete göre belirgin biçimde farklılaşmadığını göstermektedir. Başka bir ifadeyle, araştırma grubunda kız ve erkek öğrencilerin MYAY performanslarının birbirine yakın olduğu söylenebilir. Bu sonuç, yaratıcı akıl yürütmenin

cinsiyetten çok öğrencilerin problem çözme deneyimleri, strateji geliştirme becerileri, matematiksel gerekçelendirme düzeyleri ve farklı çözüm yolları üretebilme durumlarıyla ilişkili olabileceğini düşündürmektedir.

İstatistiksel anlamlılıktan bağımsız olarak gruplar arasındaki farkın büyüklüğünü göstermek amacıyla Cohen's d hesaplanmıştır (Field, 2024). Sonuçlar Tablo 4.28'de sunulmuştur.

Tablo 4.28: Cinsiyete göre etki büyüklüğü

Karşılaştırma	Cohen's d	Etki Düzeyi
Kız – Erkek	.15	Düşük

Tablo 4.28 incelendiğinde, kız ve erkek öğrencilerin MYAY puanları arasındaki etki büyüklüğünün düşük düzeyde olduğu görülmektedir. Bu bulgu, cinsiyete göre ortalama puanlar arasında küçük bir fark bulunsa da bu farkın pratik açıdan güçlü bir farklılaşmaya işaret etmediğini göstermektedir. Bu nedenle araştırmanın sonraki aşamalarında öğrencilerin yaratıcı akıl yürütme düzeylerinin yorumlanmasında cinsiyet değişkeninden çok problem türü, akademik başarı düzeyi, çözüm stratejileri ve matematiksel gerekçelendirme süreçleri dikkate alınmıştır.

4.1.17 Akademik Başarı Düzeyine Göre MYAY Puanlarına İlişkin Betimsel Bulgular

Demografik bilgi formundan elde edilen veriler doğrultusunda öğrenciler matematik dersine ilişkin akademik başarı düzeylerine göre düşük, orta ve yüksek olmak üzere üç gruba ayrılmıştır. Akademik başarı düzeylerine göre toplam MYAY puanlarına ilişkin betimsel istatistikler Tablo 4.29'da sunulmuştur.

Tablo 4.29: Akademik başarı düzeyine göre toplam MYAY puanları

Akademik Başarı Düzeyi	N	Ortalama ($\bar{X}$)	Standart Sapma (Ss)	Minimum	Maksimum
Düşük	64	18.66	6.31	10	29
Orta	95	22.62	7.23	10	39
Yüksek	45	25.09	7.84	10	41
Toplam	204	21.92	7.46	10	41

Tablo 4.29 incelendiğinde, akademik başarı düzeyi arttıkça toplam MYAY puan ortalamalarının da arttığı görülmektedir. Düşük akademik başarı düzeyindeki öğrencilerin ortalaması 18.66, orta başarı düzeyindeki öğrencilerin ortalaması 22.62 ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilerin ortalaması 25.09 olarak hesaplanmıştır.

Bu bulgu, akademik başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin MYAY puanlarının genel olarak daha yüksek olduğunu göstermektedir. Ancak ortalamaların çok yüksek düzeyde olmaması, akademik başarı arttıkça yaratıcı akıl yürütmenin tamamen güçlü bir biçimde ortaya çıktığı anlamına gelmemektedir. Bu durum, yaratıcı akıl yürütmenin yalnızca işlem başarısıyla değil; özgün strateji geliştirme, alternatif çözüm yolları üretme ve matematiksel gerekçelendirme becerileriyle de ilişkili olduğunu göstermektedir.

4.1.18 Akademik Başarı Düzeyine Göre Varyans Homojenliği Testine İlişkin Bulgular

Akademik başarı düzeylerine göre yapılacak ANOVA analizi öncesinde, grupların varyanslarının homojen olup olmadığını belirlemek amacıyla Levene testi uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 4.30’da verilmiştir.

Tablo 4.30: Akademik başarı düzeyine göre varyans homojenliği testi sonuçları

Değişken	Levene İstatistiği	sd1	sd2	p
Toplam Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Puanı	1.56	2	201	.214

Tablo 4.30 incelendiğinde, akademik başarı grupları için varyansların homojenliği varsayımının karşılandığı görülmektedir, Levene $F(2, 201) = 1.56$, $p = .214$.

Bu sonuca dayanarak akademik başarı grupları tek yönlü varyans analiziyle karşılaştırılmış; anlamlı farkın hangi gruplardan kaynaklandığını belirlemek için Tukey testi kullanılmıştır.

4.1.19 Akademik Başarı Düzeyine Göre ANOVA Sonuçları

Öğrencilerin toplam MYAY puanlarının akademik başarı düzeylerine göre anlamlı biçimde farklılaşıp farklılaşmadığını belirlemek amacıyla tek yönlü varyans analizi yapılmıştır. Analiz sonuçları Tablo 4.31’de sunulmuştur.

Tablo 4.31: Akademik başarı düzeyine göre ANOVA sonuçları

Varyans Kaynağı	Kareler Toplamı	sd	Kareler Ortalaması	F	p
Gruplar Arası	1178.92	2	589.46	11.70	<.001
Gruplar İçi	10126.55	201	50.38		
Toplam	11305.47	203			

Tablo 4.31 incelendiğinde, akademik başarı düzeylerine göre öğrencilerin toplam MYAY puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı farklılık bulunduğu görülmektedir, $F(2, 201) = 11.70$, $p < .001$. Bu bulgu, öğrencilerin matematik dersindeki akademik başarı düzeylerinin MYAY puanları üzerinde anlamlı bir farklılaşma oluşturduğunu göstermektedir.

Başka bir ifadeyle, düşük, orta ve yüksek akademik başarı düzeylerinde yer alan öğrencilerin MYAY puan ortalamaları aynı düzeyde değildir. Tablo 4.29’da görüldüğü üzere, akademik başarı düzeyi yükseldikçe toplam puan ortalaması da artmaktadır. Ancak bu artışın hangi gruplar arasında anlamlı olduğunu belirlemek için çoklu karşılaştırma analizi yapılmıştır.

4.1.20 ANOVA Analizine İlişkin Etki Büyüklüğü

ANOVA sonucunda elde edilen anlamlı farklılığın büyüklüğünü değerlendirmek amacıyla eta kare (η^2) değeri hesaplanmıştır. Eta kare değeri, gruplar arası kareler toplamının toplam kareler toplamına bölünmesiyle elde edilmiştir. İlgili veriler Tablo 4.32’de sunulmuştur.

Tablo 4.32: ANOVA analizine ilişkin etki büyüklüğü

Değişken	η^2
Akademik başarı düzeyi	.10

Tablo 4.32 incelendiğinde, akademik başarı düzeyinin MYAY puanları üzerindeki etki büyüklüğünün $\eta^2 = .10$ olduğu görülmektedir. Bu değer, akademik başarı düzeyinin toplam MYAY puanlarındaki değişimin yaklaşık %10’unu açıkladığını göstermektedir.

Bu bulgu, akademik başarı düzeyinin MYAY üzerinde dikkate değer bir etkiye sahip olduğunu, ancak bu becerinin yalnızca akademik başarı ile açıklanamayacağını

göstermektedir. Çünkü toplam puanlardaki değişimin büyük bir bölümü, öğrencilerin problem çözme stratejileri, esneklikleri, özgün çözüm yolları geliştirme durumları ve matematiksel gerekçelendirme düzeyleri gibi farklı değişkenlerle ilişkili olabilir.

4.1.21 Akademik Başarı Düzeyine Göre Çoklu Karşılaştırma Sonuçları

ANOVA sonucunda akademik başarı düzeylerine göre anlamlı farklılık bulunduğundan, farkın hangi gruplar arasında olduğunu belirlemek amacıyla Tukey çoklu karşılaştırma testi yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 4.33'te sunulmuştur.

Tablo 4.33: Akademik başarı düzeyine göre Tukey çoklu karşılaştırma sonuçları

Karşılaştırma	Ortalama Farkı	p	Sonuç
Düşük – Orta	-3.96	.002	Anlamlı
Düşük – Yüksek	-6.43	<.001	Anlamlı
Orta – Yüksek	-2.47	.135	Anlamlı değil

Tablo 4.33 incelendiğinde, düşük akademik başarı düzeyindeki öğrenciler ile orta akademik başarı düzeyindeki öğrenciler arasında orta başarı düzeyi lehine anlamlı farklılık bulunduğu görülmektedir. Benzer şekilde düşük akademik başarı düzeyindeki öğrenciler ile yüksek akademik başarı düzeyindeki öğrenciler arasında yüksek başarı düzeyi lehine anlamlı farklılık belirlenmiştir ($p < .001$). Buna karşılık orta ve yüksek akademik başarı düzeyleri arasındaki fark istatistiksel olarak anlamlı bulunmamıştır.

Bu sonuçlar, matematik dersindeki akademik başarısı düşük olan öğrencilerin MYAY puanlarının orta ve yüksek başarı düzeyindeki öğrencilere göre anlamlı biçimde daha düşük olduğunu göstermektedir. Ancak orta ve yüksek akademik başarı düzeyindeki öğrenciler arasında anlamlı fark bulunmaması dikkat çekicidir. Bu durum, belirli bir akademik başarı düzeyinden sonra MYAY performansını yalnızca ders başarısının belirlemediğini düşündürmektedir.

Başka bir ifadeyle, akademik başarı yaratıcı akıl yürütme açısından önemli bir değişken olmakla birlikte, öğrencinin farklı çözüm yolları üretebilmesi, strateji değiştirebilmesi, özgün yaklaşım geliştirebilmesi ve çözümünü matematiksel olarak gerekçelendirebilmesi de bu süreçte belirleyici görünmektedir.

4.1.22 Nicel Bulguların Genel Değerlendirilmesi

Nicel bulgular genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin MYAY performanslarının problem türüne göre belirgin biçimde farklılaştığı görülmektedir. Örüntü ve genelleme gerektiren Soru 2 ve Soru 10'da öğrencilerin daha yüksek ortalama puanlar aldıkları belirlenmiştir. Buna karşılık sözel durumdan denklem kurma, günlük yaşam bağlamında yorumlama, köklü ifadelerle işlem yapma, geometrik modelleme ve çok aşamalı çözüm gerektiren Soru 1, Soru 5 ve Soru 8'de öğrencilerin daha düşük puanlar elde ettikleri görülmüştür.

Toplam puanlara ilişkin bulgular, öğrencilerin büyük çoğunluğunun orta düzeyde yer aldığını; yüksek düzeyde MYAY performansı gösteren öğrenci sayısının ise sınırlı olduğunu ortaya koymaktadır. Bu sonuç, öğrencilerin yaratıcı akıl yürütme gerektiren problem durumlarında çoğunlukla temel düzeyde strateji geliştirebildiklerini, ancak özgün çözüm üretme, alternatif yollar geliştirme ve matematiksel gerekçelendirme süreçlerinde daha fazla desteğe ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

Cinsiyet değişkenine göre yapılan analizler, kız ve erkek öğrencilerin MYAY puanları arasında anlamlı bir farklılık olmadığını göstermiştir. Bu bulgu, araştırma grubunda cinsiyetin MYAY performansını belirgin biçimde farklılaştırmadığını ortaya koymaktadır.

Akademik başarı düzeyine göre yapılan ANOVA sonuçları ise matematik dersindeki akademik başarı düzeyinin MYAY puanları üzerinde anlamlı bir farklılık oluşturduğunu göstermiştir. Ancak Tukey testi sonuçlarında orta ve yüksek başarı grupları arasında anlamlı fark bulunmaması, MYAY'nin yalnızca akademik başarı ile açıklanamayacağını ortaya koymaktadır. Bu durum, MYAY'nin işlem başarısının ötesinde; esneklik, özgünlük, strateji çeşitliliği ve gerekçelendirme süreçleriyle ilişkili çok boyutlu bir yapı olduğunu göstermektedir.

4.2 Nitel Bulgular

Araştırmanın nitel aşamasında, nicel bulgular doğrultusunda MYAY düzeyi yüksek olarak belirlenen öğrencilerle klinik mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Bu aşamada amaç, yüksek düzeyde MYAY sergileyen öğrencilerin problem çözme süreçlerini daha ayrıntılı biçimde incelemek; öğrencilerin hangi stratejileri kullandıklarını, çözüm yollarını nasıl gerekçelendirdiklerini, alternatif çözüm yolları üretip üretmediklerini ve problem durumları karşısında nasıl akıl yürüttüklerini ortaya koymaktır.

Nitel bulgular; öğrencilerin yazılı çözümleri, klinik mülakat kayıtları ve araştırmacı gözlem notları birlikte değerlendirilerek analiz edilmiştir. Klinik mülakatlarda öğrencilerin çözümleri yalnızca doğru sonuca ulaşp ulaşmama açısından değil; özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme boyutları açısından incelenmiştir. Öğrenciler araştırma etiği gereği Ö1, Ö2, Ö3, ..., Ö12 biçiminde kodlanmıştır.

Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'nda yer alan problemler; düzensiz çokgende alan ve yüzey hesaplama, örüntü ve cebirsel genelleme, cebirsel ifade oluşturma, geometrik parçalama, denklem kurma, katlama ve alan ilişkisi, köklü ifadeler, hız-zaman ilişkisi ve sayı örüntüsü gibi farklı matematiksel düşünme alanlarını kapsamaktadır. Formun genel yönergesinde öğrencilerden çözüm yollarını, ara işlemlerini ve gerekçelerini açık biçimde göstermeleri istenmiştir.

Nitel bulgular, yüksek düzey MYAY performansı gösteren 12 öğrencinin yazılı çözümleri ve klinik görüşme kayıtlarından elde edilmiştir. Her problemde seçilen akıl yürütme bölümleri; özgünlük/yenilik, esneklik, matematiksel gerekçelendirme ile akla yatkınlık ve kontrol göstergeleri bakımından yorumlanmıştır. Strateji adları, kendi başına bir yaratıcılık göstergesi olarak değil, öğrencinin stratejiyi nasıl seçtiğini, değiştirdiğini ve savunduğunu açıklayan bağlamsal kanıt olarak kullanılmıştır.

Bulgular problem sırasına göre sunulmuştur. Her alt bölümde önce problemin gerektirdiği matematiksel yapı, ardından öğrenci çözümü ve görüşme kanıtı verilmiş; son olarak gözlenen yaratıcı akıl yürütme göstergeleri ile sınırlılıklar açıkça belirtilmiştir. Bu sunum biçimi, öğrencilerin yalnızca hangi stratejiyi kullandığını değil, o stratejinin ne ölçüde yeni, esnek ve matematiksel olarak temellendirilmiş olduğunu göstermeyi amaçlamaktadır.

4.2.1 Soru 1'e İlişkin Nitel Bulgular: Düzensiz Çokgende Alan ve İç Yüzey Hesaplama

Soru 1'de öğrencilerden düzensiz biçimli bir havuzun tabanı ve iç duvarları için gerekli seramik alanını belirlemeleri beklenmiştir. Bu problem, yalnızca taban alanını hesaplamayı değil, aynı zamanda havuzun iç duvarlarını da dikkate almayı gerektirdiği için öğrencilerin iki boyutlu alan bilgisi ile üç boyutlu yüzey alanı düşüncesi arasında ilişki kurmalarını gerektirmiştir. Bu soru kapsamında Ö2 ve Ö9 kodlu öğrencilerin yanıtları örnek olarak seçilmiştir. Ö2'nin yanıtı, çevre-derinlik ilişkisini daha sistematik biçimde kullanması; Ö9'un yanıtı ise şekli parçalara ayırarak alanı belirlemeye çalışması bakımından dikkat çekicidir. Bu çözüm örneği Şekil 4.1'de sunulmuştur.

yüzeyini kaplamak için kaç metrekaře seramik gereklidir?

$$\begin{array}{l}
 50 + 25 + 84 \\
 109 + 50
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 12 \cdot 1,5 = 18 \text{ m}^2 \\
 7 \cdot 1,5 = 10,5 \text{ m}^2 \\
 2 \cdot 10 \cdot 1,5 = 30 \text{ m}^2 \\
 5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ m}^2 \\
 2 \cdot 1,5 = 3 \text{ m}^2 \\
 5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ m}^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 38,5 \\
 18,5 \\
 \hline
 26,5 \\
 15 \\
 \hline
 76,5 \text{ m}^2 \\
 159,0 \\
 76,5 \\
 \hline
 235,5
 \end{array}$$

Şekil 4.1: Ö2 kodlu öğrencinin soru 1'e ilişkin yanıtı

Şekil 4.1 incelendiğinde, Ö2 kodlu öğrencinin havuzun tabanı ile iç duvarlarını birlikte ele alarak kenar uzunluklarını derinlikle ilişkilendirdiği görülmektedir.

A: Bu soruda ilk olarak neyi bulmaya çalıştın?

Ö2: Havuzun sadece tabanına değil, iç duvarlarına da seramik dōşeneceğini düşündüm. Bu yüzden önce iç duvarların alanını bulmaya çalıştım.

A: İç duvarların alanını nasıl hesapladın?

Ö2: Her kenarı bir duvar gibi düşündüm. Duvarın yüksekliği havuzun derinliği olduğu için kenar uzunluklarını 1,5 ile çarptım.

A: Bu işlemi neden yaptın?

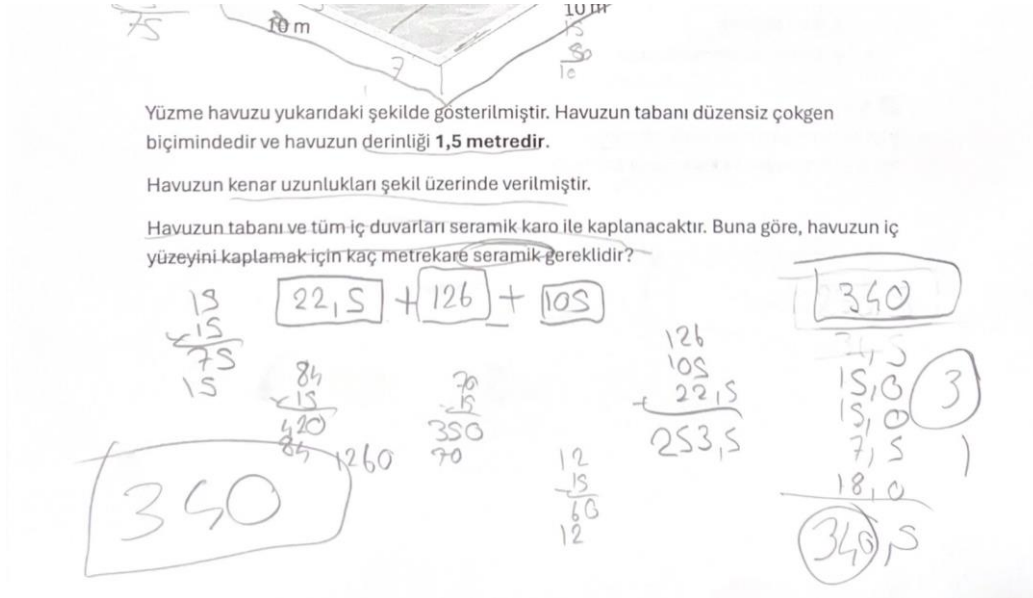
Ö2: Çünkü bir dikdörtgenin alanını bulur gibi düşündüm. Kenar uzunluğu ile derinliği çarpınca o iç duvarın alanı bulunur.

A: Daha sonra ne yaptın?

Ö2: İç duvarların alanlarını topladım. Sonra taban alanını da ekleyerek toplam seramik alanına ulaşmaya çalıştım.

Ö2'nin çözüm sürecinde, havuzun yalnızca tabanının değil, iç duvarlarının da dikkate alınması gerektiğini fark ettiği görülmektedir. Öğrencinin kenar uzunluklarını 1,5 metre derinlikle çarpması, çevre-derinlik ilişkisini kullanabildiğini göstermektedir. Bu yaklaşım, öğrencinin problemde verilen derinlik bilgisini yalnızca sayısal bir veri olarak değil, yan yüzey alanının belirlenmesinde kullanılacak anlamlı bir büyüklük olarak değerlendirdiğini göstermektedir. Ancak yazılı çözümde taban alanının nasıl hesaplandığı yeterince ayrıntılı

gösterilmediğinden, çözümün gerekçelendirme boyutunun kısmen sınırlı kaldığı söylenebilir. Bu çözüm örneği Şekil 4.2’de sunulmuştur.



Şekil 4.2: Ö9 kodlu öğrencinin soru 1’e ilişkin yanıtı

Şekil 4.2 incelendiğinde, Ö9 kodlu öğrencinin düzensiz havuz tabanını dikdörtgen parçalara ayırarak alan hesabını yapılandığı görülmektedir.

A: Bu soruda şekli neden parçalara ayırdın?

Ö9: Havuz düzensiz olduğu için tek bir alan formülüyle bulamayacağımı düşündüm. Bu yüzden tabanı farklı dikdörtgen parçalara ayırmaya çalıştım.

A: Şekil üzerinde yazdığın alan değerleri neyi gösteriyor?

Ö9: Bunlar tabanın farklı parçalarının alanlarıydı. Her parçayı ayrı hesaplayıp sonra toplamaya çalıştım.

A: İç duvarları nasıl düşündün?

Ö9: Kenar uzunluklarını derinlikle ilişkilendirmem gerektiğini fark ettim. Çünkü iç duvarlar da seramikle kaplanacaktı.

A: Çözümde seni zorlayan nokta ne oldu?

Ö9: Taban alanı ve iç duvar alanlarını toplarken hangi değer neye ait olduğunu düzenli yazmakta zorlandım.

Ö9'un yanıtı, öğrencinin düzensiz şekli parçalara ayırarak alanı belirleme stratejisine yöneldiğini göstermektedir. Bu durum, öğrencinin şekli bütün olarak ele almak yerine daha yönetilebilir alt parçalara ayırma eğiliminde olduğunu ortaya koymaktadır. Bununla birlikte öğrencinin çözümünde çok sayıda ara değer bulunmakta, ancak bu değerlerin hangisinin taban alanına, hangisinin yan yüzey alanına ait olduğu açık biçimde ayrılmamaktadır. Bu nedenle Ö9'un problem durumunu anlamaya ve ilişki kurmaya çalıştığı; fakat çözümünü düzenleme, ara sonuçları adlandırma ve nihai sonucu gerekçelendirme bakımından desteğe ihtiyaç duyduğu söylenebilir.

Ö2'nin çevre–derinlik ilişkisini kurması ve bu ilişkiyi dikdörtgen alanıyla açıklaması matematiksel dayanak göstergesidir. Ö9'un şekli parçalara ayırması probleme uygun bir strateji olmakla birlikte, parçalar ile nihai toplam arasındaki ilişkiyi açıkça gerekçelendirememesi nedeniyle özgünlük ve esneklik kanıtı sınırlı kalmıştır. Bu nedenle iki çözüm, strateji kullanımından çok gerekçenin tamamlanma düzeyi bakımından ayrılmaktadır.

4.2.2 Soru 2'ye İlişkin Nitel Bulgular: Örüntü ve Cebirsel Genelleme

Soru 2'de öğrencilerden yan yana dizilen kare çerçeveler için gerekli kalem sayısını belirlemeleri ve kalem sayısı ile kare sayısı arasındaki ilişkiyi cebirsel olarak ifade etmeleri beklenmiştir. Bu problem, örüntü fark etme, ortak kenar ilişkisini görme, genelleme yapma ve değişkenler arasında cebirsel ilişki kurma becerilerini gerektirmiştir. Bu soru kapsamında Ö10 ve Ö4 kodlu öğrencilerin yanıtları seçilmiştir. Her iki öğrenci de doğru sonuca ulaşmış; ancak Ö10 yapısal sayma stratejisiyle, Ö4 ise ardışık artış ve genel kural üzerinden çözüme gitmiştir. Bu çözüm örneği Şekil 4.3'de sunulmuştur.

netiki kalemlerle küçük kare çerçeveler yapılmıştır.
Kareler yan yana dizildiğinde aşağıdaki gibi görünür.

■ Soru:

Eğer kareler bu şekilde yan yana dizilmeye devam ederse,
50 kare yapmak için kaç kaleme ihtiyaç olur?

Kukarıda → 50
Aşağıda → 50
50 + 50 + 51
= 151
3 kare oluşunca arada 4 kal
50 karede → 51 kalem
151 kalem

Diyelim ki:

- x, kare sayısını
- y, gerekli kalem sayısını gösterebilirsin.

■ Soru:

y'yi x cinsinden nasıl ifade edebilirsin?

Yani, kalem sayısı ile kare sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır?

$$y = 3x + 1$$

Şekil 4.3: Ö10 kodlu öğrencinin soru 2'ye ilişkin yanıtı

Şekil 4.3 incelendiğinde, Ö10 kodlu öğrencinin ortak kenarları dikkate alıp 50 kare için yatay ve dikey kalem sayılarını ayrı ayrı hesapladığı görülmektedir.

A: Bu soruda 50 kare için kaç kalem gerektiğini nasıl düşündün?

Ö10: Kareleri yan yana düşündüm. Üstte 50 kalem, altta 50 kalem olur. Dikey çizgiler ise kare sayısından bir fazla olduğu için 51 olur.

A: Neden dikey kalem sayısı 51 oldu?

Ö10: Çünkü 50 kare yan yana gelince en başta ve en sonda dikey kenar var. Ayrıca karelerin arasında ortak dikey kenarlar var. Bu yüzden 50 kare için 51 dikey çizgi olur.

A: Sonuca nasıl ulaştın?

Ö10: $50 + 50 + 51 = 151$ Üstte 50, altta 50 ve dikeyde 51 kalem olduğu için buldum.

A: Bu ilişkiyi genel olarak nasıl yazarsın?

Ö10: $y = 3x + 1$ Kare sayısı (x), kalem sayısı (y) olursa olur.

Ö10'un çözümü, örüntüyü yalnızca ardışık artış üzerinden değil, şeklin yapısını analiz ederek açıkladığını göstermektedir. Öğrenci üst, alt ve dikey kalemleri ayrı ayrı düşünerek 50 kare için 151 sonucuna ulaşmıştır. Bu yaklaşım, öğrencinin şeklin yapısını parçalara ayırarak sayma stratejisi geliştirdiğini ve bu stratejiyi cebirsel genelleme ile desteklediğini göstermektedir. Özellikle $y = 3x + 1$ ifadesine ulaşması, öğrencinin sayısal örnekten genel kurala geçebildiğini ortaya koymaktadır. Bu çözüm örneği Şekil 4.4'de sunulmuştur.

1. Adım = 4 2. Adım = 2 3. Adım = 10 Kural: $3n + 1$

Renkli kalemlerle küçük **kare çerçeveler** yapılmıştır.
Kareler yan yana dizildiğinde aşağıdaki gibi görünür.

■ **Soru:**
Eğer kareler bu şekilde yan yana dizilmeye devam ederse,
50 kare yapmak için kaç kaleme ihtiyaç olur?

$3n + 1 = 50 \cdot 3 + 1$
 $\rightarrow$
 $150 + 1 = \underline{151 \text{ kalem}}$

Diyelim ki:

- x , kare sayısını
- y , gerekli kalem sayısını gösterebilirsin.

■ **Soru:**
 y 'yi x cinsinden nasıl ifade edebilirsin?
Yani, kalem sayısı ile kare sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır?

$y = 3x + 1$ denklemini oluşturabiliriz

Şekil 4.4: Ö4 kodlu öğrencinin soru 2'ye ilişkin yanıtı

Şekil 4.4 incelendiğinde, Ö4 kodlu öğrencinin her yeni karede bir kenarın ortak kullanıldığını fark ederek örüntünün üçer arttığını belirlediği görülmektedir.

A: Bu örüntüde nasıl bir artış fark ettin?

Ö4: 1. adımda 4 kalem, 2. adımda 7 kalem, 3. adımda 10 kalem var. Her adımda 3 kalem arttığını fark ettim.

A: Neden 3 kalem artıyor?

Ö4: Çünkü yeni kare yapılırken bir kenar önceki kareyle ortak oluyor. Bu yüzden yeni kare için 4 değil, 3 kalem ekleniyor.

A: Genel kuralı nasıl yazdın?

Ö4: Her kare için 3 kalem gibi düşünülür ama ilk karede 4 olması için 1 eklenir. Bu yüzden kural $(3n+1)$ olur.

A: 50 kare için ne buldun?

Ö4: $3 \cdot 50 + 1 = 151$ kalem buldum.

Ö4'ün çözümü, öğrencinin ardışık artış ilişkisini fark ettiğini ve bu ilişkiyi cebirsel bir kurala dönüştürebildiğini göstermektedir. Öğrenci ortak kenar nedeniyle her yeni karenin 3 kalem eklediğini açıklamış ve $(3n+1)$ kuralını oluşturmuştur. Bu çözümde özgünlükten çok güçlü bir genelleme ve matematiksel gerekçelendirme ön plana çıkmaktadır. Öğrencinin kuralı yalnızca yazmakla kalmayıp neden 1 eklendiğini açıklaması, çözümün gerekçelendirme boyutunu güçlendirmektedir.

Ö10'un ortak kenarları yapısal saymayla ele alması ve Ö4'ün ardışık artışı cebirsel kurala dönüştürmesi, aynı problemde farklı temsil ve strateji sınıflarının kullanılabildiğini göstermektedir. Her iki çözümde de kuralın şekil yapısıyla ilişkilendirilmesi matematiksel dayanağı; yöntemlerin standart tek tek saymadan ayrılması ise özgünlük ve esnekliği destekleyen kanıttır.

4.2.3 Soru 3'e İlişkin Nitel Bulgular: Cebirsel İfade ve Çevre İlişkisi

Soru 3'te öğrencilerden, 8 eş dikdörtgensel panelden oluşan büyük tablonun çevresi üzerinden (c) değerini ve büyük tablonun kısa-uzun kenarlarını belirlemeleri beklenmiştir. Bu problem, öğrencilerin görsel bir yapıyı cebirsel ifadelerle ilişkilendirmesini ve çevre bilgisi üzerinden denklem kurmasını gerektirmiştir. Bu soru kapsamında Ö12 ve Ö11 kodlu öğrencilerin yanıtları kullanılmıştır. Ö12'nin yanıtı doğru ve sistematik olduğu için; Ö11'in yanıtı ise (c) değerine ulaşmasına rağmen büyük tablonun kenarlarını yorumlamada karışıklık göstermesi bakımından seçilmiştir. Bu çözüm örneği Şekil 4.5'de sunulmuştur.

bir küçük panelin:

- Kısa kenarı $(2c - 1)$ cm $\rightarrow 8(2c - 1) = 16c - 8$
- Uzun kenarı $(5c + 2)$ cm'dir. $\rightarrow 4(5c + 2) = 20c + 8$

eller birleştirildiğinde oluşan büyük tablonun çevresi 216 cm'dir.

na göre:

1. c Kaçtır? $(20c + 8) + (16c + 8) = 36c$

$(2c - 1) \cdot (5c + 2) = 10c^2 + 4c - 5c - 2 = 10c^2 - c - 2$

$\frac{36c}{36} = \frac{216}{36} \Rightarrow c = 6$

$216 \div 36 = 6$

2. Büyük tablonun kısa ve uzun kenarları kaç cm'dir?

uzun $\Rightarrow 32 \cdot 2 = 64$

kısa $\Rightarrow 11 \cdot 4 = 44$

Şekil 4.5: Ö12 kodlu öğrencinin soru 3'e ilişkin yanıtı

Şekil 4.5 incelendiğinde, Ö12 kodlu öğrencinin kısa ve uzun kenarların çevredeki tekrar sayılarını belirleyerek cebirsel çevre denklemi kurduğu görülmektedir.

A: Bu soruda çevreyi nasıl oluşturdun?

Ö12: Küçük panelin kısa kenarı $(2c-1)$, uzun kenarı $(5c+2)$ idi. Büyük tablonun çevresinde kısa kenardan 8 tane, uzun kenardan 4 tane olduğunu düşündüm.

A: Bu düşünceyi nasıl yazdın?

Ö12: $(8(2c-1)=16c-8)$ ve $(4(5c+2)=20c+8)$ yazdım.

A: Daha sonra ne yaptın?

Ö12: $36c = 216$ Bu ifadeleri topladım. $((16c-8)+(20c+8)=36c)$ oldu. Çevre 216 cm olduğu için yazdım.

A: (c) değerini nasıl buldun?

Ö12: $c = 6$ 216'yı 36'ya böldüm ve buldum.

A: Büyük tablonun kenarlarını nasıl hesapladın?

Ö12: $c = 611 \cdot 4 = 4432 \cdot 2 = 64$ olunca küçük panelin kısa kenarı 11 cm, uzun kenarı 32 cm olur. Büyük tablonun kısa kenarı , uzun kenarı cm olur.

Ö12'nin çözümü, geometri-cebir ilişkisinin güçlü biçimde kurulduğunu göstermektedir. Öğrenci küçük panelin kenar uzunluklarını büyük tablonun çevresi üzerinde kaç kez yer aldıklarına göre değerlendirmiş ve doğru çevre denklemini oluşturmuştur. $36c = 216$ eşitliğine ulaşması, öğrencinin görsel yapıyı cebirsel modele dönüştürebildiğini göstermektedir. Ayrıca $c = 6$ değerini kullanarak büyük tablonun kenarlarını 44 cm ve 64 cm olarak hesaplaması, öğrencinin çözümünü problem bağlamına geri taşıyabildiğini göstermektedir. Bu çözüm örneği Şekil 4.6'de sunulmuştur.

Kısa kenarı $(2c - 1)$ cm
Uzun kenarı $(5c + 2)$ cm'dir.
eller birleştirildiğinde oluşan büyük tablonun çevresi 216 cm'dir.
na göre:

1. c Kaçtır?

$$4(2c-1) = (8c-4) \quad 3 \cdot 4(5c+2) = (20c+8)$$
$$- 2(8c-4) = (16c-8) \quad 4(20c+8) + (16c-8) = 36c$$
$$\frac{216}{36} = c \quad 6. \quad c = 6$$

2. Büyük tablonun kısa ve uzun kenarları kaç cm'dir?

Kısa kenar $\rightarrow (2c-1) \rightarrow (12-1) \rightarrow 11 \text{ cm} \cdot 8 = 88 \text{ cm}$

Uzun kenar $\rightarrow (5c+2) \rightarrow (30+2) \rightarrow 32 \text{ cm} \cdot 4 = 128 \text{ cm}$

Şekil 4.6: Ö11 kodlu öğrencinin soru 3'e ilişkin yanıtı

Şekil 4.6 incelendiğinde, Ö11 kodlu öğrencinin panel kenarlarını büyük tablonun çevresiyle ilişkilendirip c değerine ulaşmaya çalıştığı görülmektedir.

A: Bu soruda hangi ilişkiyi kurmaya çalıştın?

Ö11: Küçük panelin kenarlarını büyük tablonun çevresindeki tekrar sayıları ile ilişkilendirmeye çalıştım.

A: (c) değerini nasıl buldun?

Ö11: $216/36 = 6c = 6$ Çevreyi ($36c$) olarak düşündüm. Büyük tablonun çevresi 216 cm olduğu için yaptım ve buldum.

A: Küçük panelin kenarlarını nasıl hesapladın?

Ö11: $c = 62c - 1 = 115c + 2 = 32$ olunca , oldu.

A: Büyük tablonun kenarlarına geçerken ne yaptın?

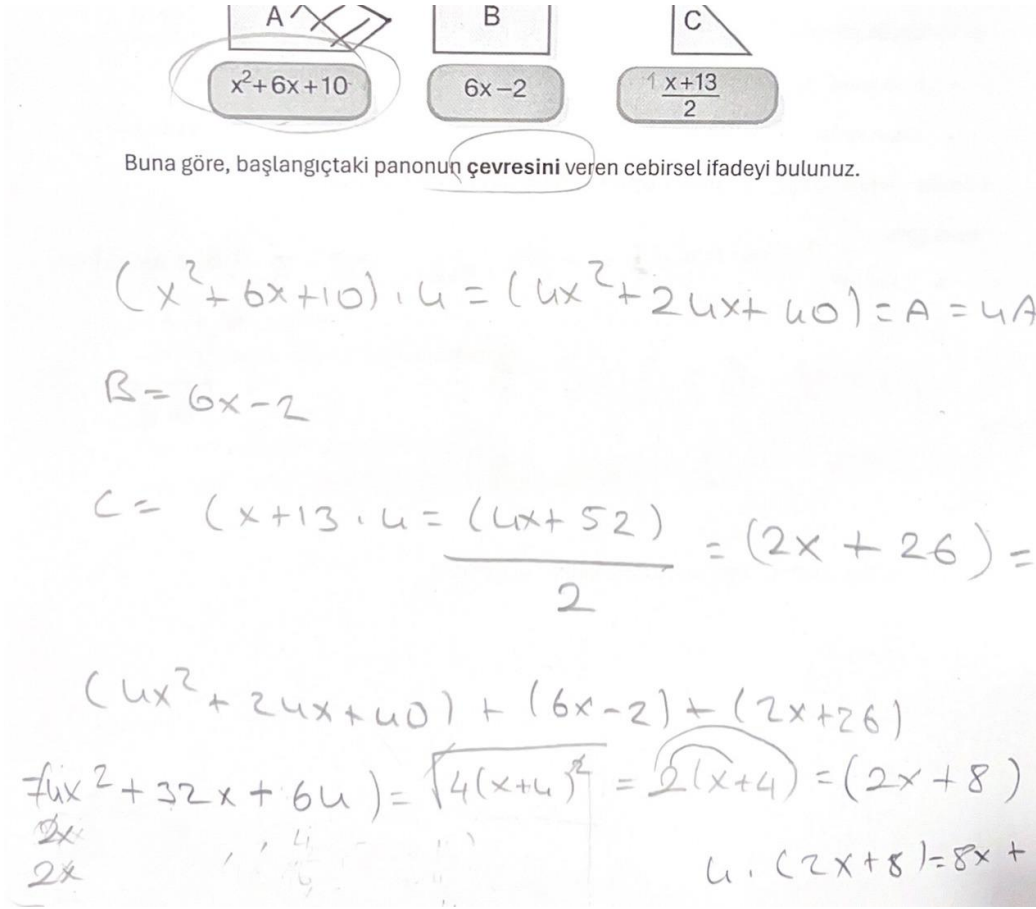
Ö11: 11 ve 32 değerlerini bazı tekrar sayılarıyla çarptım. Fakat burada çevredeki toplam tekrar sayısı ile büyük tablonun tek kenar uzunluğunu karıştırmış olabilirim.

Ö11'in çözümünde $c = 6$ sonucuna ulaşılması, öğrencinin çevre denklemini genel olarak kurabildiğini göstermektedir. Ancak öğrencinin daha sonra büyük tablonun kenarlarını hesaplama aşamasında 11 ve 32 değerlerini uygun olmayan tekrar sayılarıyla çarptığı görülmektedir. Bu durum, öğrencinin çevre boyunca tekrar eden kenar sayısı ile büyük tablonun tek bir kenar uzunluğu arasındaki ayrımı tam olarak yapılandıramadığını göstermektedir. Dolayısıyla Ö11'in çözümü, denklem kurma bakımından güçlü; sonucu geometrik bağlamda yorumlama bakımından ise sınırlı olarak değerlendirilebilir.

Panel tekrarlarını çevre denklemiyle ilişkilendirmek, görsel bilgiyi cebirsel temsile dönüştüren esnek bir akıl yürütme biçimidir. Ö12 ve Ö11'in çözümleri, denklemin her terimini geometrik yapıdaki bir parçayla eşleştirebildiği ölçüde matematiksel gerekçelendirme taşımaktadır. Eşleştirmenin açıklanmadığı adımlar ise doğru sonuca rağmen yaratıcı akıl yürütme kanıtını zayıflatmaktadır.

4.2.4 Soru 4'e İlişkin Nitel Bulgular: Geometrik Parçalama ve Cebirsel Çevre İfadesi

Soru 4'te öğrencilerden geometrik parçalarla verilen cebirsel ifadeleri kullanarak bütün şeklin çevresine ilişkin bir çıkarım yapmaları beklenmiştir. Bu problem, öğrencilerin parça-bütün ilişkisi kurmalarını, verilen cebirsel ifadeleri geometrik yapı ile ilişkilendirmelerini ve alan-çevre ayrımını doğru biçimde yapmalarını gerektirmiştir. Bu soru için Ö1 kodlu öğrencinin yanıtı kullanılmıştır. Ö1'in yanıtı tam anlamıyla kusursuz olmamakla birlikte, öğrencinin parçalar arasındaki ilişkileri bütün yapı ile ilişkilendirmeye çalışması bakımından nitel bulgular açısından anlamlıdır. Bu çözüm örneği Şekil 4.7'de sunulmuştur.



Şekil 4.7: Ö1 kodlu öğrencinin soru 4'e ilişkin yanıtı

Şekil 4.7 incelendiğinde, Ö1 kodlu öğrencinin eş parçaların sayılarını belirleyip A, B ve C parçalarına ait cebirsel ifadeleri toplam çevreyle ilişkilendirdiği görülmektedir.

A: Bu soruda verilen A, B ve C parçalarını nasıl düşündün?

Ö1: Şekilde aynı harfle gösterilen parçaların eş olduğunu düşündüm. Bu yüzden A, B ve C parçalarının kaç tane olduğunu belirlemeye çalıştım.

A: Verilen cebirsel ifadeleri nasıl kullandın?

Ö1: Parçaların ifadelerini toplam yapının çevresiyle ilişkilendirmeye çalıştım. A, B ve C'ye ait ifadeleri çarpıp topladım.

A: Bu soruda seni zorlayan nokta ne oldu?

Ö1: Verilen ifadelerin alan gibi görünmesi ama çevrenin istenmesi beni zorladı. Alanla çevre arasındaki ilişkiyi tam olarak açıklamakta zorlandım.

A: Yine de nasıl bir strateji izledin?

Ö1: Parçaları tek tek düşünerek bütüne ulaşmaya çalıştım. Benzer terimleri düzenleyerek bir çevre ifadesi elde etmeye çalıştım.

Ö1'in Soru 4'teki çözümü, öğrencinin parça-bütün ilişkisi kurmaya çalıştığını göstermektedir. Öğrenci, verilen cebirsel ifadeleri doğrudan işlem nesnesi olarak değil, geometrik parçaların temsilcileri olarak değerlendirmiştir. Bu yönüyle öğrencinin çözümünde yaratıcı akıl yürütmenin ilişki kurma boyutu görülmektedir. Bununla birlikte, problemde çevre istenmesine rağmen verilen ifadelerin alanla ilişkili olması öğrencinin çözüm sürecinde kavramsal karışıklık yaşamasına neden olmuştur. Bu nedenle öğrencinin strateji geliştirdiği, ancak alan-çevre ayrımını gerekçelendirme bakımından sınırlılık yaşadığı söylenebilir.

Ö1'in parçaları bütün pano üzerinden yeniden düzenleme girişimi, problem durumuna özgü bir temsil kurması bakımından yenilik göstergesidir. Bununla birlikte tek yol üzerinde ilerlemesi esneklik kanıtını sınırlandırmış; çevre ifadesindeki her terimin geometrik karşılığını açıkça savunabildiği adımlar matematiksel dayanak olarak değerlendirilmiştir.

4.2.5 Soru 5'e İlişkin Nitel Bulgular: Denklem Kurma ve Ölçme İlişkisi

Soru 5'te öğrencilerden apartman yüksekliği, gölge uzunluğu ve ayak uzunluğu arasındaki ilişkileri kullanarak Gaye'nin ayak uzunluğunu bulmaları beklenmiştir. Bu problem, sözel ifadeleri cebirsel modele dönüştürme, aynı büyüklüğü iki farklı biçimde ifade etme ve denklem kurma becerilerini gerektirmiştir. Bu soru kapsamında Ö5 ve Ö8 kodlu öğrencilerin yanıtları seçilmiştir. Her iki öğrenci de aynı niceliği farklı biçimlerde temsil ederek denkleme ulaşmıştır. Bu çözüm örneği Şekil 4.8'de sunulmuştur.

ıyağının uç noktasına diğer ayağının topuğunu değiştirerek ölçmek istiyor.

3u konuyla ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir:

- AB gölgesinin uzunluğu, apartmanın uzunluğunun (h) yarısından **2000 santimetre fazladır.**

- Gaye'nin bir ayak uzunluğu, apartmanın uzunluğunun $\frac{1}{20}$ 'sine eşittir. $\frac{h}{20}$

- Gaye, AB uzunluğunu **60 ayak uzunluğu** ile ölçmüştür.

Buna göre, Gaye'nin bir ayak uzunluğu (k) kaç santimetredir?

$$\frac{h}{2} + 2000$$

$$\begin{aligned}\frac{h}{2} + 2000 &= \frac{6h}{2} \\ 4000 &= 5h \\ h &= 800\end{aligned}$$

$$\frac{60}{1} \cdot \frac{h}{20} = \frac{60h}{20} = 3$$

$$\frac{300}{20} = 15$$

Şekil 4.8: Ö5 kodlu öğrencinin soru 5'e ilişkin yanıtı

Şekil 4.8 incelendiğinde, Ö5 kodlu öğrencinin apartman yüksekliğini bilinmeyen kabul ederek gölge ve ayak uzunluğu arasındaki ilişkileri denkleme dönüştürmeye çalıştığı görülmektedir.

A: Bu soruda hangi büyüklüğü bilinmeyen olarak aldın?

Ö5: Apartmanın yüksekliğini (h) olarak düşündüm.

A: Gölge uzunluğunu nasıl ifade ettin?

Ö5: $\frac{h}{2} + 2000$ Gölge uzunluğu apartmanın yarısından 2000 cm fazla olduğu için yazdım.

A: Gaye'nin ayak uzunluğunu nasıl kullandın?

Ö5: $\frac{1}{20} \cdot \frac{h}{20} \cdot 60$ Ayak uzunluğu apartman yüksekliğinin $\frac{1}{20}$ 'si olduğu için bir ayak uzunluğu olur. Gölge 60 ayak uzunluğu olduğu için yazdım.

A: Denklemini nasıl kurdun?

Ö5: $h = 800$ İki ifade de aynı gölge uzunluğunu verdiği için eşitledim. İşlem sonucunda ve ayak uzunluğu (40) cm çıktı.

Ö5'in çözümü, matematiksel modelleme bakımından güçlü bir örnektir. Öğrenci, gölge uzunluğunu hem $\frac{h}{2} + 2000$ hem de $60 \cdot \frac{h}{20}$ biçiminde ifade ederek aynı niceliği iki farklı matematiksel temsille göstermiştir. Bu iki ifadeyi eşitlemesi, öğrencinin ilişkisel akıl yürütme becerisini kullandığını göstermektedir. Son aşamada apartman yüksekliğinden ayak uzunluğuna geçmesi, çözümünü problem bağlamına uygun biçimde tamamladığını göstermektedir. Bu çözüm örneği Şekil 4.9'de sunulmuştur.

Gaye, verilen $|AB|$ gölge uzunluğunu, topuğunu A noktasına koyarak, diğer ayağının uç noktasına diğer ayağının topuğunu değiştirerek ölçmek istiyor.

Bu konuyla ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir:

- AB gölgesinin uzunluğu, apartmanın uzunluğunun (h) yarısından **2000 santimetre fazladır.**
- Gaye'nin bir ayak uzunluğu, apartmanın uzunluğunun $\frac{1}{20}$ 'sine eşittir.
- Gaye, AB uzunluğunu **60 ayak uzunluğu** ile ölçmüştür. *3x ayak uzunluğu*

Buna göre, Gaye'nin bir ayak uzunluğu (k) kaç santimetredir?

$$3h = \frac{h}{2} + 2000$$
$$6h = h + 4000$$
$$5h = 4000$$
$$h = 800$$

800/20
40

Şekil 4.9: Ö8 kodlu öğrencinin soru 5'e ilişkin yanıtı

Şekil 4.9 incelendiğinde, Ö8 kodlu öğrencinin aynı gölge uzunluğunu iki farklı cebirsel ifadeyle gösterip bu ifadeleri eşitlediği görülmektedir.

A: Gölge uzunluğunu nasıl modelledin?

Ö8: $\frac{1}{20} \cdot \frac{h}{20} \cdot 60 = 3h$ Gaye'nin ayak uzunluğu apartman yüksekliğinin 'si olduğu için ayak uzunluğunu olarak düşündüm. Gölge uzunluğu 60 ayak olduğu için olur.

A: Aynı gölge uzunluğunu başka nasıl ifade ettin?

Ö8: $\frac{h}{2} + 2000$ Gölge uzunluğu apartmanın yarısından 2000 cm fazla olduğu için olur.

A: Bu iki ifadeyi nasıl kullandın?

Ö8: $3h = \frac{h}{2} + 2000$ İkisi de aynı gölge uzunluğunu verdiği için yazdım.

A: Sonuçta ne buldun?

Ö8: $h = 800800/20 = 40$ Denklemi çözdüm. Ayak uzunluğu 40 cm olur.

Ö8'in çözümü, sözel problem durumunu cebirsel modele dönüştürme bakımından oldukça güçlüdür. Öğrenci, problemde verilen ilişkileri doğrudan işlemlere dökmek yerine önce büyüklükleri tanımlamış, daha sonra aynı niceliği temsil eden ifadeleri eşitlemiştir. Bu durum, öğrencinin problemdeki temel matematiksel yapıyı kavradığını göstermektedir. Özellikle $3h = \frac{h}{2} + 2000$ denklemini kurması, öğrencinin yaratıcı akıl yürütmenin gerekçelendirme boyutunu belirgin biçimde sergilediğini göstermektedir.

Ö5 ve Ö8'in aynı uzunluğu sözel, görsel ve cebirsel biçimlerde temsil ederek denklem kurmaları, temsiller arası geçişe dayalı esneklik göstermektedir. Denklemdaki iki ifadenin aynı niceliği temsil ettiğini açıklamaları matematiksel gerekçelendirme; standart tek adımlı işlem yerine ilişkiyi modellemeleri ise probleme özgü yol kurma kanıtıdır.

4.2.6 Soru 6'ya İlişkin Nitel Bulgular: Katlama, Simetri ve Alan İlişkisi

Soru 6'da öğrencilerden katlanan ve kesilen kare kâğıdın açıldığında oluşan alanı cebirsel olarak ifade etmeleri beklenmiştir. Bu problem, öğrencilerin uzamsal düşünme, katlama sonrası oluşan simetriyi fark etme, üçgen alanını kullanma ve değişkenler arasında ilişki kurma becerilerini gerektirmiştir. Bu soru kapsamında Ö10 ve Ö12 kodlu öğrencilerin yanıtları kullanılmıştır. Ö10 uzunluk ilişkisini kurmaya çalışmış, Ö12 ise üçgen alanı ve simetri ilişkisini daha belirgin biçimde kullanmıştır. Bu çözüm örneği Şekil 4.10'de sunulmuştur.

boyunca kesiliyor ve Şekil-IV elde ediliyor Şekil-IV'de elde edilen kâğıt açılıyor.

Buna göre açılan kâğıdın **bir yüzünün alanını** santimetrekare cinsinden veren cebirsel ifadeyi bulunuz.

$$\text{II} \rightarrow \square^{\frac{x}{2}} \frac{x}{2}$$

$$\frac{x}{2} = y$$
$$y\sqrt{2} = \frac{x}{2}\sqrt{2}$$

Şekil 4.10: Ö10 kodlu öğrencinin soru 6'ya ilişkin yanıtı

Şekil 4.10 incelendiğinde, Ö10 kodlu öğrencinin katlama sonrası oluşan uzunlukları başlangıçtaki kareyle ilişkilendirerek geometrik yapıyı çözümlemeye çalıştığı görülmektedir.

A: Katlama işlemini nasıl düşündün?

Ö10: Kare kâğıt katlandığı için oluşan küçük parçanın kenar uzunluğunun başlangıçtaki (x) ile ilişkili olduğunu düşündüm.

A: $x/2 = y$ ifadesini neden yazdın?

Ö10: $y = \frac{x}{2}$ Katlama sonucunda oluşan parçanın bir kenarının (x)'in yarısı olabileceğini düşündüm. Bu yüzden yazdım.

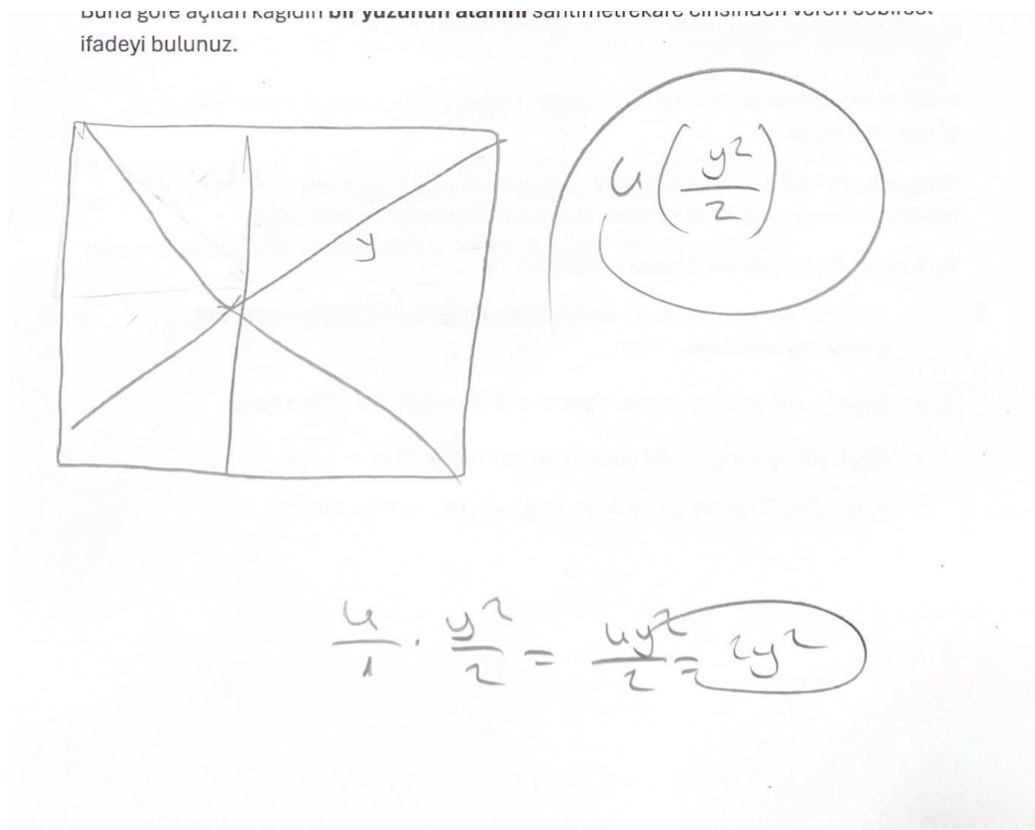
A: $y\sqrt{2}$ ifadesini nasıl yorumladın?

Ö10: $y\sqrt{2}$ Şekil-IV'te dik üçgen gibi bir yapı var. Kenarlar (y) ve (y) ise köşegen olur.

A: Çözümü tamamlamakta zorlandığın yer neresi oldu?

Ö10: Uzunluk ilişkisini kurdum ama açıldığında oluşan alanı tam olarak cebirsel ifadeye dönüştüremedim.

Ö10'un çözümünde, öğrencinin katlama sonrası oluşan uzunluk ilişkilerini fark etmeye çalıştığı görülmektedir. Öğrenci $y = \frac{x}{2}$ ilişkisini kurmuş ve dik üçgende köşegenin $y\sqrt{2}$ olacağını belirtmiştir. Bu durum, öğrencinin geometrik yapıyı analiz etmeye çalıştığını göstermektedir. Ancak problem alan ifadesi istediği hâlde öğrenci uzunluk ilişkisinden alan ifadesine geçememiştir. Bu nedenle öğrencinin uzamsal ilişki kurma bakımından olumlu bir başlangıç yaptığı, ancak alanı cebirsel olarak ifade etme bakımından desteğe ihtiyaç duyduğu söylenebilir. Bu çözüm örneği Şekil 4.11'de sunulmuştur.



Şekil 4.11: Ö12 kodlu öğrencinin soru 6'ya ilişkin yanıtı

Şekil 4.11 incelendiğinde, Ö12 kodlu öğrencinin açılan kâğıdı yeniden çizerek oluşan eş üçgenleri ve toplam alanı belirlemeye çalıştığı görülmektedir.

A: Açılan kâğıdı neden yeniden çizdin?

Ö12: Katlama ve kesme işlemi sonunda şeklin nasıl görüneceğini anlamak için çizdim. Böylece kaç tane üçgen oluşacağını görebileceğimi düşündüm.

A: $\frac{y^2}{2}$ ifadesini nasıl buldun?

Ö12: $\frac{y \cdot y \cdot y^2}{2}$ Şekil-IV'te oluşan parça dik üçgen gibi. Kenarları (y) ve (y) olursa alanı , yani olur.

A: Neden 4 ile çarptın?

Ö12: $4 \cdot \frac{y^2}{2}$ Açıldığında bu üçgenden 4 tane oluşacağını düşündüm. Bu yüzden yazdım.

A: Sonuçta hangi ifadeye ulaştın?

Ö12: $4 \cdot y^2 / 2 = 2y^2$ buldum. Fakat bunu (x) cinsinden tamamlamam gerekirdi.

Ö12'nin çözümü, katlama sonrası oluşan eş üçgenleri fark etmesi bakımından dikkat çekicidir. Öğrenci, bir üçgenin alanını $\frac{y^2}{2}$ olarak belirlemiş ve açıldığında dört eş üçgen oluşacağını düşünerek $2y^2$ ifadesine ulaşmıştır. Bu durum, öğrencinin simetri ve parça-bütün ilişkisini kullanabildiğini göstermektedir. Ancak problemde alanın (x) cinsinden ifade edilmesi beklendiği için çözüm tamamlanmamıştır. Öğrencinin bu soruda yaratıcı akıl yürütme göstergesi olarak görselleştirme ve simetriyi kullanma becerisi belirgindir; fakat değişkenler arası ilişkiyi sonuca taşıma bakımından eksiklik bulunmaktadır.

Katlama sonrasında oluşan eş parçaları simetri ve alan ilişkisiyle açıklamak, problemin içkin geometrik özelliklerine dayanan bir akıl yürütmedir. Ö10 ve Ö12'nin ilişkiyi fark etmeleri yenilik için başlangıç kanıtı sunsa da alanı değişken cinsinden tamamlamayamadıkları veya neden eş olduğunu açıklayamadıkları noktalar gerekçelendirme ve kontrol boyutundaki sınırlılığı göstermektedir.

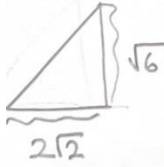
4.2.7 Soru 7'ye İlişkin Nitel Bulgular: Köklü İfadeler ve Alan Hesaplama

Soru 7'de öğrencilerden köklü ifadelerle verilen kenar uzunluklarını kullanarak parçalanmış bir dikdörtgendeki mavi üçgenlerin toplam alanını bulmaları beklenmiştir. Bu problem, köklü ifadeleri sadeleştirme, eş parçalara ayrılmış geometrik yapıyı yorumlama, küçük dikdörtgenin kenarlarını belirleme ve üçgen alanı üzerinden toplam alana ulaşma becerilerini gerektirmiştir. Bu soru için Ö3 kodlu öğrencinin yanıtı seçilmiştir. Ö3'ün yanıtı, köklü ifadelerle parça-bütün ilişkisini en açık biçimde kuran yanıtlardan biridir. Bu çözüm örneği Şekil 4.12'de sunulmuştur.

sa kenarını 4/uzun kenarını 6 eş dikdörtgene ayırıyor.

İr birine eş üçgen şeklinde, siyah ve mavi kumaşları yukarıdaki gibi üçgenlerin uzun kenarları doğrusal olacak şekilde dikdörtgenlerin içine dikerek çalışmasını tamamlıyor.

Jalan hanımın kullandığı mavi kumaşların toplam alanı kaç cm^2 dir?


$$\frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{2} = \sqrt{12}$$
$$= 2\sqrt{3} \rightarrow 1 \text{ tane},$$
$$\text{Tamam} = 12 \cdot 2\sqrt{3}$$
$$= 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Şekil 4.12: Ö3 kodlu öğrencinin soru 7'ye ilişkin yanıtı

Şekil 4.12 incelendiğinde, Ö3 kodlu öğrencinin köklü kenar uzunluklarını sadeleştirip eş parçalardan hareketle mavi üçgenlerin toplam alanını hesapladığı görülmektedir.

A: Bu soruda önce neyi belirledin?

Ö3: $\sqrt{288} = 12\sqrt{2}\sqrt{96} = 4\sqrt{6}$ Büyük dikdörtgenin kenar uzunluklarını sadeleştirdim. Uzun kenar, kısa kenar olur.

A: Dikdörtgenin eş parçalara ayrılması sana ne sağladı?

Ö3: $12\sqrt{2}/6 = 2\sqrt{24}\sqrt{6}/4 = \sqrt{6}$ Uzun kenar 6 parçaya ayrıldığı için buldum. Kısa kenar 4 parçaya ayrıldığı için buldum.

A: Bir mavi üçgenin alanını nasıl hesapladın?

Ö3: $\left(\frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{2}\right)$ Bir mavi üçgen küçük dikdörtgenin yarısı gibi. Bu yüzden yaptım.

A: Toplam mavi alanı nasıl buldun?

Ö3: $(2\sqrt{3})(12 \cdot 2\sqrt{3} = 24\sqrt{3})$ Bir üçgenin alanı olur. 12 mavi üçgen olduğu için buldum.

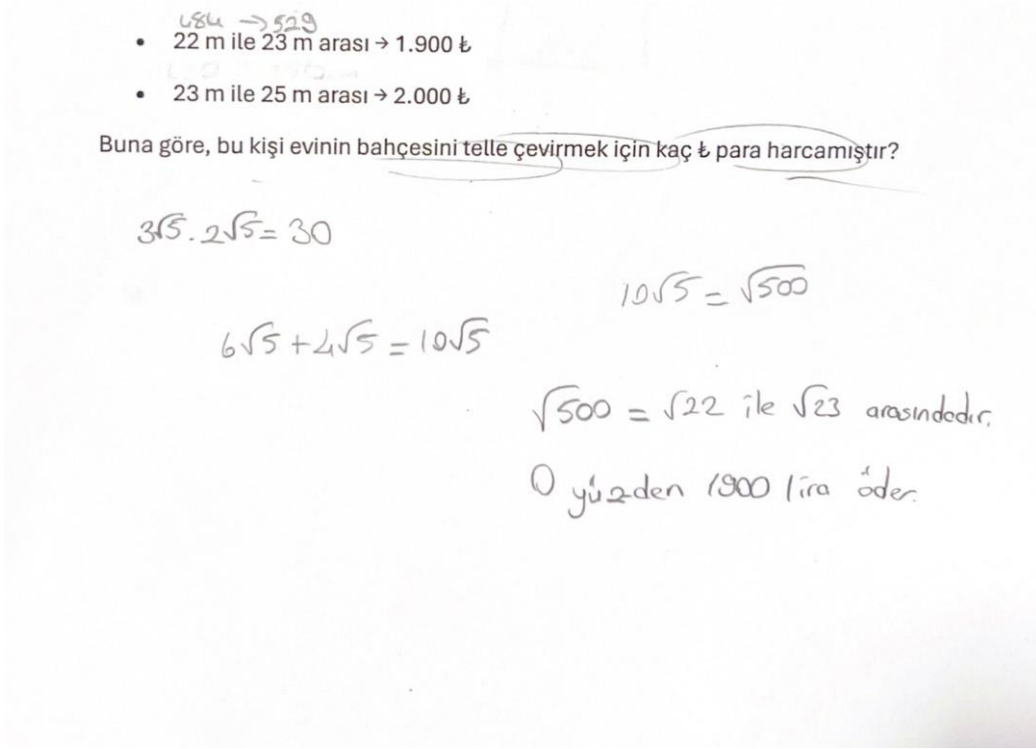
Ö3'ün çözümü, öğrencinin köklü ifadelerle verilen uzunlukları geometrik yapıyla ilişkilendirebildiğini göstermektedir. Öğrenci öncelikle büyük dikdörtgenin kenarlarını sadeleştirmiş, ardından bu kenarları eş parça sayılarına bölerek küçük dikdörtgenin boyutlarını belirlemiştir. Bir mavi üçgeni küçük dikdörtgenin yarısı olarak yorumlaması, parça-bütün ilişkisini doğru kurduğunu göstermektedir. Bu problemde Ö3'ün çözümü hem işlemsel doğruluk hem de matematiksel gerekçelendirme bakımından güçlüdür.

Ö3'ün köklü ifadeleri sadeleştirip geometrik parça-bütün ilişkisine bağlaması matematiksel dayanak göstermektedir. Çözüm doğru ve tutarlı olmakla birlikte tek bir yol sunulduğundan esneklik kanıtı sınırlıdır. Bu durum, yüksek nitelikli gerekçelendirmenin her zaman çoklu strateji üretimiyle birlikte ortaya çıkmayabileceğini göstermektedir.

4.2.8 Soru 8'e İlişkin Nitel Bulgular: Köklü İfadeler, Çevre ve Günlük Yaşam

Bağlamı

Soru 8'de öğrencilerden köklü ifadelerle verilen dikdörtgen biçimindeki bahçenin çevresini hesaplamaları ve çevre uzunluğunu fiyat listesiyle ilişkilendirmeleri beklenmiştir. Bu problem, köklü ifadeleri sadeleştirme, yaklaşık değer kullanma ve matematiksel sonucu günlük yaşam bağlamında yorumlama becerilerini gerektirmiştir. Bu soru kapsamında Ö7 ve Ö12 kodlu öğrencilerin yanıtları kullanılmıştır. Ö7 sonucu fiyat aralığı ile ilişkilendirmiş; Ö12 ise $\sqrt{500}$ değerini 22 ve 23 sayıları arasında konumlandırarak gerekçelendirme yapmıştır. Bu çözüm örneği Şekil 4.13'de sunulmuştur.



Şekil 4.13: Ö7 kodlu öğrencinin soru 8'e ilişkin yanıtı

Şekil 4.13 incelendiğinde, Ö7 kodlu öğrencinin bahçenin çevresini köklü ifadelerle hesaplayıp sonucu fiyat aralığıyla ilişkilendirdiği görülmektedir.

A: Bu soruda önce neyi hesapladın?

Ö7: Bahçenin çevresini bulmam gerektiğini düşündüm. Çünkü etrafı bir sıra tel ile çevrilecekti.

A: Kenarları nasıl kullandın?

Ö7: $(\sqrt{20})(2\sqrt{5})(3\sqrt{5})$ Kısa kenar idi. Bunu olarak düşündüm. Uzun kenar idi.

A: Çevre sonucunu nasıl yorumladın?

Ö7: $(10\sqrt{5})$ Çevre oldu. Bunun yaklaşık olarak 22 ile 23 metre arasında olduğunu düşündüm.

A: Fiyatı nasıl belirledin?

Ö7: 22 m ile 23 m arası fiyat 1900 TL olduğu için 1900 TL yazdım.

Ö7'nin çözümü, köklü ifadelerle elde edilen matematiksel sonucu günlük yaşam bağlamında yorumlaması bakımından önemlidir. Öğrenci $(10\sqrt{5})$ çevre değerini fiyat listesindeki uygun

aralığa yerleştirmiş ve 1900 TL sonucuna ulaşmıştır. Yazılı çözümde bazı sembolik gösterimlerin dağınık olduğu görülse de öğrencinin nihai kararı problem bağlamı açısından doğrudur. Bu durum, öğrencinin bağlamsal yorumlama becerisinin güçlü olduğunu göstermektedir. Bu çözüm örneği Şekil 4.14’de sunulmuştur.

• 23 m ile 25 m arası → 2.000 ₺

Buna göre, bu kişi evinin bahçesini telle çevirmek için kaç ₺ para harcamıştır?

Handwritten calculations and notes:

- $\frac{20}{10} \mid \frac{2}{5} = 2.5$
- $2.25 = 4.5$
- $2.35 = 6.5$
- 10.5
- 22 , 23
- 500
- 22 , 23
- 21 , 21 , 42 , 44
- 22 , 22 , 44 , 44 , 484
- 519

Şekil 4.14: Ö12 kodlu öğrencinin soru 8’e ilişkin yanıtı

Şekil 4.14 incelendiğinde, Ö12 kodlu öğrencinin köklü çevre değerini iki tam sayı arasında konumlandırarak uygun maliyet aralığını belirlediği görülmektedir.

A: Çevre uzunluğunu hangi ifadeyle ilişkilendirdin?

Ö12: $(10\sqrt{5})(\sqrt{500})$ Çevrenin , yani olarak düşünülebileceğini fark ettim.

A: $(\sqrt{500})$ ’ün hangi aralıkta olduğunu nasıl belirledin?

Ö12: $22^2 = 484$ $23^2 = 529$ 22 ve 23 sayılarıyla karşılaştırdım. 500 bu iki sayı arasında olduğu için de 22 ile 23 arasındadır.

A: Bu aralık sana hangi sonucu verdi?

Ö12: 22 m ile 23 m arası fiyat 1900 TL olduğu için cevap 1900 TL olur.

Ö12'nin yanıtı, yaklaşık değer kullanmadan karşılaştırma yoluyla aralık belirlemesi bakımından dikkat çekicidir. Öğrenci $\sqrt{500}$ değerini 22 ile 23 arasında konumlandırmak için kare alma stratejisini kullanmıştır. Bu strateji, öğrencinin sonucu yalnızca tahmin etmediğini, matematiksel olarak gerekçelendirdiğini göstermektedir. Bu problemde Ö12'nin bağlamsal yorumlama ve sonuç kontrolü becerileri güçlüdür.

Ö7 ve Ö12'nin köklü çevre değerini yaklaşık sayısal aralığa taşıyıp fiyat seçenekleriyle karşılaştırmaları, temsil değiştirme ve bağlamsal karar verme bakımından esneklik göstermektedir. Uygun fiyatı yalnızca seçmek yerine yaklaşık değer neden o aralıkta kaldığını açıklamaları, akla yatkınlık ve matematiksel gerekçelendirme kanıtını güçlendirmiştir.

4.2.9 Soru 9'a İlişkin Nitel Bulgular: Hız-Zaman İlişkisi ve Strateji Karşılaştırma

Soru 9'da öğrencilerden üç farklı bisiklet stratejisinin toplam süresini hesaplamaları ve 60 dakika koşulunu sağlayan stratejiyi belirlemeleri beklenmiştir. Bu problem, hız-zaman ilişkisini kullanma, parçalı yol durumlarını ayrı ayrı hesaplama, başlangıçta kaybedilen 6 dakikayı toplam süreye ekleme ve stratejileri karşılaştırma becerilerini gerektirmiştir. Bu soru kapsamında Ö2 ve Ö6 kodlu öğrencilerin yanıtları seçilmiştir. Ö2'nin yanıtı sistematik karşılaştırma içerdiği için; Ö6'nın yanıtı ise nihai olarak doğru stratejiye ulaşması ancak çözümünü dağınık yazması bakımından kullanılmıştır. Bu çözüm örneği Şekil 4.15'de sunulmuştur.

$\frac{60}{36} = 1,6$
 $\frac{60}{18} = 3,3$
 $6, \frac{10}{3} = 5$

A stratejisi = Her km = 3 dk = $54 dk + \text{ekipman} = 60 dk$
 B stratejisi = İlk 9 km = 45 dk + son 9 km 15 dk = $60 dk + \text{ekipman} = 66 dk$
 C stratejisi = İlk 6 km 20 dk + 12 km 36 dk + ekipman = $62 dk$

b) 60 dakika şartını sağlayan stratejileri belirtiniz.

A stratejisi

c) Çözümünüzü açıklayınız.

dakikalar ne kadar gittiğine bakıp girmek istediği km'yi hesaplım. ekipmanı da ekleyerek, Buldum (a) bölümü ben.

Şekil 4.15: Ö2 kodlu öğrencinin soru 9'a ilişkin yanıtı

Şekil 4.15 incelendiğinde, Ö2 kodlu öğrencinin üç hız stratejisinin sürelerini ayrı ayrı hesaplayıp başlangıçtaki zaman kaybını karşılaştırmaya kattığı görülmektedir.

A: Bu soruda stratejileri nasıl karşılaştırdın?

Ö2: Her stratejinin süresini ayrı ayrı hesapladım. Çünkü hızlar ve yol parçaları farklıydı.

A: A stratejisinde ne buldun?

Ö2: 18 km yol 20 km/s hızla gidilirse 54 dakika sürer. Başta 6 dakika kayıp olduğu için toplam 60 dakika olur.

A: B stratejisini nasıl hesapladın?

Ö2: İlk 9 km 12 km/s hızla 45 dakika, kalan 9 km 36 km/s hızla 15 dakika sürer. Toplam yol süresi 60 dakika olur. 6 dakika eklenince 66 dakika olur.

A: C stratejisinde ne buldun?

Ö2: İlk 6 km 20 dakika, kalan 12 km 36 dakika sürer. 6 dakika kayıpla toplam 62 dakika olur.

A: Hangi strateji uygundur?

Ö2: Yalnızca A stratejisi uygundur. Çünkü tam 60 dakika olur.

Ö2'nin çözümü, hız-zaman ilişkisini sistematik biçimde kullanması bakımından güçlüdür. Öğrenci her stratejiyi ayrı ayrı değerlendirmiş, yol parçalarını uygun hızlarla ilişkilendirmiş ve süreleri dakika cinsinden hesaplamıştır. Ayrıca başlangıçta kaybedilen 6 dakikayı her stratejinin toplam süresine eklemiştir. Bu çözüm, öğrencinin yalnızca işlem yapmadığını, aynı zamanda sonuçları verilen 60 dakika koşuluna göre karşılaştırdığını göstermektedir. Bu çözüm örneği Şekil 4.16'de sunulmuştur.

C stratejisi: İlk 6 km'yi 18 km/s, kalan 12 km'yi 20 km/s hızla gider.

a) Her stratejide toplam süreyi dakika cinsinden bulunuz.

Handwritten calculations for part a):

- 1 saat $\rightarrow$ 20 km
- 3 dk $\rightarrow$ 18 km
- 18 dk $\rightarrow$ 18 km
- 36 dk $\rightarrow$ 18 km
- 54 dk $\rightarrow$ 18 km

b) 60 dakika şartını sağlayan stratejileri belirtiniz.

Handwritten answers for part b):

- a) 54 dk + 6 dk
- b) 60 dk + 6 dk
- c) 56 dk + 6 dk

c) Çözümünüzü açıklayınız.

Handwritten explanation for part c):

Sadece a

Şekil 4.16: Ö6 kodlu öğrencinin soru 9'a ilişkin yanıtı

Şekil 4.16 incelendiğinde, Ö6 kodlu öğrencinin A stratejisini doğru süreyle ilişkilendirdiği ancak diğer stratejileri yazılı olarak karşılaştırmada zorlandığı görülmektedir.

A: A stratejisini nasıl düşündün?

Ö6: 20 km 60 dakikada gidiliyorsa 18 km daha az sürede gidilir diye düşündüm. 18 km için 54 dakika buldum.

A: 6 dakikalık kaybı nasıl kullandın?

Ö6: 54 dakikaya 6 dakika ekledim. Böylece A stratejisi 60 dakika oldu.

A: B ve C stratejilerini nasıl değerlendirdin?

Ö6: Onlarda yol iki parçaya ayrıldığı için her parçayı ayrı ayrı hesaplamam gerektiğini düşündüm. Fakat işlemleri yazarken biraz karışık oldu.

A: Sonuç olarak hangi stratejiyi yazdın?

Ö6: Sadece A stratejisinin uygun olduğunu yazdım.

Ö6'nın çözümü, özellikle A stratejisi bağlamında doğru hız-zaman ilişkisi kurduğunu göstermektedir. Öğrenci, 20 km/s hızla 18 km yolun 54 dakikada tamamlanacağını belirlemiş ve 6 dakikalık kaybı ekleyerek 60 dakikaya ulaşmıştır. B ve C stratejilerine ilişkin işlemleri yazılı olarak daha dağınık olsa da sonuçta yalnızca A stratejisini seçmesi doğru bir karardır. Bu durum, öğrencinin karar verme sürecinin doğru yönde olduğunu; ancak çözümü adım adım ve izlenebilir biçimde yazma bakımından desteğe ihtiyaç duyduğunu göstermektedir.

Hız-zaman seçeneklerini ayrı ayrı modelleyip 60 dakika koşuluna göre karşılaştırmak, alternatifleri sistematik biçimde değerlendiren esnek bir akıl yürütmedir. Ö2'nin seçim ölçütünü açıkça savunması güçlü gerekçelendirme; Ö6'nın hesaplamaları karşılaştırmadan tek seçeneğe yöneldiği bölümler ise kontrol ve akla yatkınlık bakımından sınırlılık olarak yorumlanmıştır.

4.2.10 Soru 10'a İlişkin Nitel Bulgular: Sayı Örüntüsü ve Genelleme

Soru 10'da öğrencilerden verilen sayı örüntüsündeki artış düzenini fark ederek 20. adımdaki parça sayısını belirlemeleri beklenmiştir. Bu problem, ardışık farkları inceleme, farkların kendi içindeki düzenini fark etme, örüntüyü devam ettirme ve mümkünse genel kural geliştirme becerilerini gerektirmiştir. Bu soru kapsamında Ö1 ve Ö11 kodlu öğrencilerin yanıtları kullanılmıştır. Ö1 genel terime ulaşması bakımından; Ö11 ise örüntüyü sistematik

biçimde devam ettirmesi bakımından seçilmiştir. Bu çözüm örneği Şekil 4.17’de sunulmuştur.

a) Bu sayı dizisini açıklayan en az iki farklı kural yazınız. (Örneğin genel terim, fark tablosu vb.)

$$A_n = \frac{n^2 + 3n + 4}{2}$$

b) Bu kuralları kullanarak robot kolunun **20. adımda kaç parça** yerleştireceğini bulunuz.

$$A_{20} = \frac{20^2 + 3 \cdot 20 + 4}{2} = \frac{400 + 60 + 4}{2} = \frac{464}{2} = 232$$

c) Her kuralınızın neden doğru olduğunu, adım adım açıklayınız.

Ordıışık terimler arasındakı farklara baktık. Her adımda eklenen sayı birer artmaktadır. Herhangi k adındaki sayıyı bulmak için ilk sayı olan 4'e adımı kadar eklenen sayıların toplamını eklememi gerekir.

Şekil 4.17: Ö1 kodlu öğrencinin soru 10’a ilişkin yanıtı

Şekil 4.17 incelendiğinde, Ö1 kodlu öğrencinin artan fark örüntüsünü belirleyip genel terim üzerinden 20. adıma ulaşmaya çalıştığı görülmektedir.

A: Bu dizide nasıl bir ilişki fark ettin?

Ö1: Sayılar 4, 7, 11, 16, 22 şeklinde gidiyor. Aralarındaki farklara baktım. Farklar 3, 4, 5, 6 şeklinde artıyor.

A: Bu farklardan nasıl bir kural çıkardın?

Ö1: Farkların her seferinde 1 arttığını gördüm. Bu yüzden genel bir terim yazılabileceğini düşündüm.

A: Genel terimi nasıl kullandın?

Öl: $\frac{n^2+3n+4}{2}n = 20$ Kuralı olarak yazdım. 20. adım için yazdım.

A: Sonuçta ne buldun?

Öl: $\frac{20^2+3\cdot 20+4}{2} = \frac{464}{2} = 232$ buldum.

Öl'in çözümü, örüntüdeki artan fark yapısını fark etmenin ötesine geçerek genel terim oluşturması bakımından güçlüdür. Öğrenci yalnızca diziyi devam ettirmemiş, örüntünün genel yapısını cebirsel ifadeye dönüştürmüştür. Bu durum, öğrencinin MYAY'nin genelleme ve gerekçelendirme boyutlarını belirgin biçimde sergilediğini göstermektedir. Özellikle 20. adım için doğrudan genel terimi kullanması, öğrencinin örüntüsel ilişkiyi soyutlayabildiğini göstermektedir. Bu çözüm örneği Şekil 4.18'de sunulmuştur.

a) Bu sayı dizisini açıklayan en az iki farklı kural yazınız. (Örneğin genel terim, fark tablosu vb.)

1. Her bir adımda eklenen parça sayısı artar.
2. Parça ekleme kuralı $\rightarrow x+1$
↓
Eklenerek
Parça sayısı, → ekstra

b) Bu kuralları kullanarak robot kolunun 20. adında kaç parça yerleştireceğini bulunuz.

1.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	7	11	16	22	29	37	46	56	67	79	92
13	14	15	16	17	18	19	20				
106	121	137	154	172	191	211	232				

21

c) Her kuralınızın neden doğru olduğunu, adım adım açıklayınız.

1. adımdan 2. adıma 3 artmış, yani tekrar 3 artmasını bekliyoruz ancak 4 artıyor. Sonra 5 diye gidiyor. Bu her birinde eklenen parça sayısının 1 arttığını ve $x+1$ 'i kanıtlıyor.

Şekil 4.18: Ö11 kodlu öğrencinin soru 10'a ilişkin yanıtı

Şekil 4.18 incelendiğinde, Ö11 kodlu öğrencinin ardışık farkların birer arttığını fark ederek örüntüyü adım adım sürdürdüğü görülmektedir.

A: Bu örüntüde nasıl bir artış fark ettin?

Ö11: Her adımda eklenen parça sayısının arttığını fark ettim. Önce 3, sonra 4, sonra 5 ekleniyor.

A: Bu ilişkiyi nasıl kullandın?

Ö11: Her sonraki adımda eklenecek sayı bir artıyor diye düşündüm. Bu yüzden adımları tek tek devam ettirdim.

A: 20. adıma nasıl ulaştın?

Ö11: 6. adımdan başlayarak 29, 37, 46, 56 şeklinde devam ettirdim. 20. adımda 232 değerine ulaştım.

A: Yazdığın $(x+1)$ ifadesi neyi anlatıyor?

Ö11: Eklenen parça sayısının her adımda bir arttığını göstermek istedim. Yani bu ifade genel terimden çok artış kuralını anlatıyor.

Ö11'in çözümü, örüntüyü sistematik biçimde devam ettirme becerisini göstermektedir. Öğrenci, ardışık farkların birer arttığını fark etmiş ve bu farkları kullanarak 20. adımda 232 değerine ulaşmıştır. Her ne kadar genel terimi cebirsel olarak tam kurmamış olsa da örüntünün temel yapısını doğru anlamlandırmıştır. Bu yanıt, MYAY'nin yalnızca sembolik genel terim yazmaktan ibaret olmadığını; sistematik devam ettirme, ilişki fark etme ve sonucu kontrol etme süreçlerini de içerdiğini göstermektedir.

Artan farkları fark edip genel terime ulaşmak, tek tek hesaplamanın ötesinde yapısal genelleme gerektirir. Ö1'in kuralı farklı adımlarda sınaması matematiksel kontrolü ve gerekçelendirmeyi; Ö11'in örüntüyü sürdürmesine rağmen genel kuralı tamamlayamaması ise yenilikçi başlangıcın matematiksel temele bağlanamadığı noktayı göstermektedir.

4.2.11 Nitel Bulguların Genel Değerlendirmesi

Nitel bulgular genel olarak değerlendirildiğinde, öğrencilerin MYAY süreçlerinin problem türüne göre farklılaştığı görülmektedir. Öğrenciler özellikle örüntü, genelleme, denklem kurma ve bağlamsal yorumlama gerektiren problemlerde daha belirgin yaratıcı akıl yürütme göstergeleri sergilemiştir. Soru 2'de Ö10 ve Ö4'ün $y = 3x + 1$ ilişkisine ulaşmaları, öğrencilerin ortak kenar yapısını fark ederek genelleme yapabildiklerini göstermektedir. Soru 5'te Ö5 ve Ö8'in aynı gölge uzunluğunu iki farklı biçimde temsil etmeleri, öğrencilerin

sözel problem durumlarını cebirsel modele dönüştürebildiklerini ortaya koymaktadır. Soru 10'da Ö1'in genel terim oluşturması ve Ö11'in artan farkları sistematik biçimde devam ettirmesi, örüntüsel düşünmenin yaratıcı akıl yürütme açısından önemli bir gösterge olduğunu göstermektedir.

Bununla birlikte bazı öğrencilerin doğru ilişkiyi fark etmelerine rağmen çözümü sonuca ulaştırmada veya sonucu gerekçelendirmede zorlandıkları görülmektedir. Örneğin Soru 6'da Ö10 ve Ö12 katlama sonrası oluşan geometrik ilişkileri fark etmiş, ancak alanı istenen değişken cinsinden tam olarak ifade edememiştir. Soru 1'de Ö2 ve Ö9 taban alanı ile iç duvar alanını birlikte düşünmeye çalışmış, ancak özellikle taban alanı ve yan yüzey alanı ayrımını sistematik biçimde göstermekte sınırlılık yaşamıştır. Soru 3'te Ö11 $c = 6$ değerine ulaşmasına rağmen büyük tablonun kenarlarını yorumlama aşamasında hata yapmıştır. Bu bulgular, öğrencilerin yaratıcı akıl yürütme süreçlerinde yalnızca doğru ilişkiyi fark etmelerinin yeterli olmadığını; bu ilişkiyi düzenli, gerekçeli ve problem bağlamına uygun biçimde sonuca taşımalarının da önemli olduğunu göstermektedir.

Öğrencilerin güçlü yönleri incelendiğinde, bazı öğrencilerin farklı temsillerden yararlanarak çözüm geliştirdikleri görülmektedir. Ö10'un Soru 2'de üst-alt-dikey kalem sayılarını ayrı ayrı sayması, Ö12'nin Soru 8'de $\sqrt{500}$ değerini 22 ve 23 sayıları arasında konumlandırması, Ö3'ün Soru 7'de küçük dikdörtgen ve mavi üçgen ilişkisini kullanması bu duruma örnektir. Bu yanıtlar, öğrencilerin bazı problem durumlarında standart işlem uygulamanın ötesine geçerek yapıyı analiz ettiklerini ve uygun strateji geliştirdiklerini göstermektedir.

Nitel bulgular, öğrencilerin MYAY süreçlerinde üç temel göstergenin öne çıktığını ortaya koymaktadır. Birincisi, öğrencilerin problemde verilen yapıyı fark etmeleri ve bu yapıdan matematiksel ilişki üretmeleridir. İkincisi, öğrencilerin gerektiğinde farklı temsil biçimlerini kullanmalarıdır. Üçüncüsü ise öğrencilerin ulaştıkları sonucu problem koşullarıyla ilişkilendirerek gerekçelendirmeleridir. Bu göstergeler, özellikle Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö10, Ö11 ve Ö12 kodlu öğrencilerin yanıtlarında daha belirgin biçimde görülmüştür.

Sonuç olarak nitel bulgular, öğrencilerin yaratıcı akıl yürütme süreçlerinin yalnızca doğru cevaba ulaşma ile sınırlı olmadığını göstermektedir. Öğrencilerin çözüm sürecinde ilişki kurma, strateji geliştirme, farklı temsil kullanma, genelleme yapma ve sonucu gerekçelendirme biçimleri yaratıcı akıl yürütmenin temel göstergeleri olarak değerlendirilmiştir. Bu bağlamda nitel bulgular, nicel bulgularda ortaya çıkan orta düzey

yoğunlaşmasını açıklayıcı niteliktedir. Öğrencilerin önemli bir kısmı bazı ilişkileri fark edebilmekte; ancak bu ilişkileri sistematik, özgün ve gerekçeli biçimde sonuca ulaştırmada farklı düzeylerde performans sergilemektedir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu bölümde araştırmadan elde edilen nicel ve nitel bulgular, araştırma soruları doğrultusunda tartışılmıştır. Nicel boyutta 204 sekizinci sınıf öğrencisinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'na verdiği yanıtlar; özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme kanıtları temel alınarak puanlanmıştır. Nitel boyutta ise yüksek düzey performans gösteren 12 öğrencinin yazılı çözümleri ve klinik görüşmeleri, strateji seçimi ile yaratıcı akıl yürütme göstergeleri arasındaki ilişkiyi açıklamak üzere incelenmiştir.

Araştırmada elde edilen nicel bulgular, öğrencilerin MYAY düzeylerinin büyük ölçüde orta düzeyde yoğunlaştığını; yüksek düzeyde yaratıcı akıl yürütme sergileyen öğrenci oranının ise sınırlı kaldığını göstermiştir. Nitel bulgular ise bu durumun arka planında öğrencilerin bazı problem türlerinde matematiksel ilişkiyi fark edebildiklerini, ancak bu ilişkiyi özgün, esnek ve gerekçeli biçimde sonuca ulaştırmada farklı düzeylerde performans sergilediklerini ortaya koymuştur. Bu yönüyle nicel ve nitel bulgular birlikte değerlendirildiğinde, MYAY'nin yalnızca doğru cevaba ulaşma davranışıyla açıklanamayacağı; problem durumunu anlamlandırma, uygun strateji geliştirme, farklı temsil biçimlerinden yararlanma ve çözümü matematiksel olarak gerekçelendirme süreçleriyle ilişkili çok boyutlu bir yapı olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Bu genel sonuç, matematiksel yaratıcılığın tek bir puan ya da yalnız özgün yanıt sayısı ile açıklanamayacağını gösteren sentezle uyumludur (Joklitschke et al., 2022). Açık uçlu ürünlerin görüşme ve geçerlik-güvenirlik kanıtlarıyla desteklenmesi gerektiği de vurgulanmaktadır (Suherman and Vidákovich, 2022). Güncel ölçme araştırması, sınav ve değerlendirme araçlarının yaratıcılığa yönelmiş görevleri bilinçli biçimde içermediğinde öğrencilerin yaratıcı düşünmesini eksik temsil edebileceğini göstermektedir (Bicer et al., 2024). Bu araştırmada rubrik puanlarının klinik görüşmelerle açıklanması, orta düzeyde görünen bir toplam performansın farklı öğrencilerde neden farklı strateji ve gerekçelendirme örüntülerine karşılık geldiğini görünür kılmıştır.

Birinci araştırma sorusunun problem bazındaki puan dağılımları boyutunda öğrencilerin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Formu'nda yer alan her bir probleme ilişkin performansları incelenmiştir. Bulgular, öğrencilerin problem türlerine göre farklı düzeylerde matematiksel yaratıcı akıl yürütme sergilediklerini göstermiştir. Öğrencilerin özellikle örüntü kurma, ilişki fark etme ve genelleme yapma gerektiren problemlerde daha başarılı oldukları görülmüştür. Buna karşılık günlük yaşam bağlamında modelleme yapma, çok

aşamalı işlem yürütme, geometrik parçaları ilişkilendirme ve çözümü gerekçelendirme gerektiren problemlerde daha fazla zorlandıkları belirlenmiştir.

Özellikle Soru 2 ve Soru 10'da öğrencilerin görece daha yüksek performans göstermeleri, örüntü ve genelleme içeren problem durumlarının öğrencilerin yaratıcı akıl yürütme süreçlerini daha görünür kıldığını göstermektedir. Silver (1997), matematiksel yaratıcılığın problem çözme ve problem kurma süreçlerinde akıcılık, esneklik ve özgünlük boyutlarıyla ortaya çıkabileceğini belirtmektedir. Güncel sistematik incelemeler de açık uçlu matematik görevlerinin bu boyutları gözlemek için yaygın biçimde kullanıldığını, ancak matematiksel uygunluk ve gerekçelendirme ölçütlerinin ayrıca tanımlanması gerektiğini göstermektedir (Joklitschke et al., 2022; Suherman and Vidákovich, 2022). Bu araştırmada öğrencilerin kare-kalem örüntüsünde genel kurala ulaşmaları ve sayı dizisindeki artan farkları fark etmeleri bu çok boyutlu yapıyla uyumludur.

Soru 2'de bazı öğrencilerin $y = 3x + 1$ kuralına ulaşmaları, onların yalnızca verilen şekli saymadıklarını, aynı zamanda kare sayısı ile kalem sayısı arasındaki ilişkiyi genelleştiklerini göstermektedir. Leikin (2009), öğrencilerin aynı probleme farklı çözüm yolları geliştirmelerinin matematiksel yaratıcılığın önemli göstergelerinden biri olduğunu vurgulamaktadır. Bu araştırmada Ö10 kodlu öğrencinin üst, alt ve dikey kalemleri ayrı ayrı sayarak 151 sonucuna ulaşması, Leikin'in (2009) çoklu çözüm görevleri yaklaşımıyla benzerlik göstermektedir.

Örüntü problemlerinde doğru ilişkiyi kuran öğrencilerin yanında, bazı öğrencilerin artışı fark etmelerine rağmen başlangıç değerini veya ortak kenar ilişkisini eksik kullandıkları görülmüştür. Bu durum, öğrencilerin örüntünün yalnızca ardışık artışını değil, yapısal nedenini de anlamlandırmaları gerektiğini göstermektedir. Mason (1996), genellemenin öğrencilerin belirli örneklerden hareketle daha genel matematiksel ilişkilere ulaşmalarını gerektirdiğini belirtmektedir. Bu araştırmada bazı öğrencilerin doğru artışı fark etmelerine rağmen cebirsel kurala ulaşmakta zorlanmaları, Mason'ın (1996) genellemenin yalnızca örüntüyü sürdürme değil, örüntünün yapısını ifade etme süreci olduğu yönündeki yaklaşımıyla ilişkilendirilebilir.

Araştırmada öğrencilerin en fazla zorlandıkları problem türlerinden biri, günlük yaşam bağlamı içinde verilen çok aşamalı modelleme problemleri olmuştur. Özellikle Soru 5 ve Soru 8 gibi problemlerde öğrencilerden verilen sözel durumu matematiksel ifadeye

dönüştürmeleri ve elde ettikleri sonucu bağlam içinde yorumlamaları beklenmiştir. Blum and Leiss (2007), matematiksel modellemenin gerçek ya da bağlamsal bir durumun matematiksel yapılara dönüştürülmesini ve sonucun yeniden bağlam içinde yorumlanmasını içerdiğini belirtmektedir. Bu araştırmada öğrencilerin Soru 5’te apartman yüksekliği, gölge uzunluğu ve ayak uzunluğu arasındaki ilişkiyi kurmada farklı düzeylerde performans sergilemeleri, Blum and Leiss’in (2007) modelleme sürecine ilişkin açıklamalarıyla uyumludur.

Soru 8’de köklü ifadelerle verilen bahçe çevresinin fiyat listesiyle ilişkilendirilmesi, öğrencilerin matematiksel sonucu bağlam içinde yorumlamalarını gerektirmiştir. Sözel problemlerde matematiksel işlem ile gerçek yaşam bağlamı arasındaki ilişkinin kurulmasında güçlük yaşanabildiği belirtilmektedir (Verschaffel et al., 2000). Bu araştırmada bazı öğrencilerin sonucu doğru bulmalarına rağmen fiyat aralığına karar verme sürecinde zorlanmaları, bağlamı anlamlandırmanın problem çözmedeki belirleyici rolüyle örtüşmektedir.

Geometrik yapı ve cebirsel ifadelerin birlikte kullanıldığı problemlerde öğrencilerin performanslarının değişkenlik gösterdiği belirlenmiştir. Soru 3’te bazı öğrenciler görsel yapıdan çevre denklemi kurabilirken, bazıları çevre boyunca tekrar eden parçalar ile büyük tablonun tek kenar uzunluğu arasındaki ayrımı karıştırmıştır. Problemdeki ilişkileri fark etme, uygun çıkarım yapma ve gerekçelendirme süreçlerinin ortaokul öğrencilerinin akıl yürütmesini ayırttığı belirlenmiştir (Güler Baran ve Yazgan Sağ, 2024). Bu tezde görsel yapıdan cebirsel denkleme geçişte gözlenen farklılıklar, söz konusu süreç bulgularıyla doğrudan örtüşmektedir.

Geometri, alan ve parça-bütün ilişkisi gerektiren Soru 1, Soru 6 ve Soru 7’de öğrencilerin bazıları doğru stratejiye yönelmiş, ancak çözümü tam ve gerekçeli biçimde sonuca ulaştırmada zorlanmıştır. Bu durum, öğrencilerin geometrik düşünme gerektiren problemlerde yalnızca formül bilmelerinin yeterli olmadığını; şekli analiz etme, parçaları ilişkilendirme ve sonucu bağlam içinde yorumlama becerilerine ihtiyaç duyduklarını göstermektedir. Polya (1945, aktaran Schoenfeld, 1985), problem çözme sürecinde problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve çözümü kontrol etme aşamalarının birlikte ele alınması gerektiğini belirtmektedir. Bu araştırmada bazı öğrencilerin doğru plan geliştirmelerine rağmen çözümü kontrol etmeden sonuca ulaşmaları, Polya’nın (1945,

aktaran Schoenfeld, 1985) problem çözüme sürecinde kontrol aşamasının önemine ilişkin yaklaşımla örtüşmektedir.

Birinci araştırma sorusunun toplam puanlar boyutunda öğrencilerin toplam MYAY puanları incelenmiştir. Bulgulara göre öğrencilerin toplam puanları genel olarak düşük-orta ve orta düzey aralığında yoğunlaşmıştır. Toplam puan ortalamasının yüksek düzey aralığından uzak olması, öğrencilerin bazı problem durumlarında çözüm üretebildiklerini ancak çözüm süreçlerini özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme bakımından yeterince derinleştiremediklerini göstermektedir.

Bu sonuç, MYAY'nin öğrencilerde kendiliğinden ve tüm problem türlerinde aynı düzeyde ortaya çıkan bir beceri olmadığını düşündürmektedir. Mann (2006), matematiksel yaratıcılığın matematiksel etkinliğin özünde yer aldığını, ancak öğrencilerin keşfetme ve farklı çözüm yolları deneme fırsatlarına ihtiyaç duyduğunu belirtmektedir. Daha güncel öğretim yaklaşımları da düşünme görevlerinin düzenli kullanımını, öğrenciye strateji sorumluluğu verilmesini ve çözümlerin sınıf içinde gerekçelendirilmesini önermektedir (Liljedahl, 2020; NCTM, 2020). Yüksek düzeyde yaratıcı akıl yürütme gösteren öğrenci sayısının sınırlı kalması, bu fırsatların sürekliliğinin önemine işaret etmektedir.

Öğrencilerin toplam puanlarının çoğunlukla orta düzeyde yoğunlaşması, onların problem çözüme sürecinde belirli matematiksel ilişkileri fark edebildiklerini ancak bu ilişkileri her zaman özgün ve gerekçeli biçimde kullanamadıklarını göstermektedir. Matematiksel yaratıcılığın doğru cevap üretmenin ötesinde uygun, yeni ve anlamlı matematiksel fikir geliştirmeyi gerektirdiği belirtilmektedir (Nadjafikhah et al., 2012). Bu çalışmada öğrencilerin çoğunun yüksek düzeye ulaşamaması, yaratıcılığın bu çok boyutlu yapısıyla uyumludur.

Bu çalışmada öğrencilerin toplam puanlarının çoğunlukla orta düzeyde yoğunlaşması ve yüksek düzey grubunun sınırlı kalması, öğrencilerin bilinen algoritmalara yönelme eğilimiyle örtüşmektedir. Yedinci sınıf öğrencilerinin çeşitli problem durumlarında algoritmik akıl yürütmeyi yaratıcı akıl yürütmeden daha sık kullandıkları belirlenmiştir (Öz and Işık, 2024). Bununla birlikte yaratıcı akıl yürütme gerektiren görevlerin yalnız yüksek başarı grubunu değil, farklı başarı düzeylerindeki öğrencileri ayırt edebildiği gösterilmiştir (Berge and Solberg, 2026). Bu tezde de yüksek performansın sınırlı olması, yaratıcı görevlerin yalnız seçkin bir gruba ayrılması gerektiğini değil; tüm öğrencilerin çözüm

yolunu kurup gerekçelendirebileceği görevlerle daha düzenli karşılaşması gerektiğini göstermektedir.

Bal-İncebacak ve Ersoy (2018), ortaokul öğrencilerinin yaratıcı problem çözme etkinliklerinde problemi yapılandırma, bilgiyi düzenleme ve uygun strateji geliştirme aşamalarında zorlanabildiklerini belirtmektedir. Bu araştırmada öğrencilerin bazı problemlerde doğru ilişkiyi fark etmelerine rağmen çözümü tamamlayamamaları, Bal-İncebacak ve Ersoy'un (2018) yaratıcı problem çözme sürecinde öğrencilerin yaşadığı güçlüklerle benzerlik göstermektedir.

Birinci araştırma sorusunun performans düzeyleri boyutunda öğrencilerin MYAY düzeylerine göre dağılımları incelenmiştir. Elde edilen bulgular, öğrencilerin büyük çoğunluğunun orta düzeyde yer aldığını, yüksek düzeyde yer alan öğrenci sayısının ise sınırlı olduğunu göstermiştir. Bu sonuç, öğrencilerin önemli bir bölümünün belirli düzeyde çözüm stratejisi geliştirebildiğini ancak yüksek düzey yaratıcı akıl yürütmenin gerektirdiği özgünlük, esneklik ve güçlü matematiksel gerekçelendirme göstergelerini sınırlı düzeyde sergilediğini ortaya koymaktadır.

Yüksek düzeyde yer alan öğrenci sayısının az olması, MYAY'nin üst düzey bir düşünme süreci olduğunu göstermektedir. Lithner (2008), yaratıcı matematiksel akıl yürütmenin öğrencinin yalnızca bilinen algoritmaları uygulamasından farklı olarak, çözümünü matematiksel özelliklere dayandırmasını ve gerekçelendirmesini gerektirdiğini belirtmektedir. Bu araştırmada öğrencilerin önemli bir kısmının çözüm sürecinde hazır işlem yollarına veya eksik genellemelere yönelmesi, Lithner'in (2008) yaratıcı ve taklitçi akıl yürütme ayrımına ilişkin çerçevesiyle ilişkilendirilebilir.

Düşük ve orta düzeyde yer alan öğrencilerin bazı problemlerde doğru başlangıçlar yaptıkları, ancak çözümü gerekçelendirme veya sonuç kontrolü aşamasında sınırlı kaldıkları görülmüştür. Schoenfeld (1985), matematiksel problem çözmede yalnızca bilgiye sahip olmanın yeterli olmadığını, öğrencilerin strateji seçme, izleme ve kontrol süreçlerini de kullanmaları gerektiğini vurgulamaktadır. Bu araştırmada öğrencilerin özellikle Soru 9 ve Soru 10'da ulaştıkları sonuçları yeterince kontrol etmemeleri, Schoenfeld'in (1985) problem çözmede izleme ve kontrol süreçlerine verdiği önemle örtüşmektedir.

MYAY düzeylerinin belirlenmesinde rubrik temelli değerlendirmenin kullanılması, öğrencilerin yalnızca doğru sonuca ulaşmış olmadıklarını değil, çözüm sürecinin niteliğini

de incelemeye olanak sağlamıştır. Rubriklerin performansı farklı nitelik boyutları açısından görünür kılınabileceği belirtilmektedir (Brookhart, 2013). Açık uçlu görevlerde ölçütlerin, puanlama kararlarının ve geçerlik-güvenirlik kanıtlarının açıkça raporlanması gerektiği vurgulanmaktadır (Suherman and Vidákovich, 2022). Güncel standart sınav incelemesi de yaratıcılığa yönelmiş görevlerin değerlendirme sistemlerinde bilinçli ve dengeli biçimde yer alması gerektiğini göstermektedir (Bicer et al., 2024). Bu araştırmada özgünlük, esneklik ve matematiksel gerekçelendirme boyutlarının birlikte kullanılması bu gereksinimlerle örtüşmektedir.

İkinci araştırma sorusu kapsamında öğrencilerin MYAY puanlarının cinsiyete göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Elde edilen bulgular, kız öğrencilerin puan ortalamasının erkek öğrencilerden bir miktar yüksek olmasına rağmen bu farkın istatistiksel olarak anlamlı olmadığını göstermiştir. Bu sonuç, araştırma grubunda cinsiyet değişkeninin MYAY puanları üzerinde belirleyici bir değişken olmadığını ortaya koymaktadır.

Cinsiyete göre anlamlı fark bulunmaması, MYAY'nin cinsiyetten çok öğrencilerin problem çözme deneyimleri, karşılaştıkları görev türleri, öğretim ortamları ve matematiksel gerekçelendirme alışkanlıklarıyla ilişkili olabileceğini düşündürmektedir. Nadjafikhah et al. (2012), matematiksel yaratıcılığı alan bilgisi, düşünme biçimi ve görev koşullarıyla ilişkili çok boyutlu bir yapı olarak ele almaktadır. Güncel sistematik inceleme de farklı yaratıcılık kavramsallaştırmalarının kişi, süreç, ürün ve ortam bileşenlerini farklı ağırlıklarla ele aldığını göstermektedir (Joklitschke et al., 2022). Bu araştırmadaki sonuç, cinsiyetten bağımsız olarak tüm öğrencilere üretken görev ve gerekçelendirme fırsatları sunulması gerektiğini desteklemektedir.

Bu bulgu, öğretim sürecinde yaratıcı akıl yürütmeyi geliştirmeye yönelik etkinliklerin cinsiyete göre ayrıştırılmadan tüm öğrencilere sunulması gerektiğini göstermektedir. Dündar (2015), matematiksel yaratıcılığın bilişsel, duyuşsal ve beceri temelli boyutlarla ilişkili olarak ele alınabileceğini belirtmektedir. Bu araştırmada kız ve erkek öğrenciler arasında anlamlı fark bulunmaması, Dündar'ın (2015) matematiksel yaratıcılığı daha çok düşünme ve beceri süreçleriyle ilişkilendiren yaklaşımıyla tutarlıdır.

Üçüncü araştırma sorusu kapsamında öğrencilerin MYAY puanlarının matematik dersine ilişkin akademik başarı düzeylerine göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Bulgular, akademik başarı düzeyi arttıkça öğrencilerin MYAY puan ortalamalarının genel olarak

yükseldiğini göstermiştir. ANOVA sonucunda akademik başarı düzeyleri arasında anlamlı farklılık bulunmuş, farkın özellikle düşük başarı düzeyindeki öğrenciler ile orta ve yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler arasında ortaya çıktığı belirlenmiştir.

Bu sonuç, temel matematiksel bilgi ve becerilerin yaratıcı akıl yürütme için önemli bir zemin oluşturduğunu göstermektedir. İlkokul öğrencileriyle yürütülen güncel araştırmada, matematiksel doğruluk ve kavramları uygulama puanlarındaki artışın özgün çözüm üretme olasılığını yükselttiği belirlenmiştir (Bahar et al., 2024). Bu tezde düşük akademik başarı grubunun yaratıcı akıl yürütme puanlarının daha düşük olması, alan bilgisinin özgün strateji üretimi için bir kaynak sunduğu görüşüyle örtüşmektedir. Buna karşılık orta ve yüksek başarı grupları arasında anlamlı fark bulunmaması, alan bilgisinin gerekli bir zemin olabileceğini ancak yaratıcı performansı tek başına açıklamadığını göstermektedir.

Bununla birlikte orta ve yüksek akademik başarı düzeyleri arasında anlamlı farklılık bulunmaması, MYAY'nin yalnızca akademik başarıyla açıklanamayacağını göstermektedir. Mann (2006), matematiksel yaratıcılığın işlem yeterliğinin ötesinde yeni fikirler üretme ve matematiksel ilişkileri keşfetme süreçleriyle ilişkili olduğunu vurgulamaktadır. Bu araştırmada akademik başarı ile yaratıcı akıl yürütme arasında ilişki bulunmasına rağmen bu ilişkinin sınırlı kalması, Mann'ın (2006) matematiksel yaratıcılığı çok boyutlu bir yapı olarak ele alan yaklaşımıyla örtüşmektedir.

Akademik başarı düzeyi yüksek olan öğrencilerin tamamının yüksek yaratıcı akıl yürütme düzeyinde yer almaması, yaratıcı akıl yürütmenin başarıdan farklı ek beceriler gerektirdiğini göstermektedir. Demir ve Açıkgül (2021), matematiksel yaratıcılığın yaratıcı problem çözme becerileriyle ilişkili olduğunu ve bu becerinin farklı çözüm yolları üretme sürecinde görünür hâle geldiğini belirtmektedir. Bu araştırmada akademik başarı düzeyi yüksek olan bazı öğrencilerin özgünlük ve esneklik boyutlarında sınırlı kalmaları, Demir ve Açıkgül'ün (2021) yaratıcılığın yalnızca akademik başarıyla açıklanamayacağına ilişkin yaklaşımıyla benzerlik göstermektedir.

Araştırmanın nitel boyutunda 12 öğrencinin yanıtları incelenmiş ve her problem için öğrencilerin çözüm süreçlerinden örnekler sunulmuştur. Nitel bulgular, öğrencilerin MYAY süreçlerinin problem türüne, kullanılan temsil biçimine ve öğrencinin gerekçelendirme becerisine göre farklılaştığını göstermiştir. Öğrencilerin bazıları doğru sonuca ulaşmanın

ötesinde, çözüm sürecini açıklama, alternatif strateji geliştirme ve sonucu kontrol etme bakımından güçlü göstergeler sergilemiştir.

Nitel bulgularda özellikle Ö1, Ö2, Ö3, Ö4, Ö5, Ö8, Ö10, Ö11 ve Ö12 kodlu öğrencilerin belirli problemlerde güçlü yaratıcı akıl yürütme göstergeleri sundukları görülmüştür. Ö1 kodlu öğrencinin Soru 10'da genel terim oluşturmaya, Ö10 kodlu öğrencinin Soru 2'de yapısal sayma stratejisi kullanması ve Ö12 kodlu öğrencinin Soru 8'de değerini 22 ile 23 arasında konumlandırması, farklı temsil biçimlerinin aynı araştırmada görünür olabildiğini göstermektedir. Leikin (2009), çoklu çözüm ve temsil kullanımının matematiksel yaratıcılık hakkında kanıt sağladığını belirtmektedir. Güncel değerlendirme sentezi de açık uçlu yanıtların görüşme verisiyle birlikte incelenmesinin ürünün arkasındaki süreci açıklamaya yardımcı olduğunu göstermektedir (Suherman and Vidákovich, 2022).

Öğrencilerin bazı problemlerde doğru ilişkiyi fark etmelerine rağmen sonucu tam ve gerekçeli biçimde ifade edemedikleri görülmüştür. Örneğin Ö10 kodlu öğrenci Soru 6'daki ilişkiyi fark etmiş, ancak alanı x cinsinden tamamlayamamıştır. Lithner (2008), yaratıcı matematiksel akıl yürütmede çözümün matematiksel olarak temellendirilmesi gerektiğini belirtmektedir. Daha güncel değerlendirme çalışması da yaratıcı akıl yürütme gerektiren görevlerin öğrenci performansını yalnız doğruluk değil, yolun oluşturulması ve gerekçelendirilmesi üzerinden ayırt edebildiğini göstermektedir (Berge and Solberg, 2026). Bu araştırmadaki eksik tamamlamalar, yeni bir ilişkiyi fark etmenin tek başına güçlü yaratıcı akıl yürütme için yeterli olmadığını doğrulamaktadır.

Nitel bulgular, öğrencilerin en güçlü oldukları alanlardan birinin örüntü ve ilişki fark etme olduğunu göstermiştir. Soru 2 ve Soru 10'da öğrencilerin büyük kısmı artış ilişkilerini fark etmiş, ancak bazıları bu ilişkileri doğru cebirsel kurala dönüştürmede zorlanmıştır. Mason (1996), genelleme sürecinde öğrencilerin yalnızca örüntüyü devam ettirmelerinin yeterli olmadığını, bu örüntüyü genel bir matematiksel ilişki olarak ifade etmeleri gerektiğini belirtmektedir. Bu araştırmada Ö11 kodlu öğrencinin Soru 10'da örüntüyü doğru devam ettirmesine rağmen genel terimi tam kuramaması, Mason'ın (1996) genellenmenin sembolik ifade boyutuna ilişkin yaklaşımıyla örtüşmektedir.

Nitel bulgularda bağlamsal yorumlama becerisinin bazı öğrencilerde belirgin biçimde geliştiği görülmüştür. Ö7 ve Ö12 kodlu öğrencilerin Soru 8'de çevre uzunluğunu fiyat listesiyle ilişkilendirmeleri, öğrencilerin matematiksel sonucu gerçek yaşam bağlamına

taşıyabildiklerini göstermektedir. Verschaffel et al. (2000), sözel problemlerde gerçekçi bağlamın dikkate alınmasının matematiksel işlemin anlamlandırılması açısından önemli olduğunu belirtmektedir. Bu araştırmada bazı öğrencilerin köklü ifadelerle bulunan çevreyi fiyat aralığına göre yorumlaması, Verschaffel et al.'ın (2000) bağlamsal anlamlandırmaya ilişkin yaklaşımıyla benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin hız-zaman ilişkisi gerektiren Soru 9'da farklı düzeylerde performans sergiledikleri belirlenmiştir. Ö2 kodlu öğrenci A, B ve C stratejilerini sistematik biçimde karşılaştırırken, bazı öğrenciler yol-hız-zaman ilişkisini doğru kurmakta zorlanmıştır. Polya (1945, aktaran Schoenfeld, 1985), problem çözme sürecinde doğru planın uygulanmasının yanı sıra sonucun kontrol edilmesinin de önemli olduğunu belirtmektedir. Bu araştırmada bazı öğrencilerin süre hesaplarını kontrol etmeden hatalı strateji seçmeleri, Polya'nın (1945, aktaran Schoenfeld, 1985) kontrol aşamasına ilişkin vurgusuyla örtüşmektedir.

Nicel ve nitel bulgular birlikte değerlendirildiğinde, öğrencilerin MYAY süreçlerine ilişkin tamamlayıcı bir görünüm elde edilmiştir. Orta düzeyde yoğunlaşan nicel puanlar, nitel çözümlemelerde görülen kısmi ilişki kurma ve eksik gerekçelendirme örüntüleriyle açıklanmıştır. Örüntü ve genelleme görevlerindeki görece güçlü performans Silver'in (1997) ve Leikin'in (2009) açık uçlu görev bulgularıyla; bağlamsal ve çok aşamalı problemlerdeki güçlükler ise modelleme sürecinin formüle etme ve yorumlama talepleriyle uyumludur (Blum and Leiss, 2007). Bulgular arasında kuramsal çerçeveye çelişen belirgin bir örüntü görülmemiş; ancak yüksek puanlı öğrencilerde dahi gerekçelendirme niteliğinin değişmesi, toplam puanın tek başına süreç hakkında yeterli olmadığını göstermiştir.

Açıklayıcı sıralı karma yöntemde nicel veriler genel eğilimi belirlerken, nitel takip verileri seçilmiş sonuçların hangi süreçlerle oluştuğunu açıklamak için kullanılır (Creswell and Plano Clark, 2025). Bu çalışmada nicel puanların nitel katılımcı seçiminde ölçüt olması bağlantı kurma; öğrencilerin önceki yazılı çözümlerinin görüşme sorularını yapılandırması ise inşa etme yoluyla bütünleştirme işlevi görmüştür (Fetters and Tajima, 2022; Jackson-Gordon and Plano Clark, 2024). Nicel veriler düzeyleri ve grup farklarını ortaya koyarken, nitel veriler öğrencilerin hangi stratejilerle ilerlediğini ve gerekçenin nerede güçlenip sınırlı kaldığını açıklamıştır. Böylece karma yöntem tasarımı, MYAY'nin düzey ve süreç boyutlarını aynı yorum çerçevesinde ilişkilendirmiştir.

Nicel bulgulara öğrencilerin büyük bölümünün orta düzeyde yer alması, nitel bulgulara gözlenen kısmi başarı ve sınırlılıklarla açıklanabilir. Öğrenciler birçok problemde doğru ilişkiyi fark etmiş, ancak bu ilişkiyi sistematik, özgün ve gerekçeli biçimde sonuca ulaştırmada aynı düzeyde başarılı olamamıştır. Silver'ın (1997) akıcılık, esneklik ve özgünlük yaklaşımı ile Lithner'in (2008) matematiksel dayanak ölçütü birlikte ele alındığında, boyutlar arasındaki bu ayrışma kuramsal olarak anlamlıdır. Yaratıcılık kavramsallaştırmalarındaki çeşitliliği gösteren güncel inceleme de bir boyuttaki gücün diğer boyutlarda aynı performansı garanti etmediğini düşündürmektedir (Joklitschke et al., 2022).

Nitel bulgulara öğrencilerin özellikle örüntü ve modelleme problemlerinde farklı stratejiler kullandıkları görülmüştür. Bu durum, nicel bulgulara Soru 2 ve Soru 10'un görece yüksek performans göstermesiyle uyumludur. Demir ve Açıkgül (2021), matematiksel yaratıcılığın farklı çözüm yolları üretme ve esnek düşünme becerileriyle ilişkili olduğunu belirtmektedir. Norqvist et al. (2025) ise öğrencinin hazır yöntem yerine çözümü kendisinin kurduğu görevlerde matematiksel yapıyı taşıyan bilgilere daha fazla dikkat yöneltebildiğini göstermiştir. Bu araştırmada öğrencilerin örüntü problemlerindeki temsil çeşitliliği, görev yapısının strateji üretme fırsatını etkilediği görüşünü desteklemektedir.

Nitel bulgulara öğrencilerin bazı geometrik ve bağlamsal problemlerde doğru stratejiye yöneledikleri ancak çözümü tamamlayamadıkları görülmüştür. Bu durum, nicel bulgulara bazı problem ortalamalarının düşük kalmasını açıklamaktadır. Bal-İncebacak ve Ersoy (2018), yaratıcı problem çözme sürecinde öğrencilerin problemi yapılandırma ve bilgiyi düzenleme aşamalarında zorlanabildiklerini belirtmektedir. Bu araştırmada öğrencilerin Soru 1, Soru 6 ve Soru 9'da strateji geliştirmelerine rağmen çözüm sürecini düzenlemede zorlanmaları, Bal-İncebacak ve Ersoy'un (2018) bulgularıyla benzerlik göstermektedir.

Nicel ve nitel bulgular birlikte değerlendirildiğinde, yaratıcı görevlerin varlığı kadar bu görevlerin sınıfta nasıl ele alındığı da önem kazanmaktadır. Öğretmenin matematiksel yaratıcılığa ilişkin kavramsal bilgisinin sınıf uygulamalarına her zaman tam olarak yansımadağı belirlenmiştir (Turan et al., 2025). Bu araştırmada öğrencilerin ilişkiyi fark ettikleri hâlde çözümü tamamlamakta ve gerekçelendirmekte zorlanmaları, çözüm yollarının savunulduğu ve karşılaştırıldığı süreklilik gösteren sınıf normlarının önemini desteklemektedir (Hiebert and Grouws, 2007; Yackel and Cobb, 1996).

Araştırmanın temel sonucu, sekizinci sınıf öğrencilerinin MYAY performanslarının çoğunlukla orta düzeyde yoğunlaşması ve yüksek düzey göstergelerin sınırlı kalmasıdır. Bu örüntü, öğrencilerin bazı matematiksel ilişkileri fark edebildiğini; ancak çözüm yolunu özgünlük, esneklik ve güçlü gerekçelendirme bakımından her problemde sürdüremediğini göstermektedir. Sonuç, matematiksel yaratıcılığın tek bir ürün puanıyla açıklanamayacağı yönündeki literatürü desteklemektedir (Joklitschke et al., 2022; Suherman and Vidákovich, 2022).

Problem türlerine göre performansın değişmesi araştırmanın en belirgin sonuçlarından biridir. Öğrenciler örüntü ve genelleme problemlerinde görece daha güçlü; çok aşamalı modelleme, günlük yaşam bağlamında yorumlama, geometrik parça-bütün ilişkisi ve hız-zaman ilişkisi gerektiren problemlerde daha sınırlı performans göstermiştir. Problem bağlamı ve temsil biçiminin akıl yürütme göstergelerini değiştirebildiği yönündeki bulgular bu sonucu desteklemektedir (Blum and Leiss, 2007; Güler Baran ve Yazgan Sağ, 2024).

Cinsiyete göre MYAY puanları arasında anlamlı fark bulunmaması, bu örnekte cinsiyetin açıklayıcı bir değişken olmadığını göstermektedir. Bu sonuç cinsiyetin genel olarak etkisiz olduğu biçiminde genellenmemiş; yaratıcı performansın alan bilgisi, görev koşulları, süreç ve ortam bileşenleriyle birlikte ele alınması gerektiği kabul edilmiştir (Nadjafikhah et al., 2012; Joklitschke et al., 2022).

Akademik başarı düzeyine göre MYAY puanları anlamlı biçimde farklılaşmış; düşük başarı grubu orta ve yüksek gruplardan daha düşük puan alırken orta ve yüksek gruplar arasında anlamlı fark bulunmamıştır. Etki büyüklüğünün $\eta^2 = .10$ olması, akademik başarının MYAY puanlarındaki değişimin bir bölümünü açıkladığını, ancak performansın tamamını belirlemediğini göstermektedir. Bu sonuç, alan bilgisinin yaratıcı çözüm için kaynak sunduğu fakat yüksek işlem başarısının özgün ve esnek stratejiyi garanti etmediği görüşüyle uyumludur (Mann, 2006; Bahar et al., 2024).

Nitel bulgular öğrencilerin ilişki fark etme, strateji geliştirme, temsil değiştirme ve sonucu gerekçelendirme bakımından farklılaştığını göstermiştir. Bazı öğrenciler örüntüdeki ilişkiyi fark ettiği hâlde bunu cebirsel genellemeye dönüştürememiş; bazıları uygun stratejiyi seçtiği hâlde sonuç kontrolünde hata yapmıştır. Bu örüntü, genellemenin yalnız diziyi sürdürmeyi değil yapıyı genel bir matematiksel ilişki olarak ifade etmeyi gerektirdiği görüşünü desteklemektedir (Mason, 1996).

Sonuçlar, MYAY'nin çok boyutlu ve süreç odaklı bir yapı olduğuna ilişkin mevcut kuramsal açıklamaları desteklemektedir (Lithner, 2008; Leikin, 2021). Öğrencilerin performansı problem türü, kullanılan strateji, matematiksel bilgiyi bağlama aktarma ve çözümü gerekçelendirme düzeyine göre farklılaşmıştır. Bu nedenle araştırmanın katkısı yapının çok boyutlu olduğunu ilk kez ileri sürmek değil, bu boyutların sekizinci sınıf öğrencilerinin farklı problem bağlamlarındaki düzey ve süreç kanıtlarıyla nasıl birlikte görüldüğünü ortaya koymaktır.

Bu sonuçlar doğrultusunda geliştirilen öneriler aşağıda sunulmuştur.

- Matematik derslerinde, yürürlükteki programın problem çözme ve muhakeme hedefleri doğrultusunda öğrencinin çözüm yolunu kendisinin kurmasını, gerekçelendirmesini ve alternatiflerle karşılaştırmasını gerektiren açık uçlu görevlere düzenli olarak yer verilebilir. Öğretmen soruları doğru cevabı açıklamak yerine strateji seçiminin nedenini ve sonucun geçerliğini görünür kılacak biçimde yapılandırılabilir.
- Örüntü ve genelleme görevlerindeki görece güçlü performans, öğrencilerin ilişki kurma becerisini cebirsel gerekçelendirmeye taşımak için kullanılabilir. Modelleme, geometri-cebir ilişkisi ve hız-zaman bağlamlarında ise tam çözüm örneğini doğrudan vermek yerine, kısmi öğrenci çözümlerinin karşılaştırıldığı ve hata kaynağının tartışıldığı kademeli destekler planlanabilir.
- Ders materyali ve ölçme görevleri hazırlanırken farklı problem türlerinin dengeli biçimde temsil edilmesine dikkat edilebilir. Tek bir sayısal cevabı bulunan görevlerde dahi temsil değiştirme, alternatif yol üretme ve çözümü matematiksel özelliklere dayalı olarak savunma talepleri açıkça belirtilebilir.
- Araştırma yalnız sekizinci sınıf öğrencileriyle ve iki ilçedeki devlet okullarıyla sınırlıdır. Gelecek çalışmalarda aynı kuramsal çerçeve farklı sınıf düzeyleri, okul türleri ve bölgelerde uygulanarak MYAY göstergelerinin gelişimsel ve bağlamsal farklılıkları karşılaştırılabilir.
- MYAY ile akademik başarı arasındaki ilişkinin sınırlı etki büyüklüğüyle ortaya çıkması dikkate alınarak matematik kaygısı, üstbilişsel farkındalık, problem çözmeye yönelik tutum, öğretmen geri bildirimi ve sınıf içi sosyomatematiksel normlar gibi değişkenlerin açıklayıcı rolü boylamsal ya da çok değişkenli tasarımlarla incelenebilir.

- Açık uçlu problem çözüme, çoklu çözüm görevleri, problem kurma ve modelleme temelli öğretim uygulamalarına ilişkin mevcut deneysel kanıtlar, Türkiye’deki ortaokul bağlamında daha uzun süreli müdahalelerle genişletilebilir. Bu çalışmalarda yalnız son test puanı değil, strateji değişimi, gerekçelendirme kalitesi ve yeni problemlere transfer de izlenebilir.

KAYNAKLAR

- Alderton, J. and Pratt, N.** (2025). The construction of mathematical reasoning as a pedagogical object. *Educational Studies in Mathematics*, 120, 299–315. <https://doi.org/10.1007/s10649-025-10420-1>
- Alçı Aydoğan, M. ve Uygun, T.** (2025). Ortaokul öğrencilerinin çok çözümlü problemleri çözme sürecindeki matematiksel yaratıcılıklarının incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 16(1), 1167–1193. <https://doi.org/10.51460/baebd.1627024>
- Altun, M.** (2018). *Matematik öğretimi (13. baskı)*. Alfa Yayıncılık.
- Aydın, E. ve Delice, A.** (2019). Ortaokul öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme becerileri ile problem çözme başarıları arasındaki ilişki. *Eğitim ve Bilim*, 44(198), 1–20.
- Bahar, A. K., Can, İ., and Maker, C. J.** (2024). What does it take to be original? An exploration of mathematical problem solving. *Thinking Skills and Creativity*, 53, 101592. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2024.101592>
- Baki, A. ve Kartal, T.** (2004). Öğretmen adaylarının matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 1–10.
- Bal-İncebacak, B. ve Ersoy, E.** (2018). Ortaokul öğrencilerinin yaratıcı problem çözme becerileri. *Eğitim Bilimleri Araştırmaları Dergisi*, 8(2), 1–18.
- Berge, R. L. and Solberg, E. M.** (2026). Assessing mathematical reasoning: Analyzing imitative and creative reasoning by students. *Educational Studies in Mathematics*, 122, 407–425. <https://doi.org/10.1007/s10649-026-10487-4>
- Bicer, A., Aldemir, T., Krall, G., Quiroz, F., Chamberlin, S., Nelson, J. L., Lee, Y., and Kwon, H.** (2024). Exploring creativity in mathematics assessment: An analysis of standardized tests. *Thinking Skills and Creativity*, 54, 101652. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2024.101652>
- Blum, W. and Leiss, D.** (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example Sugarloaf and the DISUM project. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics* (pp. 222–231). Horwood Publishing.
- Boaler, J.** (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Brookhart, S. M.** (2013). *How to create and use rubrics for formative assessment and grading*. ASCD.
- Bulut, S., Özkaya, A., Şahin, G., Orkun, A., Tez, B., Parladi, S. S., and Bölükbaşıoğlu, A.** (2024). Matematiksel modelleme ile yapılandırılmış STEM eğitiminin akıl yürütme becerisi, matematiksel yeterlik ve kaygıya etkisi. *EDUCATIONE*, 3(1), 1–32. <https://doi.org/10.58650/educatione.1367824>
- Büyüköztürk, Ş.** (2020). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı (28. baskı)*. Pegem Akademi.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., ve Demirel, F.** (2018). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Campbell, S., Greenwood, M., Prior, S., Shearer, T., Walkem, K., Young, S., Bywaters, D., and Walker, K.** (2020). Purposive sampling: Complex or simple? Research case examples. *Journal of Research in Nursing*, 25(8), 652–661. <https://doi.org/10.1177/1744987120927206>
- Cankoy, O. ve Darbaz, S.** (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38, 11–24.
- Çelenli, M., Taşpınar-Şener, Z., ve Aydoğdu, M. Z.** (2022). Beceri temelli matematik sorularının orantısal akıl yürütme problem türlerine göre incelenmesi. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 40, 161–169. <https://doi.org/10.31590/ejosat.1178255>
- Çelik, D. ve Güler, M.** (2013). Açık uçlu matematik problemlerinin öğrencilerin muhakeme becerilerine etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 38(168), 123–139.
- Çiftci, Z. ve Akgün, L.** (2021). Matematiksel akıl yürütme becerisini sınıflandırmaya yönelik kavramsal bir çerçeve. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43, 556–575.
- Creswell, J. W.** (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches (4th ed.)*. Sage Publications.
- Creswell, J. W. and Plano Clark, V. L.** (2025). *Designing and conducting mixed methods research (4th ed.)*. SAGE.
- Cronbach, L. J.** (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika*, 16(3), 297–334. <https://doi.org/10.1007/BF02310555>
- Csikszentmihalyi, M.** (1996). *Creativity: Flow and the psychology of discovery and invention*. HarperCollins.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Demir, A. ve Cantürk Günhan, B.** (2024). Bir matematik öğretmeninin öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini destekleme eylemlerinin incelenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 60, 1283–1302. <https://doi.org/10.53444/deubefd.1418423>
- Demir, M. ve Açıkgül, K.** (2021). Matematik öğretmenlerinin matematiksel yaratıcılığa ilişkin görüşlerinin ve yaratıcı problem çözme becerilerinin incelenmesi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 8(3), 175–194. <https://doi.org/10.17278/ijesim.911266>
- Devlin, K.** (2012). *Introduction to mathematical thinking*. Stanford University Press.
- Dündar, S.** (2015). Matematiksel yaratıcılığa yönelik matematik öğretmen adaylarının görüşlerinin incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(1), 18–34. <https://doi.org/10.7822/omuefd.214916>
- English, L. D.** (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 183–217. <https://doi.org/10.1023/A:1002963618035>
- Fetters, M. D. and Tajima, C.** (2022). Joint displays of integrated data collection in mixed methods research. *International Journal of Qualitative Methods*, 21. <https://doi.org/10.1177/16094069221104564>
- Field, A.** (2024). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics (6th ed.)*. SAGE.
- George, D. and Mallery, P.** (2019). *IBM SPSS statistics 26 step by step: A simple guide and reference (16th ed.)*. Routledge.
- Güç, F. A. ve Keskin, M. Ö.** (2021). Ortaokul öğrencilerinin problem kurma becerileri ile matematiksel yaratıcılıklarının incelenmesi. *Eğitim ve Bilim*, 46(206), 123–145.
- Guilford, J. P.** (1967). *The nature of human intelligence*. McGraw-Hill.
- Güler Baran, H. ve Yazgan Sağ, G.** (2024). Matematiksel akıl yürütme süreçlerinin analizi: Ortaokul öğrencileri örneği. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 13(3), 663–677. <https://doi.org/10.30703/cije.1409847>
- Güven, Y. ve Göncü, H. B.** (2021). Tahmin becerilerinin geliştirilmesinin çocukların akıl yürütme becerileri ve sezgisel matematik yeteneklerine etkisi. *Akdeniz Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 4(1), 1–19.
- Harel, G. and Sowder, L.** (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 805–842). Information Age Publishing.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Hansen, E. K. S.** (2022). Students' agency, creative reasoning, and collaboration in mathematical problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 34, 813–834. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00365-y>
- Hayes, A. F. and Coutts, J. J.** (2020). Use omega rather than Cronbach's alpha for estimating reliability. But... *Communication Methods and Measures*, 14(1), 1–24. <https://doi.org/10.1080/19312458.2020.1718629>
- Haylock, D. W.** (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics*, 18(1), 59–74. <https://doi.org/10.1007/BF00367914>
- Hiebert, J. and Grouws, D. A.** (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–404). Information Age Publishing.
- Hiebert, J. and Lefevre, P.** (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1–27). Lawrence Erlbaum Associates.
- Hmelo-Silver, C. E.** (2004). Problem-based learning: What and how do students learn? *Educational Psychology Review*, 16(3), 235–266. <https://doi.org/10.1023/B:EDPR.0000034022.16470.f3>
- Ivankova, N. V., Creswell, J. W., and Stick, S. L.** (2006). Using mixed-methods sequential explanatory design: From theory to practice. *Field Methods*, 18(1), 3–20. <https://doi.org/10.1177/1525822X05282260>
- Jackson-Gordon, R. and Plano Clark, V. L.** (2024). Using a joint display for building integration in a sequential study: Informing data collection for a participatory second phase. *Journal of Mixed Methods Research*, 18(2), 137–146. <https://doi.org/10.1177/15586898231179848>
- Johnson-Laird, P. N.** (2006). *How we reason*. Oxford University Press.
- Joklitschke, J., Rott, B., and Schindler, M.** (2022). Notions of creativity in mathematics education research: A systematic literature review. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20, 1161–1181. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10192-z>

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Jonsson, B., Granberg, C., and Lithner, J.** (2020). Gaining mathematical understanding: The effects of creative mathematical reasoning and cognitive proficiency. *Frontiers in Psychology*, 11, 574366. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.574366>
- Jonsson, B., Mossegård, J., Lithner, J., and Karlsson Wirebring, L.** (2022). Creative mathematical reasoning: Does need for cognition matter? *Frontiers in Psychology*, 12, 797807. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.797807>
- Jonsson, B., Norqvist, M., Liljekvist, Y., and Lithner, J.** (2014). Learning mathematics through algorithmic and creative reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, 36, 20–32. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.08.003>
- Jäder, J., Lithner, J., and Sidenvall, J.** (2020). Mathematical problem solving in textbooks from twelve countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(7), 1120–1136. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1656826>
- Karakuş, F. and Peker, M.** (2015). The effects of dynamic geometry software and physical manipulatives on pre-service primary teachers' geometric thinking. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 22(2), 63–78.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., and Findell, B. (Eds.).** (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Krathwohl, D. R.** (2002). A revision of Bloom's taxonomy: An overview. *Theory Into Practice*, 41(4), 212–218. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4104_2
- Lakens, D.** (2022). Sample size justification. *Collabra: Psychology*, 8(1), 33267. <https://doi.org/10.1525/collabra.33267>
- Leikin, R.** (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, and B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129–145). Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789087909352_010
- Leikin, R.** (2021). When practice needs more research: The nature and nurture of mathematical creativity. *ZDM-Mathematics Education*, 53(1), 1–14. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01195-y>

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Leikin, R. and Lev, M.** (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In J.-H. Woo, H.-C. Lew, K.-S. Park, and D.-Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 161–168). The Korea Society of Educational Studies in Mathematics.
- Lesh, R. and Doerr, H.** (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Levav-Waynberg, A. and Leikin, R.** (2012a). The role of multiple solution tasks in developing knowledge and creativity in geometry. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 73–90. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.11.001>
- Levav-Waynberg, A. and Leikin, R.** (2012b). Using multiple solution tasks for the evaluation of students' problem-solving performance in geometry. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 12(4), 311–333. <https://doi.org/10.1080/14926156.2012.732191>
- Li, Q. and Kim, S.** (2025). Meta-analysis of fMRI studies related to mathematical creativity. *Frontiers in Psychology*, 15, 1400328. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2024.1400328>
- Liljedahl, P.** (2020). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K–12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin.
- Lithner, J.** (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Lithner, J.** (2017). Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. *ZDM Mathematics Education*, 49(6), 937–949. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0867-3>
- Mann, E. L.** (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, 30(2), 236–260. <https://doi.org/10.1177/016235320603000206>
- Mason, J.** (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, and L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 65–86). Kluwer Academic Publishers.
- Mason, J.** (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. RoutledgeFalmer. <https://doi.org/10.4324/9780203471876>

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Mason, J., Burton, L., and Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2nd ed.). Pearson.
- Miles, M. B. and Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). SAGE.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., and Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3rd ed.). SAGE.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1–8. sınıflar)*. MEB Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. MEB Yayınları. <https://tymm.meb.gov.tr/upload/program/2024programmat5678Onayli.pdf>
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2025). *2025–2026 eğitim ve öğretim yılına ilişkin iş ve işlemler (Genelge No. 2025/63)*. <https://mevzuat.meb.gov.tr/dosyalar/2288.pdf>
- Nadjafikhah, M., Yafian, N., and Bakhshalizadeh, S. (2012). Mathematical creativity: Some definitions and characteristics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 31, 285–291. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.056>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2020). *Catalyzing change in middle school mathematics: Initiating critical conversations*. NCTM.
- Norqvist, M., Jonsson, B., and Lithner, J. (2025). Shifts in student attention on algorithmic and creative practice tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 118, 409–428. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10250-z>
- Norqvist, M., Jonsson, B., Lithner, J., Qwillbaird, T., and Holm, L. (2019). Investigating algorithmic and creative reasoning strategies by eye tracking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 55, 100701. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.03.008>
- OECD. (2019). *PISA 2018 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science and financial literacy*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- OECD. (2023). *PISA 2022 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science and innovative domains*. OECD Publishing.
<https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en>
- Öz, T. and Işık, A. (2024). Exploring mathematical reasoning skills of middle school students. *Thinking Skills and Creativity*, 53, 101612.
<https://doi.org/10.1016/j.tsc.2024.101612>
- Özgen, K. ve Alkan, H. (2014). Öğrencilerin matematiksel problem çözme süreçlerinde akıl yürütme becerilerinin incelenmesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 3(2), 78–90.
- O'Connor, C. and Joffe, H. (2020). Intercoder reliability in qualitative research: Debates and practical guidelines. *International Journal of Qualitative Methods*, 19.
<https://doi.org/10.1177/1609406919899220>
- Ron-Ezra, M. and Levenson, E. S. (2025). Exploring how students with learning disorders engage with open arithmetic tasks using a mathematical creativity lens. *Educational Studies in Mathematics*, 120, 587–608. <https://doi.org/10.1007/s10649-025-10426-9>
- Runco, M. A. and Jaeger, G. J. (2012). The standard definition of creativity. *Creativity Research Journal*, 24(1), 92–96. <https://doi.org/10.1080/10400419.2012.650092>
- Saka, E. ve Alkan, S. (2022). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının problem kurma durumlarındaki matematiksel yaratıcılıklarının incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(Özel Sayı), 385–426.
<https://doi.org/10.29299/kefad.882145>
- Saldaña, J. (2021). *The coding manual for qualitative researchers (4th ed.)*. SAGE.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (2010). *How we think: A theory of goal-oriented decision making and its educational applications*. Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In L. D. English and D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed., pp. 221–243). Routledge.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Silver, E. A.** (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Silver, E. A.** (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM Mathematics Education*, 29(3), 75–80.
- Silver, E. A. and Cai, J.** (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521–539. <https://doi.org/10.2307/749846>
- Sriraman, B.** (2005). Are giftedness and creativity synonyms in mathematics? *The Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 20–36.
- Sternberg, R. J.** (2006). The nature of creativity. *Creativity Research Journal*, 18(1), 87–98. https://doi.org/10.1207/s15326934crj1801_10
- Stylianides, A. J.** (2007). The notion of proof in the context of elementary school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 65(1), 1–20. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9038-0>
- Stylianides, A. J. and Ball, D. L.** (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: Knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(4), 307–332. <https://doi.org/10.1007/s10857-008-9077-9>
- Suherman, S. and Vidákovich, T.** (2022). Assessment of mathematical creative thinking: A systematic review. *Thinking Skills and Creativity*, 44, 101019. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2022.101019>
- Tall, D.** (2013). *How humans learn to think mathematically: Exploring the three worlds of mathematics*. Cambridge University Press.
- Torrance, E. P.** (1974). *Torrance tests of creative thinking: Norms-technical manual*. Personnel Press.
- Turan, M., Sengil-Akar, S., and Saygi, E.** (2025). Fostering mathematical creativity: A case study of middle school teachers' classroom practices. *Thinking Skills and Creativity*, 57, 101848. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2025.101848>
- Umay, A. ve Kaf, Y.** (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütmeler. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188–195.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., and Bay-Williams, J. M.** (2019). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally (10th ed.)*. Pearson.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Verschaffel, L., Greer, B., and de Corte, E.** (2000). *Making sense of word problems*. Swets & Zeitlinger.
- Vygotsky, L. S.** (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.
- Wallas, G.** (1926). *The art of thought*. Harcourt, Brace and Company.
- Weingarden, M. and Buchbinder, O.** (2026). Exploring the opportunities for reasoning and proving in mathematical tasks designed by secondary prospective teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 121, 309–332. <https://doi.org/10.1007/s10649-025-10440-x>
- Yackel, E. and Cobb, P.** (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477. <https://doi.org/10.2307/749877>
- Yeşildere, S. ve Türnüklü, E.** (2007). İlköğretim öğrencilerinin matematiksel düşünme ve akıl yürütme becerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 45–57.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H.** (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (11. baskı)*. Seçkin Yayıncılık.

EKLER

EKLER

EK A: Ayrıntılı Bilgilendirme ve Gönüllü Katılım Formu

Sayın Katılımcı,

Bu form, “Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi” adlı araştırmaya ilişkin bilgilendirme amacıyla hazırlanmıştır. Araştırma uygulamasına katılım gönüllülük esasına dayalıdır. Araştırmaya katılıp katılmamakta özgürsünüz ve istediğiniz aşamada çalışmadan ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmamanız ya da araştırmadan ayrılmanız okul yaşantınızı veya ders başarınızı etkilemeyecektir.

Araştırma kapsamında kimlik belirleyici bilgi istenmemekte; verilen yanıtlar yalnızca bilimsel amaçlarla, gizlilik ilkesi gözetilerek kullanılmaktadır. Araştırma herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Uygulama sırasında herhangi bir nedenle rahatsızlık duyarsanız çalışmayı yarıda bırakabilirsiniz.

Araştırmacı: Zehra Şevval HUŞ

Araştırmanın amacı: Ortaokul öğrencilerinin matematiksel yaratıcı akıl yürütme becerilerini, problem çözme süreçlerinde geliştirdikleri özgün çözüm yolları ve gerekçelendirme stratejileri üzerinden incelemektir.

Ses / Görüntü Kaydı Onamı

☐ Yalnızca ses kaydı alınmasına izin veriyorum.

☐ Görüntü kaydı alınmasına izin veriyorum.

☐ Ses ve görüntü kaydı alınmasına izin vermiyorum.

Yukarıda açıklanan araştırmaya gönüllü olarak katılmayı kabul ediyorum.

Tarih: .../.../.....

Katılımcının Adı-Soyadı:

İmza:

.....

EK B: Veli Onam Formu

Sayın Veli,

Bu form, velisi bulunduğunuz öğrencinin “Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi” adlı araştırmaya katılımı için hazırlanmıştır. Araştırmaya katılım gönüllülük esasına dayalıdır. Çocuğunuz araştırmaya katılıp katılmamakta özgürdür ve istediği aşamada çalışmadan ayrılabilir. Araştırmaya katılmaması veya araştırmadan ayrılması akademik başarısını, okul ve öğretmenleriyle ilişkisini etkilemeyecektir.

Araştırmada öğrencilerden kimlik belirleyici bilgi istenmemektedir. Yanıtlar gizli tutulacak ve yalnızca araştırma kapsamında bilimsel amaçlarla değerlendirilecektir. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Uygulama sırasında rahatsızlık duyulması hâlinde çalışma yarıda bırakılabilir.

Araştırmacı: Zehra Şevval HUŞ

Araştırmanın amacı: Ortaokul öğrencilerinin matematiksel yaratıcı akıl yürütme becerilerini, problem çözme süreçlerinde geliştirdikleri özgün çözüm yolları ve gerekçelendirme stratejileri üzerinden incelemektir.

Ses / Görüntü Kaydı Veli Onamı

☐ Yalnızca ses kaydı alınmasına izin veriyorum.

☐ Görüntü kaydı alınmasına izin veriyorum.

☐ Ses ve görüntü kaydı alınmasına izin vermiyorum.

Velisi bulunduğum öğrencinin yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.

Öğrencinin Adı-Soyadı: Sınıfı/No:/.....

Tarih: .../.../..... Velinin Adı-Soyadı: İmza:

EK C: Demografik Bilgi Formu

Bu form, araştırmaya katılan öğrencilerin temel demografik ve eğitim bilgilerini belirlemek amacıyla hazırlanmıştır. Formda ad-soyad bilgisi istenmemektedir; bilgiler yalnızca araştırma kapsamında kullanılacaktır.

1. Öğrenci kodu:

2. Cinsiyet: ☐ Kız ☐ Erkek

3. Sınıf / Şube:

4. Matematik dersi yıl sonu not ortalaması: ☐ 0-44 ☐ 45-54 ☐ 55-69 ☐ 70-84 ☐ 85-100

5. Matematik dersindeki akademik başarı düzeyi: ☐ Düşük ☐ Orta ☐ Yüksek

6. Matematik problemlerini çözerken farklı çözüm yolları denemeyi tercih eder misiniz? ☐ Evet ☐ Bazen ☐ Hayır

7. Daha önce açık uçlu veya farklı çözüm yolu gerektiren matematik problemleri çözdünüz mü? ☐ Evet ☐ Hayır

Katılımınız için teşekkür ederiz.

EK D: Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Problem Formu

MATEMATİKSEL YARATICI AKIL YÜRÜTME PROBLEM FORMU

Öğrenci Ad-Soyadı / Rumuzu:

Okul:

Sınıf:

Tarih:

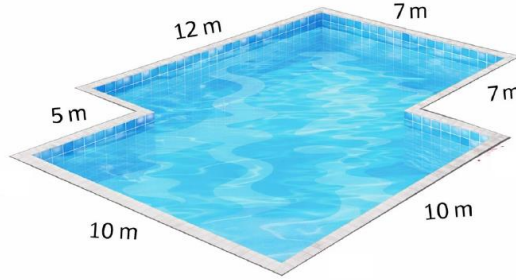
Genel Yönerge

Aşağıdaki problemleri dikkatlice okuyup çözünüz.

Her soruda, **yalnızca cevabı bulmanız değil, nasıl düşündüğünüzü ve hangi yolları kullandığınızı** da göstermeniz istenmektedir.

- Mümkün olduğunca **farklı çözüm yolları** denemeye çalışınız.
- Düşüncelerinizi, ara işlemlerinizi ve gerekçelerinizi açıkça yazınız.
- Bir sorunun birden fazla çözüm yöntemi olabileceğini unutmayınız.

SORU 1



Yüzme havuzu yukarıdaki şekilde gösterilmiştir. Havuzun tabanı düzensiz çokgen biçimindedir ve havuzun derinliği **1,5 metredir**.

Havuzun kenar uzunlukları şekil üzerinde verilmiştir.

Havuzun tabanı ve tüm iç duvarları seramik karo ile kaplanacaktır. Buna göre, havuzun iç yüzeyini kaplamak için kaç metrekare seramik gereklidir?

SORU 2



Renkli kalemlerle küçük **kare çerçeveler** yapılmıştır.
Kareler yan yana dizildiğinde aşağıdaki gibi görünür.

Soru:

Eğer kareler bu şekilde yan yana dizilmeye devam ederse,
50 kare yapmak için kaç kaleme ihtiyaç olur?

Diyelim ki:

- x , kare sayısını
- y , gerekli kalem sayısını gösterebilirsin.

Soru:

y 'yi x cinsinden nasıl ifade edebilirsin?

Yani, kalem sayısı ile kare sayısı arasında nasıl bir ilişki vardır?

SORU 3



Fransız ressam Edgar Degas'ın ünlü bir tablosunun reproduksiyonu, sergi için **yatayda 4, dikeyde 2** olmak üzere toplam **8 eş dikdörtgensel panele** ayrılmıştır.

Her bir küçük panelin:

- Kısa kenarı $(2c-1)$ cm
- Uzun kenarı $(5c+2)$ cm'dir.

Paneller birleştirildiğinde oluşan büyük tablonun **çevresi 216 cm**'dir.

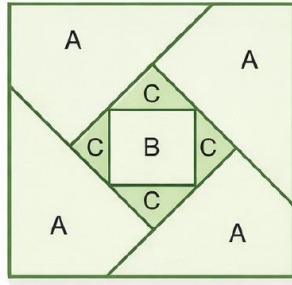
Buna göre:

1. c Kaçtır?

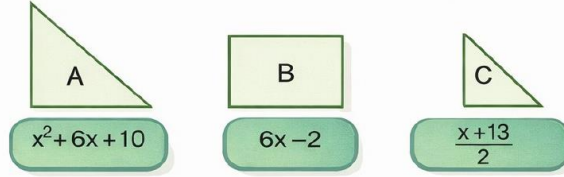
2. Büyük tablonun kısa ve uzun kenarları kaç cm'dir?

SORU 4

Kare şeklindeki bir pano, şekildeki gibi 9 parçaya ayrılıyor. Üzerinde aynı harfin yazılı olduğu parçalar birbirine özdeştir.

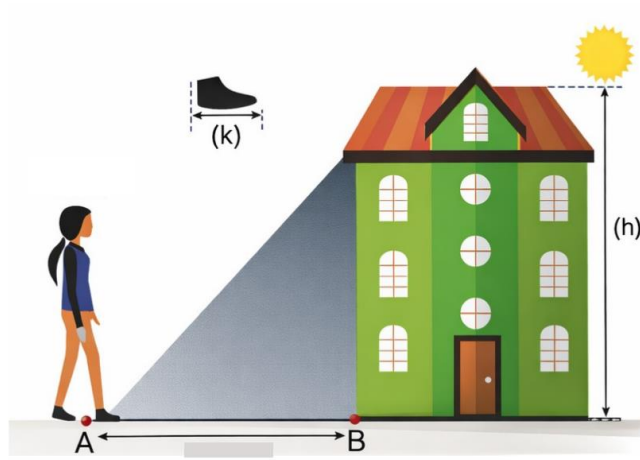


Aşağıda farklı parçaların herbirinin alanı verilmiştir:



Buna göre, başlangıçtaki panonun **çevresini** veren cebirsel ifadeyi bulunuz.

SORU 5



Aşağıda bir binanın gölge uzunluğunu ayak uzunluklarıyla ölçmeye çalışan Gaye'nin görseli verilmiştir.

Gaye, verilen $|AB|$ gölge uzunluğunu, topuğunu A noktasına koyarak her seferinde ayağının uç noktasına diğer ayağının topuğunu değiştirerek ölçmek istiyor.

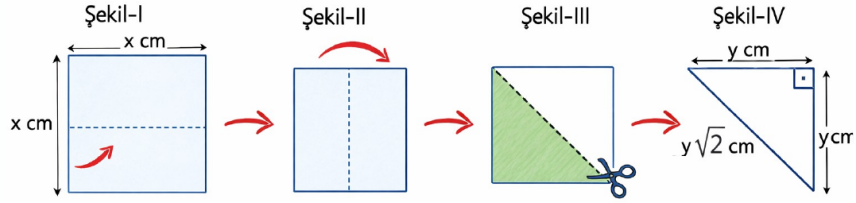
Bu konuyla ilgili aşağıdaki bilgiler verilmiştir:

- AB gölgesinin uzunluğu, apartmanın uzunluğunun (h) yarısından **2000 santimetre fazladır**.
- Gaye'nin bir ayak uzunluğu, apartmanın uzunluğunun $\frac{1}{20}$ 'sine eşittir.

- Gaye, AB uzunluğunu **60 ayak uzunluğu** ile ölçmüştür.

Buna göre, Gaye'nin bir ayak uzunluğu (k) kaç santimetredir?

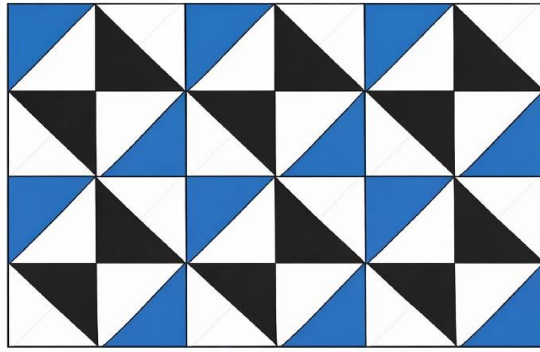
SORU 6



Kenar uzunluğu x cm olan kare şeklindeki bir kâğıt, Şekil-I'deki gibi karşılıklı köşeleri üst üste gelecek şekilde katlanıyor. Elde edilen kâğıt tekrar Şekil-II'deki karşılıklı köşeleri üst üste gelecek biçimde katlanıyor. Son olarak Şekil-III'de oluşan karesel kâğıt, köşegeni boyunca kesiliyor ve Şekil-IV elde ediliyor Şekil-IV'de elde edilen kâğıt açılıyor.

Buna göre açılan kâğıdın **bir yüzünün alanını** santimetrekare cinsinden veren cebirsel ifadeyi bulunuz.

SORU 7

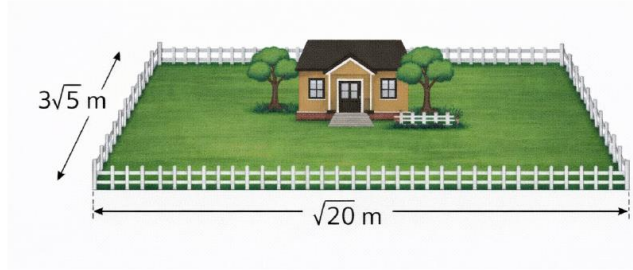


Halk eğitim merkezinin açtığı kırkyama kursuna katılan Nalan hanımın çalışmasının kısa kenarı $\sqrt{96}$ cm, uzun kenarı $\sqrt{288}$ cm olan dikdörtgen şeklindedir. Nalan hanım örtünün kısa kenarını 4 uzun kenarını 6 eş dikdörtgene ayırıyor.

Birbirine eş üçgen şeklinde, siyah ve mavi kumaşları yukarıdaki gibi üçgenlerin uzun kenarları doğrusal olacak şekilde dikdörtgenlerin içine dikerek çalışmasını tamamlıyor.

Nalan hanımın kullandığı mavi kumaşların toplam alanı kaç cm^2 'dir?

SORU 8



Kenar uzunlukları metre cinsinden verilen dikdörtgen şeklindeki evin bahçesinin uzun kenarı $3\sqrt{5}\text{m}$, kısa kenarı $\sqrt{20}\text{m}$ 'dir.

Bu bahçenin etrafı **1 sıra tel** ile çevrilecektir.

Nalburun verdiği fiyat listesi aşağıdaki gibidir:

- 1 m ile 10 m arası $\rightarrow 1.200 \text{ ₺}$

- 10 m ile 15 m arası → 1.400 ₺
- 15 m ile 20 m arası → 1.700 ₺
- 20 m ile 22 m arası → 1.800 ₺
- 22 m ile 23 m arası → 1.900 ₺
- 23 m ile 25 m arası → 2.000 ₺

Buna göre, bu kişi evinin bahçesini telle çevirmek için kaç ₺ para harcamıştır?

SORU 9

Bir spor parkurunda **18 km**'lik bir bisiklet rotası vardır.

- Ece başlangıçta ekipman ayarı nedeniyle **6 dakika** kaybeder.
- Ece parkuru **en fazla 60 dakikada** tamamlamak istemektedir.

Ece aşağıdaki stratejilerden **yalnız birini** seçebilir:

A stratejisi: Yolun tamamında sabit **20 km/s** hızla gider.

B stratejisi: İlk **9 km**'yi **12 km/s**, kalan **9 km**'yi **36 km/s** hızla gider.

C stratejisi: İlk **6 km**'yi **18 km/s**, kalan **12 km**'yi **20 km/s** hızla gider.

- a) Her stratejide toplam süreyi **dakika** cinsinden bulunuz.

b) 60 dakika şartını sağlayan stratejileri belirtiniz.

c) Çözümünüzü açıklayınız.

SORU 10

Bir teknoloji fabrikasında akıllı cihazların üretiminde kullanılan otomatik bir robot kol bulunmaktadır. Bu robot kolu, üretim hattı boyunca ilerleyen bant üzerindeki boş yuvalara belirli sayıda parça yerleştirir. Üretim sürecinin verimli olması için robot kolunun her adımda kaç parça yerleştirdiği dikkatle planlanmaktadır.

İlk 5 adımda yerleştirdiği parça sayıları aşağıda verilmiştir:

1. Adım: 4 parça
2. Adım: 7 parça

3. Adım: 11 parça

4. Adım: 16 parça

5. Adım: 22 parça

...

a) Bu sayı dizisini açıklayan **en az iki farklı kural** yazınız. (Örneğin genel terim, fark tablosu vb.)

b) Bu kuralları kullanarak robot kolunun **20. adımıda kaç parça** yerleştireceğini bulunuz.

c) Her kuralınızın neden doğru olduğunu, adım adım açıklayınız.

EK E: Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Puanlama Rubriği

Tablo E.1: Matematiksel yaratıcı akıl yürütme puanlama rubriği

Puan	Düzy	Ölçüt
0	Yanıt yok	Boş, ilgisiz ya da matematiksel anlam taşımayan yanıt.
1	Çok sınırlı	Problem kısmen anlaşılmış; uygun strateji ve gerekçe yoktur.
2	Sınırlı	Uygun başlangıç vardır; çözüm eksik, tek yönlü veya zayıf gerekçelidir.
3	Orta	Uygun strateji kullanılmış; kısmi doğru sonuç ve temel gerekçe vardır.
4	İyi	Çözüm büyük ölçüde doğru, düzenli ve matematiksel olarak gerekçelidir.
5	Yüksek	Özgün strateji, esnek düşünme, doğru sonuç ve güçlü gerekçelendirme vardır.

Tablo E.1 incelendiğinde, yanıtların 0 ile 5 puan arasında ve yanıt yok düzeyinden yüksek düzeye uzanan ölçütlerle değerlendirildiği görülmektedir.

Tablo E.2: Problemlere göre beklenen yaratıcı akıl yürütme göstergeleri

Problem	Temel odak	Yüksek düzey gösterge
Soru 1	Alan ve iç yüzey	Tabanı parçalara ayırma; çevre-derinlik ilişkisi kurma.
Soru 2	Örüntü ve genelleme	Ortak kenarı fark etme; 50 kareyi ve genel kuralı bulma.
Soru 3	Çevre denklemi	Panel tekrarlarını belirleme; c değerini ve kenarları bulma.
Soru 4	Parça-bütün ilişkisi	Parçaları bütün pano ile ilişkilendirerek çevre ifadesi kurma.
Soru 5	Denklem kurma	Aynı uzunluğu iki farklı ifadeyle gösterip denkleme ulaşma.
Soru 6	Simetri ve alan	Katlama sonrası eş parçaları fark edip alanı ifade etme.
Soru 7	Köklü ifade ve alan	Kenarları sadeleştirip üçgenlerin toplam alanını bulma.
Soru 8	Çevre ve yaklaşık değer	Köklü çevreyi hesaplayıp uygun fiyat aralığını seçme.
Soru 9	Hız-zaman ilişkisi	Stratejileri ayrı hesaplayıp 60 dakika koşulunu karşılaştırma.
Soru 10	Örüntü ve genelleme	Artan farkları fark edip 20. adımı veya genel kuralı bulma.

Tablo E.2 incelendiğinde, her problemin temel odağı ile yüksek düzey yaratıcı akıl yürütme göstergelerinin problem bazında tanımlandığı görülmektedir.

Tablo E.3: Problem bazlı puan kayıt formu

Problem	Puan (0-5)	Not
Soru 1		
Soru 2		
Soru 3		
Soru 4		
Soru 5		
Soru 6		
Soru 7		
Soru 8		
Soru 9		
Soru 10		
Toplam	/50	

Tablo E.3 incelendiğinde, her probleme ilişkin 0–5 aralığındaki puanın ve araştırmacı notunun ayrı ayrı kaydedilmesine olanak sağlandığı görülmektedir.

Tablo E.4: Toplam puan aralıklarının yorumlanması

Toplam puan aralığı	Düzy	Yorum
0–20	Düşük	Çözümler çoğunlukla eksik, rutin veya gerekçesizdir.
21–35	Orta	Bazı problemlerde ilişki kurma, strateji geliştirme ve gerekçelendirme görülür.
36–50	Yüksek	Özgün strateji, esnek düşünme ve güçlü matematiksel gerekçelendirme belirgindir.

Tablo E.4 incelendiğinde, toplam puanların 0–20 düşük, 21–35 orta ve 36–50 yüksek Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme düzeyi olarak yorumlandığı görülmektedir.

ETİK KURUL VEYA YASAL/ÖZEL İZİN BELGESİ

Evrak Tarih ve Sayısı: 09.02.2026-E.635455



T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Sayı : E-16031472-108.01-635455
Konu : Etik Kurul Onayı (Zehra Şevval
HUŞ)

09.02.2026

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : 09.02.2026 tarihli ve 19928322/108.01/635286 sayılı yazı.

Öğretim Üyesi Doç.Dr. Mehmet Ali KANDEMİR'in danışmanlığını yürüttüğü Anabilim Dalınız İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Zehra Şevval HUŞ'un "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi" isimli tez çalışmanın değerlendirilmesi ve bilimsel hakemli dergilerde yayınlanabilmesi için Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik Komisyonu'nun 30.01.2026 tarih ve 2026/01 sayılı toplantısında alınan karar gereği düzenlenen onay belgesi ilişikte sunulmuştur.

Bilgilerini ve gereğini rica ederim.

Dr. Öğr. Üyesi Simge SERTKAYA
KÖYBAŞI
Müdür Yardımcısı

Ek:Yazı ve Eki (2 Sayfa)

Dağıtım:

Gereği:

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim
Dalı Başkanlığı

Bilgi:

Doç. Dr. Mehmet Ali KANDEMİR

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BSV82P8ELH Pin Kodu :07172

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/balikesir-universitesi-ebys>

Adres:Fen Bilimleri Enstitüsü Çağış Yerleşkesi 10145 Balıkesir
Telefon:2666121077 Faks:2666121078
e-Posta:baufbe@balikesir.edu.tr Web:<http://fbe.balikesir.edu.tr/>
Kep Adresi:balikesiruniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için: Cihad Beyoğlu
Unvanı: Bilgisayar İşletmeni
Tel No: 0-266-6121400-101414





T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Rektörlük

Sayı :E-19928322-108.01-635286
Konu : Etik Kurul Onayı (Zehra Şevval
HUŞ)

09.02.2026

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 19.12.2025 tarihli ve 16031472/108.01/611952 sayılı yazı.

Fen Bilimleri Enstitüsü Öğretim Üyesi Doç.Dr. Mehmet Ali KANDEMİR'in danışmanlığını yürütmüş olduğu; 202312675005 numaralı Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans programı öğrencisi Zehra Şevval HUŞ'un "Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi" başlıklı tez çalışmasının uygulamaları için etik kurul onayı isteği ile ilgili Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik Komisyonu'nun 30.01.2026 tarih ve 2026/1 sayılı toplantısında alınan karar gereği düzenlenen onay belgesi ekte gönderilmiştir

Bilgilerinizi rica ederim.

Prof. Dr. Fatih SATIL
Rektör Yardımcısı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BS98225NBH Pin Kodu :09152

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/balikesir-universitesi-ebys>

Adres:Balıkesir Üniversitesi Rektörlüğü Çağış Yerleşkesi 10145 Balıkesir

Telefon:2666121400 Faks:2666121412

Web:<http://www.balikesir.edu.tr>

Kep Adresi:balikesiruniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için: Seda Özbay

Unvanı: Bilgisayar İşletmeni

Tel No: 2666121418





T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN VE MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ ARAŞTIRMALARI ETİK KURULU

Toplantı Tarihi	: 30.01.2026
Toplantı Sayısı	: 1
Toplantı Saati	: 14.00
Araştırmanın Başlığı	Türkçe : Ortaokul Öğrencilerinin Matematiksel Yaratıcı Akıl Yürütme Becerilerinin İncelenmesi İngilizce : Investigation Of Middle School Students' Mathematical Creative Reasoning Skills
SORUMLU ARAŞTIRMACI	
Ad Soyad	: Doç. Dr. Mehmet Ali Kandemir
Kurumu	: Balıkesir Üniversitesi Necatibey Eğitim Fakültesi
YARDIMCI ARAŞTIRMACI/ARAŞTIRMACILAR	
Adı Soyadı Zehra Şevval Huş	Kurumu Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Fen ve Mühendislik Bilimleri Araştırmaları Etik Kurulu 30.01.2026 tarihinde Prof. Dr. Ruhan BENLİKAYA'nın başkanlığında toplandı. Prof. Dr. Türkan GÖKSAL ÖZBALTA ile Prof. Dr. Baki ÇİÇEK anılan tarihteki toplantıya katılamadı. Görüşme sonunda, yukarıda bilgileri yer alan araştırmanın Bilimsel Araştırma Etik Kurul Onay Belgesi talebi Fen ve Mühendislik Bilimleri Araştırmaları Etik Kurulunca değerlendirilmiş ve etik açıdan uygun bulunmuştur.

BAŞKAN
Prof. Dr. Ruhan BENLİKAYA

Prof. Dr. Nursen AZİZOĞLU
Üye

Dr. Öğr. Üyesi Kadriye ERGÜN
Üye

Dr. Öğr. Üyesi Figen ALTINER
Üye

Dr. Öğr. Üyesi Evgin ÇAY
Üye

Üye

Üye

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Zehra Şevval HUŞ

Doğum tarihi ve yeri :

E-posta :

Öğrenim Bilgileri

Derece	Okul/Program	Yıl
Y. Lisans	Balıkesir Üniversitesi/Fen Bilimleri Enstitüsü/İlköğretim Matematik Eğitimi (Tezli)	2023-2026
Lisans	Balıkesir Üniversitesi/ İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2020-2023
Lise	Balıkesir Birey Koleji	2013-2017