

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ



ÖĞRETMEN ADAYLARININ DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİNE
YÖNELİK ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ VE KAVRAMSAL
TANIMLARININ VAN HIELE MODELİNE GÖRE ANALİZİ

ZEYNEP MECER

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ (Tez Danışmanı)
Prof. Dr. Devrim ÜZEL
Doç. Dr. Ahmet DELİL

BALIKESİR, HAZİRAN 2025

ETİK BEYAN

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımda hazırlanan “**ÖĞRETMEN ADAYLARININ DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİNE YÖNELİK ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ VE KAVRAMSAL TANIMLARININ VAN HIELE MODELİNE GÖRE ANALİZİ**” başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Zeynep MECER

ÖZET

ÖĞRETMEN ADAYLARININ DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİNE YÖNELİK ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ VE KAVRAMSAL TANIMLARININ VAN HIELE MODELİNE GÖRE ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ZEYNEP MECER

BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK EĞİTİMİ

(TEZ DANIŞMANI: PROF. DR. FİLİZ TUBA DİKKARTIN ÖVEZ)

BALIKESİR, HAZİRAN- 2025

Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi konusundaki alan bilgilerinin incelenmesi ve kavramsal tanımlarının Van Hiele modeline göre analiz edilmesidir. Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni benimsenmiştir. Çalışma grubu 2024-2025 eğitim öğretim yılında, Türkiye'nin batısında bulunan orta büyüklükteki bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesinde öğrenim gören 56 öğretmen adayından oluşmaktadır. Katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Alan bilgilerinin belirlenmesi amacıyla Dönüşüm Geometrisi Alan Bilgisi Ölçeği geliştirilmiştir. Verilerin analizinde içerik analizi, betimsel analiz, tematik içerik analizi ve frekans yüzde değerleri kullanılmıştır. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi kavramlarına ilişkin alan bilgilerinin genel olarak eksik veya yüzeysel olduğunu ortaya koymaktadır. Simetri, öteleme, dönme ve diğer dönüşüm türlerinde yapılan tanımlar çoğunlukla görsel ve sezgisel düzeyde kalmış, matematiksel dil, gösterimler ve kavramsal açıklamalar sınırlı düzeyde kullanılmıştır. Van Hiele Modeli'ne göre açıklamaların büyük kısmı ikinci düzeyde yoğunlaşmış, dördüncü ve beşinci düzeyde tanımlara rastlanmamıştır. Ayrıca yön karışıklığı, referans noktası/doğrusunu yanlış kullanma, eşit uzaklık ilkesini göz ardı etme, vektörel hareketi fark etmeme, dönüşümleri karıştırma ve bileşik dönüşümleri tekil dönüşüm olarak ifade edememe gibi kavramsal hataların yaygın olduğu belirlenmiştir.

ANAHTAR KELİMELELER: Alan bilgisi, dönüşüm geometrisi, ilköğretim matematik öğretmen adayları, kavramsal tanım, matematik eğitimi, Van Hiele Modeli

ABSTRACT

AN INVESTIGATION OF PRESERVICE TEACHERS' CONTENT KNOWLEDGE OF TRANSFORMATION GEOMETRY AND AN ANALYSIS OF THEIR CONCEPTUAL DEFINITIONS BASED ON THE VAN HIELE MODEL

MSC THESIS

ZEYNEP MECER

BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE

MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION

ELEMENTARY MATHEMATICS EDUCATION

(SUPERVISOR: PROF. DR. FİLİZ TUBA DİKKARTIN ÖVEZ)

BALIKESİR, JUNE - 2025

The aim of this study is to examine the content knowledge of pre-service elementary mathematics teachers on transformation geometry and to analyze their conceptual definitions based on the Van Hiele model. The study adopted a case study design, one of the qualitative research methods. The study group consisted of 56 pre-service teachers studying at the faculty of education of a medium-sized state university located in the western part of Türkiye during the 2024–2025 academic year. Participants were selected using the criterion sampling method, one of the purposive sampling techniques. To determine the participants' content knowledge, the Transformation Geometry Content Knowledge Scale was developed. In the analysis of the data, content analysis, descriptive analysis, thematic content analysis, and frequency–percentage values were employed. The research findings revealed that the pre-service teachers' content knowledge regarding transformation geometry concepts was generally insufficient or superficial. The definitions made for symmetry, translation, rotation, and other types of transformations were mostly at a visual and intuitive level, with limited use of mathematical language, representations, and conceptual explanations. According to the Van Hiele model, most of the explanations were concentrated at the second level, and no definitions were found at the fourth or fifth levels. In addition, common conceptual errors identified included confusion about direction, incorrect use of reference points/lines, ignoring the principle of equal distance, failure to recognize vectorial movement, mixing up different transformations, and inability to express composite transformations as single transformations.

KEYWORDS: Content knowledge, Transformation geometry, pre-service elementary mathematics teachers, conceptual definition, mathematics education, Van Hiele Model

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER.....	iii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
TABLO LİSTESİ.....	vii
GRAFİK LİSTESİ.....	viii
DENKLEM LİSTESİ.....	ix
ÖNSÖZ ve TEŞEKKÜR	xi
1. GİRİŞ	1
1.1 Problem Durumu.....	1
1.2 Araştırma Problemleri	4
1.3 Araştırmanın Sınırlılıkları	4
1.4 Araştırmanın Sayıtları	4
1.5 Tanımlar	4
2. KURAMSAL ÇERÇEVE.....	5
2.1 Dönüşüm Geometrisi ve Simetri	5
2.1.1 Yansıma	12
2.1.2 Öteleme	13
2.1.3 Dönme.....	14
2.1.4 Genişleme (Hipoteti)/Benzerlik.....	15
2.2 Dönüşüm Geometrisi ve Öğretim Programları	19
2.3 Pedagojik Alan Bilgisi	25
2.3.1 Pedagojik Alan Bilgisi Modelleri	26
2.3.2 Alan Bilgisi.....	34
2.4 Van Hiele Modeli	36
2.4.1 Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri	37
2.4.2 Dönüşüm Geometrisi Bağlamında Van Hiele Dönüşüm Geometrisi Düzeyleri	41
2.5 İlgili Çalışmalar.....	43
3. YÖNTEM.....	54
3.1 Araştırma Modeli	54
3.2 Çalışma Grubu.....	55
3.3 Veri Toplama Araçları	55
3.4 Veri Analizi	57
4. BULGULAR.....	83
4.1 Birinci araştırma problemine yönelik bulgular	83
4.2 İkinci araştırma problemine yönelik bulgular	205
5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	256
5.1 Sonuç	257
5.2 Tartışma ve Öneriler	270
6. KAYNAKLAR (APA)	275
EKLER.....	288
ETİK KURUL ONAYI	289
EK A: Dönüşüm Geometrisi Alan Bilgisi Ölçeği.....	292
ÖZGEÇMİŞ	298

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1: Homoteti (Genişleme) Dönüşüm Örneği.....	16
Şekil 2.2: Shulman (1987) Pedagojik Alan Bilgisi Modeli.....	28
Şekil 2.3: Grossman Öğretmen Bilgisi Modeli.....	29
Şekil 2.4: Bütünleştirici ve Dönüştürücü Modeller (Gess-Newsome, 1999).....	30
Şekil 2.5: Marks (1990) Pedagojik Alan Bilgisi Modeli.	30
Şekil 2.6: Cochran DeRuiter ve King (1993) Pedagojik Alan Bilgisi Modeli.....	31
Şekil 2.7: Ball vd. (2008) Pedagojik Alan Bilgisi Modeli.	34
Şekil 3.1: DGABÖ yedinci soruda yer alan şekiller	63
Şekil 3.2: DGABÖ sekizinci sorusu	64
Şekil 3.3: DGABÖ dokuzuncu sorusu	66
Şekil 4.1: Ö25 simetri yanıtı.	90
Şekil 4.2: Ö43 simetri yanıtı..	94
Şekil 4.3: Ö31 simetri yanıtı.	95
Şekil 4.4: Ö19 simetri yanıtı	96
Şekil 4.5: Öğretmen adaylarının simetri tanımlarına yönelik betimsel içerik analizi.....	97
Şekil 4.6: Öğretmen adaylarının simetri kavramına yönelik örnekleri	100
Şekil 4.7: Ö16'nın ötelemeye uygun olmayan şekil yanıtı	107
Şekil 4.8: Ö54 öteleme yanıtı.....	109
Şekil 4.9: Ö30 öteleme yanıtı.....	110
Şekil 4.10: Öğretmen adaylarının öteleme kavramına ilişkin kategori ve kodları.....	111
Şekil 4.11: Öğretmen adaylarının öteleme kavramına yönelik örnekleri	112
Şekil 4.12: Ö24 dönme örneği.	117
Şekil 4.13: Ö29 dönme örneği	120
Şekil 4.14: Ö44 dönme örneği.	121
Şekil 4.15: Ö40 dönme örneği.....	123
Şekil 4.16: Öğretmen adaylarının dönme kavramına ilişkin kategori ve kodları	124
Şekil 4.17: Öğretmen adaylarının dönme kavramına uygun olan ve uygun olmayan örneklerle verdiği yanıtlar.....	126
Şekil 4.18: Doğruya göre simetri sorusu.....	127
Şekil 4.19: Ö32 Doğruya göre simetri yanıtı	131
Şekil 4.20: Ö41 Doğruya göre simetri yanıtı	132
Şekil 4.21: Ö30 Doğruya göre simetri yanıtı	133
Şekil 4.22: Ö35 Doğruya göre simetri yanıtı	134
Şekil 4.23: Ö53 Doğruya göre simetri yanıtı	135
Şekil 4.24: Ö33 Doğruya göre simetri yanıtı	136
Şekil 4.25: Ö13 Doğruya göre simetri yanıtı	136
Şekil 4.26: Ö35 Doğruya göre simetri yanıtı	137
Şekil 4.27: Ö47 Doğruya göre simetri yanıtı	138
Şekil 4.28: Doğruya göre simetri kavramı kategori ve kodları.....	139
Şekil 4.29: Ö46 noktaya göre simetri yanıtı.....	144
Şekil 4.30: Ö32 noktaya göre simetri yanıtı.....	145
Şekil 4.31: Ö21 noktaya göre simetri yanıtı.....	146
Şekil 4.32: Ö4 noktaya göre simetri yanıtı.....	147
Şekil 4.33: Ö53 noktaya göre simetri yanıtı.....	148
Şekil 4.34: Ö33 noktaya göre simetri yanıtı.....	150
Şekil 4.35: Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri hataları.....	151

ŞEKİL LİSTESİ (devam)

Sayfa

Şekil 4.36: Ö32 ve Ö54 noktaya göre simetri yanıtı.....	152
Şekil 4.37: Ö35 noktaya göre simetri yanıtı.....	152
Şekil 4.38: Ö44 noktaya göre simetri yanıtı.....	153
Şekil 4.39: Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri kavramına yönelik kategori ve kodları.....	154
Şekil 4.40: Ö14'ün soru 6'ya ilişkin yanıtı.....	157
Şekil 4.41: Ö19'un soru 6'ya ilişkin yanıtı.....	158
Şekil 4.42: Ö7'nin soru 6'ya ilişkin yanıtı.....	158
Şekil 4.43: Ö10 ve Ö31'in soru 6'ya ilişkin yanıtı.....	159
Şekil 4.44: Ö37'nin soru 6'ya ilişkin yanıtı.....	159
Şekil 4.45: Ö32'nin soru 6'ya ilişkin yanıtı.....	160
Şekil 4.46: Ö40'm soru 6'ya ilişkin yanıtı.....	160
Şekil 4.47: Ö45'in soru 6'ya ilişkin yanıtı.....	161
Şekil 4.48: Ö4'ün yedinci sorunun A seçeneğine ilişkin yanıtı.....	166
Şekil 4.49: Ö23'ün yedinci sorunun A seçeneğine ilişkin yanıtı.....	166
Şekil 4.50: Ö44'ün yedinci sorunun A seçeneğine ilişkin yanıtı.....	166
Şekil 4.51: Ö49'un yedinci sorunun A seçeneğine ilişkin yanıtı.....	167
Şekil 4.52: Ö18'in yedinci sorunun B seçeneğine ilişkin yanıtı.....	168
Şekil 4.53: Ö13'ün yedinci sorunun C seçeneğine ilişkin yanıtı.....	168
Şekil 4.54: Ö31'in yedinci sorunun C seçeneğine ilişkin yanıtı.....	169
Şekil 4.55: Ö2'nin yedinci sorunun D seçeneğine ilişkin yanıtı.....	169
Şekil 4.56: Ö26'nın yedinci sorunun D seçeneğine ilişkin yanıtı.....	170
Şekil 4.57: Ö32'nin yedinci sorunun D seçeneğine ilişkin yanıtı.....	170
Şekil 4.58: Ö48'in yedinci sorunun D seçeneğine ilişkin yanıtı.....	171
Şekil 4.59: Ö16'nın yedinci sorunun E seçeneğine ilişkin yanıtı.....	172
Şekil 4.60: Ö32'nin yedinci sorunun E seçeneğine ilişkin yanıtı.....	172
Şekil 4.61: Ö36'nın yedinci sorunun E seçeneğine ilişkin yanıtı.....	173
Şekil 4.62: Ö23'ün yedinci sorunun F seçeneğine ilişkin yanıtı.....	173
Şekil 4.63: Ö49'un yedinci sorunun F seçeneğine ilişkin yanıtı.....	174
Şekil 4.64: Ö54'ün yedinci sorunun F seçeneğine ilişkin yanıtı.....	174
Şekil 4.65: Sekizinci soru K1 kategorisi örnekleri.....	175
Şekil 4.66: Sekizinci soru K2 kategorisi örnekleri.....	177
Şekil 4.67: Sekizinci soru K3 kategorisi örnekleri.....	178
Şekil 4.68: Ö34 sekizinci soru yanıtı.....	179
Şekil 4.69: Ö47'nin sekizinci soruya ilişkin yanıtı.....	180
Şekil 4.70: Dokuzuncu soru K2 kategorisi yanıt örnekleri.....	182
Şekil 4.71: Dokuzuncu soru K3 kategorisi yanıt örnekleri.....	183
Şekil 4.72: Onuncu soru K1 kategorisine ilişkin yanıt örnekleri.....	186
Şekil 4.73: Onuncu soru K2 kategorisine ilişkin yanıt örnekleri.....	188
Şekil 4.74: Onuncu soru K3 kategorisine ilişkin yanıt örnekleri.....	189
Şekil 4.75: Onuncu soru K4 kategorisine ilişkin yanıt örnekleri.....	190
Şekil 4.76: On birinci soruya yönelik tema ve kategoriler.....	192
Şekil 4.77: Ö42'nin on ikinci soruya ilişkin yanıtı.....	197
Şekil 4.78: Ö14'ün on ikinci soruya ilişkin yanıtı.....	198

ŞEKİL LİSTESİ (devam)

	<u>Sayfa</u>
Şekil 4.79: Ö3 öteleme yanıtı.....	209
Şekil 4.80: Ö7 öteleme yanıtı.....	210
Şekil 4.81: Ö8 öteleme yanıtı.....	210
Şekil 4.82: Ö1 öteleme yanıtı.....	211
Şekil 4.83: Ö10 öteleme yanıtı.....	212
Şekil 4.84: Ö40 öteleme yanıtı.....	213
Şekil 4.85: Ö42 öteleme yanıtı.....	213
Şekil 4.86: Ö22 dönme yanıtı.....	220
Şekil 4.87: Ö38 dönme yanıtı	221
Şekil 4.88: Ö1 dönme yanıtı.....	221
Şekil 4.89: Ö49 dönme yanıtı	222
Şekil 4.90: Ö26 dönme yanıtı	223
Şekil 4.91: Ö10 dönme yanıtı	223
Şekil 4.92: Ö14 yansıma yanıtı	229
Şekil 4.93: Ö38 yansıma yanıtı	230
Şekil 4.94: Ö13 yansıma yanıtı	231
Şekil 4.95: Ö17 yansıma yanıtı	231
Şekil 4.96: Ö28 yansıma yanıtı	232
Şekil 4.97: Ö46 yansıma yanıtı	233
Şekil 4.98: Ö22 doğruya göre simetri yanıtı	238
Şekil 4.99: Ö56 doğruya göre simetri yanıtı	239
Şekil 4.100: Ö20 doğruya göre simetri yanıtı	240
Şekil 4.101: Ö1 doğruya göre simetri yanıtı	241
Şekil 4.102: Ö37 doğruya göre simetri yanıtı	242
Şekil 4.103: Ö10 doğruya göre simetri yanıtı	243
Şekil 4.104: Ö22 noktaya göre simetri yanıtı	249
Şekil 4.105: Ö33 noktaya göre simetri yanıtı	250
Şekil 4.106: Ö4 noktaya göre simetri yanıtı.....	251
Şekil 4.107: Ö25 noktaya göre simetri yanıtı	252
Şekil 4.108: Ö1 noktaya göre simetri yanıtı.....	253
Şekil 4.109: Ö2 noktaya göre simetri yanıtı.....	254

TABLO LİSTESİ

Sayfa

Tablo 2.1: Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Bağlamında Dönüşüm Geometrisi	42
Tablo 3.1: Simetri, Öteleme, Dönme Kavramları ve Örneklerine Yönelik Kod ve Kategoriler	58
Tablo 3.2: Doğruya Göre Simetri ve Noktaya Göre Simetri Kavramlarına Yönelik Kod ve Kategoriler	60
Tablo 3.3: Geometrik dönüşümlere dayalı altıncı soruya yönelik değerlendirme kriterleri	62
Tablo 3.4: Sekizinci soru için kategorik içerik analizi	65
Tablo 3.5: Dokuzuncu soru için kategorik içerik analizi göstergeleri.....	67
Tablo 3.6: Onuncu soru için kategorik içerik analizi kategori ve göstergeleri.....	68
Tablo 3.7: On ikinci soru analiz göstergeleri	70
Tablo 3.8: Öteleme kavramı Van Hiele göstergeleri.....	73
Tablo 3.9: Dönme kavramı Van Hiele göstergeleri.....	75
Tablo 3.10: Yansıma kavramı Van Hiele göstergeleri	77
Tablo 3.11: Doğruya göre simetri kavramı Van Hiele göstergeleri	79
Tablo 3.12: Noktaya göre simetri kavramı Van Hiele göstergeleri.....	81
Tablo 4.1: Simetri Kavramına Yönelik Yanıtlara Ait Kategori ve Kod Örnekleri	83
Tablo 4.2: Öteleme Kavramına Yönelik Yanıtlara Ait Kategori ve Kod Örnekleri.....	102
Tablo 4.3: Dönme Kavramına Yönelik Yanıtlara Ait Kategori ve Kod Örnekleri	113
Tablo 4.4: Öğretmen adaylarının doğruya göre simetri kavramına yönelik cevapları	128
Tablo 4.5: Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri kavramına yönelik cevapları	141
Tablo 4.6: Öğretmen adaylarının yedinci soruda verilen şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri belirlemeye yönelik yanıtlarının değerlendirilmesi .	163
Tablo 4.7: Öğretmen adaylarının yedinci soruda verilen şekle uygulanan dönüşümlere yönelik çıkarımları.....	165
Tablo 4.8: Dönüşüm sonucuna ilişkin örnekler.....	192
Tablo 4.9: On ikinci soruya öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar	194
Tablo 4.10: Restoran problemine yönelik bulgular	200
Tablo 4.11: Van Hiele düzeylerine yönelik öteleme dönüşümü tanım örnekleri.....	207
Tablo 4.12: Van Hiele düzeylerine yönelik dönme dönüşümü tanım örnekleri.....	218
Tablo 4.13: Van Hiele düzeylerine yönelik yansıma dönüşümü tanım örnekleri	228
Tablo 4.14: Van Hiele düzeylerine yönelik doğruya göre simetri tanım örnekleri.....	237
Tablo 4.15: Van Hiele düzeylerine yönelik noktaya göre simetri tanım örnekleri	247

GRAFİK LİSTESİ

Sayfa

Grafik 4.1: Öteleme kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları	207
Grafik 4.2: Dönme kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları.....	218
Grafik 4.3: Yansıma kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları.....	227
Grafik 4.4: Doğruya göre yansıma kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları.	236
Grafik 4.5: Noktaya göre simetri kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları.	247

DENKLEM LİSTESİ

Sayfa

Denklemler 2.1: Öteleme kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları	16
---	----

Anneme...

ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans eğitimin boyunca bana yol gösteren, benden bilgi ve deneyimlerini esirgemeyen, çalışmalarımın tamamlanabilmesi için her türlü şartı sağlayan ve bana her zaman, her türlü desteği sunan çok değerli danışman hocam Prof. Dr. Filiz Tuba Dikkartın'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca maddi ve manevi desteklerini her an yanımda hissettiğim, her zaman bana destek olan annem Ferdane Kocaman'a teşekkürü borç bilirim.

Balıkesir, 2025

Zeynep Mecer

1. GİRİŞ

Bu bölümde; problem durumuna, araştırmanın amacına ve önemine, araştırma problemlerine, sınırlılıklara, varsayımlara ve araştırmada geçen kavramların tanımlarına yer verilmiştir.

1.1 Problem Durumu

Günümüzün sürekli değişen ve gelişen dünyasında, matematik bilgisine sahip bireyler yetiştirme hedefi yerini, matematik bilgisini günlük yaşamda etkin biçimde kullanabilen ve karşılaştığı problemleri çözebilen bireyler yetiştirme anlayışına bırakmıştır. Bu anlayış doğrultusunda, 2024 Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde matematik alan becerileri; matematiksel muhakeme, problem çözme, temsil, veriyle çalışma ve veriye dayalı karar verme ile matematiksel araç ve teknoloji kullanma becerileri olarak tanımlanmıştır (MEB, 2024). Bu becerilerin öğrencilere kazandırılmasında en büyük sorumluluk, eğitim sisteminin temel yapı taşları olan öğretmenlere düşmektedir. Çünkü öğretmenler, yalnızca bilgiyi aktaran kişiler değil, aynı zamanda öğrenme sürecini yapılandıran, yönlendiren ve öğrencilere rehberlik eden etkin uygulayıcılardır. Bu bağlamda becerilerin eğitim-öğretim süreçlerine etkin biçimde yansıtılmasında, öğrenmeyi yapılandıran ve yönlendiren öğretmenlerin alan bilgisi belirleyici bir rol üstlenmektedir.

Matematik eğitiminin önemli bir alt alanı olan geometri, bireylerin mekânsal algı, görsel analiz, mantıksal çıkarım ve problem çözme gibi üst düzey düşünme becerilerini geliştirmede kritik bir rol üstlenir. Bireylerin geometrik düşünme becerileri, çevrelerindeki nesne ve olayları gözlemlenmeleriyle erken yaşlarda okul öncesinden itibaren gelişmekte eğitim süreciyle beraber sistematik bir yapı kazanmaktadır. Çocuklar, çevrelerinde yer alan simetrik yapılar, mekânsal ilişkiler ve yönelimleri fark ederek temel geometrik kavramları doğal yolla edinirler. (Baykul, 2009). Bu çerçevede Van Hiele Geometrik Modeli bireylerin geometrik kavramları nasıl yapılandırdıklarını açıklayan güçlü bir kuramsal çerçeve sunar; düzeyler arası ilerleme, uygun öğrenme yaşantıları ve öğretimsel düzenlemeler ile mümkündür (Van Hiele, 1986; Fidan & Türnüklü, 2010; Paksu, 2016). Öğrencilerin geometrik düşünme süreçlerini anlamak ve öğretim sürecini buna uygun olarak planlamak amacıyla geliştirilen modellerden birisi olan, Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Teorisi, en kapsamlı ve yaygın kabul gören yaklaşımlardan biridir (Van Hiele, 1986). Bu modele göre, öğrencilerin geometrik düşünmesi beş hiyerarşik düzeyde ilerler: görsel,

analiz, informal çıkarım, formal çıkarım ve rigor düzeyi (Fidan & Türnüklü, 2010). Bir üst düzeye geçiş için, öğrencilerin mevcut düzeyde yeterli deneyim kazanmaları ve uygun öğretimsel yönlendirmelerle desteklenmeleri gerekmektedir (Paksu, 2016).

Geometri öğretiminde önemli bir yer tutan dönüşüm geometrisi, şekillerin öteleme, yansıma ve dönme gibi dönüşümler yoluyla konumlarının değişimini inceler. Bu alan, yalnızca işlem becerisi değil, aynı zamanda şekillerin konumları, yönleri ve simetrilerine ilişkin derin kavramsal bir anlayış gerektirir (Zeybek, 2019). Ancak öğrenciler, dönüşümleri zihinsel olarak görselleştirmede ve aralarındaki ilişkileri soyut düzeyde anlamada güçlük yaşayabilmektedir. Dönüşüm geometrisinin önemli bir alt konusu olan simetri, öğrencilerin ve hatta öğretmen adaylarının sıklıkla kavram yanılgısı yaşadığı bir alandır. Köse ve Özdaş (2009), 5. sınıf öğrencilerinin simetriyi genellikle “aynılık”, “uyum” veya “yansıma” şeklinde tanımladıklarını; ancak simetri doğrusunu belirlemede güçlük çektiklerini ortaya koymuştur. Öğrenciler çoğunlukla simetriyi, “şekli ortadan ikiye ayırdığımızda eş parçalar oluşması” veya “ortasından katlandığında üst üste gelmesi” gibi somut ifadelerle açıklamaktadır. Literatürde, bu kavram yanılgılarının yalnızca öğrencilerle sınırlı olmadığı, öğretmen adaylarının da simetri konusunda benzer hatalar yaptığı vurgulanmaktadır. Bununla birlikte Zaslavsky (1994), öğretmenlerin simetriye ilişkin hatalı düşüncelerinin öğrencilerin öğrenmelerini olumsuz etkileyebileceğini belirtmiştir. Köse ve Özdaş (2009) öğrencilerin paralelkenarı simetrik şekil olarak değerlendirdiklerini ve simetri eksenini belirlemede zorlandıklarını; Hoyles ve Healy (1997) ise eğik simetri eksenlerinde öğrencilerin ciddi hatalar yaptığını ortaya koymuştur. Öğretmen adaylarıyla yapılan araştırmalarda (Aygün & Yemen Karpuzcu, 2013; Leikin et al., 2000) da benzer bulgular elde edilmiş; simetri ekseninin yalnızca şekli iki eş parçaya bölen doğru olarak algılanması, yansımanın her zaman yatay/dikey olacağı düşüncesi ve kritik noktaların yanlış yansıtılması gibi yaygın hatalar tespit edilmiştir.

Bu bağlamda , öğretmenlerin dönüşüm geometrisine ilişkin kavramları somutlaştırabilecek ve öğrencilerin bilişsel seviyelerine uygun stratejiler geliştirebilecek alan bilgisine sahip olmaları kritik önemdedir (Altun, 2008). Çünkü geometrik düşünme düzeyleri yaşa değil eğitim yaşantılarına bağlı bir yapı göstermektedir. Bir düzeyden diğer bir düzeye geçiş doğal bir süreç değildir ve öğretimin konusuna, öğretimin niteliğine ve öğretim yöntemlerine bağlıdır. Bu bağlamda düzeylere arası geçiş yapılabilmesi ve öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerinin gelişmesi için buldukları düzeye uygun öğrenme ortamına maruz

kalmalarıyla mümkün olabilir. Her düzeyin kendine ait dil sembolleri ve bu semboller arası ilişkileri vardır. Öğretmenin geometriyi öğretirken kullandığı dil çok önemlidir. Bütün düzeylerde kullanılan dilin öğrencilerin düzeylerine uygun olması gereklidir.

Öğretmenlerin, öğrencilerin hangi geometrik düşünme düzeyinde olduklarını anlamaları kritik önem taşımakta, öğrencilerin ulaştığı düzeylere uygun geometri öğretimi sağlayarak bir üst düzeye geçişlerini mümkün kılmak gereklidir. (Mammarella ve ark., 2017). Bu tür eğitim ortamları oluşturmakla görevli öğretmenlerin geometri alan bilgileri ve geometrik düşünme düzeyleri de bu bağlamda önem kazanmaktadır.

Örneğin ilköğretim öğretmenlerinin en azından tümdengelimsel geometrik düşünme yani üçüncü ya da dördüncü düzeyine ulaşmaları gerekmektedir. Ancak, çeşitli araştırma sonuçları, birçok öğretmen veya öğretmen adayının belirtilen düzeylere ulaşamadığını ortaya koymaktadır. Örneğin bazı araştırmalar matematik öğretmeni adaylarının çoğunun 3. düzeyde olduğunu belirlenmiştir. (Bulut & Bulut, 2012; Decano, 2017; Jupri, 2018; akt. Waluya, Sukestiyarno, & Kharisudin, 2022). Öğretmenlerin geometrik düşünme düzeylerinin istenilen seviyede olmaması, sahip olmaları gereken geometri alan bilgisinde de yetersizliklere işaret etmekte ve bu durum, özellikle dönüşüm geometrisi gibi kavramsal derinlik gerektiren konularda öğretim sürecine doğrudan etkileyebilme potansiyeli olduğu düşünülmektedir. etkililiğini doğrudan etkileyebilmektedir. Yi ve arkadaşlarının (2022) çalışmasında, öğretmen adaylarının geometri alan bilgisi, öğrenciler hakkındaki geometri bilgisi ve geometri öğretim bilgisi Van Hiele kuramı çerçevesinde ölçülmüş ve bu bilgi türleri arasında güçlü ve anlamlı ilişkiler bulunmuştur. Elde edilen sonuçlar özellikle alan bilgisinin, öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini tanıma ve bu düzeylere uygun öğretim etkinlikleri planlama becerileriyle yakından ilişkili olduğunu göstermektedir. Bu durum, dönüşüm geometrisi gibi kavramsal derinlik gerektiren ve öğrencilerin zorluklar yaşadığı konularda öğretmenlerin alan bilgisinin incelenmesi ve kavramsal tanımlarının Van Hiele düzeyleri açısından değerlendirilmesinin önemli olduğunu ortaya koymaktadır. Dolayısıyla, bu çalışmada dönüşüm geometrisi kapsamındaki kavramsal tanımların Van Hiele Modeli'ne göre incelenmesi, adayların alan bilgisi düzeyleri ile bu düzeylerin öğretim süreçlerindeki yansımalarını anlamak açısından önemli bir katkı sağlayacaktır. Bu bağlamda çalışmada Van Hiele Modeli ışığında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının dönüşüm geometrisi kavramlarına yönelik kavramsal tanımlarının değerlendirilmesi ve konuya dair alan bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır.

1.2 Araştırma Problemleri

- İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi konusundaki alan bilgileri nasıldır?
- İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi konusundaki kavramsal tanımlarının Van Hiele modeline göre düzeyleri nasıldır?”

1.3 Araştırmanın Sınırlılıkları

1. Araştırma süresi 2024-2025 eğitim-öğretim yılı ile,
2. Araştırma Türkiye'nin batısında bulunan bir devlet üniversitesindeki ilköğretim matematik öğretmen adayları ile,
3. Araştırma Dönüşüm Geometrisi Alan Bilgisi Ölçeği ile,
4. Nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması modeli ile,
5. Veri analiz yöntemi, betimsel analiz ve içerik analizi ile sınırlıdır.

1.4 Araştırmanın Sayıtları

1. Araştırma veri toplama sürecinde öğretmen adaylarının bilgi ve düşüncelerini açıkça aktaracağı varsayılmaktadır.
2. Geliştirilen Dönüşüm Geometrisi Alan Bilgisi ölçeğinin öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi konusundaki alan bilgilerini gerçek ölçüde yansıtacağı varsayılmaktadır.

1.5 Tanımlar

Alan Bilgisi: Öğretimi gerçekleştirecek konuya ilişkin kavram, ilke, kural ve teorilerden oluşan; öğretmenlerin etkili bir öğretim yapabilmeleri için ustalaşmaları gereken olgular, fikirler ve kavramları kapsayan bilgi bütünüdür (Shulman, 1986; Cooper ve Alvarado, 2006).

Pedagojik Alan Bilgisi: Konu alanının öğretime yönelik sahip olunan bilgi, beceri ve deneyimlerin tümü ile öğretimi organize etme bilgisini; kavramların sunum ve formülasyonunu, pedagojik teknikleri, kavramların öğrenilmesini zorlaştıran veya kolaylaştıran unsurlara dair bilgiyi, öğrencilerin önceki bilgilerine ilişkin farkındalığı ve epistemolojik teorileri kapsayan bilgidir (Shulman, 1986; Koehler vd., 2007).

Dönüşüm Geometrisi: Bir şeklin kendini oluşturan elemanlarının şekle göre konumu değiştirilmeden yansıma, öteleme veya döndürme dönüşümleri ile yönlendirilmesidir (Serra, 2008)

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1 Dönüşüm Geometrisi ve Simetri

Dönüşüm geometrisi; öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini, yaratıcılıklarını ve mekânsal yetkinliklerini geliştiren temel nitelikte bir içerik alanı olarak kabul edilmektedir. İki boyutlu uzayda geometrik şekillerin nasıl dönüştürülebileceğini ve hangi kurallar çerçevesinde şekil ve boyutlarının korunabileceğini keşfeden öğrenciler, aynı zamanda geometrik özellikler üzerine düşünme fırsatı bulurlar (İnce, 2012). Geometrik dönüşümlerle çalışan öğrenciler örüntüler keşfedebilir, genellemeler oluşturabilir ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirebilirler. Geometrik dönüşümler; öğrencilerin özellikle eşlik ve benzerlik kavramlarını geliştirmelerine ve bu kavramları tüm şekillere uygulamalarına olanak tanır (Jones, 2002).

Dönüşüm geometrisinin matematik öğretimindeki önemi, yalnızca bazı kavramsal kazanımlarla sınırlı değildir. National Council of Teachers of Mathematics'in (NCTM) *Okul Matematiği İçin İlkeler ve Standartlar* (2000) belgesinde, öğrencilerin geometrik dönüşümleri uygulayabilmeleri ve simetri çalışmalarını matematiksel durumların analizinde kullanabilmeleri için bu kavramların okul öncesinden 12. sınıfa kadar tüm öğretim kademelerinde yer alması gerektiği belirtilmiştir. Benzer şekilde, Allendoerfer (1969) yansıma, dönme ve öteleme gibi temel geometrik dönüşümlerin anlaşılmasının okul geometrisinin ana hedeflerinden biri olması gerektiğini güçlü bir şekilde savunmuştur. Dönüşüm geometrisi çalışmaları, öğrencilerin soyut matematiksel kavramlara (uyum, simetri, benzerlik ve paralellik gibi) yönelik farkındalıklarını artırarak onların geometrik deneyimlerini, hayal güçlerini ve düşünme yetkinliklerini zenginleştirir; böylece uzamsal yeteneklerinin gelişimine de katkı sağlar (Fletcher, 1965). NCTM standartları doğrultusunda, dönüşüm geometrisi öğretimi kademeli olarak yapılandırılmıştır. Bu doğrultuda ilköğretimin 3–5. sınıf seviyelerinde öğrenciler ötelemeyi, yansımayı ve iki boyutlu şekillerde dönmeyi öğrenir; şekillerin simetri doğrularını belirleyebilir, yansıma sonucunda oluşan görüntüleri tanıyabilir ve bu görüntülerle orijinal şekiller arasındaki ilişkileri belirleyebilirler (Knuchel, 2004). Ortaokul düzeyinde öğrenciler, noktaya göre yansıma, çevirme ve dönme gibi dönüşümleri uygulayabilir hâle gelir (Bulf, 2007). Lise yıllarına gelindiğinde ise dönüşüm geometrisi daha analitik bir boyut kazanır; öğrenciler kartezyen koordinat sisteminde dönme, kutupsal ve küresel sistemlerde yansıma ve dönmeyi gerçekleştirebilir; koordinatlar, vektörler ve matrisler yardımıyla düzlemdeki

nesnelerin dönüşümünü anlayabilirler (Elia, Panaoura, Stamboulides & Spyrou, 2009). Ancak dönüşüm geometrisinin bu ileri düzey becerilerine ulaşılabilmesi için öğrencilerin özellikle simetri kavramıyla ilk karşılaştıkları ilkokul yıllarında bu kavramı doğru şekilde kazanmaları ve anlamlandırmaları büyük önem taşımaktadır (Köse & Özdaş, 2009).

Simetri kavramı, tarih boyunca hem sanatta hem de bilimde düzen, denge ve uyumun simgesi olarak önemli bir rol üstlenmiştir. Yunanca *symmetria* kelimesinden türeyen bu kavram, *syn* (birlikte) ve *metron* (ölçü) terimlerinin birleşiminden oluşur ve yalnızca şekilsel aynılığı değil, aynı zamanda öğeler arasındaki uygunluk, orantı ve ölçüsel dengeyi de ifade etmektedir. Antik Yunan’da *summetria* ismi ve *summetrion* sıfatı şeklinde kullanılan bu kavram, değerler arası ölçülebilirliğin ortak bir ifadesi olarak görülmüş; Mimar Marcus Vitruvius Pollio tarafından ise “bir bütünün parçalarıyla ve parçaların birbirleriyle uyumu” anlamında *symmetria* biçiminde Latinceleştirilmiştir (Hon & Goldstein, 2008).

Türkçeye Fransızca *symmétrie* üzerinden geçen simetri kavramı, 1560’larda “bölümlerin ilişkisi, orantı” anlamında kullanılmış; 1590’lardan itibaren ise insan vücudu gibi doğal formlarda “parçaların uyumlu düzeni ve biçimsel güzelliği” anlamını kazanmıştır. Modern bilimsel bağlamda özellikle 19. yüzyıl başlarında zooloji ve botanik alanlarında teknik bir içerik kazanarak, “bir orta düzleme göre parçaların ayna yansımaları biçiminde düzenlenmesi” şeklinde tanımlanmıştır (Symmetry, 2025b). Bu çok boyutlu yapısı simetriye; estetikten mimarlığa, doğa bilimlerinden matematiğe kadar pek çok alanda işlevsel bir anlam kazandırmıştır (Robertson, 2022; Bingölbali & Özmantar, 2009).

Simetriye ilişkin ilk sistematik kavramsallaştırmalardan biri ise, Serlio’nun 1537 tarihli *Mimarlık Üzerine Dördüncü Kitap* adlı eserinde yer almaktadır. Serlio, bir şehir kapısı tasarımında ana portalın bir tarafındaki posternin, karşı tarafında sahte bir postern ile görsel olarak örtüşmesi gerektiğini belirtmiş ve bu durumu “*simmetria*’yı korumak amacıyla” şeklinde gerekçelendirmiştir. Serlio’nun çizimlerinde sahte posternin gerçek olanla görünüş ve eksene uzaklık açısından özdeş olduğu göz önünde bulundurulduğunda, kullandığı simetri kavramının modern anlamına oldukça yakın olduğu söylenebilir (Selzer’den, 2016).

Simetri, bilimsel bağlamda da çok boyutlu bir kavram olarak karşımıza çıkar. Çevrimiçi Merriam-Webster sözlüğünde simetri; (1) dengeli oranlar ve bundan kaynaklanan biçimsel güzellik, (2) simetrik olma özelliği; bir eksen, merkez ya da düzlem etrafındaki parçaların

şekil ve göreceli konumsal uyumu, (3) geometrik bir şeklin kendisiyle birebir örtüşmesini sağlayan dönüşüm ve (4) fiziksel olayların belirli değişimlere karşı gösterdiği değişmezlik özellikleri şeklinde tanımlanmıştır (Symmetry, 2025a).

Türk Dil Kurumu ise simetri kavramını “bakışım” olarak açıklamakta, bakışım kavramını ise “iki veya daha çok şey arasında biçim, konum ve ölçü uygunluğu” ve “eksen olarak alınan doğruya, benzer noktaların karşılıklı olarak aynı uzaklıkta olduğu iki benzer parçanın birbirlerine göre olan durumu” olarak tanımlamaktadır (TDK, 2025).

Simetri kavramı, bilim tarihinde giderek daha soyut ve güçlü bir açıklama aracı hâline gelmiştir. Hermann Weyl (1952), simetrinin insan vücudunun yapısını yansıttığını belirtmiş ve ona göre simetri kavramının gelişimi üç aşamadan geçmiştir. İlk olarak oranların uyumu gibi belirsiz bir fikirden, geometrik varyasyonları içeren matematiksel bir yapıya, daha sonra belirli bir öge grubunun belirli bir dönüşüm grubu altında değişmeden kalması şeklindeki soyut tanıma kadar ilerlemiştir. Weyl’e göre bir beden, uzayda belirli bir düzleme göre yansıtıldığında kendi üzerine taşınıyorsa, o düzleme göre simetrikdir.

Simetri kavramı fizik alanında da derin dönüşümler geçirmiştir. Önceleri fizikçiler, yasaların hangi simetrilere sahip olduğunu araştırırken; Einstein, simetriyi yalnızca doğa yasalarının sahip olabileceği bir özellik olarak değil, bizzat bu yasaların inşa edilmesinde zorunlu bir koşul olarak değerlendirmiştir. Bu anlayış simetriyi; yasaların rastlantısal bir özelliğinden çıkarıp, onların tanımlayıcı niteliğine dönüştürmüştür. Pierre Curie de bu doğrultuda önemli bir katkı sunmuş; “Curie Simetri İlkesi” ile eğer bir neden belirli bir simetriye sahipse, sonuç da bu simetriyi taşımalıdır ilkesini ortaya koymuştur. Başlangıçta kristal yapılarla kullanılan ilke, zamanla tüm fizikte kullanılmaya başlanmıştır. (Yanofsky & Zelcer 2017)

Simetriye dair tanımlar, ele alındığı disipline ve bakış açısına göre farklılık gösterdiği görülmektedir. Örneğin, *Rusça Yabancı Kelimeler Sözlüğü*'nde (Pchelkina,1988), Yunanca kökenli *σύμμετρος* (**σύμμετρος**) kelimesi için simetrinin çok boyutlu doğasını ortaya koyan dört farklı anlam verilmiştir. Bu tanımlar: bir cismin parçaları arasındaki orantılılık, bir geometrik şeklin kendisiyle çakışabilmesi özelliği; enerjinin korunumu, atom ve molekül yapısıyla kristallerin yapısına ilişkin yasaları birbirine bağlayan, doğanın küresel bir özelliği ve noktaya, eksene veya düzleme göre bir cismin bölümleri arasındaki ilişki şeklindedir.

Simetri, sadece mevcut fizik yasalarının açıklanmasında değil, aynı zamanda henüz keşfedilmemiş alanların teorik inşasında da önemli bir rol oynamaktadır. Örneğin, standart modelin ötesine geçmeyi hedefleyen süpersimetri kuramı, doğadaki tüm parçacıkların birer simetrik eşe sahip olduğunu varsayar. Bu teoriye göre, her madde parçacığının bir kuvvet taşıyıcı eşi; her kuvvet parçacığının da bir madde parçacığı eşi olmalıdır. Yani bütün bu parçacıklar yer değiştirse bile yasalar değişmemelidir (Yanofsky & Zelcer 2017).

Simetri, fizik dışında biyolojide de kullanılan bir kavramdır. Canlıların vücut yapılarında gözlemlenen düzenli ve dengeli tekrarlar, genellikle belirli simetri türleriyle tanımlanır. Hayvanlarda simetri, üç ana tipte sınıflandırılır (Encyclopedia Britannica, 2025b):

- Küresel Simetri: Vücut yapısı küresel olan hayvanlar için geçerli bu simetri türünde, merkezden geçen herhangi bir düzlem organizmayı iki eş parçaya bölebilir. Bu özellik, sadece Radyolarya ve Heliozoa'da görülür.
- Radyal Simetri: Vücut, merkezden dışa doğru düzenlenmiştir ve genellikle çanak ya da silindir şeklindedir. Denizyıldızlarında olduğu gibi, kollar merkez eksenini etrafında dizilir. Vücut parçaları tek sayıdaysa merkezden geçen her düzlem değil, yalnızca belirli düzlemler organizmayı simetrik parçalara bölebilir. (örneğin: beş kollu deniz yıldızı)
- Bilateral (İki Taraflı) Simetri: Vücut ön-arka, üst-alt ve sağ-sol olmak üzere üç eksene sahiptir, ancak simetri sadece sağ ve sol taraflar arasında bulunur. Organizma yalnızca bu düzlem boyunca iki eşit parçaya ayrılabilir. Bilateral simetri; balıklar, sürüngenler, kuşlar, memeliler ve çoğu kabuklu hayvanların karakteristik özelliğidir.

Simetri hem geometrinin hem de doğanın temel bir yapısal ögesi olarak, insanlığın çevresini algılamasında ve düzenlemesinde merkezi bir rol oynar. Günlük yaşantımızda sıklıkla karşılaştığımız halde çoğu zaman farkına varmadığımız simetri, düzenli desenler oluşturarak dünyamızı kavramsal olarak organize etmemize olanak tanır (Knuchel, 2004).

Simetri terimi bilimde başlangıçta gündelik dildeki anlamına paralel şekilde kullanılmıştır. Genel anlamda bir nesne farklı açılardan bakıldığında aynı görünüyorsa simetrik kabul edilmiştir. Örneğin bir küp, altı yüzüyle simetrik; bir küre ise her yönden aynı görüldüğü için mükemmel simetriye sahiptir (Yanofsky & Zelcer 2017).

Simetri işlemleri, bir geometrik nesneye uygulandığında nesnenin görünümünü ya da yapısal bütünlüğünü değiştirmeyen, yani nesneyi yine kendisiyle örtüşüren dönüşümlerdir

(Encyclopedia Britannica, 2025c; Usiskin ve ark, 2003). Bu işlemler, nesnenin sahip olduğu geometrik özelliklere ve yapısına bağlı olarak çeşitlenir. Bir nesnenin simetri işlemlerinin türü ve sayısı, o nesnenin içsel simetrik yapısının bir göstergesidir. Simetri işlemlerinin kapsamı, bir masa üstünde duran kare örneği üzerinden daha anlaşılır hale getirilebilir. Bu kare için geçerli olan işlemler şunlardır:

- (1) Kareyi, merkezi etrafında saat yönünde veya tersi yönünde 90° , 180° , 270° ve 360° 'lik açılarla döndürme işlemi;
- (2) Köşegenler boyunca ve karşılıklı kenarların orta noktalarından geçen doğrulara göre gerçekleştirilen yansıma işlemleri;
- (3) Masanın düzleminde kalan simetri eksenini boyunca yapılan yansıma işlemi.

Bu dönüşümlerin her biri uygulandığında, kare orijinal hâliyle örtüşür; bu da karenin simetrik bir yapıda olduğunu gösterir. Öte yandan, bir çemberin kareden daha yüksek düzeyde bir simetriye sahip olduğu söylenebilir. Çember, yalnızca 90° 'lik periyotlarla veya belirli katmanlı döndürmelerle değil, merkez etrafında herhangi bir açıyla döndürülerek tekrar kendisiyle örtüşen bir yapı oluşturur. Bu durumdan yola çıkarak çemberin sonsuz sayıda dönme simetrisine sahip olduğunu söyleyebiliriz. Bu örnekler, simetri işlemlerinin yalnızca görsel benzerlik üretmekle kalmadığını, aynı zamanda bir şeklin matematiksel yapısını anlamada ve sınıflandırmada temel rol oynadığını ortaya koymaktadır (Symmetry-physics, 2025c).

Simetri; sadece geometriyle sınırlı kalmayan, matematiğin farklı alanlarını da birbirine bağlayan bir kavramdır. Örneğin Daintith ve Nelson (1989); simetrik fonksiyon, simetrik matris ve simetrik ilişki kavramlarını ayrı ayrı tanımladıktan sonra simetriyi: "Genel anlamda bir şeklin veya ifadenin, bazı parçalarının birbirleriyle yer değiştirmesinde bütünüün değişmemesi durumu" olarak tanımlamış ve $x^2 + 2xy + y^2$ ifadesinin x ve y açısından simetrik olduğunu ifade etmiştir. Matematiksel ifadeler, belirli türde soyut ya da somut varlıklarla ilgili yapılar olup, bu varlıklar uygun biçimde başka varlıklarla değiştirildiğinde ifadenin doğruluk değerinin korunması durumu simetriyle ilişkilidir. Bu tür bir simetri, matematiksel ifadenin belirli yönlerinin değişmesine izin verirken, ifadenin doğruluğunu değiştirmez (Yanofsky & Zelcer, 2017). Örneğin, "5 portakal + 7 portakal = 12 portakal" ifadesi ile "5 elma + 7 elma = 12 elma" ifadesi biçimsel olarak aynı anlam yapısını taşır; iki ifadede sadece kullanılan nesnelere (portakal ve elma) değişmiştir ve bu değişime rağmen her iki ifade de doğru kalmıştır. Bu durum, simetrinin yalnızca şekiller ya da geometrik yapılarla sınırlı değil, matematiksel anlamlarla da ilgili olduğunu gösterir. Benzer şekilde, Polya

(1973), bir matematiksel ifadede (örneğin $xy + yz + zx$) değişkenlerin yer değiştirmesi sonucunda ifadenin değerinin değişmemesini, bu değişkenlerin simetrik roller üstlenmesi olarak tanımlamış ve bu durumu "rol simetrisi" kavramıyla açıklamıştır. Leikin, Berman ve Zaslavsky (1998) ise simetrinin matematiksel ispatları daha zarif hale getirdiğini ve problem çözüme sürecinde önemli bir sezgisel yaklaşım sunduğunu belirtmişlerdir.

Simetri, yalnızca yapısal veya görsel bir özellik değil, aynı zamanda düşünsel bir yapılandırma biçimi olarak da değerlendirilebilir. Matematik ve eğitim literatüründe mantıksal simetri olarak adlandırılan bir rol simetrisi kavramı da bulunmaktadır (Leikin, vd., 1998). Dhombres (1993), aynı matematiksel önermeyi kanıtlayan iki farklı ispatın birbiriyle aynı simetrik roller üstlendiğini ileri sürmüştür. Silver, Mamona-Downs, Leung ve Kenney (1996) ise bu düşünsel yapıyı daha ileri taşıyarak, "simetrik değişim" kavramını matematiksel problem oluşturma süreçlerinde kullanılan stratejilerden biri olarak ele almışlardır.

Baki (1996), simetriyi bir konuma olan mesafenin korunması olarak tanımlarken, bu yaklaşım ile simetrinin özünde yer alan mesafe değişmezliğine dikkat çekmiştir. Benzer şekilde Zembat (2007), simetriyi düzlem üzerindeki bütün noktaları tekrar düzlemdeki bir noktaya eşleyen, mesafeyi koruyan ve hem birebir hem de örten bir fonksiyon olarak ifade etmektedir.

Leikin, Berman ve Zaslavsky (1997), simetriyi bir şeklin özelliklerini değiştirmeden yapılan dönüşüm olarak tanımlarken, simetrinin korunum ilkesine vurgu yapmaktadır. Bu görüşü destekleyen Usiskin ve arkadaşları (2003), bir şeklin simetrik olması için belirli bir dönüşüm altında kendisiyle tam olarak örtüşmesi gerektiğini belirtmiştir. Dreyfus ve Eisenberg (1989) ise simetriyi; matematiksel ya da geometrik bir nesnenin bileşenlerini giriş olarak alıp yansıma, öteleme veya dönme gibi bir dönüşüm eylemi uygulayan ve bu dönüşüm sonucunda başlangıçtaki nesnenin simetrisini çıktığı olarak veren bir süreç olarak açıklamışlar ve simetriyi birebir fonksiyon olarak tanımlamışlardır.

Geometrik anlamda simetri, genellikle bir şeklin ya da cismin belirli bir eksen (nokta, doğru veya düzlem) etrafında yansıtılması, döndürülmesi ya da ötelenmesi yoluyla yeniden konumlandırılması olarak tanımlanır (Eccles, 1972; Bingölbali ve Özmantar, 2009). Bu bağlamda Van de Walle, Karp ve Bay-Williams (2019); bir şeklin bir doğru boyunca

katlandığında iki eşit parçaya ayrılıyorsa bu şeklin doğruya göre simetrik olduğunu ifade etmiştir. Dhasmana (2021) ise daha genel bir tanımla, bir nesnenin bir dönüşümden sonra orijinaliyle tam olarak aynı görünmesi durumunda simetrik olduğunu belirtmiştir.

Diğer yandan, simetri sadece şekilsel değil, aynı zamanda yapısal bir özelliktir. Rosen (1995) simetriyi olası bir değişime karşı gösterilen bağımsızlık olarak nitelendirir. Benzer şekilde, Lederman ve Hill (2004), simetriyi bir nesne ya da sistemin dönüşümler karşısındaki değişmezliği olarak tanımlayarak bu kavramın daha soyut ve genel düzeydeki önemine işaret etmektedir.

Tüm tanımlar dikkate alındığında, simetri; bir geometrik şeklin, matematiksel nesne veya sistemin belirli dönüşümler (yansıma, öteleme, dönme vb.) karşısında temel özelliklerinin korunması, kendisiyle örtüşmesi ve yapısal bütünlüğünü sürdürmesi durumudur. Bununla birlikte simetri; mesafeyi koruyan, birebir ve örten bir dönüşüm olarak da tanımlanabilir. Bu yönüyle simetri hem somut hem soyut düzlemde hem görsel hem de yapısal olarak matematiğin birçok alanında derin bir anlam taşıyan evrensel bir ilkedir.

Matematiksel olarak dönüşüm kavramı, fonksiyon kavramı üzerinden tanımlanmaktadır. Temel bir ifadeyle; dönüşüm, düzlemdeki bir noktayı aynı düzlemde başka bir noktaya eşleyen birebir bir fonksiyon olarak tanımlanır (Martin, 1982). Ortaokul düzeyinde ise bu kavram, öğrencilerin anlayabileceği biçimde "bir nesnenin şeklinde ve uzunluklarında değişiklik yapmadan hareket ettirme işlemini içeren değişimlerdir" olarak açıklanmaktadır (Demir & Kurtuluş, 2019).

Öklid geometrisinde dört temel dönüşüm türü bulunmaktadır: öteleme, yansıma, dönme ve homoteti (benzerlik dönüşümü). Bu dönüşümlerden öteleme, yansıma ve dönme; izometrik dönüşümler olarak adlandırılmaktadırlar. İzometrik dönüşümler sayesinde nesnelerin boyutları ve şekilleri değişmezken, konumları ve yansıma durumunda yönleri değişebilir (Köse, 2013; Kappraff, 2001). Bu süreçte, iki şeklin tüm açı ve kenar uzunluklarınının birebir örtüşmesi durumunda söz konusu olan eşlik kavramı önem kazanmaktadır. Öğrenciler, dönüşüm geometrisine yönelik çalışmaları sırasında şekilleri üst üste getirerek eşlik kavramını sezgisel olarak anlamaya başlayabilmektedirler.

Geometrik dönüşümlerin diğer matematiksel kavramlarla ilişkilendirilmesi, matematiksel ilişkilerin daha derinlemesine anlaşılmasına ve bilginin yapılandırılmış bir şekilde edinilmesine olanak tanır (Sünker & Zembat, 2012). Bu noktada, matematiksel tanımların doğru ve derinlemesine anlaşılması büyük bir öneme sahiptir. Üst düzey geometrik düşünmenin gelişimi için öğrencilerin geometrik kavramları ve tanımları belirli bir düzeyde kavrayabilmeleri gerekmektedir (Linchevsky vd., 1992). Matematikle ilgilenen bireylerin kavram tanımlarını ifade edebilmeleri ve bu tanımları etkin bir biçimde kullanabilmeleri beklenmektedir (Vinner, 1991). Özellikle matematik öğretmenlerinin, kavram tanımlarını doğru kullanmaları ve farklı tanımlar arasındaki ilişkileri görebilmeleri, alan bilgileri açısından kritik bir öneme sahiptir (Zazkis & Leikin, 2008).

2.1.1 Yansıma

Geometrik dönüşümler arasında önemli bir yere sahip olan yansıma, bir şeklin belirli bir referans noktası, doğru veya düzleme göre simetrik karşılığının elde edilmesini sağlayan bir izometrik dönüşümdür. Türk Dil Kurumu Matematik Terimleri Sözlüğünde yansıma; sabit bir düzlem, doğru ya da noktaya göre, vektörel eşitliklerle tanımlanmış olup, bu tanımlarda bir R noktasının yansıması olan R' noktası, söz konusu referanslara indirilen dikmelerin ayağı (H) kullanılarak belirlenmekte ve $\overrightarrow{HR} = -\overrightarrow{HR'}$ vektörel eşitliği sağlanmaktadır (Hacısalıhoğlu vd., 2000).

Yansıma dönüşümü, düzlem üzerindeki tüm noktaları yine düzlemdeki diğer noktalara eşleyen ve noktalar arasındaki mesafeyi sabit tutan bir izometri olarak tanımlanır (Zembat, 2007). Martin (1982), bir doğruya göre gerçekleştirilen yansıma dönüşümünde, eğer bir P noktası simetri doğrusu üzerinde yer alıyorsa, bu noktanın yansımasının kendisi olduğunu; eğer P noktası doğrunun dışında bulunuyorsa ve simetri doğrusu, PQ doğru parçasının orta dikmesi konumundaysa, P noktasının yansımasının Q noktası olduğunu belirtmektedir. Bu bağlamda simetri doğrusu, dönüşümün temel parametresi olup görüntü noktalarının belirlenmesinde belirleyici bir rol üstlenmektedir (Yavuzsoy Köse, 2013).

Argün, vd. (2014), yansıma dönüşümünün; bir şeklin alt-üst edilmesi ya da ters yüz edilmesi olarak açıklanabileceğini ifade etmişlerdir. Bu işlem sırasında geometrik şeklin biçimi ve boyutu değişmeden korunur; yalnızca yönü ve konumu değişikliğe uğrar (Emre-Akdoğan ve Gürbüz, 2022). Nitekim yansıma sonucunda elde edilen şekil, orijinal şekil ile eş olup, kenar

uzunlukları, açı ölçüleri, alan ve çevre gibi niceliksel özellikler değişmez (Tahan, 2013; Yavuzsoy Köse, 2013).

Yansıma kavramının öğretiminde öğrenciler çeşitli kavramsal zorluklarla karşı karşıya kalabilmektedir. Sekizinci sınıf öğrencileriyle gerçekleştirilen bir araştırmada (Köse, 2012), öğrencilerin yatay ve dikey doğrulara göre yapılan yansımaları daha başarılı bir şekilde gerçekleştirebildikleri; eğik doğrulara göre yapılan yansımaları anlamlandırmada güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Aynı çalışmada, bazı öğrencilerin yansımayı öteleme dönüşümüyle karıştırmaları sebebiyle zorluk çektikleri de belirlenmiştir. Bu bulgular, simetri doğrusunun duruşunun öğrencilerin kavrama yönelik algısını doğrudan etkileyebileceğini göstermektedir.

2.1.2 Öteleme

Öteleme dönüşümü; düzlemdeki tüm noktaların, belirli bir doğrultu ve yönde, mesafe ve açı gibi ölçülerini koruyarak taşınması işlemidir. Bu dönüşüm, yalnızca bir şeklin hareketi olarak değil, düzlemin tamamında gerçekleşen bir dönüşüm olarak değerlendirilmelidir. Nitekim öteleme dönüşümü; bir şeklin biçimini, boyutlarını ve yönünü değiştirmeksizin yeni bir konuma taşır (Yavuz, Kepceoğlu & Kaya, 2020; Boulter & Kirby, 1994). Öteleme, bu yönüyle mesafe koruyucu bir fonksiyon olup, izometrik bir dönüşümdür (Zembat, 2013).

Matematiksel anlamda öteleme, bir vektör aracılığıyla tanımlanır. Vektörler, yalnızca büyüklüğe değil, aynı zamanda bir yöne sahip oldukları için ötelemeleri temsil etmekte kullanılmaktadır (Argün, Arıkan, Bulut & Halıcıoğlu, 2014). Bu bağlamda, öteleme dönüşümü, düzlemdeki her noktayı belirli bir vektör kadar taşıyan bir fonksiyon olarak ifade edilir. Öklidyen düzlemde tanımlanan bu dönüşüm, genellikle şu şekilde gösterilir: $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $T(\mathbf{P}) = \mathbf{P} + \vec{v} = \mathbf{P}'$, burada \mathbf{P} düzlemdeki herhangi bir nokta, \vec{v} ise öteleme vektörüdür (Gülkılık, 2013). Vektörün yönü, görüntü noktasının hareket yönünü belirlerken, büyüklüğü ise orijinal nokta ile görüntü noktası arasındaki mesafeyi belirler (Argün vd., 2014). Bu anlamda, sıfır vektörüne karşılık gelen öteleme, tüm noktaları yerinde tutar; yani bu durumda dönüşüm etkisizdir.

Türk Dil Kurumu'nun Matematik Terimleri Sözlüğünde (Hacısalıhoğlu vd., 2000) öteleme, “a sabit bir vektör belirtmek üzere, Öklid uzayında $f(x) = x+a$ ile tanımlanan dönüşüm” biçiminde tanımlanmaktadır. Bu tanım, dönüşümün tüm düzleme etki ettiğini, sadece tek bir

nesneye indirgenemeyeceği anlayışıyla örtüşmektedir. Ancak öğrenciler çoğu zaman dönüşümleri yalnızca bir şeklin hareketi olarak algılar; bu duruma, öteleme kavramının günlük dilde kullanımının yol açabileceği düşünülmektedir (Ağırman Aydın & Küçük Demir, 2020)

Öteleme kavramının tarihsel bağlamı da dikkate değerdir. İngilizcede “translation” kelimesi 14. yüzyıl ortalarında, azizlerin kalıntılarının bir yerden başka bir yere nakli ya da anlamın aktarılması/bir metnin başka bir dile çevrilmesi anlamlarında kullanılmıştır. Bu kullanım, Eski Fransızcadaki *translacion* ve Latincedeki *translationem* kelimelerine dayanmaktadır; her ikisi de “taşımaya” veya “aktarılmaya” anlamı taşır (Translation, 2025). Bu kullanım, öteleme dönüşümünün taşıma/aktarma temelindeki mantığını yansıtmaktadır.

Geometrik ötelemeler genellikle “öteleme hareketi” olarak nitelendirilir (Edwards, 2003; Hollebrands, 2003; Yaglom, 1962). Bu hareketler, şekillerin zihinsel ya da fiziksel olarak yer değiştirmesi sürecini kapsar (Boulter & Kirby, 1994). Bu bağlamda düzlem, üzerine geometrik şekillerin yerleştirilip, öteleme vektörüne göre hareket ettirilebildiği bir zemin olarak kabul edilir (Edwards, 2003; Yanik, 2011). Bu açıklamalar, öteleme dönüşümünün yalnızca bir geometrik şeklin yer değiştirmesiyle sınırlı olmadığını; düzlem üzerindeki tüm noktaların, belirli bir vektöre bağlı olarak yeni konumlarına taşındığı bir eşleme süreci olduğunu ortaya koymaktadır. Sonuç olarak öteleme dönüşümü, düzlemdeki tüm noktaları belirli bir vektör doğrultusunda ve mesafesinde taşıyan, şeklin boyutunu, biçim ve yönünü koruyan bir dönüşümdür. Bu dönüşümün doğru kavranabilmesi için sadece hareket olarak değil, tüm düzleme etki eden bir eşleme olarak anlaşılması/anlatılması gerekmektedir.

2.1.3 Dönme

Geometride dönme dönüşümü, düzlemdeki tüm noktaların sabit bir merkez nokta etrafında, belirli bir açı kadar döndürülmesiyle elde edilen bir dönüşümdür (Martin, 1982; Zembat, 2013). Bu dönüşüm, her bir noktanın, belirlenen merkez etrafında, belirli bir açıda hareket etmesini sağlar; böylece şeklin biçimi, boyutu ve yönü korunur. Dönme dönüşümünün temel parametreleri, merkez nokta ve dönme açısıdır. Dönme açısının yönü, genellikle saat yönü ya da saat yönünün tersi olarak belirlenir. Ayrıca dönme dönüşümü, kesişen iki doğruya göre yapılan iki yansımanın bileşkesi olarak da tanımlanabilir. Bu durumda dönüşümün merkezi, söz konusu doğruların kesim noktası; dönüş açısı ise bu doğrular arasındaki açının iki katıdır (Argün, Arıkan, Bulut & Halıcıoğlu, 2014).

Dönme dönüşümü; 1550’li yıllarda İngilizcede “dönme ya da dönme eylemi, bir merkezin etrafında hareket etme” anlamında kullanılmaya başlanan *rotation* teriminden, bu sözcük ise, Latince *rotare* (“dönmek, çevresinde dönmek, hızlıca dönmek”) fiilinden türemiştir ve *rota* (“tekerlek”) kelimesi ile aynı köke sahiptir. Dolayısıyla kavram, dönme ve merkez etrafındaki hareket fikrini tarihsel olarak da barındırmaktadır (Rotation, 2025).

Türk Dil Kurumu ise dönmeyi, “bir cismin şekli değişmeden kendi eksenini etrafında yaptığı hareket” olarak tanımlamaktadır. Bu tanım, dönme dönüşümünün izometrik özelliğini, yani şeklin boyut ve biçiminin değişmeden kaldığını vurgulamaktadır. Ancak dönme merkezi yalnızca şeklin üzerinde değil, düzlemde herhangi bir noktada da yer alabilir (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2016).

Eğitim alanında yapılan araştırmalar, öğrencilerin dönme kavramında zorlandıklarını ortaya koymuştur. Kaplan ve Öztürk’ün (2014) araştırmasına göre, öğrencilerin şekli bir bütün olarak döndürmeye çalıştıkları, belirli bir referans noktası belirleyemedikleri, iç açıları dönme açısıyla karıştırdıkları ve dönme yönünü şekle göre belirleme gibi hatalı yaklaşımlar sergiledikleri tespit edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin şekli bir noktaya göre döndürmek yerine, sadece bazı noktaları hareket ettirip sonra şekli yeniden oluşturmaya çalışmaları da dönme dönüşümünü kavramakta zorlandıklarını göstermektedir.

2.1.4 Genişleme (Homoteti)/ Benzerlik Dönüşümü

Benzerlik dönüşümleri, bir şekli biçimsel olarak bozmadan, belirli bir oranda büyütüp küçülerek başka bir şekle dönüştürür. Bu tür dönüşümlerde açı ölçüleri ve şeklin genel biçimi korunur; yalnızca uzunluklar belirli bir benzerlik katsayısıyla orantılı olarak değişir (Stępień, Stępień & Ziółkowski, 2014).

Bu bağlamda homotetik dönüşüm, yani merkezî benzerlik, benzerlik dönüşümlerinin özel bir türünü oluşturur. Matematiksel olarak, düzlemde sabit bir C noktası (merkez) ve $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ reel sayısı (k :ölçek katsayısı) sabitlendiğinde, merkez C ve oranı k olan dönüşüm, düzlemdeki her P noktasını bir P' noktasıyla eşleyecek şekilde tanımlanır; öyle ki $|CP'|/|CP|=|k|$ olur. Bu dönüşüm şu koşulları sağlar (Mammana, 2016):

- $k > 0$ ise, P' noktası, CP ışını üzerinde, C ile aynı tarafta yer alır.
- $k < 0$ ise, P' noktası, CP ışınının uzantısında, C 'nin diğer tarafında yer alır.

- $k = 1$ olduğunda dönüşüm özdeş dönüşümdür; her nokta kendisiyle eşlenir.
- $k = -1$ durumunda dönüşüm, merkez C etrafındaki bir merkezî simetri dir.

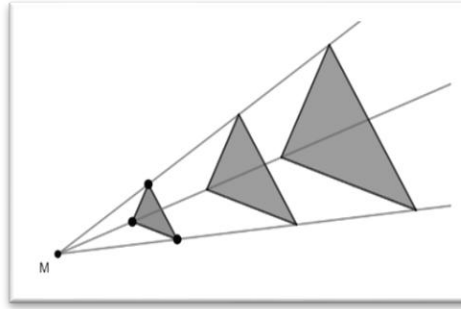
Homotetik dönüşümün vektörel biçimde tanımı, daha soyut bir yaklaşım sunar: Eğer f dönüşümü, merkezi S ve ölçeği k olan bir homotetik dönüşümse, düzlemdeki her X noktası için denklem aşağıda Denklem 2.1’de verilmiştir.

$$Sf(\vec{X}) = k \cdot \vec{SX}$$

Denklem 2.1: Homotetik dönüşüm denklem

eşitliği sağlanır (Stępień, Stępień & Ziółkowski, 2014). Bu eşitlik, dönüşümün yalnızca uzunlukları değil, yönleri de kontrol ettiğini ve doğrusal bir yapı sergilediğini gösterir. Bu dönüşüm türünün önemli bir özelliği, açıları ve paralellığı korumasıdır. Bir üçgenin homotetik dönüşümü sonucunda ortaya çıkan yeni üçgen, orijinal üçgenle aynı açı ölçülerine sahiptir; dolayısıyla biçim korunur. Ayrıca, karşılıklı kenarların paralel olması, homotetik dönüşümün doğrusal ve yapısal bütünlüğü sağlayan bir dönüşüm olduğunu gösterir (Matuh, 2015).

Homotetik dönüşüm yalnızca soyut bir kavram olmayıp; mimarlık, fizik, teknik çizim gibi disiplinlerde pratik uygulamaları olan önemli bir araçtır. Günlük yaşamda da resimlerin veya şekillerin orantılı biçimde büyütülmesi veya küçültülmesi sürecinde bu dönüşüm kullanılır. Eğitimsel olarak homotetik dönüşüm, öğrencilerin orantı, paralellik, açı koruma ve benzerlik gibi temel kavramları anlamaları açısından zengin olanaklar sunar. Örneğin, düzlem üzerinde bir üçgenin 2 veya 3 ölçek katsayısıyla genişletilmesi etkinliği şu şekilde gerçekleştirilebilir: Homoteti dönüşümüne yönelik örnek Şekil 2.1’de verilmiştir.



Şekil 2.1: Homoteti (genişleme) Dönüşüm Örneği

Önce genişletme merkezi olarak bir nokta seçilir (M). Daha sonra bu merkezden üçgenin köşelerine doğru ışınlar çizilir. Ölçek katsayısı doğrultusunda bu ışınlar üzerinde eşit

aralıklarla ilerlenerek yeni köşeler belirlenir. Böylece yeni, daha büyük (veya küçük) bir üçgen oluşturulur. Bu süreçte öğrenciler hem orantıyı hem de şekil benzerliğini doğrudan gözlemlene fırsatı bulurlar (French, D. ,2017).

Dönüşüm geometrisi, yalnızca matematiksel kavramların öğretimi açısından değil, aynı zamanda öğrencilerin uzamsal ve yaratıcı düşünme becerilerinin gelişimi bakımından da oldukça önemlidir. Geometrik dönüşümler öğrencilerin tüm şekiller üzerinde geçerli olacak şekilde eşlik ve benzerlik kavramlarını geliştirmelerine olanak sağlar (Jones, 2002). Dönüşüm geometrisi sayesinde öğrenciler, matematik ile sanat arasındaki ilişkiyi keşfedebilir; Escher'in süslemeleri gibi örneklerle öteleme, yansıma ve dönme gibi dönüşümleri tanımlayarak çevrelerine farklı bir gözle bakabilir ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirebilirler (Duartepe ve Ersoy, 2003).

Bu bağlamda, Coxford (1973), dönüşümün matematikteki rolünü yalnızca geometrik işlemlerle sınırlı görmemekte, onu çok boyutlu bir kavramsal araç olarak değerlendirmektedir. Ona göre dönüşümler:

1. Cebirsel, aritmetik ve geometrik nesnelere ortak olan yapıları inceleme fırsatları sunar; örneğin, izometrilere kümesinin grubu ve onun alt grupları ile geometrik şekillerin sonlu simetri grupları bu bağlamda değerlendirilebilir.
2. Öğrencilerin, matematik için ortak tüm alanlara yayılan yapısal benzerlikleri fark etmelerine ve soyutlama ile genellemenin gücünü kavramalarına olanak tanır.
3. Hem geometrik (öteleme, yansıma, dönme, genişletme gibi) hem de cebirsel (matrislerle ifade edilen) biçimlerde temsil edilebilen dönüşümler, cebir ile geometri arasındaki ilişkilerin kurulmasına katkı sağlar.
4. Pedagojik açıdan ise dönüşümler, öğrencilerin sezgisel düşünme biçimlerine daha yakın bir öğrenme ortamı oluşturarak öğretimin daha etkili hâle getirilmesini sağlar. Ayrıca, kanıt geliştirme süreçlerinde öğrencilere daha fazla esneklik ve yaratıcılık kazandırır.

Ancak dönüşüm geometrisinin öğrenilmesi çeşitli zorluklar da içermektedir. Zaslavsky (1994), öğrencilerin simetri kavramıyla ilgili yaşadığı güçlüklerin önemli bir kısmının, öğretmenlerin bu kavramı yanlış anlamasından kaynaklandığını belirtmiştir. Gutiérrez (1996a, 1996b) ise sınıf içi deneyim eksikliğinin ve yalnızca belirli örnekler üzerinde yoğunlaşmanın, öğrencilerde kavram yanlışlarının pekişmesine neden olduğunu

vurgulamaktadır. Ders kitaplarında yer alan sınırlı temsiller, öğrencilerin matematiksel kavramlara dair bütüncül anlayış geliştirmesini engelleyebilmektedir (Gutiérrez, 1996a, 1996b; Parzysz, 1988). Ayrıca geçmiş araştırmalar, öğretmen adaylarının bile üniversite düzeyindeki eğitim sonrasında dönüşümleri hâlâ yalnızca şekillerin hareketi olarak algıladıklarını ortaya koymuştur (Yanik’ dan, 2011).

Bu bağlamda, Van Hiele’nin geometrik düşünme düzeyleri teorisi önemli bir açıklama sunmaktadır. Van Hiele, geometrik düşünmenin belirli aşamalarla geliştiğini ve bu aşamalar arasında sıçrama yapılamayacağını savunmuştur. Öğretim sürecinde öğretmen ve öğrenci farklı düşünme seviyelerinde olduklarında anlamlı iletişim kurmakta zorlanabileceklerini belirtmiş ve araştırmasında:

“Öğretmen henüz yeni seviyeye ulaşmamış öğrencilerin anlayamayacağı bir dil konuşuyor gibi görünüyor. Öğretmenin açıklamalarını kabul edebilirler ancak öğretilen konu zihinlerine yerleşmeyecektir. Öğrenci kendisini çaresiz hisseder, belki bazı eylemleri taklit edebilir ancak yeni seviyeye ulaşana kadar etkinliği hakkında hiçbir görüşü yoktur”

şeklinde açıklamada bulunmuştur. Her seviyenin kendine özgü dili, sembol seti ve bu semboller arasında kurulan ilişki ağı vardır. Öğrenci, yeni bir düşünce düzeyine geçtiğinde, bir önceki seviyede örtük olan ilişkileri açık hâle getirir ve artık bu ilişkiler üzerine düşünmeye başlar. Ancak bu geçiş kendiliğinden veya yalnızca öğretimle gerçekleşmez; öğretmen uygun görev seçimiyle öğrencinin bir üst düzeye ulaşmasını kolaylaştırabilir. Bu geçiş için öğrencinin Van Hiele düzeylerine uygun beş aşamalı bir süreci sırayla deneyimlemesi gereklidir (Soon, 1989).

Dönüşüm geometrisi öğretimi, yalnızca öğrencilerin geometrik şekiller üzerinde dönüşüm işlemleri yapabilmelerini değil, aynı zamanda matematiksel düşünce sistemlerini geliştirmelerini ve farklı disiplinler arası bağlar kurabilmelerini sağlar. Ancak bu kazanımların sağlanabilmesi için öğretimin, öğrenci düzeylerine uygun yapılandırılması gerekmektedir. Bu bağlamda dönüşüm geometrisinin öğretim sürecinde içeriğin yanı sıra geometrik düşünme düzeylerine göre geliştirilmiş bir öğretim sürecinin yapılandırılması önemli görülmektedir. Bu süreci yönetecek olan öğretmenlerin pedagojik alan bilgisi ise kilit rol üstlenecektir.

2.2 Dönüşüm Geometrisi ve Öğretim Programları

Matematik dersi öğretim programlarındaki dönüşüm geometrisi konusunu incelediğimizde Dönüşüm Geometrisi alt başlığı altında kazanımların, yapılandırmacı yaklaşıma göre hazırlanan 2005 matematik öğretim programından itibaren programlarda yer aldığı görülmektedir. 2006 yılında yapılan değişiklikler ile dönüşüm geometrisi kazanımları 6.sınıftan başlayarak verilmeye başlanmış ve her sınıf seviyesinde (6,7,8) konuya yer verilmiştir. 2013 yılında yapılan değişikliklerde ise konu 6.sınıflardan kaldırılmış, 7 ve 8.sınıflarda ve ilkokul 1, 2, 3 ve 4. sınıflarda dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanına ait kazanımlara yer verilmiştir. 2018 öğretim programı ile sadece 8.sınıflarda ve ilkokul 1, 2, 3, ve 4. sınıflarda dönüşüm geometrisi alt öğrenme alanına ait kazanımlara yer verilmiştir (Demirci' den, 2024). 2024 Maarif Modeli Matematik Dersi Öğretim Programında ise dönüşüm geometrisi konusu 7. sınıflara yeniden getirilmiş ve dönüşüm geometrisine yönelik öğrenme çıktıklarına 1, 2, 3, 4, 7 ve 8. sınıf seviyelerinde yer verilmiştir. dönüşüm geometrisi alt başlıklarından yansıma, öteleme ve ötelemeli yansıma dönüşümlerine tüm bu programlarda yer verilirken; 2005 programı ile müfredata eklenen dönme dönüşümü 2018 programıyla birlikte müfredattan çıkarılmıştır (MEB, 2009; MEB, 2013; MEB, 2018; MEB, 2024).

2018 matematik dersi öğretim programında dönüşüm geometrisi konusu incelendiğinde; birinci sınıf düzeyinde ikinci öğrenme alanı, ikinci alt öğrenme başlığı olan uzamsal ilişkiler başlığı altında uzamsal ilişkileri (durum, yön, yer) ifade etme kazanımı ile başlayan dönüşüm geometrisine yönelik ön kazanımlar, eş nesnelere örnek verme kazanımı ile devam etmektedir. İkinci sınıf düzeyinde de ikinci öğrenme alanının ikinci alt öğrenme alanında; yer, yön, hareketleri belirtmek için matematiksel dili kullanma ve çevredeki simetrik şekilleri fark etmeye yönelik kazanımlara yer verilmektedir. Üçüncü sınıf düzeyinde yine aynı alt başlık altında; şekillerin birden çok simetri doğrusu olduğunu şekli katlayarak belirlemeye ve bir parçası verilen simetrik şekli yatay-dikey simetri doğrularına göre tamamlamaya ilişkin kazanımlar yer almaktadır. Dördüncü sınıf düzeyinde yine aynı alt başlık altında; ayna simetrisini modelleme ve geometrik şekiller üzerinden açıklama ve simetri doğrularını çizme, verilen şeklin doğruya göre simetriğini çizmeye yönelik kazanımlar yer almaktadır. Beşinci sınıf düzeyinde aynı alt başlık altında bir noktanın başka bir noktaya göre konumunu birim ve yön kullanarak ifade etme ve doğru parçasına eşit uzunlukta doğru parçası çizmeye dair kazanım yer almaktadır. Tüm bu kazanımlar dönüşüm

geometrisi başlığı altında verilmemiş olmasına rağmen 8. sınıf düzeyinde yer alan dönüşüm geometrisi konusunun ön öğrenmelerini oluşturmaktadır. Tüm bu kazanımlar incelendiğinde öğrencinin dönüşüm geometrisi konusuna geldiğinde; uzamsal ilişkileri matematiksel dil kullanarak ifade edebildikleri, eş nesnelere örnek verebildikleri, simetrik şekilleri fark edebildikleri, şeklin birden fazla simetri doğrusuna sahip olabileceğini belirleyebildikleri, bir parçası verilen simetrik şekli tamamlayabildikleri, yatay-dikey simetri doğrularına göre şeklin simetrisini alabildikleri kabul edilmektedir.

Sekizinci sınıf düzeyinde ise Geometri ve Ölçme öğrenme alanı kapsamında verilen Dönüşüm Geometrisi alt öğrenme alanı: nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin öteleme sonucundaki görüntülerini çizer; nokta, doğru parçası ve diğer şekillerin yansıma sonucu oluşan görüntüsünü oluşturur; çokgenlerin öteleme ve yansımalar sonucunda ortaya çıkan görüntüsünü oluşturur olmak üzere 3 kazanımdan oluşmaktadır. Bu kazanımların öğrenci tarafından edinilmesi bir sonraki alt tema olan Eşlik ve Benzerlik temasının kazanımları olan: “eşlik ve benzerliği ilişkilendirir, eş ve benzer şekillerin kenar ve açı ilişkileri belirler; benzer çokgenlerin benzerlik oranını belirler, bir çokgene eş ve benzer çokgenler oluşturur” kazanımlarının edinilmesine zemin hazırlamaktadır.

2024 ilkökul matematik dersi öğretim programı dönüşüm geometrisi kapsamında incelendiğinde birinci sınıf düzeyinde üçüncü temada verilen dönüşüm geometrisinde; hedefe ulaşabilmek için yön ve mesafeleri içeren yönergeleri çözümleyebilme ve nesnelere eşliklerini değerlendirebilme öğrenme çıktılarına yer verilmektedir. İkinci sınıf düzeyinde üçüncü tema kapsamında; geometrik şekillerin konum, yön ve büyüklükleri değiştiğinde biçim özelliklerinin değişmediğini yorumlayabilme, mesafe-yön içerecek şekilde hedefe ulaşabilmek adına stratejilere karar verebilme, verilen şekillerden simetrikleri ayırt edebilme öğrenme çıktılarına yer verilmektedir. Üçüncü sınıf düzeyinde üçüncü tema kapsamında birden fazla simetri doğrusuna sahip şekilleri çözümleyebilme, bir parçası verilmiş simetrik şekli simetri doğrusuna göre yapılandırabilme, bir parçası verilen simetrik şekli tamamlamak için kodlama stratejilerinden yararlanarak yargıda bulunabilme öğrenme çıktılarına yer verilmektedir. Dördüncü sınıf düzeyine gelindiğinde ise geometrik şekiller üzerinden doğruya göre simetriyi yorumlayabilme, şeklin doğruya göre simetrisini yapılandırma ve geometrik şekillere ilişkin yapı oluşturmak için kodlama stratejilerini yapılandırabilme öğrenme çıktılarına yer verilmektedir.

Bu kapsamda öğrenciler, ortaokulda yer alan dönüşüm geometrisi konusuna gelene kadar ilkökul seviyesinde; yön ve mesafeleri çözümleyebilecek, nesnelerin eşliklerini değerlendirecek, konum-yön değiştiğinde biçimsel özelliklerin değişmeyeceğini yorumlayabilecek, simetrik şekilleri ayırt edebilecek, birden fazla simetriye sahip şekilleri çözümleyebilecek, bir parçası verilen simetrik şekli tamamlayabilecek ve şeklin doğruya göre yansımalarını yapılandırabilecek seviyede olacağı kabul edilmektedir.

2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde yedinci sınıf düzeyinde üçüncü tema kapsamında verilen dönüşüm temasında şekillerin yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin oluşturulmasına dair çıkarım yapma ve yansıma dönüşümündeki deneyimlerini orta dikme ve açıortay inşasına yansıtma becerilerine yer verilmektedir. Sekizinci sınıf düzeyinde beşinci tema kapsamında ise verilen dönüşüm temasında geometrik bir şeklin yansıma veya öteleme dönüşümü altındaki görüntüsüne ilişkin çözümleme, dik koordinat sisteminde dönüşüm altındaki görüntülere yönelik çıkarım yapma ve dönüşümleri içeren problemleri çözme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır.

Yedinci sınıf düzeyinde üçüncü tema kapsamında verilen dönüşüm teması iki öğrenme çıktısından oluşmaktadır. Bu öğrenme çıktıları ve çıktılara ilişkin açıklamalar dikkate alındığında öğrencilerin;

- Şekillerin yansıma dönüşümü altındaki görüntülerinin oluşumuna ilişkin çıkarım yapabilme,
- Şekillerin yansıma dönüşümleri altındaki görüntülerine yönelik varsayımlarda bulunabilme,
- Şekillerin yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini oluşturabilme,
- Yansıma dönüşümü sonucunda elde edilen görüntülere ilişkin varsayımları doğrulamaya yönelik karşılaştırmalar yapabilme
- Bir şekil ile yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü arasındaki ilişkilere yönelik önermeler sunabilme,
- İki eş şeklin bir doğruya göre simetrik olup olmadığını belirlemeye ve simetrik bir şeklin simetri doğrusunu oluşturmaya yönelik olarak sunduğu önermeleri değerlendirebilme,
- Yansıma dönüşümündeki deneyimlerini orta dikme ve açıortay inşasına yansıtabilme,
- Yansıma dönüşümünde simetri doğrusunun özelliklerini gözden geçirebilme,

- Simetri doğrusunun özelliklerinden hareketle bir doğru parçasına ait orta dikmenin ve bir açıya ait açıortayın inşasına dair çıkarım yapabilme,
 - Simetri doğrusuna ilişkin özelliklerden yola çıkarak geliştirilen çıkarımları farklı örnekler üzerinde değerlendirebilme,
- yetkinliklerine sahip olmalarının beklendiği görülmektedir.

Sekizinci sınıf düzeyinde beşinci tema kapsamında verilen dönüşüm teması üç öğrenme çıktısından oluşmaktadır. Bu öğrenme çıktıları ve çıktılara ilişkin açıklamalar dikkate alındığında öğrencilerin;

- Araç ve teknoloji yardımıyla öteleme dönüşümünü çözümlayebilme,
- Araç ve teknoloji yardımıyla düzlemde geometrik şekillerin öteleme dönüşümü altındaki görüntülerinin kenar ve açı özelliklerini belirleyebilme,
- Geometrik şekiller ile öteleme dönüşümü altındaki görüntüleri arasındaki ilişkileri belirleyebilme,
- Dik koordinat düzleminde, geometrik şekillere ait noktaların apsis ve ordinatlarının öteleme dönüşümüne ve eksenlere göre yansıma dönüşümüne bağlı olarak nasıl değiştiğine ilişkin çıkarımlarda bulunabilme
- Geometrik şekillere ait noktaların apsis ve ordinatlarının öteleme ve eksenlere göre yansıma dönüşümleri sonucundaki değişimlerine yönelik varsayımlarda bulunabilme,
- Geometrik şekillerin öteleme dönüşümü altındaki görüntüleri ile koordinat eksenlerine göre yansıma dönüşümü altındaki görüntülerini oluşturabilme,
- Geometrik şekillere ait noktaların öteleme ve eksenlere göre yansıma dönüşümleri sonucunda apsis ve ordinatlarındaki değişimlere ilişkin önermeler sunabilme,
- Öteleme ve yansıma dönüşümlerini içeren problemleri çözebilme,
- Öteleme ve yansıma dönüşümlerine ilişkin problemlerde ilgili matematiksel bileşenleri (eşlik, uzaklık, diklik, paralellik, koordinatlar gibi) belirleyebilme,
- Matematiksel bileşenler (eşlik, uzaklık, diklik, paralellik, koordinatlar gibi) arasındaki ilişkileri belirleyebilme,
- Problem bağlamındaki temsilleri farklı temsillere dönüştürebilme ve dönüştürdüğü problemi kendi ifadeleri ile açıklayabilme,
- Öteleme ve yansıma dönüşümlerini içeren problemlerin sonucuna ilişkin tahminde bulunabilme ve işlemleri gerçekleştirmek için stratejiler geliştirebilme,

- Problemin çözümü için kullandığı veya geliştirdiği stratejileri gözden geçirerek kısa yolları değerlendirme,
- Kullandığı strateji veya stratejileri farklı problemlerin çözümlerine genelleme,
- Genellemenin geçerliliğini matematiksel örneklerle değerlendirme, yetkinliklerine sahip olmalarının beklendiği görülmektedir.

Yedinci sınıf düzeyinde üçüncü tema kapsamında verilen dönüşüm teması iki öğrenme çıktısından oluşmaktadır. Bu öğrenme çıktılarından ilki; şekillerin yansıma dönüşüm altındaki görüntülerini oluşturmaya yönelik varsayımlarda bulunma, görüntülerini oluşturma, şekil ile görüntüsü arasındaki ilişkilere dair önerme sunma gibi yetkinlikler kazanarak simetri kavramından eşlik kavramını keşfetmeye yöneliktir. Öğrencilerin eşlik kavramını keşfetmesi ile sonraki temalar altında yer alan: Eş küplerle oluşturulan yapılar ile görünüşleri arasındaki ilişkiyi çözümleyebilme, bir üçgene eş üçgen oluşturmak için üçgen ile ilgili bilinmesi yeterli olan elemanlara dair çıkarım yapabilme, matematiksel araç ve teknoloji yardımıyla öteleme dönüşümünü çözümleyebilme (geometrik şekil ile öteleme dönüşümü altındaki görüntüleri arasındaki ilişkileri belirler) gibi öğrenme çıktılarına zemin hazırlanmaktadır.

Yedinci sınıftaki öğrenme çıktılarından ikincisi ise; yansıma dönüşümündeki deneyimlerini orta dikme ve açığortay inşasına yansıtabilme, simetri doğrusunun özelliklerinden hareketle bir doğru parçasına ait orta dikmenin ve bir açığa ait açığortayın inşasına dair çıkarım yapmaya yöneliktir. Öğrencinin orta dikme ve açığortaya yönelik çıkarım yapması ile sonraki temalar altındaki matematiksel araç ve teknolojiye yararlanarak üçgende kenarortayı, açığortayı ve yüksekliği çözümleyebilme, orta dikme inşasına yönelik deneyimlerini üçgende kenarortay inşasına yansıtabilme gibi öğrenme çıktılarına zemin hazırlanmaktadır.

Bununla birlikte sekizinci sınıf düzeyinde yer alan öğrenme çıktıları ile birlikte tüm bu öğrenme çıktıları, lise matematik dersi öğretim program dokuzuncu sınıf düzeyindeki; geometrik dönüşümlere ilişkin çıkarım yapabilme, iki üçgenin eş/benzer olması için gerekli koşullara dair çıkarım yapabilme, eşlik benzerlik ile ilgili problemleri çözebilme ve on birinci sınıf düzeyindeki; özel dörtgenlerin ve dışbükey çokgenlerin açı, kenar, simetri özelliklerinden yola çıkarak aralarındaki ilişkiyi yapılandırabilme, çıkarım yapabilme ve bu özellikleri içeren problemleri çözebilmeye yönelik öğrenme çıktılarına da temel hazırlanmaktadır. 2018 ve 2024 matematik öğretim programlarını değerlendirdiğimizde;

Her iki öğretim programında da dönüşüm geometrisi konusu, sınıf düzeylerine göre kademeli bir biçimde yapılandırılmış; özellikle ilköğretim düzeyinde dönüşüm geometrisi konusuna ilişkin kavramsal bakış açısının kazandırılmasına yönelik olarak gerekli ön öğrenmelerin kazandırılmasının hedeflendiği görülmektedir. Ancak içerik olarak ele alındığında, programların dönüşüm geometrisine yaklaşımlarında belirgin farklılıklar olduğu görülmektedir.

2018 Matematik Dersi Öğretim Programı'nda dönüşüm geometrisi, doğrudan bir tema başlığı altında ele alınmamış, Geometri öğrenme alanının bir alt teması olarak yer almıştır. 2024 öğretim programında ise dönüşüm geometrisi, doğrudan ve bağımsız bir tema başlığı olarak yapılandırılmıştır.

2018 programında dönüşüm geometrisine ilişkin kazanımlar sekizinci sınıf düzeyinde üç temel kazanım olarak yer almaktadır. Bu kazanımlarda sırasıyla öteleme dönüşümü, yansıma dönüşümü ve her iki dönüşümün birlikte ele alındığı uygulamalar yer almaktadır. 2024 programında ise dönüşüm geometrisi, yedinci sınıf düzeyinde yansıma dönüşümüne ilişkin iki öğrenme çıktısı, sekizinci sınıf düzeyinde ise öteleme ve öteleme ile yansıma dönüşümlerine ilişkin üç öğrenme çıktısı yer almıştır. Bu yapı, 2018 programında öteleme dönüşümünün yansıma için bir ön koşul olarak ele alındığını, 2024 programında ise yansıma dönüşümünün öteleme dönüşümüne ön öğrenme oluşturacak şekilde konumlandırıldığını göstermektedir.

Her iki öğretim programında da dönüşüm geometrisi, eşlik ve benzerlik konusunun ön koşulu olacak biçimde düzenlenmiştir. Ancak 2024 programı, bu ilişkiyi örtük olarak bırakmak yerine daha açık ve yapılandırılmış bir biçimde ortaya koymuş; dönüşüm geometrisi öğrenme çıktılarının, ilerleyen geometrik kavramlara nasıl zemin oluşturduğunu doğrudan belirtmiştir. Özellikle yansıma dönüşümünden yola çıkarak öğrencilerin açıortay ve orta dikme gibi temel geometrik yapıları keşfetmelerine olanak tanıyan öğrenme süreçleri, bu yapısal bütünlüğü desteklemektedir. Buna ek olarak, öteleme ve yansıma dönüşümlerinin dik koordinat sistemi üzerindeki etkilerine yönelik analizler yoluyla öğrencilerin geometrik ilişkileri analitik düzlemde değerlendirme ve çıkarım yapma becerilerinin geliştirilmesi, 2024 programının öne çıkan yenilikleri arasında yer almaktadır.

Her iki programda da dönüşüm geometrisinin öğretimine kültürel öğeler kullanımı teşvik edilmiş; geleneksel Türk sanatları olan halı, kilim, motif ve çini örneklerinde gözlemlenen dönüşümlerin analizine yönelik etkinlik önerilerine yer verilmiştir. Ayrıca, her iki programda da dinamik geometri yazılımlarının öğretim sürecinde kullanımı önerilmektedir.

Öğrenme çıktıları düzeyinde değerlendirildiğinde, 2018 programı daha çok dönüşüm sonucunda şeklin görüntüsünü çizmeye ve oluşturmaya odaklanan uygulama temelli kazanımlar içermektedir. 2024 programı ise dönüşümlere ilişkin varsayımlarda bulunma, bu varsayımları değerlendirme ve karşılaştırma, yansıma dönüşümündeki deneyimlerini açığortay ve orta dikme inşasına aktarma, öteleme dönüşümünü çözümleyebilme ve dönüşümleri koordinat sisteminde analiz edebilme gibi daha üst düzey beceriler içermektedir.

2.3 Pedagojik Alan Bilgisi

Pedagojik alan bilgisi (PAB), öğretmenlik mesleğini yalnızca bir konuya hâkim olan uzman olmaktan çıkarıp, bu bilgiyi etkili bir şekilde öğretebilen bir eğitimci konumuna taşıyan özgün ve çok boyutlu bir bilgi alanıdır. Bu kavram ilk olarak 1985 yılında Lee Shulman tarafından dile getirilmiş; 1986'da yayımlanan çalışmasında ise kapsamlı biçimde tanımlanmıştır. Shulman, PAB'ı öğretmenliğin merkezine yerleştirerek, etkili öğretimin yalnızca alan bilgisine sahip olmakla değil, bu bilgiyi öğrenciye anlamlı ve etkili biçimde aktarabilme becerisiyle mümkün olduğunu vurgulamıştır (Shulman, 1986).

PAB, yalnızca öğretilcek içeriği bilmenin ötesinde; öğrencilerin yaşantılarını, gelişimsel düzeylerini, önceki bilgilerini, öğrenme sürecindeki zorlukları ve olası kavram yanlışlarını tanıma ile bu zorluk ve yanlışlara yönelik uygun öğretim stratejilerini geliştirme becerisini de kapsar (Carpenter, Fennema, Peterson ve Carey, 1988). Örneğin bir matematik öğretmeni yalnızca matematiksel işlem ve kuralları bilmekle kalmamalı; öğrencilerin bu kavramları nasıl yapılandırdığını, hangi öğrenme yollarını izlediğini ve olası kavram yanlışlarını nasıl düzeltebileceğini de bilmelidir. Bu yönüyle PAB, öğrencilerin anlamalarını önceden kestirebilme, olası yanlış anlamaları tanıma ve bunları giderici pedagojik kararlar alma sürecini içerir.

PAB aynı zamanda öğretim sürecinin planlanması, yürütülmesi ve değerlendirilmesiyle de doğrudan ilişkilidir. Etkili bir öğretmen, yalnızca müfredat bilgisini değil; sınıf yönetimi,

zaman yönetimini, öğrenci davranışlarının yönlendirilmesi ve öğretmen-öğrenci etkileşimi gibi öğretim ortamına dair bilgi ve becerileri de kullanarak öğrenmeye elverişli bir ortam oluşturur (Tükenmez, 2014). Bu nedenle PAB, teorik temellerinin yanı sıra uygulamaya dönük bir bilgi türüdür.

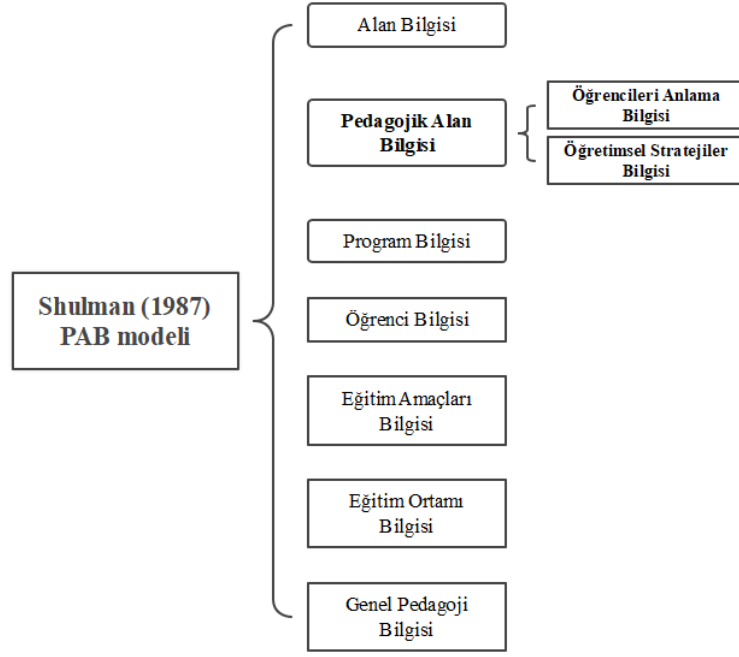
Shulman'ın (1986) vurguladığı gibi öğretim, yalnızca “nasıl” öğretileceğinin değil, aynı zamanda “neden” o şekilde öğretildiğinin de sorgulanması gereken bir süreçtir. Öğretmenin, öğretilecek içeriği öğrenciler için anlamlı bir yapıya dönüştürmesi, öğrencilerin öğrenme biçimlerine uygun stratejiler geliştirmesi ve bilgiyi yapılandırılmalarını desteklemesi esastır. Bu bağlamda Shulman, öğretmen bilgisini üç başlık altında toplamıştır: konu alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve öğretim programı bilgisi. Bu ayrım, öğretmenin sadece bilgiyi bilmesinin değil; o bilgiyi öğretilebilir ve anlamlı hâle getirme becerisinin önemini vurgulamaktadır. Shulman bu kuramsal temeli geliştirirken, Bloom'un bilişsel taksonomisi, Gagné'nin öğrenme durumları ve Schwab'ın bilgi yapısı ayrımlarını temel aldığı ifade etmiştir (Uz, 2019).

Shulman'ın modelini temel alan birçok araştırmacı, öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türlerine ilişkin çeşitli modeller geliştirmiştir (Grossman, 1990; Gess-Newsome, 1999; Marks, 1990; Cochran, vd., 1993; Rowland, vd., 2003; Ball, vd., 2008). Bu modeller incelendiğinde, aralarındaki farklılıkların pedagojik alan bilgisinin alt bileşenlerinin ele alınış biçimlerinden kaynaklandığı görülmektedir. Pedagojik alan bilgisini daha iyi anlayabilmek için geliştirilen bu modellerin incelenmesi ve benzerlikleri ile farklılıklarının karşılaştırılmasının yararlı olacağı düşünülmektedir.

2.3.1 Pedagojik Alan Bilgisi Modelleri

Shulman (1986), öğretmenlerde bulunması gereken bilgi türlerini üç temel başlık altında sınıflandırmıştır: alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi (PAB) ve müfredat bilgisi. Bu temel sınıflamanın ardından, 1987 yılında geliştirdiği öğretmen bilgi modeliyle öğretmenin sahip olması gereken bilgi alanlarını yedi başlık altında detaylandırmıştır. Bunlar; alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi, program (müfredat) bilgisi, öğrenci bilgisi, eğitim amaçları bilgisi, eğitim ortamı bilgisi ve genel pedagoji bilgisi olarak sıralanmaktadır (Shulman, 1986, 1987). Alan Bilgisi; öğretilecek içeriğe ilişkin kavramlar, kurallar ve bu bilgilerin dayandığı temel ilkeler hakkında bilgi sahibi olmayı içerir. Ayrıca bu bilgi, konunun neden önemli olduğunu

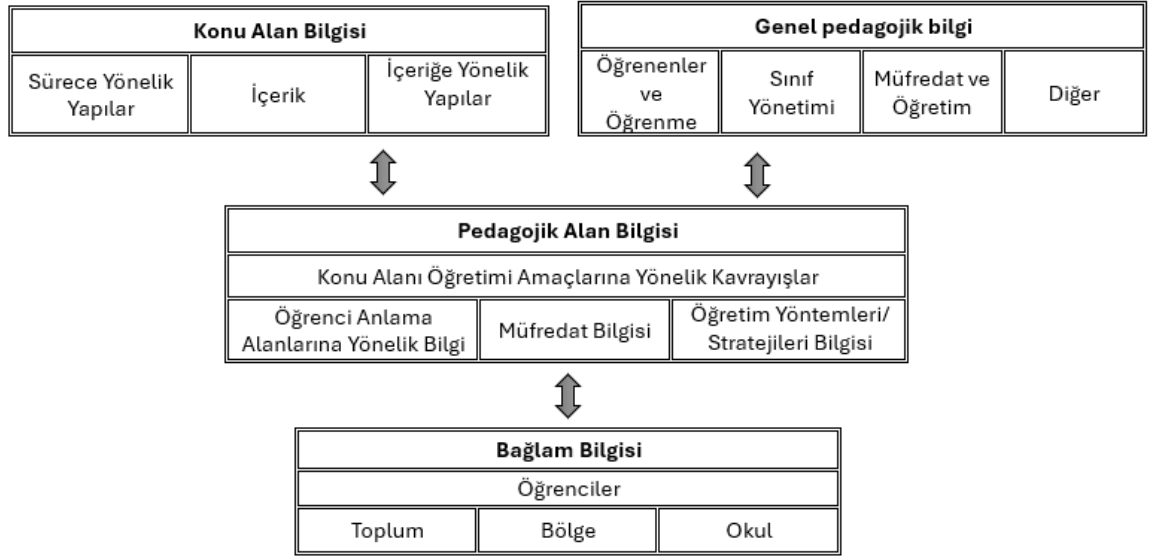
ve diğ er disiplinlerle ilişkisini anlamayı da kapsar. Pedagojik Alan Bilgisi (PAB); alan bilgisi ile pedagojik bilginin birleşiminden oluşur. Öğretmenin, konuyu öğrenciler için anlamlı kılacak örnekler, açıklamalar ve öğretim stratejileri kullanmasını; aynı zamanda öğrencilerin kavram yanlışlarını tanıyarak bu yanlışları gidermeye yönelik yollar geliştirmesini kapsar. Shulman (1987), PAB'ı; öğrencileri anlama bilgisi ve öğretimsel stratejiler bilgisi olmak üzere iki temel alt bileşen üzerinden tanımlamıştır. Müfredat ya da Program Bilgisi; öğretilecek konunun öğretim programındaki yerini ve önceki ve sonraki öğrenmelerle ilişkisini bilmeyi ifade eder. Bu bilgi, öğretim sürecinin tutarlı ve planlı bir şekilde yürütülmesini sağlar. Öğrenciyi Tanıma Bilgisi; öğrencilerin gelişimsel düzeyleri, bilgiyi yapılandırma biçimleri, ilgi alanları ve bireysel ihtiyaçları hakkında bilgi sahibi olmayı içerir. Bu bilgi, öğrencilerin öğrenme sürecine daha etkin katılım göstermelerine imkân tanır. Eğitimsel Amaç ve Değerler Bilgisi; öğretim programında yer alan hedef ve kazanımlar doğrultusunda öğrencilerde oluşturulması beklenen davranış değişikliklerini ve temel değerlere ilişkin anlayışı kapsar. Eğitim Ortamı Bilgisi; eğitim verilen ortamın fiziksel, kültürel ve teknolojik imkânlarını dikkate alarak, öğretim ortamının nasıl düzenleneceğine yönelik bilgidir. Bu bilgi, öğretimin ortamla etkili bir şekilde bütünleşmesini sağlar. Genel Pedagoji Bilgisi; öğretim stratejileri, öğrenme kuramları, sınıf yönetimi, materyal kullanımı ve ölçme-değerlendirme yöntemleri gibi genel öğretim becerilerini içeren bilgidir. Bu bilgi, öğretmenin sınıf içi uygulamaları etkili biçimde gerçekleştirmesini sağlar (Uçar, 2019 ; Dündar, 2023). Shulman'ın öğretmende bulunması gereken bilgi türlerini açıklayan pedagojik alan bilgisi modeli, Şekil 2.2'de verilmiştir. (Shulman, 1987; Şahin' den, 2016)



Şekil 2.2: Shulman (1987) pedagojik alan bilgisi modeli

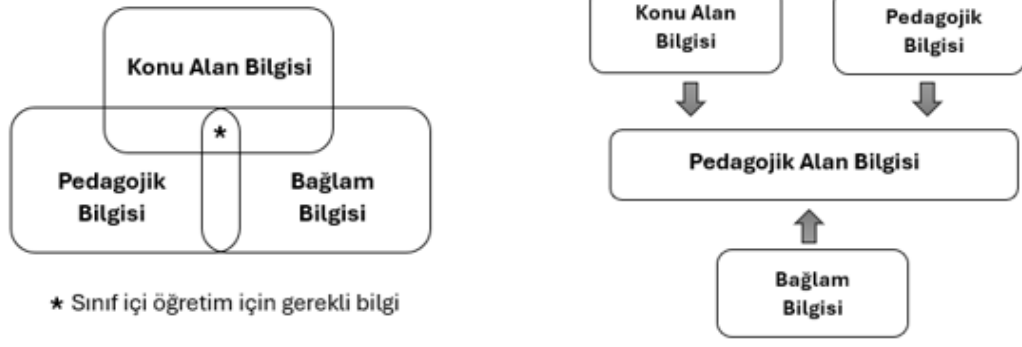
Grossman (1990), Shulman'ın öğretmen bilgisi kuramını geliştirerek bu kuramı daha sistematik bir yapıya kavuşturmuş ve öğretmenlerin sahip olması gereken bilgi türlerini; konu alan bilgisi, genel pedagojik bilgi, bağlam bilgisi ve pedagojik alan bilgisi (PAB) olmak üzere dört ana başlık altında toplamıştır. Bu başlıklar arasında çift yönlü etkileşim bulunduğunu ifade eden Grossman, öğretmenlik bilgisinin bu etkileşim sayesinde geliştiğini ve daha karmaşık bir bilgi türüne dönüştüğünü belirtmiştir. Bu yapı içinde PAB, öğretme bilgisinin merkezi konumunda yer alır ve diğer üç bilgi türüyle sürekli etkileşim içindedir. Grossman'ın (1990) modelinde merkezde yer alan pedagojik alan bilgisi ise dört temel bileşenden oluşmaktadır: Öğretimin Amaçları Bilgisi; öğretmenin belirli bir dersin veya konunun neden öğretildiğine dair sahip olduğu bilgi ve anlayışı kapsar. Öğrencileri Anlama Bilgisi; öğrencilerin konuyu ne düzeyde anlayabileceklerine, sahip oldukları ön bilgilere, hangi noktalarda zorlanabileceklerine ve hangi kavram yanlışlarına sahip olabileceklerine ilişkin bilgiyi kapsar. Öğretim Programı (Müfredat) Bilgisi; öğretmenin dersin içeriğiyle ilgili kaynaklar, materyaller (etkinlikler, sorular, çalışma kâğıtları vb.) ve öğretim süreciyle ilgili içerik organizasyonu hakkında sahip olduğu bilgiyi kapsar. Aynı zamanda müfredatta konuların yıllık dağılımı, önceki ve sonraki sınıf düzeyleriyle ilişkisi, disiplinler arası bağlantılar gibi yönleri de içerir. Bu yönüyle Shulman'ın (1986) öğretim programı bilgisine yaklaşımla benzerlik taşımakla birlikte, Grossman bu bilgiyi doğrudan PAB'in bir bileşeni

olarak ele almaktadır. Öğretim Stratejileri Bilgisi; öğretmenin konuyu en etkili biçimde sunmak için kullandığı yöntemler, stratejiler, örnekler, modeller ve açıklamalara ilişkin bilgiyi içerir. (Şahin, 2016; Çelik, 2018; Uçar, 2019) Grossman'ın pedagojik alan bilgisine yönelik açıklayıcı model Şekil 2.3'te verilmiştir (Grossman, 1990; Işıksal Bostan & Osmanoğlu'ndan, 2016)



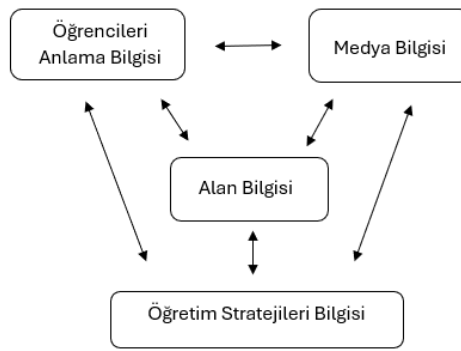
Şekil 2.3: Grossman Öğretmen Bilgisi Modeli (Grossman, 1990)

Gess-Newsome (1999), öğretmenlerin sahip olması gereken bilgileri bütünleştirici model ve dönüştürücü model olarak gruba ayırmıştır. Bütünleştirici Model, pedagojik alan bilgisini; konu alan bilgisi, pedagojik bilgi ve bağlam bilgisi (ya da öğrenme ortam bilgisi) gibi alt bileşenlerin bir araya gelmesiyle oluşan bir bileşim olarak tanımlanır. Bu modele göre, öğretmenlik için gerekli olan bilgi, söz konusu üç temel bilginin bağımsız olarak gelişmesi ve sınıf ortamında bu bilgilerin bütüncül şekilde bir araya getirilmesiyle oluşur. Pedagojik alan bilgisi bu üç bilginin kesişim noktasıdır. (Canbazoğlu-Bilici, 2012; Uşak, 2005). Dönüştürücü Model ise pedagojik alan bilgisini, konu alan bilgisi, pedagojik bilgi ve bağlam bilgisinin yeni bir bilgi yapısına dönüşmesiyle oluşan bilgi biçimi olarak tanımlar. Dönüştürücü modele göre pedagojik alan bilgisi, sadece bilgilerin toplamı değil, bu bilgilerin yeni bir forma evrilmiş hâlidir ve bu hâliyle öğretim sürecinde daha anlamlı ve işlevseldir (Gess-Newsome, 1999). Bu iki modele yönelik açıklayıcı pedagojik alan bilgisi modelleri Şekil 2.4 'te verilmiştir. (Gess-Newsome, 1999; Işıksal Bostan & Osmanoğlu'ndan, 2016)



Şekil 2.4: Bütünleştirici ve dönüştürücü modeller (Gess-Newsome, 1999)

Marks (1990), Shulman'ın pedagojik alan bilgisi (PAB) modelini genişleterek öğretim için medya bilgisini yeni bir bileşen olarak eklemiş ve PAB'ı; Öğretimsel amaçlar için konu alan bilgisi, Öğrencilerin konu alanı bilgileri, Konu alanında öğretimsel medya bilgisi, Konu alanı için öğretim süreçleri bilgisi olmak üzere dört bileşende tanımlamıştır (Aksu, 2013; Uçar, 2019). Marks'a göre PAB, yalnızca pedagojik veya konu alan bilgisiyle sınırlı olmayan; her iki bilgi türünü içeren ve bunların etkileşimiyle oluşan karmaşık bir yapıdır. Bu bilgi türünü diğer bilgi alanlarından kesin sınırlarla ayırmak oldukça zordur. Bir öğretmenin bir konunun içeriğine yeterince hâkim olmaması, o konunun sınıfta nasıl öğretileceğini de doğrudan etkileyecektir (Tükenmez, 2014). Marks'ın pedagojik alan bilgisine yönelik açıklayıcı model Şekil 2.5'te verilmiştir (Marks, 1999; Aliustaoğlu'ndan, 2018).

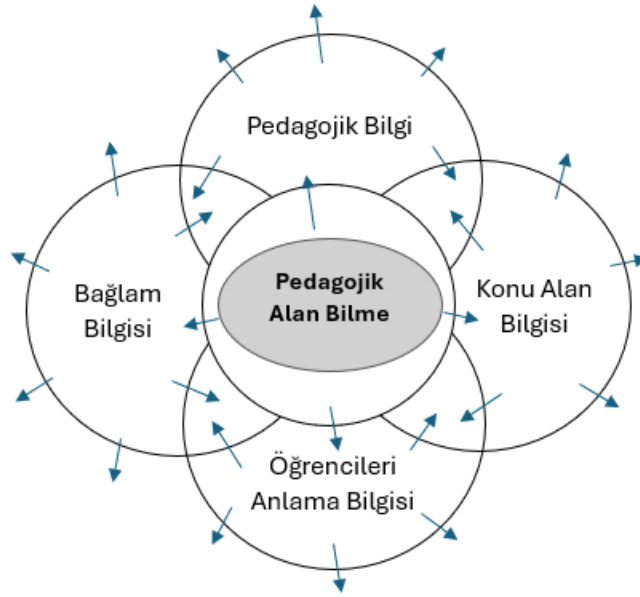


Şekil 2.5: Marks (1990) pedagojik alan bilgisi modeli

Cochran, DeRuiter ve King (1993), Shulman'ın pedagojik alan bilgisi (PAB) modelini yapılandırmacı bir yaklaşımla yeniden ele alarak bu kavramı “pedagojik alan bilme” şeklinde tanımlamışlardır. Bu yaklaşımları ile öğretmen bilgisinin sabit değil, dinamik ve sürekli gelişen bir yapıya sahip olduğunu vurgulamışlardır. Cochran vd.'ne göre öğretmen

bilgisi; Pedagojik bilgi, Konu alan bilgisi, Öğrenciler hakkında bilgi, Çevresel bağlam bilgisi olmak üzere dört temel bileşenden oluşmaktadır. Bu dört bileşenin eş zamanlı ve karşılıklı etkileşimi, modelde halkaların kesişimiyle görselleştirilmiştir. Böylece öğretmenlerin öğretim sürecinde bu bilgi alanlarını tek tek değil, bütünlük biçimde değerlendirmeleri ve birbirine bağlı şekilde kullanmaları gerektiği vurgulanmaktadır.

Modelde her ne kadar dört bileşen şekilsel olarak simetrik sunulsa da, bu bileşenlerin pedagojik alan bilmeye katkılarının öğretmenlerin gelişim sürecine göre farklılık gösterebileceği ve bu bilgilerin düzensiz şekilde gelişebileceği ifade edilmiştir. Yapılandırmacı anlayış doğrultusunda, bu modelde öğrenci pasif bir bilgi alıcısı değil, bilgiyi yapılandıran aktif bir birey olarak kabul edilir. Bu nedenle, öğretmenlerin öğrencilerin bilgiyi nasıl yapılandırdıklarını anlamaları ve bu doğrultuda öğretim stratejilerini geliştirmeleri de büyük önem taşımaktadır. (Seferoğlu, 2024, Işıksal Bostan & Osmanoğlu, 2016). Cochran vd.'nin pedagojik alan bilgisine yönelik açıklayıcı model Şekil 2.6' da verilmiştir.



Şekil 2.6: Cochran, DeRuiter ve King (1993) pedagojik alan bilgisi modeli

Rowland ve arkadaşları (2003), Shulman'ın pedagojik alan bilgisi (PAB) kuramından yola çıkarak, özellikle matematik öğretmenlerinin sınıf içi uygulamadaki pedagojik uzmanlıklarını gözlemlemek, değerlendirmek ve geliştirmek amacıyla “Dörtlü Bilgi Modeli” adını verdikleri bir teorik çerçeve geliştirmişlerdir. Bu model, matematik eğitimi

bağlamında öğretmen bilgisinin alan bilgisi ve öğretim bilgisiyle nasıl bütünleştiğini analiz etmeyi amaçlamaktadır. Dörtlü Bilgi Modeli; Temel Bilgi, Dönüştürücü Bilgi, İlişki Kurma Bilgisi ve Beklenmeyen Olaylara İlişkin Bilgi olmak üzere dört ana bileşenden oluşmaktadır.

1. Temel Bilgi; Öğretmenin matematik ve matematik eğitimi hakkındaki inançları ile sahip olduğu teorik bilgi birikimini kapsamaktadır. Pedagojik teoriye dayalı bir altyapıya sahip olma, matematiksel terminolojiyi kullanma, öğrencilerin hatalarını tanıma ve işlemsel bilgiler üzerine yoğunlaşma bu bileşenin alt unsurları arasında yer almaktadır.

2. Dönüştürücü Bilgi; Öğretmenin konu içeriğini öğrencilere anlaşılır biçimde sunabilmesi için seçtiği açıklamalar, örnekler, modeller ve stratejileri içerir. Bu bilgi türü, öğretim sürecinin planlama ve uygulama aşamalarında devreye girerek öğretmenin kavramlar arasında bağlantılar kurmasına olanak tanır.

3. İlişki Kurma Bilgisi; Derslerin ve konuların tutarlı biçimde planlanması, işlemlerle kavramlar arasında anlamlı bağlantıların kurulması ve öğrencilerin önceki bilgi düzeyleriyle yeni içeriklerin ilişkilendirilmesi gibi öğretimsel ilişkileri kapsar. Ayrıca öğretmenin konu sıralamasına karar verme, dersin içeriğini öğrenci bilgileriyle ilişkilendirme ve öğrencilerin karşılaşılabileceği olası öğrenme güçlüklerini önceden öngörme becerisi de bu alana dahildir.

4. Beklenmeyen Olaylara İlişkin Bilgi; Öğretim sürecinde önceden planlanmamış, aniden gelişen durumlara öğretmenin nasıl yanıt verdiğini ifade eder. Öğrencilerin beklenmedik düşünce ve tepkilerine yanıt verme, öğretim planından sapma, sınıf içi anlık kararlar alma, öğretmen içgörüsüne dayalı müdahalelerde bulunma gibi etkenler bu başlık altında ele alınır. Ayrıca öğretim materyallerinin erişilebilirliği ya da yokluğu gibi teknik ve çevresel etmenlere verilen tepkiler de bu kapsamda değerlendirilir.

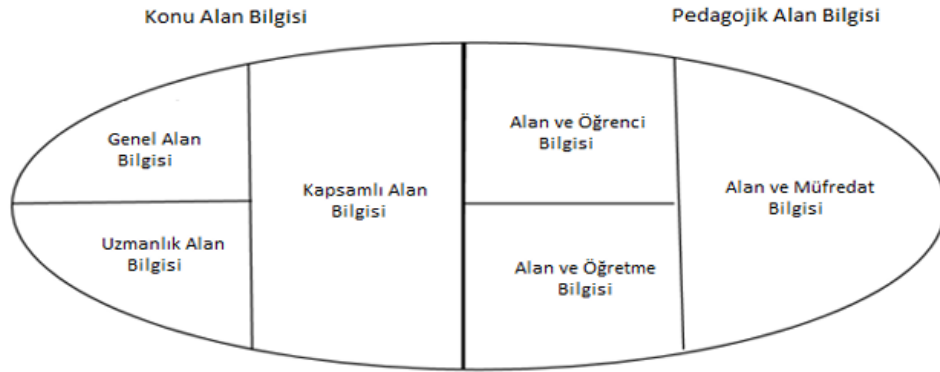
Rowland ve arkadaşlarının (2003) PAB Modeli, bu dört bilgi bileşeninin özellikle matematik öğretmenlerinin sınıf içi karar alma süreçlerinde nasıl kullanıldığını gözlemleyerek, öğretmen yeterliliklerini analiz etmede etkili bir çerçeve sunduğunu göstermektedir. Ayrıca öğretmen bilgisinin öğretim sürecindeki rolünü ve önemini vurgulamasıyla ve beklenmeyen olay bilgisi bileşeni ile modelin sınıf içi pratiklere doğrudan temas eden yapısı ile öğretmenin öğretim anındaki çevikliğini değerlendirme potansiyelini ortaya koymaktadır (Seferoğlu,

2024; Kula & Bukova Güzel, 2014; Uz, 2019, Rowland, Huckstep ve Thwaites, 2003,2005; Rowland, Turner, Thwaites & Huckstep, 2009; Işıksal Bostan & Osmanoğlu, 2016).

Ball ve arkadaşları (2008), 1986-1998 yılları arasında öğretmen eğitimi alanında yapılan araştırmaları analiz ederek, öğretmen bilgisi konusunun giderek önem kazandığını ancak matematik eğitimi bağlamında bu yapıyı açıklayan özgün ve sistematik bir modelin eksik olduğunu fark etmişlerdir. Bu durumdan yola çıkarak Shulman'ın (1986) ortaya koyduğu Pedagojik Alan Bilgisi (PAB) kuramını temel alarak matematiğe özgü bir öğretmen bilgisi modeli geliştirmişlerdir. “Öğretim için Matematiksel Bilgi Kuramı” olarak adlandırılan bu modelde, öğretmenlerin yalnızca matematiksel içeriğe yönelik bilgiye değil, aynı zamanda bu içeriği etkili bir biçimde öğretmeye yönelik bilgi ve becerilere de sahip olması gerektiği ele alınmaktadır. Ball ve arkadaşları, Shulman'ın alan bilgisi, pedagojik alan bilgisi ve müfredat bilgisi şeklindeki üçlü bilgi yapısını “öğretime yönelik matematik bilgisi” başlığı altında yeniden düzenlemiş ve bu çerçeveyi alan bilgisi ve pedagojik alan bilgisi olmak üzere iki ana kategoriye ayırmışlardır. Alan bilgisi, öğretmenin doğrudan matematiksel içeriğe ilişkin sahip olduğu bilgi birikimini kapsarken; pedagojik alan bilgisi, bu içeriği öğretime uyarlama becerisiyle ilgilidir. Alan bilgisi üç alt bileşenden oluşmaktadır. Bunlardan birincisi genel alan bilgisi, öğretmenin temel matematiksel işlemleri, kavramları ve yapıları genel düzeyde bilmesini ifade eder. İkinci alt bileşen olan yatay alan bilgisi, öğretmenin öğreteceği kavram ile bu kavramın ileri düzey biçimleri arasındaki bağlantıları kurabilmesini, ayrıca konular arasındaki ilişkileri görebilmesini gerektirir. Bu bilgi, öğretmenin öğrencilerin ileride öğrenecekleri konularla ilişkili ön koşul bilgilerin farkında olarak bu geçiş sürecini desteklemesini sağlar. Üçüncü alt bileşen olan özel/uzmanlık alan bilgisi ise öğretmenin yalnızca matematiksel içeriği bilmesi değil, bu içeriği öğretim bağlamında kullanabilecek düzeyde derinlemesine anlamasıdır. Bu bilgi, öğretmenin öğrenci sorularına açıklık getirmesi, alternatif çözümler sunabilmesi ve öğretim sırasında matematiksel doğruluğu gözetmesi gibi becerileri içerir.

Pedagojik alan bilgisi de üç alt bileşene ayrılmaktadır. Alan ve öğrenci bilgisi, öğretmenin öğrencilerin sahip olabileceği kavram yanlışlarını, düşünme biçimlerini ve öğrenme güçlüklerini önceden öngörmesini ve bu doğrultuda öğretimi planlamasını ifade eder. Alan ve öğretim bilgisi, öğretmenin bir kavramı etkili biçimde sunmak için kullanacağı öğretim stratejilerini, örnekleri ve açıklamaları seçme becerisini içerir. Son olarak, alan ve müfredat bilgisi, öğretmenin öğretim programındaki hedefleri, içerik sıralamasını ve ders

kazanımlarını bilmesini ve bu doğrultuda plan yapabilmesini ifade eder. Shulman'ın modelinde ayrı bir bilgi alanı olarak yer alan müfredat bilgisi, Ball'ın modelinde pedagojik alan bilgisi kapsamında değerlendirilmiştir. (Dündar, 2023; Şahin, 2016; Uçar, 2019) Ball vd. (2008)'nin pedagojik alan bilgisine yönelik açıklayıcı model Şekil 2.7' de verilmiştir. (Ball vd.; Aliustaoğlu'ndan, 2018)



Şekil 2.7: Ball vd. (2008) pedagojik alan bilgisi modeli

2.3.2 Alan Bilgisi

Alan bilgisi, öğretmen yeterliklerinin temel bileşenlerinden biri olup, öğretmenin öğreteceği konuya dair kavramları, yapıları, bu yapılar arasındaki ilişkileri ve bunların organizasyonunu anlamasını ifade eder (Shulman, 1986). Matematik bağlamında alan bilgisi; cebir, geometri, sayı ve veri gibi alt alanlara ilişkin temel içeriklerin yanı sıra bu içeriklerin kavramsal bütünlüğünü, birbirleriyle olan ilişkilerini ve bu ilişkilerin dayandığı yapısal ilkeleri de kapsar (Blömeke & Delaney, 2012). Bu doğrultuda, öğretmenlerin yalnızca “bir kuralın varlığını” değil, aynı zamanda “o kuralın neden öyle olması gerektiğini” de kavrayabilmeleri önemlidir (Yang et al., 2020). Alan bilgisi, yalnızca konuya hâkimiyet değil; konunun altında yatan mantığın, kavramların gelişim sürecinin ve öğrenciler için olası öğrenme güçlüklerinin anlaşılmasını da gerektirir.

Davis'e (2003) göre, geniş anlamda alan bilgisi; ilgili alandaki konular, kavramlar, olgular, algoritmalar, organize yapılar, temsiller, etkiler, sebepler, doğrular ve diğer alanlarla olan ilişkileri içerir. Ball (1990, 1991) ve Ball, Lubienski ve Mewborn (2001), alan bilgisinin; matematiksel kavramların, kuralların ve bunların gerekçelerinin, tanımların, formüllerin, ispat yöntemlerinin ve bu unsurlar arasındaki ilişkilerin bilinmesini kapsadığını belirtir. Alan

bilgisi güçlü öğretmenler, farklı matematiksel fikirler arasında anlamlı bağlantılar kurabilir, kavram yanlışlarını tespit ederek giderebilir, matematiksel dili yerinde kullanabilirler (Askew et al., 1997; Cohen et al., 1993; Rowland et al., 2009). Buna karşılık, yüzeysel alan bilgisine sahip öğretmenler, öğretim materyallerini etkili kullanmakta zorlanmakta; öğrencilerin sorularına yetersiz yanıtlar vererek yanlış öğrenmelere sebep olabilmektedirler (Davis, 2003). Dolayısıyla alan bilgisinin geliştirilmesi, hem öğretim kalitesini hem de öğrenci başarısını artırmada belirleyici bir faktördür (Norton, 2019).

Literatürde alan bilgisinin bileşenleri farklı çerçevelerle ele alınmaktadır. Kennedy (1990), konu alan bilgisini üç boyutta tanımlar:

- i. Kurallar, kavramlar, olgular ve prensipleri içeren konu içerik bilgisi,
- ii. Bu bilgilerin organize edilmesi ve aralarındaki ilişkilerin kurulmasına yönelik bilgi,
- iii. Tahmin, kural geliştirme ve tartışma yöntemlerini kapsayan araştırma/sorgulama metodlarına ilişkin bilgi.

Ball (1990) ise matematik öğretmenlerinin alan bilgisine yönelik matematiksel kavramları tanımlayabilme ve işlemleri gerçekleştirebilme; teoremlerde yer alan kavramların anlamlarını ve gerekçelerini bilme; kavramlar arasındaki ilişkileri anlama ve açıklayabilme şeklinde üç ölçüt belirlemiştir. Even (1993) ise bu unsurlara ek olarak temel özelliklerin, farklı temsillerin, alternatif çözüm yollarının, kavramın gücünün, temel bilgi dağarcığının ve kavramsal anlayışın alan bilgisi kapsamında değerlendirilmesi gerektiğini savunur.

Ma (1999), temel matematiği derinlemesine anlamayı; temel kavramları ve ilkeleri bilme, matematiksel kavramlar arası ilişkileri bilme, problemlere farklı bakış açılarıyla yaklaşabilme, ilgili müfredata hâkim olma şeklinde dört bileşenle açıklamıştır.

Hill, Schilling ve Ball (2004) ise alan bilgisini “genel alan bilgisi” ve “özel alan bilgisi” olarak ikiye ayırır. Genel alan bilgisi; doğru matematiksel ifadeler kurma, işlem yapma ve problem kurmayı kapsarken, özel alan bilgisi; matematiksel fikirleri açıklama, öğrenci açıklamalarını değerlendirme, öğrenci hatalarının nedenlerini yorumlama, matematiksel temsiller oluşturma gibi becerileri içerir (Ball et al., 2008). Benzer şekilde, Carpenter et al. (2003) ve Tsamir (2007), öğrencinin ne düşündüğünü ve hangi hatalara sahip olduğunu açıklayabilmenin de alan bilgisinin önemli bir boyutu olduğunu vurgular.

Morris, Hiebert ve Spitzer (2009), alan bilgisini; uygun öğrenci yanıtlarını tahmin etme, öğrenci hatalarını açıklama, yanıtları değerlendirme ve ders süreçlerini analiz etme yeterlilikleri üzerinden tanımlar. Even (1993) ve Demirel (2008) ise alan bilgisinin; konuya ilişkin temel bilgileri bilme, mevcut bilgileri geliştirme, farklı temsiller ve alternatif yollar kullanabilme, kavram yeterliliğine sahip olma ve ilgili müfredata hâkim olma unsurlarını kapsadığını belirtir.

Tüm bu tanımlar, alan bilgisinin yalnızca teorik bir birikim olmadığını, doğrudan sınıf içi uygulamaya yansıyan, öğrencilerin öğrenme deneyimini şekillendiren ve öğretim sürecinin niteliğini belirleyen çok boyutlu bir yapı olduğunu göstermektedir. Alan bilgisi, öğretmenlerin konuya yönelik derin bir anlayış geliştirmelerine, öğrencilerin bilişsel ihtiyaçlarını fark etmelerine ve öğretim süreçlerini buna göre yapılandırmalarına imkan tanır. Bu nedenle öğretmen eğitimi programlarında alan bilgisi, yalnızca aktarılacak bir içerik olarak değil, öğretmen adaylarının mesleki kimliklerinin temelini oluşturan bir unsur olarak ele alınmalı; teorik bilgi ile sınıf içi uygulama arasında köprü kuracak şekilde geliştirilmelidir. Böylece, öğretmen adayları hem matematiksel içeriğe derinlemesine hâkim olabilecek hem de bu bilgiyi pedagojik bağlamda etkili biçimde kullanma yeterliliğini kazanabileceklerdir.

2.4 Van Hiele Modeli

Geometri öğretiminde karşılaşılan bilişsel güçlükler ve öğrencilerin kavramsal anlamlandırma süreçlerinde yaşadığı zorluklar, pedagojik araştırmalar için önemli bir odak oluşturmaktadır. Bu bağlamda, bireylerin geometrik kavramları algılama ve işleme biçimlerine yönelik en sistematik ve kapsamlı açıklamalardan biri, Van Hiele Geometrik Düşünme Teorisi çerçevesinde sunulmuştur. Bu teori, öğrencilerin geometrik düşünce becerilerinin yapılandırılma sürecini aşamalı ve hiyerarşik bir sistem içerisinde değerlendirmeyi amaçlamaktadır (Duarte-Paksu, 2016; Demirci, 2024).

1957 yılında Utrecht Üniversitesi'nde doktora tezi olarak geliştirilen bu kuram, Pierre Van Hiele ve eşi Dina Van Hiele-Geldof'un ortak çalışmalarına dayanmaktadır. Kuramın çıkış noktası, öğrencilerin geometri konularında yaşadıkları zorlukları gözlemlemeleri ve bu güçlüklerin yalnızca öğretim yöntemlerinden değil, aynı zamanda öğrencilerin kavramsal düşünme düzeylerinden kaynaklandığını fark etmeleridir. Bu bağlamda, Van Hiele çifti,

öğrencilerin geometrik bilgileri edinme süreçlerinin düzeyli bir yapı gösterdiğini ve bu yapıların deneyime dayalı biçimde geliştiğini savunmuşlardır (Duatepe, 2016).

Van Hiele kuramının temel dayanaklarından biri, düzeylerin doğasına ilişkin dört önemli özelliktir. Bunlardan ilki, düzeylerin sıralı olmasıdır. Bu, öğrencinin bir üst düzeye geçebilmesi için bir önceki düzeyde yeterli deneyim kazanmış olması gerektiği anlamına gelir. İkinci olarak, düzeyler gelişimsel bir nitelik taşır. Bu özellik, öğretilecek geometrik yapıların, öğrencinin bilişsel gelişim seviyesiyle uyumlu olması gerekliliğini vurgular. Aksi takdirde, öğrenci kavramları yalnızca ezberler; örneğin bir karenin aynı zamanda dikdörtgen olduğunu ifade edebilir fakat bu kavramsal ilişkinin gerekçesini anlamlandıramaz (Van de Walle, Karp, Bay-Williams & Wray, 2019; Şengün, 2023).

Üçüncü özellik, düzeylerin yaştan bağımsız oluşudur. Bu, bireyin yaşı ilerlemiş olsa dahi, eğer önceki düzeylere ait deneyimleri edinmemişse daha düşük bir düzeyde kalabileceği anlamına gelir. Son olarak, düzeyler deneyime bağlı olarak tanımlanır. Öğrencinin bir düzeyde ilerleme kaydedebilmesi, o düzeye özgü öğrenme yaşantılarını yaşamış olmasıyla mümkündür (Van de Walle et al., 2019; Şengün, 2023). Dolayısıyla yaş, zekâ ya da eğitim süresi değil, bireyin geçirdiği öğrenme süreçleri ve bu süreçlerde kazandığı deneyimler belirleyici faktör olarak öne çıkmaktadır.

Van Hiele Geometrik Düşünme Teorisi, yalnızca öğrencilere yönelik geometrik bir gelişim süreci olarak değil, aynı zamanda öğretimle doğrudan ilişkili bir öğrenme süreci olarak ele alınmalıdır. Öğretmenlerin, öğrencilerin hangi düşünme düzeyinde olduklarını belirlemeleri ve bu düzeye uygun etkinlikler tasarlamaları, öğretim sürecinin niteliğini artırma açısından büyük önem taşımaktadır.

2.4.1 Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri

Düzye 1: Görsel Düzey; Van Hiele Geometrik Düşünme Teorisi'nin ilk basamağı olan görsel düzey, bireylerin geometrik şekilleri yalnızca dış görünümüne bakarak tanıdığı ve sınıflandırdığı bir aşamadır. Bu düzeyde öğrenciler şekilleri bir bütün olarak algılar; onları oluşturan kenar, açı, köşe gibi bileşenleri fark edemezler ve matematiksel özelliklerini açıklayamazlar (Duatepe-Paksu, 2016; Van Hiele, 1986). Öğrenciler, şekilleri genellikle benzettikleri nesnelere ilişkilendirerek tanımlarlar. Örneğin dikdörtgeni “kapıya benzeyen şekil” olarak adlandırabilir ya da bir yaprağı üçgene benzeterek üçgen olarak

tanımlayabilirler (Duatepe-Paksu, 2016; Demir, 2018). Bu düzeydeki bireyler şekillerin yönü veya büyüklüğü değiştiğinde şekli farklı bir şekil olarak algılayabilirler (Van de Walle vd., 2012).

Görsel düzeydeki öğrenciler geometrik şekilleri sınıflandırabilir, ancak bu sınıflandırma şekillerin temel özelliklerine değil, sadece dış görünüşlerine dayanır. Örneğin, kare ile eşkenar dörtgen arasında şekilsel bir benzerlik olmasına rağmen, bu düzeydeki bireyler onları tamamen farklı şekiller olarak algılar çünkü ortak özellikleri fark edemezler (Terzi, 2010). Aynı şekilde, şeklin boyutu veya yönelimi değiştiğinde, öğrenciler bunun hâlâ aynı şekil olduğunu anlayamaz ve onu farklı bir şekil olarak değerlendirebilirler. Öğretim sürecinde, görsel düzeydeki öğrencilere somut materyaller ve görsel-kinestetik etkinliklerle destek sağlanması büyük önem taşır. Farklı yön ve uzunluklara sahip örneklerle yapılan çalışmalar, öğrencilerin şekillerin yalnızca görünüşle değil, özelliklerle de tanımlanabileceğini keşfetmelerine yardımcı olacaktır (Clements & Battista, 1992).

Düzyer 2: Analiz Düzyeri; Van Hiele Geometrik Düşünme Teorisi'ne göre analiz düzeyi, bireylerin geometrik şekilleri yalnızca görünüşleriyle değil, artık özellikleriyle birlikte değerlendirmeye başladıkları bilişsel bir aşamadır. Bu düzeyde öğrenciler, şekilleri oluşturan bileşenleri fark eder ve bu bileşenlere ait özellikleri tanımlayabilirler. Şekillerin açılarını, kenar uzunluklarını, paralellik ya da eşitlik gibi özelliklerini betimleyebilir; şekilleri niteliklerine göre sınıflandırabilirler (Duatepe-Paksu, 2016; Karapınar, 2017).

Analiz düzeyine ulaşan öğrenciler, bir şeklin tanımına bağlı kalarak o şeklin hangi özelliklere sahip olduğunu açıklayabilir. Örneğin, bir dikdörtgeni “karşılıklı kenarları eşit ve paralel olan, dört dik açısı bulunan bir dörtgen” olarak tanımlayabilirler. Ancak, bu düzeydeki bireyler şekil sınıflarının birbirleriyle olan ilişkilerini kavrayamazlar. Yani kare, dikdörtgen ve paralelkenarın özelliklerini ayrı ayrı doğru bir şekilde açıklayabilseler de aralarındaki ilişkiyi kuramazlar, örneğin “her karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğu” ya da “her dikdörtgenin bir paralelkenar olduğu” şeklindeki üst-alt ilişkisini göremezler (Van de Walle vd., 2019; Demir, 2018; Karapınar, 2017; Matthews, 2004).

Bu düzeyde öğrenciler artık bir şekli “kayıya benzediği için” değil, “karşılıklı kenarları paralel olduğu için” dikdörtgen olarak tanımlamaya başlar. Görsel benzetmeler yerini şekil özelliklerine dayalı tanımlamalara bırakır. Ancak bu tanımlamalar genellikle öğrencinin

kendi ifadeleriyle yapılır, matematiksel terminolojiden yoksundur. Örneğin, bir öğrenci “karşılıklı kenarlar eşit ve paralel” demek yerine “kenarlar birbirine bakıyor” gibi ifadeler kullanabilir. Bu noktada öğretmenin görevi, öğrencilerin doğru gözlemlerini uygun matematiksel dil ile ifade edebilmelerini desteklemektir (Duatepe-Paksu, 2016; Şengün, 2023).

Bu düzeydeki öğrenciler için yapılacak öğretim etkinlikleri, özellikle şekiller arası ilişkiyi fark ettirmeye yönelik olmalıdır. Dinamik geometri yazılımları ile yapılan etkinlikler, öğrencilerin bir şeklin belirli özelliklerini koruyarak başka bir şekle dönüşebileceğini görmelerine imkân tanıyacaktır. Örneğin, paralelkenarın köşe noktaları sürüklendiğinde, şeklin nasıl kare, dikdörtgen veya eşkenar dörtgene dönüşebileceğini görmeleri sağlanabilir. Bu tür etkinlikler, öğrencilerin üçüncü düzey olan ilişkilendirme düzeyine geçişini kolaylaştıracaktır (Van de Walle vd., 2019; Şengün, 2023).

Düzyey 3: İnfomal (Basit) Çıkarım Düzyeyi; Van Hiele Geometrik Düşünme Teorisi'nin üçüncü düzeyi olan infomal çıkarım düzeyi, bireylerin geometrik şekiller ve şekil sınıfları arasındaki ilişkileri fark ederek mantıksal bağlamda akıl yürütmeler yapabildikleri bir aşamadır. Bu düzeydeki öğrenciler, artık yalnızca şekillerin özelliklerini sıralamakla kalmaz, bu özellikler arasında ilişkiler kurarak çıkarımlar yapabilirler. Örneğin, “Tüm açıları dik olan bir dörtgen dikdörtgendir. Karenin de tüm açıları diktir, o halde kare bir dikdörtgendir.” şeklinde bir mantıksal akıl yürütme yapabilirler (Altun, 2008; Demir, 2018). Öğrenciler bu düzeyde geometrik kavramların tanımlarını oluşturan “gerek ve yeter koşullar” hakkında bilgi sahibidirler. Bu nedenle, bir şekli sadece özellikleri üzerinden tanımlayabilir ya da verilen bir özellikler grubuna dayanarak hangi şekil(ler)in kastedildiğini tahmin edebilirler. Örneğin, “tüm kenar uzunlukları eşit olan, dört dik açısı bulunan bir şekil” tanımı verildiğinde bunun kare olduğunu anlayabilirler (Duatepe-Paksu, 2016; Şengün, 2023).

Bu düzeyde öğrenciler, ispat kavramını tam anlamıyla gerçekleştiremeseler de sezgisel ve yaşantıya dayalı çıkarımlar yaparak basit geometrik ilişkileri açıklayabilirler. Öğrenciler “eğer/o zaman” yapısını kullanarak akıl yürütme geliştirir ve çeşitli varsayımlar üzerinden sonuçlara ulaşabilirler. (Yıldız, 2014; Demir, 2018). İnfomal çıkarım düzeyinin bir diğer belirgin özelliği, öğrencilerin bir geometrik kavramın birden fazla tanımını kabul edebilmeye başlamalarıdır. Öğrenciler bu düzeyde, farklı geometrik özelliklerin aynı kavramı tanımlamak için kullanılabileceğini fark ederler (Duatepe-Paksu, 2016). Örneğin,

“Dört kenarı eşit olan bir dikdörtgen” ve “Tüm kenar uzunlukları eşit olan ve dört dik açısı bulunan dörtgen” ifadelerinin her ikisinin de kareyi tanımladığını anlayabilirler.

Öğrenciler bu aşamada kendi başlarına tümdengelimli bir ispat yapamazlar da, öğretmen rehberliğinde yapılan bir ispatı takip edebilir ve bunun mantıksal sürecini anlamaya çalışabilirler. Bu nedenle, öğretimde öğrencilerin “neden?” ve “ya şöyle olsaydı?” sorularına yönlendirilmesi, çıkarım süreçlerinin yapılandırılması açısından önemlidir (Şengün, 2023). Bu düzeydeki öğrencilerin gelişimini desteklemek için dinamik geometri yazılımları, görsel destekli ispat etkinlikleri ve mantıksal sorgulamayı teşvik eden problem temelli yaklaşımlar etkili olabilir. Örneğin, GeoGebra ortamında bir paralelkenarın bir dik açığa sahip olduğunda nasıl dikdörtgene dönüştüğü gösterilerek, öğrencinin şekiller arası geçişleri mantıksal düzeyde yorumlaması sağlanabilir.

Düzye 4: Formal (Mantıksal) Çıkarım Düzeyi; Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden dördüncüsü olan formal çıkarım düzeyi, bireylerin artık geometrik düşüncelerini aksiyomatik bir sistem içerisinde yapılandırabildikleri ve tümdengelimli ispatlar yapabildikleri bir bilişsel aşamayı temsil eder. Bu düzeye ulaşan öğrenciler, geometriyi yalnızca şekilsel özellikler bağlamında ele almaz; aksine tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını bir sistem bütünlüğü içerisinde ilişkilendirebilirler. Geometrik doğruların ya da şekillerin sahip olduğu özellikler artık gözleme değil, mantıksal gerekçelendirmelere dayalı olarak ele alınır (Altun, 2008).

Bu düzeydeki bireyler, doğruluğu daha önce ispatlanmış olan teoremleri, temel kabuller olan aksiyom ve postulatlarla ilişkilendirerek yeni teoremler ispatlayabilir. Aynı zamanda tanımsız terimler, tanımlar, varsayımlar, postulatlar ve teoremler arasında ayırım yapabilir; bu kavramları tümdengelimsel sistemin parçaları olarak görebilirler. Dolayısıyla bu öğrenciler için artık ispat yalnızca doğruluğu göstermek değil, sistem içi bir zorunluluktur. Öğrenci, şekillerle değil, bu şekillere ait kavramların tanımları ve bu tanımlar arasındaki mantıksal ilişkilerle çalışır. Örneğin, bir dörtgende karşılıklı açılarının eşitliği, yalnızca gözleme değil, daha önce kabul edilmiş önermelerden türetilerek kanıtlanır (Altun, 2008; Duatepe-Paksu, 2016; Demirci, 2024).

Bu düzey, bireyin geometriyi yalnızca bir şekil bilimi olarak değil, mantıksal bir sistem olarak kavrayabildiği kritik bir eşiği temsil eder. Öklid geometrisinin temelini oluşturan

aksiyomlar, tanımsız terimler ve tündengelimli akıl yürütmeler arasındaki ilişkiler açık biçimde anlaşılır. Öğrenciler artık yalnızca şekil çizimleri ya da özellik sıralamaları yapmaz, bu şekillerin neden belirli özelliklere sahip olduğunu mantıksal yollarla temellendirebilir. Örneğin, “Bir paralelkenarın bir açısı diktir \rightarrow Bu paralelkenar dikdörtgendir.” şeklinde bir önerme verildiğinde, öğrenci bunun mantıksal geçerliliğini sistematik biçimde ispatlayabilir.

Düzyey 5: Sistematik Düşünme Düzeyi; Van Hiele Geometrik Düşünme Teorisi'nin en üst basamağını oluşturan Sistematik Düşünme Düzeyindeki öğrenciler artık geometriyi bir ders konusu olarak değil, bir bilim dalı olarak görmeye başlarlar. Bu düzyeye ulaşan bireyler, farklı aksiyomatik sistemler arasında geçiş yapabilir, bu sistemleri karşılaştırabilir ve her birinin dayandığı temel kabulleri sorgulayarak matematiksel sistemlerin doğasını anlayabilirler (Altun, 2008; Clements & Battista, 1992; Baykul, 2009).

Bu düzyeydeki öğrenciler, artık geometrik çıkarımlardan ziyade, bu çıkarımların gerçekleştiği aksiyomatik sistemlerin doğasına odaklanırlar. Örneğin, Öklid geometrisinde geçerli olan bir teoremin, Öklid dışı sistemlerde neden geçerli olmadığını tartışabilirler. Bu bağlamda, yalnızca belirli şekillerin özelliklerini anlamakla yetinmezler; aynı zamanda tanımların, aksiyomların ve teoremlerin bir bütün içinde nasıl işlediğini ve alternatif sistemlerde nasıl yeniden yapılandırılabileceğini analiz edebilir ve bu sistemlerde işlem yapabilirler (Duatepe-Paksu, 2016; Kurak, 2009). Bu düzyeyde öğrenciler, yalnızca geometri içinde değil, genel olarak matematiksel düşünme becerilerinde de ileri bir soyutlama düzyeyine ulaşırlar. Tanımların, aksiyomların ve teoremlerin keyfi olarak seçilmediğini; belirli sistematik çerçeveler içinde anlam kazandığını fark ederler (Duatepe-Paksu, 2016; Şengün, 2023).

2.4.2 Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Bağlamında Dönüşüm Geometrisi

Dönüşüm geometrisi, öğrencilerin şekiller üzerinde uygulanan yansıma, öteleme, döndürme ve genişletme gibi işlemleri anlamlandırmalarını ve bu işlemlerin matematiksel temellerini kavramalarını gerektiren önemli bir geometri alanıdır. Soon (1989), doktora araştırmasında öğrencilerin dönüşüm geometrisi konularını öğrenirken Van Hiele düzyeylerinin hiyerarşik doğasını ortaya koymayı ve bu düzyeylerin dönüşüm geometrisi bağlamında nasıl karakterize edildiğini araştırmayı amaçlamıştır. (Soon, 1989; Kurak' dan, 2009; Demir, 2018)

Soon (1989), bu hedef doğrultusunda ortaöğretim öğrencilerine dönüşüm geometrisi konularına yönelik proje ödevleri vererek onların düşünme düzyeylerini gözlemlemiştir.

Araştırma bulguları, öğrencilerin dönüşüm geometrisini öğrenirken belirli bir sıralamayı takip ettiklerini ve bu sıranın Van Hiele'nin öngördüğü gibi basitten karmaşığa doğru ilerlediğini göstermiştir. Soon (1989), Ndungo, (2024); Mbusi, (2016); Kurak, (2009); Demir, (2018) kaynakları incelenerek Van Hiele Modeli bağlamında dönüşüm geometrisine yönelik oluşturulan göstergeler Tablo 2.1'de sunulmuştur.

Tablo 2.1: Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri Bağlamında Dönüşüm Geometrisi

Düzeyler	Düzeyin Özellikleri
Düzyey 1	<ul style="list-style-type: none"> Dönüşümleri basit çizimlerden ve günlük hayat resimlerinden tanır, adlandırır ve ayırt ederler. Sorularda dönüşüm özelliklerini kullanmak yerine şekil ve hareketteki değişiklikler üzerinden hareket ederek problemi çözerler. Dönüşümleri tanımlarken standart/standart olmayan kelimeler kullanırlar. Öğrenciler basit şekiller ve onların yansımalarını çizerler. Öğrenciler temel şekilleri (örneğin, kareler, üçgenler) döndürebilirler. <p>Öğrenciler şekillerin çevirilerini yapmak için kareli kağıt kullanırlar.</p>
Düzyey 2	<ul style="list-style-type: none"> Öğrenciler, dönüşümlerin belirli özelliklerini kullanarak bir şeklin dönüşmüş halini veya orijinal halini oluşturabilirler. Dönüşüm türlerini tanımlarken doğru terim ve kavramları (örneğin yansıma doğrusu, dönme merkezi, öteleme vektörü) kullanırlar. Koordinat düzlemine dönüşüm öncesi ve sonrası köşe noktaları arasındaki ilişkileri analiz ederler. Dönüşümlerin etkilerini karşılaştırır, dönüşümün sonucunu tahmin eder ve problem çözümünde dönüşüme özelliklerinden yararlanırlar. Farklı dönüşümlerin şekil üzerindeki etkilerini analiz ederler.
Düzyey 3	<ul style="list-style-type: none"> Öğrenciler, dönüşüm kurallarını genelleştirerek farklı geometrik şekillerdeki simetri ve değişmezlikleri keşfederler. Bileşik dönüşümleri analiz eder; bu tür dönüşümleri daha basit dönüşümlere ayırabilir veya yeniden bileşik hâle getirebilirler. Birden fazla dönüşüm sonucunda oluşan şekil ile başlangıç şekli arasındaki ilişkiyi açıklayarak aradaki dönüşüm dizisini tanımlarlar. Koordinat düzlemi ve matris gösterimleri aracılığıyla dönüşümleri matematiksel olarak temsil ederler. Dönüşüm sonrası şekil özelliklerindeki değişimleri belirler ve bu değişiklikleri yorumlarlar.

Tablo 2.1 (devam)

Düzyey 4	<ul style="list-style-type: none">• Öğrenciler, dönüşümlerin özelliklerini gerekçelendirmek amacıyla biçimsel ispatlar geliştirirler.• Belirli koşullar altında değişmez kalan geometrik özellikleri analiz eder ve dönüşüm teoremlerini uygulayarak problem çözerler.• Koordinat sistemi ve matrisler yardımıyla dönüşümlere dayalı matematiksel kanıtlar üretirler.• Çok adımlı problemleri çözmeye sürecinde mantıksal akıl yürütmelerle geçerli gerekçeler sunarlar.
Düzyey 5	<ul style="list-style-type: none">• Öğrenciler, dönüşüm geometrisine ait aksiyomatik sistemleri yapılandırarak incelerler.• Öklid dışı geometriler bağlamında dönüşüm kavramlarının anlamlarını tartışır ve bu sistemlerin dönüşüm geometrisine etkilerini analiz ederler.• Dönüşüm gruplarını tanımlar; grup yapısı altında dönüşüm kümelerinin alt küme olup olmadığını ispatlar veya çürütürler.• Dönüşüm geometrisine ilişkin ileri düzey soyut problemleri çözmeye becerisi geliştirirler.

2.5 İlgili Çalışmalar

Leikin, Berman ve Zaslavsky (2000), öğretmen adaylarının simetri kavramına ilişkin bilgilerini ve kavramı öğretirken aynı zamanda nasıl öğrendiklerini incelemiştir. 14 haftalık mikro öğretim sürecinde öğretmen adayları, ortaokul düzeyindeki öğrencilere çizgi simetrisi konusunda dersler hazırlayıp sunmuş; her dersin ardından yapılan tartışma ve geribildirim oturumlarıyla hem konuya dair anlayışlarını hem de öğretim yaklaşımlarını geliştirmişlerdir. Çalışma sonunda, öğretmen adaylarının simetriye dair kavramsal bilgileri ve öğretim yeterliklerinde anlamlı gelişmeler kaydedilmiştir. Ayrıca konuya yönelik en belirgin zorluklar eğik simetri eksenleriyle ve bir şekli birbirinin simetrisi olmayan iki uyumlu parçaya bölme işlemlerinde yaşandığı belirtilmiştir. Bu bulgular, "öğretmek öğrenme" yaklaşımının, öğretmen adaylarının hem matematiksel hem de pedagojik bilgi ediniminde etkili bir yöntem olduğunu göstermektedir.

Harper (2002), gerçekleştirdiği nitel araştırmasında sınıf öğretmeni adaylarının geometrik dönüşümler konusundaki mevcut bilgi düzeylerini belirlemeyi, dinamik geometri yazılımı kullanırken sergiledikleri etkileşim biçimlerini incelemeyi ve bu yazılım aracılığıyla yürütülen öğretim sürecinde veya sonrasında öğretmen adaylarının geometrik dönüşüm

bilgilerinde meydana gelen değişimleri ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmanın katılımcıları, bir devlet üniversitesinde beş yıllık sınıf öğretmenliği programının dördüncü yılında öğrenim gören dört kadın öğretmen adayından oluşmaktadır. Veri toplama süreci, her biri yaklaşık bir buçuk saat süren bireysel ön görüşmeler, üç öğretim oturumu ve son görüşmelerden oluşmuştur. Tüm oturumlar sesli ve görüntülü olarak kaydedilmiştir. Öğretim sürecinde, *The Geometer's Sketchpad* adlı dinamik geometri yazılımı kullanılmıştır. Katılımcılara, daha önceki çalışmalardan uyarlanan veya bu araştırma için geliştirilen bir dizi geometrik dönüşüm görevi verilmiştir. Araştırma, her bir katılımcı için bireysel durum çalışmaları şeklinde yürütülmüş ve ön/son görüşme yanıtları detaylı biçimde karşılaştırılmıştır. Araştırma sonucunda, katılımcıların geometrik dönüşümlerle ilgili kavramsal bilgi düzeylerinde belirgin gelişmeler gözlenmiştir. Terminoloji kullanımı daha formal hâle gelmiş, matematiksel terimler daha sık ve doğru biçimde kullanılmıştır. Yansıma görevlerinde, tüm katılımcılar bir şeklin yansımalarını ve yansıma doğrusunu doğru şekilde oluşturabilmiş, yansımanın temel özelliklerini (eşit uzaklık, diklik vb.) ifade edebilmiştir. Öteleme görevlerinde, öteleme vektörünün yön ve büyüklüğünü doğru kullanma becerisi gelişmiştir. Dönme görevlerinde, tekil bir dönmenin merkezi ve açısını belirleyebilme becerisi kazanılmıştır. *Sketchpad*'in sunduğu anlık görsel geri bildirim, katılımcıların tahmin yapma, test etme ve çözüm yollarını revize etme süreçlerini desteklemiştir.

Yanık (2006), öğretmen adaylarının geometrik dönüşümler (çeviri, yansıma ve dönme) konusundaki kavrayışlarını APOS (Eylem–Süreç–Nesne–Şema) teorisi çerçevesinde incelemiştir. Dört öğretmen adayıyla yapılan klinik görüşmeler ve öğretim deneyleri ile yürütülen çalışmada, katılımcıların dönüşümleri anlayışları incelemiş ve bu anlayışın zaman içinde nasıl geliştiğini analiz etmiştir. Başlangıçtaki görüşmelerde tüm katılımcıların dönüşümleri yalnızca “eylem” düzeyinde algıladıkları, yani dönüşümleri bir nesnenin yer değiştirilmesi olarak düşündükleri tespit edilmiştir. Öğretim süreci ilerledikçe, iki adayın “süreç” düzeyine geçiş yaptığı gözlenmiş; dönüşümleri artık yalnızca nesne hareketi değil, düzlemdeki tüm noktaların sistematik ve tanımlı hareketleri olarak anlamlandırmaya başladıkları belirlenmiştir. Bu iki katılımcı daha derinlemesine analiz edilerek benzer öğrenme yörüngelerine sahip oldukları ve sürecin sırayla: “dönüşümler, tekil nesnelerin tanımsız hareketleridir”, “dönüşümler, tekil nesnelerin tanımlı hareketleridir”, “dönüşümler, düzlemdeki tüm noktaların tanımlı hareketleridir.” aşamalarından oluştuğunu belirlemiştir. Çalışmada, dönüşüm parametrelerinin, geometrik nesnelerle ilişkilerin, dönüşümün etkisi ve etki alanının anlaşılmasının kavramsal gelişimi etkileyen önemli faktörler olduğu

vurgulanmıştır. Bu bağlamda, iki katılımcının verileri birleştirilmiş ve dönüşüm anlayışındaki ilerleme “tekil hareketten düzlemin sistematik dönüşümüne doğru gelişim” olarak tanımlanmıştır.

Smith, Olkun, Gerretson, Erdem ve Johnson (2007), Türkiye’deki sınıf öğretmeni adaylarının mekânsal becerilerini incelemeyi ve bu becerileri, müdahale öncesi ve sonrası olmak üzere, Amerikalı akranlarıyla karşılaştırmayı amaçlamışlardır. Araştırmada veri toplama aracı olarak Differential Aptitude Test’in Mekansal İlişkiler alt testi kullanılmıştır. Müdahale süreci, altı hafta boyunca haftada bir oturum şeklinde yürütülmüş ve her oturum yaklaşık 15’er dakika sürmüştür. Oturumlarda yararlanılan yapılandırılmış geometrik dönüşüm etkinlikleri Mathemagic™ adlı etkileşimli bir bilgisayar programı aracılığıyla gerçekleştirilmiştir. Ön test sonuçları, Amerikalı öğrencilerin Türk öğrencilerden anlamlı derecede daha yüksek puan aldığını; bununla birlikte, her iki grupta da en yüksek ve en düşük puanları alan adayların Türk öğrencilerden olduğunu göstermiştir. Müdahale sonrasında elde edilen son test sonuçlarında ise, iki ülke öğrencilerinin ortalama puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark bulunmadığını, puanların birbirine çok yakın olduğu ortaya koyulmuştur. Ancak kazanım puanları incelendiğinde, Türk öğrencilerin Amerikalı akranlarına kıyasla daha fazla gelişim gösterdikleri belirlenmiştir. Araştırma sonuçları, uygun şekilde tasarlanmış bilgisayar destekli öğrenme ortamlarının, özellikle düşük başarı düzeyindeki öğrencilerde mekânsal becerilerin gelişimine önemli katkılar sağlayabileceğini göstermektedir.

Muflihin (2015), yüksek lisans çalışmasında matematik öğretmen adaylarının cebir konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerini incelemiştir. Çalışmada pedagojik alan bilgisi; içerik bilgisi, öğretim programı bilgisi ve öğretim bilgisi olmak üzere üç bileşen üzerinden ele alınmıştır. Endonezya’da bir üniversitede staj yapan kırk öğretmen adayının katıldığı araştırmada, bu katılımcılardan üçü daha derinlemesine analiz için seçilmiştir. Nitel yöntemle yürütülen çalışmada matematik sınavı, anket, mülakat ve doküman analizi gibi veri toplama araçları kullanılmıştır. Bulgular, öğretmen adaylarının içerik bilgilerinin diğer pedagojik bileşenleri doğrudan etkilediğini göstermiştir. Örneğin yalnızca işlemsel bilgiye sahip olan adayların öğrencilerin anlayışını geliştirmekte yetersiz kaldıkları, işlemlerin altında yatan nedenleri anlatmadan sadece işlem yaptıkları belirlenmiştir. Araştırma,

pedagojik alan bilgisinin öğretim sürecindeki kritik rolünü vurgularken, öğretmen adaylarının bu konuda daha kapsamlı biçimde desteklenmesi gerektiği ortaya konulmuştur.

Kambilombilo ve Sakala (2015) araştırmalarında, matematik öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisinde, özellikle yansıma ve dönme konularında karşılaştıkları zorlukları Van Hiele Modeli çerçevesinde incelemeyi amaçlamışlardır. Karma yöntem yaklaşımı kullanılan çalışmada, yazılı test ile toplanan veriler hem nicel hem de nitel yöntemlerle analiz edilmiştir. Nicel analizlerde veriler, Angel Gutierrez ve Adela Jaime ile Van Hiele modelleri kullanılarak analiz edilmiş, düzeylere göre başarıları değerlendirilmiş; SPSS yazılımı ile ortalama, standart sapma gibi betimsel istatistikler ve basit t-testi uygulanmıştır. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının Van Hiele Modeli düzey 3 ile düzey 4 arasında yer alan kavramlarda sınırlı bir anlayışa sahip olduklarını, çoğunluğunun ise modelin ilk iki düzeyinde işlem yaptığını ortaya koyulmuştur. Çalışmada belirlenen başlıca zorluklar; temel doğruların ($x=0$, $y=0$, $y=x$, $y=-x$) dışındaki doğrulara göre yansıma yapmada zorlanma, yansıma doğrularının denklemini belirleyememe, eğik doğrulara göre yansımada nesnenin görüntüsünü bulamama, orijin dışındaki noktalara göre yapılan dönme işleminde zorlanma, dönme merkezi ve açısını ifade edememe şeklinde sıralanmıştır. Ayrıca, katılımcıların %75'inin pergel ve iletke gibi geometrik araçların kullanımında sorun yaşadığı; bu nedenle araç gerektiren soruları ya boş bıraktıkları ya da tahmini yanıtlarla yanlış cevapladıkları tespit edilmiştir. Kavramsal düzeyde ise yansıma ve dönmenin temel özelliklerinin anlaşılabilmesi, dönüşüm sonrası şeklin konumunun açıklanamaması ve iki dönüşüm arasındaki farkın ayırt edilememesi dikkat çekici bulgular arasında yer almıştır. Çalışmanın sonuçları, öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisinde alt düzey tanıma ve hatırlama becerilerinde görece başarılı olduklarını, ancak fikirlerini ilişkilendirme, çıkarım yapma ve genelleme gibi üst düzey düşünme becerilerinde yetersiz kaldıklarını göstermektedir. Araştırmada cinsiyetler arasında anlamlı bir fark bulunmamış; genel olarak öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisine ilişkin kavramsal ve uygulama temelli önemli eksikliklere sahip oldukları vurgulanmıştır.

Mbusi (2016)' nin, Güney Afrika'daki Temel Eğitim programına kayıtlı 82 öğretmen adayının dönüşüm geometrisindeki kavram yanlışlarını belirlemek amacıyla yürüttüğü çalışması, Van Hiele'nin öğrenme aşamaları çerçevesini temel alan daha kapsamlı bir araştırma projesinin ön çalışması niteliğini taşımaktadır. Araştırmada, eylem araştırması

yöntemi kullanılmış; veri toplama sürecinde hem testler hem de bu testlerdeki hata türlerini ve nedenlerini derinlemesine anlamayı amaçlayan yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Katılımcıların yazılı ve sözlü yanıtları içerik analiziyle değerlendirilmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisindeki hatalarının sistematik ve sistematik olmayan şeklindeki iki kategorisinden oluştuğunu göstermiştir. Sistematik olmayan hatalar; sayıların veya kelimelerin yanlış yazılması, talimatların yanlış okunması, bilgi eksikliği ya da önceki bilginin unutulması gibi nedenlerden kaynaklanmıştır. Sistematik hatalar ise daha derin kavramsal eksikliklere dayalı olup, önceden öğrenilmiş ancak hatalı kural ve stratejilerin uygulanmasından, uzunluk ve açı ölçme yetersizliklerinden; öteleme, yansıma ve dönme özelliklerinin birbirine karıştırılmasından ortaya çıkmıştır. Çalışma ayrıca, katılımcıların önemli bir kısmının Van Hiele düzey 2'nin ötesine geçemediğini ve dönüşümler sonrası şekillerin özelliklerini belirleme, ilgili tanım ve kuralları doğru uygulama gibi becerilerde yetersiz olduğunu ortaya koymuştur. Katılımcıların okul yıllarında dönüşüm geometrisini genellikle ezbere dayalı kurallarla öğrendikleri ve zihinsel canlandırmaya yönelik fırsatlarının sınırlı olduğu vurgulanmıştır. Bu durum, kavram yanlışlarının yalnızca bireysel öğrenme güçlüklerinden değil, aynı zamanda öğretim süreçlerinden kaynaklandığını da göstermektedir. Bu ön çalışmanın bulguları, Mbusi (2019) tarafından yürütülen ikinci araştırmanın temelini oluşturmuştur. (2019) çalışması, aynı bağlamda gerçekleştirilmiş, ancak bu kez Van Hiele'nin öğrenme aşamalarına dayalı planlı bir öğretim müdahalesi de araştırma sürecine dâhil edilmiştir. Araştırma, ön test ve görüşmelerle başlamış; elde edilen hata tipleri ve kavram yanlışları analiz edilerek öğretim oturumlarının içeriği bu sorunlara doğrudan müdahale edecek şekilde tasarlanmıştır. Müdahale süreci boyunca öğretmen adaylarına, Van Hiele'nin beş öğrenme aşamasına uygun etkinlikler sunulmuştur. Bu bağlamda bulgular, Van Hiele aşamalarına dayalı öğretim ile; öteleme, yansıma ve dönme arasındaki karışıklığın kısmen azaldığını, katılımcıların dönüşümün özelliklerini tanıma ve uygulamada daha yüksek doğruluk gösterdiğini; dönüşüm sonrası şekillerin özelliklerini tanımlama becerisi geliştiğini ancak yüksek Van Hiele düzeylerine (özellikle düzey 3 ve 4) karşılık gelen problem çözme görevlerindeki zorlukların devam ettiğini göstermiştir. Katılımcıların büyük bölümüne, lise yıllarında dönüşüm geometrisinin “kuralları ezberle, hata yapma” anlayışıyla öğretildiği, bunun da kalıcı kavramsal öğrenme yerine yüzeysel işlem bilgisi kazandırdığını belirtmiştir. Ayrıca çalışma, öğretmen adaylarının farklı Van Hiele düzeylerinde bulunmasının öğretim sürecinde iletişim ve anlam kurmayı zorlaştırdığını; bu nedenle, öğretim stratejilerinin seviyeye duyarlı biçimde tasarlanmasının kritik olduğunu vurgulamaktadır.

Pinamang ve Cofie (2017), öğretmen adaylarının geometrik dönüşümler konusundaki alan bilgisi ve pedagojik alan bilgilerini incelemişlerdir. Araştırmanın örnekleme, Gana'nın Ashanti bölgesinde yer alan iki Eğitim Fakültesinden toplam 82 öğretmen adayından oluşmaktadır. Nicel araştırma yöntemi temel alınan çalışmada ve veri toplama aracı olarak Geometrik Dönüşüm Başarı Testi (GTAT) ile anket kullanılmıştır. GTAT, öğretmen adaylarının geometrik dönüşümlerdeki bilgi düzeylerini ve pedagojik bilgilerini ölçmek amacıyla geliştirilmiştir. Araştırmada öğretmen adaylarının alan bilgisi düzeylerinin genel olarak yüksek, buna karşılık pedagojik alan bilgisi düzeylerinin oldukça düşük olduğu ortaya konulmuştur. Alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisi arasındaki ilişkiyi belirlemek için yapılan korelasyon analizi, iki bilgi türü arasında zayıf fakat anlamlı pozitif bir ilişki olduğunu göstermiştir. Bulgular, içerik bilgisi yüksek olan öğretmen adaylarının pedagojik bilgi açısından da bir miktar avantajlı olabileceğini, ancak bu ilişkinin oldukça zayıf kaldığını göstermektedir. Araştırmacılar, sonuçlar doğrultusunda Eğitim Fakültelerinde verilen geometrik dönüşüm ve pedagojik içerik derslerinin daha uygulamalı hâle getirilmesini önermektedir. Ayrıca öğretmen adaylarına, özellikle ilkökul düzeyinde öğretecekleri konularda uygulama fırsatları sunulması önerilmiştir.

Duman, (2019), çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin simetri konusuna ilişkin görüşlerini ve simetri alırken yaptıkları hataları incelemiştir. 2014-2015 eğitim öğretim yılında, Yalova ilinde bulunan, başarı düzeyleri farklı iki ortaokulda öğrenim gören 43 yedinci sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilen çalışmada veri toplamak için araştırmacı tarafından geliştirilen test kullanılmıştır. Hazırlanan test ile öğrencilerin hatalarını incelemeyi amaçlayan çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden doküman analiz yöntemi kullanılmıştır. Veriler incelendiğinde simetri almayı etkileyen faktörlerin, şeklin yansımalarının alınmasında etkili bir role sahip olduğu belirlenmiştir. Öğrenciler eğik simetri eksenini ile simetri alırken ve karışık şekillerin simetrisini alırken zorlanmışlardır. Ayrıca şeklin simetri doğrusunun diğer tarafına taşıdığı sorularda ve simetrisi alınan şeklin simetri doğrusunun her iki tarafında da olabileceğini kabullenmekte zorlanmışlardır. Ek olarak derslerde sıkça verilen örneklerin öğrencilerin simetri alma işlemini bazı durumlar ile sınırlamalarına neden olduğu belirlenmiştir.

Kılıçoğlu (2020), Türkiye’deki devlet üniversitesinde öğrenim görmekte olan 135 sınıf öğretmeni adaylarının geometri konusundaki alan bilgilerini ortaya koymayı amaçlamıştır. Çalışmasında nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması desenini kullanılmıştır. Veriler araştırmacı tarafından geliştirilen ve ilkokul düzeyinde geometri öğrenme alanındaki tüm kazanımları kapsayan açık uçlu sorulardan oluşan formlar aracılığıyla toplanmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle değerlendirilmiş ve bulgular tanım, kavram, açıklama, çizim ve diğerleri olacak şekilde beş tema altında ele alınmıştır. Tanım Teması bulguları, öğretmen adaylarının tanım yapma konusunda genel olarak yetersiz olduklarını ortaya koymuştur. Katılımcıların önemli bir kısmı tanımlarını ders kitaplarından ezberledikleri biçimde aktarmış, yalnızca sınırlı sayıda aday özgün tanımlar yapabilmıştır. Kavram Teması kapsamında, öğretmen adaylarının çoğunun temel kavramları doğru biçimde ayırt edebildiği, ancak kavramlar arası farkları ve ilişkileri ayrıntılı olarak açıklamakta zorlandığı belirlenmiştir. Açıklama Teması kapsamında, birçok öğretmen adayının geometrik şekillerin özelliklerini yanlış ifade ettiği; benzer ve farklı özellikleri belirtebilen katılımcılar olsa bile, nedensel düşünme becerisinin sınırlı düzeyde kaldığı gözlenmiştir. Çizim Teması kapsamında ise, öğretmen adaylarının büyük bir kısmı doğru çizim yapabildiği ve geometri anlatımlarında çoğunlukla şekil kullanmayı tercih ettikleri belirlenmiştir. Araştırma genelinde, öğretmen adaylarının geometri alan bilgisi düzeyinin özellikle tanım yapma ve kavram ilişkilerini ayrıntılı açıklama konularında yetersiz olduğu; buna karşın çizim becerilerinin görece daha güçlü olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bulgular, öğretmen adaylarının alan bilgisini geliştirmeye yönelik uygulamaların, ezbere dayalı tanımlardan uzaklaştırılarak kavramsal anlamayı güçlendirecek biçimde yapılandırılması gerektiğini ortaya koymuştur.

Mbusi ve Luneta (2021), Güney Afrika’daki kırsal bir üniversitede öğrenim gören Sınıf Öğretmenliği Programı öğrencilerinin öteleme konusundaki hatalı akıl yürütmelerini incelenmiş ve bu hatalardan yola çıkarak Van Hiele aşamalarına dayalı bir öğretim program tasarımı geliştirmişlerdir. Araştırma kapsamında, öğrencilere öteleme konusunu içeren testler uygulanmış, verdikleri yanıtlardaki hatalar görüşmeler yoluyla derinlemesine analiz edilmiştir. Bulgular, öğrencilerin öteleme konusunda ciddi kavram yanlışlarına sahip olduğunu ve bu yanlışların “dönüşümün yanlış özellikleri” ve “temel matematik işlemleriyle ilgili hatalar” olmak üzere iki ana tema altında toplanabileceğini belirlenmiştir. Dönüşümün yanlış özellikleri teması altında; ötelemenin dönmeyle karıştırılması, yanlış

öteleme yöntemi kullanılması, koordinatların yanlış yorumlanması, x ve y eksenlerinin karıştırılması bileşenleri yer aldığı görülmüştür. Temel matematik işlemleriyle ilgili hatalar temasında ise Koordinatların diyagram üzerinde yanlış gösterimi ve Yanlış hesaplamalar olmak üzere iki bileşenin yer aldığı görülmüştür. Hatalar, sistematik ve sistematik olmayan hatalar şeklinde sınıflandırılmış; sistematik olmayan hatalar arasında özellikle dil yetersizliği dikkat çekmiştir. Öğretmen adaylarının geometrik ötelemeyi doğru ifade edememeleri, kavramın diğer dönüşüm türleriyle karıştırılmasına da yol açmıştır. Araştırmanın bulguları, öğretmen adaylarının özellikle görsel yeterlilik ile kavramsal açıklama arasında tutarsızlık yaşadıklarını, çoğunun neden-sonuç ilişkisi kurmakta zorlandıklarını ve geometrik dönüşüm bilgilerini karıştırdığını ortaya koymuştur. Hataların sistematik ve detaylı şekilde analiz edilerek öğretim sürecine entegre edilmesiyle kavramsal öğrenmenin geliştirilebileceği vurgulanmıştır. Çalışmanın en öne çıkan yönü, belirlenen bu hataların Van Hiele aşamalarına göre hazırlanmış etkinliklerle doğrudan eşleştirilmesi olmuştur. Böylece öğretmenler ve öğretmen eğitimcileri için, öğrenci hatalarını gidermeye yönelik adım adım uygulanabilir bir müdahale materyali ortaya konmuştur. Bu yaklaşım, Güney Afrika bağlamında dönüşüm geometrisi öğretiminde hem konuya özgü ders materyali eksikliğini gidermekte hem de öğrenci hatalarına dayalı öğretim tasarımı için model sunmaktadır. Çalışma, Van Hiele modelinin yalnızca düzey belirlemede değil, aynı zamanda hatalı akıl yürütmeleri giderici öğretim materyali geliştirmede de kullanılabileceğini göstermesi ile literatüre özgün bir katkı sunmaktadır.

Aktaş ve Güreffe (2021), matematik öğretmen adaylarının öteleme, yansıtma ve döndürme dönüşümleriyle ilgili kavram tanımlarını incelemiştir. Betimsel tarama modeliyle yürütülen çalışmaya, ilköğretim matematik öğretmenliği programına kayıtlı 102 öğretmen adayını katılmıştır. Veriler, açık uçlu sorulardan oluşan yazılı bir form aracılığıyla toplanmış; katılımcılardan dönüşüm kavramlarını tanımlamaları ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri açıklamaları istenmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının dönüşüm kavramlarını tanımlamada genellikle eksik, yüzeysel ve gayriresmî ifadeler kullandıklarını; özellikle öteleme ve döndürme dönüşümlerine ilişkin tanımların çoğunun gerekli ve yeterli nitelikte olmadığını ortaya koymuştur. Araştırmacılar, bu kavramsal eksikliklerin öğretmen adaylarının ilerideki öğretim süreçlerinde öğrenciler için kavramları daha karmaşık hâle getirebileceğini vurgulamış ve dönüşüm geometrisine ilişkin kavramsal bilgiye dayalı öğretim uygulamalarının lisans düzeyinde artırılması gerektiğini önermiştir.

Gülistan Kutlu (2021), çalışmasında ilköğretim matematik öğretmenlerinin, dönüşüm geometrisine yönelik çalışma yaprağı geliştirme becerilerini incelemeyi ve geliştirilen çalışma yapraklarına ilişkin görüşlerini değerlendirmeyi amaçlamıştır. Bu bağlamda çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması modelini kullanan araştırmacı çalışmanın katılımcılarını Ağrı ili merkez ve ilçelerinde görev yapan 14'ü erkek 14'ü kadın toplam 28 ilköğretim matematik öğretmeninden seçmiştir. Çalışmanın verileri; yapılan uygulamalar sonucunda öğretmenlerin hazırladıkları çalışma yaprakları ve yarı yapılandırılmış görüşme formu ile toplanmıştır. Katılımcıların hazırladıkları dönüşüm geometrisi konusundaki çalışma yaprakları doküman analizi yöntemiyle değerlendirilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen veriler ise betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular incelendiğinde öğretmenlerin çalışma yapraklarını genel olarak dersin işleniş aşamasında ve değerlendirme sürecinde kullanmak için ayrıca konuyu pekiştirmek için ve öğrencilerin farklı soru tipleri görmesi amacıyla geliştirdikleri belirlenmiştir. Çalışma yapraklarının çoğunda konuya uygun etkinliğe yer verilmediği dikkat çekmiştir. Dersin değerlendirme aşamasında kullanmak üzere hazırlanan çalışma yapraklarında ise test sorularına yer verilip farklı soru tiplerine yer verilmediği belirlenmiştir. Dönüşüm geometrisi konularından yansıma, öteleme ve ötelemeli yansıma konularına yönelik hazırlanan çalışma yaprakları “Çalışma Yaprağı Değerlendirme Anahtarına” göre puanlanmış ve genel ortalamanın “geliştirilmeli” seviyesinin üst sınırında yer aldığı tespit edilmiştir.

Kandaga, Rosjanuardi ve Juandi (2022), dönüşüm geometrisi konusundaki epistemolojik engelleri Van Hiele'nin beş düzeyli geometrik düşünme modeli çerçevesinde incelemeyi amaçlamışlardır. Araştırmanın katılımcıları Endonezya'da bir üniversitede yürütülen dönüşüm geometrisi dersine kayıtlı on öğretmen adayından oluşmaktadır. Araştırmada, durum çalışması yöntemi temel alınmış ve veri toplamak amacıyla öğrenme engellerine yönelik test ile yarı yapılandırılmış mülakatlar kullanılmıştır. Bulgular, Van Hiele'nin her bir düşünme düzeyinde epistemolojik engellerin ortaya çıktığını göstermektedir. görsel düzeyde katılımcılar dönüşüm türlerini genel olarak tanıyabilmiş, ancak dönüşümlerin bileşimine ilişkin rutin olmayan sorularda zorlanmışlardır. yansıma çizimlerinde doğruyu veya dik doğruyu çizememe gibi temel görsel hatalar yaptıkları gözlemlenmiştir. Analiz düzeyinde öğretmen adaylarının, dönüşümlerin özelliklerini tanıma ve anlama yollarını kullanmaları ön plana çıkmıştır. Ancak dönüşüm özelliklerini anlamak yerine gereksiz

hesaplamalara yönelmiştir. Soyutlama düzeyinde, öğretmen adaylarından yansımanın çizim prosedürünü belirtmeleri istenmiş ancak pek çok katılımcı bu prosedürü açıklamakta zorlanmış ya da analiz düzeyine benzer şekilde hesaplamalara yönelmiştir. Tümdengelim düzeyinde öğretmen adaylarından, mantıksal çıkarımlar yapmaları beklenmektedir ancak öğretmen adayları mantıksal çıkarımlar yerine varsayımlar ve örnekler üzerinden sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Kesinlik düzeyinde ise hiçbir katılımcının doğru yanıt veremediği, özellikle iki yansımanın bileşimiyle oluşan öteleme vektörünü hem görsel hem analitik olarak ilişkilendirmede başarısız olduğu görülmüştür. Araştırmada, dönüşüm geometrisi öğretimine yönelik her bir Van Hiele düzeyine özgü epistemolojik engellerin dikkate alınması ve öğretmen adaylarının bu engelleri aşmalarına yönelik stratejiler geliştirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır.

Demir, Kurtuluş (2023), çalışmalarında 2018 İlköğretim Matematik Ders Programının (1-8. sınıf), dönüşüm geometrisi kazanımlarını Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini dikkate alarak incelemişlerdir. Bu bağlamda ilk olarak ilköğretim ve ortaokul düzeylerindeki dönüşüm geometrisi veya bu konuyla ilgili kazanımlar belirlemişler daha sonra kazanımları Soon (1989) tarafından tanımlanan dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerini dikkate alınarak incelemişlerdir. Belirlenen kazanımların hangi düzeyle ilişkili olduğu ve bu düzeyin yeterliliklerini sağlayıp sağlamadığını araştırmışlardır. Geometrik seviyeler dikkate alınarak incelenen programda öğrencilerin geometrik seviyelerin ilk üç seviyesine sahip olmaları gerektiğini belirleyen araştırmacılar ders kitaplarını da aynı yöntemi kullanarak analiz etmişlerdir. Dönüşüm konusu ilk olarak 1. Sınıfta “Konum” başlığı altında içerik olarak yer almakla beraber kavramsal olarak açıklanmadığı görülmüş kavramsal olarak ilk kez 8. Sınıfta ele alındığı belirlenmiştir. 8. Sınıfta yer alan kazanımların geometri seviyelerinden 3. Seviyede olduğu belirlenirken seviye 2 ile ilgili doğrudan bir kazanım verilmemiş bunun yerine kazanımların açıklama bölümlerindeki çıktılar ifade edilmiştir. İlk olarak 1. Sınıfta verilen dönüşüm geometrisi konusunun diğer sınıflarda verilmemesi ve 8. Sınıfta seviye 3’e uygun olarak verilmesi Van Hiele felsefesine uyumlu bulunmamıştır. Dönme dönüşümü ile ilişkili ise hiçbir sınıf düzeyinde kazanımlara yer verilmemiş, ders kitaplarında ise farklı başlıklar altında kullanıldığı ama ayrı bir konu olarak ele alınmadığı görülmüştür.

Mbusi ve Luneta (2023), Güney Afrika’da hizmet öncesi öğretmenlerin dönüşüm geometrisi konusundaki anlayışlarını geliştirmeye yönelik olarak, van Hiele teori temelli bir öğretim müdahale programı uygulamıştır. Çalışma, karma yöntemli olup, nitel eylem araştırması ve nicel ön test–son test analizlerini içermektedir. Katılımcılar, 82 öğretmen adayından oluşmuştur. Araştırmada dönüşüm geometrisine ilişkin kavram yanlışlarını ve van Hiele düzeylerini belirlemek amacıyla Dönüşüm Geometrisine yönelik başarı ve düzey belirleme testleri uygulanmıştır. Müdahale süreci üç ay sürmüştür ve öğretim görevlisi araştırmacı tarafından doğrudan yürütülmüştür. Nitel veriler ise gözlem, görüşme, video kayıtları ve doküman analizi gibi yöntemlerle toplanmıştır. Derslerde yansıma, öteleme ve dönme dönüşümleri ekseninde etkinlikler planlanmış ve etkinliklerde fiziksel materyaller, tartışma ve grup çalışmaları gibi öğrenci merkezli stratejilere yer verilmiştir. Bulgulara göre, öğrencilerde genel bir gelişim gözlenmiş, ancak üst düzeylerde başarı sınırlı kalmıştır. Öğrenciler dönüşümün tanım ve görsel yönlerini kavrayabilmiş, fakat dönüşüm kurallarını açıklama ve genelleme yapmada zorlanmıştır. Kavram yanlışlarının temel nedenleri arasında matematiksel dili anlama güçlüğü ve yönergeleri yanlış yorumlama öne çıkmıştır. Çalışma ayrıca iş birlikli öğrenmenin, kavramlar arası bağlantı kurma ve hataları tartışabilme açısından faydalı olduğunu göstermiştir.

Öğretmen adaylarının alan bilgisi, etkili matematik öğretiminin temel yapı taşlarından biridir. Geometri eğitimi, öğrencilerin yalnızca şekilleri algılamalarına yönelik değil; aynı zamanda şekil özelliklerini ve şekiller arası ilişkileri tanımlarına, mantıksal çıkarım yapabilmelerine ve görsel-uzamsal yapıları zihinsel olarak modellemelerine yönelik olup matematiksel muhakeme becerilerini geliştirmektedir (Pavlovičová ve Bočková, 2021, Van Hiele, 1986). Bunlar gibi üst düzey beceriler gerektiren bilgilerin öğretiminden sorumlu öğretmen/öğretmen adaylarının doğru kavramsal anlayışa sahip olması gerekmektedir. Zaslavsky’ in (1994), öğrencilerin simetri konusundaki güçlüklerinin önemli bir kısmının, öğretmenlerin kavramı yanlış anlamasından kaynaklandığını vurgulaması bu gerekliliği nitelemektedir. Benzer şekilde, Yanık (2011) de üniversite düzeyindeki eğitim sonrasında bile öğretmen adaylarının dönüşümleri yalnızca şekillerin hareketi olarak algıladıklarını ortaya koymuştur. Bu bulgular, öğretmen adaylarının alan bilgisini derinlemesine incelemenin ve kavramsal tanımlarını Van Hiele modeline göre analiz etmenin önemini ortaya koymaktadır. Böyle bir analiz, hem öğretmen adaylarının kavramsal eksiklerini belirlemeye hem de öğretmen eğitim programlarının geliştirilmesine katkı sağlayacaktır.

3.YÖNTEM

3.1 Araştırmanın Modeli

Araştırmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi konusundaki alan bilgilerine yönelik ayrıntılı veri toplamak; öğretmen adaylarının bireysel algılarını, bilgi ve anlayışlarını, bakış açılarını derinlemesine olarak ortaya koymak, kavramsal tanımlarını Van Hiele modeli bağlamında incelemek amaçlandığından nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni temel alınmıştır. Nitel araştırmalar; araştırmaya konu olay, olgu, norm ve değerlerin, üzerlerinde araştırma yapılan çalışma grubunun bakış açılarıyla incelendiği araştırmalardır. Yapılan inceleme sırasında çalışma grubunun konuya yönelik oluşturduğu ve kullandığı özel dil, kavram ve anlamlar üzerinde durularak bunların çalışma grubu için ne anlam ifade ettiği ortaya çıkarılmaya çalışılır (Güler, Halıcıoğlu & Taşgın, 2015). Nitel araştırmalar, verilerini sadece veri toplama araçları kullanarak değil problemlerin gözlemlendiği, deneyimlerin yaşandığı, olayların ortaya çıktığı alanlardan da elde etme eğilimindedirler. Yani nitel araştırmalar verileri bizzat birinci ağızdan elde ederler, problemlerin nasıl ve nereden ortaya çıktığını, neler olduğunu gözlemler ve olayları anlamaya çalışırlar (Güler, Halıcıoğlu & Taşgın, 2015; Sığırı, 2021). Nitel veriler genellikle gerçek olayların belgelenmesinden, birey davranışlarının gözlemlenmesinden, dokümanlara dayalı çalışmalardan, görsel/işitsel öğelerin incelenmesinden elde edilir. Bu çalışmada nitel yaklaşımlardan durum çalışması modeli temel alınmıştır. Durum çalışmaları, bir ya da daha fazla olayın, ortamın, grubun veya birbirlerine bağlı sistemlerin derinlemesine incelendiği araştırmalardır (McMillan, 2000; Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Erkan Akgün, Karadeniz, & Demirel, 2012). Bu tür araştırmalarda araştırmacı deney ve müdahalelerde bulunmadan olayı olduğu haliyle anlamaya ve yorumlamaya çalışır (Stake, 1995). Ayrıca durum çalışmaları; olayı meydana getiren ayrıntıları görmek ve tanımlamak, olaya ilişkin var olan açıklamaları geliştirmek ve bir olayı değerlendirmek amacıyla da kullanılan araştırma desendir (Gall, Borg ve Gall, 1996; Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Erkan Akgün, Karadeniz, & Demirel, 2012). Bu araştırmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi konusundaki alan bilgilerini ayrıntılı olarak incelemek ve alan bilgilerini çeşitli faktörler bağlamında bütünsel bir yaklaşım ile ortaya koymak, Van Hiele modeli bağlamında kavramsal tanımlarının yer aldığı düzeyleri belirlemek amaçlandığından nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni temel alınmıştır.

3.2 Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2024-2025 eğitim öğretim yılında, Türkiye'nin batısında bulunan orta büyüklükteki bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesinde öğrenim gören 12 erkek, 44 kadın (%21,4 erkek , %78,6 kadın) ilköğretim matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Amaçlı örnekleme, araştırmanın amacı doğrultusunda, araştırma sorularına yönelik bilgi sağlayacak kişi veya olayların seçilmesiyle gerçekleşen bir örnekleme yöntemidir (Patton, 2002; Creswell, 2013). Amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme; araştırma amacına uygun olarak belirlenen ölçüt ile sadece bu ölçütü karşılayan bireylerin, durumların veya olayların seçilmesine dayanan örnekleme yöntemi olarak tanımlanmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2021).

Çalışma grubu belirlenirken temel alınan ölçütler şöyledir.

- Dönüşüm geometrisi konusuna yönelik alan bilgilerinin ve Van Hiele modeli kapsamında kavramsal tanımlarının yer aldığı düzeylerin belirlenmesinin amaçlandığı çalışmada katılımcıların Geometri, Geometri ve Ölçme Öğretimi ve Analitik Geometri lisans derslerini başarı ile almış olması ölçüt olarak belirlenmiştir.

3.3 Veri Toplama Araçları

Araştırmanın amacı kapsamında dönüşüm geometrisi konusunda öğretmen adaylarının alan bilgilerinin belirlenmesi için “Dönüşüm Geometrisi Alan Bilgisi Ölçeği” geliştirilmiş ve öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Çalışma sırasında Balıkesir Üniversitesi'ne etik kurul onay başvurusu yapılmış ve araştırma etiğine aykırı bir durum olmadığına dair 27.12.2024 tarih ve 16031472/108.01/463278 sayılı etik kurul izin belgesi onaylanmıştır. İlgili belgeler ekler kısmında yer almaktadır. Alan bilgisi ölçeğinin geliştirilmesi amacıyla 2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı, Yüksek Öğretim Kurumu tarafından içeriği belirlenen İlköğretim Matematik Eğitimi lisans programında yer alan Geometri, Geometri ve Ölçme Öğretimi dersi ile Analitik Geometri dersi içerik ve kaynakları ve Millî Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan dijital kaynaklardan faydalanılmıştır. Ayrıca literatürde yapılan çalışmalar ve ölçekler incelenerek madde havuzu oluşturulmuştur. (MEB, 2024; YÖK, 2024; Avcu, S., 2017; Bansilal & Naidoo, 2012; Harper, 2002; TeachTutti, 2025; Yanik, 2014)

Alan bilgisi ölçeğinde simetri, dönme, öteleme, dönüşüm kavramlarına ilişkin tanımlar ve çeşitleri, yatay, dik ve eğik simetri doğrusuna yönelik uygulamalar, merkezi simetri, doğruya göre simetri, dönme, öteleme uygulamaları, dönme öteleme ve simetri dönüşümlerinin

bileşke işlemlerine yönelik uygulamalar, dönme ve yansıma dönüşümleri sonucu değişmeyen ve korunan özelliklerin incelenmesi, büyütme merkezi etrafında ölçek faktörü ile büyütme ve dönüşümlerin günlük hayat problemine uygulamalarına ilişkin 13 madde yer almaktadır. Ölçeğin geçerlilik ve güvenilirliğinin sağlanması için aşağıdaki adımlar izlenmiştir.

- 2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı, Yüksek Öğretim Kurumu tarafından içeriği belirlenen İlköğretim Matematik Eğitimi lisans programında yer alan Geometri, Geometri ve Ölçme Öğretimi dersi ile Analitik Geometri dersi içerik ve kaynakları ve Millî Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan dijital kaynaklardan ve literatürde yapılan çalışmalardan faydalanılmıştır. Bu kapsamda ilgili maddelerin dönüşüm geometrisi konusundaki alan bilgisini ölçmesi açısından uygunluğu için uzman görüşüne başvurulmuştur. Bu doğrultuda ilk olarak alan uzman grubu oluşturulmuştur. Bu amaçla iki bilim uzmanı ve alan eğitim uzmanından oluşan uzman grubu oluşturulmuştur. Daha sonra belirtilen kaynaklar taranarak 51 maddelik aday ölçek formu oluşturulmuştur.
- Oluşturulan Alan Bilgisi Ölçeği için kapsam geçerlilik indeksi kullanılarak uzman görüşlerinden elde edilen puanlar analiz edilmiştir. Bu süreçte Lawshe (1975) ve Davis (1992) teknikleri ve değerleri kullanılmıştır (Lawshe, 1975; Davis, 1992; Yurdagül' den, 2005).
- Açık uçlu alan bilgisi ölçeğinin geliştirilmesi sürecinde ölçek maddelerinin alana uygunluğunu değerlendirmek için alan uzmanları görüşüne başvurulmuştur. Davis (1992)'e göre uzman görüşleri (a) “madde uygun”, (b) “Madde kısmen gözden geçirilmeli”, (c) “Madde kesinlikle gözden geçirilmeli” ve (d) “Madde uygun değil” şeklinde dördü kriterler çerçevesinde değerlendirilmektedir. Bu teknikte “madde uygun”, “madde kısmen gözden geçirilmeli” seçeneklerini işaretleyen uzmanların sayısı toplam uzman sayısına bölünerek maddeye ilişkin “kapsam geçerlik indeksi” elde edilmektedir. Elde edilen bu değer için 0,80 değeri ölçüt olarak kabul edilmektedir (Lawshe, 1975; Davis, 1992; Yurdagül' den, 2005). Bu doğrultuda uzman görüşüne sunulan 51 maddeye ilişkin görüşler doğrultusunda (a) ve (b) düzeyinde değerlendirilen maddelerden kapsam geçerlilik oranı .80 in üzerinde olan 14 madde ölçeğe dahil edilerek ön uygulama ölçeğine son hali verilmiştir.

- Ölçek sorularının açıklığı ve anlaşılabilirliğini incelemek için çalışma grubunda yer almayan 4 öğretmen adayı ile pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Anlaşılmasında sorun olmadığı tespit edilen ve uygulama süresi 70 dakika olduğu tespit edilen ölçeğe son hali verilmiştir.
- Gerçekleştirilen bu adımlar ile soruların ölçtüğü yapıyı gerçekten temsil edip etmediğini belirlemek, maddelerin anlamlı, açık, araştırma sorusu ile tutarlı ve amaca uygun olup olmadığının değerlendirilmesi için alan uzmanlarından görüşüne başvurularak ayrıca pilot çalışma gerçekleştirilerek ölçeğin yapı geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır.

3.4 Veri Analizi

Araştırmanın birinci problemi kapsamında öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi alan bilgilerini belirlemek için uygulanan DGABÖ'nden elde edilen veriler betimsel analiz ve içerik analizi ve tematik içerik analizi yöntemleri ile analiz edilmiştir.

İçerik analizi, metinlerdeki belirli kelime ve kavramların varlığını, anlamını ve ilişkilerini sistematik bir şekilde inceleyerek, bu verileri kodlama, kategorilere ayırma ve temalar oluşturma yoluyla yorumlamayı amaçlayan bir nitel veri analiz yöntemidir (Büyüköztürk vd., 2012; Tutar & Erdem, 2022)

Betimsel analiz, toplanan verilerin önceden belirlenen tematik bir çerçeve doğrultusunda düzenlenip, katılımcı ifadelerine sadık kalınarak, açıklamaların bu ifadelerden doğrudan alıntılarla desteklendiği ve “nasıl”, “neden” sorularından ziyade “ne” sorusuna odaklanarak anlamın ortaya konduğu, içerik analizine kıyasla daha yüzeysel nitelikte bir analiz yöntemidir (Tutar & Erdem, 2022; Yıldırım & Şimşek, 2016).

Öğretmen adaylarının ölçekte yer alan sorulara verdiği yanıtlar alan uzmanı ve araştırmacı tarafından bağımsız olarak incelenmiş belirlenen kod ve kategoriler dikkate alınarak değerlendirilmiştir. Ölçekte yer alan sorularda simetri, dönme ve öteleme kavramlarına yönelik tanım ve örnek olan ya da olmayan geometrik şekillere yönelik örnek ve açıklamalara ilişkin veriler için Tablo 3.1’de verilen kod ve kategoriler dikkate alınarak kodlanmıştır.

Tablo 3.1: Simetri, Öteleme, Dönme Kavramları ve Örneklerine Yönelik Kod ve Kategoriler

Kategori		Kodlar
1.Kavramı Matematiksel Olarak Doğru Açıklama, Örnek Verme ve Verilen Örneği Açıklama	1A. Kavramı Matematiksel Olarak Doğru Açıklama, Doğru Örnek Verme ve Verilen Örneği Açıklama	Kavramı açık, doğru ve detaylı şekilde tanımlanmıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan geometrik şekillere yönelik doğru örnek vermiştir. Verdiği örneklere yönelik nedenleri matematiksel olarak doğru açıklanmıştır.
	1B. Kavramı Matematiksel Olarak Doğru Açıklama, Kısmen Doğru Örnek Verme Ve Verilen Örneği Açıklama	Kavramı açık, doğru ve detaylı şekilde tanımlanmıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan geometrik şekillere yönelik kısmen doğru örnek vermiştir. Verdiği örneklere yönelik nedenleri matematiksel olarak kısmen doğru açıklamıştır.
2.Kavramı Matematiksel Olarak Kısmen Doğru Açıklama, Kısmen Doğru Örnek Verme ve Açıklama	2A. Kavramı Matematiksel Olarak Kısmen Doğru Açıklama, Doğru Örnek Verme, Kısmen Doğru Açıklama	Kavramı tanımını kısmen doğru tanımlanmıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan doğru örnekler verilmiştir. Ancak verilen örneklere ilişkin nedensel açıklamalarını kısmen doğru şekilde yapmıştır.
	2B. Kavramı Matematiksel Olarak Kısmen Doğru Açıklama, Eksik ya da Hatalı Örnek Verme, Yetersiz Açıklama	Kavramı tanımı kısmen doğru tanımlanmıştır. Kavrama yönelik örnekleri eksik veya hatalıdır. Verdiği örneklere yönelik nedensel açıklamaları yüzeysel, tutarsız ya da sınırlıdır ya da hiç açıklanmamıştır.
3. Kavramı Açıklamama, Yanlış Tanım ve Örnekler Verme	3A. Kavramı Açıklamama, Yanlış Tanım Ve Doğru Örnek Verme, Kısmen Doğru Açıklama	Kavramı yanlış tanımlanmış veya hiç açıklanmamıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan doğru örnekler verilmiştir. Ancak verilen örneklere ilişkin nedensel açıklamalarını kısmen doğru şekilde yapmıştır.

Tablo 3.1: (devam)

	3B. Kavramı Açıklamama, Yanlış Tanım ve Eksik ya da Hatalı Örnek, Yetersiz Açıklama, Örnek Vermeme	Kavramı yanlış tanımlanmış veya hiç açıklanmamıştır. Yanlış veya eksik örnekler verilmiş, açıklamalar hatalı, mantıksız veya yetersizdir. Kavram ile bağlantı kurulamamış, nedenleri açıklanmamış veya yanlış ifade edilmiştir. Veya örnek verilmemiştir.
--	--	---

Tablo 3.1 incelendiğinde öğretmen adaylarına alan bilgisi ölçeğinde sırasıyla 1,2 ve 3. sorularda yöneltilen “Simetri, öteleme, dönme nedir, bu kavramlara ilişkin geometrik örnekler veriniz ve verdiğiniz örneklerin neden bu kavramları temsil ettiğini açıklayınız. Ayrıca bu kavramları temsil etmeyen geometrik örnekler veriniz ve nedenini açıklayınız.” şeklinde yöneltilen soruların betimsel olarak detaylı incelemesiyle elde edilen kategori ve kodlar görülmektedir. Bu kapsamda yanıtlar kavramı matematiksel olarak doğru açıklama, örnek verme ve verilen örneği açıklama; kavramı matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, örnek verme ve verilen örneği açıklama ile kavramı açıklamama ya da yanlış tanım ve örnek verme şeklinde üç kategori altında gruplanmaktadır.

Araştırmacı ve alan uzmanı tarafından bağımsız olarak yapılan analize ilişkin kod uyumu hesaplanmıştır. Kod uyumu simetri için %88,8, öteleme için %90,7, dönme için %89,7 olarak tespit edilmiştir. Bu sonuç içerik analizinde yer alan veri birimlerinin büyük oranda aynı olduğunu göstermektedir. Bu oran yüksek güvenilirlik düzeyi olarak kabul edilir (Miles & Huberman, 1994).

Ölçekte yer sorularda doğruya göre simetri ve noktaya göre simetri kavramlarına yönelik tanım, örnek olan/olmayan durumlara örnek ve açıklamaları, dönüşümlere ilişkin uygulama sorularının yanıtlanmasına ilişkin veriler için Tablo 3.2’de verilen kod ve kategoriler dikkate alınarak kodlanmıştır.

Tablo 3.2: Doğruya Göre Simetri ve Noktaya Göre Simetri Kavramlarına Yönelik Kod ve Kategoriler

Kategori		Kodlar
1. Kavramı Doğru Açıklama, Örnek Verme, Verilen Örneği Açıklama, Soruyu Doğru Yanıtlama	1A. Kavramı Matematiksel Olarak Doğru Açıklama, Doğru Örnek Verme ve kavrama yönelik soruyu doğru cevaplama	Kavramı açık, doğru ve detaylı şekilde tanımlanmıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan durumlara yönelik doğru örnek vermiştir. Kavrama yönelik soruyu olarak cevaplamıştır.
	1B. Kavramı Matematiksel Olarak Doğru Açıklama, Kısmen Doğru Örnek Verme ve kavrama yönelik soruyu kısmen doğru yapma veya yapamama	Kavramı açık, doğru ve detaylı şekilde tanımlanmıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan durumlara yönelik kısmen doğru örnek vermiştir. Kavrama yönelik soruyu kısmen doğru cevaplamış ya da cevaplayamamıştır.
2. Kavramı Kısmen Doğru Açıklama, Örnek Verme, Verilen Örneği Açıklama, Soruyu Kısmen Doğru Yanıtlama	2A. Kavramı Matematiksel Olarak Kısmen Doğru Açıklama, Doğru Örnek Verme, Kavrama Yönelik Soruyu Doğru Cevaplama	Kavramı tanımını kısmen doğru tanımlanmıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan doğru örnekler verilmiştir. Kavrama yönelik soruyu olarak cevaplamıştır.
	2B. Kavramı Matematiksel Olarak Kısmen Doğru Açıklama, Kısmen Doğru Örnek Verme, Kavrama Yönelik Soruyu Kısmen Doğru Yapma veya Yapamama	Kavramı kısmen doğru tanımlanmıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan durumlara yönelik kısmen doğru örnek vermiştir. Kavrama yönelik soruyu kısmen doğru cevaplamış ya da cevaplayamamıştır.
3. Kavramı Açıklamama Ya Da Yanlış Açıklama ve Örnek Verme, Soruyu Cevaplamama	3A. Kavramı Açıklamama, Yanlış Tanım ve Doğru Örnek Verme, Kavrama Yönelik Soruyu Doğru Cevaplama	Kavramı yanlış tanımlanmış veya hiç açıklanmamıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan doğru örnekler verilmiştir. Kavrama yönelik soruyu olarak cevaplamıştır.
	3B. Kavramı Açıklamama, Yanlış Tanım ve Eksik Ya Da Hatalı Örnek, Yetersiz Açıklama, Örnek Vermeme, Kavrama Yönelik Soruyu Kısmen Doğru Yapma Veya Yapamama	Kavramı yanlış tanımlanmış veya hiç açıklanmamıştır. Kavrama yönelik örnek olan ve olmayan durumlara yönelik kısmen doğru örnek vermiştir. Kavrama yönelik soruyu kısmen doğru cevaplamış ya da cevaplayamamıştır.

Tablo 3.2 incelendiğinde öğretmen adaylarına alan bilgisi ölçeğinde sırasıyla 4 ve 5. sorularda yöneltilen “Doğruya göre simetri, Noktaya göre simetri nedir, bu kavramlara ilişkin örnek olan ve olmayan durumlara örnek veriniz ve verdiğiniz örnekleri açıklayınız, doğruya göre simetri/noktaya göre simetriye yönelik soruyu cevaplayınız ve çözümünüzü adım adım açıklayınız.” şeklinde yöneltilen soruların betimsel olarak detaylı incelenmesiyle elde edilen kategori ve kodlar görülmektedir. Bu kapsamda yanıtlar kavramı doğru açıklama, örnek verme, verilen örneği açıklama, soruyu doğru yanıtlama; kavramı kısmen doğru açıklama, örnek verme, verilen örneği açıklama, soruyu kısmen doğru yanıtlama; kavramı açıklamama ya da yanlış açıklama ve örnek verme, soruyu cevaplamama şeklinde üç kategori altında gruplanmaktadır.

Araştırmacı ve alan uzmanı tarafından bağımsız olarak yapılan analize ilişkin kod uyumu hesaplanmıştır. Kod uyumu doğruya göre simetri için %91, noktaya göre simetri için %87,7 olarak tespit edilmiştir. Bu sonuç içerik analizinde yer alan veri birimlerinin büyük oranda aynı olduğunu göstermektedir. Bu oran yüksek güvenilirlik düzeyi olarak kabul edilir (Miles & Huberman, 1994).

Alan bilgisi ölçeğinde yer alan altıncı soruda aşağıdaki ifade yer almaktadır.

“P(3, 6) noktasının ilk olarak x eksenine göre yansıması alınıyor. Oluşan şekil orijin etrafında pozitif yönde 180° döndürüldükten sonra 3 birim sola, 5 birim aşağı öteleniyor. Son olarak y eksenine göre yansıması alınıyor. Yapılan dönüşümler sonucu elde edilen noktanın koordinatlarını yazınız. Yaptığınız işlemleri adım adım nasıl yaptığınızı açıklayınız.”

Verilen soruda geometrik dönüşüm bilgisi, dönüşüm sırası ve kavramsal olarak nedensel açıklamalar koordinat düzleminde düşünme becerisi gibi alan bilgisi unsurlarını ortaya koymak amaçlanmaktadır. Çok adımlı dönüşüm süreci içeren soruya ilişkin verilerin değerlendirilmesinde dört tematik kategoriye göre analiz gerçekleştirilmiştir.

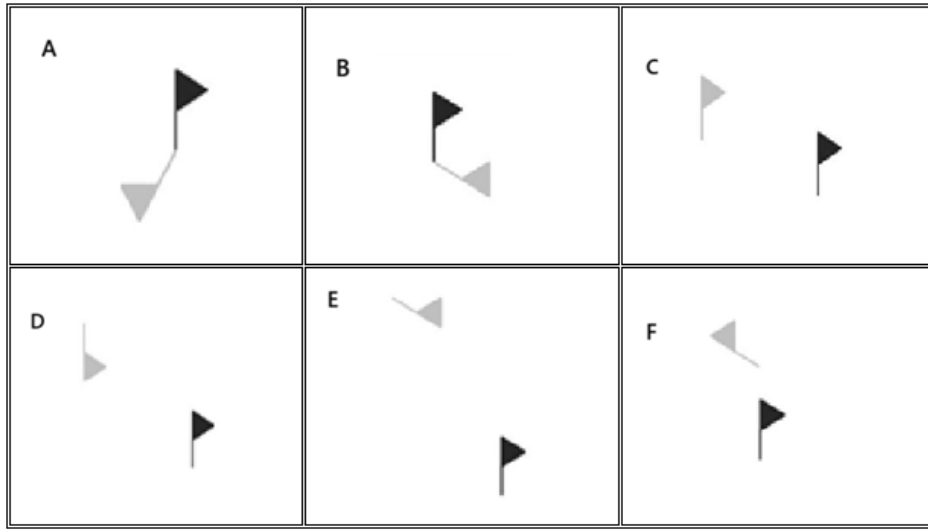
Yanıtların sınıflandırılmasında dönüşümlerin doğru sırayla yapılması, işlemsel olarak doğru uygulama yapılması, açıklamalarda kullanılan matematiksel dil ve kavramsal açıklamaların yeterliliği dikkate alınmıştır. Değerlendirme kriterleri Tablo 3.3’te sunulmuştur.

Tablo 3.3: Geometrik dönüşümlere dayalı altıncı soruya yönelik alan bilgisini değerlendirme kriterleri

Kategori	Açıklaması
I. Tam doğru uygulama ve açıklama	Dönüşüm sırasına uygun şekilde işlemleri tam yapma, doğru ve kavramsal temellere uygun açıklama
II. Doğru uygulama, sınırlı açıklama	İşlem sıralaması ve dönüşümlere doğru uygulama, açıklamaları yüzeysel ve işlem odaklı yapma, kavramsal gerekçe sunmama
III. Eksik / kısmi uygulama ve açıklama	Bazı dönüşümleri eksik uygulama, açıklamaları sınırlı doğrultuda yapma ya da açıklamama
IV. Hatalı uygulama / boş yanıt	Dönüşüm sırası ya da kuralları yanlış uygulama ya da hiçbir işlem ve açıklama yapmama

Bu kriterler ile içerik analizinin sistematik bir şekilde yürütülmesi sağlanmış; betimleyici nitel bulgular, yüzde ve frekans dağılımları raporlanmıştır. Araştırmacı ve alan uzmanı tarafından bağımsız olarak yapılan analize ilişkin kod uyumu hesaplanmıştır. Kod uyumu %91,7 olarak tespit edilmiştir. Bu sonuç içerik analizinde yer alan veri birimlerinin büyük oranda aynı olduğunu göstermektedir. Bu oran yüksek güvenilirlik düzeyi olarak kabul edilir (Miles & Huberman, 1994).

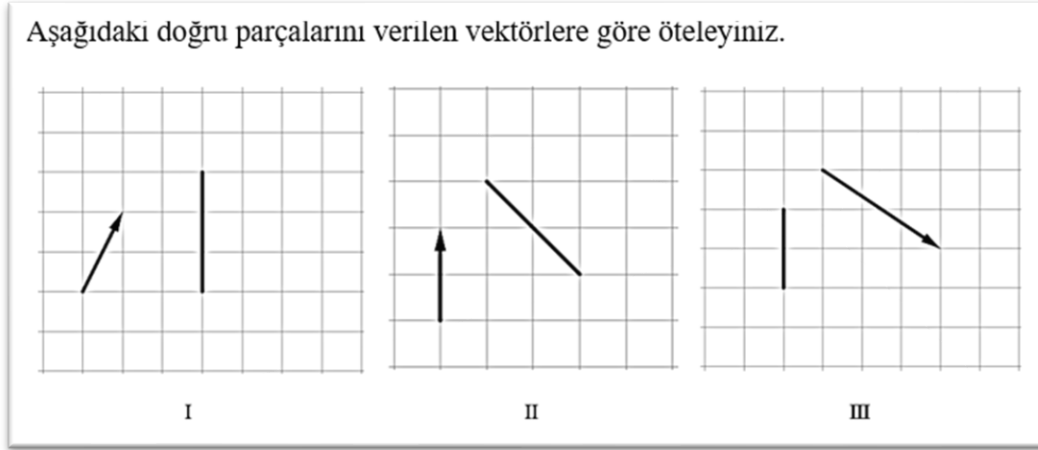
Ölçekte yer alan, altı adet madde içeren yedinci soruda; öğretmen adaylarının şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri belirlemesi ve ayrıntılı olarak açıklaması beklenmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve doğru olarak açıklama (IV)”, “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve kısmen doğru olarak açıklama (III)”, “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ancak açıklama yapmama (II)” ve “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri hatalı belirleme veya soruyu boş bırakma (I)” kategorileri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Yedinci soruda yer alan, dönüşüme uğramış hali verilen şekiller Şekil 3.1’de sunulmuştur.



Şekil 3.1: DGABÖ yedinci soruda yer alan şekiller

Soruda şekil ve görüntüsü üzerinden uygulanan dönüşümü tespit edilmesi ve açıklanması beklenmektedir. Bu sayede öğretmen adaylarının dönüşümlerin özelliklerini ayırt edebilme bilgileri, bileşke dönüşüm tanımlayabilme ve açıklayabilme becerilerinin, dönüşümün parametrelerinin kullanımının incelenmesi hedeflenmiştir. Bu bağlamda adayların doğru dönüşümü tanımlamasına, aynı zamanda dönüşümün doğru bir şekilde açıklanmasına yönelik bilgi edinmek amaçlanmıştır. Araştırmacı ve alan uzmanı tarafından bağımsız olarak yapılan analize ilişkin kod uyumu hesaplanmıştır. Kod uyumu %82,4 olarak tespit edilmiştir. Bu sonuç içerik analizinde yer alan veri birimlerinin büyük oranda aynı olduğunu göstermektedir. Bu oran yüksek güvenilirlik düzeyi olarak kabul edilir (Miles & Huberman, 1994).

Ölçekte yer alan sekizinci soruda verilen bir doğru parçasının, verilen vektörlere göre öteleme yapılmasına ilişkin üç maddeden oluşan bir yapı sunulmuştur. Ölçekte yer alan sekizinci soru Şekil 3.2’de verilmiştir.



Şekil 3.2: DGABÖ sekizinci sorusu

Soruda verilen vektörlere göre doğru parçalarının nasıl ötelenmesi gerektiği üzerinden adayların vektör yönü, uzunluğu bilgisine hakimiyeti, öteleme sonucu oluşan şeklin biçimsel özellikleri (uzunluk, doğrultu, yön) korunarak taşınmasına dair bilgileri, referans noktasına yönelik farkındalıkları yani başlangıç ve bitiş noktalarının eş zamanlı ötelenmesi, kavramı görsel veya sezgisel düzeyde uygulama becerileri yani uzamsal ve matematiksel kavramların sadece formal değil görsel ve işlemsel eylem üzerinden de uygulanmasına yönelik bilgilerinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu bağlamda adayların yalnızca tanımsal bilgisine değil, aynı zamanda uygulamalı ve ilişkisel olarak alan bilgisine yönelik bilgi edinmek amaçlanmıştır.

İlgili sorunun analiz sürecinde vektör yönü, uzunluğu, şekil korunumu, referans noktası farkındalığı, görsel-temsili sezgisel doğruluk kriterleri temel alınarak dört ana kategori oluşturulmuştur.

K1: Tüm örnekleri vektöre göre doğru öteleme

K2: Örnekleri vektöre göre kısmen doğru öteleme

K3: Hatalı öteleme

K4: Boş yanıt - çizim yapılmamış

Bu doğrultuda her bir adayın verilen üç ayrı şeklin vektöre göre ötelenmesinde ortaya koyduğu çizimler analiz edilmiş, yalnızca tek bir kategoriye yerleştirilmiştir. Araştırmacı ve

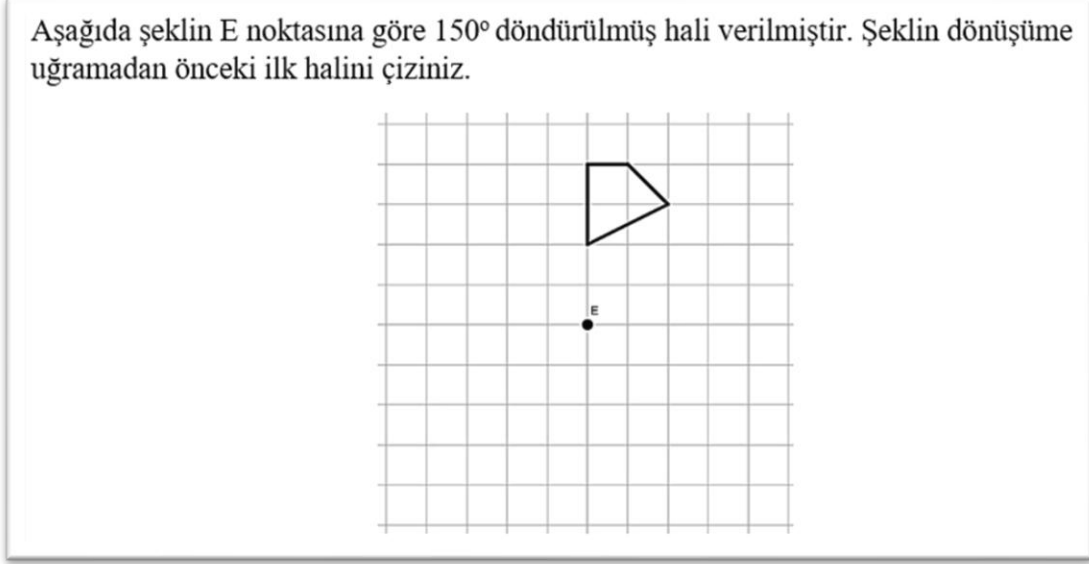
alan uzmanı tarafından bağımsız olarak yapılan analize ilişkin kod uyumu hesaplanmıştır. Kod uyumu %91,7 olarak tespit edilmiştir. Bu sonuç içerik analizinde yer alan veri birimlerinin büyük oranda aynı olduğunu göstermektedir. Bu oran yüksek güvenilirlik düzeyi olarak kabul edilir (Miles & Huberman, 1994). Değerlendirme sürecinde Tablo 3.4’te verilen kategorik içerik analizi göstergeleri temel alınmıştır.

Tablo 3.4: Sekizinci soru için kategorik içerik analizi

Kategori		Göstergeler
K1	Tüm örneklerde vektöre göre doğru öteleme (Vektör yönü, uzunluğu doğru uygulama, şeklin korunumunu sağlama, referans noktalarını kullanma)	Vektör yönünün doğruluğu: Vektör yönünü doğru biçimde çizime yansıtma Vektör uzunluğunun korunumu: vektör büyüklüğüne göre doğru oranda yer değiştirme yapma Şekil korunumunu sağlama: Şeklin yön, doğrultu ve boyut özelliklerinin yani biçimsel özelliklerin öteleme sırasında korunması Referans noktası kullanımı: Başlangıç ve bitiş noktalarını referans olarak öteleme Görsel ve sezgisel yerleştirme: Şekli vektörle ilişkili biçimde doğru konumlandırarak yeniden çizme
K2	Örnekleri verilen vektörlere göre kısmen doğru öteleme	Vektör yönünün doğruluğu: Vektör yönünü kısmen doğru biçimde çizime yansıtma Vektör uzunluğunun korunumu: Vektör büyüklüğüne göre kısmen doğru oranda yer değiştirme yapma Şekil korunumunu sağlama: Şeklin yön, doğrultu ve boyut özelliklerinin yani biçimsel özelliklerin öteleme sırasında kısmen korunması Referans noktası kullanımı: Başlangıç ve bitiş noktalarını kısmen referans olarak öteleme/eksik referans kullanma Görsel ve sezgisel yerleştirme: Şekli vektörler ile ilişkili biçimde kısmen doğru konumlandırarak çizme/vektörle tam örtüşmeme
K3	Hatalı öteleme	Vektör yönünün doğruluğu: Vektör yönünü yanlış anlama, ters ya da ilgisiz kullanma Vektör uzunluğunun korunumu: Vektör uzunluğunu ihmal etme, hatalı yer değiştirme yapma Şekil korunumunu sağlama: Şeklin yön, doğrultu ve boyut özelliklerinin yani biçimsel özelliklerinin korunmasını tamamen ihmal etme, şekli hatalı yön, doğrultu ve boyutta çizme Referans noktası kullanımı: Başlangıç ve bitiş noktalarını referans almadan öteleme ya da hatalı referans noktası belirleme Görsel ve sezgisel yerleştirme: Şekli vektörle ilişkilendirilmeden rastgele yerleştirme

Bu yapı kullanılarak içerik analizinin sistematik bir şekilde yürütülmesi sağlanmış; betimleyici nitel bulgular ile yüzde ve frekans dağılımı raporlanmıştır.

Ölçekte yer alan dokuzuncu soruda verilen E noktasına göre 180° döndürülmüş çokgenin görüntüsü çizilmiştir. Şeklin dönüşüme uğramadan önceki ilk hali istenmektedir. Ölçekte yer alan dokuzuncu soru **Şekil 3.3**'te verilmiştir.



Şekil 3.3: DGABÖ dokuzuncu sorusu

Soruda öğretmen adaylarının dönme dönüşümünü tanımlama, dönme merkezini doğru kullanma ve belirli bir açıyla dönme işlemini gerçekleştirme becerisini ölçmek amaçlanmıştır. Dikkate alınması beklenen önemli bir nokta, dönüşüm yönü (saat yönü tersi veya saat yönü) açıkça belirtilmemiştir. Belirtilmeme nedeni adayın dönme açısının yönüne yönelik farkındalığını ortaya koymaktır. Bu bağlamda adayların açı yönünü belirtmesi, tartışması ya da her iki olasılığı düşünerek çözüm stratejilerini geliştirmesi beklenmektedir. Özetle dönme yönünün belirtilmemesi ile adayların sadece işlemsel değil dönüşüm geometrisinin temel kavramlarını anlama ve yorumlama yetkinliklerini ölçmek istenmektedir.

Bu bağlamda elde edilen veriler kategorik içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Analiz sürecinde her yanıt uzman görüşü doğrultusunda geliştirilen dört ana kategori ve bunlara bağlı alt göstergelere göre sınıflandırılmıştır.

K1: Şeklin dönmeden önceki halini doğru konumda, yönde ve doğru biçimde çizme

K2: Şeklin dönmeden önceki halini kısmen doğru konumda, yönde ve doğru biçimde çizme

K3: Dönüşüm işlemini hatalı uygulama ya da başka dönüşüm türüyle karıştırma

K4: Hiçbir yanıt vermeme veya soruyla alakasız yanıt verme

Bu doğrultuda her bir adayın yanıtı tek bir kategoride değerlendirilmiştir. Araştırmacı ve alan uzmanı tarafından bağımsız yapılan analiz için kod uyumu hesaplanmıştır. Kodlayıcılar arasındaki uyum %82,14 olarak tespit edilmiştir. Bu uyum kodlayıcılar arasındaki yüksek düzeyde tutarlılık olduğunu göstermektedir. Değerlendirme sürecinde Tablo 3.5'te verilen kategorik içerik analizi göstergeleri temel alınmıştır.

Tablo 3.5: Dokuzuncu soru için kategorik içerik analizi göstergeleri

Kategori		Göstergeler
K1	Şeklin dönmeden önceki doğru konumda, yönde ve doğru biçimde çizme	Dönme merkezi: Dönme merkezi (E noktası) doğru belirlenmiş Dönme açısı: Dönme açısının büyüklüğü ve yönü doğru yorumlanmış Biçimsel özellikler korunumu: Şeklin biçimsel özellikleri (biçim, boyut, açı, yön) korunmuş Referans noktası: Referans noktaları dikkate alınarak dönme gerçekleştirilmiş Görsel ve sezgisel yerleştirme: Şekil; dönme açısı, yönü ve dönme merkezi ile ilişkili biçimde, doğru konumlandırılarak yeniden çizilmiş
K2	Şeklin dönmeden önceki hali kısmen doğru konum, yönde çizilmiş. Bazı bileşenler doğru ancak eksik yapılmış.	Dönme merkezi: Dönme merkezi doğru belirlenmiş ancak dönüşüm kısmen doğru uygulanmış Dönme açısı: Dönme açısı, büyüklüğü ve yönü kısmen doğru yorumlanmış Biçimsel özellikler korunumu: Şeklin biçimsel özellikleri kısmen korunmuş Referans noktası: Referans noktaları kısmen dikkate alınarak döndürülmüş Görsel ve sezgisel yerleştirme: Şekil dönme açısı, yönü, dönme merkezi ile ilişkili biçimde kısmen doğru konumlanarak çizilmiş ya da yaklaşık olarak doğru yere sezgisel konumlandırılmış
K3	Dönüşüm türü ya da şekil tamamen hatalı	Dönme merkezi: Dönme merkezi olan E noktası dikkate alınmamış ya da yanlış bir merkez seçilmiş Dönme açısı: Dönme açısı ve yönü hatalı yorumlanmış ya da göz ardı edilmiş Biçimsel özellikler korunumu: Şeklin biçimsel özelliklerinin korunumu dikkate alınmamış Görsel ve sezgisel yerleştirme: Rastgele veya yanlış konumlandırma yapılmış
K4	Boş/Anlamsız yanıt	Dönme merkezi, açısı, yönü kullanılmamış, anlamsız karalamalar yapılmış ya da boş yanıt verilmiş

Tablo 3.5 'teki göstergelere dayalı olarak kategorik içerik analizi ile veriler analiz edilmiş frekans yüzde değerleri ve doğrudan alıntılarla betimsel olarak açıklamalar yapılmıştır.

DGABÖ'nde yer alan onuncu soru özellikle bileşik dönüşümler ve eşdeğer tekil dönüşümlerle ilişkisine yönelik alan bilgisinin ölçülmesi temelinde oluşturulmuştur. Bu bağlamda adayların ardışık yansıma işlemini analiz etmesi ve bu işlemleri eşdeğer tek bir dönüşümle açıklaması beklenmektedir.

Adayların yansıma işlemini ve bu işlemi sıralı uygulayarak sonucu yorumlamaları, böylece geometrik dönüşüm bilgisini işlemsel bağlamda ortaya koyması, ortaya çıkan görüntüyü yorumlayarak tek bir dönüşüm tanımlaması böylece bileşik dönüşümü özdeş tek bir dönüşüme indirgemeleri beklenmektedir. Adayların iki yansımanın oluşturduğu dönüşümü dönme ya da simetri olarak tanımlaması, böylece işlemsel ve kavramsal düzeyde dönüşüm türleri arasındaki ilişkiyi anlamlandırma düzeylerini belirlemek hedeflenmiştir.

Bu bağlamda adayların yansıma doğrularının kesişim noktasını, (-1, 1) noktasını dönme merkezi olarak 180° 'lik, saat yönü ya da tersi yönde tek bir dönme dönüşümü tanımlaması yeterlidir. Dönme yönü belirtmese de 180° nedeniyle aynı görüntü elde edilebilir. Ya da P üçgeni (-1, 1) noktasına göre yansıtılabilir. Elde edilen yanıtlar kategorik içerik analizi ile değerlendirilmiştir. Beş ana kategori belirlenmiştir. Belirlenen kategoriler ve ilişkili göstergeler Tablo 3.6'da sunulmuştur.

Tablo 3.6: Onuncu soru için kategorik içerik analizi göstergeleri

Kategori	Göstergeler
K1 (Tümüyle doğru yanıt)	Yansıma: Verilen üçgenin $x=-1$ ve daha sonra $y=1$ doğrusuna göre yansımalarını geçerli parametreleri kullanarak doğru tanımlama
	Dönüşüm: İki yansıma sonucu oluşan üçgeni elde etmek için tekil bir dönüşümü doğru seçme, kavramsal olarak doğru ve eksiksiz biçimde açıklama
K2 (Yansımalar doğru, özdeş dönüşüm kısmen doğru)	Yansıma: Verilen üçgenin $x=-1$ ve daha sonra $y=1$ doğrusuna göre yansımalarını geçerli parametreleri kullanarak doğru tanımlama
	Dönüşüm: İki yansıma sonucu oluşan üçgeni elde etmek için tekil bir dönüşümü eksik ya da kısmen doğru ifade etme

Tablo 3.6: (devam)

K3 (Yansımalar doğru, özdeş dönüşüm hatalı)	Yansıma: Verilen üçgenin $x=-1$ ve daha sonra $y=1$ doğrusuna göre yansımalarını geçerli parametreleri kullanarak doğru tanımlama
	Dönüşüm: İki yansıma sonucu oluşan üçgeni elde etmek için tekil bir dönüşümü hatalı seçme, açıklamama
K4 (yansımalar hatalı/eksik, özdeş dönüşüm hatalı ya da yok)	Yansıma: İki yansımayı hatalı yapma (sıra karışıklığı, hatalı işlemsel uygulama)
	Dönüşüm: İki yansıma sonucu oluşan üçgeni elde etmek için tekil bir dönüşümü hatalı seçme ya da hiç açıklama yapmama
K5 Boş/ilgisiz yanıt	Hiç yanıt yok ya da anlamsız, konu dışı ifadeler sunulmuş

Her bir yanıt tek bir kategoriye yerleştirilmiştir. Araştırmacı ve alan uzmanı tarafından bağımsız olarak yapılan analize ilişkin koduyla hesaplanmıştır. Kod uyumu %87,5 olarak tespit edilmiştir. Bu sonuç yüksek oranda güvenilirlik düzeyi olarak kabul edilmektedir (Miles & Huberman, 1994).

DGABÖ'nde yer alan on birinci soruda düzlemde bir paralelkenara, dönme ardından yansıma işlemleri uygulandıktan sonra oluşan şeklin ilk paralelkenar ile kıyaslanması ve değişmeyen/korunan özelliklerinin neler olduğunun belirtilmesi istenmektedir. İlgili soruda yapılan dönüşümlerin şekil üzerine etkilerini adayların kavrama becerileri ölçülmek istenmektedir. Adayların uzunluk, açı ölçüleri, alan, paralellik, biçim (eşlik) özelliklerinin korunduğunu yön, konum ve simetri özelliklerinin değişebileceğine yönelik yargılarda bulunmaları beklenmektedir.

Elde edilen yanıtlar önceden belirlenen temalara göre analiz edilmiştir. Bu temalar dönüşüm parametreleri dikkate alınarak seçilmiştir. Temalar; uzunluk, açı, alan, eşlik, paralellik, köşegen uzunlukları gibi korunması beklenen matematiksel özellikler temel alınarak kodlanmıştır. Alan uzmanları araştırmacı tarafından bağımsız olarak kodlanmış, kod uyumu %90 olarak tespit edilmiştir.

Ölçekte yer alan on ikinci soruda düzlemde köşe noktaları verilen bir dikdörtgene büyütme merkezi $K(8, 8)$ olacak biçimde 0,5 ölçekle büyütme uygulanması sonucu meydana gelecek değişimler ve sebeplerine yönelik çıkarımların açıklanması istenmektedir.

Bu soru adayların benzerlik dönüşümleri; özellikle homoteti/büyüme-küçültme bağlamındaki bilgilerini ölçmeyi amaçlanmaktadır. Adayların verilen ölçek faktörünü geometrik olarak algılaması, şeklin boyut ve konumundaki değişimi yorumlaması beklenmektedir. Adaylar büyütme faktörüyle mesafe değişimi ilişkisini, şekil konum ilişkisini yorumlayarak açıklamalıdır. Elde edilen veriler içerik analizi ile çözümlenmiştir. Kategoriler Tablo 3.7 'de sunulmuştur.

Tablo 3.7: On ikinci soru analiz kategorileri

Kategori	Açıklaması
K1	Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme, doğru açıklama yapma
K2	Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme, kısmen doğru açıklama yapma
K3	Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme, açıklama yapmama
K4	Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme, hatalı açıklama yapma
K5	Verilen seçeneklerden yanlış olanı seçme veya ilgisiz yanıt

Kodlama süreci araştırmacı ve alan uzmanı tarafından bağımsız olarak gerçekleştirilmiştir. Kod uyumu %91,07 olarak tespit edilmiştir.

DGABÖ'nde yer alan on üçüncü soruda “Mimarlık öğrencisi olan Elif proje ödevi olarak bir restoran planı çizecektir. Elif çiziminde hangi dönüşümleri, nasıl kullanabilir? Açıklayınız.” ifadesi yer almaktadır. İlgili soru öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi kavramlarını tanıma, açıklama bilgisini, dönüşümlerin gerçek yaşam bağlamında nasıl kullanılacağını açıklama becerisini ve mekansal akıl yürütme becerilerini dönüşüm geometrisi bağlamında değerlendirmeyi amaçlamaktadır.

Bu kapsamda veriler betimsel içerik analizi ile değerlendirilmiştir. Adayların dönüşüm türlerine yönelik kavramsal bilgisini ve uygulama açısından hangi bağlamda kullandıkları değerlendirilmiştir. Bu doğrultuda 4 tema belirlenmiştir.

Tema 1: Dönüşüm türlerinin belirtilmesi

Tema 2: Kullanım bağlamı

Tema 3: Kavramsal doğruluk

Tema 4: Bilgi derinliği

Belirlenen temalar çevresinde kodlama süreci araştırmacı ve alan uzmanı tarafından gerçekleştirilmiştir elde edilen veriler betimsel olarak sunulmuş, doğrudan alıntılara yer verilmiştir.

Araştırmanın ikinci problemi “Öğretmen adaylarının dđnüşüm geometrisi konusundaki kavramsal tanımlamalarının Van Hiele modeline göre düzeyleri nasıldır?” olarak belirlenmiştir. Alan bilgisi ölçeğinde öğretmen adaylarına yđneltelen dđnme, yansıma, öteleme, noktaya göre simetri ve doğruya göre simetri kavramlarını temel alan sorulara ilişkin adayların verdikleri yanıtlar bu problem kapsamında analiz edilmiştir.

Veri analizinde tematik içerik analizi ile Van Hiele Modeline dayalı kuramsal kodlama temelinde analiz gerçekleştirilmiştir. Tematik İçerik Analizi, nitel verilerin sistematik ve betimleyici biçimde incelendiği bir analiz yöntemidir. Görüşme dökümleri ya da araştırma konusuyla ilişkili metinler üzerinden yürütölen bu analizde amaç, verilerde tekrar eden anlam örüntülerini belirlemek ve bu örüntüleri temalar aracılığıyla sınıflandırarak yorumlamaktır (alık & Sözbilir, 2014). Araştırmacı, farklı katılımcılardan elde edilen verileri karşılaştırarak ortak temaları belirler ve bu temaları katılımcıların ifadelerinden yararlanarak adlandırır. Guest ve arkadaşlarına (2012) göre, tematik analiz nitel verilerdeki tekrar eden desenleri ve temaları ortaya çıkarmayı amaçlar. Başlangıçta soyut olan bu temalar, araştırmanın amacı doğrultusunda somut verilerle desteklenerek bağlam içinde anlam kazanırlar.

Bu bağlamda veri analizinde veriler parça parça değil belirli temalar çerçevesinde gruplandırılmış, bu temalar katılımcı ifadeleri ile desteklenmiştir. Öğretmen adaylarının dđnüşüm geometrisi kavramlarına (öteleme, dđnme, yansıma, noktaya göre simetri, doğruya göre simetri) ilişkin kavramsal tanımları, örneklere yđnelik açıklamaları Van Hiele modeli çerçevesinde analiz edilmiştir.

Her bir yanıt hem betimlenmiş hem de dđnüşüm türlerinin kavramsal bileşenleri temel alınarak analiz edilmiştir. Adayların verdiği tanımlar ve örnekler ilgili dđnüşümün bilişsel göstergeleri ile ilişkilendirilmiş, Van Hiele düzeylerine göre eşleştirilmiştir. Bu bağlamda literatür taraması ve uzman görüşü doğrultusunda belirlenen bilişsel göstergeler kullanılarak adayların kavramsal düşünme seviyeleri hem tematik içerik analizi çerçevesinde hem de kuramsal çerçevede bütüncöl biçimde değerlendirilmiştir.

Veriler Van Hiele modeli kapsamında kuramsal çerçevede sınıflandırılmış, her düzey için kavram temelinde göstergeler; literatürdeki Van Hiele tanımları (Duatepe-Paksu, 2016; Van de Walle vd., 2019; Demir, 2018; Karapınar, 2017; Matthews, 2004, Şengün, 2023) ve dönüşüm geometrisi bağlamındaki kavramsal çalışmalara (Demir & Kurtuluş, 2019; Dhasmana, 2021; Mammana, 2016; Sünker & Zembat, 2012; Stępień, Stępień & Ziółkowski, 2014; Yavuzsoy Köse, 2013; Zembat, 2007; Zembat, 2013) dayandırılmıştır.

Kodlama sürecinde doğrudan alıntılara yer verilmiş, açıklayıcı geçerlilik sağlanmıştır. Kodlama sürecini araştırmacı ve alan uzmanı bağımsız olarak gerçekleştirmiştir. Kod uyumu %90 olarak bulunmuştur. Kararsız kalınan durumlar, yapılan tartışmalar sonucunda yeniden düzenlenmiştir.

Seçilen kavramlara yönelik göstergeler yön, mesafe, konum, referans noktası gibi kavramsal bileşenleri temel alan her düzeyin düşünme şeklini yansıtacak biçimde yapılandırılmıştır. Bu doğrultuda öteleme kavramı Van Hiele Düzey göstergeleri Tablo 3.8’de, dönme kavramı Van Hiele Düzey göstergeleri Tablo 3.9’da, yansıma kavramı Van Hiele Düzey göstergeleri Tablo 3.10’da, doğruya göre simetri kavramı Van Hiele Düzey göstergeleri Tablo 3.11’de ve noktaya göre simetri kavramı Van Hiele Düzey göstergeleri Tablo 3.12’de sunulmuştur.

Tablo 3.8: Öteleme kavramı Van Hiele göstergeleri

	Düzyey 1	Düzyey 2	Düzyey 3	Düzyey 4	Düzyey 5
Van Hiele Düzyeyleri Ve Düzyey Özellikleri	Şekillerin sadece dış görüntüsüne odaklanır, özellikleri analiz edemez, karşılaştırma-sınıflama yapamaz.	Şeklin temel özelliklerini farkedebilir, listeler ancak özellikler arası ilişki kuramaz, sınıflama-genelleme yapamaz.	Kavramlar arası mantıksal ilişki kurma; karşılaştırma, sınıflama, genelleme yapma. Kavramı en az özelliklerle tanımlama. Dönüşümler arası karşılaştırma yapma. Mantıksal ilişki kurma da neden-sonuç bağlamını sınırlı açıklayabilme	Kavramlar arası mantıksal ilişkiler kurma, dönüşümleri kıyaslama	Geometrik kavramları aksiyomatik olarak tanımlama, teorem ve ispatta matematiksel dili kullanma
Yön	Şeklin yönünü fark edememe veya yalnızca gözleme dayalı ifadeler kullanma (sağa, sola, yukarı kaydırma gibi)	Ötelenen şeklin yön ve konumunu açıkça ifade edebilir.	Yön, şekil konumunu nedenleriyle açıklar.	Yön, biçim ve büyüklüğün korunduğunu nedenleri ile açıklar.	Yön korunmasını matematiksel olarak ifade eder.
Mesafe/Uzaklık	Ötelemeye ilişkin mesafeye ya da uzaklığı belirtmez. Ötelemeyi sadece görsel kayma hareketiyle açıklar.	Tüm noktaların eşit uzaklıkta hareket ettiğini belirtir.	Tüm noktaların aynı doğrultu ve uzaklıkta hareket ettiğini açıklar.	Noktasal olarak şeklin tüm elemanlarının eşit mesafede ilerlediğini belirtir.	Her noktanın vektörel ötelemeye hareketini matematiksel olarak tanımlar.
Referans Noktası/Doğrusu	Referans alınan yönü belirtmez. Şekilsel olarak "oraya, şuraya" gibi ifadeler kullanır.	Açıklamalarında "noktanın 2 birim sola" gibi yön ve mesafe bilgisi yer alan ifadeler kullanır.	Yön ve doğrultuya göre hareketi açıklar. Tüm noktaların aynı vektörel yönde eşit uzaklıkta taşınacağını ifade eder. Yön ve mesafenin şekil üzerinde aynı olduğunu vurgular.	Öklid geometrisinde tüm noktaların bir $V=(a,b)$ vektörüyle taşındığını belirtir. Doğrultu ve büyüklüğü vektörel olarak tanımlar.	Vektör (a,b) ile gösterimini ve her noktanın bu vektörle ötelenmesini açıklar. Bu açıklamayı farklı aksiyomatik sistemlerde karşılaştırır veya tanımlar.

Tablo 3.8: (devam)

	Düzyey 1	Düzyey 2	Düzyey 3	Düzyey 4	Düzyey 5
Biçimsel Özellikler	Şeklin “aynı oluşu” gibi ifadeler kullanır. Şekli görsel olarak tanıır, hareket ettiğinde aynı olduğunu farkeder. Özelliklerden bahsetmez.	Şeklin özelliklerinin değişmediğinin farkındadır. Eşliğin korunduğunu ifade edebilir. Şeklin özelliklerini (kenar, açı, yön) fark eder, bu özelliklerin korunduğunu ifade eder.	Şeklin tüm özelliklerinin korunduğunu açıkça belirtir. “Aynı vektörle taşınan noktaların konumları eşit uzaklıktadır.” gibi açıklamalar yapması beklenir. Açı gibi özelliklerin değişmediğini, yön ile ilişkilendirerek açıklar.	Ötelemenin bir izometrik dönüşüm olduğunu; şeklin yön, biçim, alan, kenar uzunluklarının korunduğunu açıklar. Açı, biçim, alan, kenar uzunluğu gibi özelliklerin korunumunu izometrik dönüşüm ilişkisiyle açıklar.	Tüm özelliklerin korunduğunu eşlik ve aksiyomatik düzeyde ifade eder. örneğin açı korunumunu, vektör doğrultusu ile açıklayabilir.
Matematiksel Gösterim	Ötelemeyi matematiksel gösterimlerle açıklama yoktur.	Öteleme dönüşümünü mesafe ve yön ifadeleri ile kısmen özel örnek üzerinden betimler.	Oluşturduğu görsel ya da örneklerle, yön-mesafe ilişkisini ifade ederek kendi matematiksel tanımını geliştirir. “Her bir nokta $V=(a,b)$ vektörü ile ötelenir” biçiminde sezgisel açıklamalar yapabilir.	Ötelemeyi $f(p)=P+V$ biçiminde tanımlar ve her noktanın bu vektörlerle aynı doğrultuda ve uzaklıkta taşındığını açıklar.	$f(p)=P+V(x,y) \rightarrow (x+a,y+b)$ gibi dönüşüm fonksiyonlarını öteleme için kullanılır.
Dönüşümler Arası Karşılaştırma	Dönüşümler arası karşılaştırma yapamaz.	Dönüşümler arası karşılaştırma yapılmaz.	Diğer dönüşümler ile özellikle yansıma ile farkını vurgular.	Öteleme, yansıma, dönme arasında açık kavramsal karşılaştırmalar yapılır.	İzometrik dönüşüm kümesi içinde ötelemenin yerini açıklar.
Anahtar Sözcükler	Kayma, taşıma, sağa-sola-yukarı-aşağı gitme, aynı görünüm	Eş mesafe, yön değişmezliği, eşlik, 3 birim sağa, 2 birim yukarı	“Tüm noktalar eşit hareket eder. Yansıma, öteleme ile aynı değildir. Çünkü yönü aynıdır.” Açıklamalarını yapabilir.	Yalnızca konum değişimi, sabit yön, izometri, eşlik, şeklin korunması	$P' = P+V(x,y) \rightarrow (x+a,y+b)$ izometrik dönüşüm, vektörel tanım

Dönme kavramı Van Hiele göstergeleri Tablo 3.9’da sunulmuştur.

Tablo 3.9: Dönme kavramı Van Hiele göstergeleri

Van Hiele Düzeyleri Ve Düzey Özellikleri	Düzey 1	Düzey 2	Düzey 3	Düzey 4	Düzey 5
	Dönmeyi sadece konum değişimi olarak algılar. Açık, dönme yönü, dönme merkezinin farkına varamaz. Dönme nedeni yerine, oluşan şekli vurgular.	Dönme özelliklerini fark eder. Tanımı yüzeysel açıklar, açı ya da dönme merkezi gibi kavramları bilir ancak yanlış kullanır.	Dönme özelliklerini açık şekilde tanımlar, tanıır. Kavramları doğru kullanır. Dönmeyi, “şeklin belirli bir merkez etrafında belirli bir açı kadar dönmesiyle oluşan dönüşüm” olarak açıklayabilir.	Dönüşüm geometrisinde yer alan dönme, yansıma, öteleme kavramları arası ilişki kurar.	Düzlemde sabit bir nokta etrafında, saat yönü ya da tersine θ kadar yapılan noktasal dönüşümü aksiyomatik olarak tanımlar.
Yön	Şeklin dönme hareketi, görsel olarak açıklanır; yön tanımlanmaz.	Dönme yönünü saat yönü ya da tersi şeklinde belirtir.	Dönme yönünü ve açısını kavramsal olarak kullanır.	Yön ve dönme açısı kavramını formal olarak tanımlar.	Yön ve açı kavramını dönüşüm denklemleri ile açıklar.
Mesafe/Uzaklık	Dönen noktaların sabit uzaklıkta olduğunu fark etmez.	Noktaların eşit uzaklıkta döndüğünü ifade eder.	Tüm noktaların dönme merkezinden eşit uzaklıkta, belirli bir yönde hareket ettiğini açıklar.	Her noktanın aynı mesafede ve açısal olarak döndüğünü belirtir.	Tüm noktaların dönüşümünü, koordinat dönüşüm fonksiyonları ile tanımlar.
Açı	Açı özelliklerine değinemez.	Açıları sezgisel olarak ifade eder, gözleme dayalı açıklar.	Açıyı dönüşümün temel kavramı olarak tanımlar, kullanır.	90°, 180° gibi dönüş açılarını sistemli olarak kullanılır.	Dönme dönüşümünü fonksiyon ile gösterir.
Konum Değişikliği	Yer değişimini gözleme dayalı ifade eder.	Şeklin konumunu merkeze göre açıklar.	Her noktanın dairesel bir yörüngede yer değiştirmesini, dönme dönüşümündeki konum değişimi olarak açıklar.	Şeklin konumunu koordinat düzlemine göre tanımlar.	Konum değişimini cebirsel olarak ifade eder.
Biçimsel Özellikler	Şeklin “aynı kaldığını” fark etse de nedenini bilemez/ açıklayamaz.	Şeklin biçiminin bozulmadığını informal olarak ifade eder.	Dönmenin izometrik özelliklerini, uzunluk-açımın korunduğunu ifade eder.	Tüm şekil özelliklerinin korunduğunu (izometriklik) açıklar.	Tüm geometrik özelliklerin formal olarak korunumu açıklar.

Tablo 3.9: (devam)

	Düzyey 1	Düzyey 2	Düzyey 3	Düzyey 4	Düzyey 5
Referans Noktası/Doğrusu	Dönme merkezi tanımlaması yapmaz. “Kendi etrafında” dönme gibi betimlemeler yapar.	Dönme merkezini sabit nokta olarak tanımlar.	Dönme merkezini geometrik olarak ifade eder.	Dönme merkezi ve yönünü koordinatlara açıklar.	Dönme merkezi ve açı özelliklerini formal parametrelerle tanımlar.
Matematiksel Gösterim	Matematiksel temsile yer veremez.	90 , saat yönünün tersi gibi ifadeler kullanır.	Şeklin tüm noktalarının, belirli bir açıda döndüğünü açıklar.	$f(p)=(P,O, \theta)$ gibi matematiksel tanımlar kullanır	$f(x,y)=(-y,x)$ gibi dönüşüm fonksiyonları yazar.
Dönüşümler Arası Karşılaştırma	Yansıma ya da ötelemeden ayırt edemez.	Yansıma ile karşılaştırılmaz, öteleme ile net ayırım yapamaz.	Dönme dönüşümü ile diğer dönüşümler arası ilişkileri sezgisel olarak açıklar.	İzometrik dönüşümleri karşılaştırır.	Tüm izometrik dönüşümleri aksiyomatik sistemler yardımı ile
Anahtar Sözcükler	Saat yönü, dönme hareketi	Merkez, açı, konum, sabit nokta	İzometrik dönüşüm, sabit açı, yön değişmemesi	İzometrik dönüşüm, açı dönüşümü, Sabit dönme merkezi	$P'=P+V(x,y)\rightarrow(x+a,y+b)$ izometrik dönüşüm, vektörel tanım

Yansıma kavramı Van Hiele göstergeleri Tablo 3.10’ da sunulmuştur.

Tablo 3.10: Yansıma kavramı Van Hiele göstergeleri

Van Hiele Düzeyleri Ve Düzey Özellikleri	Düzyey 1	Düzyey 2	Düzyey 3	Düzyey 4	Düzyey 5
	Matematiksel dil kullanılmaz. Ayna görüntüsü, “aynısı ancak yönü değişmiş” gibi günlük ifadeler kullanır. Simetri doğrusu, eş uzaklık, yön değişiminden bahsedilmez.	Yansımada şekli ters biçimde alır. Uzunluk, açı gibi kavramların korunmasını fark eder ancak nedenini açıklayamaz.	Yansıyan şeklin her noktasını simetri doğrusuna göre aynı uzaklıkta karşıya taşır. Uzunluk, açı değişmez; yön değişir. Bu durumu dikme inerek, izometrik olarak olmasa da açıklar.	Yansıma tek bir öklidyen sistem içinde, izometrik bir dönüşüm olarak tanımlanır.	Yansıma farklı aksiyomatik sistemlerde örneğin öklid dışı sistemlerde dönüşüm matrisleri ya da cebirsel gösterimlerle ele alınabilir.
Mesafe/Uzaklık	Uzaklık fark edilemez. Sadece simetrik görüntüye atf yapılır.	Noktaların simetri noktası ya da doğrusuna uzaklıkların eşit olduğunu ifade eder.	Noktaların simetri doğrusuna ya da noktasında olan mesafelerinin eşit olduğunu ifade eder.	Her noktadan simetri doğrusuna dik inilip eşit uzaklıkta yansıdığını ifade eder.	Her noktanın yansımasını matematiksel olarak doğrular.
Konum Değişikliği	Yer değişimini yüzeysel olarak açıklar, görsel olarak gösterilir.	Şekil ters tarafa geçmiş gibi konuma yönelik açıklamalar yapar.	Konum değişimini; tüm noktaların simetri doğrusuna ya da noktasına göre simetrik olarak taşıma, biçiminde açıklar.	Konum değişimini, izdüşüm kullanarak matematiksel olarak açıklar.	Konum değişimini farklı aksiyomatik sistemlerde yorumlar.
Biçimsel Özellikler	Oluşan şekillerin aynı ve ters olduğu, informal olarak görsel anlamda vurgulanır.	Simetri eksenine göre eşliğin korunduğunu informal olarak açıklar.	Biçimsel özelliklerin (uzunluk, açı) korunduğunu ifade eder.	Yansımanın izometrik bir dönüşüm olduğunun farkındadır. Açı, uzunluk ve alan gibi özelliklerin korunumu bu bağlamda açıklar.	Koordinat dönüşümü ile konum değişimini açıklar, farklı koordinat sistemlerine dair örnek verilir. Farklı geometrik yapılarda, örneğin hiperbolik düzlemde kavramlar arası dönüşüm incelenebilir.

Tablo: 3.10 (devam)

	Düzye 1	Düzye 2	Düzye 3	Düzye 4	Düzye 5
Referans Noktası/Doğrusu	Doğruya göre yansıma ya da noktaya göre yansımada doğru ya da nokta sezgisel olarak çizilir, yerleştirilir.	Simetri doğrusu ya da noktasını açıkça tanımlar.	Her noktanın izdüşüm doğrusunda eş uzaklığa karşılık geldiğini ifade eder.	Doğru yansımalarını, simetri eksenini; nokta yansımalarını, simetri merkezi olarak tanımlar.	Yansımayı dönüşüm matrisi ile tanımlar.
Matematiksel Gösterim	Matematiksel temsiller bulunmaz.	x eksenine göre, eksenlere veya orijine göre yansıma ifadeleri kullanılabilir.	Yansıma doğrusu ya da noktasının özelliklerini İnfomal olarak açıklar.	$f(x,y)=(x,-y)$ gibi yansıma fonksiyonu ile dönüşümü ifade eder.	$d:ax+by+c=0$ gibi bir doğru için yansıma tanımını yapar.
Anahtar Sözcükler	Ayna, simetri, ters görüntü	Simetri doğrusu-noktası, eşit uzaklık, ters yön	Ayna etkisi, eş uzaklık, yön değişimi, izometrik dönüşüm	$F(p)=yansıma(P,d)$ gibi fonksiyon kullanımı; eş uzaklık dik izdüşüm	Yansıma merkezi, doğrusal izdüşüm, dik izdüşüm, eş uzaklık, aksiyomatik sistem

Doğruya göre simetri kavramı Van Hiele göstergeleri Tablo 3.11’ de sunulmuştur.

Tablo 3.11: Doğruya göre simetri kavramı Van Hiele göstergeleri

Van Hiele Düzeyleri Ve Düzey Özellikleri	Düzyey 1	Düzyey 2	Düzyey 3	Düzyey 4	Düzyey 5
	Şekli aynada görülmüş gibi ters görünür biçimde ifade eder. Şekli doğruya göre yansıtılmış gibi görür ancak açıklayamaz.	Şeklin simetri doğrusuna göre ters tarafa geçtiğini ifade eder. Noktaların simetri doğrusuna eş uzaklıkta olduğunu gözlemler.	Doğruya dik inip eş uzaklıkta simetri noktaları elde eder. Simetri doğrusunu tanımlar. İzometrik özellikleri açıklar.	Doğruya göre simetri fonksiyonunu tanımlar.	Farklı aksiyomatik sistemlerde doğruya göre simetri tanımlaması ve karşılaştırması yapar.
Yön	“Ters görüntü” şeklinde yönü sezgisel olarak ifade eder.	Yönün tersine döndüğünü ifade eder.	Yönün tersine döndüğünü ifade eder.	Yönün ters çevrilmesini ispatlar.	Farklı sistemlerde yön dönüşümünü analiz eder.
Mesafe/Uzaklık	Eş uzaklıkları fark edemez.	Eş uzaklıkları gözlemler.	Noktaların, doğruya dik uzaklığının korunduğunu ifade eder.	Eş uzaklıkları cebirsel olarak gösterir.	Affine uzayda uzaklık dönüşümü yapar.
Konum Değişikliği	Konum değişiminin varlığını gözlemler.	Konum değişimini vurgular.	Simetrik konumu açıklar.	Konum değişimini, dönüşümün matematiksel gösterimlerini kullanarak gösterir.	Her sistemde konum değişikliğini yorumlar.
Biçimsel Özellikler	Biçimsel özelliklerin (uzunluk, açı) korunduğunu şekil üzerinde çizerek hissettirir ancak açıklayamaz.	Biçim ve büyüklük korunumu ifade eder.	İzometrik dönüşümü informal olarak tanımlar.	Eşlik, uzunluk ve açının korunumu ispatlar.	İzometrik özellikleri farklı geometrilere karşılaştırır.

Tablo 3.11: (devam)

	Düzyey 1	Düzyey 2	Düzyey 3	Düzyey 4	Düzyey 5
Referans Noktası/Doğrusu	Referans çizgisini, referans olarak kullanır.	Simetri doğrusunu tanımlar.	Doğruya dik inme olayını referans noktalarını kullanarak açıklar, simetri doğrusunu tanımlar.	$ax+by+c=0$ simetri doğrusunu tanımlar ve genel matematik cümlelerinde kullanılır.	Affine sistemde referans doğrusunu matrisle temsil eder.
Matematiksel Gösterim	-	$F(x,y)=(x,-y)$ Gibi örnekleri sezgisel olarak ifade eder	Bazı matematiksel ifadeleri (koordinat sistemi gibi) kullanır.	Matematiksel olarak fonksiyon tanımlar ve kullanır.	$M=[[1,0],[0,1]]$ gibi dönüşüm matrisleri kullanır.
Dönüşümler Arası Karşılaştırma	Karşılaştırılmaz ancak dönüşümleri karıştırır.	Dönme ile farkını ifade edebilir.	Diğer dönüşümlerle, farklılıklar üzerine ayırım yapar.	Ötelemeyen farkını aksiyomatik olarak açıklar.	Farklı sistemlerde dönüşümleri tartışır.
Anahtar Sözcükler	Ayna, ters çizgi	Eş uzaklık, yön, simetri doğrusu	İzometri, dik, eksen, simetri doğrusu	Fonksiyon, cebirsel, izometrik	Matris, affine sistem

Noktaya göre simetri kavramı göstergeleri **Tablo 3.12**'de sunulmuştur.

Tablo 3.12: Noktaya göre simetri kavramı Van Hiele göstergeleri

Van Hiele Düzeyleri Ve Düzey Özellikleri	Düzyey 1	Düzyey 2	Düzyey 3	Düzyey 4	Düzyey 5
	Şekli nokta etrafında dönüyor gibi görür.	Her noktanın simetri noktasında eşit uzaklıkta olduğunu fark eder.	Her bir noktanın simetri noktasına göre 180° döndüğünü açıklar. Bu dönüşümde her noktanın sabit bir merkezden, aynı uzaklıkta ama zıt yönde olduğunu açıklar.	Noktaya göre simetriyi cebirsel dönüşüm olarak tanımlar.	Farklı aksiyomatik sistemlerde noktaya göre simetri tanımlaması ve karşılaştırması yapar.
Yön	Yönü ters olarak algılar.	Yönün tersine döndüğünü algılar.	Şeklin yönünün 180° döndüğünü ya da sağ-sol-yukarı-aşağı yönlerinin zıtlığını algılar. Ancak yön değişimini vektör ya da dönüşüm ekseniiyle açıklayamaz.	Yön değişimini matematiksel olarak, vektör ile ifade eder.	Farklı aksiyomatik sistemlerde yön değişimini inceler.
Mesafe/Uzaklık	Eş uzaklığı fark edemez.	Eş uzaklıkları algılar ama açıklayamaz.	Uzaklıkların eşliğini informal olarak açıklar.	Vektörle dönüşümü ispatlar.	Affine sistemde dönüşüm vektörünü kullanır.
Açı	Açı değişimi algılamaz.	Açı korunumunu fark eder ama açıklayamaz.	Açı korunumunu informal olarak açıklar.	Açı sabitliğini cebirsel olarak açıklar.	Matris kullanarak açı korunumu açıklar.
Konum Değişikliği	Yer değişimini fark eder ama açıklayamaz.	Konum değişimini fark eder.	Simetrik noktaları konuma göre açıklar.	Tüm noktaların konumlarını açıklar.	Farklı sistemlerde konum analizi yapar.

Tablo 3.12: (devam)

	Düzyey 1	Düzyey 2	Düzyey 3	Düzyey 4	Düzyey 5
Biçimsel Özellikler	Boyut korunur ancak açıklayamaz.	Biçimsel özelliklerin korunumunu fark eder.	İzometrik özellikleri informal olarak açıklar.	Eşlik ve izometriklik olaylarını ispatlar.	İzometrik özellikleri, aksiyomatik sistemler bağlamında değerlendirir.
Referans Noktası/Doğrusu	Orta nokta olarak sezgisel algılar.	Sabit merkezi tanımlayabilir.	Sabit merkezi tanımlar.	Noktaya göre simetri fonksiyonunu açıklar.	Affine sistemde sabit noktayı tanımlar.
Matematiksel Gösterim	-	Kısmi olarak, sezgisel anlamda cebirsel gösterimi kullanılabilir.	Noktaya göre dönüşümü kısmi matematiksel kavramlarla açıklar.	Matris gösterim ve vektörle açıklar.	Matris dönüşümleri, vektör ve fonksiyonları kullanır.
Dönüşümler Arası Karşılaştırma	Dönme dönüşümü ile karıştırır.	Dönme ile ayırt edebilir.	Yansıma ve dönme farkını açıklar.	Dönüşüm tiplerini analiz eder.	Öklid dışı geometrilere dönüşüm tiplerini analiz eder.
Anahtar Sözcükler	Merkez, ters görüntü, nokta	Eş uzaklık, merkez	Merkez, 180° dönme	Fonksiyon, sabit nokta, cebirsel gösterim	Matris, sabit nokta, aksiyomatik sistem

4. BULGULAR

4.1 Birinci araştırma problemine yönelik bulgular

Araştırmada ilk olarak “İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisini yönelik alan bilgileri nasıldır?” problemi kapsamında katılımcılara Dönüşüm Geometrisi Alan Bilgisi Ölçeği uygulanmıştır. Ölçekte yer alan simetri kavramına yönelik ilk soruda; simetri kavramının öğretmen adayları tarafından açıklanması, simetrik olan ve simetrik olmayan geometrik şekillere örnek verilmesi beklenmektedir. Ayrıca verilen bu örneklerin neden simetrik olup olmadıklarına yönelik doğru matematiksel açıklamaların yapılması istenmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar “simetri kavramını açıklama (I)”, “simetri kavramını kısmen doğru açıklama (II)” ve “simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım ve örnekler verme (III)” kategorileri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Belirlenen kod ve kategorilere yönelik öğretmen adaylarının yanıtları Tablo 4.1’de sunulmuştur.

Tablo 4.1: Simetri Kavramına Yönelik Yanıtlara Ait Kategori ve Kod Örnekleri

Kategori	Kod	Simetri Kavramı Açıklaması	Kavrama uygun örnek	Uygun Olmayan Örnek
Simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)	Simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği doğru/kısmen doğru açıklama (IA)	Yansıma, öteleme ve dönme hareketlerini içerisinde barındıran dönüşüm geometrisidir. Simetri eşlik kavramını temel alır. Simetri doğrusuyla eş şekil oluşturmakta denilebilir.(Ö4)	Tac Mahal, kelebek kanadı, halı deseni, kare, dikdörtgen. Örneklerin orta kısmından katlandığında simetri doğrusu oluşur. Bu doğrunun her 2 yanında görsel birbirinin aynısıdır. Oluşan 2 şekil eşitir.	Düzgün olmayan geometrik şekiller. Bu şekillerin simetri doğruları yoktur. Yani orta kısımlarından çekilen doğrular şekli 2 eşit parçaya ayırmaz.
		Bir şekilde dönüşüm uygulandığında yine aynı görünüme sahip oluyorsa simetriye sahiptir. (Ö46)	Eşkenar üçgen simetriktir. Simetri doğrusu boyunca çizildiğinde, her 2 parçanın üzerinde bulunan aynı hizadaki noktaların simetri eksenine olan uzaklıkları eşittir. Çember, dikdörtgen, kelebek kanadı	Dik yamuk simetrik değildir. Şekli 2 eş parçaya ayıramayız. Herhangi bir dönüşümde yine aynı şekil elde edemeyiz. Çeşitkenar üçgen...

Tablo 4.1: (devam)

Kategori	Kod	Simetri Kavramı Açıklaması	Kavrama uygun örnek	Uygun Olmayan Örnek
Simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)	Simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama (IB)	Bir nesnenin temel özellikleri aynı kalacak şekilde (açı, kenar özellikleri) görüntüsünün alınmasıdır. Dönme, öteleme, yansıma olarak üçe ayrılır. (Ö20)	Kare, daire. Simetri doğrusu şekli eş simetrik parçalara ayırır.	Yamuk. Simetri doğrusu/köşegen çizilirse şekil eş simetrik parçalara ayrılmaz.
		Simetri; şeklin temel özellikleri aynı kalacak şekilde döndürme, çevirme ve kaydırma hareketidir. (Ö32)	Kare simetriktir çünkü simetri eksenini vardır.	Yamuk simetrik değildir çünkü simetri eksenini yoktur.
Simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)	Simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama (IIA)	Bir cismin ya da şeklin bir doğruya veya noktaya göre yansımasının alınması (Ö1)	Daire, merkezinden geçen herhangi bir doğruya göre simetriktir basitçe birbiri üzerine katlayarak da gözlemleyebiliriz.	Paralelkenar sıkça karıştırılmakla birlikte herhangi bir simetri eksenini yoktur.
		Bir nesnenin üzerinden aynı doğrultuda alınan iki noktanın eksene eşit uzaklıkta olduğu durum. (Ö25)	Eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, kare	Çeşitkenar üçgen üzerinden aynı doğrultuda noktalar aldığımızda eksene eşit uzaklıkta değil.

Tablo 4.1: (devam)

Kategori	Kod	Simetri Kavramı Açıklaması	Kavrama uygun örnek	Uygun Olmayan Örnek
Simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)	Simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, eksik ya da hatalı örnek verme, yetersiz açıklama (IIB)	Geometrik şekillerin yatay-dikey eksenlere göre karşılığının çizilmesi (Ö3)	Eşkenar dörtgen, kare simetriktir çünkü simetri eksenlerine sahiptirler.	Yamuk simetrik değildir çünkü simetri ekseni yoktur
Simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)	Simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, eksik ya da hatalı örnek verme, yetersiz açıklama (IIB)	Bir şeklin noktaya, doğruya, orijine göre simetrisi olarak yapılabilir. Simetri bir şeklin koordinat eksenine göre yansıtılması olarak da düşünülebilir. (Ö9)	Eşkenar üçgen simetriktir, iki köşesinden geçen doğru şekli düzgün böler. Eşkenar altıgen simetriktir, altıgeni iki noktada kesen herhangi bir doğru şekli düzgün böler. Kare simetriktir, karenin üzerindeki doğru eş böler.	Dikdörtgenin köşegeni dikdörtgeni eş bölemez. Dikdörtgeni köşegeninden katladığımızda tam denk gelmez.

Tablo 4.1: (devam)

Kategori	Kod	Simetri Kavramı Açıklaması	Kavrama uygun örnek	Uygun Olmayan Örnek
simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım ve örnekler verme (III)	Simetri kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve doğru örnekler verme, kısmen doğru açıklama (IIIA)	Belirli bir noktadan tuttuğunda şekillerin birbirinin üstüne tam şekilde çakışması(Ö7)	Eşkenar üçgen; belli bir kenarın tam ortasından katladığımızda üst üste gelmektedir.	Çeşitkenar üçgen; belli bir noktadan katladığımızda hiçbir şekilde birbirini örtmüyor.
		Bir nesnenin birkaç bölümün aynı olduğunu açıklar (Ö39)	Kare, ikizkenar üçgen. Tanımı sağlar.	Dik yamuk. Tanımı sağlamaz.
simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım ve örnekler verme (III)	Simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme (IIIB)	Belirli şekil veya cismin orta noktasından geçen doğrunun şekli eş 2 parçaya bölmesi. (Ö43)	Kare, hangi noktaya göre simetrisini alırsak eş 2 parçaya ayırır.	Beşgen, sadece belirli bir noktadan alınan doğru parçası şekli iki eş parçaya ayırıyor. Tüm çizilen doğrular şekli 2 eş parçaya bölmez.
	Simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme (IIIB)	Simetri: geometrik şeklin kendi üzerinde bir doğru ile kesildiğinde oluşan 2 parçanın birbirine eş olması durumudur. (Ö47)	Çember, eşkenar üçgen, kare örnek verilebilir. Çünkü simetri eksenleri üzerlerinde olan şekiller simetriktir.	Dik üçgen, dik yamuk. Şeklin üzerinde kendini 2 eş parçaya ayıran bir doğru çizemeyiz.

Öğretmen adaylarının simetri kavramına yönelik açıklama ve sunduğu örneklere ilişkin yapılan içerik analizinde yanıtların %5,4'nün “simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği doğru/kısmen doğru açıklama” (IA), %7,1'inin “simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama (IB), %26,8'inin “simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama (IIA).”, %21,4'ünün “simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, eksik ya da hatalı örnek verme, yetersiz açıklama” (IIB), %19,6'sının “simetri kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve doğru örnekler verme, kısmen doğru açıklama (IIIA)”, %19,6'sının “simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme (IIIB)”, kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.

Ö4 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik tanımı ve verdiği örnekler şu şekildedir: “Simetri; yansıma, öteleme ve dönme hareketlerini içeren bir dönüşüm geometrisidir. Simetri, eşlik kavramını temel alır. Simetri doğrusuyla eş şekil oluşturmakta denilebilir”. Ö4, simetrik olan geometrik şekiller olarak Tac Mahal, kelebek kanatları, halı desenleri, kare ve dikdörtgen şekillerini belirtmiş ve bu seçimini şu şekilde açıklamıştır: “Örneklerin orta kısmından katlandığında simetri doğrusu oluşur. Bu doğrunun her iki yanında görsel birbirinin aynısıdır. Oluşan iki şekil eşittir”. Simetrik olmayan geometrik şekiller olarak ise düzgün olmayan geometrik şekilleri örnek göstermiş ve bunu şu şekilde gerekçelendirmiştir: “Bu şekillerin simetri doğruları yoktur. Yani orta kısımlarından çekilen doğrular şekli iki eşit parçaya ayırmaz.” biçiminde ifade edilmiştir.

Çeşitli kaynaklarda simetri kavramı; bir şeklin ya da cismin kendi özelliklerini değiştirmeden yeni bir yapı oluşturması ve oluşan bu yapının asıl şekille eş olması şeklinde ele alınmaktadır (French, 2017; Yavuz, Kepceoğlu & Kaya, 2020). Bu bağlamda, öğretmen adayının simetriye dair tanımı doğru kabul edilmiştir. Simetrik olan ve olmayan şekillere verdiği örneklerin doğru olduğu ve nedenlerinin doğru bir şekilde açıklandığı belirlenmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IA (simetri kavramını doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği doğru/kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö46 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Bir şekilde dönüşüm uygulandığında yine aynı görünüme sahip oluyorsa

simetriye sahiptir. Eşkenar üçgen simetriktir. Simetri doğrusu boyunca çizildiğinde, her iki parçanın üzerinde bulunan aynı hizadaki noktaların simetri eksenine olan uzaklıkları eşittir. Çember, dikdörtgen, kelebek kanadı... Dik yamuk simetrik değildir. Şekli iki eş parçaya ayıramayız. Herhangi bir dönüşümde yine aynı şekil elde edemeyiz. Çeşitkenar üçgen gibi”.

Ö46'nın cevabı incelendiğinde simetriyi, şekle dönüşüm uygulandığında yine aynı görünüme sahip olması olarak açıklamıştır. Simetri kavramı çeşitli kaynaklarda, bir şeklin ya da cismin kendi özelliklerini değiştirmeden yeni bir yapı oluşturması ve oluşan bu yapının asıl şekille eş olması şeklinde ele alınmaktadır (French, 2017; Yavuz, Kepceoğlu & Kaya, 2020). Bu bağlamda öğretmen adayının simetriye dair tanımı doğru kabul edilmiştir. Simetrik olan ve olmayan şekillere doğru örnekler verdiği ve nedenlerinin doğru bir şekilde açıklandığı belirlenmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IA (simetri kavramını doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği doğru/kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö20 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve örneklerle ilişkin tanımları şöyledir: “Bir nesnenin temel özellikleri aynı kalacak şekilde (açı, kenar özellikleri) görüntüsünün alınmasıdır. Dönme, öteleme, yansıma olarak üçe ayrılır. Kare, daire simetriktir. Simetri doğrusu şekli eş simetrik parçalara ayırır. Yamuk simetrik değildir. Simetri doğrusu/köşegen çizilirse şekil eş simetrik parçalara ayrılmaz.”

Ö20'nin cevabı incelediğinde simetriyi, nesnenin temel özellikleri aynı kalacak şekilde görüntüsünün alınması olarak tanımlamıştır ve simetri çeşitlerini belirtmiştir. Bu bağlamda öğretmen adayının simetri tanımı doğru kabul edilmiştir. Simetrik olan şekillere doğru örnekler vermiş ve bu örneklerin simetrik olma nedenini doğru şekilde açıklamıştır. Ancak simetrik olmayan şekillere yamuk örneğini verdiği görülmüştür. Yamuk şekli, ikizkenar yamuk olduğu durumda simetrik olacağından ve Ö20'nin açıklamasında ikizkenar yamuk kavramından bahsedilmemiş olması nedeniyle simetrik olmayan şekle verilen örnek yanlış olarak kabul edilmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının, verdiği yanıtlar IB (simetri kavramını doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir. Benzer bir örnek açıklama Ö32 kodlu öğretmen adayı tarafından yapılmıştır. Ö32 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve örneklerle ilişkin tanımları şöyledir: “Simetri; şeklin temel özellikleri aynı kalacak şekilde

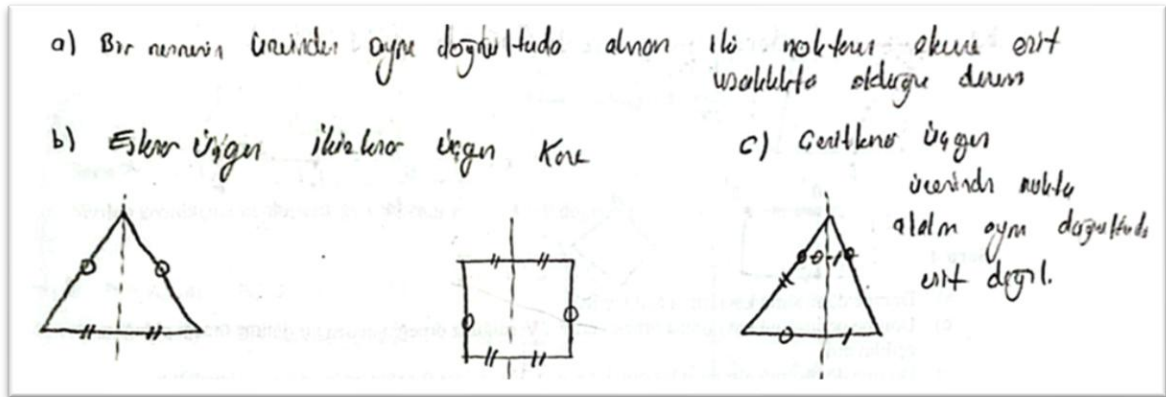
döndürme, çevirme ve kaydırma hareketidir. Kare simetriktir çünkü simetri eksenini vardır. Yamuk simetrik değildir çünkü simetri eksenini yoktur.”

Öğretmen adaylarının bir bölümünün yamuk şeklinin kesinlikle simetrik olmadığını düşünmesi matematiksel olarak yanlış bir yargıdır. Çünkü yamuk bir çift paralel kenara sahip dörtgendir. Bazı durumlarda simetrik olabilir. Öğretmen adaylarının her yamuk simetrik değildir ifadesi yerine “yamuk simetrik değildir” gibi bir genelleme yapması ikizkenar yamuğun varlığından dolayı hatalıdır. Ayrıca yamuğun simetrik olmadığını düşünme, öğretmen adayının alan bilgisinin de yamuğun tanımı açısından problemler olduğunu ortaya koymaktadır. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IB (simetri kavramını doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö1 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik tanımı ve verdiği örnekler şu şekildedir: “Simetri, bir cismin ya da şeklin bir doğruya veya noktaya göre yansımalarının alınmasıdır. Daire, merkezinden geçen herhangi bir doğruya göre simetriktir basitçe birbiri üzerine katlayarak da gözlemleyebiliriz. Paralelkenar sıkça karıştırılmakla birlikte herhangi bir simetri eksenini yoktur”. Ö1 tarafından yapılan açıklama incelendiğinde simetri kavramının fiziksel ve görsel bir işlemle ilişkilendirilerek sadece katlamaya ya da doğruya göre simetri uygulamalarına odaklandığı belirlenmiştir. Bu nedenle sunduğu simetri tanımı kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Ayrıca dairenin sonsuz sayıda simetri eksenini olduğunu ifade etmesine rağmen matematiksel anlamda zayıf bir açıklama yapmıştır. Çünkü öğretmen adayı bir daireyi bir eksenle ikiye bölme ya da katlama yöntemiyle simetrik olduğunu görsel olarak açıklamıştır. Oysa daire hem eksene göre yansıma hem de merkez etrafında simetri özelliği taşır. Şeklin her noktası merkeze eşit uzaklıkta olduğu için simetrik yapı kazanır. Öğretmen adayının tanımı bu nedenle kısmen doğru kategorisinde değerlendirilmiştir. Paralelkenarın simetri eksenini olmadığını belirtmiş ancak nedenini farklı kavramlarla ilişkilendirilerek ifade edememiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIA (simetri kavramını kısmen doğru açıklama, doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Benzer şekilde Ö25 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Bir nesnenin üzerinden aynı doğrultuda alınan iki noktanın eksene eşit uzaklıkta olduğu durum. Eşkenar üçgen, ikizkenar üçgen, kare

simetriktir. Çeşitkenar üçgen üzerinden aynı doğrultuda noktalar aldığımızda eksene eşit uzaklıkta değil”. Ö25 tarafından yapılan simetri tanımı incelendiğinde öğretmen adayının “nesnenin üzerinden aynı doğrultuda alınan iki nokta” ifadesi ile simetri kavramını sadece şeklin simetrik olup olmama durumu olarak ele aldığı belirlenmiş bu nedenle tanımı kısmen doğru kabul edilmiştir. Simetri için “aynı doğrultuda iki noktanın eşit uzaklıkta olması” tanımı sadece yansıma simetrisinin yönünü ifade etmektedir. Ayrıca “üzerinden aynı doğrultuda nokta almak” ifadesi matematiksel olarak belirsiz bir ifadedir. Öğretmen adayı simetri kavramını, sadece “eşit uzaklıktaki noktalar” ifadesiyle kısıtlanmaktadır. Simetrik olan şekillere doğru örnekler vermiş ancak nedenini açıklamamıştır. Simetrik olmayan geometrik şekle ise çeşitkenar üçgen örneğini vermiş üçgen üzerinden aynı doğrultuda iki nokta alıp üçgen üzerine çizdiği eksene uzaklıklarının farklı olduğunu belirtmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIA (simetri kavramını kısmen doğru açıklama, doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö25’in verdiği yanıt Şekil 4.1’de sunulmuştur.



Şekil 4.1: Ö25 simetri yanıtı

Ö9 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Bir şeklin noktaya, doğruya, orijine göre simetrisi olarak yapılabilir. Simetri bir şeklin koordinat eksenine göre yansıtılması olarak da düşünülebilir. Eşkenar üçgen simetriktir, iki köşesinden geçen doğru şekli düzgün böler. Eşkenar altıgen simetriktir, altıgeni iki noktada kesen herhangi bir doğru şekli düzgün böler. Kare simetriktir, karenin üzerindeki doğru eş böler. Dikdörtgenin köşegeni dikdörtgeni eş bölemez. Dikdörtgeni köşegeninden katladığımızda tam denk gelmez”.

Ö9 tarafından yapılan simetri tanımı incelendiğinde simetriyi; noktaya, doğruya orijine ve koordinat eksenlerine göre yansıma alınması olarak tanımladığı ve açıklamasının matematiksel olarak zayıf kaldığı belirlenmiştir bu nedenle sunduğu simetri tanımı kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Verdiği simetrik şekiller olan eşkenar üçgen, eşkenar altıgen ve kare örnekleri doğrudur ancak nedenini açıklarken hatalı açıklamalar yaptığı belirlenmiştir. Eşkenar üçgenin simetrik olma nedenini, iki köşesinden geçen doğrunun şekli düzgün böleceğinden bahsetmiştir. Üçgenlerin iki köşesinden geçen doğru üçgenin kenarı ile çakışık olacağından şekli bölmeyecektir. Eşkenar altıgen örneğinde, öğrencinin düzgün altıgen şeklinden bahsettiği kabul edilmekle beraber şeklin simetrik olma nedenini açıklarken herhangi bir koşula dayandırmadan şekli iki noktada kesen doğrunun şekli düzgün böleceğini ifade etmiştir. Ö9'un düzgün altıgeni kastettiği kabul edilse bile altıgeni iki noktada kesen herhangi bir doğru, şekli simetrik iki eş parçaya bölmeyecektir. "Altıgeni iki noktada kesen herhangi bir doğru şekli düzgün böler" ifadesinde "herhangi bir doğru" ifadesi hatalıdır. Oysa altıgenin altı simetri ekseni vardır. Kare şeklinin simetrik olma nedenini açıklarken ise yine herhangi bir koşula dayandırmadan şeklin üzerindeki bir doğrunun şekli eş böleceğinden bahsetmiştir. Öğrencinin bu açıklamaları öğrencide, simetri ekseni her zaman şeklin içinden geçmelidir ve simetri ekseni yalnızca şekli iki eş parçaya bölen doğrudur (Leikin, Berman, & Zaslavsky, 2000) yanlışlarının varlığını göstermektedir. Simetrik olmayan geometrik şekillere ise dikdörtgen örneğini vermiş ve dikdörtgenin köşegeninin, şekli eş bölmeyeceğinden bahsetmiştir. Dikdörtgende köşegen, şekli eş alanlara böler. Öğrencinin açıklamasından yola çıkarak öğrencide, bir şeklin köşegenlerinin her zaman simetri ekseni olacağına yönelik hatalı düşüncenin olduğu görülmektedir. Bu doğrultuda öğrencinin verdiği yanıt IIB (simetri kavramını kısmen doğru açıklama, eksik ya da hatalı örnek verme, yetersiz açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö3 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımları şöyledir: "Simetri, geometrik şekillerin yatay-dikey eksenlere göre karşılığının çizilmesidir. Eşkenar dörtgen, kare simetriktir çünkü simetri eksenlerine sahiptirler. Yamuk simetrik değildir çünkü simetri ekseni yoktur". Ö3 tarafından yapılan simetri tanımı incelendiğinde simetri ekseninin sadece yatay veya dikey eksen olabileceğine yönelik kısıtlı algısı olduğu görülmektedir. Ayrıca öğretmen adayı simetri kavramını bu kavram yanlışlığına göre şekillendirmiştir (Karadeniz, Kaya & Bozkus, 2017). Simetriyi yatay ya da dikey eksenlere göre karşılığını çizme olarak tanımlamıştır. Açıklanan simetri tanımı bu nedenle kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Simetrik olan geometrik şekillere

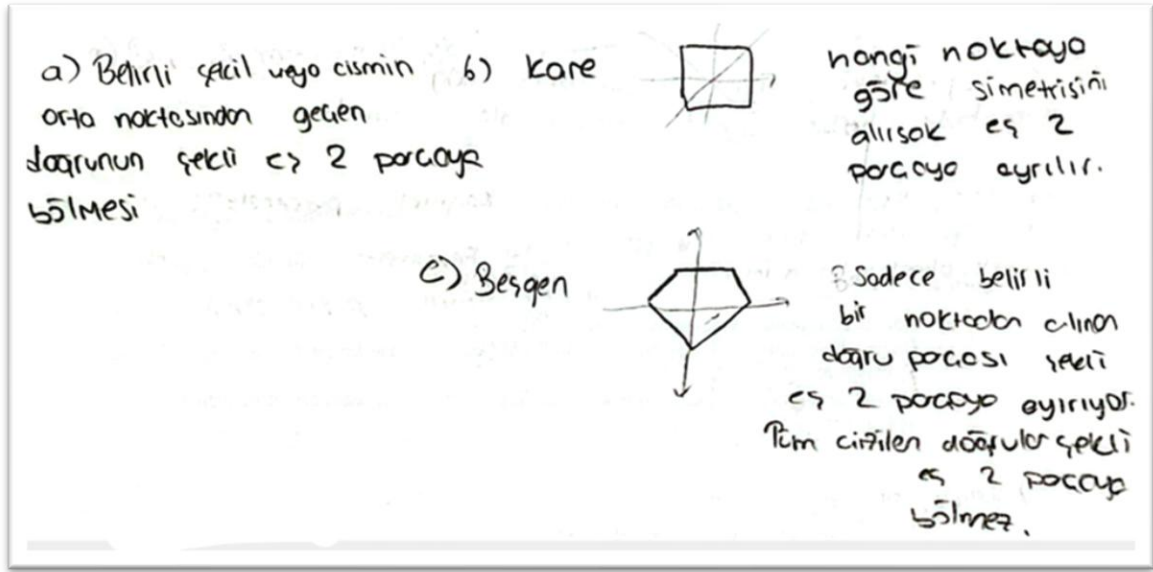
verilen örnekler incelendiğinde eşkenar dörtgen ve karenin simetri eksenine sahip oldukları için simetrik şekil olduğunu belirtmiştir. Ancak yapılan açıklamada matematiksel çeşitli kanıtlarla destekleme bulunmamaktadır. “Yamuk simetri eksenini olmadığı için simetrik olmayan şekillere örnektir” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklaması ikizkenar yamuk için geçerli olmadığından cevabı hatalıdır. Ö3 simetri tanımını kısmen doğru yapmış, simetrik olan şekillere doğru örnekler vermiş ancak açıklaması yetersiz kalmış ve simetrik olmayan şekillere de yamuk örneğini vererek hatalı örnek vermiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt kapsamında IIB (simetri kavramını kısmen doğru açıklama, eksik ya da hatalı örnek verme, yetersiz açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö7 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Belirli bir noktadan tuttuğunda şekillerin birbirinin üstüne tam şekilde çakışması. Eşkenar üçgen simetriktir, belli bir kenarın tam ortasından katladığımızda üst üste gelmektedir. Çeşitkenar üçgen simetrik değildir, belli bir noktadan katladığımızda hiçbir şekilde birbirini örtmüyor.” Ö7’nin simetriye yönelik tanımı incelendiğinde simetriyi şekli bir noktadan tuttuğunda birbirinin üzerine tam çakışması olarak ifade ettiği görülmüştür. Bir şeklin simetrik olmasını fiziksel ve görsel olarak açıklayan öğretmen adayı birbirinin üstüne tam şekilde çakışması ifadesini kullanmıştır. Bu bağlamda öğretmen adayının simetri tanımı yanlış olarak kabul edilmiştir. Simetrik olan ve olmayan geometrik şekillere doğru örnekler vermiştir. Nedenlerini ise belirli bir kenarın orta noktasından katladığımızda üst üste gelmesi olarak açıklamıştır. Bu cevabı ile öğretmen adayının, simetrinin sadece katlama yöntemiyle belirlenebileceğine dair hatalı bilgisi olduğu düşünülmektedir (Son, 2006). Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIIA (simetri kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve doğru örnekler verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö39 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Bir nesnenin birkaç bölümün aynı olduğunu açıklar. Kare, ikizkenar üçgen simetriktir. Tanımı sağlar. Dik yamuk simetrik değildir. Tanımı sağlamaz.” Ö39’un simetriye yönelik tanımı incelendiğinde simetriyi, herhangi bir koşula dayandırmadan nesnenin birkaç bölümünün aynı olması olarak ifade etmiştir. Öğrencinin bu tanımı matematiksel olarak yetersizdir. Ö39’un cevabı hatalı kabul edilmiştir. Simetri “aynılık” değildir. “Bir doğruya göre katlandığında iki parçanın üst üste gelmesi” veya yansıma, dönme ya da öteleme ile kendisiyle örtüşmesi anlamına gelir. “Birkaç bölümün aynı olması” ifadesi hatalıdır. Simetrik olan ve olmayan geometrik şekillere doğru örnekler vermiştir.

Ancak nedenlerini yetersiz olarak kabul edilen tanımına dayandırmıştır. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIIA (simetri kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve doğru örnekler verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö43 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve örneklerle ilişkin tanımları şöyledir: “Belirli şekil veya cismin orta noktasından geçen doğrunun şekli eş iki parçaya bölmesidir. Kare simetriktir, hangi noktaya göre simetrisini alırsak eş iki parçaya ayırır. Beşgen simetrik değildir, sadece belirli bir noktadan alınan doğru parçası şekli iki eş parçaya ayırıyor. Tüm çizilen doğrular şekli iki eş parçaya bölmez”. Ö43’ün yanıtı Şekil 4.2’de verilmiştir. Ö43’ün simetriye yönelik tanımı incelendiğinde simetri kavramını şeklin simetrik olması olarak ele aldığı ve bu düşüncesini şeklin orta noktasından geçen doğrunun şekli eş 2 parçaya bölmesi olarak açıkladığı görülmüştür. Bu tanımından hareketle öğretmen adayında; “bir şeklin merkezinden geçen her doğru simetri eksenidir” (Leikin, Berman, & Zaslavsky, 2000 ve “simetri eksenini yalnızca şekli iki eş parçaya bölen doğrudur” (Leikin, Berman, & Zaslavsky, 2000) yanılgılarının olduğu görülmektedir. Öğretmen adayının simetri kavramına yönelik tanımı hatalı kabul edilmiştir. Simetrik olan geometrik şekle doğru örnek vermiş ve nedenini yapmış olduğu simetri tanımına dayandırmıştır. Simetrik olmayan geometrik şekle ise beşgen örneğini vermiş ve nedenini sadece belirli bir noktadan alınan doğru parçasının şekli iki eş parçaya ayırdığından, tüm doğruların bunu sağlamayacağından bahsetmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIIB (simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme) kategorisinde değerlendirilmiştir.

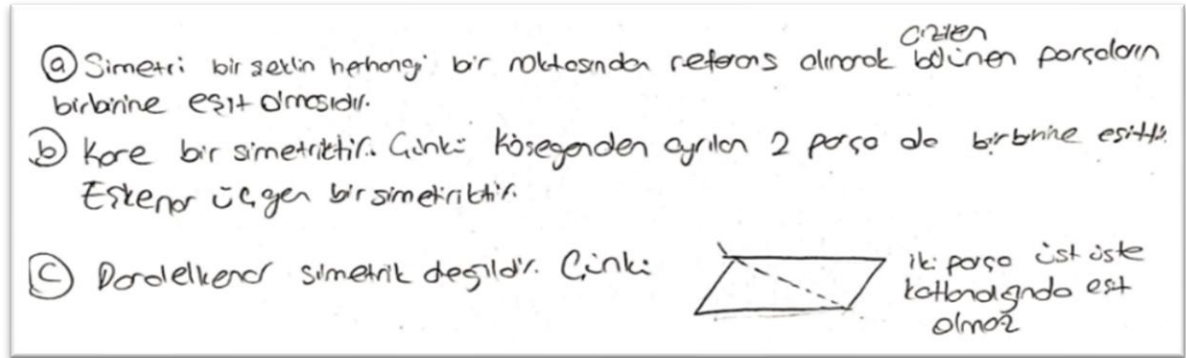


Şekil 4.2: Ö43 simetri yanıtı

Ö47 kodlu öğretmen adayının simetri kavramına yönelik açıklaması ve örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Simetri: geometrik şeklin kendi üzerinde bir doğru ile kesildiğinde oluşan 2 parçanın birbirine eş olması durumudur. Çember, eşkenar üçgen, kare örnek verilebilir. Çünkü simetri eksenleri üzerlerinde olan şekiller simetriktir. Dik üçgen, dik yamuk simetrik değildir. Şeklin üzerinde kendini 2 eş parçaya ayıran bir doğru çizemeyiz”. Ö47’nin simetri kavramına yönelik tanımı incelendiğinde simetriyi, hiçbir koşula dayandırmadan şeklin üzerinde bulunan bir doğruyla kesilmesi sonucu elde edilen parçaların eş olması olarak ele aldığı görülmüştür. Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde simetriyi tanımlarken “kendi üzerinden bir doğru ile kesme” ifadesini kullandığı görülmektedir. Simetri kesme değil katlama, yansıtma işlemidir. Simetri, bir şeklin bir doğruya göre katlandığında ya da yansıtıldığında, parçaların birbiri üzerine çakışması durumudur. Ayrıca “şeklin simetri ekseninin şeklin üzerinde olması” ifadesi de matematiksel olarak eksiktir. Şekil değil şeklin parçaları simetri eksenine ile ilişkilidir. Öğretmen adayı “dik üçgen ve dik yamuk simetrik değildir” ifadesini kullanmıştır. Oysa dik üçgen, ikizkenar olduğu durumlarda simetriktir. Öğretmen adayı özel durumları fark edememektedir. Ö47 bu cevabı ile simetri kavramını, şeklin simetrik olması olarak ele aldığı belirlenmiş ve “şeklin üzerinden bir doğru ile kesilmesi” açıklaması ile “simetri eksenine her zaman şeklin içinden geçmelidir” yanılgısına sahip olabileceği düşünülmektedir (Leikin, Berman, & Zaslavsky, 2000). Simetri; şeklin, dışından geçen bir doğruya göre yansıtılmasıyla da gerçekleşebilir. Simetri ekseninin şeklin içinden geçmesi gerekmez örneğin A(3, 2) noktası ile A'(-3, 2) noktası $x=0$ doğrusuna göre simetriktir. Öğretmen adayı, simetri ekseninin şeklin içinden

geçmesi konusunda kısıtlı bir algıya sahiptir. Bu düşüncesini verdiği örneklere ilişkin açıklamalarında da sürdürmektedir. Simetrik olan geometrik şekillere doğru örnekler vermiş ve simetrik olma nedenlerini “simetri eksenleri üzerlerinde olan şekiller simetriktir” olarak açıklamıştır. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIIB (simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme) kategorisinde değerlendirilmiştir.

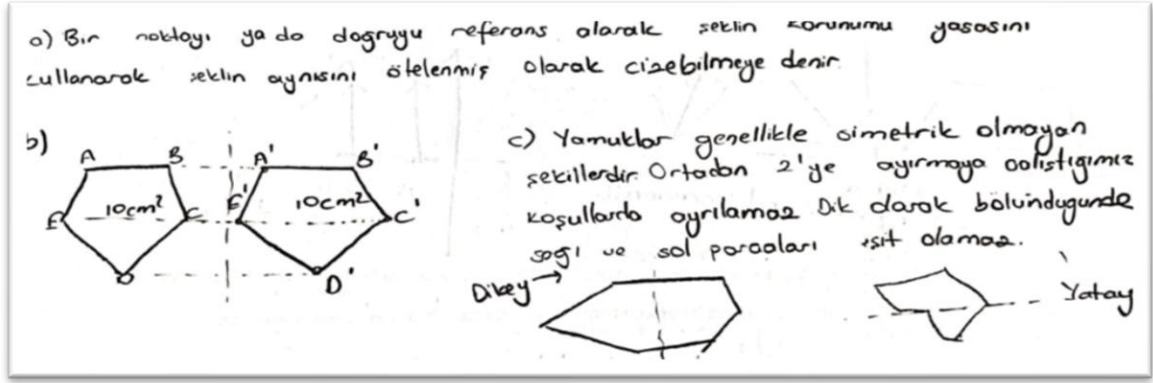
Ö31 kodlu öğretmen adayının simetri tanım ve örnekleri Şekil 4.3’te sunulmuştur.



Şekil 4.3: Ö31 simetri yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde “simetri bir şeklin herhangi bir noktasından referans alarak çizilen, bölünen parçaların eşit olması” ifadesini kullandığı görülmektedir. Bu açıklama matematiksel olarak eksiktir. Simetri eksenini bir doğrudur, rastgele bir nokta değildir. Kare ise köşegenlere göre simetrik olmasına rağmen simetri eksenleri köşegenler ile sınırlı değildir. Paralelkenar köşegenlere göre doğrusal simetrisi olmayan bir şekildir. Ancak rotasyonel simetrisi vardır. Rotasyon simetrisi; bir noktaya olan uzaklık korunurken aynı motifin bir yön boyunca tekrarlanması olarak tanımlanmaktadır (Çeziktürk-Kipel, 2015). Bu nedenle öğretmen adayının paralelkenar için “paralelkenarın doğrusal simetrisi yoktur, dönme simetrisi ya da rotasyonel simetrisi vardır” açıklamasını yapması gerekmektedir. Ayrıca bir şeklin simetrik olup olmadığını incelemek için köşegenlerinin şekli iki eş parçaya ayırması gerektiğini ifade etmektedir. Örneğin kare köşegenlere göre simetriktir. Ancak farklı eksenler de kare için simetri eksenleri olabilir. Bu nedenle açıklama ve tanımlar eksiktir.

Ö19 kodlu öğretmen adayının simetri tanımı örnekleri üzerine açıklaması Şekil 4.4’te sunulmuştur.



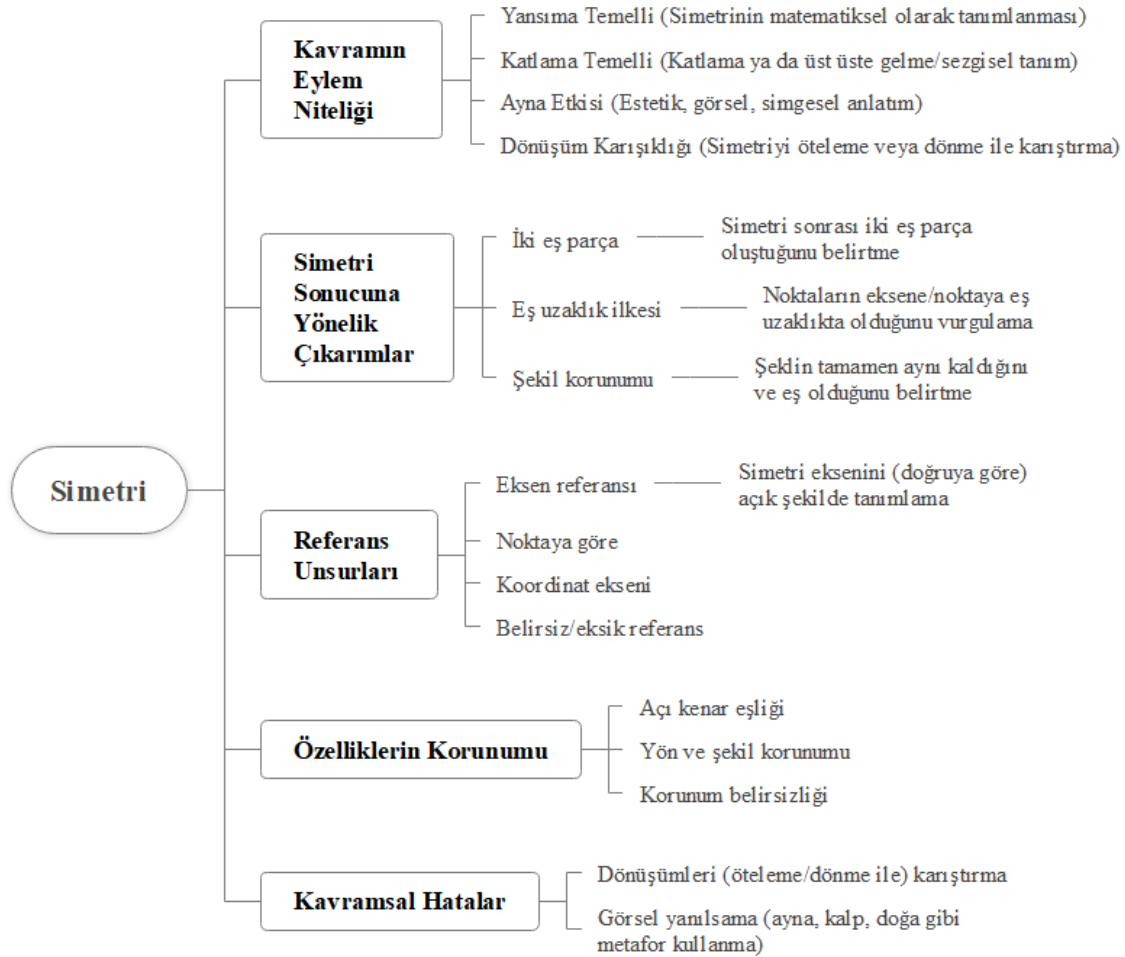
Şekil 4.4: Ö19 simetri yanıtı

Ö19 kodlu öğretmen adayının simetri tanımı incelendiğinde simetri kavramını, şeklin özelliklerini koruyarak ötelenmesi olarak ele aldığı, simetrik olan geometrik şekil örneğinde de şeklin köşelerini isimlendirmesinden yola çıkarak bu tanımına yönelik örnek verdiği belirlenmiştir. Simetrik olmayan şekil örneğine yönelik açıklamasında şeklin simetrik olmamasını, şekli ortadan ikiye ayırdığımızda oluşan parçaların birbirine eş olmayacağı olarak açıklamıştır. Bu doğrultuda öğretmen adayında “Simetri eksenini yalnızca şekli iki eş parçaya bölen doğrudur” (Leikin, Berman, & Zaslavsky, 2000) yanılığı bulunmaktadır. Simetri sadece bir bölme değil, çakışma ile ilgilidir. Ayrıca öğretmen adayı “ortadan ikiye ayırdığımızda, bu koşullarda (yamuk) ayrılamaz. Dik olarak bölüldüğünde sağ ve sol parçaları eşit olmaz” ifadesi ile simetri eksenini kavramını; şekli fiziksel olarak ikiye bölme, iki eş parça oluşturmaya indirgenmiştir. Bunun yanında öğretmen adayı simetri kavramı ile öteleme kavramını karıştırmıştır. Simetriyi şekli taşıyıp kopyalamak olarak açıklamıştır. “Şekli ortadan ikiye bölen doğru olarak simetri eksenini tanımlaması ve kullanması da hatalıdır. Simetri eksenini her zaman ortadan geçmek zorunda değildir. Yamuklar genelde simetrik değildir ifadesi ile ikizkenar yamuğu göz ardı etmiştir.

Öğretmen adaylarının simetri kavramına yönelik cevapları incelendiğinde çoğunun kısmen de olsa simetri tanımını ifade edebildikleri ve simetrik/simetrik olmayan geometrik şekillere yönelik uygun olan ve olmayan durumlara genellikle doğru örnekler verdikleri belirlenmiştir. Simetri kavramı ve örnekleri incelendiğinde kavrama genel olarak doğru değinilmesine rağmen günlük yaşam örnekleriyle veya informal özellik açıklamalarıyla sınırlı kalındığı ve “kendi üzerinden geçen bir doğru ile kesildiğinde oluşan parçaların eş olması”, “şeklin aynısının diğer tarafta olması” gibi simetriyi sezgisel düzeyde açıklayan ifadeler kullanıldığı görülmüştür. Ancak tanımlarda “bir şeklin ya da cismin kendi

özelliklerini değiştirmeden yeni bir yapı oluşturması ve oluşan bu yapının asıl şekille eş olması” gibi ifadeler kullanılarak simetrinin özelliklerine yeterince değinilmediği belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının simetri kavramına yönelik açıklamaları incelendiğinde elde edilen betimsel içerik analizi sonuçları Şekil 4.5’te verilmiştir.



Şekil 4.5: Öğretmen adaylarının simetri tanımlarına yönelik betimsel içerik analizi

Öğretmen adaylarının simetri kavramına yönelik açıklamalarına ilişkin betimsel içerik analizinde beş kategori altında kodlar tespit edilmiştir. Kavramın eylem niteliği, öğretmen adaylarının kavramı nasıl bir işlem olarak gördüğünü ortaya koymaktadır. Tanımların önemli bir bölümü yansıma temellidir. Adayların üçte biri “bir şeklin bir doğruya veya noktaya göre yansıması” biçiminde simetriyi tanımlamıştır. Bununla birlikte adayların bazıları simetriyi katlama, üst üste gelme ile tanımlamıştır. Bu tip açıklamalar kavramın görsel boyutta algılandığını göstermektedir.

Bazı adaylar ayna etkisi ya da görsel uyum bağlamında simetriyi tanımlamıştır. Bu tip tanımların matematiksel niteliği bulunmamaktadır. Ayrıca pek çok öğretmen adayı simetriyi, öteleme ve dönme gibi diğer dönüşümlerle karıştırmaktadır. Bu bulgu kavramlar arasında ayırmda sorunlar olduğunu göstermektedir. Genel olarak adaylar simetriyi eylemsel olarak tanımlamaktadırlar. Simetri kavramlara ilişkin açıklamaların büyük bir kısmı, simetri sonucunda oluşan şeklin matematiksel ve geometrik durumuna ilişkin bilgiler içermektedir. En çok simetri doğrusunun şekli iki eş parçaya ayırması, bu parçaların birbirinin yansıması olması veya üst üste çakışması üzerine durulmuştur. Bazı adaylar “üst üste çakışma”, “aynı görünme” gibi ifadeler kullanmışlardır. Bu ifadeler simetri sonucunda oluşan özellikleri veya durumu, sezgisel düzeyde aktarmaktadır. Sınırlı sayıda adayının “aynı şeklin farklı konumda olduğu” ve “görüntünün tekrarlandığı” gibi ifadeler kullandığı, bu durumun simetri ile dönme ya da ötelemenin karıştırıldığını ortaya koyduğu görülmektedir. Genel olarak adayların eşlik ilkesini doğru anladığı ancak matematiksel ifadede eksiklikler olduğu belirlenmiştir.

Belirlenen diğer tema “referans unsurları”dır. Simetri kavramına ilişkin yanıtların çoğunda dönüşümün gerekçelendirilmesi için referans unsurlarının kullanıldığı görülmüştür. Bu referans unsurları “doğru (eksen), nokta” şeklinde açıklanmıştır. Öğretmen adayları “bir noktaya göre yer değiştirme”, “aynı uzaklıkta yansıma”, “eksene göre katlama”, “doğruya göre yansıma” ifadelerini referans olarak kullanmışlardır. Ayrıca simetri doğrusu, simetri eksenini, referans noktası kavramlarını da kullanmışlardır. Ancak bazı adaylar referans unsurlarından bahsetmemiş sadece katlama, yansıtma gibi fiziksel ya da sezgisel açıklamalar yapmışlardır. Bazı açıklamalarda “orta nokta”, “şeklin ortası”, “şekli bölen çizgi” gibi informal ifadelere yer vermişlerdir. Az sayıda aday ise “koordinat düzlemi”, “x, y eksenini” kavramlarını referans için kullanmayı tercih etmiştir. Elde edilen bulgular çoğu adayın simetri kavramını açıklamak için referans unsurlarının gerekliliğinin farkında olduğunu ancak açıklamalarındaki ifadelerin matematiksel olarak eksik ya da yetersiz olduğu görülmüştür.

Adayların simetri kavramını açıklarken en çok vurguladıkları temalardan birisi de “özelliklerinin korunumu”dur. Simetri kavramını açıklarken “eş olma”, “aynısı”, “üst üste gelme”, “eş parça”, “aynı açı ve kenar” gibi ifadeler kullanarak şeklin açı, kenar uzunluğu ve biçimsel özelliklerinin korunduğunu ifade etmişlerdir. Bazı adaylar simetriyi eşlik kavramı ile ilişkilendirilmiş, “eş şekil oluşturma”, “aynı özellikte iki parça elde etme”,

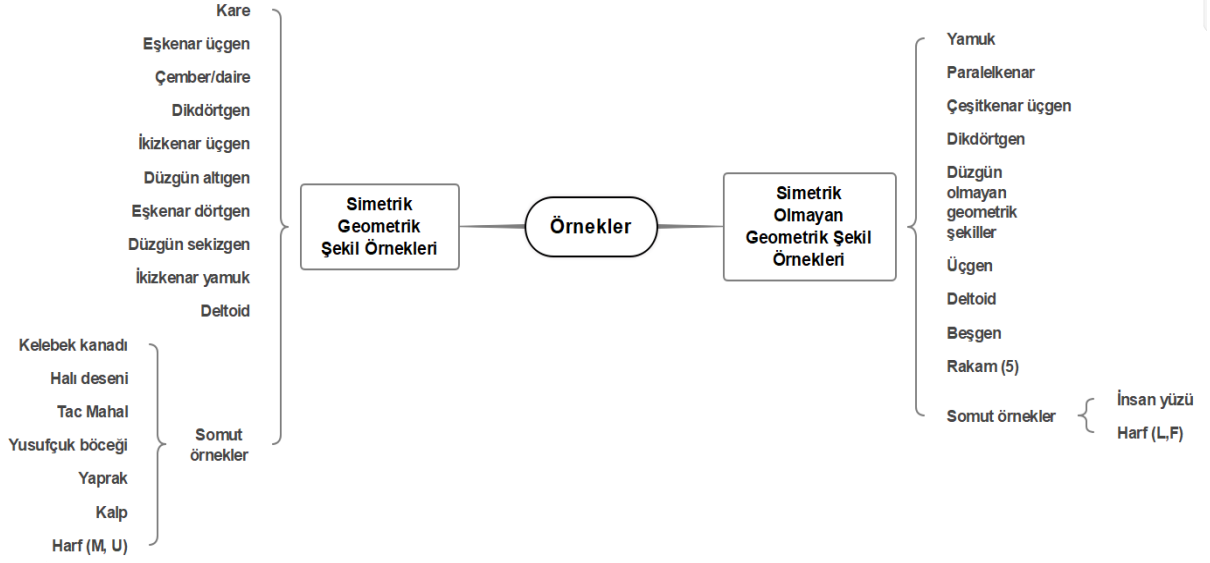
“şeklin görüntüsünün değişmemesi” gibi tanımlarla şeklin geometrik yapısında değişmeyen özellikleri vurgulamışlardır. Ancak bazı adaylar simetri sonucunda şeklin “yönü değişmez”, “konumu sabit kalır” ifadelerini kullanmışlardır. Bu bulgu adayların bazılarının konum ve yön gibi özelliklerin korunduğunu düşündüğünü göstermektedir.

Genel olarak adayların çoğu simetri sonucunda oluşan şeklin veya parçaların orijinal şekil ile aynı özellikler taşıması gerektiğini ifade etmiş ancak matematiksel açıklamaları yetersiz kalmıştır.

Simetri kavramına yönelik elde edilen “kavramsal hatalar” teması, diğer dönüşümlerle simetrisinin karıştırılması ile kendisini göstermiştir. Örneğin simetriyi “şeklin yönü değişmeden yer değiştirmesi” ya da “şeklin ötelenmesi” şeklinde tanımlamışlardır. Bu açıklamalar diğer dönüşümlerle simetriyi karıştırdıkları göstermektedir. Ö5 tarafından yapılan “simetri bir şeklin düzlem üzerinde yönü değişmeden yerini değiştirmedir” ifadesi, açık şekilde öteleme ile simetri dönüşümünün karıştırıldığını göstermektedir. Ayrıca bazı adaylar simetriyi döndürme veya çevirme hareketi olarak tanımlamıştır. Tüm bulgular bazı adayların simetri kavramını açıklarken dönüşüm geometrisinin alt kavramları arasında ayırım yapmakta zorlandığını göstermektedir.

Sonuç olarak adayların simetri kavramına yönelik açıklamalar, genel olarak sezgiye ve şekil özelliklerine dayalı bir anlayış olduğunu göstermektedir. Tanımların matematiksel açıklamaları, yüzeysel ve kavramsal bütünlükten uzaktır. Yapılan tanımların eksen, eşlik, yansıma kavramlarını içeren kavramsal tanım, katlama ya da yapılan fiziksel hareketi görme üzerine temellenen deneyimsel tanım, sadece şekil ya da nesne ifade edilen örneklerle tanımlama, estetik ya da benzetmeler kullanılarak yapılan görsel-analojik tanım biçiminde gruplandığı görülmüştür.

Tanım biçimleri incelendiğinde yanıtların yaklaşık yarısının, örneğe dayalı olduğu; en az kavramsal tanımların bulunduğu tespit edilmiştir. Bu durum adayların genelde matematiksel dili yeterli kullanmadan, şekil örnekleri ile ilişkilendirerek simetri kavramını ifade ettiklerini dönüşümsel ve analitik yönüyle simetri kavramının açıklamalarının yetersiz olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının simetrik olan ve olmayan geometrik şekil örneklerine yönelik verdikleri örneklerinden elde edilen kodlar Şekil 4.6’da verilmiştir.



Şekil 4.6: Öğretmen adaylarının simetri kavramına yönelik örnekleri

Öğretmen adaylarının simetrik olan ve olmayan geometrik şekillere ilişkin verdikleri yanıtlar incelendiğinde simetrik şekillere en çok kare, eşkenar üçgen, çember/daire, dikdörtgen, ikizkenar üçgen ve düzdüen altıgen örneklerini verdikleri görülmüştür. Bunların yanında bazı öğretmen adaylarının simetrik geometrik şekillere yönelik olarak kelebek kanadı, yusufçuk böceği, harf gibi öğretimsel süreçte kullanılan somut örnekler verdiği belirlenmiştir.

Simetrik olmayan geometrik şekillere ise yoğunlukla yamuk, paralelkenar ve çeşitkenar üçgen örneklerini vermeyi tercih etmişlerdir. Ayrıca dikdörtgen, deltoid, beşgen gibi verdikleri hatalı örneklerde şekillere tek bir noktadan yaklaşmışlar ve şeklin simetrik olmadığını ifade etmişlerdir. Bunların yanında, simetrik olmayan şekillere insan yüzü ve harf gibi somut örnekler vermişlerdir.

Öğretmen adaylarının açıklamaları doğrultusunda simetri konusuna ilişkin alan bilgilerinin temel düzeyde olduğu ve çeşitli kavram yanılgılarını içerdiği görülmüştür. Yapılan açıklamalarda “iki eş parçaya bölünme”, “ortadan ayırma” gibi simetri kavramı tanımlanmıştır. Simetri, fiziksel bölme işlemi olarak tanımlanmıştır. Oysa simetri bir şeklin doğruya ya da noktaya göre yansıtıldığında ilk şekil ile çakışması yani eşlik içeren bir kavramdır.

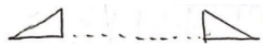
Öğretmen adaylarının bazıları simetri ekseninin mutlaka şeklin içinden geçmesi gerektiğini düşünmekte, yazları ise öteleme ya da dönme ile simetri kavramını karıştırmaktadır. Ayrıca genelde doğrusal simetriye odaklanmakta, rotasyonel (dönel) simetriyi ya da nokta simetrisine yönelik bilgi eksiklikleri bulunmaktadır. Örneğin hiçbir öğretmen adayı paralelkenarın rotasyonel simetriye sahip olduğuna yönelik açıklama yapmamıştır.

Alan ilgisi ölççeğinde öğretmen adaylarına yöneltilen öteleme kavramına yönelik ikinci soruda öteleme kavramının açıklanması, ötelemeye yönelik örnek olan ve olmayan durumlara örnek verilmesi istenmiştir. Ayrıca verilen bu örneklere yönelik matematiksel açıklamaların yapılması istenmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar “öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)”, “öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)” ve “öteleme kavramını açıklayamama, yanlış tanım (III)” kategorileri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Belirlenen kod ve kategorilere yönelik yanıtların örnekleri Tablo 4.2’de sunulmuştur.

Tablo 4.2: Öteleme kavramına yönelik yanıtlara ait kategori ve kod örnekleri

Kategori	Kod	Öteleme kavramı tanımı	Kavrama uygun örnek	Kavrama uygun olmayan örnek
Öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)	Öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama (IA)	Bir noktanın veya cismin bir eksen boyunca şekli, yönü, boyutu korunarak ilettilmesidir. (Ö21)	Bir üçgenin x ekseninde 3 birim ilettilmesi. Üçgenin şekli, yönü, boyutu korunur.	Bir üçgenin orijin etrafında 90° döndürülmesi, üçgenin yönü değişmiştir.
	Öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama (IB)	Verilen şeklin özelliklerini koruyarak belli bir doğrultu ve yönde yapılan hareketler (Ö41)	A(2,3) noktasını x doğrultusunda 2 birim öteleme	Tüm şekillere öteleme dönüşümü yapabiliriz.

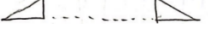
Tablo 4.2 (devam)

Kategori	Kod	Öteleme kavramı tanımı	Kavrama uygun örnek	Kavrama uygun olmayan örnek
Öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)	Öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama (IIA)	Bir cismin ya da şeklin belli bir yönde belli miktarda ilerletilmesidir. Öteleme sonucu oluşan şekil ilk şekle eşittir. Yani şeklin özellikleri korunur.(Ö1)	Bir yolda arabanın 20 metre ilerlemesi. Araba ötelense de yönü ve şekli değişmez sadece ilerlemiş olur.	 <p>üçgen ötelenirken yönü değişmiştir.</p>
	Öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama (IIB)	Bir geometrik şeklin veya noktanın bir düzlem üzerinde bulunduğu konumdan (başlangıç noktası) başka bir konuma belli başlı yönlerde doğru hareket etmesi (Ö16)	Bir bayrağın yukarı doğru hareket etmesi. Bayrağın başlangıç noktasından belli bir yöne doğru ötelenmesi bulunmaktadır.	Bir halı deseninde aslında aynı şekil aynı hizada biraz daha ileride bulunmaktadır ancak simetrisi alınmış bir şekilde olduğu için şeklin durumu değiştiğinden ötelemeye girmemektedir.
Öteleme kavramını açıklayamama, yanlış tanım (III)	Öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama (III A)	Bir cismin sağa, sola, yukarı, aşağı ötelenerek cismin şeklinde herhangi bir değişme görülmeden yeni bir cisme dönüşmesidir. (Ö31)	Tuğlalarla örülmüş duvar.	-

Tablo 4.2 (devam)

Kategori	Kod	Öteleme kavramı tanımı	Kavrama uygun örnek	Kavrama uygun olmayan örnek
Öteleme kavramını açıklayamama, yanlış tanım (III)	Öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama (IIIA)	Bir şekli belirli bir yön ve doğrultuda kaydırma işlemidir. (Ö34)	Bir kareyi 2 birim sağa kaydırmak bir öteleme örneğidir. Çünkü karenin şekli değişmez, baktığı yön değişmez sadece kaydırılır.	-
	Öteleme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme (IIIB)	Bir nesneyi a noktasından b noktasına taşımaktır. (Ö22)	Bir aracın a şehrinden b şehrine gitmesi buna örnektir.	-

Öğretmen adaylarının öteleme kavramına yönelik açıklama ve sunduğu örneklere ilişkin elde edilen veriler incelendiğinde %1,8'inin "öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama" (IA), %5,4'ünün "öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama (IB), %51,8'inin "öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama – doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama (IIA)", %30,4'ünün "öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama (IIB), %10,7' sinin "öteleme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme (IIIB)" kategorilerinde yer aldığı; "öteleme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve doğru örnekler verme, kısmen doğru açıklama (IIIA)" kategorisinde ise herhangi bir yanıtın yer almadığı belirlenmiştir.

Ö1 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Bir cismin ya da şeklin belli bir yönde belli miktarda ilerletilmesidir. Öteleme sonucu oluşan şekil ilk şekle eşittir. Yani şeklin özellikleri korunur. Bir yolda arabanın 20 metre ilerlemesi. Araba ötelense de yönü ve şekli değişmez sadece ilerlemiş olur.  üçgen ötelenirken yönü değişmiştir”. Ö3 tarafından yapılan öteleme dönüşümü tanımı incelendiğinde şeklin belirli yönde yer değiştirmesi, dönüşüm sonucu şeklin değişmemesi ve özelliklerini koruduğu açıklanarak öteleme dönüşümünün özelliklerine değinilmiştir. Ancak “belirli bir yönde belirli bir miktar ilerleme” ifadesi öteleme için uygun olsa da eksiktir. Tanımda “doğrultu boyunca” ifadesinin kullanılması gerekmektedir. Çünkü öteleme, düzlemdeki her noktanın aynı doğrultu ve uzaklıkta yer değiştirmesidir (Yavuz, Kepceoğlu & Kaya, 2020; Boulter & Kirby, 1994). Öteleme matematiksel olarak vektörle de tanımlanabilir. Öteleme dönüşümü kavramına örnek olarak arabanın yolda ilerlemesi gibi somut bir örnek, öteleme dönüşümü olmayan örneğe ise şeklin yönünün değiştiği için öteleme olmayacağı açıklamasıyla birlikte ötelenmiş ama yönleri farklı iki üçgen vermiştir. Bu bağlamda öğretmen adayının verdiği yanıt IIA (kavramaya yönelik matematiksel olarak kısmen doğru tanım yapma, doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

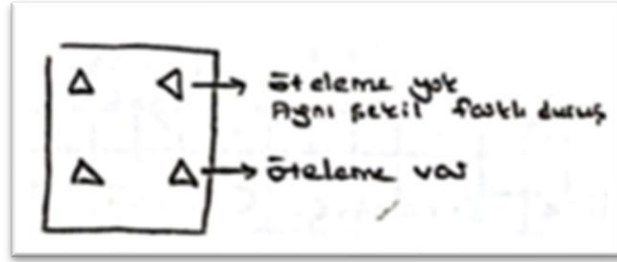
Ö43 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Cismin yön veya şeklini değiştirmemek suretiyle konumunda değişim yapmaktır. Eş büyüklükteki tren vagonları ötelemeye örnektir. Vagonların şekil, büyüklük , yön doğrultusu birebir aynıdır. Bir oda düşünelim, odanın içindeki karşılıklı pencereler. Pencerelerin kolunun biri sağa diğeri sola bakıyor. (karşılıklı olmalarından dolayı) not1: pencereler birebir aynıdır. not 2: pencereler yan yana olsaydı öteleme olacaktı”. Ö43 tarafından yapılan öteleme dönüşümü tanımı incelendiğinde şeklin yönünün ve şeklinin değiştirilmemesi koşuluyla konumunda değişim yapılması olarak tanımladığı görülmüştür. Öteleme dönüşümü özelliklerinden: şeklin yer değiştirmesi ve özelliklerini korumasından bahsetmiştir. Ancak her noktanın aynı doğrultu ve aynı uzaklıkta taşınması olan öteleme için vektörel hareket boyutu ihmal edilmiştir. Öteleme kavramına örnek olarak tren vagonlarını örnek verip nedenini yaptığı tanıma dayandırmıştır. Öteleme kavramına örnek olmayan durum için ise bir oda planındaki karşılıklı pencereleri örnek vermiş ve nedenini pencere kollarının ters yönlerde bakıyor olması olarak açıklamıştır. Ayrıca pencerelerin yan yana olması durumunda öteleme örneği olacağından ve verdiği örnekte pencerelerin birebir aynı

olmasından bahsetmiştir. Eğer iki pencere aynı doğrultuda, aynı yönde, eşit uzaklıkta yerleştirilmiş ise bu durum da öteleme olur. Ancak kullanılan “yan yana” ifadesi net değildir. Bu nedenle öğretmen adayının verdiği yanıt IIA (kavramaya yönelik matematiksel olarak kısmen doğru tanım yapma, doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö2 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Bir cismin yön ve şekil değiştirmeden yer değiştirmesidir. Bir arabanın düz bir yolda 10 m ilerlemesi ötelemedir. Arabanın şekli ve yönü değişmiştir. Bir çocuğun, bir camın 2 tarafından cama doğru bakması öteleme değildir. Çünkü yönü değişmiştir.”. Ö2 tarafından yapılan öteleme tanımı incelendiğinde Ö43 kodlu aday gibi öteleme dönüşümü özelliklerinden: şeklin yer değiştirmesi ve özelliklerini korumasından bahsetmiştir. Ancak matematiksel olarak kritik önem taşıyan aynı doğrultu ve aynı uzaklıktan bahsedilmemiştir. “Yer değiştirme” genel bir ifadedir. Dönme, yansımada da bu ifade yer alabilir. Tanım kısmen doğrudur. Öteleme dönüşümüne, arabanın düz bir yolda ilerlemesi örneğini vermiş ancak arabanın şeklinin ve yönünün değiştiğinden bahsetmiştir. Cismin şeklinin ve yönünün değişmesi öteleme dönüşümü özelliklerine aykırı olduğundan verdiği örnek hatalı kabul edilmiştir. Öteleme olmayan durum örneği ise bir çocuğun camın iki tarafından cama bakmasının bir öteleme olmayacağından bahsetmiştir. Vermiş olduğu örnek öteleme olmayan bir örnek olup doğru kabul edilmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIB (öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö41 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Verilen şeklin özelliklerini koruyarak belli bir doğrultu ve yönde yapılan hareketler. A(2,3) noktasını x doğrultusunda 2 birim öteleme. Tüm şekillere öteleme dönüşümü yapabiliriz.”. Ö41’in açıklaması incelendiğinde Ö2 kodlu öğrenci gibi öteleme dönüşümü özelliklerinden: şeklin yer değiştirmesi ve özelliklerini korumasından bahsettiği için tanımı doğru kabul edilmiştir. Öteleme dönüşümüne örnek olarak koordinat düzleminde bir noktanın ötelenmesi örneğini vermiş, öteleme olmayan duruma yönelik olarak açıklamasında tüm şekillere öteleme dönüşümü yapılabileceğinden bahsetmiştir. Öteleme olmayan duruma örnek vermemiştir. Bu nedenle öğretmen adayının yanıtı IB (öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö16 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Bir geometrik şeklin veya noktanın bir düzlem üzerinde bulunduğu konumdan (başlangıç noktası) başka bir konuma belli başlı yönlerde doğru hareket etmesi. Bir bayrağın direkte yukarı doğru hareket etmesi. Bayrağın başlangıç noktasından belli bir yöne doğru ötelenmesi bulunmaktadır. Bir halı deseninde aslında aynı şekil aynı hizada biraz daha ileride bulunmaktadır ancak simetrisi alınmış bir şekilde olduğu için şeklin durumu değiştiğinden ötelemeye girmemektedir.”. Öğretmen adayının yanıtı Şekil 4.7’de sunulmuştur.



Şekil 4.7 Ö16 kodlu öğretmen adayının öteleme olmayan duruma yönelik yanıtı

Ö16 tarafından yapılan öteleme dönüşümü tanımı incelendiğinde sadece şeklin yer değiştirmesine odaklandığı görülmüştür bu nedenle öteleme kavramına yönelik tanımı kısmen doğru kabul edilmiştir. Öteleme dönüşümüne yönelik olarak bayrağın direkte yukarı doğru hareket etmesi örneğini vermiş, açıklamasını ise yaptığı tanıma dayandırmıştır. Öteleme dönüşümüne uygun olmayan örnekte ise bir halı deseni üzerinde hem öteleme örneği hem de öteleme örneği olmayan duruma yer vermiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIA (kavramaya yönelik matematiksel olarak kısmen doğru tanım yapma, doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö21 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımları şöyledir: “Bir noktanın veya cismin bir eksen boyunca şekli, yönü, boyutu korunarak ilerletilmesidir. Bir üçgenin x ekseninde 3 birim ilerletilmesi. Üçgenin şekli, yönü, boyutu korunur. Bir üçgenin orijin etrafında 90° döndürülmesi, üçgenin yönü değişmiştir.”. Ö21 tarafından yapılan öteleme dönüşümü tanımı incelendiğinde öğretmen adayının ötelemenin parametrelerinden olan belirli bir doğrultuda yer değiştirmeyi sadece “eksen üzerinde hareket” olarak ele alarak sınırladığı görülmüştür. Bu sınırlandırmanın varlığına rağmen ötelemenin özelliklerini ele aldığından dolayı öğretmen adayının tanımı doğru kabul edilmiştir. Öteleme dönüşümüne yönelik verdiği örnek de tanımını desteklemektedir. Öteleme dönüşümüne uygun olmayan örnekte ise dönme örneği vermiştir. Verilen örnek ve

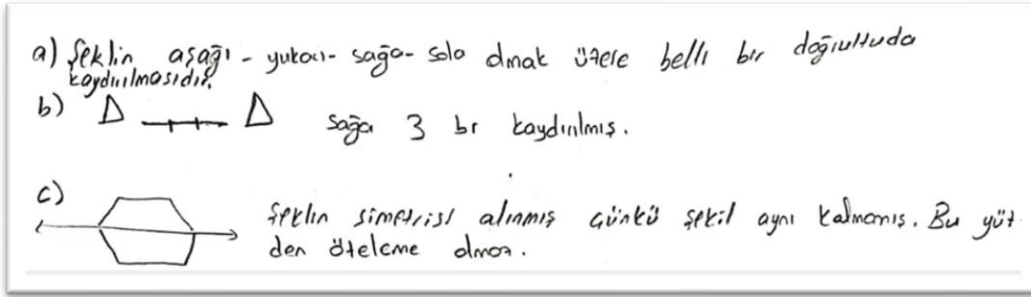
doğru ayırt edici bir örnektir. Bu doğrultuda öğretmen adayı, verdiği yanıtlar kapsamında IA (öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö31 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımları şoyledir: “Bir cismin sağa, sola, yukarı, aşağı ötelenerek cismin şeklinde herhangi bir değişme görölmeden yeni bir cisme dönüşmesidir. Tuğlalarla örölmüş duvar.”. Ö31 tarafından yapılan öteleme dönüşümü tanımı incelendiğinde öğretmen adayının ötelemeyi sadece sağa, sola, yukarı, aşağı yönde hareket olarak ele aldığı ve öteleme kavramını yine şeklin ötelenmesi olarak açıkladığı görölmüştür. Öteleme sonucunda yeni bir cisim oluşması değil, aynı cisim farklı konuma taşınması söz konusudur. Bu sınırlandırma ve tanımlama yetersizliğinden dolayı öğretmen adayı tanımı kısmen doğru kabul edilmiştir. Öteleme dönüşümüne yönelik olarak tuğlalarla örölmüş duvar örneğini vermiş ancak öteleme olmayan duruma örnek vermediği görölmüştür. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIB (öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö34 kodlu öğretmenin adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımı şoyledir: “Bir şekli belirli bir yön ve doğrultuda kaydırma işlemidir. Bir kareyi 2 birim sağa kaydırmak bir öteleme örneğidir. Çünkü karenin şekli değişmez, baktığı yön değişmez sadece kaydırılır”. Ö34 tarafından yapılan öteleme dönüşümü tanımı incelendiğinde öteleme dönüşümünün sadece cismin yer değiştirmesi özelliğini ele aldığı ve bu yer değiştirme hareketinden kaydırma işlemi olarak bahsettiği görölmüştür. Öğretmen adayı günlük dilde kullanılan kaydırma ifadesini kullanmıştır. Bunun yerine matematiksel olarak “vektörle yer değiştirme” ya da “aynı doğrultuda ve uzaklıkta yer değiştirme” vurgusu bulunmamaktadır. Bu nedenle tanım kısmen doğrudur. Öteleme dönüşümüne yönelik doğru örnek vermiş ve öteleme dönüşümünün; cismin şekil ve yönünün değişmemesi ve cismin yer değiştirmesi özelliklerinden bahsetmiştir. Ancak öğretmen adayının öteleme olmayan duruma örnek vermediği görölmüştür. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIB (öteleme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

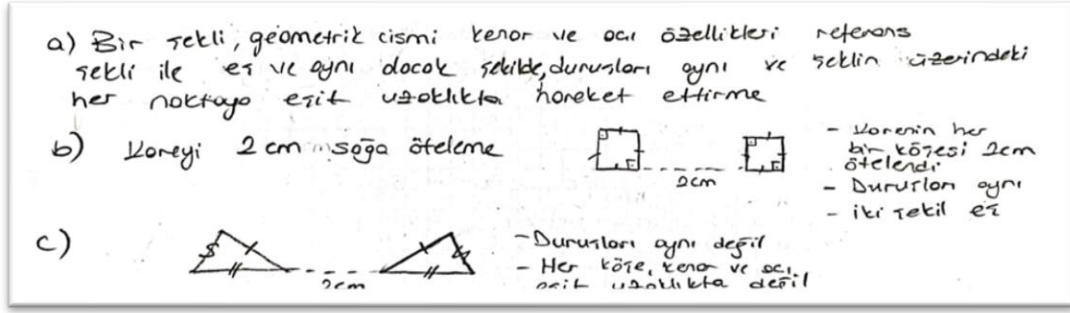
Ö22 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örneklere ilişkin tanımları şoyledir: “Bir nesneyi a noktasından b noktasına taşımasıdır. Bir aracın a

şehrinden b şehrine gitmesi buna örnektir.”. Ö22’nin tanımını incelendiğinde öğretmen adayının ötelemeyi sadece şekli taşımak olarak ele aldığı ve bu taşıma işleminde öteleme dönüşümüne yönelik herhangi bir özellikten bahsetmediği görülmüştür. Öteleme sadece taşımak değil, bir şeklin tüm noktalarını aynı doğrultu ve aynı uzaklıkta yer değiştirmektir. Bu ifade konum değişimini açıklamakta ancak ötelemenin vektörel anlamını açıklamamaktadır. Bu kapsamda öğretmen adayının tanımını yetersiz kabul etmiştir. Öteleme dönüşümüne yönelik verdiği örnek incelendiğinde bir aracı A şehrinden B şehrine taşıma ifadesi kullanmıştır. Bu ifade ötelemenin yön, doğrultu ve eşlik gibi bileşenleri içermemektedir. Aracın sabit doğrultu ve uzaklığından da bahsedilmemektedir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIIB (öteleme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme) kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö54 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına ilişkin yanıtı Şekil 4.8’de sunulmuştur.



Şekil 4.8: Ö54’ün öteleme yanıtı

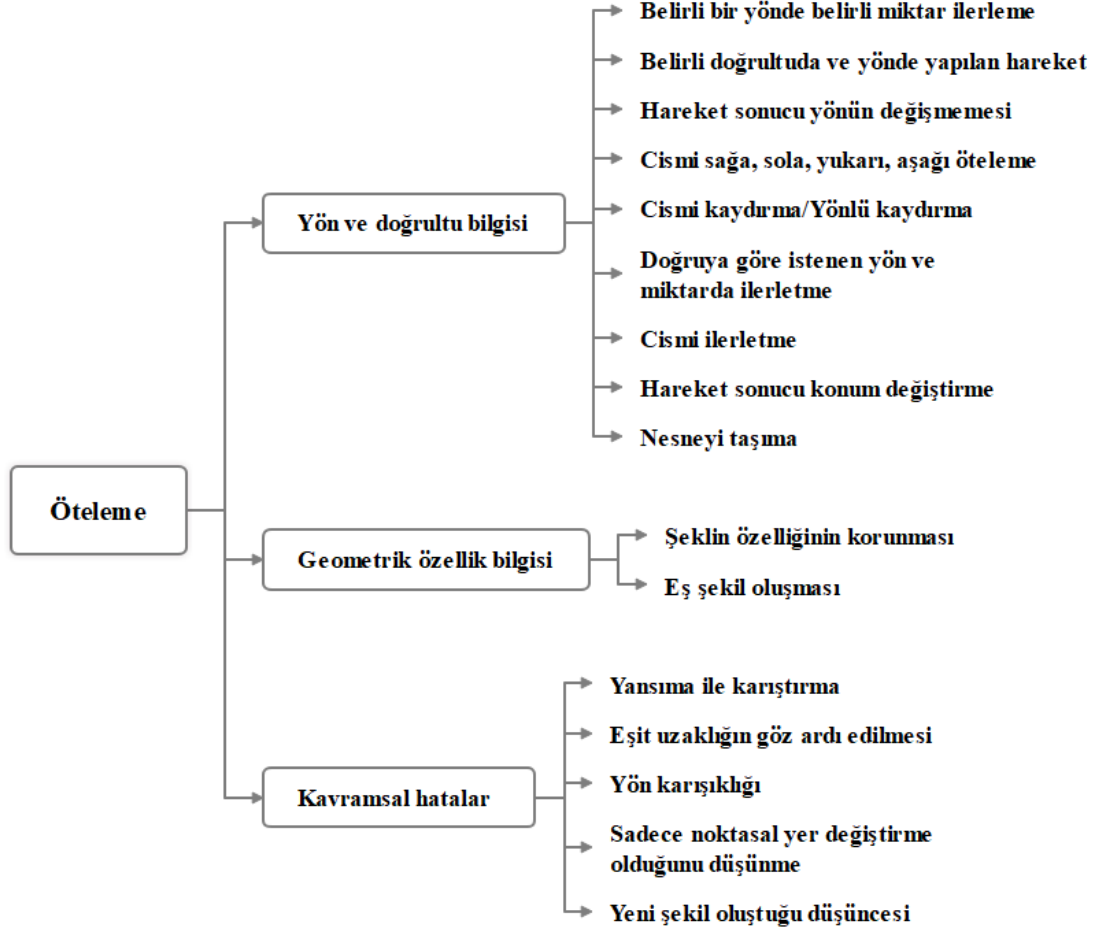
Ö54 kodlu öğretmen adayının öteleme dönüşümü tanımını incelendiğinde ötelemeyi sadece aşağı, yukarı, sağa, sola, yönde kaydırmak olarak ele aldığı ve öteleme dönüşümüne yönelik olarak da tanımını destekler nitelikte örnek verdiği görülmüştür. Ancak öteleme dönüşümüne verdiği örnekte şekli ötelemek için ele aldığı herhangi bir referans noktasından bahsetmemiş sadece şekil ve görüntüsü arasında 3 br olduğunu ifade etmiştir. Bu durum da öğretmen adayının şekli öteleyen şeklin bütün olarak görüntüsüne odaklandığını ve şekil ile görüntüsü arasında 3 br mesafe olmasının yeterli olacağını düşündüğünü göstermektedir. Şeklin bütününe odaklanılmış da olsa belirli mesafede kaldırılmasından bahsettiği görülmüştür. Ö30’un öteleme kavramına ilişkin yanıtı Şekil 4.9’da verilmiştir.



Şekil 4.9: Ö30'un öteleme yanıtı

Ö30 kodlu öğretmen adayının öteleme dönüşümüne yönelik tanımını incelendiğinde şekli oluşturan bileşenlerin özelliklerinden ve öteleme sonucunda oluşan görüntü ile ilk şeklin eş olacağından bahsetmiştir. Ancak öteleme dönüşümüne yönelik verdiği örnekte iki eş şeklin arasındaki mesafeyi öteleme birimi olarak ifade etmiş, referans aldığı nokta ile görüntüsünün arasındaki mesafeyi göz ardı etmiştir. Öteleme dönüşümüne uygun olmayan örneğinde de bu hatasını tekrarlamıştır. Öteleme dönüşümüne yönelik tanımında şekli bütün almaktan ziyade şekli oluşturan bileşenlerden ve belirli yön ve mesafeden bahsetmektedir.

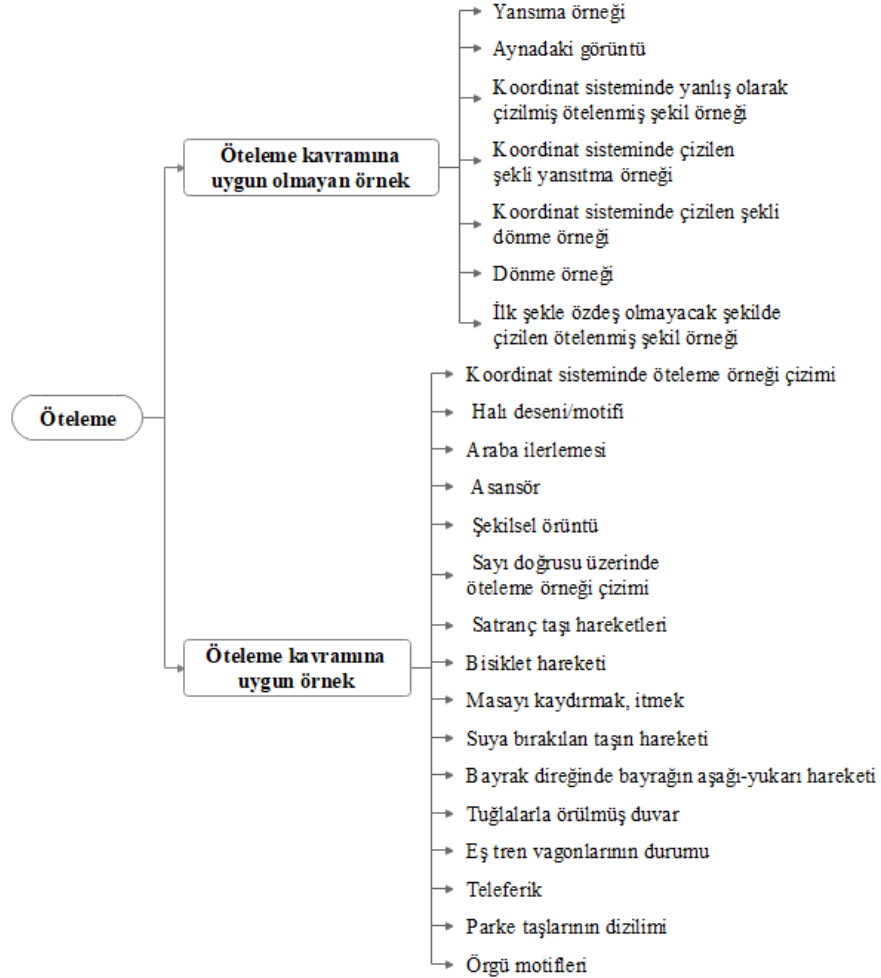
Öğretmen adaylarının öteleme kavramına yönelik cevapları incelendiğinde çoğunun kısmen de olsa öteleme tanımını doğru olarak ifade edebildikleri ve öteleme dönüşümüne uygun olan ve olmayan durumlara genellikle kısmen doğru örnekler verdikleri belirlenmiştir. Öteleme kavramı ve örnekleri incelendiğinde kavrama genel olarak doğru değinilmesine rağmen günlük yaşam örnekleriyle sınırlı kalındığı ve matematiksel olarak “şekil değişmeden hareket, yön değiştirmeden kayma, bir yerden bir yere gitme” gibi ötelemeyi sezgisel düzeyde açıklayan ifadeler kullanıldığı görülmüştür. Ancak tanımlarda “aynı doğrultu ve aynı uzaklık, vektörel hareket ve yön kavramlarına” yeterince değinilmediği belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının öteleme kavramına yönelik betimsel içerik analizi sonuçları Şekil 4.10’da sunulmuştur.



Şekil 4.10: Öğretmen adaylarının öteleme kavramına ilişkin kategori ve kodları

Öğretmen adaylarının öteleme dönüşümü kavramına yönelik tanımları incelendiğinde öteleme kavramını en çok kaydırmak, hareket ettirmek ve yer değiştirmek olarak ele aldıkları görülmüştür. Bu açıklamalarından yola çıkarak öğretmen adaylarının öteleme kavramını genellikle görsel ve fiziksel olarak açıkladıkları söylenebilir. Bunun yanında öteleme kavramını açıklarken şekli ilerletmek, taşımak gibi ifadeleri kullanmışlardır. Tüm bunlar değerlendirildiğinde öğretmen adaylarının simetri kavramında da olduğu gibi öteleme kavramını sadece görsel ve fiziksel olarak ele aldıkları, açıklamalarında şeklin ve şekli oluşturan parçaların özelliklerinden bahsetmedikleri görülmüştür. Yapılan içerik analizinde “Yön ve doğrultu bilgisi”, “geometrik özellikler bilgisi” ve “kavramsal hatalar” kategorileri kapsamında kodlar elde edilmiştir. Öteleme kavramına yönelik açıklamalar incelendiğinde öğretmen adaylarının “şeklin özelliklerinin korunması, yön korunması, eşit uzaklıkta yer değiştirme, aynı doğrultuda hareket, eşlik bilgisi” gibi doğru kavram bilgisi açıklamalarını yaptıkları görülmüştür. Bunun yanında yön karışıklığı, sadece noktasal yer değişimi, yeni şekil oluştuğu düşüncesi, eşit uzaklığın göz ardı edilmesi, vektörel hareketin göz ardı

edilmesi gibi hatalı açıklamalarının olduğu görülmüştür. Verilen örneklerde hangi yön ve doğrultuda öteleme yapıldığı matematiksel olarak açıklanmadığı için işlemsel bilgi açısından öteleme alan bilgisinin eksik olduğu düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının öteleme kavramına uygun olan ve olmayan durumlara yönelik verdikleri örnekleri Şekil 4.11’de verilmiştir.

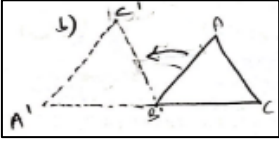
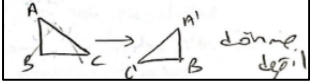


Şekil 4.11: Öğretmen adaylarının öteleme kavramına yönelik örnekleri

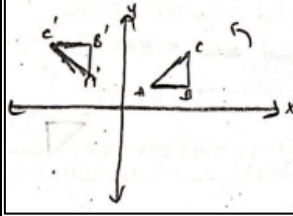
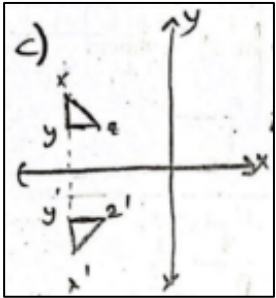
Şekil 4.11 incelendiğinde öğretmen adaylarının öteleme dönüşümüne yönelik verdikleri örnekler ile örnek olmayan durumlara ilişkin yanıtlar incelendiğinde en çok koordinat sistemi çizerek koordinat sistemi üzerinde öteleme örneği, halı desenleri ve arabanın ilerlemesi örneklerini verdikleri görülmüştür. Öteleme dönüşümünün öğretiminde bu örnekler sıklıkla kullanıldıklarından öğretmen adaylarının yoğunlukla bu örnekleri tercih ettikleri düşünülmektedir. Bunların yanında satranç taşlarının hareketi, bayrağın aşağı yukarı hareketi, teleferik gibi çeşitli günlük hayat örnekleri verilmiştir. Öteleme dönüşümüne uygun olmayan örneklere ise çoğunlukla diğer dönüşüm türlerinden ya da yanlış öteleme uygulanmış durum örneklerinin verildiği belirlenmiştir.

Alan bilgisi ölçeğinde yer alan dönme kavramına yönelik üçüncü soruda dönme kavramının öğretmen adayları tarafından açıklanması, kavramaya yönelik örnek olan ve olmayan durumlara örnek verilmesi beklenmektedir. Ayrıca verilen bu örneklerin nedenine yönelik doğru matematiksel açıklamaların yapılması istenmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar “Dönme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)”, “dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)” ve “ dönme kavramını açıklayamama, yanlış tanım (III)” çerçevesinde değerlendirilmiştir. Bu doğrultuda yanıtların örnekleri Tablo 4.3’te sunulmuştur.

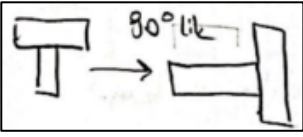
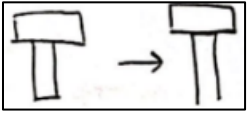
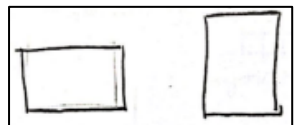
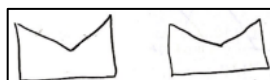

Tablo 4.3: Dönme kavramına yönelik yanıtlara ait kategori ve kod örnekleri

Kategori	Kod	Dönme kavramı tanımı	Dönmeye örnek durum	Örnek olmayan durum
Dönme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)	Dönme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama (IA)	Şeklin üzerinde veya dışındaki herhangi bir noktayı baz alarak her noktayı belirli bir yönde , belirli bir açı ölçüsünde döndürmektir (Ö42)		
	Dönme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama (IB)	Belirli bir nokta veya merkezi boyunca belirli açılarda saat yönü veya saat yönünün tersi olacak şekilde yönlendirme işidir (Ö13)	Koordinatları verilen kareyi saat yönünde 180° döndüğümüzde oluşan yeni şekil	-

Tablo 4.3: (devam)

Kategori	Kod	Dönme kavramı tanımı	Dönmeye örnek durum	Örnek olmayan durum	
Dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)	Dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama	Bir şekli bir köşeyi referans olarak pozitif veya negatif yönde verilen ölçüde döndürmektir. (Ö33)	Kareyi 90° pozitif yönde döndürmek bir döndürme işlemidir. Çünkü şeklin tüm köşe ve kenarları 90° döndü	Dikdörtgeni 3 birim sağa ötelemek bir döndürme işlemi değildir çünkü herhangi bir döndürme gerçekleşmemiştir.	
		Bir şeklin bir noktaya göre belirli ölçüde de döndürülmesidir. Şekil korunur(Ö48)	Eşkenar üçgeni koordinat sistemine göre 60° döndürmek. Şeklin formu korunur fakat şekil orijin noktası etrafında bir miktar dönmüştür.	Eşkenar üçgenin koordinat sisteminde orijine göre simetrisinin alınması. Burada şekil dönmez ve yönü değişmiştir	
	Dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama (IIB)	Verilen bir noktanın veya geometrik şeklin eksenler etrafında ya da bir nokta etrafında belirli derecelerde döndürülmesi. Saat yönünde veya ters yönde olabilir.(Ö29)		ABC saat yönünün tersinde x eksenini etrafında 90° dönmüştür. Şeklin açıları ve kenarları değişmeyip hepsi aynı derecede döndürüldüğü için bir dönme örneğidir	
		Bir şeklin referans noktası etrafında belirli bir açı ölçüsü kadar döndürülmesi. (Ö35)	Daire, daireyi ne kadar döndürsek de yine aynı görüntü elde edilir.	Dikdörtgen, 90° döndüğümüzde farklı konumda dikdörtgen olur.	

Tablo 4.3: (devam)

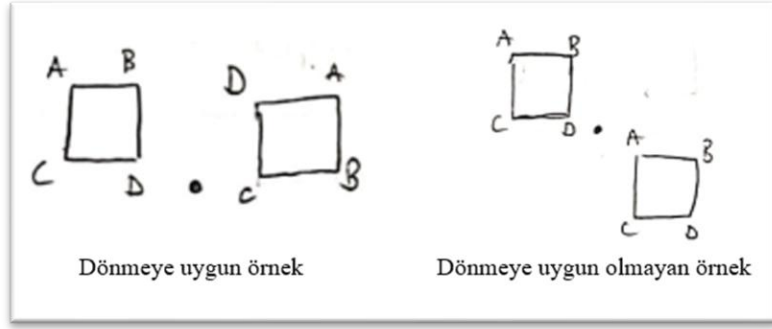
Kategori	Kod	Dönme kavramı tanımı	Dönmeye örnek durum	Örnek olmayan durum
Dönme kavramını açıklayamama, yanlış tanım (III)	Dönme kavramını açıklayamama veya yanlış tanım; doğru örnekler verme, kısmen doğru açıklama (IIIA)	Yansıma ve ötelemenin birleşimi (Ö44)		 Bu bir dönme değil ötelemedir sadece
		Bir şeklin bir doğru veya başka şekilde her yöne gitmesi yönünün değişmesi (Ö55)	 Dönme çünkü yönü değişti 90° döndürdüm	 ötelemedir dönme değil
	Dönme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme (IIIB)	Bir şeklin bir noktaya, doğruya ya da bir yönde yapılan döndürme işlemidir. (Ö41)	 ABC üçgeni verilen nokta etrafında 180° döndürme	
		Belirli bir nokta, doğru, doğru parçası, şekle göre cisimimizi etrafında çembersel hareket ile döndürme (Ö43)	Daire şeklindeki bir masanın etrafındaki masalar, masanın merkezine göre belli ölçüde dönmüşlerdir.	Kare bir masanın etrafında yan yana duran 2 sandalye, doğrultuları birbirine göre değişmemiştir

Öğretmen adaylarının dönme kavramına yönelik açıklama ve sunduğu örneklere ilişkin yapılan içerik analizinde yanıtların %5,4'ünün “dönme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama” (IA), %3,6' sının “ dönme

kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama” (IB), %17,9’ unun “ dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama – doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama” (IIA), %32,1’ inin “dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama –eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama” (IIB), %5,4’ ünün “ dönme kavramını açıklayamama veya yanlış tanım; doğru örnekler verme, kısmen doğru açıklama (III A)”, %35,7’ sinin “dönme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme (IIIB)”, kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.

Ö42 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması şöyledir: “Şeklin üzerinde veya dışındaki herhangi bir noktayı baz alarak her noktayı belirli bir yönde , belirli bir açı ölçüsünde döndürmektir.” Ö42’nin yanıtı incelendiğinde şeklin üzerinde veya dışında bir merkez etrafında belirli yön ve açı ile dönme olarak tanımladığı görülmektedir. Dönme dönüşümüne ait parametreler olan bir merkez etrafında dönme, belirli yön ve açıda dönme kavramlarından bahsettiği için tanımı doğru kabul edilmiştir. Tablo 4.3 incelendiğinde dönme dönüşümüne yönelik verdiği örnek ile tanımını destekler nitelikte dönme örneği çizmiş, dönme kavramına uygun olmayan örnekte ise şekli yansıtmayı tercih etmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IA (dönme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö24 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması şöyledir: “Verilen şekli bir nokta veya kendi etrafında, belirli açıda döndürme işlemine dönme denir.” Ö24’nin yanıtı incelendiğinde şeklin üzerinde veya dışında bir merkez etrafında belirli açı ile dönme olarak tanımladığı görülmektedir. Dönme dönüşümüne ait parametreler olan bir merkez etrafında dönme ve belirli açıda dönme kavramlarından bahsettiği için tanımı kısmen doğru kabul edilmiştir. Öğretmen adayının kullandığı “kendi etrafında dönme” ifadesi açık değildir. Bu ifade şeklin her noktasının dönme merkezi olabileceği yönünde bir anlam taşımaktadır. Dönme daima sabit bir nokta etrafında olabilir. Bu nokta şeklin üzerinde, dışında, içinde seçilebilir. Bu bağlamda tüm noktaların aynı yönde aynı açıyla dönmesi gerektiği bilgisi eksiktir. Ayrıca dönmeye her noktanın dönme merkezine olan uzaklığı sabit olup şekil özellikleri korunur. Belirtilen tanımda yer alan eksiklikler nedeniyle tanım kısmen doğru kabul edilmiştir. Ö24’ün örnekleri Şekil 4.12’de verilmiştir.



Şekil 4.12: Ö24 dönme dönüşümü örneği

Dönme dönüşümüne yönelik verdiği örnek ile tanımını destekler nitelikte dönme örneği çizmiş, dönme kavramına uygun olmayan örnekte öteleme örneği vermiştir. Ayrıca öğretmen adayı dönme olmayan örneğin neden dönme olmadığını, öteleme bağlamını açıklamamıştır. Dönme için verdiği örnekte ise şeklin kaç derece, hangi yönde döndüğünü açıklamamış ve şeklin köşe noktalarını yanlış adlandırarak hatalı yanıt verdiği belirlenmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIB (dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö32 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması şöyledir: “360 dereceden az olacak şekilde , temel özellikleri ve büyüklüğü aynı kalması koşuluyla yapılan simetri hareketidir.” Ö32’nin yanıtı incelendiğinde dönme sonucu şeklin özelliklerinin korunacağından bahsetmiştir. Bahsettiği koşul ile dönmeyi, yapılan simetri hareketi olarak tanımladığı görülmektedir. Tanımında dönme dönüşümüne ait parametreler olan bir merkez etrafında dönme ve belirli açıda dönme kavramlarını ele almamıştır. Ancak simetri kelimesi kullanması ve dönme açısını 360° ile sınırlaması hatalıdır. Tanım kısmen doğrudur. Tablo 4.3’te dönme dönüşümüne yönelik verdiği örnekte çizdiği şeklin bir merkez etrafında 90° döndüğü örneğini vermiştir. Öğretmen adayının verdiği örnekte ok şeklinin 90° döndüğünü belirtmesine rağmen 180° dönme uygulamıştır. Bu nedenle örnek hatalıdır. Bu açıdan öğretmen adayının örnek ve tanımında açık kavramını bulunmakta ancak uzaklık ve eşlik bilgisi bulunmamaktadır. Örnek ve tanımında ise dönme dönüşümünün nasıl gerçekleştiği belirtilmemiştir. Dönme dönüşümü kavramı koordinat düzlemi gibi temsillerle de desteklenmemiştir. Kısmen kavramsal bilgiye yer verilmiştir, işlemsel bilgi ise bulunmamaktadır. Dönme dönüşümüne uygun olmayan örnekte ise öteleme örneği vermeyi tercih etmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIB (dönme kavramını

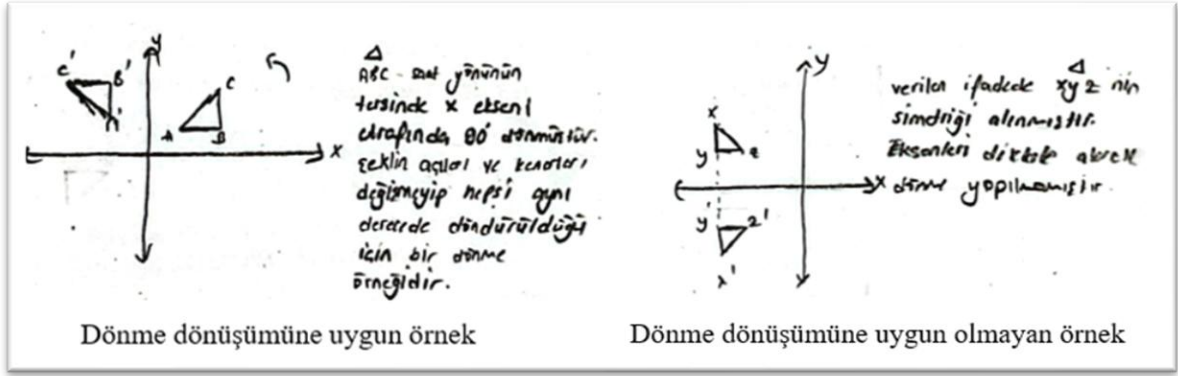
matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö13 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması ve dönüşüme yönelik verdiği örnek şöyledir: “Belirli bir nokta veya merkezi boyunca belirli açılarda saat yönü veya saat yönünün tersi olacak şekilde yönlendirme işidir. Koordinatları verilen kareyi saat yönünde 180° döndürdüğümüzde oluşan yeni şekil.” Ö13’ün tanımı incelendiğinde dönme dönüşümüne ait parametreler olan bir merkez etrafında dönme, belirli bir yön ve açıda dönme kavramlarından bahsettiği için tanımı doğru kabul edilmiştir. Tablo 4.3’te yer alan Ö13’ün dönmeye yönelik verdiği örnek ile tanımını desteklemiştir. Öğretmen adayı dönme dönüşümüne örnek olmayan durum için yanıt vermemiştir. Bu kapsamda yanıt IB (dönme kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen örneği açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö33 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örnekler şöyledir: “Bir şekli bir köşeyi referans alarak pozitif veya negatif yönde verilen ölçüde döndürmektir. kareyi 90° pozitif yönde döndürmek bir döndürme işlemidir. Çünkü şeklin tüm köşe ve kenarları 90° döndü, dikdörtgeni 3 birim sağa ötelemek bir döndürme işlemi değildir çünkü herhangi bir döndürme gerçekleşmemiştir.” Ö33’ün tanımı incelendiğinde şeklin bir köşesi etrafında belirli yönde ve ölçüde dönme olarak kavramı tanımladığı görülmektedir. Dönme dönüşümüne ait parametreler olan belirli yön ve açıda (ölçü kavramından kastın açı ölçüsü olduğu düşünülmüştür) dönme kavramlarından bahsetmiş ancak şekli sadece köşesi etrafında döndürme olarak ele aldığı için parametrelerden biri olan merkez etrafında dönme parametresini “bir köşeyi referans alma” cümlesiyle sınırlandırmıştır. Dönmede genelde referans alınan nokta dönme merkezidir. Bu nokta şeklin köşesi olmak zorunda değildir. Dönme merkezi şeklin dışındaki bir nokta da olabilir. Öğretmen adayının yanıtı kavramsal bilgi açısından kısmen yeterlidir. Tablo 4.3’te görüldüğü gibi dönme dönüşümüne yönelik verdiği örnek ile tanımını destekler nitelikte dönme örneği vermiş, dönme kavramına uygun olmayan örnekte ise öteleme örneği vermeyi tercih etmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIA (dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama – doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö48 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örnekler şöyledir: “Bir şeklin bir noktaya göre belirli ölçüde döndürülmesidir. Şekil korunur. Eşkenar üçgeni koordinat sistemine göre 60° döndürmek. Şeklin formu korunur fakat şekil orijin noktası etrafında bir miktar dönmüştür. Eşkenar üçgenin koordinat sisteminde orijine göre simetrisinin alınması. Burada şekil dönmez ve yönü değişmiştir” Ö48’in tanımı incelendiğinde dönme dönüşümüne ait parametreler olan bir merkez etrafında dönme ve belirli açıda dönme kavramlarından bahsettiği görülmüştür. Ancak verdiği örnekler incelendiğinde dönme merkezini sadece şeklin dışında almıştır. Bu nedenle tanım kısmen doğru kabul edilmiştir. Tablo 4.3 incelendiğinde dönme dönüşümüne uygun olmayan örnekte ise orijine göre simetrisi alma örneği vermiştir. Öğretmen adayı burada yansıma dönüşümünü örnek göstermiştir. Dönmenin simetri ile ilişkisini belirtmemiş, orijine göre simetri alınmasının şekli 180° döndürmek ile aynı sonucu verebileceğini göz ardı etmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adayının tanımı ve açıklamaları incelendiğinde IIA (dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama – doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö29 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması şöyledir: “ Verilen bir noktanın veya geometrik şeklin eksenler etrafında ya da bir nokta etrafında belirli derecelerde döndürülmesi. Saat yönünde veya ters yönde olabilir.” Ö29’un tanımı incelendiğinde dönme dönüşümüne ait parametreler olan bir merkez etrafında dönme ve belirli açıda dönme kavramlarından bahsettiği görülmüştür. Açıklama dönme dönüşümünü tanımlamaktadır. Ancak “eksenler etrafında döndürme” ifadesi hatalıdır. İki boyutlu düzlemde dönme, dönme merkezi (bir nokta) etrafında dönme ile gerçekleşir. Ancak eksen etrafında dönme 3 boyutlu uzayda anlamlıdır. Bu ifade dönme dönüşümü tanımına uygun değildir. Öğretmen adayının verdiği örnek de bu hatalı algıyı desteklemektedir. Ö29’un dönme dönüşümü için verdiği örnek ve açıklama Şekil 4.13’te verilmiştir.

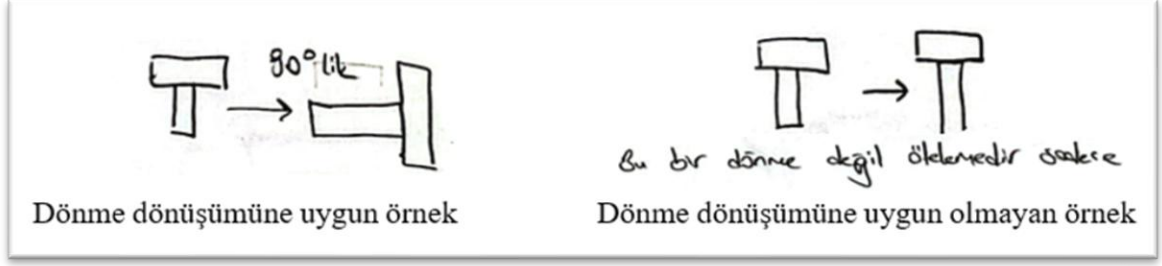


Şekil 4.13: Ö29 dönme dönüşümü örneği

Ö29'un yanıtı incelendiğinde örnekte çizdiği üçgene, x eksenine göre dönme işlemi uyguladığını belirtmiştir. Açıklamasına göre 3 boyutlu düzlemde x eksenine göre dönme gerçekleştirmesi gerekirken, kartezyen koordinat sisteminde dönme merkezini "x eksen" olarak kabul etmiş ve hatalı işlem yapmıştır. Ö29 verdiği örnekler ile birlikte değerlendirildiğinde döndürme merkezini sadece şeklin dışında yer aldığı görülmüştür. Dönme dönüşümüne uygun olmayan örnekte ise simetri alma örneği vermiş ve açıklamasını eksenlerden yola çıkarak "dönme yapılmamıştır" şeklinde yapmıştır. Bu kapsamda öğretmen adayının verdiği yanıt IIB (dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö35 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örnekler şöyledir: " Bir şeklin referans noktası etrafında belirli bir açı ölçüsü kadar döndürülmesidir. Daire, daireyi ne kadar döndürsek de yine aynı görüntü elde edilir. Dikdörtgen, 90° döndüğümüzde farklı konumda dikdörtgen olur." Ö35'in tanımı incelendiğinde dönme dönüşümüne ait parametreler olan bir merkez etrafında dönme ve belirli açıda dönme kavramlarından bahsettiği görülmüştür. Ancak tüm noktaların sabit bir noktaya göre, aynı açıyla döndüğünü belirtmemiştir. "referans noktası" yerine "sabit bir nokta", "dönme merkezi" kavramı kullanılmamıştır. Tablo 4.3'te verdiği örnekler incelendiğinde döndürme işlemini sadece şeklin dönmesi olarak aldığı dönme simetrisini açıkladığı görülmüştür. Dönme dönüşümüne uygun olan ve olmayan durumlara verdiği örneklerde ise dönmeye uygun olma kriterini "ne kadar döndürsek de yine aynı şekil olması" olarak ele aldığı görülmüştür. Bu doğrultuda Ö35'in verdiği yanıt IIB (dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama; eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö44 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması şöyledir: “ Yansıma ve ötelemenin birleşimidir” Ö44’ün tanımı incelendiğinde dönme dönüşümünü yansıma ve ötelemenin birleşimi olarak ele aldığı görülmüştür. Bu açıklaması her dönme dönüşümü için geçerli olamayacağı için öğretmen adayı cevabı yanlış olarak değerlendirilmiştir. Dönme, yansıma, öteleme birbirinden bağımsızdır. Bunların birleşimi dönme değildir. Ayrıca tanım ve örnekte dönme merkezi, açı, yön bilgisi yoktur. Ö44’ün verdiği örnek Şekil 4.14’te sunulmuştur.



Şekil 4.14: Ö44’ün dönme dönüşümü örneği

Şekil 4.12’de dönme dönüşümüne yönelik verdiği örnekte ise bir şeklin 90° döndürülmesiyle oluşturduğu görüntüyü vermiş ancak dönme merkezini dikkate almadan sadece şeklin dönmesini örnek olarak ele almıştır. Uygun olmayan örnekte ise öteleme dönüşümü örneği vermeyi tercih etmiştir. Öğretmen adayının açıklamaları ve verdiği örnekler dikkate alındığında şeklin bütününe odaklandığı ve dönme kavramını sadece şeklin dönmesi olarak düşündüğü görülmüştür. Bu kapsamda öğretmen adayının yanıtı IIIA (dönme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve doğru örnekler verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö55 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması şöyledir: “ Bir şeklin bir doğru veya başka şekilde her yöne gitmesi yönünün değişmesidir.” Ö55’in tanımı incelendiğinde dönme dönüşümünü ötelemeden farklı olarak şeklin yerinin değişmesiyle birlikte yönünün de değişmesi olarak ifade ettiği görülmüştür. Dönme bir yönelme değil, sabit bir nokta etrafında belirli bir açıda dönme işlemidir. “Doğru boyunca gitme” ifadesi öteleme kavramı ile ilişkilidir. “Yönünün değişmesi dönmedir” ifadesi kısmen doğru olsa da yetersizdir, dönme kavramını açıklamamaktadır. Öğretmen adayının bu tanımı yetersiz kabul edilmiştir. Tablo 4.3’te dönüşüme yönelik verdiği örnek incelendiğinde 90°’lik dönme açısından bahsedilmiş ve şeklin bütün olarak dönmesine odaklandığı görülmüştür. Dönme dönüşümüne uygun örnekte ise öteleme örneği vermeyi tercih etmiştir. Ö55 şekli 90°

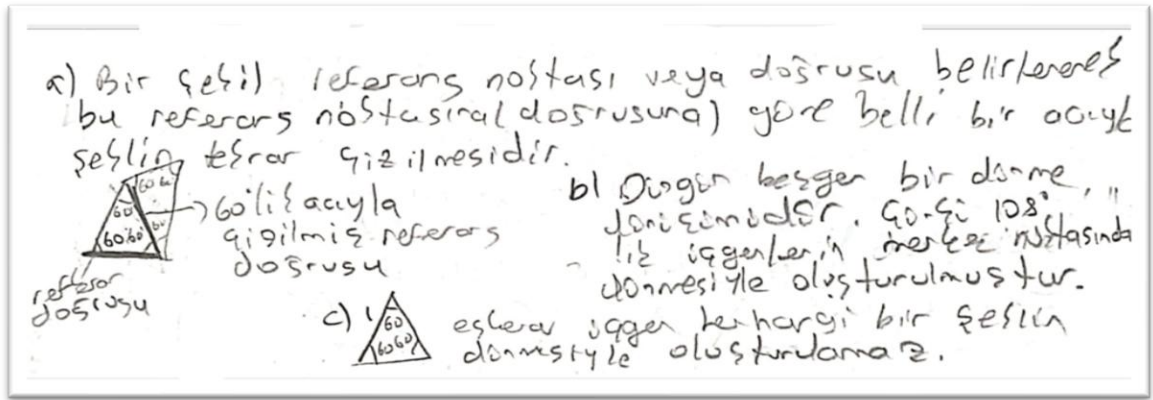
döndürmüş ancak “yönü değişti” ifadesi kullanmıştır. Dönme; yapılan işlemin sonucu ile anlatılmak istenmiştir, hatalıdır. Ayrıca dönme merkezi, açu ve yönü belirtilmemiş; dönmenin nasıl gerçekteştiği açıklanmamıştır. Bu kapsamda öğretmen adayının yanıtı IIIA (dönme kavramını açıklayamama veya yanlış tanım; doğru örnekler verme, kısmen doğru açıklama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö41 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması şöyledir: “ Bir şeklin bir noktaya, doğruya ya da bir yönde yapılan döndürme işlemidir.” Ö41’in tanımı incelendiğinde bir şeklin noktaya veya doğruya göre bir yönde yapılan döndürme işlemi olarak ele aldığı görölmüştür. Dönme bir noktaya göre değil bir nokta etrafında meydana gelen bir olaydır. Doğruya göre dönme ifadesi yansıma dönüşümüne ait bir kavramdır. Öğretmen adayı dönmeyi yansıma ile karıştırmıştır. 3 boyutlu düzlemde bir şeklin veya cismin belli bir eksen (doğru) etrafında belli bir açıyla dönmesi “doğruya göre dönme” ya da “eksene göre dönme” olarak tanımlanır. Ancak Ö41’in açıklaması ve örneği bu durumdan uzaktır. Bu doğrultuda öğretmen adayının tanımı yetersiz kabul edilmiştir. Tablo 4.3’te dönme dönüşümüne yönelik verdiği örnekte şekli bir nokta etrafında 180°’lik açu ile döndürdüğünü ifade etmiş ancak şekli oluşturan her noktanın merkez noktası etrafından 180° dönmesi gerektiğini göz ardı ederek sadece şeklin bütününün kendi etrafında 180° dönmesi ile oluşturduğu görüntüyü ele almıştır. Öğretmen adayı, verdiği yanıtlar kapsamında IIIB (dönme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö43 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması ve verdiği örnekler şöyledir: “Belirli bir nokta, doğru, doğru parçası, şekle göre cismimizi etrafında çembersel hareket ile döndürme. Daire şeklindeki bir masanın etrafındaki masalar, masanın merkezine göre belli ölçüde dönmüşlerdir. Kare bir masanın etrafında yan yana duran 2 sandalye, doğrultuları birbirine göre değişmemiştir” Ö43’ün tanımı incelendiğinde bir şeklin noktaya, doğru parçasına, doğruya veya şekle göre çembersel hareketi olarak ele aldığı görölmüştür. Çembersel hareket dönmenin yörüngesini tanımlar. Tanım dönme dönüşümünün temel öğeleri olan açu, dönme merkezi ve şeklin değişmemesi gibi kavramlar açısından eksiktir. Dönme dönüşümüne yönelik verdiği örnekte daire şeklindeki masanın etrafındaki masaların masanın merkezine göre belirli ölçüde döndüğünü ifade etmiş, uygun olmayan örnekte ise kare masanın etrafında yan yana duran sandalyeleri örnek verip dönme dönüşümü olmama sebebini birbirine göre doğrultularının değişmemesi olarak açıklamıştır. Ö43’ün dönme için

verdiği örnekte dönmenin nasıl gerçekleştiği açı, yönü, sabit nokta gibi öğeler içermemektedir. Mimari olarak bir tanımlama söz konusudur. Dönme olmayan örnekte ise olayın neden dönme olmadığı açıklanmamıştır. Bu doğrultuda öğretmen adayının verdiği yanıt IIIB (dönme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Öğretmen adaylarının dönme kavramına yönelik cevapları incelendiğinde kısmen de olsa dönme tanımını doğru olarak ifade edebildikleri, ancak dönme dönüşümüne uygun olan ve olmayan durumlara genellikle eksik veya hatalı örnekler verdikleri belirlenmiştir. Aşağıda öğretmen adaylarının dönme kavramına yönelik hatalı yanıtlarından örnekler verilmiştir. Ö40'ın verdiği yanıt Şekil 4.15'te sunulmuştur.

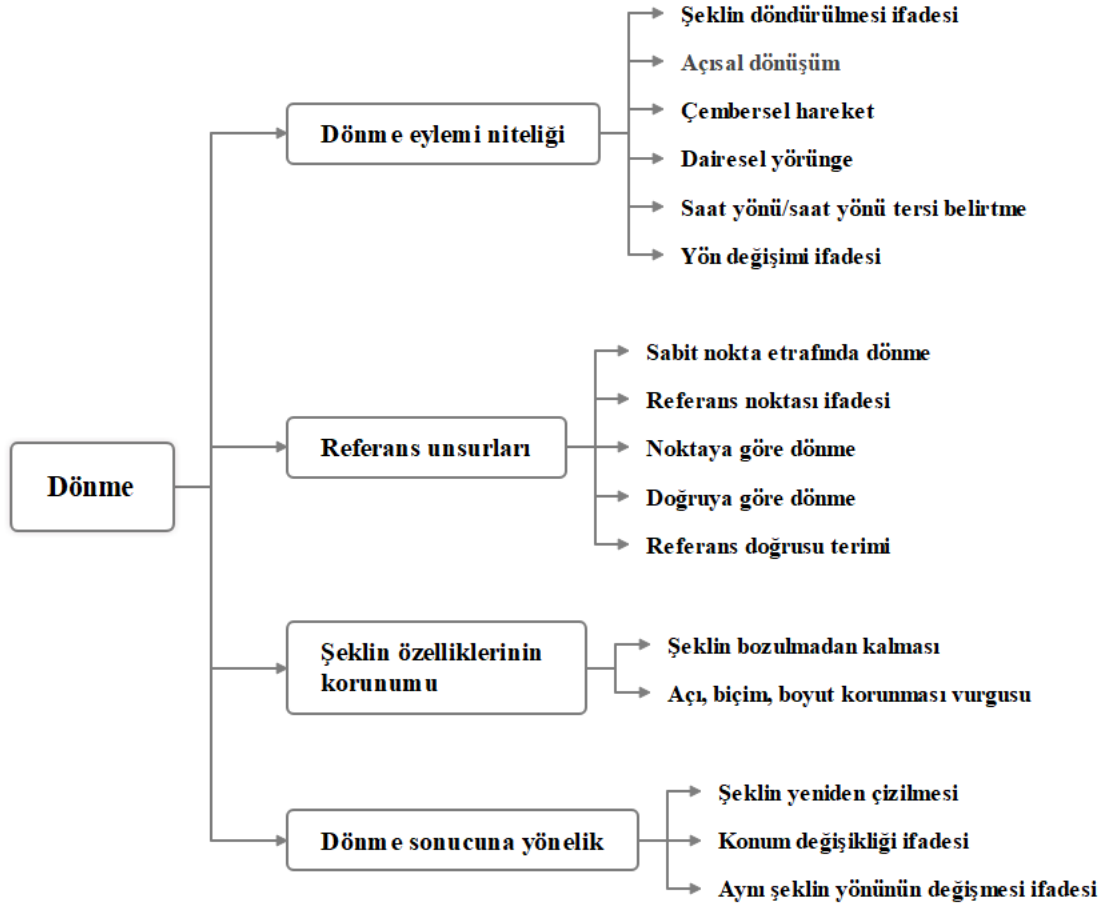


Şekil 4.15: Ö40'ın dönme örneği

Ö40 kodlu öğretmen adayı tarafından yapılan açıklama incelendiğinde bir şeklin referans doğrusu belirlenerek bu doğruya göre belirli açıda şeklin tekrar çizilmesi olarak açıkladığı ve tanımını şekil üzerinde göstererek desteklediği görülmüştür. Öğretmen adayı çizdiği şekil üzerinde de aslında üçgeni bir merkez nokta etrafında döndürmüştü ancak merkez noktayı değil üçgenin kenarının dönme dönüşümündeki yer değiştirmesine odaklanmıştır. Dönme dönüşümüne yönelik verdiği örnekte ise bir şeklin başka bir şeklin dönmesi ile oluşup oluşmadığı kriterini ele alarak beşgenin dönme dönüşümüne sahip olduğunu, eşkenar üçgenin ise hiçbir şeklin dönme dönüşümü ile oluşmayacağından dönme dönüşümü örneği olmayacağını ifade etmiştir. Ö40'ın yaptığı açıklama tamamen hatalı görülmektedir. 2 boyutlu geometri düzleminde dönme bir noktaya göre yapılırken, doğruya göre dönme 3 boyutlu uzayla ilgilidir. Dönme şekli tekrar çizmek değil, şeklin dönme merkezi etrafında yön ve konum değiştirmesidir. Ayrıca açıklamada eşlik, uzaklık sabitliği gibi olgular yoktur.

Ayrıca çizdiği eşkenar üçgen örneğinde referans doğrusu olarak belirttiği ekseninde dönme yerine, yansıma eksenini tanımlanmaktadır. 2 boyutlu düzlemde dönme bir noktaya göre olur. Açıklamada herhangi bir sabit noktaya tarafında dönme yoktur. Doğrusal yansıma vardır.

Öğretmen adaylarının dönme kavramına yönelik açıklamalarından elde edilen içerik analizi sonuçları Şekil 4.16’ da verilmiştir.



Şekil 4.16: Öğretmen adaylarının dönme kavramına yönelik kategori ve kodlar

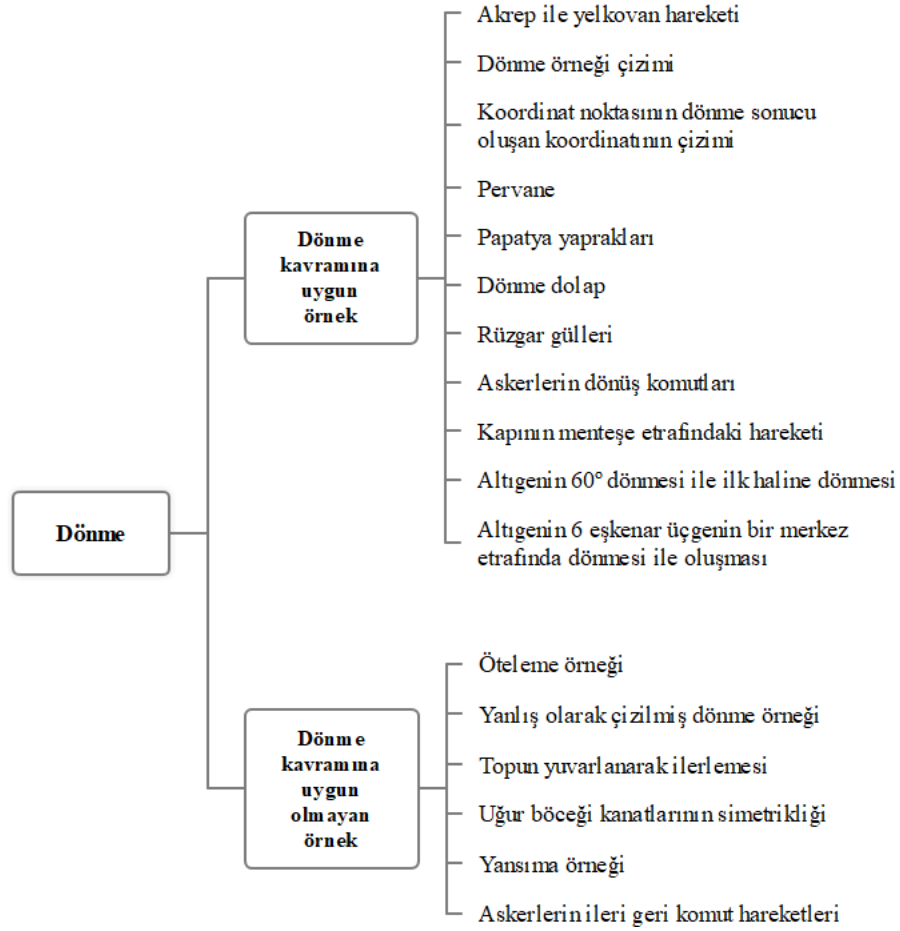
Öğretmen adaylarının dönme dönüşümü kavramına yönelik tanımları incelendiğinde dönme kavramını en çok kendi etrafında dönme, bir merkez etrafında dönme ve bir nokta veya doğru etrafında döndürme olarak ele aldıkları görülmüştür. Bu açıklamalarından yola çıkarak öğretmen adaylarının dönme kavramını genellikle görsel açıdan açıkladıkları söylenebilir. Bunun yanında dönme kavramını açıklarken şeklin dönerek yaptığı yer değiştirme, referans noktasına göre hareket ettirme gibi ifadeleri kullanmışlardır. Öğretmen adaylarının dönme kavramına ilişkin açıklamalarına yönelik yapılan betimsel içerik analizinde “dönme eyleminin niteliği”, “referans unsurları”, “şeklin özelliklerinin korunması” ve “dönme sonucuna ilişkin çıkarımlar” olarak dört kategori altında kodlar

belirlenmiştir. Dönme eyleminin; şeklin döndürülmesi, açısal dönüşüm, çembersel hareket, dairesel yörünge, saat yönü ya da tersi yönde dönme, yön değiştirme ifadelerini kullanarak açıklandığı görülmüştür. Referans unsurları kategorisinde öğretmen adaylarının dönme dönüşümünü tanımlarken dönme işleminin merkezi ya da eksenini kavramsal olarak nasıl kullandıkları belirtilmemektedir. Bu kategoride özellikle dönüşüm kavramında yer alan dönme merkezi açısından kullanılan ifadeler incelenmiştir. Bu bağlamda öğretmen adaylarının “sabit nokta etrafında dönme”, “referans noktası” ifadesi, “bir noktaya göre dönme”, “doğruya göre dönme”, “referans doğru” kodları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının çoğu dönmenin bir noktaya göre gerçekleştiğini ifade etse de verilen örneklerde referans noktası kullanılmamaktadır. Doğruya göre dönme ifadesi sıklıkla kullanılmasına rağmen dönme ve yansıma kavramlarının karıştırıldığı, doğrudan dönme olayının 3 boyutlu uzaydaki dönüşüm bilgisiyle ilişkisinin hiçbir şekilde belirtilmediği görülmüştür. Şeklin özelliklerinin korunumu kategorisinde öğretmen adaylarının dönme dönüşümünü tanımlarken biçimsel, ölçüsel ve yapısal özelliklerin değişmediğini fark edip etmemelerini yansıtmaktadır. Bazı öğretmen adaylarının dönme sonucunda “şeklin değişmediğini, bozulmadığını; açı, biçim, boyutunun korunduğunu” belirttiği görülmüştür.

Öğretmen adayları dönme sonucu görsel eşliği, benzerliği fark etmiş olsa da “şekil değişmez”, “şekil yönü dışında aynıdır” ifadelerini kullandıkları, yüzeysel olarak dönmeyi açıkladıkları, matematiksel özellikleri açıkça belirtmedikleri tespit edilmiştir. Dönme sonucuna yönelik vurgular kategorisi de adayların dönme dönüşümünü tanımlarken dönüşüm sonrası ortaya çıkan konum, şekil, yön gibi özelliklere odaklanarak yaptıkları açıklamaları kapsamaktadır. Bu doğrultuda bazı öğretmen adayların dönmeyi “şeklin yeniden çizilmesi, farklı bir yere taşıma, konum değiştirme, yönünün değiştiği ancak şeklin aynı kaldığı” ifadeleri kullandıkları belirlenmiştir. Şeklin yeniden çizilmesi ve konum değişikliği ifadeleri dönmenin bir sonuç olarak kavrandığını göstermektedir. Yön değişimi ifadesi doğru olsa da dönmenin tüm matematiksel özelliklerini içermemektedir.

Adayların dönme kavramına yönelik açıklamalarından elde edilen içerik analizinde genel olarak matematiksel özelliklerin eksik olduğu, dönmenin yalnızca konum değişikliği olarak tanımlandığı, doğruya göre dönme ifadesinin 2 boyutlu bağlamında kullanıldığı, dönmenin yön değiştirmeyle eşleştirildiği, verilen örneklerde dönme merkezi, açısı ve yönü gibi temel unsurların göz ardı edildiği, fiziksel olarak dönmenin açıklandığı belirlenmiştir. Öğretmen

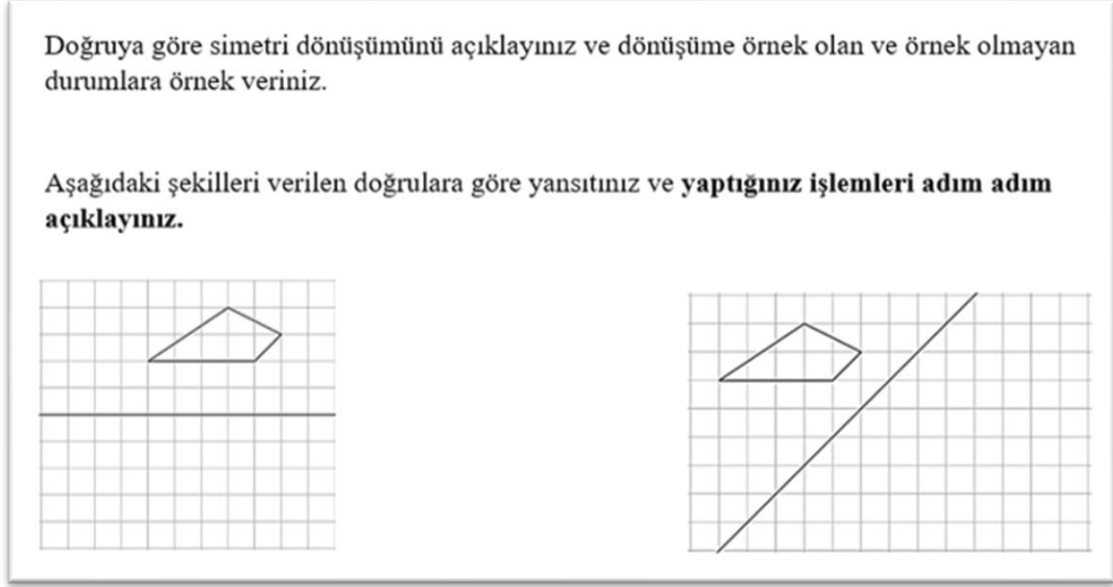
adaylarının dönme kavramına uygun olan ve olmayan durumlara yönelik verdikleri örnekler Şekil 4.17’ de verilmiştir.



Şekil 4.17: Öğretmen adaylarının dönme kavramına uygun olan ve uygun olmayan örneklere verdiği yanıtlar

Öğretmen adaylarının dönme dönüşümüne uygun olan ve olmayan örneklere verdikleri yanıtlar incelendiğinde dönme dönüşümüne yönelik en çok akrep ile yelkovanın hareketi, bir şeklin döndürülmesine yönelik çizilen şekil, dönme dolap örneklerini verdikleri görülmüştür. Ayrıca dönme dönüşümüne yönelik olarak verilen dönme dolap örneği dönme dolaplardaki kabinlerin dönme hareketini gerçekleştirirken yere paralel olan duruşlarını bozmamalarından dolayı dönme dönüşümüne yönelik kullanılan hatalı bir örnek kullanımınıdır. Öğretmen adaylarının örneklerinde yer alan dönme dolap örneğinin kullanılması dönme dönüşümünün öğrencilerin zihinlerinde bir şeklin dönmesi olarak yer edeceğinden kullanılması uygun değildir. Dönme dönüşümüne uygun olmayan örneklerde ise diğer dönüşüm türlerinden örnekler, yanlış olarak çizilen dönme dönüşümü örnekleri vermeyi tercih etmişlerdir.

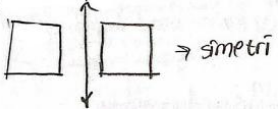
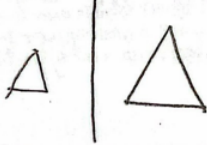
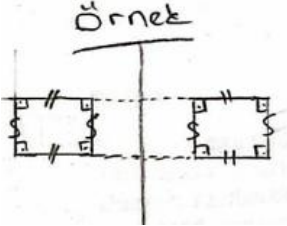
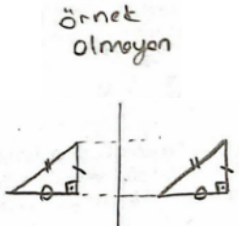
Ölçekte yer alan dördüncü soruda doğruya göre simetri kavramının öğretmen adayları tarafından açıklanması, kavrama yönelik örnek olan ve olmayan durumlara örnek verilmesi beklenmektedir. Ayrıca verilen yatay ve eğik doğruya göre simetri sorularını cevaplaması beklenmektedir. Soru Şekil 4.18’de sunulmuştur.



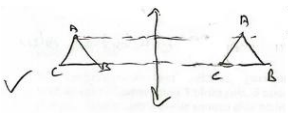
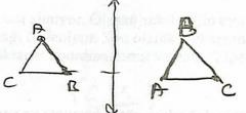

Şekil 4.18: Doğruya göre simetri sorusu

Bu doğrultuda öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar “ doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)”, “ doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)”, “doğruya göre simetri kavramını hatalı açıklama veya açıklama yapmama (III)” kategorileri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Belirlenen kategori ve kodlara yönelik yanıtların örnekleri **Tablo 4.4**’te sunulmuştur.

Tablo 4.4: Öğretmen adaylarının doğruya göre simetri kavramına yönelik cevapları

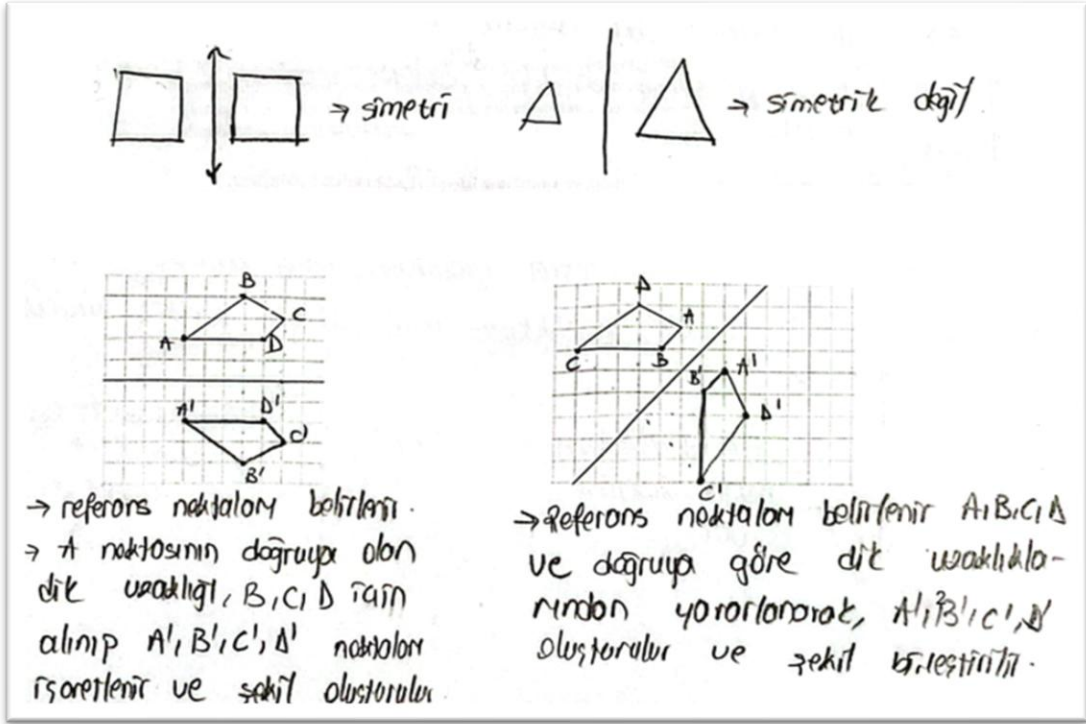
Kategori	Kod	Kavrama yönelik tanım	Kavrama uygun örnek	Uygun olmayan örnek
Doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)	Doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama (IA)	Şeklin temel özellikleri aynı kalmak koşuluyla referans noktalarının ve görüntüsünün doğruya olan dik uzaklıkları aynı olacak şekilde gerçekleştirilen harekettir. (Ö32)		
	Doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama (IB)	Şekil ile simetri doğrusu arasındaki mesafe ve şeklin özellikleri korunarak bu şeklin verilen doğruya göre simetrisini almaktır. (Ö41)	-	-
Doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)	Doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama veya kavramı fiziksel olarak açıklama, doğru örnek verme, verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama (IIA)	Ayna gibi bir doğruya göre şeklin birebir aynısını eşit uzaklıkta almak. (Ö30)		

Tablo 4.4: (devam)

Kategori	Kod	Kavrama yönelik tanım	Kavrama uygun örnek	Uygun olmayan örnek
Doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)	Doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama veya kavramı fiziksel olarak açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama (IIB)	Şeklin referans noktalarının doğruya olan uzaklığı miktarında yansıtılması (Ö35)		
Doğruya göre simetri kavramını hatalı açıklama veya açıklama yapmama (III)	Doğruya göre simetri kavramını açıklayamama veya hatalı tanım yapma, doğru örnekler verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplamama (III A)	Doğruya olan uzaklığı kadar öteleme ö53		-
Doğruya göre simetri kavramını hatalı tanım yapma, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama (IIB)	Doğruya göre simetri kavramını açıklayamama veya hatalı tanım yapma, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama (IIB)	Verilen şekillerde parçalar birbirine eş uzaklıkta olmalı ö33	Kare doğruya göre simetrikdir.	Çeşitkenar üçgen değildir

Öğretmen adaylarının doğruya göre simetri kavramına yönelik açıklama ve sunduğu örneklerle ilişkin yapılan analizde yanıtların %23,2'sinin “doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama” (IA), %1,8' inin “doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama” (IB), %19,6' sının “ doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, doğru örnek verme, verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama” (IIA), %14,3' ünün “doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama” (IIB), %26,8' inin “ doğruya göre simetri kavramını açıklayamama veya hatalı tanım yapma , doğru örnekler verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama, (IIIA)”, %14,3' ünün “doğruya göre simetri kavramını açıklayamama veya hatalı tanım yapma, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama (IIIB)”, kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.

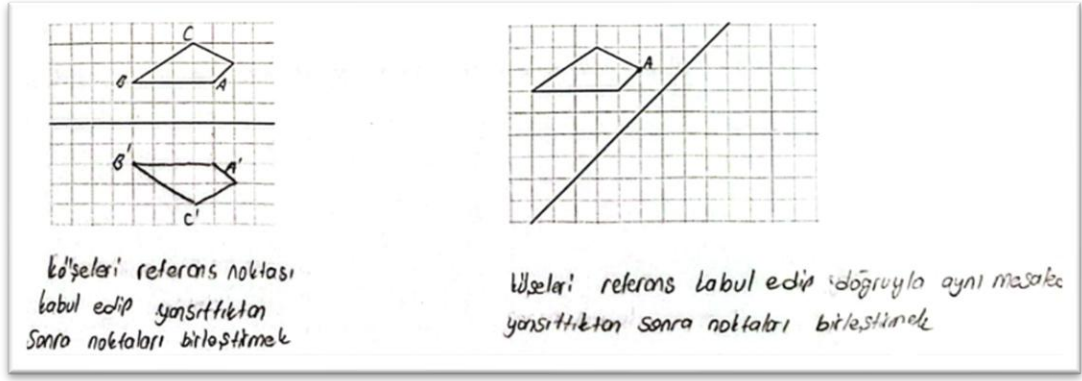
Ö32 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması şöyledir: “Şeklin temel özellikleri aynı kalmak koşuluyla referans noktalarının ve görüntüsünün doğruya olan dik uzaklıkları aynı olacak şekilde gerçekleştirilen harekettir.” Öğretmen adayının tanımı incelendiğinde doğruya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şekil ve görüntüsünün yansıma doğrusuna olan dik uzaklıklarının eşit olması ve şekil ile görüntüsünün eş/aynı olmasından bahsettiği ve kavramı matematiksel olarak doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Verdiği örnekler ve yatay ile eğik simetri alma işlemi yanıtı Şekil 4.19'da sunulmuştur.



Şekil 4.19: Ö32 Doğruya göre simetri yanıtı

Ö32 doğruya göre simetri dönüşümüne uygun olan ve olmayan durumlara da doğru şekilde örnekler vermiş, uygun olmayan örnekte şekil ile görüntüsünün eş olmadığı bir örnek vermeyi tercih etmiştir. Soruda yer alan yatay ve eğri doğruya göre simetri alma işlemlerini de doğru şekilde cevaplayan öğretmen adayının yanıtı IA (doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama) kategorisinde değerlendirilmiştir

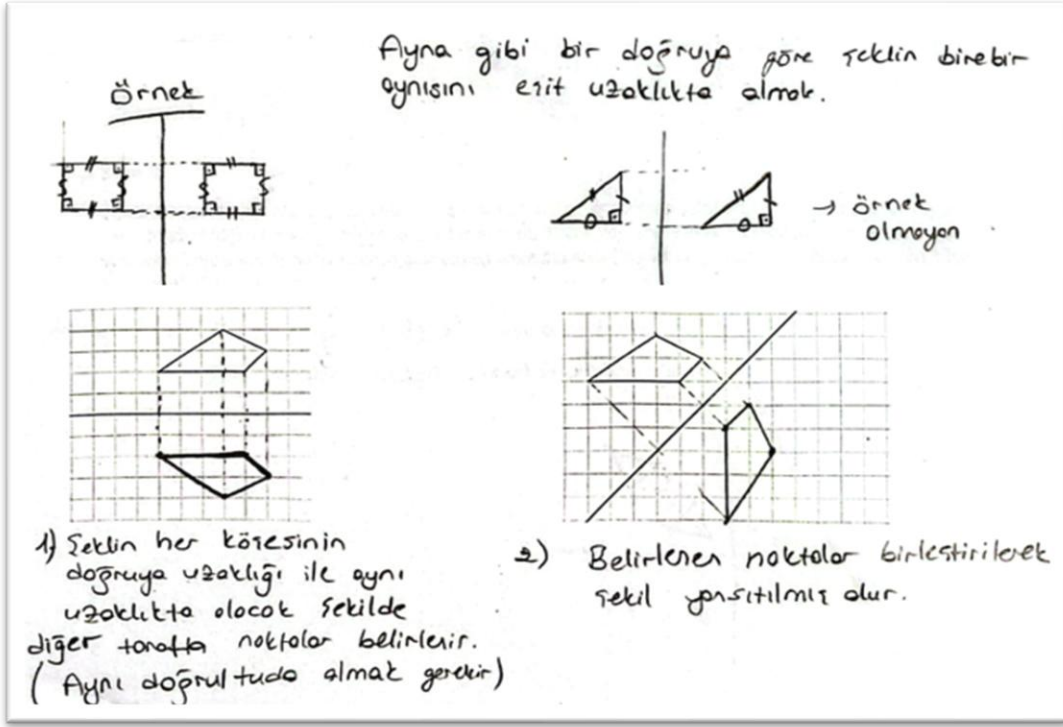
Ö41 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması şöyledir: “Şekil ile simetri doğrusu arasındaki mesafe ve şeklin özellikleri korunarak bu şeklin verilen doğruya göre simetrisini almaktır.” Öğretmen adayının tanımı incelendiğinde doğruya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şekil ve görüntüsünün yansıma doğrusuna olan dik uzaklıklarının eşit olması ve şekil ile görüntüsünün eş/aynı olmasından (şeklin özelliklerinin korunması) bahsettiği ve kavramı matematiksel olarak doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Doğruya göre simetri dönüşümüne uygun olan ve olmayan örneklere yönelik bir yanıt vermeyen öğretmen adayı, yatay ve eğik simetri doğrularına göre simetri alma sorularından da sadece yatay doğruya göre simetriyi doğru bir şekilde cevaplamıştır. Ö41’in yanıtı Şekil 4.20’de sunulmuştur.



Şekil 4.20: Ö41 Doğruya göre simetri yanıtı

Ö41'in verdiği yanıt incelendiğinde köşeleri referans alıp doğruyla aynı mesafede yansıtmak ifadesi ile eksensel simetri dönüşümünün temel özelliği olan “eşit dik uzaklık” kavramını ifade etmiştir. Ancak simetriyi çizememiştir. Ayrıca simetri dönüşümünün şeklin açılarını ve özelliklerini değiştirmedini ifade etmemiştir. Bu kapsamda öğretmen adayının yanıtı IB (doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

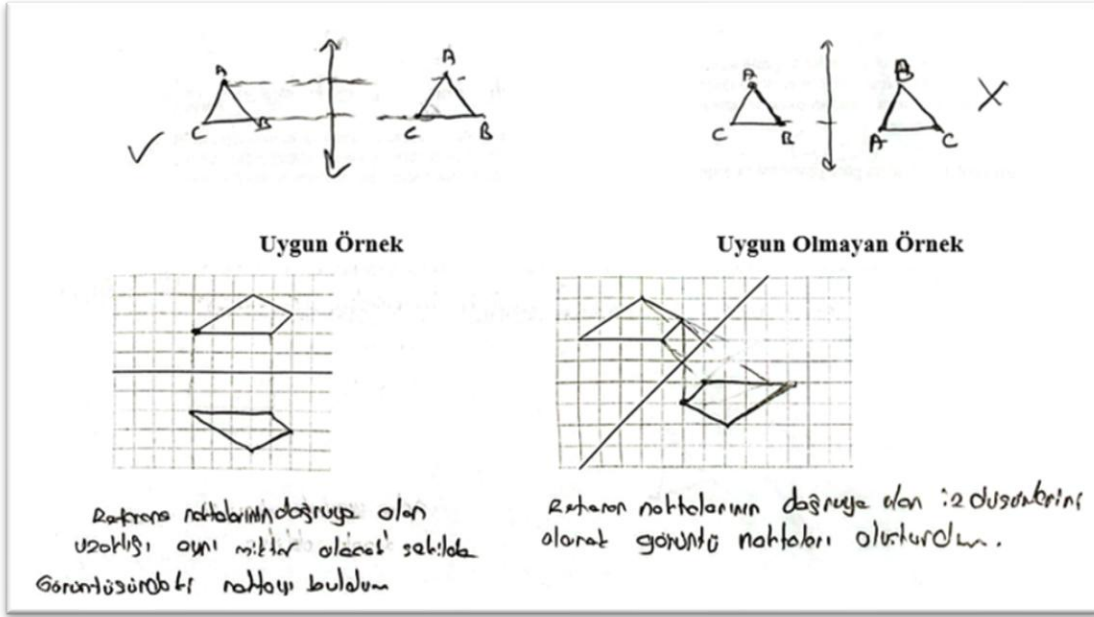
Ö30 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetri dönüşümünü “Ayna gibi bir doğruya göre şeklin birebir aynısını eşit uzaklıkta almak.” olarak ifade etmiştir. Öğretmen adayının tanımı incelendiğinde doğruya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şekil ile görüntüsünün eş/aynı olması ve şekil ile görüntüsünün yansıma doğrusuna olan dik uzaklıklarının eşit olmasından bahsettiği ancak dönüşümü fiziksel olarak doğru bir şekilde açıkladığı görülmüştür. Ö30'un verdiği örnekler ve yatay ile eğik simetri doğrusuna verdiği yanıtlar Şekil 4.21'de sunulmuştur.



Şekil 4.21: Ö30 Doğruya göre simetri yanıtı

Ö30 doğruya göre simetri dönüşümüne uygun olan ve olmayan durumlara doğru şekilde örnekler vermiş, uygun olmayan duruma şeklin yönünün değişmediği bir örnek vermiştir. Soruda yer alan yatay ve eğri doğruya göre simetri alma işlemlerini de doğru şekilde cevaplayan öğretmen adayının yanıtı IIA (doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama veya kavramı fiziksel olarak açıklama, doğru örnek verme, verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

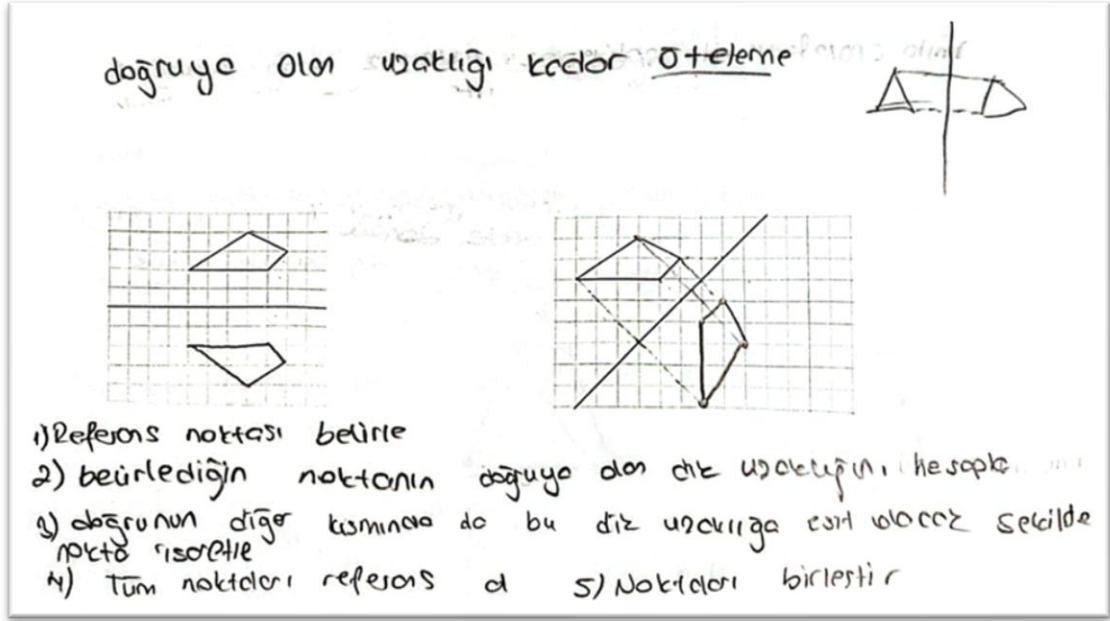
Ö35 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması şöyledir: “Şeklin referans noktalarının doğruya olan uzaklığı miktarında yansıtılmasıdır.” Öğretmen adayının tanımı incelendiğinde doğruya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şekil ve görüntüsünün yansıma doğrusuna olan dik uzaklıklarının eşit olmasından bahsettiği ancak dik uzaklıklarının değil uzaklıklarının eşit olması gerektiğini ifade ettiği görülmüştür. Şekil ile görüntüsünün eş olması parametresini de ele almayan öğretmen adayının açıklaması matematiksel olarak kısmen doğru kabul edilmiştir. Ö35’in verdiği örnekler ve yatay ile eğik simetri doğrusuna verdiği yanıtlar Şekil 4.22’de sunulmuştur.



Şekil 4.22: Ö35 Doğruya göre simetri yanıtı

Ö35'in doğruya göre simetri dönüşümüne uygun olan ve olmayan durumlara doğru şekilde örnek veren öğretmen adayı, uygun olmayan durum örneğine şeklin isimlendirilmesinin yanlış yapıldığı bir örnek vermeyi tercih etmiştir. Yatay ve eğik doğruya göre simetri alma işlemlerinden de yatay doğruya göre simetriyi doğru olarak cevaplandırmış ancak eğik doğruya göre simetriyi hatalı şekilde cevaplandırmıştır. Ö35 eğik simetri doğrusuna göre simetri alırken eşit uzaklık ilkesine uyulmadığı, izdüşüm ile yansıma kavramının karıştırıldığı görülmüştür. Bu kapsamda öğretmen adayı IIB (doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama veya kavramı fiziksel olarak açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö53 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması şöyledir: "Doğruya olan uzaklığı kadar ötelemedir." Öğretmen adayının tanımı incelendiğinde doğruya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şekil ve görüntüsünün yansıma doğrusuna olan dik uzaklıklarının eşit olmasından bahsettiği görülmüştür. Ö53'ün verdiği yanıtlar Şekil 4.23'te sunulmuştur.



Şekil 4.23: Ö53 Doğruya göre simetri yanıtı

Öğretmen adayı doğruya göre simetri dönüşümünü öteleme dönüşümü ile karıştırmış ve bu açıklaması hatalı kabul edilmiştir. Doğruya göre simetri örneğinde dikdörtgenin simetri eksenini referans noktası ve uzaklık özellikleri dikkate alınmadan çizdiği görülmüştür. Doğruya göre simetri örneğine, yaptığı hatalı açıklamaya ve doğruya göre simetri dönüşümüne de kısmen uygun doğru örnek vermiştir. Soruda yer alan yatay ve eğik simetri doğrusuna göre simetri alma işlemlerini de doğru şekilde cevaplayan öğretmen adayı bu kapsamda IIIA (doğruya göre simetri kavramını açıklayamama veya hatalı tanım yapma , doğru örnekler verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

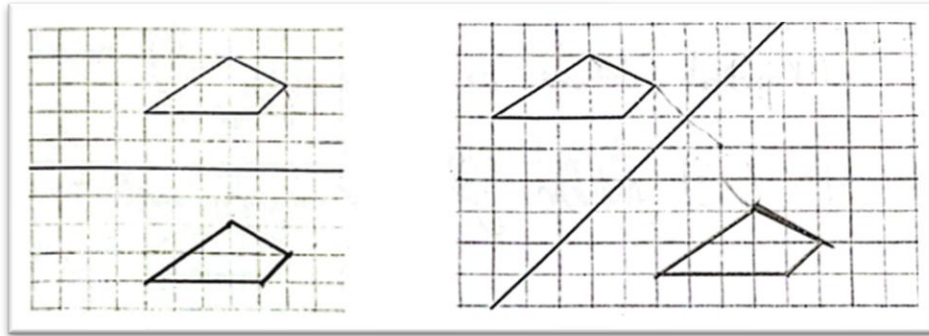
Ö33 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması şöyledir: “Verilen şekillerde parçalar birbirine eş uzaklıkta olmalıdır.” Öğretmen adayının tanımı incelendiğinde doğruya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şekil ve görüntüsünün yansıma doğrusuna olan dik uzaklıklarının eşit olmasından ve sadece iki şeklin birbirine eş uzaklıkta olması gerektiğinden bahsettiği görülmüştür. Ö33’ün verdiği yanıtlar Şekil 4.24’te sunulmuştur.

Verilen şekillerde parçalar birbirine eş uydurmakta olmalı.
Kare doğruya göre simetridir. Çeşitkenar üçgen değildir.

Şekil 4.24: Ö33 Doğruya göre simetri yanıtı

Şekilde görüldüğü gibi “kare doğruya göre simetriktir” ifadesi hatalıdır. Benzer durum çeşitkenar üçgen örneği için de geçerlidir. Her kare sadece belirli dikey, yatay ya da köşegen doğrularına göre simetriktir. Simetri dönüşümü için yetersiz tanım ve kısmen doğru örnekler verilmiştir. Doğruya göre simetri dönüşümüne uygun olan durum için “kare doğruya göre simetriktir”, uygun olmayan durum için “çeşitkenar üçgen değildir” şeklinde örnekler vererek doğruya göre simetri dönüşümünü şeklin simetrik olma durumu ile kısıtladığı görülmüştür. Hangi doğruya göre simetrik olduğunu açıklamamıştır. Soruda yer alan yatay ve eğri doğruya göre simetri alma işlemlerini doğru şekilde cevaplayan öğretmen adayı bu kapsamda IIB (doğruya göre simetri kavramını açıklayamama veya hatalı tanım yapma, kısmen doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapmama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

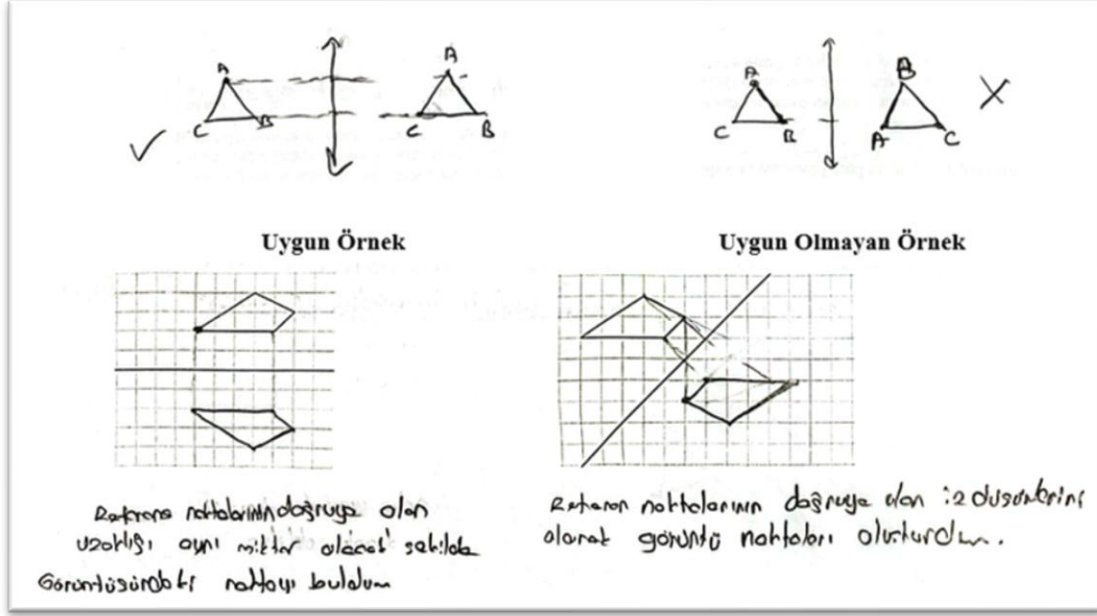
Ö13 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetri tanımını “verilen şeklin x ve y noktalarına göre simetriği alınır” şeklinde ifade etmiştir. Örnekleme yapmamıştır. Doğruya göre simetri alma sorusuna ilişkin yanıtı Şekil 4.25’te verilmiştir.



Şekil 4.25: Ö13 Doğruya göre simetri yanıtı

Ö13 kodlu öğretmen adayının eğik doğruya göre simetri alma sorusuna verdiği yanıt görülmektedir. Öğretmen adayının simetriyi şeklin tek bir noktasını referans alarak yansıtmaya işlemini yaptığı ve yanlış olarak belirlediği görülmüştür. Eğik simetri doğrusuna göre yansıtmaya işlemini hatalı yapmıştır. Ayrıca simetriyi “verilen şeklin x ve y noktalarına göre simetriğini alma” olarak tanımlaması da hatalıdır.

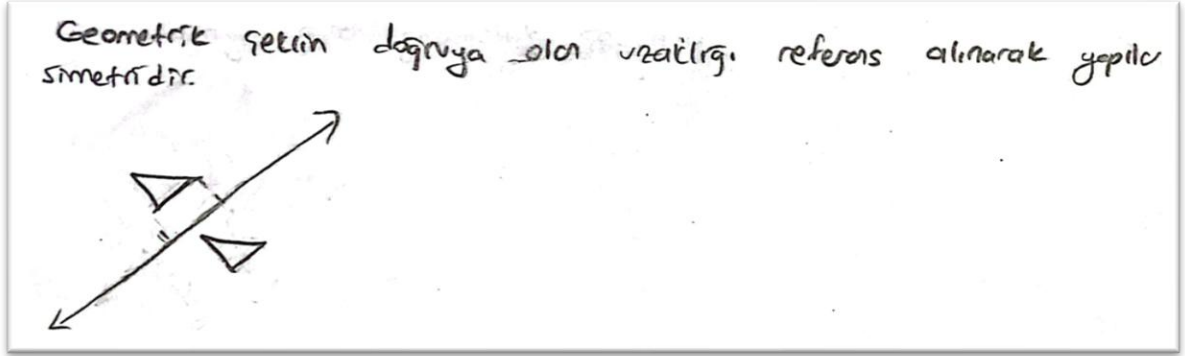
Ö35 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetri açıklamasında “referans noktalarının doğruya olan uzaklığı miktarı yansıtılması” ifadesi yer almaktadır. Doğruya göre simetri için uygun olan ve uygun olmayan durum örnekleri ile eğik simetri doğrusu yanıtı Şekil 4.26’da sunulmuştur.



Şekil 4.26: Ö35 Doğruya göre simetri yanıtı

Ö35’in açıklamasında yer alan “referans noktaları” ve “doğruya olan uzaklık” ifadeleri, doğruya göre simetri kavramında yer alan temel unsurları içerse de doğruya göre simetri tanımında bir şeklin her noktasının simetri doğrusuna olan dik uzaklığı ile görüntü noktalarının aynı uzaklıkta olması gerektiği ve dik olmak koşulu belirtmemiştir. Kısmen doğru olan bu tanımın yansımaları, uygun örnek olarak çizilen şekilde de görülmektedir. Doğruya göre simetri yerine ötelemenin gerçekleştirildiği örnekte noktalar eşit uzaklıkta ve dik yansımaları, şeklin korunumu, nokta eşleştirmeleri hatalı yapılmıştır. Simetri uygulaması hatalıdır. Ayrıca öğrencinin eğik simetri doğrusu yanıtı için açıklaması: “referans noktalarının doğruya olan izdüşümlerini alarak görüntü noktalarını oluşturdu” biçimindedir. Ö35’in doğruya göre simetri açıklamasında dikkat etmediği “dik uzaklık” kavramının burada izdüşüm ifadesiyle açıklanmaya çalışıldığı görülmektedir. Ancak açıklamadaki eksiklik eğik simetri doğrusuna yönelik uygulamaya da yansımıştır. Şekilde verilen ABCD dörtgenin bazı noktalarının yansımaları simetri doğrusuna göre tam dik uzaklık korunarak alınmamıştır. Ayrıca belirttiği izdüşüm doğruları yoktur. Her noktanın simetri doğrusuna dik uzaklığının korunması, işlemsel olarak da uygulanmamıştır. Alan bilgisinde

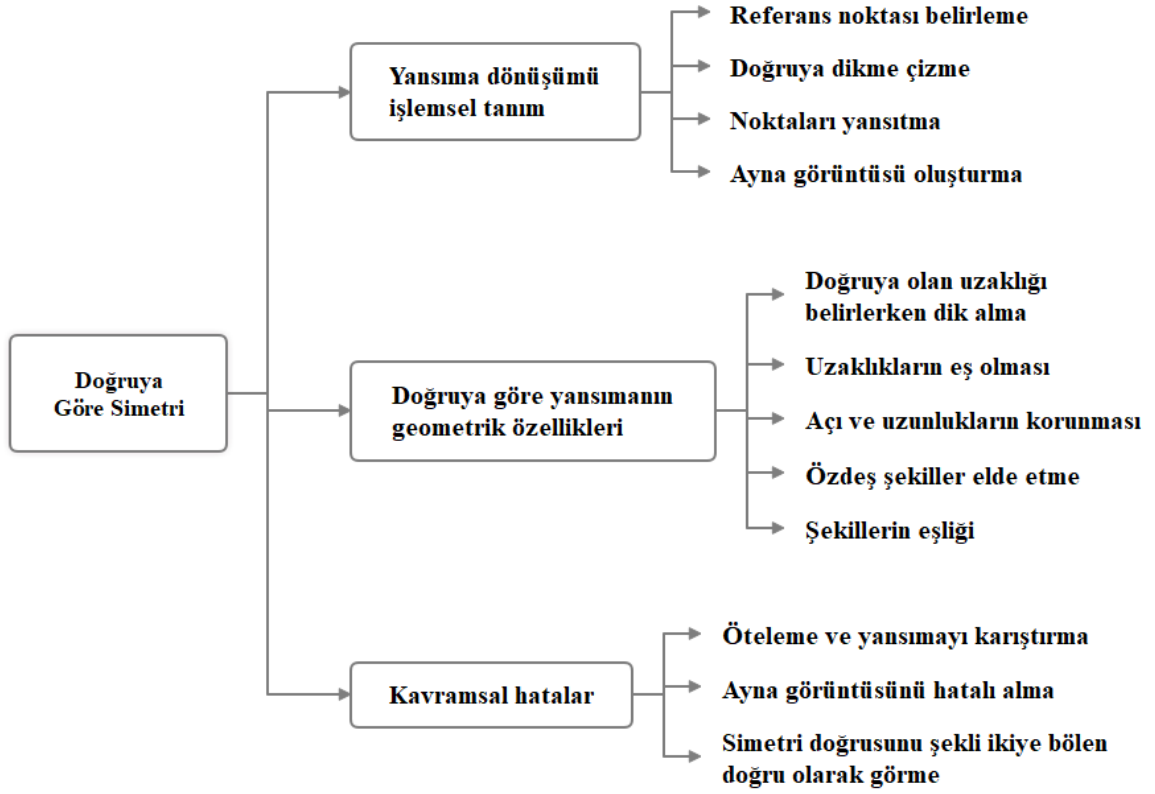
yer alan bu eksikliğin, işlemsel uygulamaya da yansıdığı görülmektedir. Ö47'nin doğruya göre simetri tanımını ve örneği Şekil 4.27'de sunulmuştur.



Şekil 4.27: Ö47 Doğruya göre simetri örneği

Ö47'nin doğruya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şekil ve görüntüsünün yansıma doğrusuna olan dik uzaklıklarının eşit olmasından bahsettiği ancak dik uzaklıklarının değil referans alınan noktaların doğruya uzaklıklarını ele aldığı görülmüştür. Ancak öğretmen adayı şeklin tüm noktalarının doğruya uzaklıklarını belirlemeyi göz ardı etmiş ve referans aldığı köşelerin doğruya olan mesafesini baz alarak şekli o mesafe kadar uzaklıkta aynen çizmiştir yani ötelemiştir.

Öğretmen adaylarının doğruya göre simetri kavramına ilişkin betimsel içerik analizi sonucunda elde edilen kategori ve kodlar Şekil 4.28'de sunulmuştur.



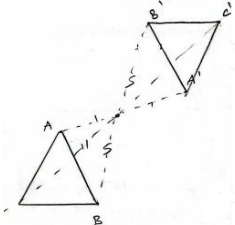
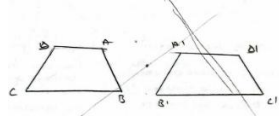
Şekil 4.28: Doğruya göre simetri kavramı kategori ve kodları

Öğretmen adaylarının doğruya göre simetri açıklamalarının “yansıma dönüşümü işlemsel tanımı”, “doğruya göre yansımanın geometrik özellikleri” ve “kavramsal hatalar” kategorilerinde 12 kod olarak gruplandırıldığı belirlenmiştir. Yansıma dönüşümünün işlemsel tanımı kategorisi, şekil üzerinde alınan noktalara yapılan işlemlerle, simetri noktalarının elde edilmesini açıklamaktadır. Bu kapsamda öğretmen adaylarının yansıma işlemini başlatmak için referans noktası seçme, simetri doğrusuna dik çizme, noktaların çizilen dikmeler boyunca eş uzaklıkta yansıtılması, görüntü noktalarının belirlenmesi, tüm referans noktaları simetri ile elde edildikten sonra bu noktaları birleştirerek simetri şeklinin inşa edilmesi gibi kodlar altında verilen tanımlarda, doğruya göre simetri işleminin işlemsel tanımının temel alındığı görülmüştür. Doğruya göre yansımanın geometrik özellikleri kategorisi, katılımcıların kavramsal bilgilerine dayanan açıklamalardan elde edilmiştir. Bu kategorideki kodlardan simetri dönüşümünde bir nokta ile yansıma arasında simetri doğrusuna dik uzaklığı alma gerekliliğinin vurgulandığı belirlenmiştir.

Ayrıca alınan nokta ve yansıyan noktaların simetri doğrusuna eşit uzaklıkta olmasını kapsamaktadır. Geometrik dönüşümlerde değişmeyen özelliklerden olan; açı, kenar gibi uzunluklarının ve ölçülerin değişmemesi; ilk şekil ile yansımasının eşliği, geometrik eşliğin ayırt edilmesini içermektedir. Bunun yanında öğretmen adaylarının açıklamalarında yer alan kavramsal hataların ağırlıklı olarak; öteleme ve simetri karıştırma, simetri doğrusunu şekli ikiye bölen doğru olarak düşünme, yansımanın sonucunda şeklin yön değiştirmesini göz ardı ederek ayna görüntüsüyle açıklanması, tanımın yüzeysel yapılmasını içermektedir. Öğretmen adaylarının yanıtlarının ağırlıklı olarak kavramsal bilgi bağlamında temel kurallara değinilmiş olsa da yüzeysel olduğu, işlemsel bilginin daha net ortaya konulduğu belirlenmiştir.

Ölçekte yer alan beşinci soruda noktaya göre simetri kavramının öğretmen adayları tarafından açıklanması, kavrama yönelik örnek olan ve olmayan durumlara örnek verilmesi ayrıca verilen noktaya göre simetri alma sorusunu doğru cevaplamaları beklenmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar “noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)”, “ noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)”, “noktaya göre simetri kavramını hatalı açıklama veya açıklama yapmama (III)” çerçevesinde değerlendirilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının noktaya göre yansıma dönüşümünün işlemsel ve kavramsal uygulamasını gözlemlemek amacıyla sorulan soruda öğretmen adaylarından kareli kağıt üzerinde verilen çokgeni noktaya göre simetrisini bulmaları istenmiştir. Bu sorunun yanıtı betimsel olarak incelenmiş noktaya göre simetri kavram açıklamasına örnek olan ve olmayan durum örnekleri ise belirlenen kriterler çerçevesinde değerlendirilmiştir. Elde edilen yanıtların örnekleri Tablo 4.5’te sunulmuştur.

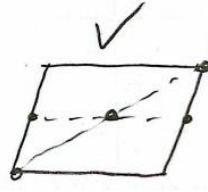
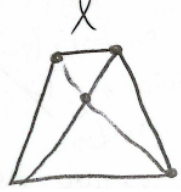
Tablo 4.5: Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri kavramına yönelik cevapları

Kategori	Kod	Kavrama yönelik tanım	Kavrama örnek durum	Örnek olmayan durum
Noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)	Noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama (IA)	Belirli noktaya göre şeklin her yeni köşesi eskisiyle aynı doğrultuda ve belirlenen köşe ile noktaya aynı uzaklıkta olacak şekilde yansıtmadır (Ö46)		

Tablo 4.5: (devam)

Kategori	Kod	Kavrama yönelik tanım	Kavrama örnek durum	Örnek olmayan durum
Noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama (I)	Noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri yapamama (IB)	Şeklin temel özellikleri aynı kalmak koşuluyla noktaya olan dik uzaklıkların eşit olduğu hareket türüdür. (Ö32)		
Noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama (II)	Noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, doğru örnek verme, verilen noktaya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama (IIA)	Şeklin tüm noktalarının, noktaya göre simetriği alınır ve bu noktalar birleştirilir. (Ö21)		
	Noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama (IIB)	Şeklin her noktasının belirlenen bir noktaya göre simetrisini almaktır. Yani noktaya göre yansıtma denilebilir. (Ö4)		

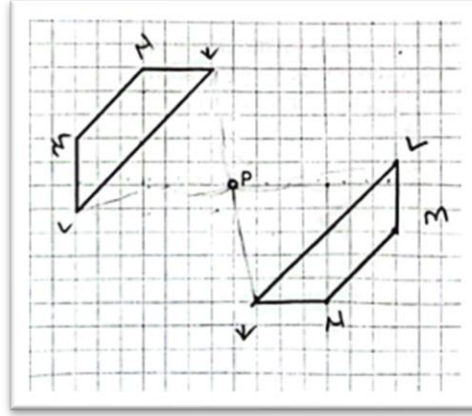
Tablo 4.5: (devam)

Kategori	Kod	Kavrama yönelik tanım	Kavrama örnek durum	Örnek olmayan durum
Noktaya göre simetri kavramını hatalı açıklama veya açıklama yapmama (III)	Noktaya göre simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım yapma , doğru örnekler verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama (IIIA)	Noktaya olan uzaklığı kadar öteleme (Ö53)		
	Noktaya göre simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım yapma, kısmen doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama (IIB)	Verilen şeklin tüm noktaları noktaya eşit uzaklıkta olmalı (Ö33)	Daire noktaya göre simetriktir.	Fakat yamuk değildir

Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri kavramına yönelik açıklama ve sunduğu örneklere ilişkin yapılan incelemede yanıtların %19,6' sının “noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama” (IA), %3,6' sının “ noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama” (IB), %7,1' inin “ noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, doğru örnek verme, verilen noktaya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama” (IIA), %17,9' unun “noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama (IIB), % 17,9'

unun “ noktaya göre simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım yapma , doğru örnekler verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama, (IIIA)”, %33,9’ unun “noktaya göre simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım yapma, kısmen doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama (IIIB)”, kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.

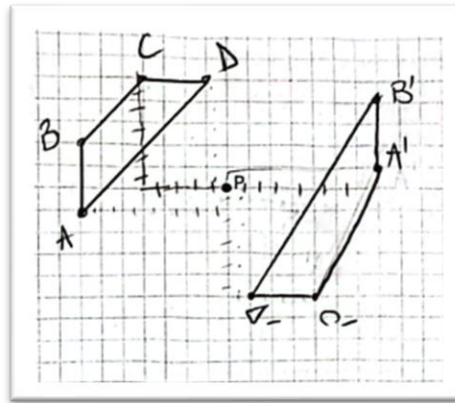
Ö46 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması şöyledir: “Belirli noktaya göre şeklin her yeni köşesi eskisiyle aynı doğrultuda ve belirlenen köşe ile noktaya aynı uzaklıkta olacak şekilde yansıtmadır.” Öğretmen adayının tanımı incelendiğinde noktaya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şekil ve görüntüsünün yansıma noktasına uzaklıklarının eşit olması ve şekil ile görüntüsünün eş/aynı olmasından bahsettiği ve kavramı matematiksel olarak doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Tablo 4.5 incelendiğinde noktaya göre simetri dönüşümüne uygun olan ve olmayan durumlara doğru örnekler vermiş, uygun olmayan örnekte bir yamuğun doğruya göre simetrisinin alındığı örnek vermeyi tercih etmiştir. Ö46’nın noktaya göre simetri sorusuna verdiği yanıt Şekil 4.29 ’da sunulmuştur.



Şekil 4.29: Ö46 noktaya göre simetri yanıtı

Noktaya göre simetri alma işlemini doğru şekilde cevaplayan öğretmen adayı bu kapsamda IA (noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö32 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması şöyledir: “Şeklin temel özellikleri aynı kalmak koşuluyla noktaya olan dik uzaklıkların eşit olduğu hareket türüdür.” Öğretmen adayının tanımı incelendiğinde noktaya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şekil ile görüntüsünün eş/aynı olması (“temel özelliklerin korunması”) ve şekil ile görüntüsünün yansıma noktasına uzaklıklarının eşit olmasından bahsettiği ve kavramı matematiksel olarak kısmen doğru bir şekilde açıkladığı görülmektedir. Ancak yansıma noktasına uzaklıkların eşit olması gerektiğine dair açıklamasını yaparken, “noktaya olan dik uzaklıkların” eşit olması gerektiği ifadesini kullanmayı tercih ettiği görülmüştür. “Dik uzaklıkların eşitliği” ifadesi simetri ile ilgili eşit uzaklık algısının oluştuğunu gösterse de bu ifade noktaya göre simetri için hatalıdır. Noktaya göre simetri, bir şeklin her noktasının referans olan noktaya göre doğrusal olarak zıt yönde ve eşit uzaklıkta yerleştirilmesidir. Bu durum diklik içermez. Dik uzaklık sadece doğruya göre simetri kavramında söz konusudur. Noktaya göre simetri vektörel doğrultu üzerinde gerçekleşir. Simetri noktası bu iki nokta arasında bir noktadır, diklik yoktur. Ö32’nin nokta simetrisi için verdiği yanıt Tablo 4.5’te görülmektedir. Nokta simetrisine uygun verdiği örneği “şekli 180° döndürdüm, nokta simetrisi var” biçiminde açıklamıştır. Nokta simetrisi elde etmenin en temel yöntemi 180° döndürme işlemidir. Ancak neyin döndürüldüğü ifade edilmemiştir. Tek bir doğrultuda iki ok ile simetri açıklanmıştır. Eş uzaklık ve eşlik açıklaması yoktur. Bu yüzden cevap kısmen doğru kabul edilmiştir. Benzer olay örnek olmayan duruma verdiği örnek için de geçerlidir. Ö32’nin ABCD dörtgeninin noktaya göre simetrisini aldığı yanıtı Şekil 4.30 ’da sunulmuştur.

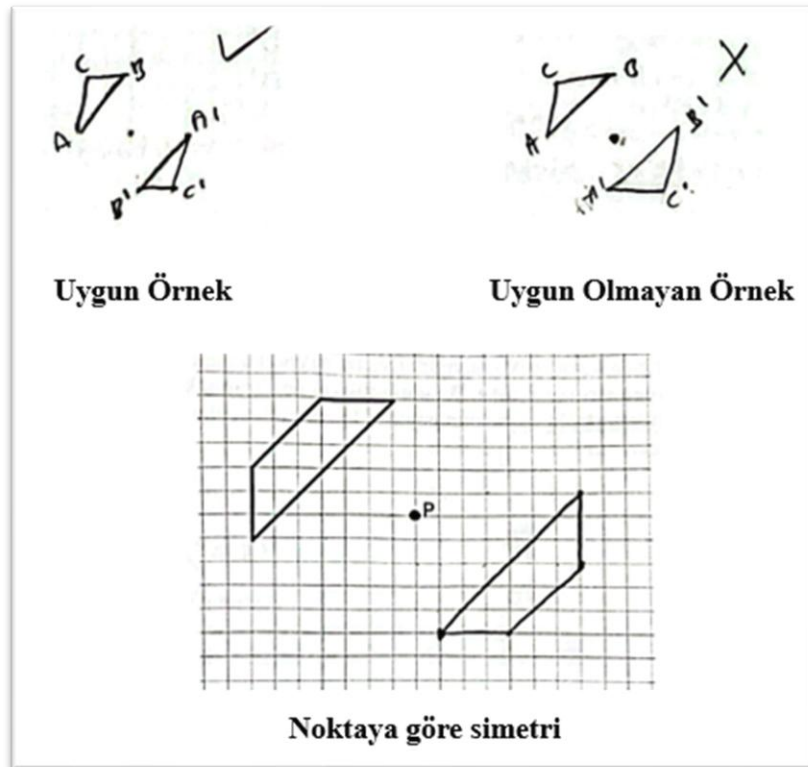


Şekil 4.30: Ö32 noktaya göre simetri yanıtı

Şekilde görüldüğü gibi Ö32, ABCD dörtgeninin P noktasına göre simetrisini alırken yansıma doğrultusunu hatalı çizmiştir. Noktalar simetri noktasına göre zıt yönlü ve aynı

doğru üzerinde değildir. Bu durum öğrencinin noktaya göre simetri tanımındaki hatasının uygulamaya da yansıdığını göstermektedir. Yansıyan şekil olan ABCD dörtgeni ile A'B'C'D' dörtgeni eş değildir. B noktasının simetriğini hatalı almıştır. Öğrencinin kısmen doğru olarak tanımladığı noktaya göre simetri kavramının uygulamasını da kısmen doğru yaptığı; eş uzaklık, doğrusal zıtlık ve yön tersliği gibi geometrik kurallara kısmen dikkat ettiği belirlenmiştir. Bu kapsamda öğretmen adayı IIB (noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

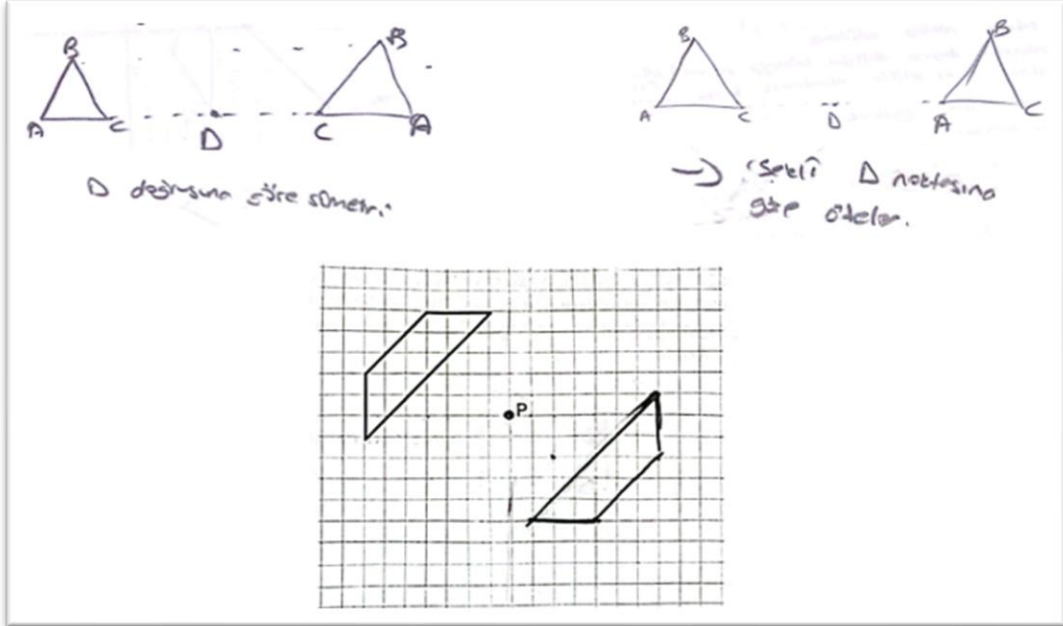
Ö21 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması şöyledir: “Şeklin tüm noktalarının, noktaya göre simetriği alınır ve bu noktalar birleştirilir.” Öğretmen adayının tanımı incelendiğinde noktaya göre simetri dönüşümüne yönelik sadece şeklin tüm noktalarının, noktaya göre simetrisinin alınacağından bahsettiği görülmüştür. Ö21 açıklamasında “her noktanın simetri merkezine olan uzaklığının ve doğrultusunun korunmasına” atıfta bulunmamıştır. Noktaya göre simetri için verdiği örnek ile bir dörtgenin noktaya göre simetriğinin alınmasının beklendiği soruya yanıtı Şekil 4.31 'de sunulmuştur.



Şekil 4.31: Ö21 noktaya göre simetri örnek ve yanıtları

Şekil 4.29 incelendiğinde Ö21'in noktaya göre simetri için verdiği örneklerde kısmen doğru yanıt verdiği görülmüştür. Örneklerinde çizdiği üçgenlerin köşelerinde aldığı referans noktalarının simetri merkezinde uzaklıklarının eşit olduğu bilgisi yer almamaktadır. Birim kareleri sayarak yaptığı, dörtgenin yansımasında oluşturulan çizimde aynı özellikler yine açıklanmamıştır. Bu nedenle tanım ve örnekler kısmen doğrudur, öğretmen adayı IIA (noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, doğru örnek verme, verilen noktaya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö4 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması şöyledir: "Şeklin her noktasının belirlenen bir noktaya göre simetrisini almaktır. Yani noktaya göre yansıma denilebilir." Öğretmen adayının noktaya göre simetri dönüşümünü şeklin her noktasının, noktaya göre simetriğini almak olarak açıkladığı görülmüştür ve açıklaması matematiksel olarak kısmen doğru kabul edilmiştir. Çünkü denklik ve eşit uzaklık vurgusu eksiktir. Şekil 4.32'de verdiği örnekler ve P noktasına göre verilen dörtgenin simetrisine yönelik yanıt sunulmuştur.

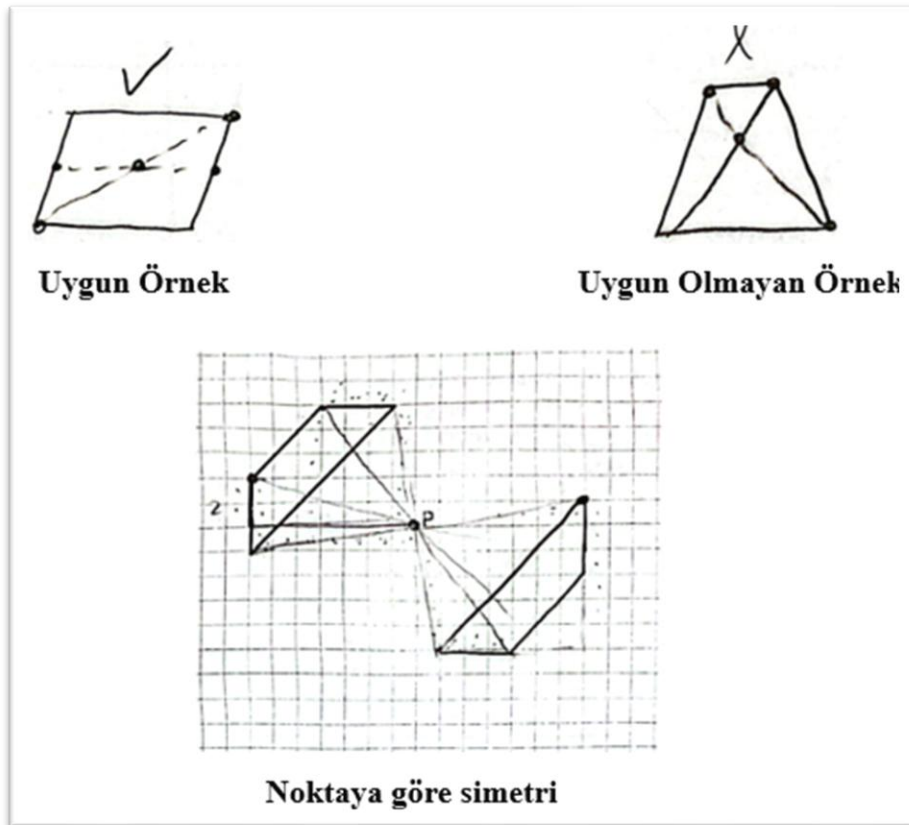


Şekil 4.32: Ö4 noktaya göre simetri yanıtı

Ö4'ün noktaya göre simetri dönüşümüne uygun olarak verdiği örneğinde ABC üçgenini sadece C köşesinin D noktasına göre simetriğini almış ve şekli hatalı olarak yansıtmıştır. Ya da D noktasından geçtiğini düşündüğü doğruya göre yansıtmıştır. Noktaya göre simetri

dönüşümüne uygun olmayan duruma da öteleme dönüşümü örneği vermeyi tercih etmiş ve D noktasına göre ötelendiğini belirtmiştir. Öteleme dönüşümünün parametrelerinde bir noktaya göre öteleme gibi bir durum söz konusu olmadığı için öğretmen adayının konuya yönelik kavramsal eksikliğinin olduğu görülmektedir. Ö4 bir dörtgenin P noktasına göre simetrisini doğru şekilde cevaplamış ancak birim kareleri saymış, simetri merkezine olan uzaklıklarının eşit olması gerektiğini belirtmemiştir. Ö4'ün yanıtı bu kapsamda IIB (noktaya göre simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, kısmen doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö53 kodlu öğretmen adayı doğruya göre simetri dönüşümüne yönelik “Noktaya olan uzaklığı kadar ötelemedir.” biçiminde bir açıklama yazmıştır. Ö53'ün noktaya göre simetri için verdiği örnekler ile dörtgenin noktaya göre simetrisinin alındığı soruya ilişkin yanıtları Şekil 4.33 'te sunulmuştur.



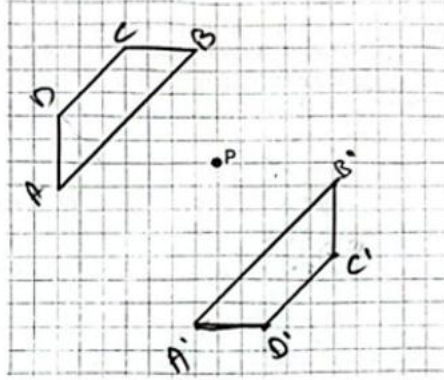
Şekil 4.33: Ö53 noktaya göre simetri yanıtı

Öğretmen adayının tanımı ve örnekleri incelendiğinde çeşitli eksiklik ve hatalar göze çarpmaktadır. Noktaya göre simetri tanımında yer alan “öteleme” ifadesi hatalıdır. Noktaya göre simetri bir öteleme değil izometrik dönüşümdür. Yani bir şekli düzlemde hareket ettirirken şeklin büyüklük, açı, kenar uzunlukları gibi şekil ve biçim değiştirmeden yerinin değişmesidir. Öteleme ve yansıma da bir izometrik dönüşüm olmasına rağmen öteleme kaydırma, yansıma ise simetrik olarak aynalama ile ilgilidir (Serra, 2008). Bu nedenle belirtilen kavramların aynı anlamda kullanılması hatalıdır. Ayrıca “uzaklığa kadar öteleme” ifadesi noktaya göre simetri kavramını karşılayan 180° dönme hareketini kapsamamaktadır. Yapılan tanımda yön değişimi, simetri merkezine eş uzaklık ve noktaların yer değişimi bulunmamaktadır. Noktaya göre simetri için verdiği örnekte çizdiği paralelkenarda seçtiği noktanın simetri merkezi olarak seçildiği düşünülmektedir. Köşegenler ve şekil simetriye uygun olarak döndürülmüştür. Ancak hangi noktaların seçilen noktaya göre simetrik olduğu belirtilmemiştir. Şeklin 180° döndüğü açıkça belli değildir. Benzer durum uygun olmayan örnekte de söz konusudur. Niçin verilen örneğin noktaya göre simetri örneği olmadığı açıklanmamıştır. Bununla birlikte verilen P noktasına göre dörtgene uygulanan simetri işleminde de nokta eşleştirmeleri net değildir. Şekildeki işaretlemeler, simetri işleminin birim kareleri sayarak gerçekleştirildiğini göstermektedir. Bu nedenle Ö53 noktaya göre simetri kavramını, öteleme kavramıyla karıştırmış, tanımı hatalı ifade etmiş, örnek ve uygulamaları ise kısmen doğru yanıtlamıştır. Bu kapsamda öğretmen adayı IIIA (noktaya göre simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım yapma , doğru örnekler verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö33 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması ve dönüşüme yönelik uygun olan ve olmayan durum örneklerine dair açıklaması şöyledir: “Verilen şeklin tüm noktaları noktaya eşit uzaklıkta olmalıdır. Daire noktaya göre simetriktir. Fakat yamuk değildir.” Ö33’ün soruya ilişkin yanıtı Şekil 4.34’ te sunulmuştur.

Uygun olan ve olmayan örnek

Daire noktaya göre simetridir. fakat yamuk değildir

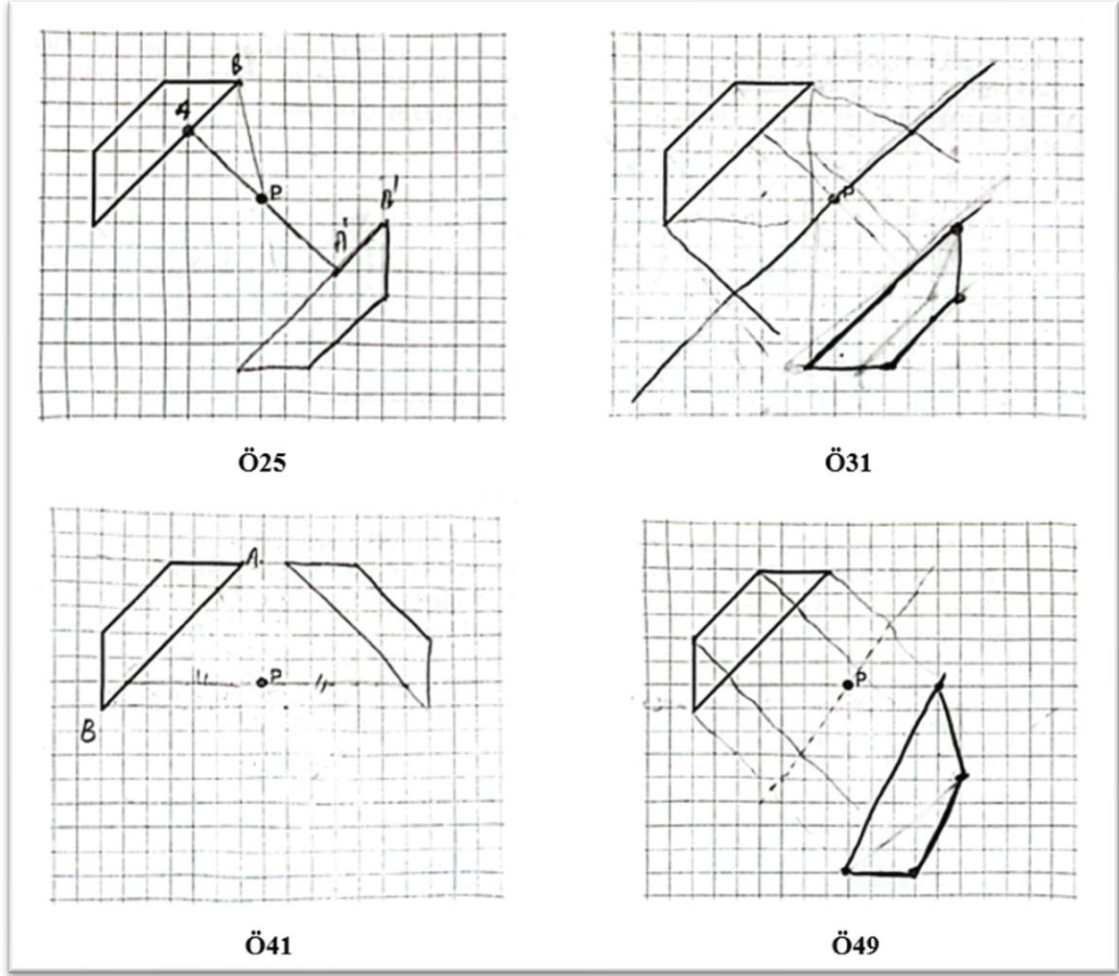


Noktaya göre simetri

Şekil 4.34: Ö33 noktaya göre simetri yanıtı

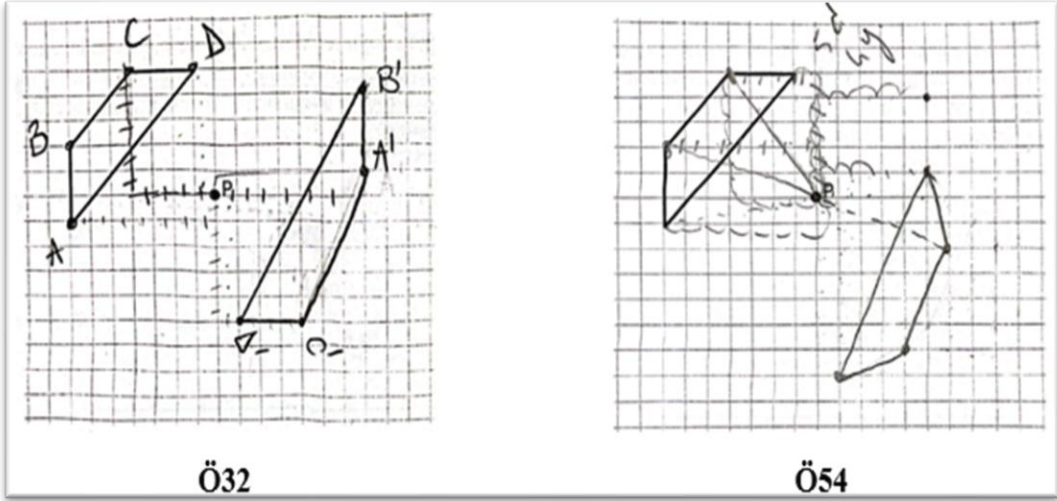
Ö33'ün tanımı incelendiğinde noktaya göre simetri dönüşümünü Ö53 kodlu öğretmen adayının dönüşüme yönelik verdiği örnekteki gibi geometrik şeklin bir merkez noktaya göre simetrik olup olmaması olarak açıkladığı görülmüş ve açıklaması yetersiz kabul edilmiştir. Dönüşüme uygun olan ve olmayan durumlara yönelik verdiği örnekler de dönüşüme yönelik açıklamasını destekler niteliktedir. “Tüm noktalar, noktaya göre eşit uzaklıkta olmalıdır” ifadesi her bir noktadan simetri merkezine çizilen doğru, aynı doğru üzerinde ve simetri merkezinden eşit uzaklıkta zıt yönde olmalıdır kavramını yansıtmamaktadır. Ö33 tüm noktaların simetri merkezine eşit uzaklıkta olması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu mümkün değildir. “Daire simetridir, yamuk değildir” ifadesi hatalı bir genelleme içermektedir. Noktaya göre simetrik olma durumu şeklin türüne değil konum ve simetri merkezine göre değişen bir durumdur. Bir daire, simetri merkezine göre simetridir. Ancak yamuk, her köşe noktası simetriye doğru şekilde yerleştirilirse noktaya göre simetrik olabilir. Noktaya göre simetriye verdiği yanıtta ise noktaya göre simetri işlemi yapmak yerine P'den geçtiğini düşündüğü, eğik bir doğruya göre simetri işlemi yapmıştır. Bu doğrultuda Ö33'ün tanımı hatalıdır. Verdiği örnek ve noktaya göre simetri sorusuna verdiği yanıt da hatalıdır. Öğretmen adayı bu kapsamda IIIB (noktaya göre simetri kavramını açıklayamama veya yanlış tanım yapma, kısmen doğru örnek verme ve verilen noktaya göre simetri sorusunu kısmen doğru yapma veya yapamama) kategorisinde değerlendirilmiştir.

Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri almalarının beklendiği soruya verdiği yanıtlar incelendiğinde %21,4'ünün (12 öğretmen adayı), P noktasından bir doğru geçtiği düşüncesi ile simetri aldığı belirlenmiştir. Bu duruma dair örnekler Şekil 4.35'te sunulmuştur.



Şekil 4.35: Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri hataları

Şekil incelendiğinde öğretmen adaylarının noktaya göre simetri alırken, noktadan geçen bir doğru belirleyerek (dikey, eğik, vs.) simetri alma hatasına düştüğü görülmektedir. Bunun yanında soruya yanıt veren öğretmen adaylarından yalnızca 2 öğretmen adayı; şeklin noktalarını simetri merkezi ile aynı doğru üzerinde, bu noktaya eşit uzaklıkta ve ters yönde olacak şekilde yerleştirerek simetriyi bulmuştur. Bunun dışında farklı hatalar da bulunmaktadır. Ö32 ve Ö54'ün noktaya göre simetriye yönelik yanıtı Şekil 4.36'da sunulmuştur.



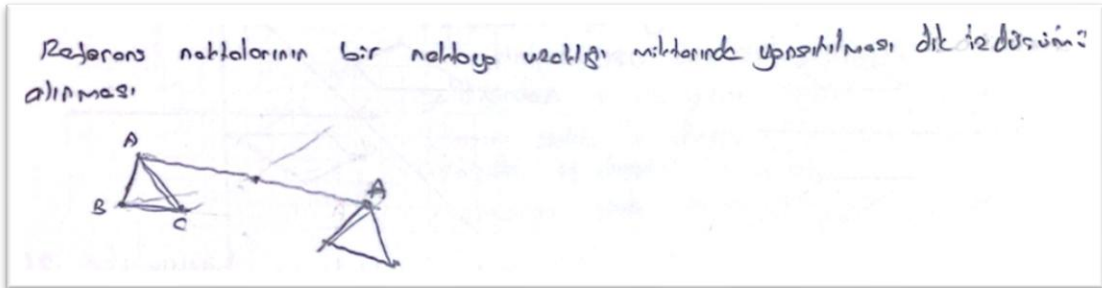
Ö32

Ö54

Şekil 4.36: Ö32 ve Ö54 noktaya göre simetri yanıtı

Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri alma sorusuna verdiği hatalı yanıt örnekleri şekilde verilmiştir. Öğretmen adayları şeklin köşe noktalarının verilen noktaya göre simetrisini alırken hata yaptıkları görülmüştür.

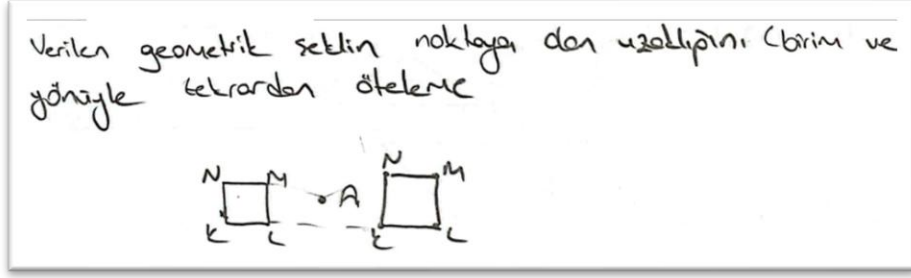
Ö35 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması ve verdiği örnek Şekil 4.37’de görülmektedir.



Şekil 4.37: Ö35 noktaya göre simetri örneği

Ö35, noktaya göre simetri dönüşümünü “referans noktalarının bir noktaya uzaklığı miktarında yansıtılması, dik izdüşümünün alınması” olarak açıklamıştır. Dönüşüme yönelik verdiği örnekte ise ABC üçgeninin sadece A köşesinin noktaya göre simetrisini almış ve noktanın görüntüsünde üçgeni aynen çizmiştir. Noktaya göre simetri dönüşümünde şeklin tüm noktalarının, verilen noktaya göre simetrisinin alınması gerektiğini göz ardı ederek hatalı yanıt verdiği görülmüştür.

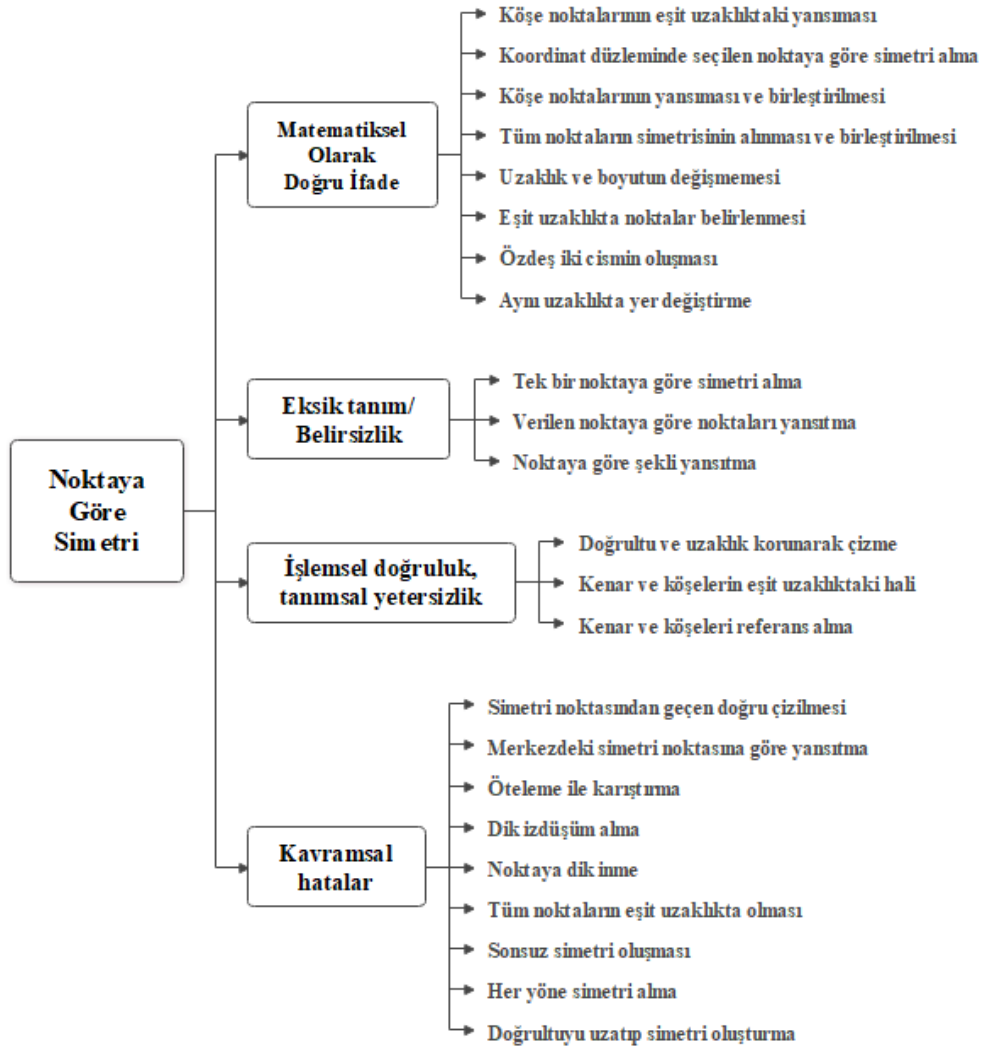
Ö44 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetri dönüşümüne yönelik açıklaması ve verdiği örnek Şekil 4.38’ de sunulmuştur.



Şekil 4.38: Ö44 noktaya göre simetri tanımı

Öğretmen adayı noktaya göre simetri dönüşümünü “Verilen geometrik şeklin noktaya olan uzaklığını birim ve yönüyle tekrardan öteleme” şeklinde tanımlamıştır. Verdiği örnek ise yapmış olduğu hatalı tanımlamayı desteklemiştir. Öğretmen adayı noktaya göre simetri dönüşümünü, şeklin noktaya en yakın uzaklığını referans alarak eşit uzaklıkta öteleyerek şekli aynen çizmiştir.

Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri tanımları incelendiğinde 32 katılımcının açıklama ve tanım yazdığı görülmüştür. Yapılan betimsel içerik analizi sonucu elde edilen bulgular Şekil 4.39’ da sunulmuştur.



Şekil 4.39: Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri kavramına yönelik kategori ve kodlar

Betimsel içerik analizi sonuçları incelendiğinde noktaya göre simetri açıklamalarına ait dört kategori altında kodlar tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının matematiksel olarak doğru ifade kategorisine ait “köşe noktalarının eşit uzaklıkta yansınması”, “koordinat düzleminde seçilen noktaya göre simetri alma”, “köşe noktalarının yansıtılması ve birleştirilmesi”, “tüm noktaların simetrisinin alınarak birleştirilmesi”, “uzaklık ve boyutun değişmemesi”, “eşit uzaklıkta noktalar belirlenmesi”, “özdeş cisim oluşması”, “aynı uzaklıkta yer değiştirme” gibi ifadeleri eşit uzaklık ve simetri merkezi kavramlarına dayalı, noktaya göre simetri kavramının temel matematiksel kavramlarını içeren kodlar olarak tespit edilmiştir.

Yapılan açıklamalarda “eksik tanım/belirsizlik” kategorisi kapsamında yer alan kodlar; “tek bir noktaya göre simetri alma”, “verilen noktaya göre noktaları yansıtma”, “noktaya göre

şekli yansıma” gibi ifadeler içermektedir. Elde edilen veriler noktaya göre simetri kavramının matematiksel açıklamalarının eksik yapıldığını ortaya koymaktadır. Noktaya göre simetri; bir şeklin düzlemde seçilen sabit bir noktaya göre 180° döndürülmesi ile elde edilen şeklin kendisiyle çakışan ve her noktanın bu noktaya eşit uzaklıkta ve zıt yönde yer aldığı izometrik bir dönüşümdür (Serra, 2008).

Elde edilen veriler öğretmen adaylarının kavramın bazı öğelerine ilişkin farkındalığa sahip olduğunu ancak sabit nokta, yön değişimi, mesafe korunumu gibi özellikleri aktaramadıklarını göstermektedir. Benzer durum işlemsel doğruluk, tanımsal yetersizlik kategorisinde ortaya çıkan kodlarda da görülmektedir. Bu kodlar incelendiğinde öğretmen adaylarının noktaya göre simetri kavramını; “doğrultu ve uzaklık korunarak çizme”, “kenar ve köşelerin eşit uzaklıktaki hali”, “kenar ve köşeleri referans alma” gibi kavramı sezgisel olarak aktaran ifadelerle yer verdikleri görülmüştür. Geometrik dil yetersiz kullanılmış, uygulamaya dayalı prosedür ifade edilmeye çalışılmıştır.

“Kavramsal hatalar” kategorisinde öğretmen adaylarının noktaya göre simetri kavramı ile ilgili önemli hataları bulunduğunu göstermektedir. En büyük ve sıklığı en fazla olan hatalardan birisinin noktaya göre simetrisinin, bu noktadan geçen doğruya göre gerçekleştirilmesinin olduğu görülmüştür. (Moravcová, Robová, Hromadová,& Halas, 2021) Ayrıca öğretmen adaylarının noktaya göre simetriyi öteleme ile karıştırdığı; matematiksel olarak mümkün olmayan, “noktaya dik inme”, “dik izdüşüm alma” ifadelerini kullandıkları, sonsuz sayıda simetri oluşabileceğini düşünme, simetri alınan nokta önemsenmeden tüm noktaların eşit uzaklıkta olmasını savunma ya da her yöne simetri alma biçiminde, içerisinde önemli yanlışları içeren kavrayışların olduğu görülmektedir. Noktaya göre simetri kavramı açısından öğretmen adaylarının temel kavramları yapılandırmada zorlandıkları görülmektedir.

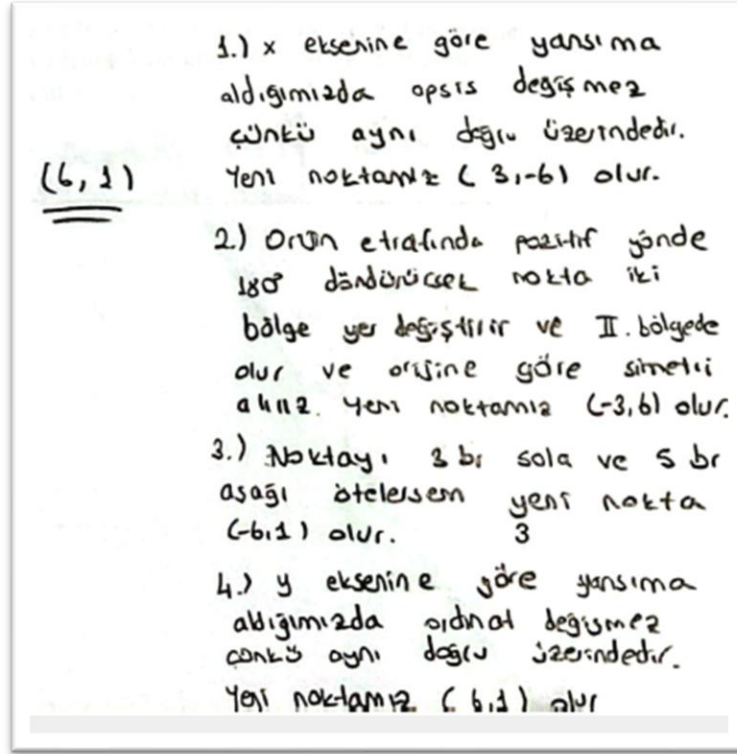
Alan bilgisi ölçeğinde yer alan altıncı soruda aşağıdaki ifade yer almaktadır.

“P(3, 6) noktasının ilk olarak x eksenine göre yansıması alınıyor. Oluşan şekil orijin etrafında pozitif yönde 180° döndürüldükten sonra 3 birim sola, 5 birim aşağı öteleniyor. Son olarak y eksenine göre yansıması alınıyor. Yapılan dönüşümler sonucu elde edilen noktanın koordinatlarını yazınız. Yaptığınız işlemleri adım adım nasıl yaptığınızı açıklayınız.” Verilen soru Tablo 3.3’te verilen tematik kategorilere göre analiz edilmiştir. Bu doğrultuda verilen soruda geometrik dönüşüm bilgisi, dönüşüm sırası ve kavramsal olarak nedensel açıklamalar koordinat düzleminde düşünme becerisi gibi alan bilgisi unsurlarını ortaya koymak amaçlanmaktadır.

Öğretmen adaylarından beklenen “P(3, 6) noktasına ilk olarak x eksenine göre yansıma uygulamalarıdır. Bu dönüşümde y eksenini konumu değişir, x koordinatı sabit kalır. Yeni nokta P'(3, -6) olur. İkinci adımda P' noktası orijin etrafında pozitif yönde 180° döndürülür. Hem x hem y koordinatları değişir. Yeni nokta K(-3, 6) olur. Üçüncü adımda elde edilen nokta 3 birim sola, 5 birim aşağı ötelenir. Yeni nokta M(-6, 1) noktasıdır. Son adımda ise yeni nokta y eksenine göre yansıtılır. y koordinatı sabit kalır, x koordinatının işareti değişir. S(6, 1) noktası elde edilir” açıklamasıdır.

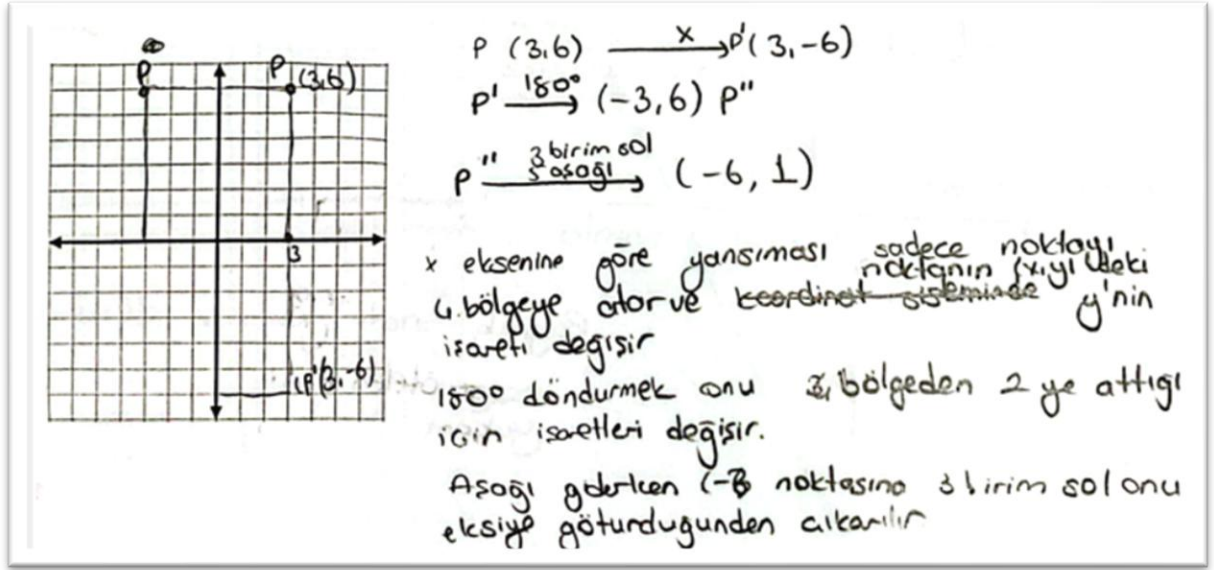
Bu doğrultuda adayların verdiği yanıtlar incelendiğinde 5 boş yanıt olduğu belirlenmiştir. Adayların %14,3’ünün (8 kişi) “(I) Tam doğru uygulama ve açıklama”, %48,2’sinin (27 kişi) “(II) Doğru uygulama, sınırlı açıklama, %10,7’sinin (6 kişi) “(III) Eksik/kısmi uygulama ve açıklama, %26,8’inin (15 kişi) “(IV) Hatalı uygulama veya boş yanıt” kategorisinde olduğu görülmüştür.

Ö20’nin verdiği yanıtla ilişkin açıklaması şöyledir: “P noktasının x eksenine uzaklığına göre simetrisi alınır. Daha sonra 180° döndürülerek (-3, 6) noktası elde edilir. 3 birim sol, 5 birim aşağı ötelenerek (-6, 1) noktası elde edilir. Daha sonra y eksenine uzaklığına göre yansıması alınır.” yanıt incelendiğinde dönüşüm sırasına uygun işlem yapıldığı ancak açıklamaların yüzeysel olduğu, matematiksel kavramların açık olarak ifade edilmediği görülmüştür. Ayrıca “y eksenine göre simetri alınır” ifadesi yazmış olmasına rağmen bu simetri işlemini uygulamamıştır. Bu nedenle öğretmen adayı eksik / kısmi uygulama ve açıklama kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö14’ün soruya verdiği yanıt Şekil 4.40’te sunulmuştur.



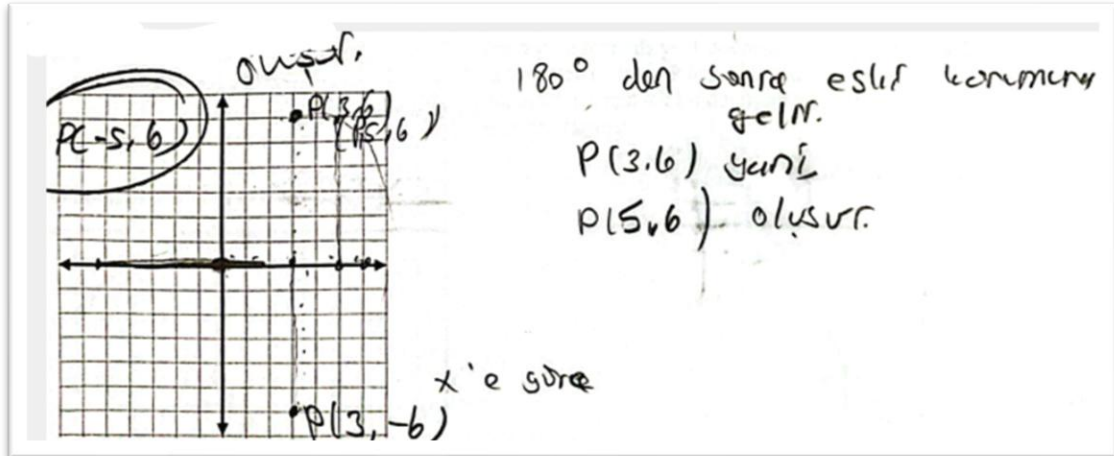
Şekil 4.40: Ö14'ün soru 6'ya ilişkin yanıtı

Şekilde verilen yanıt incelendiğinde öğretmen adayının dönüşümleri doğru sırayla ve eksiksiz uyguladığı, işlemlerin doğru olduğu ancak x eksenine göre simetriği açıklarken “aynı doğru üzerindedir” ifadesini kullandığı görülmektedir. Bu ifade ile, noktaların $x = 3$ doğrusu üzerinde olduğunu düşünülerek sezgisel ifade edilmeye çalışıldığı düşünülmektedir. Bu doğrultuda matematiksel dil hatalı ya da eksiktir. Bu nedenle Ö14 doğru uygulama, sınırlı açıklama (II) kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö19'un soruya verdiği yanıt Şekil 4.41 'de sunulmuştur.



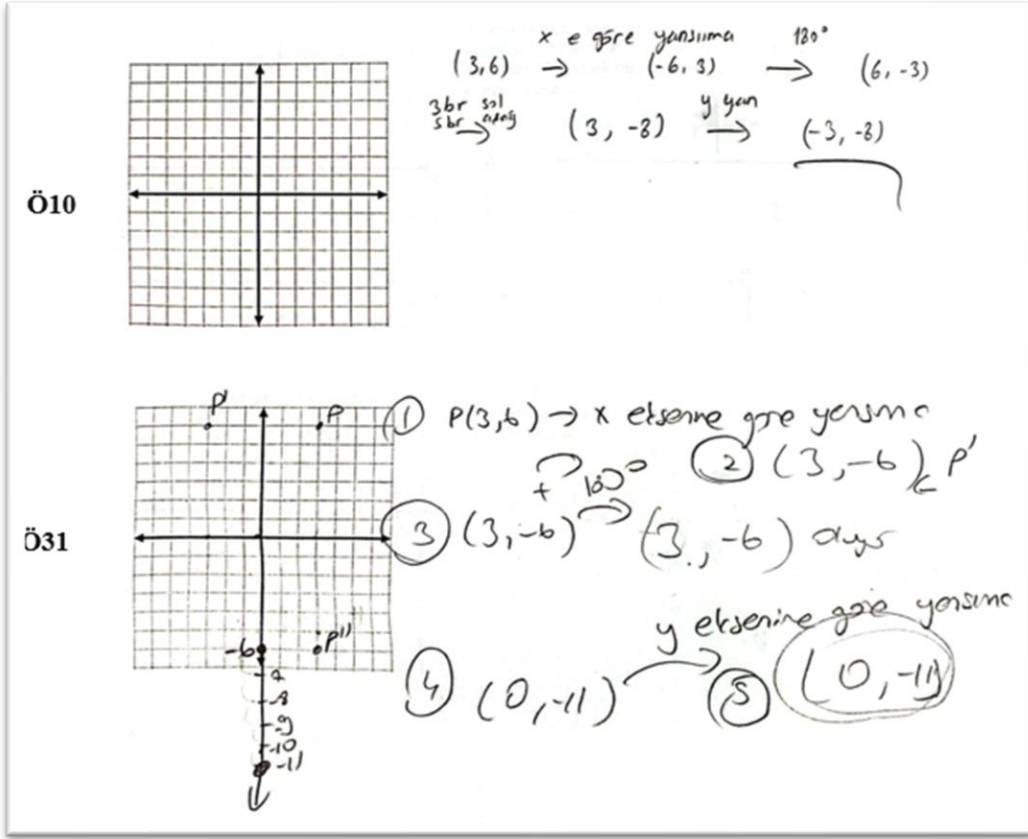
Şekil 4.41: Ö19'un soru 6'ya ilişkin yanıtı

Şekilde görüldüğü gibi Ö19, üç dönüşüm işlemini doğru yapmış ancak daha sonraki adımda y eksenine göre yansıma yapmamıştır. Açıklamalarında kullandığı dil ise sezgiseldir. Matematiksel olarak dönüşüm kurallarını içermeyen, görsel olarak olayı anlatan bir dil kullanılmıştır. Bu nedenle öğretmen adayı eksik / kısmi uygulama ve açıklama kategorisinde değerlendirilmiştir. Ö7'nin verdiği yanıt Şekil 4.42' de sunulmuştur.



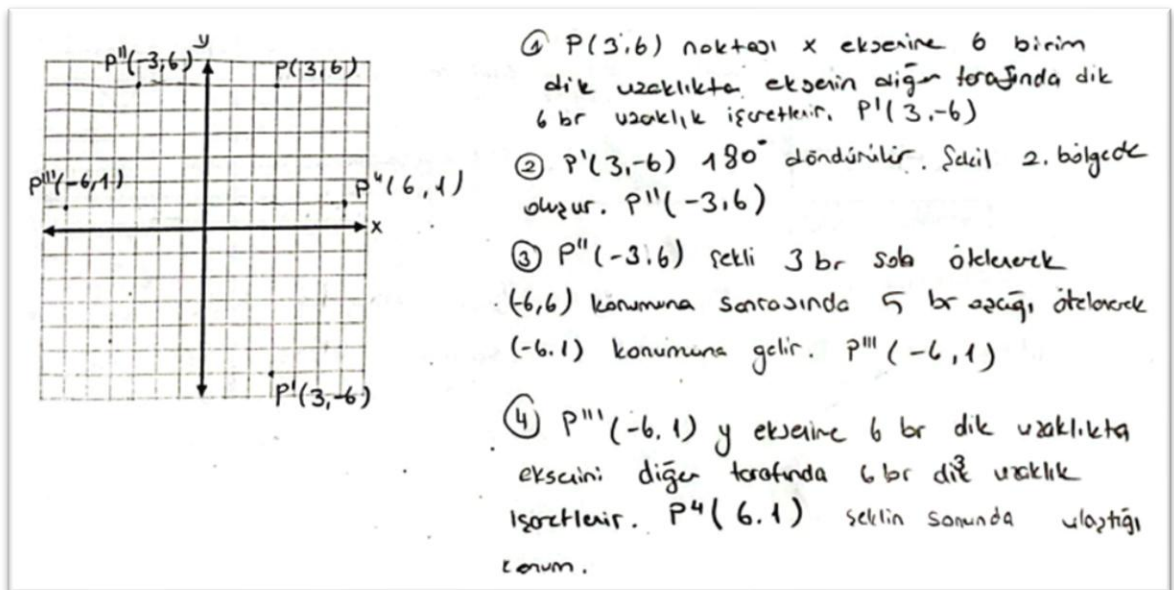
Şekil 4.42: Ö7'nin soru 6'ya ilişkin yanıtı

Ö7'nin yanıtı incelendiğinde sadece x eksenine göre yansımayı doğru bulduğu ancak diğer dönüşümleri hatalı yaptığı, açıklamaların da yetersiz olduğu görülmüştür. Bu nedenle öğretmen adayı dördüncü kategori olan hatalı uygulama ve boş yanıt (IV) kategorisinde değerlendirilmiştir. Benzer şekilde Ö10, Ö31'in yanıtları Şekil 4.43' te sunulmuştur.



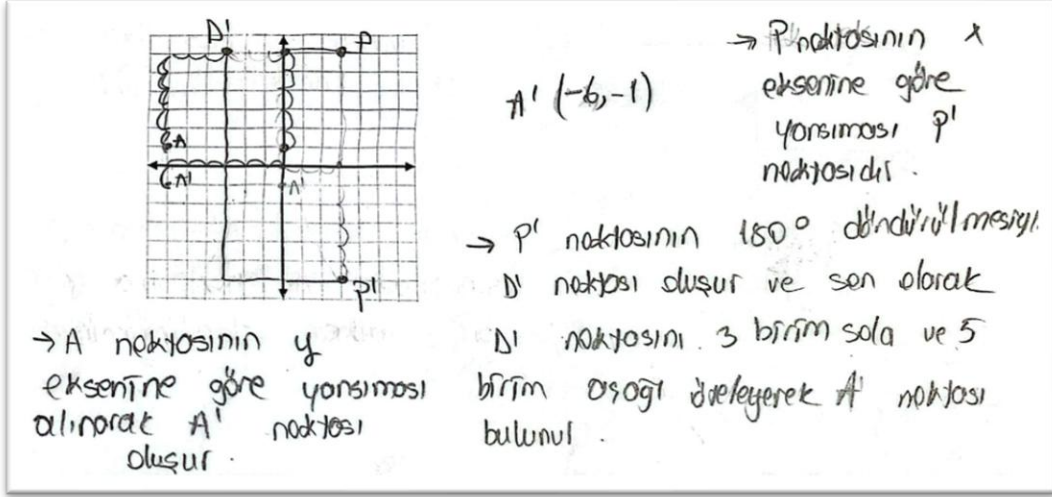
Şekil 4.43: Ö10, Ö31'in soru 6'ya ilişkin yanıtı

Ö31'in yanıtı incelendiğinde ilk adımı doğru yaptığı, 180° dönmeyi yapmadığı, ötelemeyi kısmen doğru yaptığı ve hatalı sonuç elde ettiği görülmüştür. Ö10 ise dönüşümler sırasında önemli işlemsel ve kavramsal hatalar yapmıştır. Ö37'nin yanıtı Şekil 4.44'te sunulmuştur.



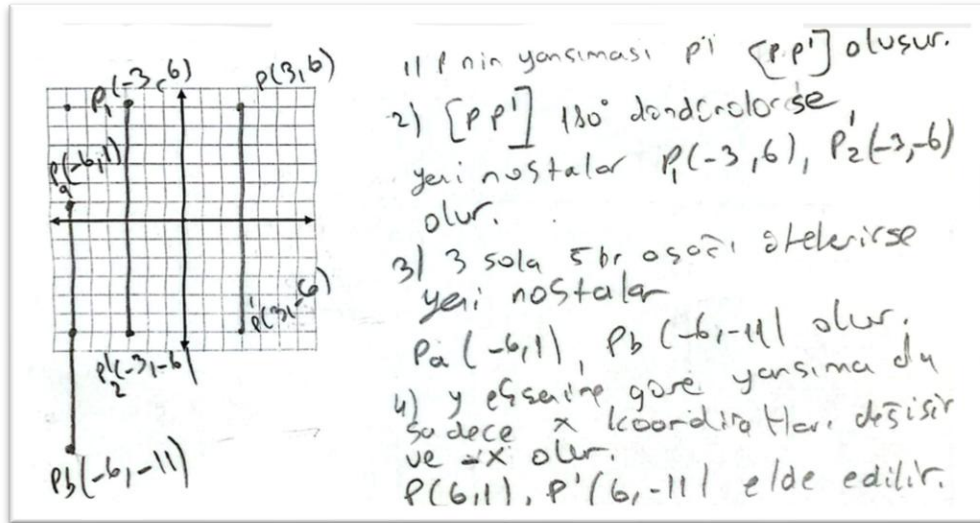
Şekil 4.44: Ö37'nin soru 6'ya ilişkin yanıtı

Şekil incelendiğinde Ö37'nin dönüşümleri doğru ve sıralı yaptığı, kavramsal açıklamalarının açık ve kavramlara uygun olduğu, her adımı cebirsel olsa da açıkladığı görülmüştür. Bu nedenle öğretmen adayı tam doğru uygulama ve açıklama (I) kategorisinde değerlendirilmiştir. İlgili soruda öğretmen adaylarının verdiği yanıtlarında tespit edilen hatalar şöyledir. Ö32 kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 4.45' te sunulmuştur.



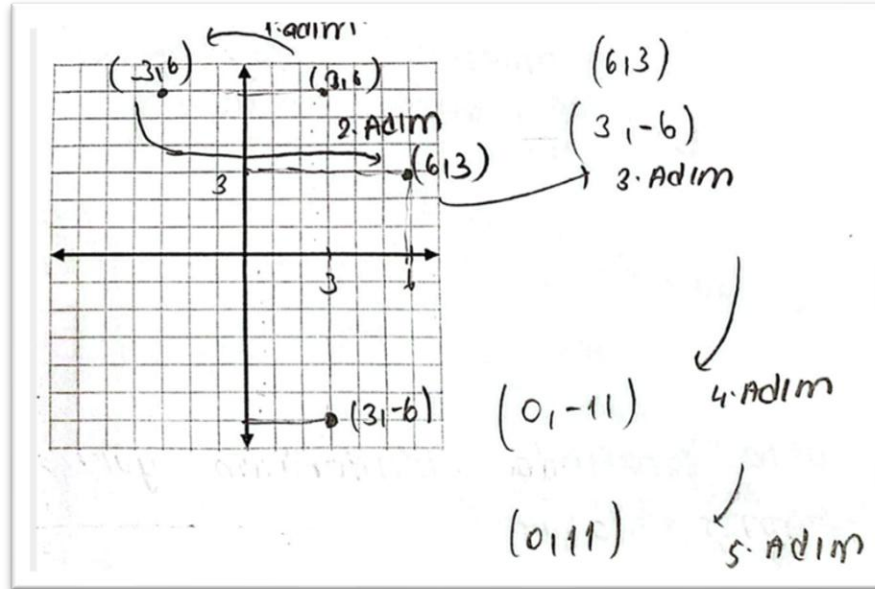
Şekil 4.45: Ö32'nin soru 6'ya ilişkin yanıtı

Ö32 kodlu öğretmen adayının, çeşitli dönüşümleri sırasıyla uygulama ve bu dönüşümleri adım adım açıklamasına yönelik soruya verdiği yanıt incelendiğinde; sırasıyla x eksenine göre yansıma, orijine göre 180° dönme, öteleme dönüşümlerini doğru olarak belirlediği ve açıkladığı ancak son dönüşüm olan y eksenine göre yansıma alma sürecinde hatalı yanıt verdiği görülmüştür. Ö40 kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 4.46' da sunulmuştur.



Şekil 4.46: Ö40'ın soru 6'ya ilişkin yanıtı

Ö40 kodlu öğretmen adayının, çeşitli dönüşümleri sırasıyla uygulama ve bu dönüşümleri adım adım açıklamasına yönelik soruya verdiği yanıt incelendiğinde; soruda verilen nokta ile x eksenine göre yansımaları sonucu oluşan görüntü noktasını birleştirerek bir doğru parçası elde ettiği ve sonraki dönüşümlerde bu doğru parçası üzerinden işlem yaptığı görülmektedir. Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde dönüşümleri sırayla doğru yapmış ancak kısmen doğru açıklamıştır. Öğretmen adayı kendisine verilen $P(3, 6)$ noktasını x ekseninde yansıtarak $P'(3, -6)$ noktasını elde etmiştir. Ardından $[PP']$ 'ni çizmiştir. İfadesinde yeni bulunduğu P' noktasını orijin etrafında pozitif yönde 180° döndürmek yerine $[PP']$ doğru parçasını 180° döndürerek $P_1(-3, 6)$ ve $P_2'(-3, -6)$ noktalarını elde etmiştir. Her iki noktayı önceleyerek $P_a(-6, 1)$ ve $P_b(-6, -11)$ noktalarını bulmuştur. y eksenine göre elde ettiği noktaları yansıtması ve $P(6, 1)$ ile $P(6, -11)$ noktalarını elde etmiştir. Öğretmen adayının yanıtında $P(3, 6)$ noktasına uyguladığı dönüşümler doğru olsa da P noktasının x eksenine göre yansımaları sonucu elde ettiği $P'(3, -6)$ noktası ile P noktasını birleştirip $[PP']$ 'ni dönüşüme tabi tutmuş olması hatalıdır. Öğretmen adayı problemi şekil dönüşümü olarak ele almıştır. Oysa sabit bir noktanın dönüşümü istenmektedir. Kavramların işlem sırasını ve verilen bağlam içerisindeki geçerliliğini dikkate almamıştır. Dönüşümün hatalı yapmıştır. Bu kapsamda öğretmen adayı hatalı uygulama ve boş yanıt kategorisinde (IV) değerlendirilmiştir. Ö45 kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 4.47' de sunulmuştur.



Şekil 4.47: Ö45'in soru 6'ya ilişkin yanıtı

Ö45 kodlu öğretmen adayının, çeşitli dönüşümleri sırasıyla uygulama ve bu dönüşümleri adım adım açıklamasına yönelik soruya verdiği yanıt incelendiğinde; ilk olarak x eksenini




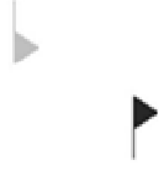


yerine y eksenine göre yansıma aldığı, devamında bu dönüşüm sonunda belirlediği (-3, 6) noktasının orijin etrafındaki 180° dönmesi sonucunda görüntü koordinatlarını (3, -6) olarak belirlediği, bu noktanın 3 birim sola ve 5 birim aşağıya öteleme sonucunda yeni koordinatları (0, -11) olarak belirlediği ve son olarak bu noktanın y eksenine yerine x eksenine göre yansımalarını alarak (0, 11) koordinatlarını elde ettiği görülmüştür. Öğretmen adayı yaptığı dönüşümleri doğru olarak cevaplamış ancak soruda açıkça verilen dönüşüm sırasına uymadığı görülmüştür.

Öğretmen adaylarının yansıma, dönme, öteleme içeren bir dizi dönüşümün; verilen noktaya sırayla uygulanmasının beklendiği altıncı soruya verdiği yanıtlar incelendiğinde öğretmen adaylarının bir kısmının sırayla ve doğru şekilde dönüşümleri gerçekleştirdiği ancak çeşitli düzeylerde işlemsel hatalar yaptığı, dönüşüm sırasını karıştırdığı, yanlış nesne kullandığı ve eksik ya da hatalı açıklama yaptığı tespit edilmiştir.

Elde edilen bu bulgu öğretmen adaylarının dönüşümlere ilişkin temel bilgilerinin sezgisel olarak var olduğu ancak bu bilgiyi verilen bağlama uygun olarak kullanamadıkları görülmüştür. Ayrıca dönüşümlerin ardışık etkilerini dikkate almamışlardır. Matematikte işlemlerin uygulama sırasının, sonuca etki ettiği durumlar olarak bilinen, yer değişmeli olmayan yapı içeren dönüşümlerde bu duruma dikkat edilmemesi; dönüşümün kuralları bilinse de işlemler arası ilişkileri ve etkilerini yeterince analiz edemediklerini ortaya koymaktadır.

Ölçekte yer alan altı adet madde içeren yedinci soruda; öğretmen adaylarının şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri belirlemesi ve ayrıntılı olarak açıklaması beklenmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve doğru olarak açıklama (IV)”, “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve kısmen doğru olarak açıklama (III)”, “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ancak açıklama yapmama (II)” ve “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri hatalı belirleme veya soruyu boş bırakma (I)” kategorileri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Belirlenen kategorilere yönelik yanıtların örnekleri Tablo 4.6’da sunulmuştur.

Tablo 4.6: Öğretmen adaylarının yedinci soruda verilen şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri belirlemeye yönelik yanıtların değerlendirilmesi

A 	IV	%30,4	B 	IV	%53,6	C 	IV	%55,4
	III	%23,2		III	%8,9		III	%14,3
	II	%17,9		II	%12,5		II	%21,4
	I	%28,6		I	%25		I	%8,9
D 	IV	%39,3	E 	IV	%23,2	F 	IV	%23,2
	III	%23,2		III	%21,4		III	%30,4
	II	%16,1		II	%5,4		II	%10,7
	I	%21,4		I	%50		I	%35,7

7. sorunun A seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının %30,4’ ünün “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve doğru olarak açıklama (IV)”, %23,2’ sinin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve kısmen doğru olarak açıklama (III)”, %17,9’ unun “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ancak açıklama yapmama (II)” ve %28,6’sının “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri hatalı belirleme veya soruyu boş bırakma (I)” kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.

7. sorunun B seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının %53,6’sının “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve doğru olarak açıklama”(IV), %8,9’unun “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve kısmen doğru

olarak açıklama”(III), %12,5’inin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ancak açıklama yapmama”(II) ve %25’inin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri hatalı belirleme veya soruyu boş bırakma” (I) kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.







7. sorunun C seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının %55,4’ünün “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve doğru olarak açıklama”(IV), %14,3’ünün “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve kısmen doğru olarak açıklama”(III), %21,4’ünün “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ancak açıklama yapmama”(II) ve %8,9’unun “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri hatalı belirleme veya soruyu boş bırakma” (I) kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.

7. sorunun D seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının %39,3’ünün “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve doğru olarak açıklama”(IV), %23,2’sinin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve kısmen doğru olarak açıklama”(III), %16,1’inin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ancak açıklama yapmama”(II) ve %21,4’ünün “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri hatalı belirleme veya soruyu boş bırakma” (I) kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.

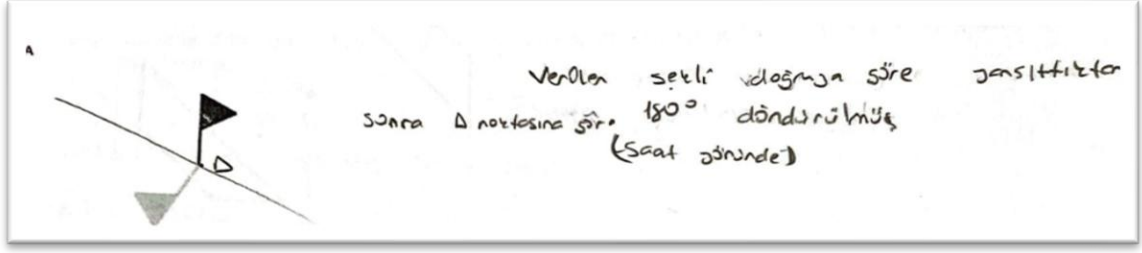
7. sorunun E seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının %23,2’sinin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve doğru olarak açıklama”(IV), %21,4’ünün “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve kısmen doğru olarak açıklama”(III), %5,4’ünün “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ancak açıklama yapmama”(II) ve %50’sinin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri hatalı belirleme veya soruyu boş bırakma” (I) kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.

7. sorunun F seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının %23,2’sinin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve doğru olarak açıklama”(IV), %30,4’ünün “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ve kısmen doğru olarak açıklama”(III), %10,7’sinin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri doğru belirleme ancak açıklama yapmama”(II) ve %35,7’sinin “şekle uygulanan dönüşümü/dönüşümleri hatalı belirleme veya soruyu boş bırakma” (I) kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir. Tablo 4.7’ de öğretmen adaylarının yedinci soruda yer alan maddelerdeki dönüşümleri belirlerken seçtikleri dönüşüm türleri sunulmuştur.

Tablo 4.7: Öğretmen adaylarının yedinci soruda verilen şekle uygulanan dönüşümlere yönelik çıkarımları

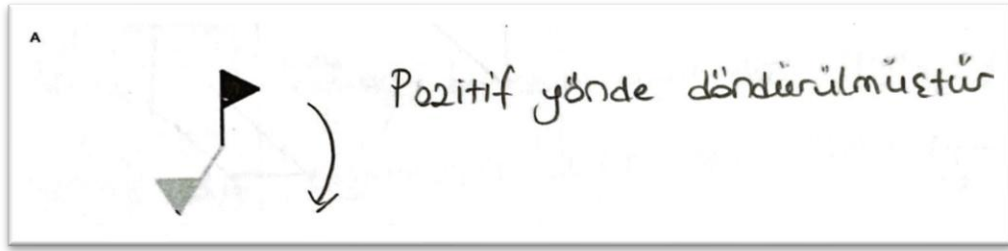
A 	Dönme	B 	Yansıma + Dönme
	Yansıma + Dönme		Dönme
	Yansıma		Doğruya göre yansıma
	Öteleme		
C 	Öteleme	D 	Öteleme + Yansıma
	Yansıma		İki defa yansıma
			Yansıma + Dönme
E 	Yansıma + Dönme	F 	Dönme + Öteleme
	Doğruya göre yansıma		Dönme
	Dönme + Öteleme		
	Dönme + Yansıma + Öteleme		
	Nokta merkezli dönme		Yansıma + Dönme

7. sorunun A seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının verilen şekli tanımlamada en çok dönme dönüşümünü görmüştür. Öğretmen adaylarının %71,4'ü seçenekteki dönüşümü doğru olarak belirlemiş ancak doğru açıklama ya da kısmen doğru açıklama yapabilmişlerdir. Elde edilen bulgular öğretmen adaylarının çoğunun dönme merkezinin şeklin üzerinde olduğu A seçeneğinde dönme dönüşümü doğru olarak tespit ettiklerini ortaya koymuştur. A seçeneği için verilen bazı hatalı yanıtlar şöyledir. Şekil 4.48' de Ö4'ün yanıtı verilmiştir.



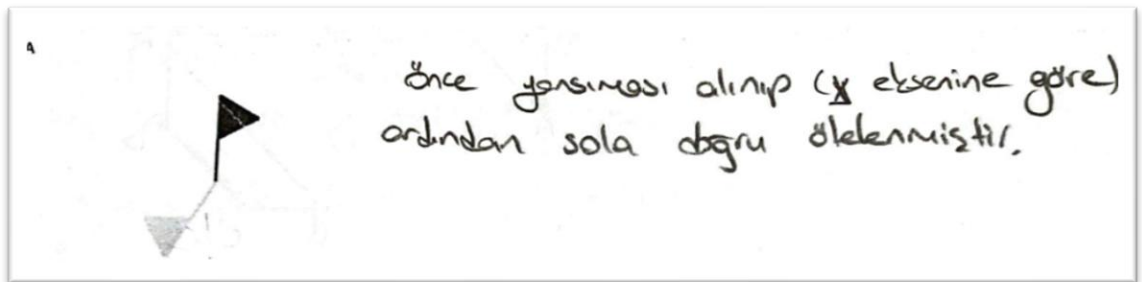
Şekil 4.48: Ö4'ün yedinci sorunun A seçeneğine ilişkin yanıtı

Ö4 kodlu öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde “verilen şekli doğruya göre yansittikten sonra D noktasına göre 180° (saat yönünde) döndürülmüştür” biçiminde açıklama yaptığı görülmüştür. Öğretmen adayının tanımladığı yansıma ve dönme dönüşümleri sonucu verilen görüntü oluşturulamayacağından öğretmen adayının yanıtı hatalı kabul edilmiştir. Ö23'ün A seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.49' da sunulmuştur.



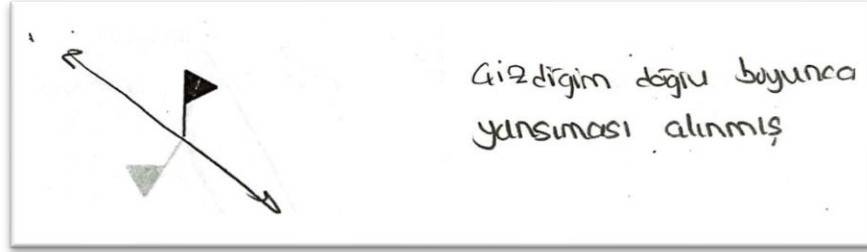
Şekil 4.49: Ö23'ün yedinci sorunun A seçeneğine ilişkin yanıtı

Ö23 kodlu öğretmen adayı şekle uygulanan dönüşüm türünü doğru olarak belirlemiş ancak “pozitif yönde dönme” ifadesini kullanmasına rağmen koordinat sistemini ve pozitif yönü tanımlamamıştır. Ayrıca öğretmen adayının belirttiği yön koordinat sistemi için de negatif yönde dönmeyi temsil etmiş olabilir. Ayrıca dönme merkezi ve açısını da ifade etmemiştir. Bu kapsamda öğretmen adayının yanıtı hatalı kabul edilmiştir. Ö44'ün A seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.50' de sunulmuştur.



Şekil 4.50: Ö44'ün yedinci sorunun A seçeneğine ilişkin yanıtı

Ö44 kodlu öğretmen adayı şekilde verilen dönüşümü “önce x eksenine göre yansıması alınıp ardından sola doğru ötelenmiştir” şeklinde açıkladığı görülmüştür. Öğretmen adayının açıklamasında kullandığı x eksenine göre yansıma dönüşümü koordinat sistemi üzerinde tanımlanabilen bir dönüşümdür. x eksenine göre simetri açıklamasından öğretmen adayının şeklin yatay doğruya göre simetrisinin alınmasını ifade ettiği düşünülmüştür. Öğretmen adayı bir koordinat sistemi çizmemiştir. Buna ek olarak belirttiği yansıma sonrasında şeklin sola doğru ötelenmesi gerektiğini ifade etmiştir. Şekil yatay eksene göre yansıdıktan sonra verilen görseldeki görüntünün oluşabilmesi için sola doğru ötelenmesi değil dönme dönüşümü uygulanması gereklidir. Bu kapsamda öğretmen adayının yanıtı hatalı kabul edilmiştir. Ö49’un A seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.51’ de sunulmuştur.

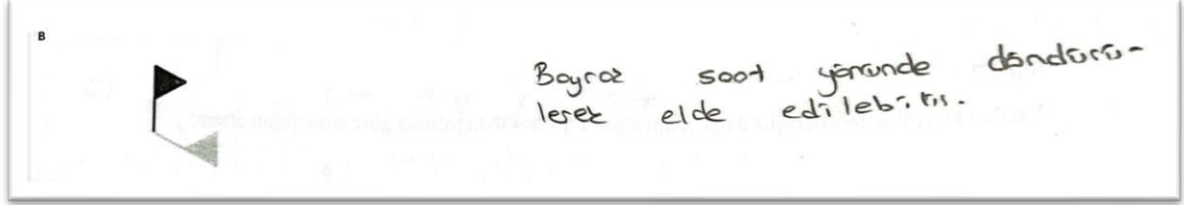


Şekil 4.51: Ö49’un yedinci sorunun A seçeneğine ilişkin yanıtı

Ö49 kodlu öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde eğik bir doğru çizmiş ve bu doğruya göre yansıma alındığında şekildeki görüntünün oluşacağını ifade etmiştir. Ancak yansıma dönüşümü uygulandığında şeklin yönünün değişeceğini göz ardı etmiştir. Bu kapsamda öğretmen adayının yanıtı hatalı kabul edilmiştir.

Yedinci sorunun B seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının yanıtlarında “yansıma ve dönme dönüşümü”, “dönme dönüşümü” ve “doğruya göre yansıma dönüşümü” türlerini tercih ettikleri belirlenmiştir. B seçeneğinde verilen dönüşüm, doğruya göre yansıma dönüşümüdür. Ancak öğretmen adaylarının tercih ettiği dönme ve yansıma dönüşümleri sonucunda da bu görüntü elde edilebileceği için bu yanıtlar da doğru olarak kabul edilmiştir. Bunlara ek olarak tanımlamada kullanılan bir diğer dönüşüm türü dönme dönüşümüdür. Ancak dönme dönüşümü bu seçenekteki görüntünün oluşturulabilmesi için tek başına yeterli olmayacağından hatalı kabul edilmiştir. Ayrıca sadece dönme dönüşümünü tanımlayan öğretmen adaylarının dönme dönüşümü sonucunda şeklin yönünün değişmeyeceğine yönelik bilgilerinde eksiklik olduğu söylenebilir. Öğretmen adaylarının

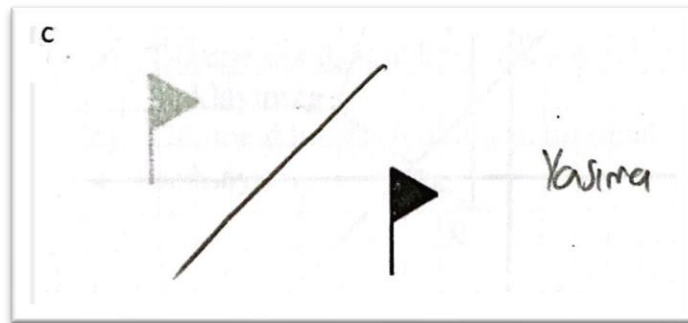
%75'i B seçeneğindeki dönüşümü doğru olarak belirlediği ve belirleyenlerin çoğunun dönüşüme yönelik açıklamalarının doğru olduğu belirlenmiştir. B seçeneğine verilen yanıtlara ilişkin hatalı yanıt örneği Şekil 4.52' de sunulmuştur.



Şekil 4.52: Ö18'in yedinci sorunun B seçeneğine ilişkin yanıtı

Ö18 kodlu öğretmen adayı şekilde verilen dönüşümü “Bayrak saat yönünde döndürülerek elde edilebilir.” şeklinde açıklamıştır. Öğretmen adayının bu açıklamasından dönme dönüşümünde şeklin yönünün değişmeyeceğini göz ardı ederek hatalı yanıt verdiği belirlenmiştir. Elde edilen bulgular B seçeneğine ilişkin hatalı açıklamaların bu tip hatayı içerdiğini göstermektedir. Öğretmen adaylarının doğruya göre yansıma dönüşümünü belirlemede zorlandıkları ve şeklin görseline odaklanarak dönüşümü hatalı tanımladıkları görülmüştür.

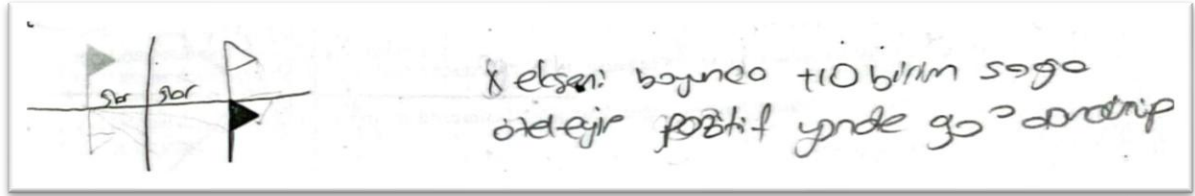
Yedinci sorunun C seçeneğinde verilen dönüşümü, öğretmen adaylarının en çok “öteleme dönüşümü” olarak tanımladıkları görülmüştür. C seçeneğinde verilen dönüşüm öteleme dönüşümüdür. Nitekim %91,1'lik bir yüzdelle neredeyse öğretmen adaylarının tümünün öteleme dönüşümünü doğru olarak tanımladıkları belirlenmiştir. C seçeneği için verilen yanıtlara ilişkin bazı hatalar şöyledir. Şekil 4.53 'te Ö13'ün yanıtı verilmiştir.



Şekil 4.53: Ö13'ün yedinci sorunun C seçeneğine ilişkin yanıtı

Ö13 çizdiği eğik doğruya göre şeklin yansıması sonucuna ulaşmıştır. Bu yanıt Ö13'ün eğik simetri doğrusuna göre simetri alma işlemine yönelik çıkarımının hatalı olduğu ve bu

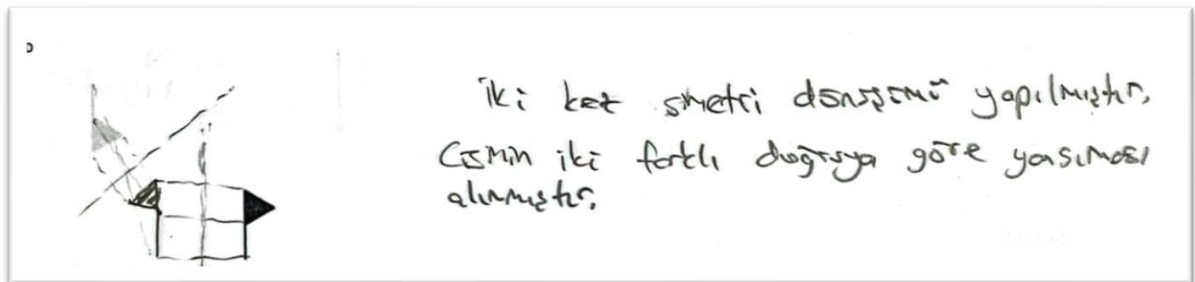
simetriyi almak yerine öteleme yaptığı görülmektedir. Bu yanıtı öğretmen adayında yansıma dönüşümüne dair şeklin her noktasının simetri doğrusuna göre simetrisinin alınacağı ve yansıma dönüşümünün şeklin yönünü değiştirebileceğine yönelik bilgi eksikliği olduğu görülmektedir. Ö31'in C seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.54'te sunulmuştur.



Şekil 4.54: Ö31'in yedinci sorunun C seçeneğine ilişkin yanıtı

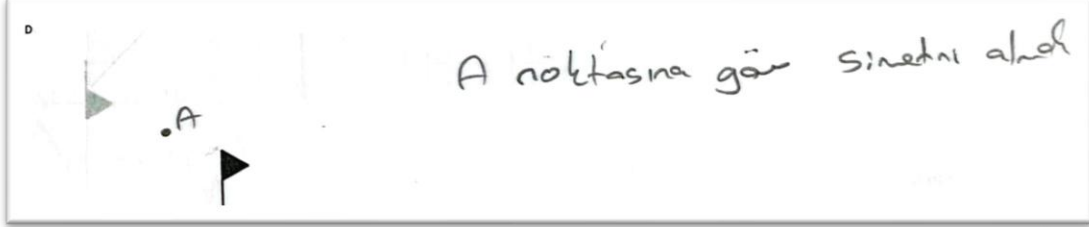
Ö31'in yanıtı incelendiğinde, şekil üzerinde tanımladığı koordinat sistemine göre önce 10 birim sağa öteleme ardından pozitif yönde 90° dönme dönüşümü uyguladığı görülmüştür. Öğretmen adayı sorudaki dönüşümü doğru olarak tanımlamaya başlamış ancak sağa 10 birim öteleme dönüşümünden sonra şeklin 90° döndüğünü belirterek hatalı açıklama yaptığı belirlenmiştir. Dönme merkezini de belirtmemiştir.

Yedinci sorunun D seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının dönüşüm tanımlamalarında “öteleme ve yansıma dönüşümleri”, “iki defa yansıma dönüşümü”, “yansıma ve dönme dönüşümleri” türlerini tercih ettikleri belirlenmiştir. D seçeneğinde verilen dönüşüm, yansıma ve öteleme dönüşümüdür. Ancak öğretmen adaylarının tercih ettiği “iki defa yansıma dönüşümü” ve “yansıma ve dönme dönüşümleri” sonucunda da şekildeki görüntü elde edilebileceği için bu tanımlamalar da doğru kabul edilmiştir. Öğretmen adaylarının %78,6'sının seçenekteki dönüşümü doğru olarak tanımladıkları belirlenmiştir. D seçeneği için verilen yanıtlara ilişkin bazı hatalar şöyledir. Şekil 4.55'te Ö2'nin yanıtı verilmiştir.



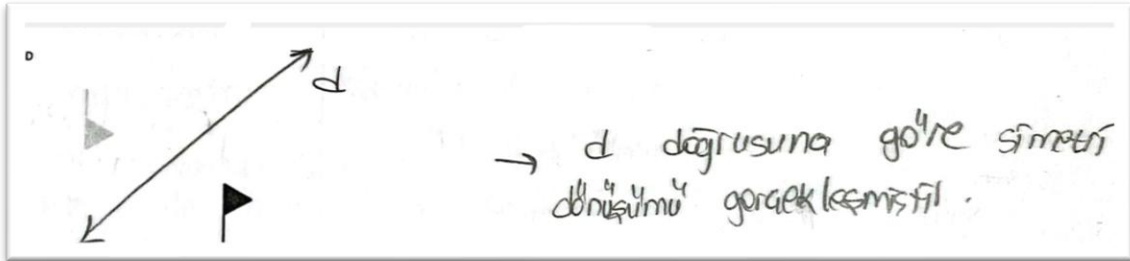
Şekil 4.55: Ö2'nin yedinci sorunun D seçeneğine ilişkin yanıtı

Ö2'nin yanıtı incelendiğinde belirlediği dikey simetri doğrusuna göre simetri aldığı ancak eğik simetri doğrusuna göre simetri almada zorluk yaşadığı görülmüştür. Öğretmen adayının tanımladığı dönüşümler ile verilen görüntü elde edilemeyeceğinden yanıtı hatalı kabul edilmiştir. Ö26'nın D seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.56' da sunulmuştur.



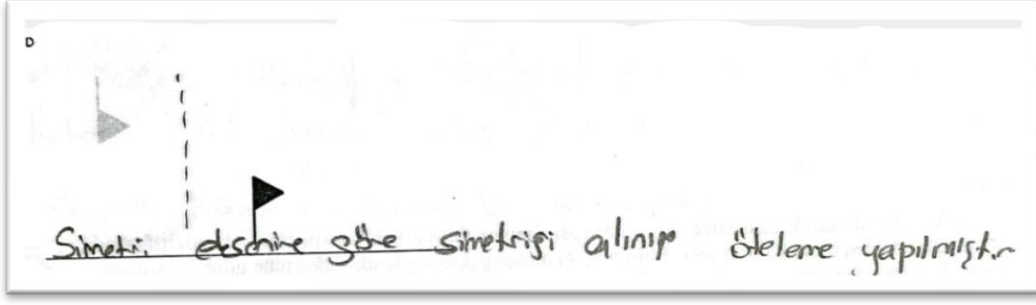
Şekil 4.56: Ö26'nın yedinci sorunun D seçeneğine ilişkin yanıtı

Ö26'nın yanıtı incelendiğinde belirlediği A noktasına göre simetri alınması gerektiğini belirtmiştir. Noktaya göre simetri dönüşümünün parametrelerinden olan şeklin ile görüntüsünün tüm noktalarının, noktaya olan uzaklığının eşit olması gerektiğini göz ardı etmiş ve dönüşümü yanlış olarak belirlemiştir. Bu kapsamda öğretmen adayının yanıtı hatalı kabul edilmiştir. Ö32'nin D seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.57' de sunulmuştur.



Şekil 4.57: Ö32'nin yedinci sorunun D seçeneğine ilişkin yanıtı

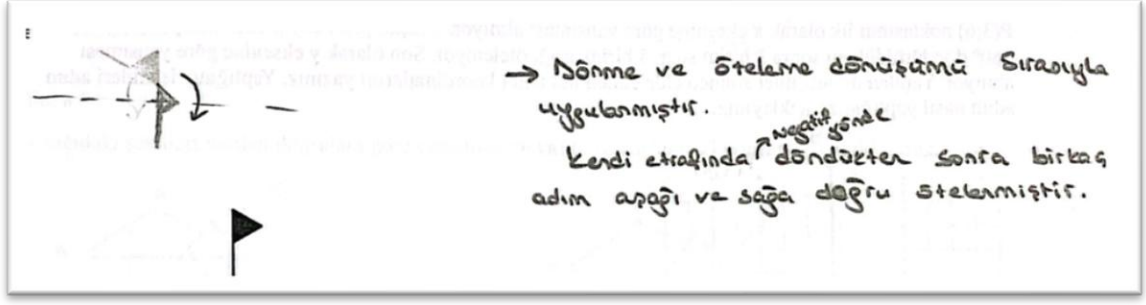
Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde şeklin belirlediği eğik simetri doğrusuna göre yansımaları sonucu şekildeki görüntüyü oluşturacağını ifade ettiği görülmüştür. Bu yanıt çerçevesinde öğretmen adayının simetri doğrusunun şeklini dikkate almadan yansıma dönüşümü sonucunda şeklin ters çevrildiğine dair hatalı düşünceye sahip olduğu görülmektedir. Eğik simetri doğrusuna göre simetri alamamıştır. Bu kapsamda öğretmen adayının yanıtı hatalı kabul edilmiştir. Ö48'in D seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.58' de sunulmuştur.



Şekil 4.58: Ö48'in yedinci sorunun D seçeneğine ilişkin yanıtı

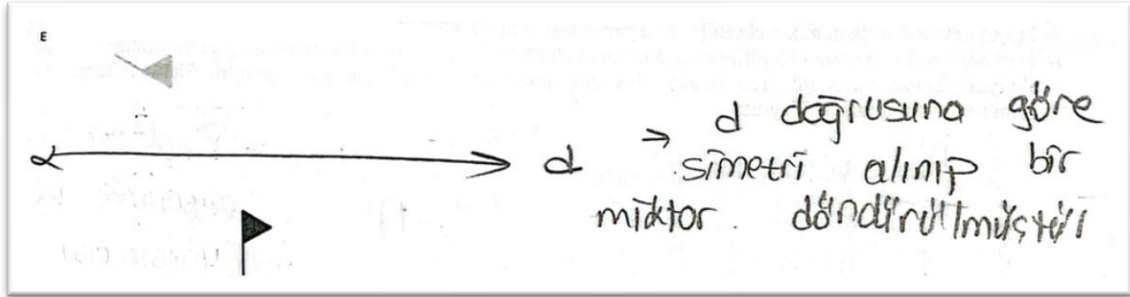
Ö48'in yanıtı incelendiğinde soruda beklenen cevap olan yansıma ve öteleme dönüşümlerinden bahsettiği ancak yansıma doğrusunu hatalı belirlediği görülmüştür. Bu kapsamda öğretmen adayının yanıtı hatalı kabul edilmiştir.

Yedinci sorunun E seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının dönüşüm tanımlamalarında “yansıma ve dönme dönüşümleri”, “dönme ve öteleme dönüşümleri”, “doğruya göre yansıma dönüşümü”, “dönme, yansıma ve öteleme dönüşümleri” ve “ nokta merkezli dönme dönüşümü” türlerini tercih ettikleri belirlenmiştir. E seçeneğinde verilen dönüşüm; doğruya göre yansıma dönüşümüdür. Ancak öğretmen adaylarının tercih ettikleri; “yansıma ve dönme dönüşümleri”, “dönme ve öteleme dönüşümleri” ve “dönme, yansıma ve öteleme dönüşümleri” dönüşümler sonucu da seçenekteki görüntü oluşabileceğinden bu tanımlamalar da doğru kabul edilmiştir. Ancak bir diğer tanımlama olan “nokta merkezli dönme dönüşümü” bu seçenek için doğru bir tanımlama değildir. Seçenekteki dönüşümü bu şekilde tanımlayan öğretmen adaylarının dönme dönüşümü sonucu şeklin yönünün değişmeyeceğine yönelik eksikliklerinin olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının %50'sinin seçenekteki dönüşümü doğru olarak tanımladıkları belirlenmiştir. Bu bulgudan yola çıkarak öğretmen adaylarının eğik simetri doğrusuna göre yansıma almakta zorlandıkları söylenebilir. E seçeneği için verilen yanıtlara ilişkin bazı hatalar şöyledir. Şekil 4.59' da Ö16'nın yanıtı verilmiştir.



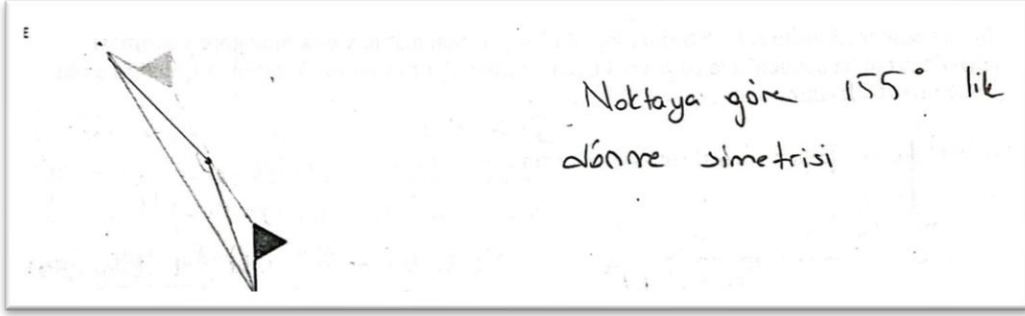
Şekil 4.59: Ö16'nın yedinci sorunun E seçeneğine ilişkin yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde şeklin üzerinde belirlediği dönme merkezine göre şekli negatif yönde döndürdüğü görülmektedir. Ancak dönme dönüşümünü uygularken şeklin yönünün değişmeyeceğini göz ardı ederek dönüşümü hatalı olarak gerçekleştirdiği görülmüştür. Devamında bu görüntünün ötelenmesi sonucu koyu renkli şekil elde edilebilir ancak dönme dönüşümü hatalı olarak yapıldığı için öğretmen adayının yanıtı hatalı kabul edilmiştir. Ö32'nin E seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.60' ta sunulmuştur.



Şekil 4.60: Ö32'nin yedinci sorunun E seçeneğine ilişkin yanıtı

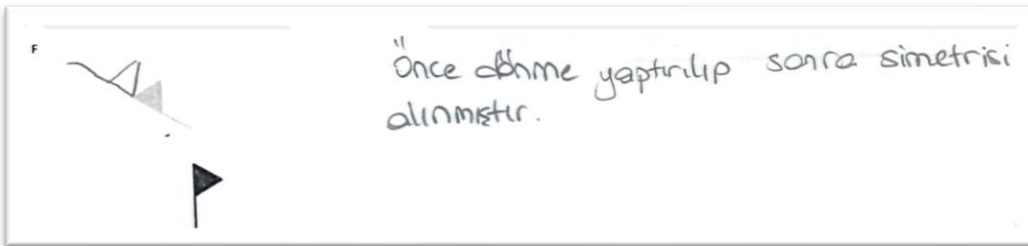
Öğretmen adayı şekilde verilen dönüşümü “d doğrusuna göre simetri alınıp bir miktar döndürülmüştür” şeklinde açıklamıştır. Öğretmen adayının tanımladığı dönüşümler sonucu soruda verilen görüntü elde edilebilir. Ancak öğretmen adayının şekil üzerinde belirlediği simetri doğrusu ve yansıma sonucu oluşan görüntünün döndürülmesi ile soruda belirtilen görüntü tam olarak elde edilemeyeceğinden öğretmen adayı cevabı hatalı kabul edilmiştir. Ayrıca “bir miktar döndürülmüştür” ifadesini kullanmış, dönme merkezi, açısı ve yönünü belirtmemiştir. Ö36'nın E seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.61' de sunulmuştur.



Şekil 4.61: Ö36'nın yedinci sorunun E seçeneğine ilişkin yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde şekildeki dönüşümü yalnızca şeklin bir noktasını referans alarak belirlediği ve buna ek olarak dönme dönüşümü sonucunda şeklin yönünün değişmeyeceğinin de göz ardı edildiği görülmüştür. Ayrıca 155° 'lik döndürme işleminde dönme yönünü belirtmemiştir. Bu kapsamda öğretmen adayı cevabı hatalı kabul edilmiştir.

7. sorunun F seçeneğinde verilen dönüşüme yönelik öğretmen adaylarının dönüşüm tanımlamalarında “dönme ve öteleme dönüşümleri”, “dönme dönüşümü” ve “yansıma ve dönme dönüşümleri” tercih ettikleri belirlenmiştir. F seçeneğinde verilen dönüşüm; dönme dönüşümüdür. Ancak öğretmen adaylarının tercih ettikleri, “dönme ve öteleme dönüşümleri” seçenekleri kullanılarak da seçenekteki görüntü oluşabileceğinden bu tip yanıtlar da doğru kabul edilmiştir. Ancak bir diğer açıklama olan “yansıma ve dönme dönüşümleri” bu seçenek için doğru bir tercih değildir. Seçenekteki dönüşümü bu şekilde açıklayan öğretmen adaylarının yansıma dönüşümü sonucu şeklin yönünün değişebileceğine yönelik bilgi eksiklikleri olduğu söylenebilir. Öğretmen adaylarının %64,3'ünün seçenekteki dönüşümü doğru olarak belirlemiştir. F seçeneği için verilen yanıtlara ilişkin bazı hatalar şöyledir. Şekil 4.62' de Ö23'ün yanıtı verilmiştir.



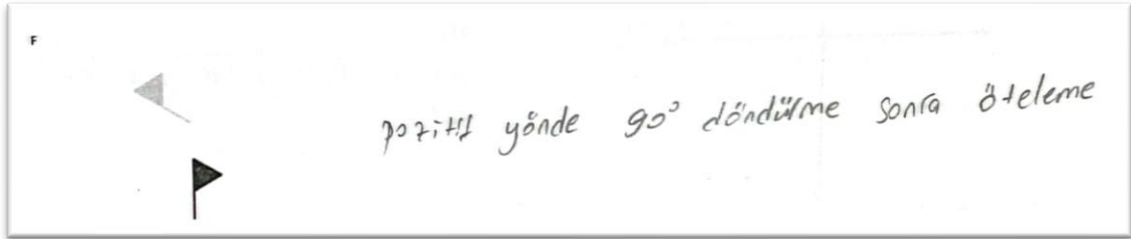
Şekil 4.62: Ö23'ün yedinci sorunun F seçeneğine ilişkin yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde koyu renkli şekli ilk olarak belirlediği dönme merkezine göre döndürdüğü ardından elde ettiği şeklin yansımasını alarak görüntüyü elde ettiği görülmüştür. Öğretmen adayı şekle dönme merkezi etrafında dönme dönüşümünü uygularken dönme dönüşümünün özelliklerinden olan şeklin yönünün değişmeyeceğini göz ardı etmiştir. Dönme yönü ve açısını belirtmemiştir. Ne tip bir simetri alındığını da açıklamamıştır. Bu nedenle yanıtı hatalı kabul edilmiştir. Ö49'un F seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.63' te sunulmuştur.



Şekil 4.63: Ö49'un yedinci sorunun F seçeneğine ilişkin yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde, dönme dönüşümünü tanımladığı, dönme merkezini koordinat sistemi elemanlarından olan orijin noktası olarak belirlediği görülmüştür. Şekil üzerinde tanımladığı orijin noktasını göstermediği ve dönme açısı olarak belirlediği 270° 'lik açının yönünü belirtmemiştir. Tercih ettiği bileşke dönüşüm ile verilen görüntü elde edilemeyeceği için cevabı hatalı kabul edilmiştir. Ö54'ün F seçeneğine ilişkin yanıtı Şekil 4.64 'te sunulmuştur.



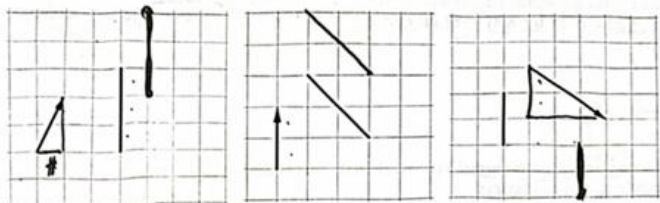
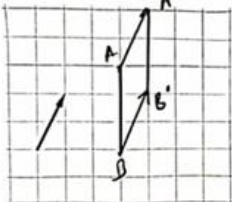
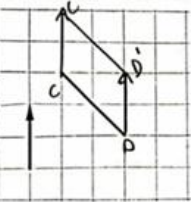
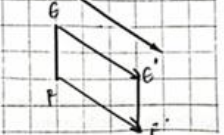
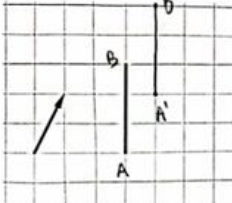
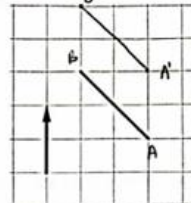
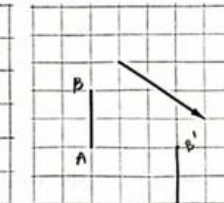
Şekil 4.64: Ö54'ün yedinci sorunun F seçeneğine ilişkin yanıtı

Ö54'ün yanıtı incelendiğinde belirlediği dönüşümlerin görüntüyü oluşturabilecek dönüşüm seçeneklerinden olduğu ancak belirlediği dönme açısı olan 90° 'lik açının bu dönüşümü tanımlamaması ve öğretmen adayının dönme merkezini belirtmemesi sebebiyle öğretmen adayı cevabı hatalı olarak kabul edilmiştir. Ayrıca öteleme için doğrultu ve yön de belirtmemiştir.

Ölçekte yer alan sekizinci soruda verilen, doğru parçasını verilen vektöre göre ötelemeye yönelik üç madde bulunmaktadır. Öğretmen adaylarından belirtilen ötelemeyi yapması beklenmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının yanıtları kategorik içerik analiziyle değerlendirilmiştir. Dört ana kategori belirlenmiştir. (K1) Tüm örnekleri vektöre göre doğru öteleme, (K2) Kısmen doğru öteleme, (K3) Hatalı öteleme. Her bir adayın yanıtı belirlenen kategori çerçevesinde değerlendirilmiştir. Kategorilere ilişkin değerlendirme göstergeleri Tablo 3.4'te sunulmuştur.

Kategoriler kapsamında yanıtlar vektör yönünün doğruluğu, vektör uzunluğunun korunumu, şekil korunumunun sağlanması, referans noktalarının kullanılması, görsel ve sezgisel yerleştirme kriterleri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgular incelendiğinde yanıtların %41,1'inin K1 (N=23), %10,7'sinin K2 (N=6), %26,8'inin K3 (N=14) ve %21,4'ünün K4 (N=12) kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir.

Şekil 4.65'te K1 kategorisinde yer alan örnek yanıtlar yer almaktadır.

Ö7	<p>Aşağıdaki doğru parçalarını verilen vektörlere göre öteleiniz.</p>  <p>1 br sağa 2 br yukarı</p> <p>2 br yukarı</p> <p>3 br sağa 2 br aşağı</p>		
Ö13	 <p>I</p>	 <p>II</p>	 <p>III</p>
Ö52	 <p>I</p>	 <p>II</p>	 <p>III</p>

Şekil 4.65: Sekizinci soru K1 kategorisi örnekleri

K1 kategorisinde yer alan Ö7, Ö13 ve Ö52 gibi yanıtlar incelendiğinde adayların verilen vektöre göre doğru parçasını ötelirken vektör yönünü doğru biçimde çizime yansıttığı, bileşenlere dikkat ettikleri, vektör büyüklüğü ile doğru oranda yer değiştirme yaptıkları, şeklin yön, doğrultu ve boyut özelliklerinin öteleme sırasında korunduğunu fark ederek eş doğru parçaları çizdikleri, verilen doğru parçalarının başlangıç ve bitiş noktasını referans alarak öteleme yaptıkları, doğru parçasını vektörle ilişkili biçimde doğru konumlandırarak yeniden çizmeyi başardıkları belirlenmiştir.

K1 kategorisindeki yanıtlar incelendiğinde adayların öteleme süreci sırasında paralellik ve eşlik ilkesini kullanmayı tercih ettikleri yani vektör doğrultusunda verilen doğru parçasına paralel olacak biçimde eş doğru parçası oluşturdukları görülmüştür. Örneğin Ö52 verilen doğru parçası ile ötelenmiş doğru parçası arasında bir paralelkenar oluşturmuştur. Paralelkenarın karşılıklı kenarlarının eş ve paralel olması öteleme sonucu oluşan şeklin biçimsel özelliklerinin değişmeden sadece konumunun değişmesi ilkesi ile bütünleştirilmiş verilen doğru parçasına paralel ve eş yeni bir doğru parçası çizilmiştir.

Veriler incelendiğinde K2 kategorisinde dört adayın yer aldığı görülmektedir. (K2) kategorisinde yer alan adayların örnek çizimleri Şekil 4.66'da verilmiştir.

Ö47	
Ö54	
Ö1	

Şekil 4.66: Sekizinci soru K2 kategorisi örnekleri

Şekil 4.66 incelendiğinde Ö1 kodlu adayın I. numaralı maddede verilen doğru parçasını simetri eksenini olarak kabul edip verilen vektörü ötelemeye çalıştığı ancak referans noktalarına, izometriklik durumuna ve şekillerin eşliğine dikkat ettiği belirlenmiştir. II numaralı maddeyi doğru yanıtlamış, vektöre göre verilen doğru parçasını doğru ötelemiş ancak referans noktalarını belirtmemiştir. III numaralı maddede benzer bir yanıt vererek, verilen doğru parçasını vektörün yön ve uzunluğunu dikkate alarak orijinaline eş ve paralel biçimde çizmiştir.

Ö47 kodlu adayın yanıtı incelendiğinde I numaralı maddede vektörün yön ve uzunluğuna dikkat ederek verilen doğru parçasına eş ve paralel doğru parçası çizdiği, referans noktalarını belirttiği, II numaralı maddede de benzer bir yanıt verdiği görülmektedir. Ancak II numaralı maddede verilen doğru parçasını vektör kabul ederek, verilen vektörü ötelemiştir. Benzer şekilde Ö54 kodlu aday I ve II numaralı maddelerde verilen ötelemeleri doğru yaparken III numaralı maddede verilen doğru parçasını, vektörün bir bileşenini dikkate alarak sadece sağa 3 birim ötelemiştir. Bu bağlamda Ö1, Ö47 ve Ö54 vektör yönü ve uzunluğunda kısmi hata yapmış, şekli sezgisel olarak korumuş, referans noktalarını eksik ya

da hatalı belirlemiş, ötelemelerde hatalar yapmıştır. Bazı ötelemelerde doğru uygulama yaptıkları; en az bir örnekte yön, uzunluk veya vektör özelliklerine dikkat etmeden hata yaptıkları için K2 kategorisinde değerlendirilmiştir.

Elde edilen bulgulara göre K3 kategorisinde yer alan adayların yanıtlarına ilişkin örnekler Şekil 4.67’de sunulmuştur.

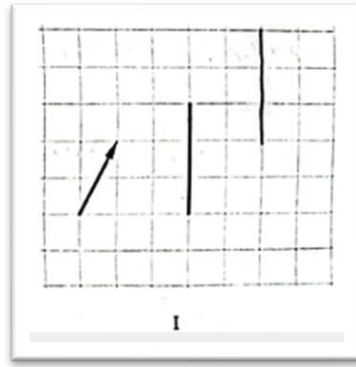
Ö2	
Ö11	
Ö31	
Ö39	
Ö28	

Şekil 4.67: Sekizinci soru K3 kategorisi örnekleri

K3 kategorisinde yer alan adayların yanıtları incelendiğinde verilen doğru parçasını, verilen vektöre göre ötelemek yerine tam tersi bir işlem yaparak vektörü doğru parçasına göre ötelemişlerdir (Ö39). Ya da verilen vektörden geçen simetri doğrusu çizerek bu doğruya göre verilen doğru parçasını yansıtmışlardır (Ö11, Ö28, Ö31). Bu hatayı yapan adaylarının vektörü, simetri eksenini olarak algıladığını göstermektedir. Yani öteleme ve yansımanın görsel çıktısını karıştırmaktadırlar.

Bu tür yanıtlar öteleme ile yansıma arasındaki temel farkın karıştırıldığını ve şeklin bir konumdan başka bir konuma taşınma fikrinin uygulandığını göstermektedir. Verilen doğru parçasını verilen vektöre göre öteleme yerine tam tersini yapan adayların, vektörü nesnelere taşımak için bir taşıyıcı olarak görmediği, taşınan bir nesne olarak gördüğünü ortaya koymaktadır. Vektörü bir yer değiştirme aracı değil bir şekil gibi düşünmektedirler. K3 kategorisinde yer alan adayların çoğu bu hatayı yapmıştır.

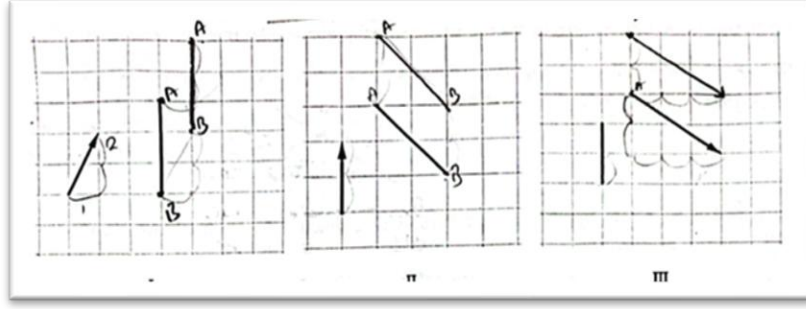
Örneğin Ö31 de benzer bir yaklaşımla doğru parçasından simetri eksenini geçirerek vektörü yansıma işlemi uygulanmıştır. Bazı adaylar ise öteleme yaparken vektör bileşenlerini yanlış yorumlamıştır. Ö34'ün yanıtı Şekil 4.68'de sunulmuştur.



Şekil 4.68: Ö34 sekizinci soru yanıtı

Ö34'ün yanıtı incelendiğinde vektörün bileşenlerini hatalı aldığı, vektör büyüklüğünü karıştırdığı, orantısız düşünme hatası yaptığı görülmektedir. Doğru parçasını konumu hatalıdır. Hem büyüklük hem yön açısından vektörün etkisi doğru yansıtılmamıştır.

Başka bir hata tipi ise doğru parçasını vektör kabul ederek yönünü kendi belirleyip verilen vektörü öteleme işlemidir. Ö47'nin bu bağlamda yanıtı Şekil 4.69'da sunulmuştur.



Şekil 4.69: Ö47'nin sekizinci soruya ilişkin yanıtı

Ö47'nin yanıtı incelendiğinde adayın vektörün kendisini değil, şekil yönünü (doğru parçasının doğrultusu) esas alarak işlem yapmış ve vektör ile doğru parçası arasındaki işlevsel farkı ayırt edememiştir. Dikey doğru parçasını vektör kabul etmiştir. Öteleme işlemini vektörü taşıyarak gerçekleştirmiştir. Bu hata literatürde “işlem-nesne karışıklığı” ya da “temsil karışıklığı” yanığı olarak bilinmektedir. Sfard (1991) tarafından ortaya atılan bu yanığıya göre matematiksel objeler iki farklı şekilde öğrenilmektedir.

İşlem düzeyi; bir kavram, ardışık adımların bir işlevi olarak algılanır.

Objeye düzeyi; aynı kavram bütünlüklü bir nesne olarak kavranır.

Aday öğretmen vektörü işlem nesnesi yerine geometrik nesne gibi ele almıştır. Doğru parçasını da taşıma aracı olarak işlem nesnesi yerine işlem aracı yani vektör olarak kullanmıştır. Yani nesne ve işlemleri karıştırmıştır. (Sfard, 1991) Bu durum bazı adayların vektörü ve işlem nesnesini ayrı kavram değil birbiri yerine geçebilecek benzer nesne olarak algıladıklarını göstermektedir. Adayların hataları şöyle sıralanabilir:

- Verilen doğru parçasını vektör gibi kabul edip vektörü taşıma,
- Vektörü şekil gibi taşıyıp ötelenen nesne gibi algılama
- Vektörü ya da doğru parçasını bir doğruya göre yansıtma
- Vektörden veya şekilden geçen hayali doğrular olduğunu varsayıp öteleme ya da yansıma dönüşüm işlemi yapma
- Simetri ve öteleme arasındaki farkı gözetmeme

Bu hatalar öğretmen adaylarının geometrik olarak vektörle öteleme sürecini işlem düzeyinde öğrenip soyutlayamadıklarını, vektörün matematiksel yapısını sadece görsel sezgisel bir yön ya da şekil olarak gördüklerini; şekil, vektör ve doğru gibi kavramların görev ve ilişkilerini

netleştiremediklerini bu dönüşüm türünü anlamada zorlandıklarını bu nedenle alan bilgilerinin verilen problem bağlamında yetersiz olduğu görülmüştür.

DGABÖ'nde yer alan dokuzuncu soruda düzlemde verilen, bir E noktasına göre 150 derece döndürülmüş şeklin görüntüsü verilmiş bu şeklin dönüşüm öncesindeki hali konusunda bir soru yöneltilmiştir. Dönme yönü konusunda bir açıklama yapılmamış böylece adayların dönme dönüşümün hem işlemsel hem de kavramsal anlamda parametrelerine ilişkin bilgileri tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda yanıtlar kategorik içerik analiziyle değerlendirilmiştir. Dört ana kategori belirlenmiştir.

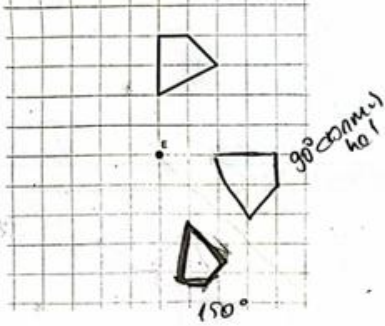
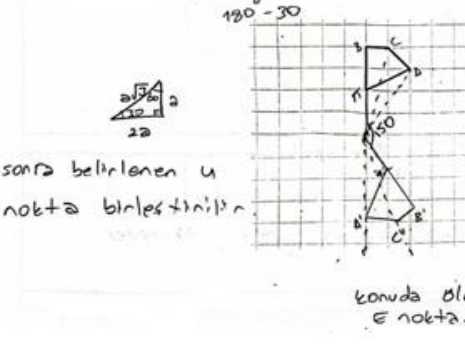
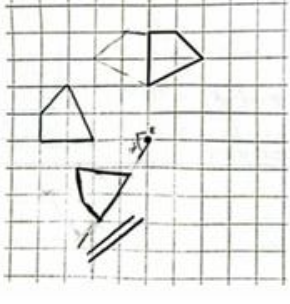
(K1) Şeklin dönmeden önceki halini doğru konumda, yönde ve doğru biçimde çizme

(K2) Şeklin dönmeden önceki halini kısmen doğru konumda, yönde ve doğru biçimde çizme

(K3) Dönüşüm işlemini hatalı uygulama ya da başka dönüşüm türleri ile karıştırma

(K4) Hiçbir yanıt vermeme veya soruyla alakasız yanıt verme

Belirlenen kategorilere ilişkin göstergeler Tablo 3.5'te sunulmuştur. Elde edilen yanıtlar dönme merkezi, dönme açısı, biçimsel özelliklerin korunumu, referans noktası kullanımı, görsel ve sezgisel yerleştirme kriterleri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Yapılan inceleme sonucunda yanıtların %42,9'unun K2 (N=24), %14,3'ünün K3 (N=8) ve %42,9'unun K4 (N=24) kategorilerinde yer aldığı, K1 kategorisinde yer alan bir yanıtın bulunmadığı belirlenmiştir. Şekil 4.70'te (K2) kategorisinde yer alan yanıtların örnekleri yer almaktadır.

Ö51	
Ö6	 <p>Her noktayı E noktası ile birleştirip u açısı düştürdüm 150° olan A ve B aynı doğru üzerinde o yüzden 3 açısı 150° lik ve A, B, C, D noktalarının E noktasına uzaklığı ile çizilen araların bir kolu bu noktalar den geçiyor diğer konuda ölçülen uzunluk ile aynı uzunlukta E noktasına uzaklıklar belirlenir.</p>
Ö3	

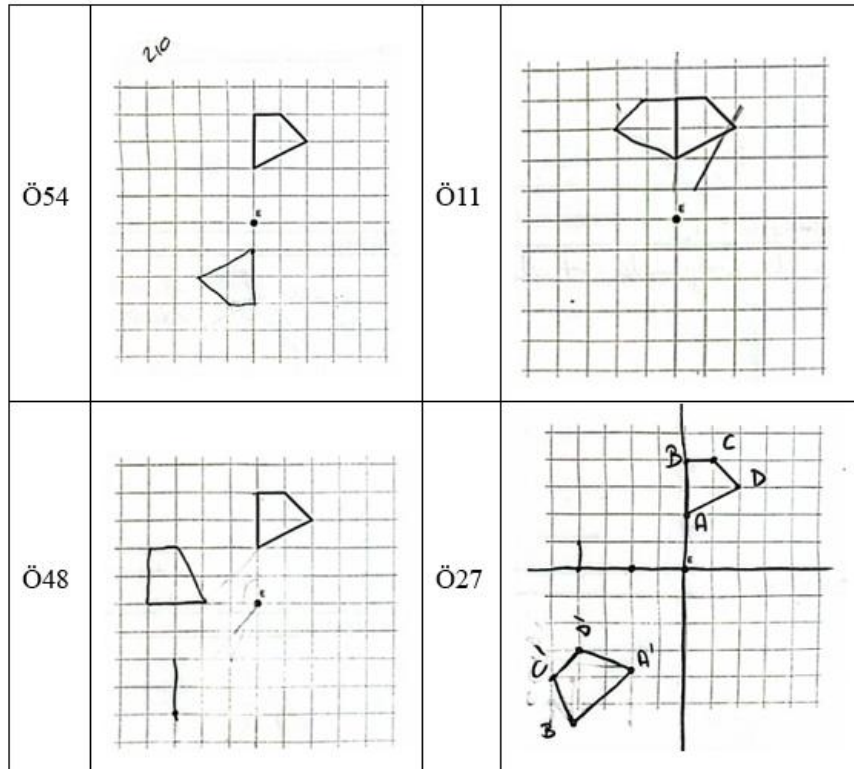
Şekil 4.70: Dokuzuncu soru K2 kategorisi yanıt örnekleri

Şekil 4.70 incelendiğinde K2 kategorisinde yer alan Ö3'ün verilen ilk şekli bulunmak için dörtgeni saat yönünün tersine doğru önce 90° daha sonra 60° döndürmeye çalıştığı görülmektedir. Ö3 dönme açısına göre oluşması beklenen iki ayrı görüntüye ilişkin cevap oluşturmak yerine sadece saat yönünün tersine doğru dönme işlemi uygulamıştır. Yaptığı işaretlemelerde dönme merkezini E olarak belirlediği, dönme açısını soruda verilen 150° olarak aldığı, dönme yönünü göz ardı ettiği görülmektedir. Ayrıca oluşturduğu şekil ile görüntü şekli biçimsel özellikleri açısından eş olarak çizilmemiş, izometrik göz ardı edilmiştir. Dönme merkezini, dönme açısını doğru belirlemesi ancak dönme yönüne ve biçimsel özelliklerinin korunumuna kısmen dikkat etmesi ve tek yanıt bulunması nedeniyle K2 kategorisinde değerlendirilmiştir. Benzer bir yanıtı Ö51 de vermiştir. Ö6 kodlu adayın yanıtı incelendiğinde verilen şekli saat yönünde 150° döndürdüğü, referans noktaları

belirleyerek bu noktalarını dikkate alarak dönme işlemini gerçekleştirmeye çalıştığı görülmektedir. Açıklamasında dönme merkezi olarak E noktasını aldığını belirtmiş, 150° olarak dönme açısını kullandığını ifade etmiştir. Ayrıca referans noktası olarak belirlediği noktaların E noktasına olan uzaklığının, görüntüsü olan nokta uzaklıklarına eş olacak biçimde dönme işlemini gerçekleştirmiştir. İzometriklik özelliğine dikkat etmiş, şekil ve görüntüsüne ilişkin biçimsel özelliklerin korunduğunu vurgulamıştır. Ancak tek yönde dönme uygulamış ve tek bir yanıt bulmuştur.

K2 kategorisinde yer alan öğretmen adaylarının verilen soruda yorumlanması beklenen dönme dönüşümünün temel bileşenlerini kavramsal olarak kısmen doğru kullandıkları, bazı adayların referans noktalarını net belirtmese de sezgisel olarak kullandığı görülmüştür. Dönme merkezini (E), açı büyüklüğünü ve şekil özelliklerini kısmen doğru kullanarak şeklin dönüşüm öncesi halini kısmen doğru belirlemişlerdir. Ancak dönüşüm yönü belirtilmediği halde sadece bir yönün dikkate alınması, alternatif yanıtları tartışma ya da gerekçelendirme becerilerinin sınırlı olduğunu ortaya koymaktadır.

K3 kategorisinde yer alan örnek yanıtlar Şekil 4.71’de sunulmuştur.



Şekil 4.71: Dokuzuncu soru K3 kategorisi yanıt örnekleri

Ö54'ün yanıtı incelendiğinde şekli saat yönünün tersine 180° döndürdüğü, Yönü belirtmediği, biçimsel özellikleri eşlik bağlamına koruyarak şekli sezgisel olarak doğru çizse de doğru konumlandırmadığı belirlenmiştir. Ayrıca referans noktası da kullanmamıştır. Ö54 dönüşüm yönünü sezgisel olarak saat yönü tersine uygulamıştır. Ancak açı yanlış seçilmiştir. Dönüşümü açısı matematiksel olarak yanlış yorumlanmıştır. Dönüşüm açısının anlamı konusunda bilgisi eksiktir. Yön ifade edilmemiş olması yön kavramına dair sınırlı farkındalığı olduğunu göstermektedir. E noktasını dönüşüm merkezi olarak belirlenmiş olsa da bu noktayı aktif olarak kullanmamış, işlemsel uygulama yapamamıştır. Oluşturduğu şekil açı, oran ve yön bakımından orijinal şekille eştir. Bu durum şeklin dönüşüm sonucu korunmasına ilişkin izometrik bilgiye sahip olduğunu göstermektedir. Şekil referans noktası dikkate alınmadan yanlış konumlandırılmıştır. Bu durum uzamsal yerleştirme ve sezgisel olarak zayıf olduğunu göstermektedir. Dönüşüm açı bilgisinin hatalı olması, referans noktası kullanılmaması, yön belirtilmemesi, konumlandırmanın hatalı olması nedeniyle K3 kategorisinde değerlendirilmiştir. Benzer biçimde Ö48 de açığı yanlış belirlemiş ve saat yönünün tersine 90° dönme işlemi uygulanmıştır.

Ö27'nin yanıtı incelendiğinde verilen E dönme noktasını orijin kabul eden bir koordinat sistemi çizdiği görülmektedir. Bu işlem dönüşüm işlemi analitik olarak modellemeye çalıştığını göstermektedir. Ancak dönüşüm yönünü ve açısını belirtmeden işlem yapması dönme işlemine ilişkin matematiksel parametreleri tanımda ve kullanmada yetersiz kaldığını göstermektedir. Dönüşümü uygulasa da açı ve yön belirtmemiştir. Bu durum dönme dönüşümünün temel bileşeni olan açı bilgisini göz ardı ettiğini ortaya koymaktadır. E noktasını orijine konumlandırmış ancak uygulama sırasında seçtiği referans noktalarının E noktasına göre dönme konumu incelendiğinde tüm dönme açılarının farklı olduğu görülmüştür. Ortaya çıkan şeklin orijinal şekille eş olmaması biçimsel korunumun sağlanmadığını göstermektedir. Yapılan dönüşümde koordinat sistemi kullanılarak bir düzen oluşturulmaya çalışılsa da referans noktalarının konumlanması ve dönme sonrası elde edilen şeklin biçimi uzamsal ilişkilendirme açısından hatalıdır. Bu nedenle K3 kategorisinde değerlendirilmiştir. Aday dönme dönüşümünün matematiksel unsurlarını tanımasına rağmen bu bilgileri doğru olarak belirtmemiştir. Bu durum kavramsal eksikliklerinin ve yüzeysel işlem temsillerinin olduğunu göstermektedir.

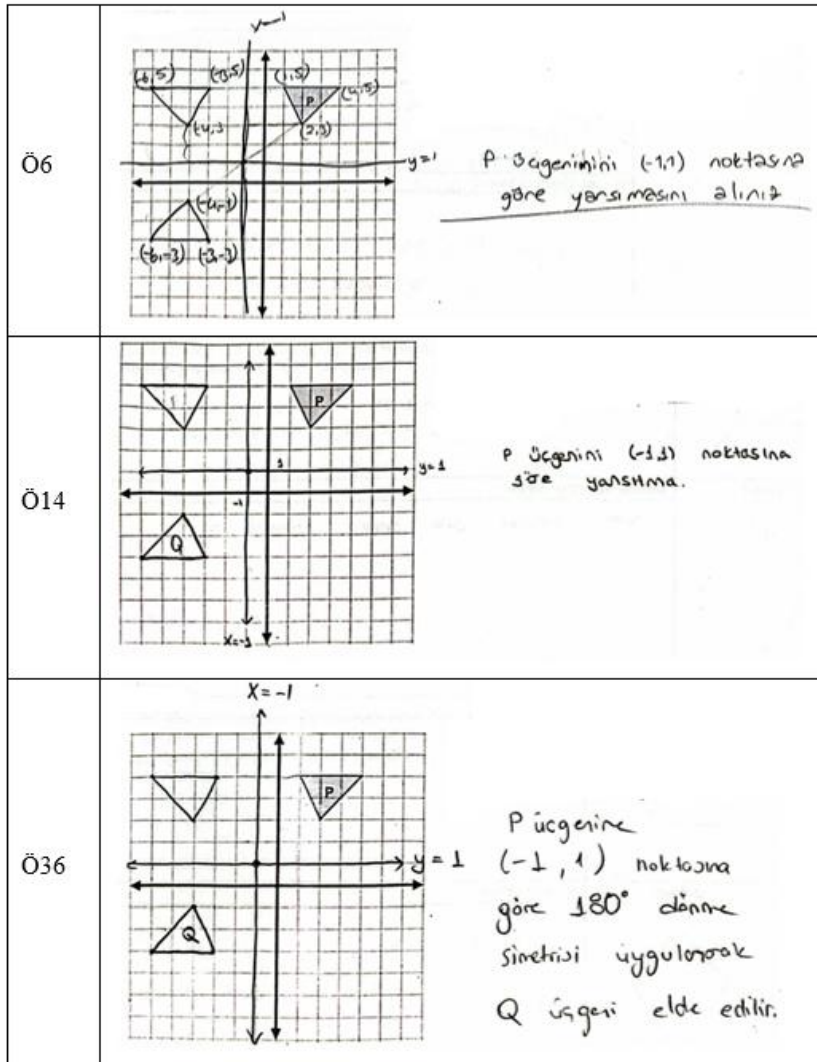
Ö11'in yanıtı incelendiğinde verilen E dönme merkezinden geçen hayali bir simetri doğrusuna göre şekli yansıttığı görülmektedir. Dönme türü yanlış seçilmiş, dönme yerine yansıma yapılmıştır. Şekil orijinal şekille eş çizilse de dönüşüm türü bağlamında hatalıdır. Bu yanıt adayın dönüşüm türlerini net olarak ayırt edemediğini göstermektedir. Bu nedenle K3 kategorisinde değerlendirilmiştir. Adayların %42,9'u ise boş ya da ilgisiz karalamalar yapmıştır.

Öğretmen adaylarının dönme dönüşümüne yönelik yanıtları incelendiğinde genel olarak alan bilgilerinde önemli farklılıklar olduğu gözlemlenmiştir. Hiçbir aday tam doğru yanıt verememiştir. Bazı adaylar şeklin dönüşüm merkezini doğru belirleyip biçimsel eşliği koruyarak işlem yapsalar da dönme açısını yanlış uygulamış, 150° yerine 90° , 180° gibi döndürme işlemleri uygulamışlardır. K2 ve K3 kategorisinde yer alan adayların neredeyse tamamı dönüşüm türünü açıkça belirtmemiştir. Bu durumda dönme dönüşümünün yönlü ne ölçülebilir bir işlem olduğu bilgisinin eksik olduğunu göstermektedir.

Ayrıca dönüşüm türlerini karıştıran adaylar bulunmaktadır. Referans noktalarının net olarak konumlanması, şekillerin yanlış konumlandırılması, tek bir referans noktasını 150° döndürerek şeklin kalanının sezgisel ve görsel olarak çizilerek şeklin tamamlanması ve dönüşüm sonucu elde edilen şekillerin verilen şekil ile eşi olmaması, alan bilgisinin yalnızca yüzeysel kavradığını ortaya koymaktadır. Bu durum adayların işlemsel bilgiye odaklandıklarını göstermektedir.

DGABÖ'nde yer alan onuncu soruda koordinat düzleminde verilen üçgene sırasıyla $x = -1$ ve $y = 1$ doğrularına göre yansıma işlemi uygulanması istenmiştir. Bileşke dönüşüm sonucunda elde edilen görüntüye ulaşmak için tek bir dönüşüm tanımlanması gerekseydi bu dönüşüm türü ve niteliği öğretmen adaylarına yöneltilmiştir. Bu bağlamda yer alan problem durumuna ilişkin parametreleri doğru kullanarak artışı yansıma işlemlerinin işlemsel olarak doğru yapılması, bu işlemlerin analiz edilerek eşdeğer tek bir dönüşümle açıklanması beklenmiştir. Elde edilen veriler Tablo 3.6'da sunulan beş kategori kapsamında incelenmiştir. Yanıtlar yansıma niteliği, tanımlanan dönüşüm türü ve parametreleri bağlamında değerlendirilmiştir.

Yapılan inceleme sonucunda yanıtların %25'inin K1 (N=14), %10,7'sinin K2 (N=6), %42,9'unun K3 (N=24), %17,9'unun K4 (N=10) ve %3,6'sının K5 (N=2) kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir. K1 kategorisinde yer alan yanıt örnekleri Şekil 4.72 'de sunulmuştur.



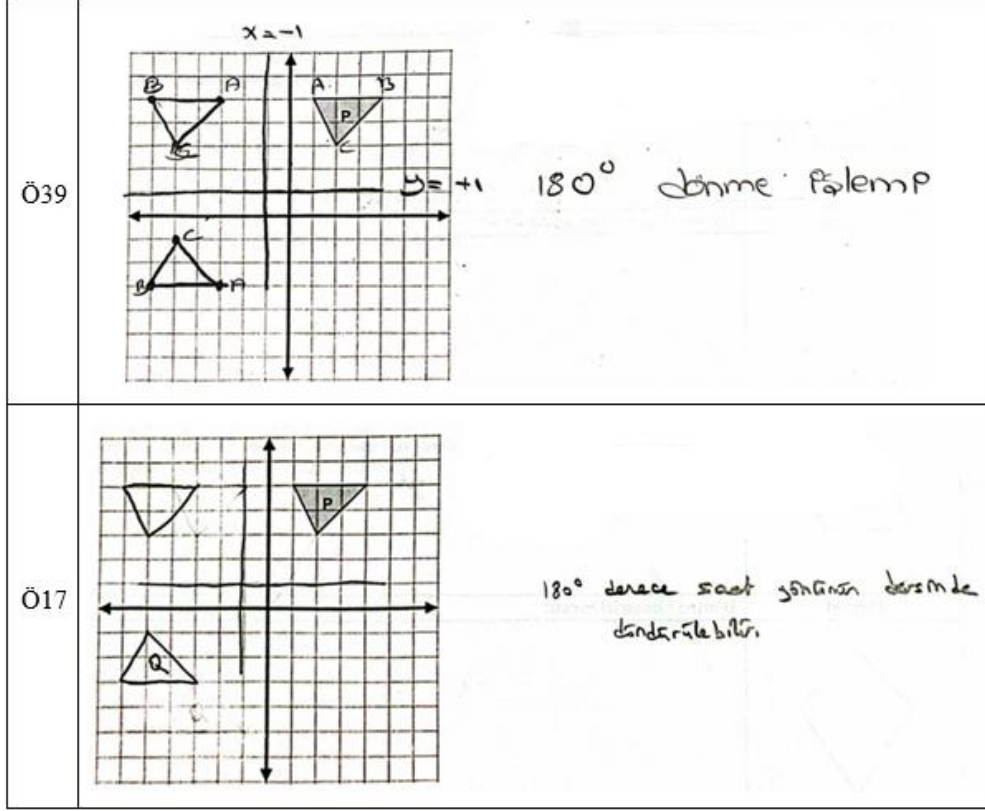
Şekil 4.72: Onuncu soru K1 kategorisine ilişkin yanıt örnekleri

Ö6'nın yanıtı incelendiğinde öğretmen adayının düzlemde verilen P üçgeninin köşe noktalarına ait koordinatları referans alarak sırasıyla $x = -1$ ve $y = 1$ doğrularına göre doğru bir biçimde yansıttığı, oluşan görüntülerin izometrikliğini dikkate aldığı belirlenmiştir. $x = -1$ ve $y = 1$ doğrularının kesişim noktası olan $(-1, 1)$ noktasına atıfta bulunarak P üçgeninin $(-1, 1)$ noktasına göre yansımaları alındığında seçilen bu tek dönüşümle yine son görüntünün elde edileceğini belirtmiştir. Ö14'ün yanıtında referans noktaları, P üçgeninin köşe koordinatları belirlenerek ifade edilmese de birim kareler ve koordinat sistemi kullanılarak görüntü olan üçgenler doğru konumlandırılmış, biçimsel özelliklerinin korunumu dikkate alınarak görüntüler doğru çizilmiştir. Ö6'nın yanıtına benzer şekilde P üçgeninin $(-1, 1)$ noktasına göre yansıtılması ile tekil dönüşüm doğru olarak tanımlanmıştır.

Ö36'nın yanıtı incelendiğinde bileşke dönüşüm işlemini doğru olarak yanıtladığı tekil dönüşüm türü için simetri yerine $(-1, 1)$ noktasını dönme merkezi kabul ederek 180° dönme uygulanması gerektiği belirtilmiştir. Sanat yönü veya tersi, dönmede 180° dönme nedeni ile bir fark olmadığından yön belirtilmese de yanıt K1 kategorisinde değerlendirilmiştir.

K1 kategorisinde yer alan yanıtlar incelendiğinde adayların P üçgeninden Q üçgenine geçiş için iki yansıma sonucunu geçerli parametreleri (yansıma doğrusunu kullanma, referans özelliklerine dikkat etme, biçimsel korunumu göz önünde bulundurma) kullanarak doğru şekilde gerçekleştirdiği P üçgenini Q üçgenine dönüştüren dönüşüm türünü doğru belirledikleri (noktaya göre simetri merkezini, açısını doğru ifade etme) görülmüştür. Gerekli tekil dönüşümü kavramsal olarak doğru şekilde açıklamışlardır. Soruda olası tüm dönüşüm türlerini ifade etmeleri istenmediği için tek bir dönüşüm türü yanıtı yeterli kabul edilmiştir. K1 kategorisinde yer alan yanıtlarda tercih edilen dönüşüm türlerinin yalnızca biri dışında tamamında P üçgeninin $(-1, 1)$ noktasına göre simetrisi alınmasına yönelik yanıt tercih edilmiştir.

K2 kategorisinde yer alan yanıtlara ilişkin örnekler Şekil 4.73'te sunulmuştur.



Şekil 4.73: Onuncu soru K2 kategorisi örnekleri

Ö39 ve Ö17'nin yanıtları incelendiğinde P üçgenine bileşke dönüşümü uygulayarak doğru biçimde Q üçgenini çizdikleri görülmüştür. Ancak dönüşüm türüne yönelik açıklamalarında Ö39, “180 derece dönme işlemi”; Ö17 ise, “180 derece dönme, saat yönünün tersine döndürülebilir” ifadelerini kullanmışlardır. K2 kategorisinde yer alan yanıtların tamamında dolma dönüşümü önerilmiş ancak tümünde dönme dönüşümünün parametreleri olan dönme merkezi, dönme açısı, yönü gibi unsurlardan tamamen bahsedilmemiştir. Bu bağlamda iki yansıma sonuca ulaşan üçgeni elde etmek için ifade edilmesi beklenen tekil dönüşüm eksik ya da kısmen doğru ifade edildiği için K2 kategorisinde değerlendirmişlerdir.

K3 kategorisinde yer alan yanıtlara ilişkin örnekler Şekil 4.74'te sunulmuştur.

Ö15		<p>(1,1) noktasına göre yansıtma</p>
Ö20		<p>$y=x$ doğrusuna göre simetriği alınmalıdır.</p>
Ö31		<p>orijin etrafında negatif yönde 210° döndürme</p>

Şekil 4.74: Onuncu soru K3 kategorisi örnekleri

K3 Kategorisinde yer alan 26 yanıtın tümünde P üçgeninden Q üçgenine geçiş için uygulanan iki yansıma sırasıyla doğru yapılmıştır. Ancak tüm yanıtlarda dönüşüm türü yanlış belirtilmiş ya da yanıt verilmemiştir. Ö15'in yanıtı incelendiğinde dönüşüm için "(1, 1) noktasına göre yansıtma", Ö20'nin " $y=x$ doğrusuna göre simetriği alınmalı", Ö31'in "orijin etrafında negatif yönde 210 derece döndürme" İfadelerini kullandıkları belirlenmiştir.

K3 kategorisinde yer alan yanıtlar incelendiğinde "orijin etrafında 180° dönme", " $y=-x$ doğrusuna göre yansıtma", "saat yönünün tersine 270° döndürme", " $x=-y$ doğrusuna göre simetri", "saat yönünün tersine 90° döndürüp x eksenine yansıtma" ifadelerinin kullanıldığı görülmüştür. Bazı adayların tek bir dönüşüm tanımlayamadığı, farklı türleri bütünleştirmeyi önerdiği, K3'te yer alan tüm adayların ise hatalı dönüşüm türlerini hatalı parametrelerle ifade ettiği belirlenmiştir.

K4 kategorisinde yer alan yanıtlara ilişkin örnekler Şekil 4.75'te sunulmuştur.

Ö19		<p>$(-1, -1)$ noktasına göre simetrisini almasını isteriz.</p>
Ö22		<p>$x = 4$ doğrusuna göre yansıtılmalı</p>
Ö28		<p>Q üçgenini 4br aşağı öteleyiniz.</p>
Ö55		<p>120° döndürme pozitif yönde</p>

Şekil 4.75: Onuncu soru K4 kategorisi örnekleri

Şekil 4.75'te K4 kategorisinde yer alan Ö19'un yanıtı incelendiğinde P üçgeninin Q üçgenine geçişi için iki yansıma uygulamasını yapamadığı, dönüşüm türünü " $(-1, -1)$ noktasına göre simetri" ifadesini kullanılarak hatalı belirttiği görülmektedir. Ö19 simetri merkezini hatalı seçmiştir.

Ö22'nin yanıtı incelendiğinde yansıma işlemlerini hatalı yaptığı, dönüşüm için ise “ $x=4$ doğrusuna göre yansıtma” önerisinde bulunduğu, hatalı dönüşüm türü tanımladığı belirlenmiştir.

Ö28'in yanıtı incelendiğinde yansıma için $x = -1$ doğrusunu hatalı çizdiği, bu doğruya göre yansımayı hatalı yaptığı, bu bağlamda tekil dönüşüm için “Q üçgenini 4 birim aşağı ötelemeliyiz” ifadesini kullanarak hatalı açıklama yaparak kavramları karıştırdığı belirlenmiştir.

Ö55'in yanıtı incelendiğinde $y=1$ doğrusunu koordinat eksenine çizdiği, $x = -1$ doğrusunu çizemediği görülmektedir. P üçgenine eş olmayan dik bir üçgeni dördüncü bölgeye çizerek $y=1$ doğrusuna göre simetriğini bulmuş, bileşke dönüşümü hatalı yapmıştır. Tekil dönüşüm için “ 120° döndürme, pozitif yönünde” ifadesiyle hatalı tanımlama ve dönüşüm seçmiş dönme merkezini de ihmal etmiştir.

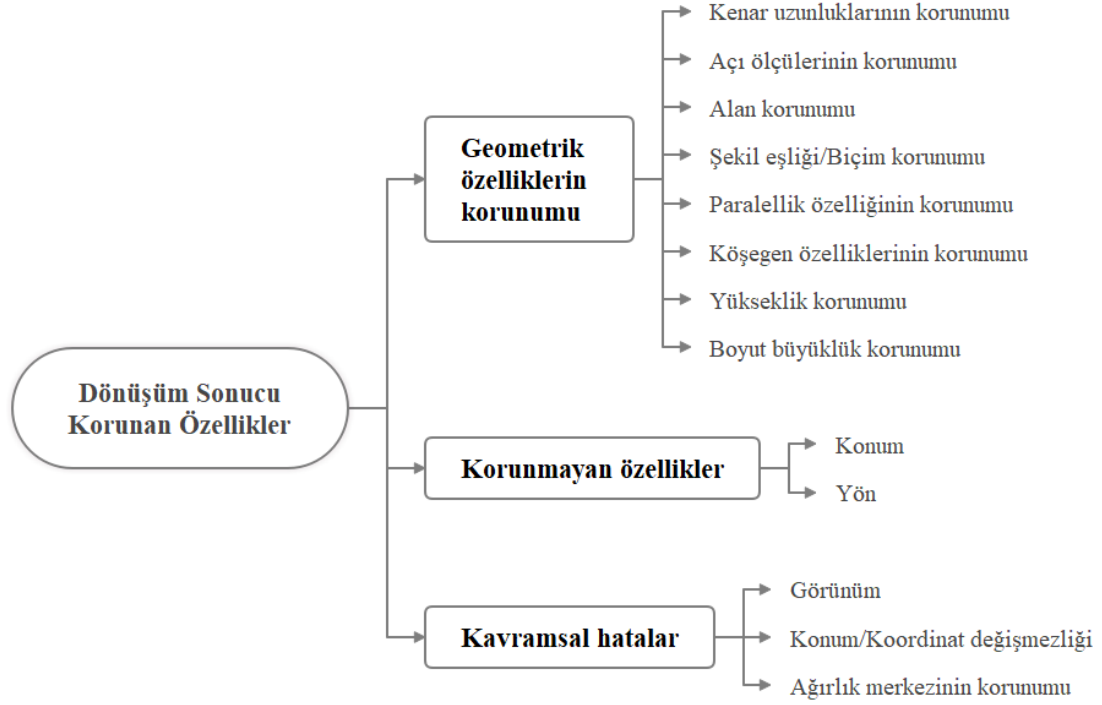
Onuncu soru kapsamında sunulan çok adımlı soruya verilen yanıtlar incelendiğinde adayların kavramsal bilgi düzeylerinin farklılık gösterdiği görülmektedir. Hem işlemsel dönüşüm bilgisi hem de kavramsal bilgi ölçülmektedir.

K1 kategorisinde yer alan adaylar dönüşüm bilgilerini hem işlevsel hem kavramsal olarak yeterli düzeyde ortaya koymuştur. K2 kategorisinde yer alan adaylar ise tekil dönüşümü kısmen doğru ifade etmiştir. Bu grupta yer alan adaylar ilgili soruya yönelik işlem becerisine sahip olmalarına rağmen dönüşümün niteliksel bileşenlerine (örneğin merkez, yön kavramı) dair bilgilerinin sınırlı olduğu görülmüştür.

K3 kategorisinde yer alan adayların ise önemli kavramsal hatalar yaptıkları, dönüşüm türünü hatalı belirledikleri ya da parametreleri hatalı ifade ettikleri görülmüştür. Bu grubun dönüşüm türlerini ayırt etmede, dönüşüm bileşenleri ile işlem sonuçlarını ilişkilendirmede özellikle bileşik dönüşümlere özdeş dönüşüm ifade etmede kavramsal zorluk yaşadıkları ortaya konulmuştur.

K4 kategorisinde yer alan adayların %80'i ise her iki açıklamayı hatalı yapmıştır. Dönüşüm türleriyle tutarsız yanıtlar vermişlerdir. Bu grupta yer alan öğretmen adaylarının hem işlemsel hem kavramsal anlamda ciddi eksikliği olduğu düşünülmektedir.

DGABÖ' nde yer alan on birinci soruya ilişkin yanıtlar betimsel içerik analizi çerçevesinde incelenmiştir. Elde edilen bulgular Şekil 4.76' da sunulmuştur.



Şekil 4.76: On birinci soruya yönelik tema ve kategoriler

Öğretmen adaylarının yanıtları çerçevesinde “Geometrik özelliklerin korunumu”, “Korunmayan özellikler” ve “Kavramsal hayalar” temalar belirlenmiştir. Bu temalar ve kategorilere ilişkin frekans değerleri ve örnek yanıtlar Tablo 4.8’de verilmiştir.

Tablo 4.8: Dönüşüm sonucuna ilişkin örnekler

Tema	Kategori	f	Örnek
Geometrik özelliklerin korunumu	Kenar uzunluğu ve çevre korunumu	39	Kenar uzunlukları değişmemiştir. İç açı ölçüleri değişmemiştir. (Ö3)
	Açı ölçüleri korunumu	27	
	Alan korunumu	14	Alan ve köşegenler değişmez. (Ö6)
	Eşlik	2	<ul style="list-style-type: none"> Şekil birbirine eştir, açıları ve kenarları eşittir. (Ö11) Şekillerin eşliği, paralelkenarın iç açıları, paralelkenarın kenar uzunlukları, çevresi, yüksekliği, alanı korunur. (Ö15)
	Paralellik özelliği	5	Şekil hala bir paralelkenardır ve paralelkenarın tüm özelliklerini korur. Kenar uzunlukları ve açı ölçüleri değişmez. (Ö44)
	Köşegen uzunlukları	4	Kenar uzunlukları, iç açı ölçüleri, karşılıklı açı ölçüleri, köşegen uzunlukları (Ö46)

Tablo 4.8: (devam)

	Yükseklik	2	ABCD paralelkenarının alanı, çevresi, ağırlık merkezinin paralelkenar üzerindeki konumu, kenarı uzunlukları, iç açıları, yüksekliği değişmez. (Ö36)
	Boyut/Büyüklik korunumu	11	<ul style="list-style-type: none">• Boyutları değişmez. Şekil değişmez. (Ö21)• Şeklin yapısı korunur. Şeklin boyutu korunur. (Ö52)
Korunmayan özellikler	Konum	1	Paralelkenar şekilsel olarak aynı özelliktedir. Açılı, kenar uzunlukları korunur. Ama konum olarak değişmiştir. (Ö35)
	Yön	1	Köşe koordinatları değişir. Yön değişir. Doğrultu değişir. Büyüklük değişmez. Kenar uzunluğu değişmez.(Ö41)
Kavramsal hatalar	Görünüm	1	Şeklin büyüklüğü değişmez. Şeklin görünümü değişmez. (Ö49)
	Konum/Koordinat	1	ABCD paralelkenarının alanı, çevresi, ağırlık merkezinin paralelkenar üzerindeki konumu, kenarı uzunlukları, iç açıları, yüksekliği değişmez. (Ö36)
	Ağırlık merkezinin korunumu	8	<ul style="list-style-type: none">• Paralelkenarın kenar uzunlukları korunur. Ağırlık merkezi korunur. Köşegen uzunlukları korunur. (Ö8)• Ağırlık merkezi noktası koordinatları, kenar uzunlukları, açı ölçüleri (Ö40)

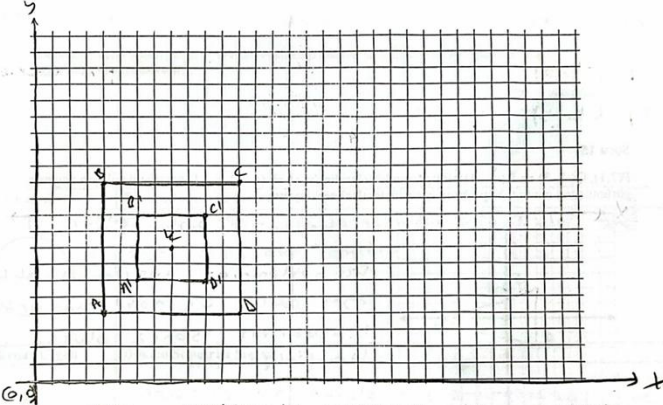
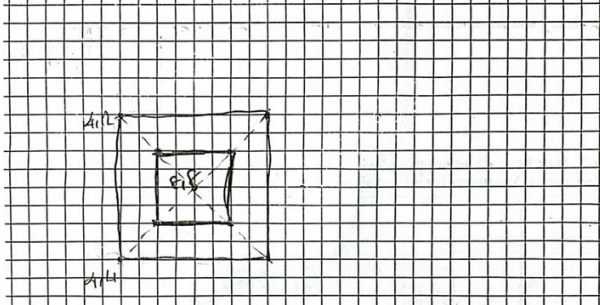
Betimsel içerik analizi sonucunda öğretmen adaylarının %69,6'sının kenar uzunluklarının korunumu özelliğine değindiği belirlenmiştir. Katılımcıların %48,2'sinin açı ölçülerinin korunduğunu, %25'inin alanın korunduğunu, %3,6'sının şeklin aynı kaldığını ifade ettiği, eşlik özelliğini belirttiği, %8,9'unun paralellik özelliğinin değişmezliğini vurguladığı, %7,1'inin köşegen uzunluklarının aynı kalacağını, %3,6'sının yükseklik, %19,6'sının şeklin boyut ya da büyüklüğünün değişmediğini ifade ettiği belirlenmiştir.

Adayların %1,8'i konum, %1,8'i yönün değişeceğini belirtmiştir. Kavramsal hatalar incelendiğinde %1,8 oranında görünümün, %1,8 oranında konum ve koordinatların, %14,3 oranında ağırlık merkezi korunumunun değişmeyeceğine yönelik açıklamalar yapmıştır.

Elde edilen bulgulara göre adaylar en çok kenar uzunluklarının korunumunu ve açı ölçülerinin korunumunu ifade etmişlerdir. Elde edilen sonuçlar dönüşüm parametrelerinin tümüne doğru biçimde değinen öğretmen adayının bulunmadığını göstermektedir. Şeklin eşliği, köşegen özellikleri gibi kavramlar daha az ifade edilmiştir. Yön ve konumla ilgili kavramsal hatalar yapılmıştır. Bu durum dönüşümün etkilerinin daha çok görsel olarak kavrandığını göstermektedir. Bazı adaylar sadece "şekil değişmez" ifadelerini kullanmış ancak geometrik anlamda hangi parametrelerden bahsettiklerini açıklamamışlardır.

Ölçekte yer alan; köşe koordinatları verilen kareyi, belirtilen merkez etrafında ve belirli ölçek faktörü ile büyütme yönelik on ikinci Soruda öğretmen adaylarının şekilde meydana gelen dönüşüm ile ilgili verilen seçeneklerden doğru olan seçeneği seçmeleri ve bu seçimlerinin seçimlerini doğru olarak açıklamaları beklenmektedir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar “(K1) Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme ve sebebini doğru açıklama”, “(K2) Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme ve sebebini kısmen doğru açıklama”, “(K3) Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme fakat açıklama yapmama”, “(K4) Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme ama hatalı açıklama yapma” ve “(K5) Verilen seçeneklerden yanlış seçeneği seçme veya soruyu boş bırakma” kategorileri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Belirlenen kategori ve kodlara yönelik yanıtların örnekleri Tablo 4.9’da sunulmuştur.

Tablo 4.9: On ikinci soruya öğretmen adaylarının verdiği yanıtlar

<p>K1</p>	<p>Köşeleri A(4,4), B(4, 12), C(12, 12) ve D(12, 4) olan bir dikdörtgen, büyütme merkezi K(8, 8) olacak şekilde 0,5 ölçek faktörü ile büyütülüyor. Şekilde meydana gelen değişim aşağıda verilenlerden hangisi olur? Seçiminizin sebebini açıklayınız.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Dikdörtgen boyutu iki katına çıkar ve köşeler K noktasından uzaklaşır. 2) Dikdörtgen boyutu yarıya iner ve köşeler K noktasına yaklaşır.  <p>Bütün noktaların K noktasına olan uzaklıklarını 0,5 ile çarparsak kenar uzunlukları yarıya alını dörtte birine iner, yeni şekil buardaki sisidir.</p> <p style="text-align: right;">(Ö21)</p>
<p>K2</p>	<p>Köşeleri A(4,4), B(4, 12), C(12, 12) ve D(12, 4) olan bir dikdörtgen, büyütme merkezi K(8, 8) olacak şekilde 0,5 ölçek faktörü ile büyütülüyor. Şekilde meydana gelen değişim aşağıda verilenlerden hangisi olur? Seçiminizin sebebini açıklayınız.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Dikdörtgen boyutu iki katına çıkar ve köşeler K noktasından uzaklaşır. 2) Dikdörtgen boyutu yarıya iner ve köşeler K noktasına yaklaşır. <p>2) 0,5 ölçeğini kullanmak şekli küçültür.</p>  <p style="text-align: right;">(Ö23)</p>

Tablo 4.9: (devam)

<p>K3</p>	<p>Köşeleri A(4,4), B(4, 12), C(12, 12) ve D(12, 4) olan bir dikdörtgen, büyüme merkezi K(8, 8) olacak şekilde 0,5 ölçek faktörü ile büyütülüyor. Şekilde meydana gelen değişim aşağıda verilenlerden hangisi olur? Seçiminizin sebebini açıklayınız.</p> <p>1) Dikdörtgen boyutu iki katına çıkar ve köşeler K noktasından uzaklaşır. 2) Dikdörtgen boyutu yarıya iner ve köşeler K noktasına yaklaşır.</p> <p>(Ö20)</p>
<p>K4</p>	<p>(2,2) (2,6) (6,6) (6,2)</p> <p>Köşeleri A(4,4), B(4, 12), C(12, 12) ve D(12, 4) olan bir dikdörtgen, büyüme merkezi K(8, 8) olacak şekilde 0,5 ölçek faktörü ile büyütülüyor. Şekilde meydana gelen değişim aşağıda verilenlerden hangisi olur? Seçiminizin sebebini açıklayınız.</p> <p>1) Dikdörtgen boyutu iki katına çıkar ve köşeler K noktasından uzaklaşır. 2) Dikdörtgen boyutu yarıya iner ve köşeler K noktasına yaklaşır.</p> <p>0,5 ölçekle büyütüldüğü her noktanın koordinatının yarısını alırsak ve bu şekilde boş noktaları arasındaki mesafe azalır. Peki ya köşelerin boyutu yarıya iner noktaları da K noktasına yaklaşır. (Ö35)</p>
<p>K5</p>	<p>Köşeleri A(4,4), B(4, 12), C(12, 12) ve D(12, 4) olan bir dikdörtgen, büyüme merkezi K(8, 8) olacak şekilde 0,5 ölçek faktörü ile büyütülüyor. Şekilde meydana gelen değişim aşağıda verilenlerden hangisi olur? Seçiminizin sebebini açıklayınız.</p> <p>1) Dikdörtgen boyutu iki katına çıkar ve köşeler K noktasından uzaklaşır. 2) Dikdörtgen boyutu yarıya iner ve köşeler K noktasına yaklaşır.</p> <p>1) Dikdörtgen boyutu iki katına çıkar ve köşeler K noktasından uzaklaşır. Çünkü K noktası verilen dikdörtgenin içinde kalmaktadır. K noktasından büyütülürken dikdörtgen köşelerinden uzaklaşır ve bulunduğu kareye genişler.</p> <p>(Ö16)</p>

Öğretmen adaylarının köşe koordinatları verilen kareyi, belirtilen merkez etrafında ve belirli ölçek faktörü ile büyütmeye yönelik on ikinci soruya verdiği yanıtlara ilişkin yapılan içerik

analizinde, yanıtların %3,6' sının “Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme ve sebebini doğru açıklama”(K1), %30,4' ünün “Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme ve sebebini kısmen doğru açıklama”(K2), %14,3' ünün“ Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme fakat açıklama yapmama (K3)”, %48,2' sinin “Verilen seçeneklerden doğru olanı seçme ama hatalı açıklama yapma” (K4) ve %3,6' sının “Yanlış seçeneği seçme veya soruyu boş bırakma” (K5) kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir.

Ö21 kodlu öğretmen adayının on ikinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğretmen adayının dönüşümü ifade eden seçeneği doğru olarak belirlediği ve sebebini “Bütün noktaların k noktasına olan uzaklıklarını 0,5 ile çarparsak kenar uzunlukları yarıya, alanı dörtte birine iner.” şeklinde, doğru olarak açıkladığı görülmüştür. Bu kapsamda öğretmen adayı K1 kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö23 kodlu öğretmen adayının on ikinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğretmen adayının dönüşümü ifade eden seçeneği doğru olarak belirlediği ve sebebini “0,5 ölçeğini kullanmak şekli küçültür” şeklinde açıklamıştır. Öğretmen adayının açıklamasında sadece ölçek faktörünün şeklin dönüşümünü nasıl etkileyeceğinden bahsettiği görülmüş ve açıklaması kısmen doğru kabul edilmiştir. Bu kapsamda öğretmen adayı K2 kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö20 kodlu öğretmen adayının on ikinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğretmen adayının dönüşümü ifade eden seçeneği doğru olarak belirlediği ancak dönüşümden bahsetmediği görülmüştür. Bu kapsamda öğretmen adayı K3 kategorisinde değerlendirilmiştir.

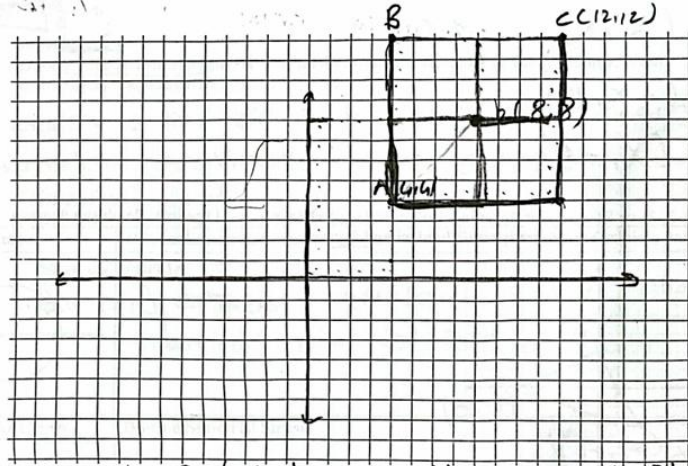
Ö35 kodlu öğretmen adayının on ikinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğretmen adayının dönüşümü ifade eden seçeneği doğru olarak belirlediği ancak dönüşümü “0,5 ölçekle büyütülünce, her noktanın koordinatının yarısını alırız ve bu şekilde köşe noktaları arasındaki mesafe azalır. Dikdörtgen küçülerek boyutu yarıya iner, noktaları da K noktasına yaklaşır” şeklinde açıkladığı görülmüştür. Öğretmen adayının bu açıklaması ile şekle uygulanan dönüşümü açıklarken şeklin bulunduğu koordinatları dikkate almadığı ve ölçek faktörünün, koordinat noktalarının üzerinde matematiksel işlem ile (0,5 ölçek dediği için koordinat noktalarındaki değerleri ikiye bölmüştür) etkili olduğu bilgisine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu kapsamda öğretmen adayı K4 kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö16 kodlu öğretmen adayının on ikinci soruya verdiği yanıt incelendiğinde yanlış seçeneği işaretlediği ve bu seçimini destekler nitelikte “çünkü K noktası verilen dikdörtgenin içinde kalmaktadır. K noktasından büyütüldüğünde dikdörtgen köşelerinden uzaklaşır ve bulunduğu konum genişler.” şeklinde açıklama yaptığı belirlenmiştir. Öğretmen adayın büyütme merkezinin şeklin içinde olmasının şekli büyüteceğini düşündüğü ve ölçek faktörünü dikkate almadığı görülmektedir. Bu kapsamda öğretmen adayı K5 kategorisinde değerlendirilmiştir.

Ö42'nin yanıtı Şekil 4.77'de sunulmuştur.

Köşeleri $A(4,4)$, $B(4, 12)$, $C(12, 12)$ ve $D(12, 4)$ olan bir dikdörtgen, büyütme merkezi $K(8, 8)$ olacak şekilde 0,5 ölçek faktörü ile büyütülüyor. Şekilde meydana gelen değişim aşağıda verilenlerden hangisi olur? Seçiminizin sebebini açıklayınız.

- 1) Dikdörtgen boyutu iki katına çıkar ve köşeler K noktasından uzaklaşır.
- 2) Dikdörtgen boyutu yarıya iner ve köşeler K noktasına yaklaşır.



bu noktası köşegenlerin kesim noktası. Bu sebepten ötürü 0,5 scalele büyütme yani iki katına çıkarmak alanı da iki katına çıkarmak olacağından bu da bir kare olduğundan köşegenler K'dan uzaklaşır. (kenar x kenar alanı verdiğinden ötürü)

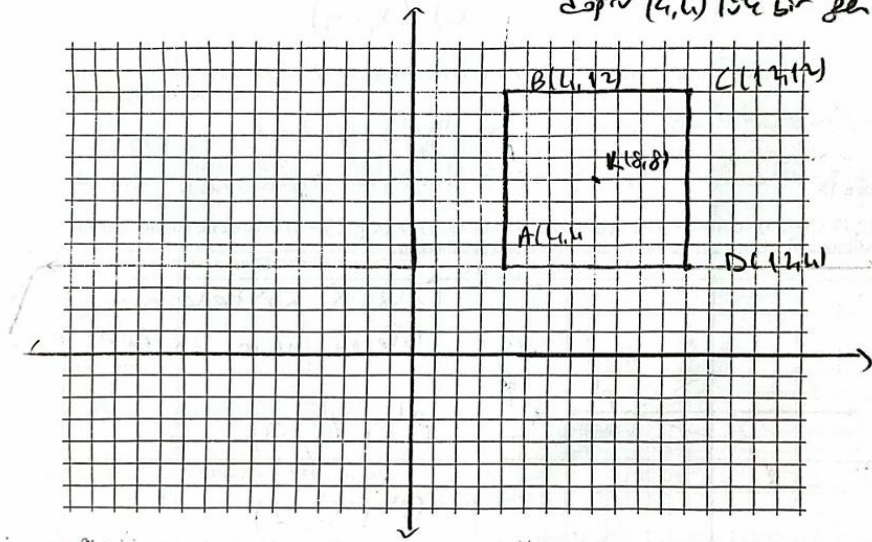
Şekil 4.77: Ö42'nin on ikinci soruya ilişkin yanıtı

Ö42 kodlu öğretmen adayının köşe koordinatları verilen kareyi, belirtilen merkez etrafında ve belirli ölçek faktörü ile büyütme yönelik soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğretmen adayının yanlış seçeneği işaretlediği ve seçiminin sebebini “K noktası köşegenlerin kesim noktası, bu sebepten ötürü 0,5 ölçekle büyütme yani iki katına çıkarmak alanı da iki katına çıkarmak olacağından bu da bir kare olduğundan köşegenler K'dan uzaklaşır. (kenar x kenar alanı verdiğinden ötürü)” şeklinde açıkladığı görülmüştür. Öğretmen adayı K noktasının, köşegenlerin kesim noktasından geçtiğini belirlemesine rağmen şekli ölçek faktörü ile

büyütme dönüşümünde köşegenlerin K noktasından uzaklaşacağını ifade etmiştir. Ayrıca karenin kenarlarının çarpımının alanı vereceğini de belirtmiş ve kenarların iki katına çıkarılmasıyla alanın da iki katına çıkacağını ifade etmiştir. Öğretmen adayının ölçek faktörünün değerini de dikkate almadığı görülmüştür. Öğretmen adayının bu yanıtı kapsamında bu konu ile beraber kenar-alan ilişkisine yönelik geometri konularında ciddi eksiklerinin olduğu söylenebilir. Ö14'ün on ikinci soruya ilişkin yanıtı Şekil 4.78'de verilmiştir.

Köşeleri A(4,4), B(4, 12), C(12, 12) ve D(12, 4) olan bir dikdörtgen, büyütme merkezi K(8, 8) olacak şekilde 0,5 ölçek faktörü ile büyütülüyor. Şekilde meydana gelen değişim aşağıda verilenlerden hangisi olur? Seçiminizin sebebini açıklayınız.

- 1) Dikdörtgen boyutu iki katına çıkar ve köşeler K noktasından uzaklaşır. Çünkü $8 \cdot 0,5 = 4$ old. her
 2) Dikdörtgen boyutu yarıya iner ve köşeler K noktasına yaklaşır. nokta dikdörtgenden dışarı doğru (4,4) lük bir genişleme yaşar.



Şekil 4.78: Ö14'ün on ikinci soruya ilişkin yanıtı

Ö14 kodlu öğretmen adayının köşe koordinatları verilen kareyi, belirtilen merkez etrafında ve belirli ölçek faktörü ile büyütme yönelik soruya verdiği yanıt incelendiğinde öğretmen adayının yanlış seçeneği işaretlediği ve seçiminin sebebini “Çünkü $8 \times 0,5 = 4$ olduğundan her nokta dikdörtgenden dışarı doğru (4, 4)'lük bir genişleme yaşar.” şeklinde açıkladığı görülmüştür. Öğretmen adayının ölçek faktörünün değerini dikkate almadığı bu sebeple hatalı yanıt verdiği söylenebilir.

K1 kategorisinde yer alan yanıtlarda adaylar ölçek faktörünün 0,5 olmasının şekli küçüleceğini, K noktasına köşe noktalarının yaklaşacağını, uzunlukların yarıya, alanın dörtte biri ineceğini açıklamışlardır. Bu adaylar ilişkisel bilgiyi doğru biçimde kullanmıştır. K2 kategorisinde yer alan yanıtlarda adaylar sadece şeklin küçüleceğini belirtmiştir. K noktasına

ilişkin atıfta bulunmamıştır. Açıklamalar “çünkü 0,5 küçülür” ifadesi gibi yüzeysel yapılmıştır. K3 kategorisinde yer alan yanıtlarda adaylar doğru yanıtı seçse de destekleyici bir çizim ya da açıklama yapmamıştır. K4 kategorisinde yer alan yanıtlarda adaylar; doğru seçeneği işaretlenirse de hatalı açıklama yapmıştır. Açıklamalarda ciddi yanlışlar mevcuttur. Örneğin “büyütme 0,5 ile olur bu da iki katına çıkmak demektir” gibi hatalı ifadeler kullanılmıştır. Alanın ise yarıya ineceğini iddia eden adaylar bulunmaktadır. Seçenek doğru olsa da açıklamalar ezbere dayalı yorumlama yaptıklarını göstermektedir. Benzer hatalar K5 kategorisinde yer alan yanıtlamalarda da bulunmaktadır.

Adayların verdiği yanıtlar dönüşüm geometrisinde homoteti/büyütme-küçültme bağlamında aşağıdaki hatalar algılara sahip olduklarını ortaya koymaktadır.

- 0,5 faktörünü büyütme olarak yorumlama. Örnek yanıt: “0,5 ölçeği dediği için iki katına çıkar.”; bu hata bazı adayların ölçek faktörü kavramını yanlış yorumlandığını göstermektedir.
- “K noktası merkez ise şeklin büyüyeceğini sanma”. Örnek yanıt: “K noktası köşe genlerin kesişim merkezli olduğu için şekil büyür”; bu hata bazı adayların büyüme/küçülmenin merkezle ilgili olduğunu düşündüğünü, ölçek faktörüyle ilgisini göz ardı ettiğini ortaya koymaktadır.
- Alan iki katına çıkar. Örnek yanıt: “alan büyür iki katına çıkar”; 0,5 büyüme faktöründe alanın dörtte biri ineceği göz ardı edilmekte, ölçek yanlış yorumlanmaktadır. Burada “yarıya inen şeklin alanı da yarıya iner” ya da “iki katına çıkan şeklin alanı da iki katına çıkar” algısı vardır.
- Koordinatları yarıya inince uzaklaşma olacağını bekleme. Örnek yanıt: “koordinatlar 0,5 ile küçülür, yani köşeler uzaklaşır. Burada koordinatlar küçülünce merkeze yaklaşacağı düşünülerek yön ters yorumlanmıştır.
- Simetri kavramı ile karıştırma. Örnek yanıt: “K noktası simetri noktası olduğu için eşit uzaklaşır.” Homoteti dönüşümü ile simetri kavramı karıştırılmıştır.

DGABÖ' nde yer alan on üçüncü soru olan Restoran probleminde öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisini işlevsel olarak kullanması ve somut tasarım önerilerinde bulunularak günlük yaşam bağlamında çevremizde gördüğümüz unsurları bütünleştirerek dönüşüm geometrisi öğelerini kullanmaları beklenmektedir. Probleme verilen yanıtlara ilişkin yapılan betimsel içerik analizi bulguları Tablo 4.10'da sunulmuştur.

Tablo 4.10: Restoran problemine yönelik bulgular

Tema	Kategori	Kod	Örnek
Dönüşüm Türlerinin Belirlenmesi	Belirlenen Dönüşüm Türü	Öteleme	Ötelemeyi kullanarak belirli ölçüde masaları koyabilir. Simetri olarak daha hızlı masaları yerleştirebilir. (Ö26)
		Dönme	Öteleme→masalar için Dönme dönüşümü→sandalyeler için Yansıma ve simetri→duvardaki süslemeler için (Ö25)
		Yansıma	Yansıma, öteleme kullanabilir. Masaları öteleme kullanarak ilerletebilir aynı şekilde tabloların, mutfak ile oturma alanının yansımasını alabilir.(Ö3)
		Simetri	Masaların konumunu öteleyerek belirleyebilir. Restoranı bölümlere ayırıp aynı düzende olmasını istiyorsa simetriğini alabilir (Ö24)
Kullanım Bağlamı	İç Mekan Öğeleri Ile İlişkilendirme	Bağlamsal yerleştirme	Aynı boyutta masa ve sandalyeleri öteleyerek çoğaltılabilir veya yeni konumlar belirleyebilir. (Ö23) Dönme dönüşümünü kullanarak bir kapının açılıp kapanması için ne kadar alana ihtiyacı olduğunu hesaplayabilir. Öteleme dönüşümünü kullanarak sürgülü bir eşyanın ne kadar açılıp kapanacağını belirleyebilir. Estetik bir görünüm için pencerelerin konumunu simetriden yararlanarak belirleyebilir. (Ö34)

Tablo 4.10: (devam)

	Estetik Düzenleme	Simetri/tekrarlayan desen	Simetri kavramını, öteleme kavramını bunları süslemek için kullanabilir. Yerde oluşturduğu resmi döndürerek farklı bir yere taşıyabilir vb. (Ö7) Restoran planında kapıları öteleme ile yapabilir. Öteleme dönüşümü ile duvar desenleri tasarlayabilir. Yine restorandaki duvar, masa, kapı desenleri için dönme ve öteleme simetrisini kullanabilir. (Ö9)
	Mimari Öğelerle İlişkilendirme	Yapısal öğelerle ilişkilendirme	Dönme dönüşümünü kullanarak bir kapının açılıp kapanması için ne kadar alana ihtiyacı olduğunu hesaplayabilir. Öteleme dönüşümünü kullanarak sürgülü bir eşyanın ne kadar açılıp kapanacağını belirleyebilir. Estetik bir görünüm için pencerelerin konumunu simetriden yararlanarak belirleyebilir. (Ö34)
Kavramsal doğruluk	Dönme Dönüşümü Kullanımı	Dönme Kavramını Doğru Kullanma	Dönme; restoranı kendi etrafında 360° dönebilen bir şekilde tasarlayıp tüm manzarayı seyretmeye imkan tanıyabilir.(Ö1) (Ö8)
		Dönme Kavramını Yüzeysel Kullanma	Evdeki prizler genelde aynı yüksekliktedir. Dönme ile prizin gerekli yerlere yerleştirilmesi sağlanır.(Ö5) Dönme dönüşümü kullanabilir. (restoran duvarlarına yerleştirilen tablolar)(Ö49)
	Öteleme Dönüşümü Kullanımı	Öteleme Kavramını Doğru Kullanma	Öteleme, yansıma ve dönmeyi kullanabilir. Aynı yapmak istediği nesneyi dilediği kadar çoğaltabilir. Bu nesneyi farklı açılardan döndürerek başka bir cisim gibi kullanılabilir. (Ö28)
		Öteleme Kavramını Yüzeysel Kullanma	Öteleme ile pencereleri belirleyebilir. Boyutları değişmeyecektir.(Ö29)

Tablo 4.10: (devam)

Kavramsal doğruluk	Simetri Dönüşümü Kullanımı	Simetri Kavramını Doğru Kullanma	Masaları öteleme simetrisi kullanarak konumlandırabilir. Duvarlarda yansıma simetrisinden yararlandığı fayanslar kullanılabilir. Tavan ışıklandırmasında dönme simetrisinden yararlanabilir.(Ö36)
		Simetri Kavramını Yüzeysel Kullanma	Masaları düzenli olsun diye öteleme kullanılabilir. Mutfak ve dağıtım yeri simetrik odalar olabilir. (Ö40)
	Yansıma Dönüşümü Kullanımı	Yansıma Kavramını Doğru Kullanma	Restoranın duvar kağıdında kullanılacak motiflerde yansıma kullanılabilir. (Ö50)
		Yansıma Kavramını Yüzeysel Kullanma	Zemin kaplamak için yansıma, ötelemeden yararlanabilir. (Ö51)
	Matematiksel Açıklama Düzeyi	Teknik Dil Kullanımı	Öteleme; duvarlar arasında öteleme kullanarak düzgün odalar planlayabiliir. Dönme; restoranı kendi etrafında 360° dönebilen bir şekilde tasarlayıp tüm manzarayı seyretmeye imkan tanıyabilir (Ö1)

Elde edilen bulgular incelendiğinde adayların verdiği 54 yanıtın “dönüşüm türleri” teması bağlamında %71’inde öteleme, %44,4’ünde yansıma,%33,3’ünde dönme, %50’sinde Simetri dönüşümüne yer verildiği belirlenmiştir. Bazı adaylar kavramları “yer değiştirme” gibi ifadelerle örtük şekilde ifade etmiştir. Bu tema adayların restoran planlamasında hangi dönüşüm türlerine yer verdiklerini ortaya koymaktadır.

İkinci tema olan kullanım bağlamı, adayların dönüşüm kavramını mimari estetik bağlamla da kullandıklarını ortaya koymaktadır. Bu doğrultuda iç mekan öğeleriyle ilişkilendirme kategorisinde masa, sandalye, priz, dekoratif unsurların konumlanmasında dönüşümlerin kullanılmasına yönelik bağlamsal yerleştirme açıklamaları yer almaktadır.

Estetik düzenleme kategorisinde ise simetri ve tekrarlayan desen kullanımı kod kapsamında görsel bütünlük, uyum, estetik görünüm, tekrarlarla desen oluşturma bağlamında açıklanan dönüşüm uygulamaları yer almaktadır.

Mimari öğeler ile ilişkilendirme kategorisinde, yapısal öğelerle ilişkilendirme kodu kapsamında duvar, kolon, merdiven, kapı gibi mimari elemanların yerleştirilmesinde

dönüşüm kullanımı açıklamaları yer almaktadır. Bu bağlamda en çok masa sandalye yerleşimi (iç mekan öğeleri), ikinci olarak görsel zenginlik estetik bağlamında simetri dönüşümü ele alınmıştır. Katılımcıların %35 i kolon, merdiven, duvar gibi yapısal özellikleri dönüşümlerle ilişkilendirmiştir.

Açıklamalar kavramsal doğruluk teması kapsamında incelendiğinde dönme, öteleme, yansıma, simetri dönüşümlerinin kullanılmasına yönelik doğru kavram kullanma ve yüzeysel kavram kullanma bağlamında kodlar elde edilmiştir.

Açıklamalarda nesnelerin merkez etrafında dönmesi, yön ve mesafe korunarak taşınması, eksen, merkez ya da doğruya göre yerleştirme unsurlarının belirtilmesi durumunda kavramın doğru kullanımı kodu kapsamında değerlendirilmiştir. Yalnızca dönüşümün kullanılmasına yönelik öneriler ise kavramın yüzeysel kullanımı kodu altında değerlendirilmiştir.” Matematiksel açıklama düzeyi” kategorisi kapsamında önerilen dönüşüme ait açıklamalar matematiksel dile dayalı olma durumuna göre değerlendirilmiştir. Açı, eksen, merkez, vektör gibi matematiksel terimlerin kullanımına dikkat edilmiştir.

Adaylardan sadece 4’ü matematiksel dil kapsamında teknik dil kullanmıştır. Geri kalanlar kavramsal ancak teknik olmayan “Ö18: Masaları öteleyerek yerleştirme” ya da yüzeysel ifadeler “Ö16: simetri kullanılabilir” ile açıklamalar yapmıştır.

Öğretmen adaylarının restoran planında kullanılabilecek yansıma dönüşümüne verdikleri örnekler incelendiğinde masaları ve sandalyeleri yerleştirme, zemin parke döşemelerinde, perde ve pencere yerleştirme gibi yansıma dönüşümünün kullanılabileceği örnekleri belirttikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının restoran planında kullanılabilecek öteleme dönüşümüne verdikleri örnekler incelendiğinde masaları ve sandalyeleri yerleştirme, zemin parke/fayans döşemelerinde, kolon yerleştirme gibi öteleme dönüşümünün kullanılabileceği örnekleri belirttikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarının restoran planında kullanılabilecek dönme dönüşümüne verdikleri örnekler incelendiğinde kapı açma güzergahlarında, masalardaki tabak-bardak-çatal-kaşık yerleşiminde ve tavan ışıklandırması gibi dönme dönüşümünün kullanılabileceği örnekleri belirttikleri görülmüştür. Vermiş olduğu örneklerden yola çıkarak öğretmen adaylarının dönüşümlere yönelik günlük hayattan kolaylıkla çeşitli örnekler verebilecekleri belirlenmiştir.

Elde edilen bulgular adayların dönüşüm türlerini genel olarak tanıdıklarını ancak teknik açıdan doğru kullanımın ve matematiksel dilin sınırlı olduğunu göstermektedir. Bileşke dönüşüme yer verilmemiştir. Öteleme kavramı en çok doğru kullanılan dönüşüm olmuş, yanıtlarda mesafe, yön, tekrar kavramlarına yer verilmemiştir. Açıklamalar kavramsal doğruluk ve matematiksel açıklama düzeyi bakımından eksik bulunmuştur.

4.2 İkinci araştırma problemine yönelik bulgular

Araştırmanın ikinci problemi kapsamında öğretmen adaylarının öteleme kavramı hakkındaki tanım ve örnekleri Tablo 3.2’de verilen gösterge tablosunda yer alan yön, mesafe/uzaklık, biçimsel özellikler, referans noktası/doğrusu, matematiksel gösterim, dönüşümler arası karşılaştırma kriterleri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Yapılan incelemede elde edilen 54 açıklamada %83,3 oranında yön bilgisi, %88,9 oranında mesafe/uzaklık bilgisi, %64,8 oranında biçimsel özellikler, %57,4 oranında referans noktası/doğrusu bilgisi, %46,3 oranında matematiksel gösterim bilgisi ve %31,5 oranında dönüşümler arası karşılaştırmaya yönelik açıklama olduğu belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının öteleme kavramı kapsamında yönle ilgili açıklamaları incelendiğinde %24,4’ünün sezgisel düzeyde açıklamalar yaptığı, “sağa, sola, aşağı, yukarı kaydırmak” gibi ifadeler kullandıkları belirlenmiştir. Geometrik düşünme düzeylerinden birinci düzey seviyesinde değerlendirilen bu ifadelerde açıklamalarda yön bilgisine yönelik yalnızca gözleme dayalı ifadeler kullanıldığı, yön ile ilgili doğrudan bir açıklamanın bulunmadığı görülmüştür. Yapılan tanımlamaların büyük çoğunluğunda (%71,1) “şekli belirli bir yönde ilerletmek”, “istenilen yönde hareket ettirmek” gibi ifadelerin yer aldığı; ötelemeye yönelik yön bilgisinden açıkça bahsedildiği görülmüştür. Bu tür açıklamalar geometrik düşünme düzeylerinden ikinci düzey seviyesinde yer aldığı belirlenmiştir. Çok az sayıda açıklamada (%4,4) ise “şeklin her noktasını aynı yön ve doğrultuda hareket ettirme” biçiminde yönle ilgili bilgiyi kavramsal olarak kullanmıştır. Bu tür açıklamalar ise geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzeyde değerlendirilmiştir.

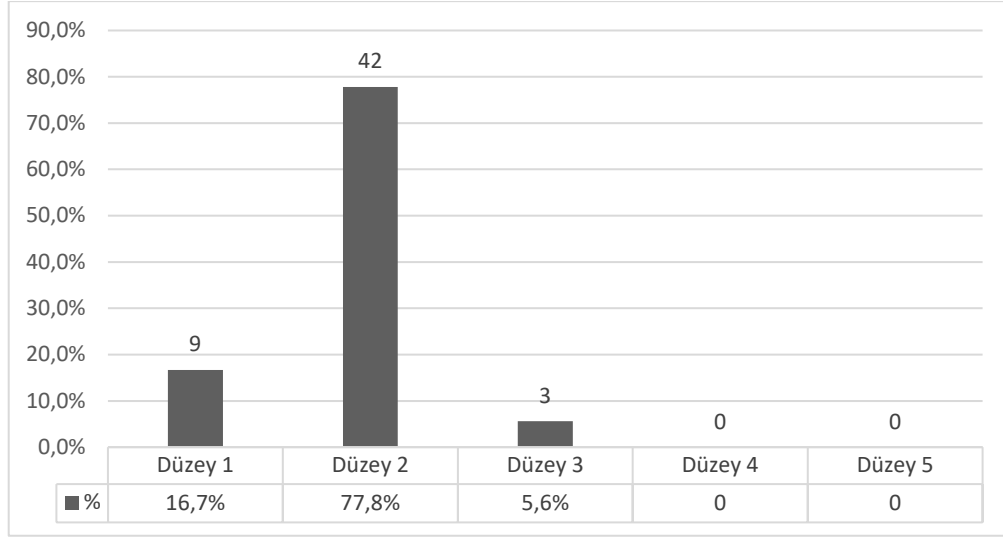
Öğretmen adaylarının mesafe/uzaklık ile ilgili ifadeleri incelendiğinde %14,6’sında “bir yerden başka bir yere kayma”, “a noktasından b noktasına taşıma” gibi ifadeler kullanılarak sezgisel olarak açıklamalar yaptıkları, mesafe/uzaklığa yönelik doğrudan bir ifade sunulmadığı belirlenmiştir. Bu tür açıklamalar geometrik düşünme düzeylerinden birincisi olan görsel düzeyde yer almaktadır. Açıklamalarda yön bilgisine benzer şekilde mesafe/uzaklık bilgisinin de çoğunlukla ikinci düzeyde seviyesinde ifadelerin yoğunlaştığı belirlenmiştir. Bu kapsamda “belirli birim kadar kaydırmak”, “belirli bir uzaklık kadar yer değiştirme”, “istenilen miktarda konum değiştirme” ifadelerinin kullanıldığı ve mesafe/uzaklık bilgisinin açıkça ifade edildiği görülmüştür. Az sayıda açıklamada (%6,3) ise “her noktanın aynı doğrultu ve eşit uzaklıkta hareket ettirilmesi” gibi ifadeler kullanıldığı ve geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzeyde değerlendirilmiştir.

Öğretmen adaylarının biçimsel özelliklere yönelik açıklamaları incelendiğinde %20'sinin “şekli aynen başka tarafa aktarma”, “şekilde değişme olmadan” gibi ifadeler ile sadece görsel olarak şeklin aynılığından bahsettiği belirlenmiştir. %80'inin ise “şeklin özellikleri korunur”, “yön ve şekil değiştirmeden yer değiştirme”, “şekli; boyutu, yönü korunarak iletme”, “kenar ve açı özellikleri aynı olacak şekilde hareket ettirme” gibi ifadelerle yer vererek şeklin özelliklerinin değişmediğinin farkında oldukları ve ikinci düzey olan analiz düzeyinde açıklamalar yapıldığı belirlenmiştir. Ancak şeklin özelliklerinin değişmediğini ötelemenin parametreleri olan “şeklin tüm noktalarının aynı doğrultu ve yönde, eşit miktarda yer değiştirmesi” ile ilişkilendirerek açıklayan bir yanıtın bulunmadığı görülmüştür. Bu bağlamda düzey 3 ve üstünde, biçimsel özelliklere yönelik bir açıklamanın bulunmadığı tespit edilmiştir.

Öğretmen adaylarının ifadeleri %93,5 oranında referans noktasını içeren tanımlamalar yaptıkları belirlenmiştir. Öteleme kavramını açıklarken referans noktasını belirterek bu noktanın belirli yön ve mesafede hareketini belirttikleri görülmüş ve bu ifadeler yön açısından değerlendirilmiştir. %6,5'inin ise tüm noktaların aynı doğrultu ve yönde, eşit uzaklıkta hareketinden bahsederek üçüncü düzey seviyesinde referans noktası bağlamını öteleme kavramına dahil etmiştir.

Aday yanıtları öteleme kapsamında matematiksel gösterim kullanımı bağlamında incelendiğinde %43,1 oranında, dönüşümün mesafe ve yön ifadelerini kullandıkları. %5,9 oranında oluşturulan şekil ve örneklerde yön-mesafe ilişkisinin doğrudan ifade edilerek dönüşümün matematiksel olarak ele alındığı görülmüştür. bu tür açıklamalar üçüncü düzeyde değerlendirilmiştir.

Adayların yanıtları incelendiğinde öteleme dönüşümünün %31,5 oranında belirlenmiştir. Hatalı yanıtlarda %76,5 oranında öteleme ile yansımanın karşılaştırıldığı, açıklama olarak ise yansıma da şeklin yönünün değişeceği için öteleme olmayacağı ifade edildiği belirlenmiştir. %23,5 oranında ise öteleme ile dönme dönüşümünü karşılaştırmış ve yansıma benzer olarak şeklin dönmesiyle yönünün değişeceği, bu yüzden öteleme olmadığını ifade edildiği görülmüştür. Göstergeler çerçevesinde öteleme kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları Grafik 4.1'de sunulmuştur.



Grafik 4.1: Öteleme kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları

Grafik incelendiğinde öteleme kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre en çok Düzey 2’de olduğu (%77,8) gözlemlenmiştir. %16,7’sinin Düzey 1, %5,6’sının Düzey 3’te olduğu; Düzey 4 ve 5’te tanım bulunmadığı görülmüştür. Tablo 4.11’de Van Hiele Düzeylerine yönelik açıklama ve düzeyde yer alan açıklamalardaki öteleme dönüşümü tanım örnekleri sunulmuştur.

Tablo 4.11: Van Hiele düzeylerine yönelik öteleme dönüşümü tanım örnekleri

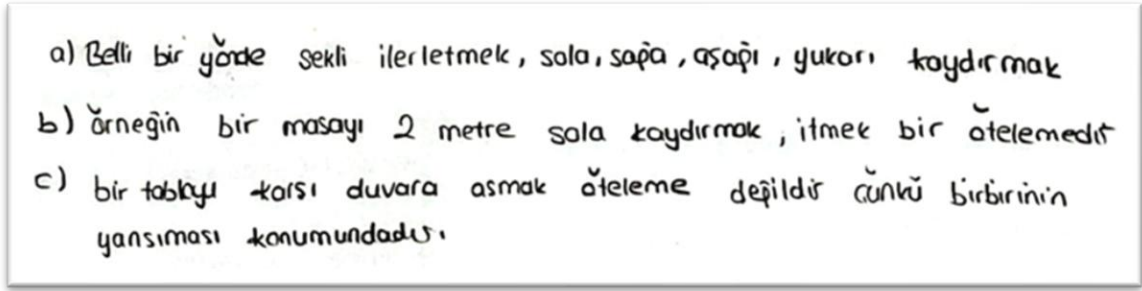
Düzey	Düzey Açıklamaları Ve Örnekler
Düzey 1: Görsel Düzey	<p>Şeklin sadece dış görüntüsüne odaklanma, hareket ettiğinde aynı olduğunu fark etme. Şeklin özelliklerinden bahsetmeme</p> <p>Düzeyde yer alan öğretmen adayı tanım örnekleri;</p> <ul style="list-style-type: none"> • Belli bir yönde şekli ilerletmek; sola, sağa, aşağı, yukarı kaydırmak • Öteleme bir şeklin konumunun değişmesidir. • Bir nesneyi a noktasından b noktasına taşımaktır. • Öteleme dönüşümü bir cismin sağa, sola, yukarı, aşağı ötelenerek cismin şeklinde herhangi bir değişme görülmeden yeni bir cisme dönüşmesidir. • Öteleme bir tür cismi kaydırma işlemidir. • Bir şeklin ötelenmesi; bu şeklin aynen başka bir tarafa kaydırılması anlamına gelir. • Sağ-sol, aşağı-yukarı yönlerinde hareket ettirme, konum değiştirme

Tablo 4.4: (devam)

Düzyey 2: Analiz Düzyeyi	<p>Şeklin özelliklerini (kenar, açı, yön) fark etme, bu özelliklerin korunduğunu belirtme ancak bu özellikleri kısmen doğru açıklama</p> <p>Düzyeyde yer alan öğretmen adayı tanım örnekleri;</p> <ul style="list-style-type: none">• Öteleme, bir cismin ya da şeklin belli bir yönde belli miktarda ilerletilmesidir. Öteleme sonucu oluşan şekil ilk şekle eşittir. Yani şeklin özellikleri korunur.• Bir cismin yön ve şekil değiştirmeden yer değiştirmesidir.• Bir nesnenin doğruya göre istenilen miktarda ve istenilen yönde nesnede referans noktası seçerek ilerletilmesi. Aynı zamanda nesnenin yönü ve şekli aynı kalacak.• Öteleme dönüşümü bir şekil veya nesneyi konum olarak bir referans alıp şekilde duruş değişikliği yapmadan sağa, sola, aşağı, yukarı hareketlerini içerir.
Düzyey 3: İnfomal (Basit) Çıkarım Düzyeyi	<p>Şeklin tüm noktalarının aynı vektörle taşındığını ifade etme, ötelemeyi ve özelliklerini doğru açıklama ve diğer dönüşümlerle karşılaştırma</p> <p>Düzyeyde yer alan öğretmen adayı tanım örnekleri;</p> <ul style="list-style-type: none">• Bir şeklin tüm noktalarının aynı doğrultuda ve uzunlukta yer değiştirmesi• Bir şekli, geometrik cisimi; kenar ve açı özellikleri, referans şekliyle eş olacak şekilde, duruşları aynı ve şeklin üzerindeki her noktayı eşit uzaklıkta hareket ettirme• Şeklin her noktasını aynı yöndeki, eşit uzaklıktaki bir yere taşımaktır.
Düzyey 4: Formal Çıkarım Düzyeyi	<p>Örnek tanım: “Öteleme, düzlemdeki her noktayı belirli yön ve mesafede hareket ettiren bir dönüşümdür. Öteleme fonksiyonu $T(x, y) = (x+a, y+b)$ şeklinde gösterilebilir.</p> <p>(Bu düzeyde tanım tespit edilmemiştir.)</p>
Düzyey 5: Sistematik Düşünme Düzyeyi	<p>Örnek tanım: “Öteleme, Öklid düzlemindeki izometrik dönüşümler grubunun bir elemanıdır. Cebirsel olarak öteleme, bir vektörün eklenmesiyle tanımlanır ve gruplar kuramı çerçevesinde ters eleman ve birleşme özelliklerini taşır.</p> <p>(Bu düzeyde tanım tespit edilmemiştir.)</p>

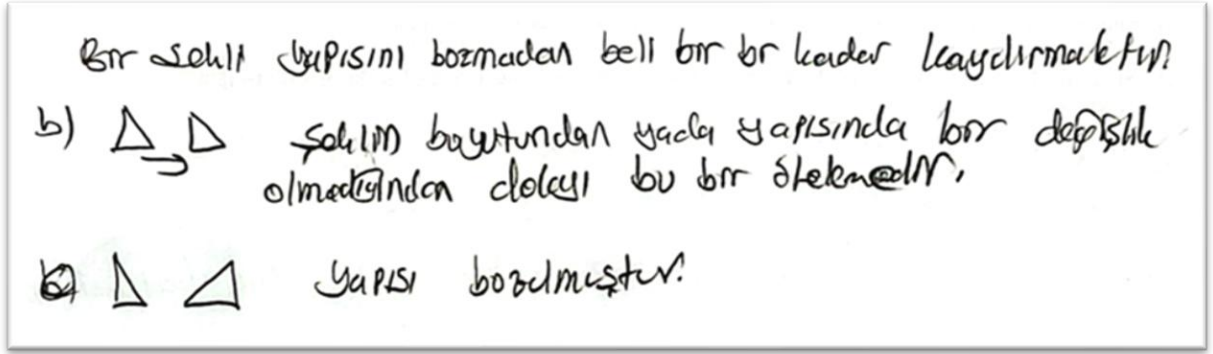
Tablo 4.4 incelendiğinde düzey 1’de yer alan tanımlarda, şeklin sadece görsel hareketine odaklanıldığı ve bu hareketlerin günlük hayatta yer alan “kaydırma, ilerletme” gibi ifadelerle açıklandığı görülmektedir. Düzey 2’de yer alan tanımlarda; dönüşümün özelliklerinin fark edildiği ancak bu özelliklerin tam olarak doğru açıklanamadığı, dönüşüm sonucu biçimsel özelliklerinin değişmeyeceğinden kısmen de olsa bahsedilebildiği görülmektedir. Düzey

3'te yer alan tanımlarda ise şeklin tüm noktalarının aynı doğrultu ve yönde taşındığını ifade ettikleri, dönüşümün özelliklerini doğru şekilde açıkladıkları ve kullandıkları, dönüşüm sonucu biçimsel özelliklerinin değişmeyeceğinden açıkça bahsettikleri görülmektedir. Düzey 4 ve 5'e yönelik olarak öteleme fonksiyonu tanımlanmamış veya gruplar kuramı çerçevesinde değerlendirilmiştir. Bu nedenle düzey 4 ve düzey 5 düzeyi seviyesinde bir açıklama tespit edilememiştir. Şekil 4.79'da Ö3 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



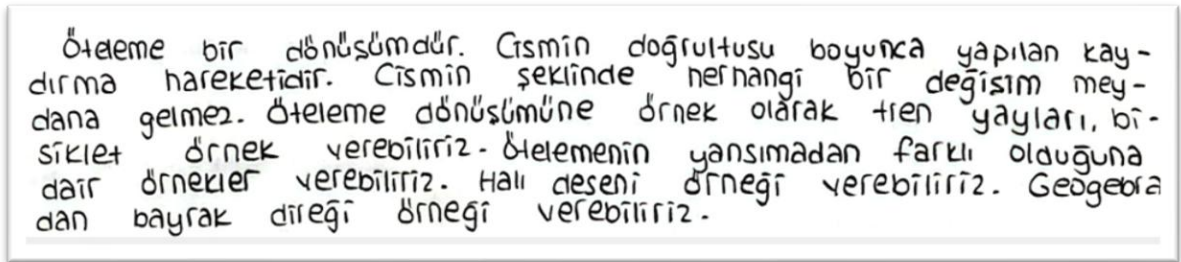
Şekil 4.79: Ö3'ün öteleme yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde ötelemeyi; “şekli iletirmek; sola, sağa, aşağı, yukarı kaydırmak” şeklinde ele aldığı ve örneğini de benzer ifadeler ile açıkladığı görülmektedir. Açıklamada yalnızca gözleme dayalı ifadeler kullanıldığı; tüm noktaların eşit uzaklıktaki hareketinden ve yön korunumundan, dönüşüm sonucu şeklin özelliklerinin değişmeyeceğinden, referans noktası/doğrusundan bahsedilmediği ve açıklamada matematiksel gösterimlerden yararlanılmadığı belirlenmiştir. Ayrıca dönüşümler arası karşılaştırmaya yönelik verilen örnekte öteleme ile yansıma dönüşümünün ele alındığı ancak açıklamaya benzer şekilde yansıma dönüşümünün gözleme dayalı ifade edildiği ve dönüşümler arası farklılığın kavramsal olarak açıklanmadığı görülmüştür. Bu kapsamda açıklama birinci düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.80'de Ö7 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.80: Ö7'nin öteleme yanıtı

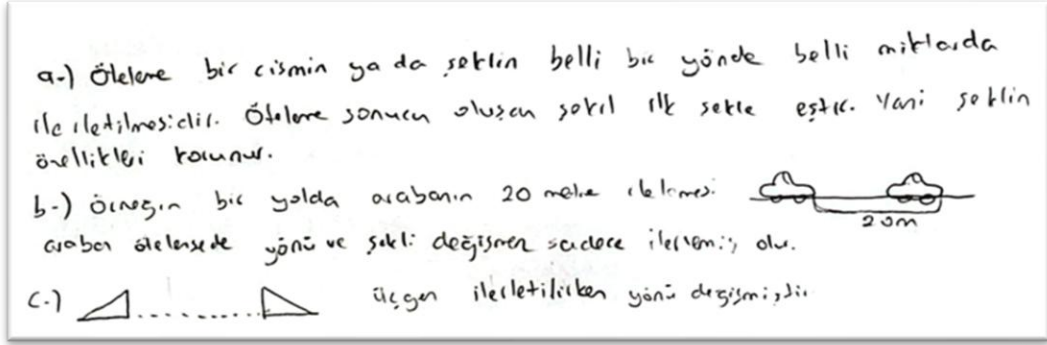
Öğretmen adayının ötelemeyi açıklarken “şeklin yapısını bozmadan” ve “belirli br kadar kayma” ifadelerini kullandığı görülmektedir. Şeklin yapısını bozmama ifadesinde herhangi bir şekil özelliğinden bahsedilmeden kullanıldığı için görünüş benzerliğini temsil ettiği düşünülmüştür. Ayrıca verilen örneklerde de şekillerin özelliklerinden bahsedilmediği, yapısının aynı olmasının açıklanmadığı görülmektedir. “Belirli br kadar kayma” ifadesi mesafe/uzaklık bilgisinden bahsediyor gibi gözükse de örnekler değerlendirildiğinde mesafe/uzaklığın ele alınmadığı görülmektedir. Açıklamada yön, referans noktası/doğrusu, dönüşümler arası karşılaştırmaya yönelik bilgilerden de bahsedilmediği ve matematiksel gösterimden yararlanılmadığı görülmektedir. Bu kapsamda açıklama birinci düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.81’de Ö8 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil4.81: Ö8'in öteleme yanıtı

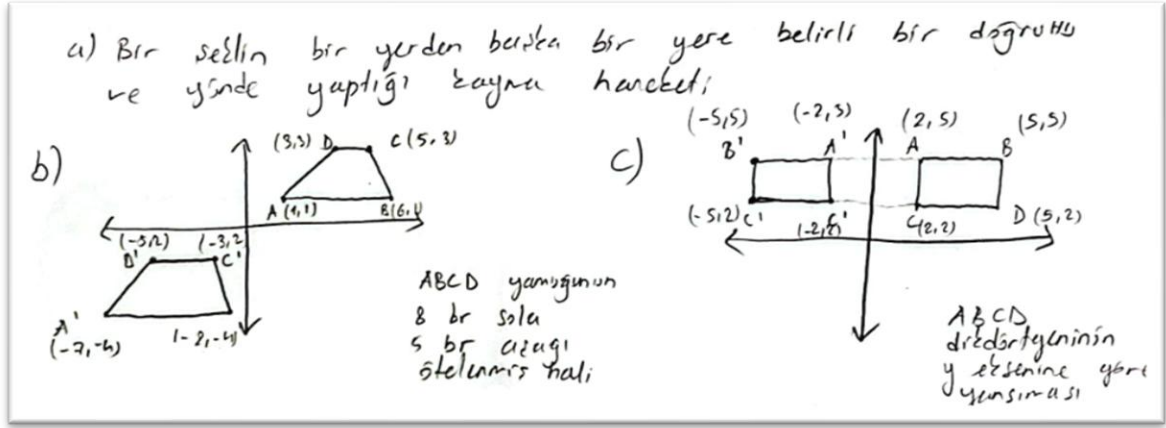
Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde ötelemenin, dönüşüm olduğunu ifade ettiği ancak açıklamalar incelendiğinde dönüşüme yönelik özelliklerden bahsetmediği görülmektedir. Dönüşümü “cismin doğrultusu boyunca yapılan kaydırma hareketi” şeklinde açıklamış ve şekilde herhangi bir değişimin meydana gelmeyeceğini de belirtmiştir. Açıklamada tüm noktaların aynı doğrultu ve yönde, eşit uzaklıkta yer değiştirmesinden

bahsedilmediği; şeklin tüm özelliklerinin korunduğunu açıkça belirtmediği ve dönüşümleri karşılaştırmaya yönelik verdiği örnekte farklılığın nedenini açıklamadığı görülmüştür. Adayın “şeklin özelliklerinin değişmemesi”, “doğrultu boyunca yapılan hareket” ifadeleri ile dönüşümün özelliklerinin farkında olduğu belirlenmiştir. Bu kapsamda açıklama ikinci düzeyde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.82’de Ö1 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



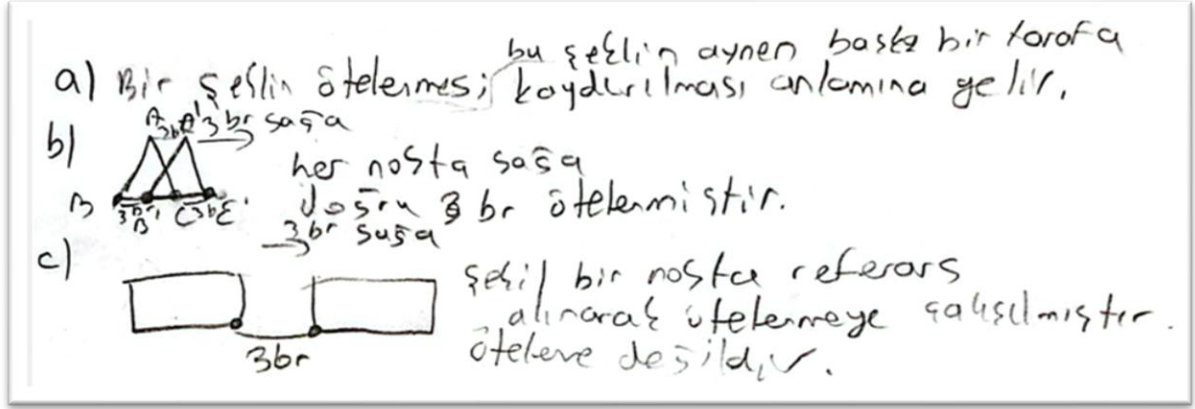
Şekil 4.82: Ö1’in öteleme yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde cismin belirli yönde, belirli miktar ilettilmesinden ve şekil ile görüntüsünün eşliğinden, şeklin özelliklerinin korunmasından bahsettiği görülmektedir. Dönüşümün özelliklerinden yön ve mesafe/uzaklığın farkında olduğu, “şekil ilk şekle eşittir” ifadesi ile de biçimsel özelliklerin korunumuna değindiği ancak net olarak açıklanmadığı görülmüştür. Verdiği örnekte şeklin sadece görsel hareketine odaklanılmadığı, şekil üzerindeki referans noktasının hareketini belirttiği yani dönüşümün özelliklerini informal bağlamda ifade edebildiği görülmektedir. Aday ötelemenin yön ve mesafe kavramına dayandığını anlamış, yansıma ile farkını gözlemlemiş, eşlik özelliğini sezgisel olarak fark etmiş ancak bu özellikleri matematiksel olarak ifade edememiş, vektörel ya da koordinat sistemi kullanarak açıklama yapmamıştır. Bu kapsamda açıklama ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.83’te Ö10 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



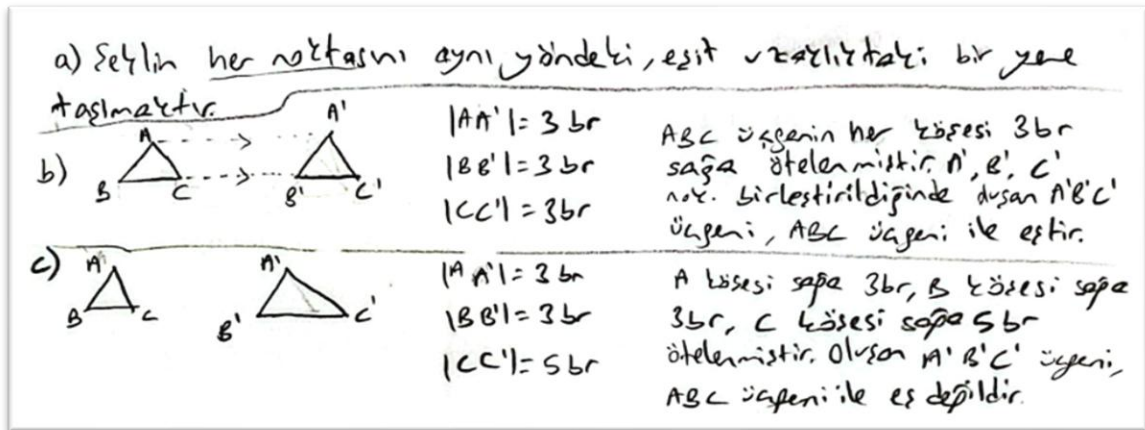
Şekil 4.83: Ö10 öteleme yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde ötelemeyi “bir şeklin bir yerden başka bir yere belirli bir doğrultu ve yönde yaptığı kayma hareketi” olarak ifade ettiği görülmektedir. “Kayma hareketi” ifadesi birinci düzeyde kullanılması beklenen bir kavram olmasına rağmen açıklamasında doğrultu ve yönden bahsetmesi, ötelemenin özelliklerinin farkında olduğunu göstermektedir. Bu durum öğretmen adayı tarafından verilen örnek olan ve olmayan durumlarda da görülmektedir. Verdiği örnekte koordinat sistemine çizdiği yamuğun köşe noktalarını referans olarak kabul etmiş öteleme gerçekleştirmiş, uzunluk ve mesafeye dikkat etmiş, koordinatların değişimini doğru bir şekilde açıklamıştır. Örnek olmayan durum için ise yansıma örneği vererek yine referans noktası, konum değişimi gibi özellikleri ifade etmiştir. Ayrıca çizdiği şekillerin açı, uzunluk, yön gibi biçimsel özelliklerinin değişmediğini de görsel olarak göstermiştir. Buna karşın ötelemenin bir dönüşüm olduğunu belirtmemiş herhangi bir şekilde vektörel hareketle ilişkilendirme yapmamıştır. Dönüşümleri karşılaştırmaya yönelik yansıma örneğini vermiştir ancak öteleme ve yansıma dönüşümlerinin özelliklerine vurgu yaparak neden farklı olduklarını açıklamamıştır. Bunun yanında herhangi bir vektöre yönelik açıklama verilmezken, bir vektörün matematiksel gösterimi ile ilgili ifadelerde kullanmamıştır. İzometriklik bağlamında da alan, açı, yön korunmasından net olarak bahsetmemiştir. Bu kapsamda açıklama 2. düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.84’te Ö40 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.84:Ö40'ın öteleme yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde ötelemeyi yalnızca “şeklin aynen başka bir tarafa kaydırılması” olarak ifade ettiği görülmektedir. Bu açıklaması şeklin tüm noktalarının aynı yön ve doğrultuda, eşit mesafede yer değiştirmesi; şeklin tüm özelliklerinin korunması gibi ifadeleri barındırmadığı için geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzeyin altında olduğu söylenebilir. Ancak verilen örnekler ve açıklamaları incelendiğinde her noktanın aynı yönde ve eşit uzaklıkta yer değiştirmesinden bahsettiği ve şeklin üzerinde aldığı referans noktalarının yer değiştirmesini informal olarak da olsa vektörel hareketle açıkladığı görülmektedir. Bununla birlikte ötelemeye uygun olmayan duruma verdiği örnek incelendiğinde ise şeklin sadece bir noktasının referans alınarak ötelendiği, bunun bir öteleme belirtmeyeceğinin ifade edildiği görülmektedir. Bu kapsamda açıklama geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.85 'te Ö42 kodlu öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.85: Ö42'nin öteleme yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde şeklin her noktasının aynı yönde ve eşit uzaklıkta taşınmasından bahsettiği ve dönüşüme uygun olan ve olmayan durumlara verdiği örnekleri de bu çerçevede açıkladığı görülmektedir. Dönüşüme uygun olarak verdiği örnek incelendiğinde şeklin referans aldığı noktalarının yer değiştirmesini matematiksel olarak ifade ettiği ve referans noktalarının aynı yönde ve uzaklıkta yer değiştirmesi ile elde edilen görüntü noktalarının birleştirilmesinden oluşan üçgenin ilk üçgen ile eş olacağından bahsettiği görülmüştür. Şeklin korunumunu; her noktanın aynı doğrultu ve yönde, eşit uzaklıkta ötelenmesinden yola çıkarak açıkladığı için öğretmen adayının açıklamasının geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzeyde yer aldığı belirlenmiştir. Açıklamada dönüşümler arası karşılaştırma, ötelemenin izometrik bir dönüşüm olduğunu açıklama ve ötelemeyi açıkça vektörel hareket olarak ele alma gibi özelliklerden bahsedilmediği için açıklama geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde sınıflandırılmıştır.

Dokuz öğretmen adayının öteleme kavramına yönelik açıklamaları ve örnekleri incelendiğinde, adayların kavramı farklı geometrik düzeylerde ele aldıkları belirlenmiştir. Bazı öğretmen adaylarının öteleme kavramını açıklarken günlük yaşamdan örnekler kullandıkları, şeklin yalnızca yer değiştirmesine odaklandıkları ve açıklamalarını çoğunlukla görsel temsillerle yaptıkları görülmüştür. Bu tür açıklamalarda şeklin tüm noktalarının aynı doğrultuda ve eşit uzaklıkta taşındığına dair açık ve matematiksel bir ifade yer almamaktadır. Dolayısıyla, bu açıklamalar Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin birinci düzeyi olan görsel düzeyinde değerlendirilmiştir.

42 adayın, şeklin öteleme dönüşümü sonrasındaki açı, kenar ve yön gibi temel özelliklerini koruduğunu vurguladıkları; tüm noktaların eşit uzaklıktaki hareketinden bahsettikleri görülmüştür. Bu tür açıklamalar, dönüşümün özelliklerinin farkında olduğunu gösterdiği için Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin ikinci düzeyi olan analiz düzeyinde yer almaktadır. Ancak analiz düzeyinde yer alan açıklamalarda da ötelemenin işlemsel veya vektörel temsiline dair doğrudan bir ifade bulunmamaktadır.

Yalnızca 3 öğretmen adayının ise öteleme dönüşümünü, şeklin tüm noktalarının aynı yönde ve doğrultuda taşınması olarak tanımladığı ve bu açıklamalarını somut örneklerle desteklediği görülmüştür. Bu tür açıklamaları, ötelemenin özelliklerini tanıma ve bu yapıyı daha soyut düzeyde ifade edebilme becerisi gösterdiği için Van Hiele geometrik düşünme

düzeylerinden üçüncü düzeyde değerlendirilmiştir. Yapılan incelemelerde, Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden dördüncü ve beşinci düzeylerine yönelik bir açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir.

Araştırmanın ikinci problemi kapsamında, dönme kavramına ilişkin öğretmen adaylarının tanım ve örnekleri Tablo 3.3'te verilen gösterge tablosunda yer alan yön, mesafe/uzaklık, biçimsel özellikler, açı, konum, referans noktası/doğrusu, matematiksel gösterim ve dönüşümler arası karşılaştırma göstergeleri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Yapılan incelemede elde edilen 49 açıklamada %36,7 oranında yön bilgisi, %8,2 oranında mesafe/uzaklık bilgisi, %32,7 oranında biçimsel özellikler, %89,8 oranında açı bilgisi, %65,3 oranında konum bilgisi, %69,4 oranında referans noktası/doğrusu bilgisi, %36,7 oranında matematiksel gösterim bilgisi ve %26,5 oranında dönüşümler arası karşılaştırmaya yönelik açıklamaların olduğu belirlenmiştir.

Elde edilen verilerde yönle ilgili açıklamaları incelendiğinde %55,6'sının "her yöne gitme" gibi ifadeler kullandıkları, şeklin sadece görsel hareketine odaklandığı belirlenmiştir. Bu yanıtlarda dönme dönüşümüne dair özelliklerin ele alınmadığı, sadece şeklin görsel olarak dönmesine odaklanıldığı görülmüştür. Açıklamaların %16,7'sinde dönme yönü; "saat yönü veya tersi", "belirli bir yönde" şeklinde ifadeler belirtilmiştir. Bu tür açıklamalarda dönme dönüşümünün temel özelliklerinden olan yön kavramına dair bilginin farkında olduğu görülmüş ve bu şekilde olan açıklamalar ikinci düzeyde değerlendirilmiştir. Açıklamaların %27,8'inde ise dönme yönünün "merkez etrafında pozitif veya negatif yönde" şeklinde kavramsal olarak kullanıldığı belirlenmiştir. Bu açıklamalar da üçüncü düzeyde değerlendirilmiştir. Dönme yönünün formal olarak açıklandığı (dördüncü düzey) veya dönüşüm denklemleriyle dönmenin açıklandığı (beşinci düzey) bir açıklamanın bulunmadığı görülmüştür.

49 yanıt mesafe/uzaklık bağlamında incelendiğinde %20'sinde sadece şeklin görsel olarak dönmesinin ele alındığı belirlenmiştir. Açıklamalarda dönme yönüne dair özellikler ele alınmamakla birlikte sadece şeklin dönmesine odaklandıkları ve örneklerinde de "dönme dolabın hareketi, topun yuvarlanması" gibi dönen cisimlere örnekler verdikleri görülmüştür. Yanıtların %60'ında "uzaklık korunur" gibi ifadeler kullanıldığı ve noktaların eşit uzaklıkta döndüğünün farkında oldukları görülmüştür. Bu tür açıklamalar geometrik düşünme

düzeylerinden ikinci düzeyde değerlendirilmiştir. Ancak bu açıklamalarda tüm noktaların dönme merkezinden eşit uzaklıkta, belirli yönde dönmesinden bahsedilmemektedir. Yanıtların %20'sinde ise bu özellikleri, kavramsal olarak açıklamıştır. Mesafe/uzaklık bilgisini “noktaların merkeze uzaklığının aynı kalması” gibi ifadelerle tanımlanmıştır. Mesafe/uzaklık bilgisine yönelik 4 ve 5. düzeyde mesafe/uzaklık bilgisi bağlamında bir ifade olmadığı görülmüştür.

Elde edilen verilerde biçimsel özellik ile ilgili açıklamalar incelendiğinde %56,3'ünde “şeklin aynı kalması” şeklinde ifadeler kullanıldığı ve yalnızca şeklin aynı görünmesine odaklandıkları görülmektedir. Bu açıklamalarda şeklin özelliklerinin korunmasına yönelik bir ifade bulunmamaktadır. Yanıtların %37,5'inde “şeklin biçimi değiştirilmeden”, “şeklin yapısı bozulmadan” gibi ifadeler kullanıldığı ve şeklin biçim özelliklerini informal de olsa ifade edildiği belirlenmiştir. Yalnızca bir aday “şeklin temel özellikleri ve büyüklüğünün korunması” şeklinde bir ifadenin kullanılmış, dönüşümün izometrikliğinin farkında olduğu ancak formal olarak ifade etmediği görülmüştür. Biçimsel özelliğe yönelik açıklamalarda dönüşümün izometrikliğinin formal olarak ele alındığı bir açıklamanın bulunmadığı, dolayısıyla 4 ve 5. düzeyde biçimsel özellik bağlamında bir ifadenin bulunmadığı görülmüştür.

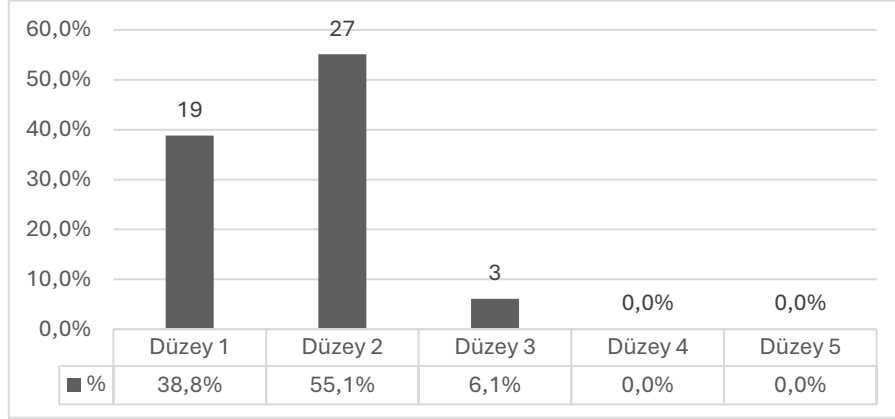
Elde edilen yanıtlar açı bilgisi ile bağlamında incelendiğinde %63,6 oranında “istenen ölçü miktarında”, “belirli miktar” gibi ifadeler kullanılmış, dönme açısı sezgisel ifadeler ile açıklamıştır. Adayların açı bilgisinin farkında oldukları ancak kavramsal olarak açıklamadıkları belirlenmiştir. Bu açıklamalar Tablo 3.3'te sunulan göstergeler çerçevesinde ikinci düzeyde değerlendirilmiştir. Açıklamaların %11,4'ünde “belirli bir açıda döndürmek”, “istenen derecede çevirmek” gibi ifadeler yer verilmiş, açı bilgisini dönmenin temel kavramı olarak kullandıkları belirlenmiştir. Bu tür açıklamalar Tablo 3.3'teki göstergeler çerçevesinde üçüncü düzeyde değerlendirilmiştir. Bu düzeyde sınıflandırılan açıklamaların bazılarında dönme dönüşümü ile dönme simetrisinin karıştırıldığı, “360°'den az bir açıyla döndürme” şeklinde ifadelerin olduğu belirlenmiştir. Açıklamaların yalnızca %2,3'ünde ise 90°, 180° gibi dönüş açılarının sistemli olarak kullanıldığı ve açıklamaların dördüncü düzeyde yer aldığı belirlenmiştir. Açı bilgisine yönelik beşinci düzeyde yer alan bir açıklamanın bulunmadığı görülmüştür.

Yanıtlar konum bilgisi bağlamında incelendiğinde yanıtların %62,5'sinde “hareket ettirme”, “dönerken yaptığı yer değiştirme” gibi ifadeler ile konum bilgisinin açıklandığı görülmüştür. Bu tür ifadelerde şeklin konum değişikliğinin merkez ve açı gibi parametreler ile açıklanmadığı, şeklin sadece görsel olarak konum değişikliğinin ele alındığı belirlenmiştir. Açıklamaların %31,1'inin konum değişikliğini “şeklin belirli derece yer değiştirmesi” gibi cümlelerle tanımladıkları bu doğrultuda konum değişikliği bilgisinin farkında olduğu görülmüştür. Bu tür açıklamalar geometrik düşünme düzeylerinden ikinci düzeyde değerlendirilmiştir. Çünkü şeklin her noktasının merkeze göre yer değişimini formal olarak açıklamadıkları belirlenmiştir. Yalnızca iki adayın yanıtında her noktanın dairesel bir yörüngede yer değiştirmesi açıklanmış ve üçüncü düzeyde değerlendirilmiştir. Açıklamalarda konum değişikliğinin koordinat düzlemine göre tanımlandığı (dördüncü düzey), konum değişikliğinin cebirsel olarak ifade edildiği (beşinci düzey) açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının referans noktası/doğrusuna yönelik açıklamaları incelendiğinde %17,6'sının mesafe/uzaklık bilgisini “kendi etrafında dönme” biçiminde tanımlandığı görülmüştür. Bu tür açıklamalarda şeklin görsel olarak dönmesine odaklanıldığı ve dönme merkezine dair açıklama bulunmadığı için açıklamaların geometrik düşünme düzeylerinden birincisi olan görsel düzeyde değerlendirilmiştir. %79,4 oranındaki açıklamada ise “bir merkez etrafında dönme”, “noktaya veya doğruya göre dönme”, “belirli bir doğru veya eksen boyunca dönme”, “belirli bir nokta veya kendi etrafında dönme” gibi ifadeler kullanıldığı ve dönme merkezinin sabit bir nokta/doğru olarak ele alındığı görülmüştür. Bu tür açıklamalar ise geometrik düşünme düzeylerinden ikincisi olan analiz düzeyinde değerlendirilmiştir. Sadece bir aday dönme merkezinin geometrik olarak ele almış ve koordinat düzlemi üzerinde açıklanmıştır. Referans noktası/doğrusuna yönelik dördüncü ve beşinci düzeyde yer alan bir açıklama olmadığı belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının açıklamaları matematiksel gösterim kullanımı bağlamında değerlendirildiğinde %63,3 oranında matematiksel temsillere yer verilmediği, %32,7 oranında “90°, saat yönü, merkez etrafında” gibi ifadeler kullanarak matematiksel gösterimin belirtildiği, %4,1 oranında ise “şeklin tüm noktalarının, merkez etrafında belirli açıda dönmesi” gibi açıklamalar yer verilecek matematiksel gösterimi doğrudan kullanıldığı görülmüştür. Açıklamalarda matematiksel gösterim bağlamında 4 ve 5. düzey kapsamında bir ifade tespit edilmemiştir.

Yanıtlar dönme dönüşümünü diğer dönüşümlerle karşılaştırma bağlamında incelendiğinde açıklamaların yalnızca %26,5’inde dönüşümler arası karşılaştırma yapıldığı belirlenmiştir. Karşılaştırmaların yer aldığı ifadeler incelendiğinde dönmenin %46,2 oran ile yansıma dönüşümü ile %53,8 oranla öteleme dönüşümü ile karşılaştırıldığı görülmüştür. Dönme kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları Grafik 4.2’de sunulmuştur.



Grafik 4.2: Dönme kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları

Grafik incelendiğinde dönme kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre en çok düzey 2’de olduğu (%55,1) gözlemlenmiştir. %38,8’inin düzey 1, %6,1’inin düzey 3’te olduğu; düzey 4 ve 5’te yer alan açıklamanın ise bulunmadığı belirlenmiştir. Tablo 4.12’de Van Hiele Düzeylerine yönelik dönme dönüşümü tanım örnekleri sunulmuştur.

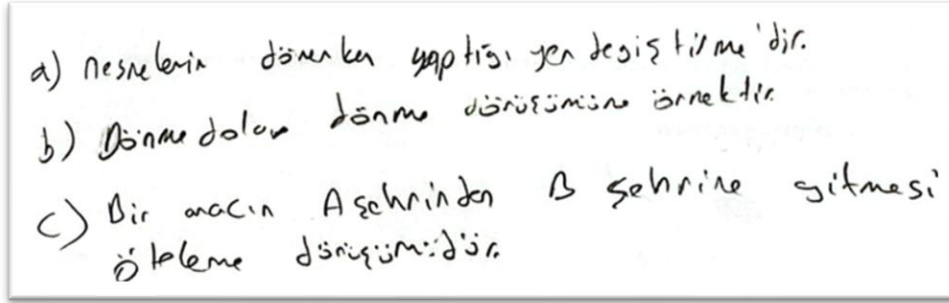
Tablo 4.12: Van Hiele düzeylerine yönelik dönme dönüşümü tanım örnekleri

Düzyen	Düzyen Açıklamaları ve Örnekler
Düzyen 1: Görsel Düzyen	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Dönmenin yalnızca konum değişikliği olarak algılanması; açığı, dönme yönü ve dönme merkezinin farkına varmama; dönmenin nedeni yerine oluşan şekli vurgulama. ➤ Öğretmen adayı tanım örnekleri; <ul style="list-style-type: none"> • Nesnelerin dönerken yaptığı yer değiştirmedir. • Bir şeklin belirli konuma göre dönmesidir. • Dönme cismi döndürmedir.

Tablo 4.12: (devam)

Düzyey 2: Analiz Düzyeyi	<ul style="list-style-type: none">➤ Dönme özelliklerini fark etme, tanımı yüzeysel yapma, dönme kavramına yönelik açığı ya da merkez gibi kavramları bilme ancak kavramsal olarak kullanamama ya da yanlış kullanma➤ Öğretmen adayı tanım örnekleri;<ul style="list-style-type: none">• Bir şeklin yapısını bozmadan belli bir açıda döndürmektir.• Bir geometrik şeklin veya noktanın belli bir doğru veya nokta etrafında döndürülmesi• Bir nesnenin dereceler yardımıyla istenilen yöne döndürülmesi• Verilen şekli bir nokta veya kendi etrafında döndürme işlemine dönme denir.• Dönme dönüşümü; 360 dereceden en az olacak şekilde, temel özellikleri ve büyüklüğü aynı kalması koşuluyla yapılan simetri hareketidir.• Belirli bir merkez etrafında döndürme işlemi• Bir geometrik şekli bir referans olarak (köşe, nokta, doğru vb.) istenilen ölçü miktarında çevirme işlemidir.• Bir şeklin bir noktaya göre belirli ölçüde döndürülmesidir. Şekli korunur.• Bir geometrik şekli belli bir eksen etrafında, belli açıyla döndürülmesi sonucu oluşan şekildir.
Düzyey 3: İnfomal (Basit) Çıkarım Düzyeyi	<ul style="list-style-type: none">➤ Dönme özelliklerini açık şekilde tanıma, tanımlama, kavramları doğru kullanma ve açıklama➤ Öğretmen adayı tanım örnekleri;<ul style="list-style-type: none">• Bir noktayı bir merkez etrafında belirli bir açıyla yeni bir noktaya döndürme• Bir şekli bir köşeyi referans olarak pozitif veya negatif yönde verilen ölçüde döndürmektir.
Düzyey 4: Formal Çıkarım Düzyeyi	<ul style="list-style-type: none">➤ Dönüşüm geometrisinde yer alan dönme, yansıma, öteleme kavram ve tanımları arasında ilişki kurma, aksiyomatik düzeyde analiz etme➤ Şeklin özelliklerinin korunumunu açıklama. Dönmeyi geometrik ve cebirsel olarak ifade edebilme➤ Dönme dönüşümünü, dönüşümün izometrikliği ile ilişkilendirme (Bu düzeyde bir tanımlama tespit edilememiştir)
Düzyey 5: Sistematik Düşünme Düzyeyi	<ul style="list-style-type: none">➤ Dönme dönüşümünü aksiyomatik sistemde tanımlayabilme, diğer dönüşümlerle yapısal ilişki kurabilme, farklı geometrik sistemlerdeki dönme özelliklerini karşılaştırarak tartışabilme (Bu düzeyde bir tanımlama tespit edilememiştir)

Tablo 4.5 incelendiğinde düzey 1’de yer alan tanımlarda, şeklin görsel hareketine odaklanıldığı, dönme açısı veya dönme merkezi gibi dönme dönüşümünün parametrelerinden bahsedilmediği görülmektedir. Düzey 2’de yer alan tanımlarda, dönme dönüşümünün dönme açısı, dönme merkezi gibi özelliklerinin farkında olduğu ancak bu özelliklerin tam olarak doğru açıklanamadığı, dönüşümün izometrikliğinden ise sezgisel olarak bahsedilebildiği görülmektedir. Düzey 3’te yer alan tanımlarda ise şeklin tüm noktalarının aynı yön ve açıda dönmesini ve dönme merkezine uzaklığın aynı kalacağını ifade edildiği görülmüştür. Düzey 4 ve 5’te bağlamında herhangi bir tanımlama tespit edilmemiştir. Şekil 4.86’da Ö22 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



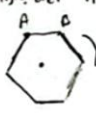
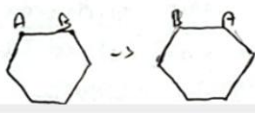
Şekil 4.86: Ö22’nin dönme yanıtı

Öğretmen adayının tanımı ve örnekleri incelendiğinde şeklin dönme hareketini, konum değişimini görsel olarak açıkladığı görülmektedir. Açıklamada noktaların dönme merkezine eşit uzaklıkta dönmesinden, açı özelliklerinden, dönüşüm sonucundaki biçimsel özelliklerden, referans noktasından bahsedilmediği belirlenmiştir. Bununla birlikte dönüşümler arası karşılaştırma yaparken dönme ile yansıma dönüşümlerini karşılaştırdığı ve farklılığı, açıklamasına benzer şekilde sadece görsellik üzerinden açıkladığı görülmüştür. Açıklamada matematiksel temsillere de yer verilmemiştir. Bu kapsamda açıklama geometrik düşünme düzeylerinden, birinci düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Çünkü Ö22 dönüşümün matematiksel ya da geometrik özelliklerine dair hiçbir anlamlı açıklama yapmamıştır. Şekil 4.87’de Ö38 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.

a) dönme cismi döndürmedir.
 ↑ → döndürmedir.

Şekil 4.87: Ö38'in dönme yanıtı

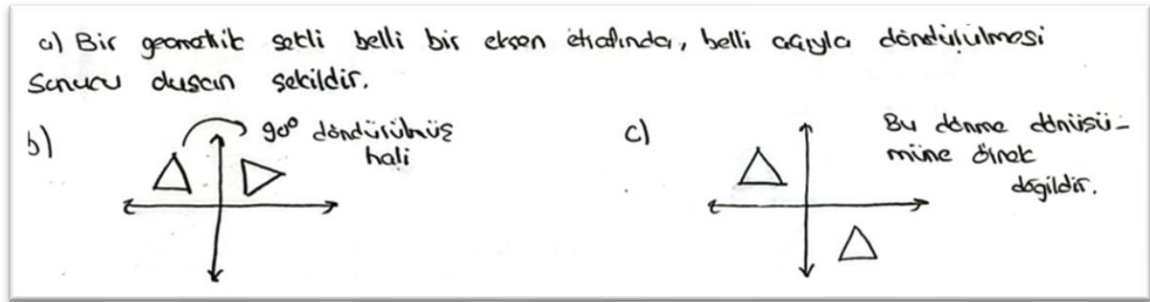
Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde dönmeyi “cismi döndürme” şeklinde açıkladığı görülmektedir. Açıklamada yönün tanımlanmadığı, dönme hareketinin yalnızca görsel hareket ele alınarak açıklandığı; noktaların eşit uzaklıkta döndüğünün ifade edilmediği, açı özelliklerine değinilmediği; konum değişimi, biçimsel özellik, referans noktası/doğrusu gibi bilgilerden bahsedilmediği belirlenmiştir. Bununla birlikte Ö22 kodlu öğretmen adayından farklı olarak dönmeyle ilgili verdiği örneğinde günlük hayatta yer alan dönen nesnelere değil, geometrik bir cismin dönmesini örnek verdiği görülmüştür. Ancak bu örneğinde de açıklamasında olduğu gibi açı, konum değişimi, referans noktası gibi bilgilerden bahsetmediği görülmektedir. Açıklamada dönüşümler arası karşılaştırmaya yer verilmezken, matematiksel gösterimin de kullanılmadığı belirlenmiştir. Bu yanıt görsel benzerlik ya da yön değişimi gibi yüzeysel biçimde tanımlama içermektedir. Bu bağlamda açıklama birinci düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.88’de Ö1 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.

a-) bir şeklin ya da cismin belli bir derece kendi etrafında döndürülmesi ve şeklin başlangıçtaki hali ile aynı hale gelmesi
 b-)  60°'lik bir dönme ile başlangıçtaki haline geri döner
 c-)  noktaların sırası değişimi!

Şekil 4.88: Ö1 dönme yanıtı

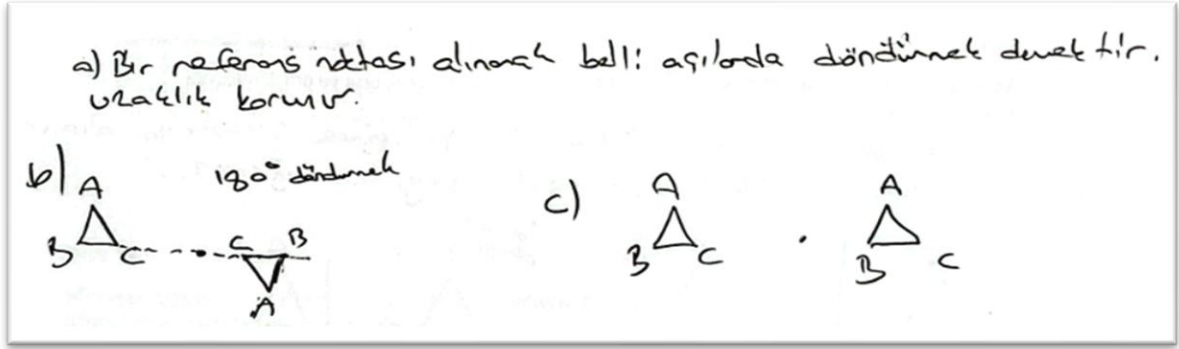
Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde “belirli bir derece” ifadesi ile dönme açısından, “kendi etrafında” ifadesi ile dönme merkezinden, “şeklin ilk hali ile aynı hale gelmesi” ifadesi ile biçimsel özellikten bahsettiği görülmektedir. Ancak dönme merkezini “kendi etrafında” olarak ifade etmesi matematiksel olarak yeterli değildir ve dönme merkezi

şeklin üzerinde olmak zorunda olmadığından parametreyi sınırladığı belirlenmiştir. Bununla birlikte “şeklin ilk hali ile aynı hale gelmesi” ifadesi de dönme dönüşümünde biçimsel özelliklerin korunduğunu açıklamada yetersiz kalmıştır. Ayrıca açıklama incelendiğinde noktaların dönme merkezine eşit uzaklıkta döndüğünün ifade edilmediği ve dönüşümler arası karşılaştırmaya yer verilmediği görülmüştür. Dönüşümün özelliklerinin farkında olduğu ancak bu özelliklerin matematiksel olarak tam doğru şekilde kullanılmadığı değerlendirildiğinde açıklama ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.89’da Ö49 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



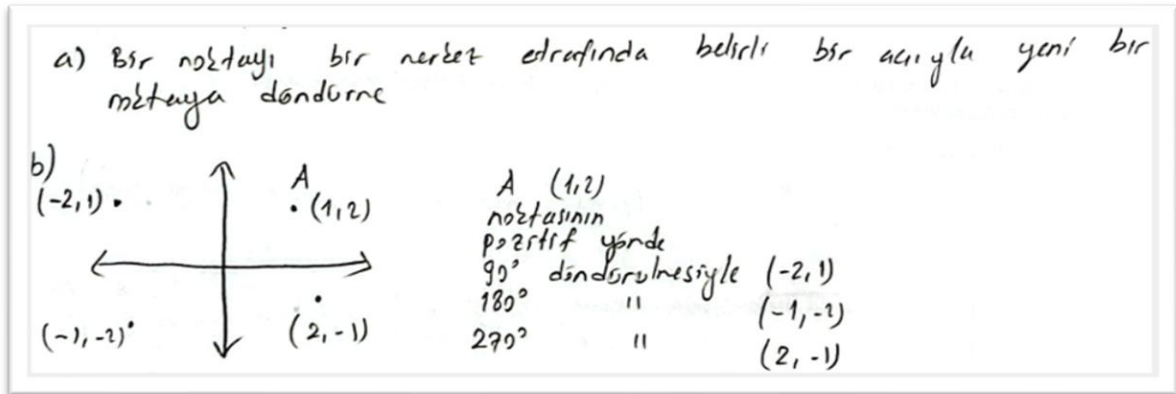
Şekil 4.89: Ö49’un dönme yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde “belirli bir açıyla” ifadesi ile dönme açısından bahsettiği ve verdiği örnekte de belirli bir açıyı, “ 90° ” olarak ele aldığı; dönme yönünden ise açıklamasında bahsetmediği ancak verdiği örnekte ok ile yönün gösterildiği belirlenmiştir. “Belirli bir eksen etrafında” ifadesiyle üç boyutlu geometrik sistemde geçerli olabilen, dönüşümün referans doğrusundan bahsettiği görülmektedir. Verdiği örnekler incelendiğinde ise referans noktası/doğrusunun belirtilmediği görülmüştür. Açıklamada her noktanın dönme merkezine eşit uzaklıkta dönmesi, şeklin konumunun dönme merkezine göre açıklanması, dönmenin izometrikliğini informal de olsa açıklama ve dönüşümler arası karşılaştırmaya yönelik bilgilerden bahsedilmediği belirlenmiştir. Dönüşüm açıklanırken ise “ 90° dönme” ifadesinin kullanımı, koordinat sistemi üzerinde örnek verme ve dönmenin yönünün belirtildiği göz önüne alındığında açıklamada matematiksel gösterimlerin kısmen kullanıldığı görülmektedir. Bu kapsamda açıklama ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.90’da Ö26 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.90: Ö26'nın dönme yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde referans noktasından, açı ve mesafe/uzaklık bilgisinden bahsettiği görülmektedir. Açıklamada kullanılan “belli bir açı” ifadesi, verilen örnekte “ 180° döndürme” şeklinde belirtilmiş ve böylece açı bilgisi dönmenin temel kavramı olarak kullanılmıştır. “uzaklık korunur” ifadesi ile de her noktanın merkeze olan uzaklığının korunması gerektiğini ele aldığı böylece mesafe/uzaklık bilgisinden bahsettiği belirlenmiştir. Konum değişimine yönelik bilgiden açıkça bahsedilmemiş olursa da kavrama uygun örneği incelendiğinde şeklin referans noktalarının dönme merkezine göre konumlarının belirtildiği görülmektedir. Açıklamada yön bilgisi, biçimsel özellik bilgisi ve dönüşümler arası karşılaştırmadan bahsedilmediği belirlenmiştir. 180° ifadesi, dönme merkezinin ve bazı noktaların bu merkeze uzaklığının belirtilmesi dikkate alındığında açıklamada matematiksel gösterimin kullanıldığı görülmektedir. Bu kapsamda açıklama üçüncü düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.91’de Ö10 kodlu öğretmen adayının dönme kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.91: Ö10'un dönme yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde açı ve yön bilgisine dair “belirli bir açı”, “pozitif yönde” ifadelerini kullandığı ve verdiği örneklerde bir noktanın pozitif yönde, çeşitli açılarda dönmesi ile oluşan görüntü noktalarını doğru bir şekilde belirttiği görülmektedir. Açıklaması ve verdiği örnek ile dönme yönünün ve dönme açısının kavramsal olarak kullanıldığı görülmüştür. Referans noktasına yönelik açıklamasında “bir merkez etrafında” ifadesini kullandığı ancak verdiği örnekte dönme merkezinin açıkça verilmediği belirlenmiştir. Belirlediği bir noktanın belirli açıda dönmesi ile oluşturduğu görüntü noktasının koordinatlarını belirlediği ve dönme dönüşümünü koordinat sistemi üzerinde gösterdiği göz önüne alındığında açıklamada matematiksel gösterimin kullanıldığı görülmektedir. Ancak açıklama incelendiğinde tüm noktaların dönme merkezinden eşit uzaklıkta ve belirli yönde döneceğinden, nokta örneği vermesi sebebi ile biçimsel özellikten ve dönüşümler arası karşılaştırmadan bahsedilmediği belirlenmiştir. Tüm bunlar değerlendirildiğinde açıklamada yer alan ifadeler ile dönüşümün özelliklerinin kavramsal olarak kullanılabildiği belirlenmiş ve açıklama üçüncü düzeyde sınıflandırılmıştır.

Öğretmen adaylarının dönme kavramına yönelik açıklamaları ve örnekleri incelendiğinde, adayların kavramı, dönüşümün çeşitli parametrelerini ele alarak ve farklı düzeylerde açıkladıkları belirlenmiştir. Bazı öğretmen adaylarının dönmeyi açıklarken günlük yaşamdan örnekler verdikleri, yalnızca şeklin dönme hareketine odaklandıkları ve açıklamalarını şeklin görsel hareketine göre yaptıkları belirlenmiştir. Görsel olarak şeklin dönmeye odaklanılan açıklamalarda şeklin tüm noktalarının aynı dönme merkezine göre, aynı yönde ve açıda dönmeye dair açık ve matematiksel bir ifade yer almadığından bu tür açıklamalar Van Hiele’nin birinci düzeyi olan görsel düzeyde değerlendirilmiştir.

Bazı öğretmen adaylarının, dönme dönüşümünün parametrelerinden olan dönme açısı, yönü, dönme merkezinin farkında oldukları; dönme dönüşümü sonrasında biçimsel ve temel özelliklerinin koruduğunu informal şekilde de olsa vurguladıkları görülmüştür. Bu tür açıklamalar, dönüşümün özelliklerinin farkında olduğunu gösterdiği için Van Hiele’nin ikinci düzeyi olan analiz düzeyinde değerlendirilmiştir. Ancak analiz düzeyinde yer alan açıklamalarda da dönmenin izometrikliği, tüm noktaların dönme merkezine olan uzaklıklarının korunmasına dair doğrudan bir ifade bulunmamaktadır.

Az sayıda öğretmen adayının ise dönme dönüşümünü; şeklin tüm noktalarının dönme merkezine göre uzaklıklarının korunarak, aynı yönde ve açıda dönmesi olarak tanımladığı ve bu açıklamaları verdikleri örneklerle desteklediği görülmüştür. Bu tür açıklamalar, dönmenin özelliklerini tanıma ve bu özellikleri daha soyut düzeyde ifade edebilme becerisini gerektirdiği için Van Hiele'nin üçüncü düzeyi olan informal (basit) çıkarım düzeyinde değerlendirilmiştir. Yapılan incelemelerde, öteleme dönüşümünde olduğu gibi dönme dönüşümünde de Van Hiele'nin dördüncü ve beşinci düzeylerine karşılık gelebilecek bir açıklama bulunmadığı belirlenmiştir.

Araştırmanın ikinci problemi kapsamında yansıma kavramına ilişkin öğretmen adayları yanıtlarından elde edilen 54 tanım; mesafe, matematiksel gösterim kullanımı, konum değişikliği bilgisi, referans noktası/doğrusu bilgisi ve biçimsel özellik vurgularına göre belirlenen göstergeler çerçevesinde değerlendirilmiştir. Yapılan açıklamalarda %55,6 oranında mesafe/uzaklık bilgisi, %77,8 oranında biçimsel özellik bilgisi, %94,4 oranında referans noktası/doğrusu bilgisi, %13 oranında konum değişikliği bilgisi ve %66,7 oranında matematiksel gösterim kullanımı yer almıştır.

Öğretmen adaylarının mesafe/uzaklık ile ilgili açıklamaları incelendiğinde %53,3'ünün "katlandığında üst üste gelmesi/çakışması" gibi ifadeler kullanarak sadece şeklin simetrik görüntüsüne odaklandıkları belirlenmiştir. Bu tür açıklamalarda noktaların simetri doğrusu/noktasına uzaklıklarının eşit olmasına ilişkin bir ifade bulunmamaktadır. Mesafe/uzaklık bilgisi içeren açıklamaların %30'unda "doğruya/noktaya eşit uzaklıkta çizme" ifadesinin doğrudan kullanıldığı dolayısıyla yansımanın mesafe/uzaklık bilgisine yönelik özelliğinden adayların farkında olduğu görülmüştür. Açıklamaların %16,7'sinde ise tüm noktaların doğruya/noktaya uzaklıklarının eşit olması gerektiğinin belirtildiği tespit edilmiştir. Mesafe/uzaklık bilgisine yönelik 4 ve 5. düzeyde yer alan bir tanımlama tespit edilememiştir.

Öğretmen adaylarının biçimsel özelliklere ilişkin açıklamaları incelendiğinde %28,6'sının "simetri doğrusunun her iki yanındaki görsel aynıdır", "diğer tarafta aynı şekilde olma" gibi ifadeler kullandıkları ve biçimsel özellik bilgisini görsel anlamda ele aldıkları belirlenmiştir. %59,5 oranında "şeklin korunması", "özdeş şekil oluşturma" gibi ifadeler kullanıldığı ve simetri eksenine göre mesafe/uzaklık eşliğinin informal olarak açıklandığı görülmüştür.

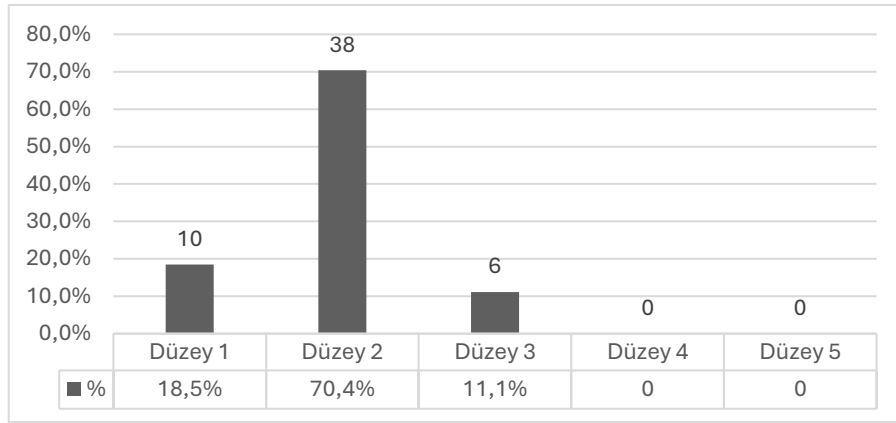
Ayrıca bazı adaylar dönüşümü açıklamak yerine “eşit iki parçaya bölme”, “simetri doğrusu tarafından ayrılan iki tarafın da eş olması” şeklinde ifadeler kullanıldığı belirlenmiştir. %11,9 oranında “temel özellikleri (açı, kenar uzunlukları) aynı kalacak şekilde”, gibi ifadeler kullanıldığı, biçimsel özelliklerin korunduğunu belirttikleri görülmüştür. Yansımanın izometrik bir dönüşüm olduğunu ele alan bir ifadeye rastlanmamış, farklı sistemlerde yansıma tartışılmamıştır. Dolayısıyla 4 ve 5. düzeyde yer alan bir açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının referans noktası/doğrusuna ilişkin ifadeleri incelendiğinde %17,6 oranında referans doğrusunun/noktasının sezgisel olarak ifade edildiği/çizildiği ve “şeklin herhangi bir noktasından çizilen doğru” gibi tanımlamalar yapıldığı belirlenmiştir. %74,5 oranında açıklamada “doğruya veya noktaya göre yansıma”, “yatay-dikey eksenlere göre yansıma” gibi ifadeler kullanıldığı, simetri doğrusunun açıkça belirtildiği belirlenmiştir. %7,8 oranında her nokta ve görüntüsünün, simetri doğrusuna eş uzaklıkta olduğunun elde edilen verilerde doğruya göre yansımada simetri ekseninin, noktaya göre yansımalarda simetri merkezinin varlığından ve yansımanın dönüşüm matrisi ile ele alındığından bahseden bir ifadenin bulunmadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla referans noktası/doğrusuna ilişkin 4 ve 5. düzeyde yer alan bir açıklama tespit edilememiştir.

Konum değişikliğine ilişkin açıklamalar incelendiğinde yalnızca 7 adayın ifadesinde konum değişikliği bilgisinin ele alındığı belirlenmiştir. Bu açıklamaların %42,86’sında (3 açıklama) “diğer taraf”, “başka bir konumda çizmek” gibi ifadelerin kullanıldığı, yer değişimine yüzeysel olarak değinildiği veya görsel olarak gösterildiği belirlenmiştir. %28,57 oranında (2 açıklama) açıklamada ise “eksenlere göre karşılığının çizilmesi”, “noktaya göre yerinin değiştirilmesi” şeklinde ifadeler kullanıldığı, konum değişiminin belirli özellikler ile açıklandığı görülmüştür. %28,57’sinin (2 açıklama) konum değişimini, tüm noktaların simetri doğrusuna/noktasına göre taşınması olarak ifade ettikleri görülmüştür. Verilerde konum değişiminin, izdüşüm kullanılarak matematiksel ifadelerle açıklandığı veya farklı aksiyomatik sistemlerde yorumlandığı bir açıklamanın bulunmadığı için 4 ve 5. düzeyde yer alan konum değişikliğine ilişkin bir açıklama tespit edilememiştir.

Öğretmen adaylarının “matematiksel gösterim kullanımına” yönelik açıklamaları incelendiğinde %61,1’inin “eksenlere göre”, “doğruya veya noktaya göre” gibi ifadeler

kullandıkları ve geometrik düşünme düzeylerinden ikincisinde yer alan matematiksel gösterim ifadelerini kullandıkları belirlenmiştir. %5,6'sında yansıma doğrusu/noktasını belirtildiği ve özelliklerini informal de olsa açıklandığı görülmüştür. Verilerde yansıma dönüşümünün, fonksiyon ile ifade edilmesi; doğru denklemi üzerinden yansıma tanımı yapma gibi matematiksel gösterimlerin bulunmadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla matematiksel gösterim kullanımına yönelik 4 ve 5. düzeyde yer alan açıklamanın bulunmadığı görülmüştür. Bu göstergeler çerçevesinde yansıma kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları Grafik 4.3'te sunulmuştur.



Grafik 4.3: Yansıma kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları

Grafik incelendiğinde yansıma kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre en çok düzey 2'de olduğu (%70,4) gözlemlenmiştir. %18,5'inin düzey 1, %11,1'inin düzey 3'te olduğu; düzey 4 ve 5'te tanım bulunmadığı belirlenmiştir. Tablo 4.13'te Van Hiele Düzeylerine yönelik yansıma dönüşümü tanım örnekleri sunulmuştur.

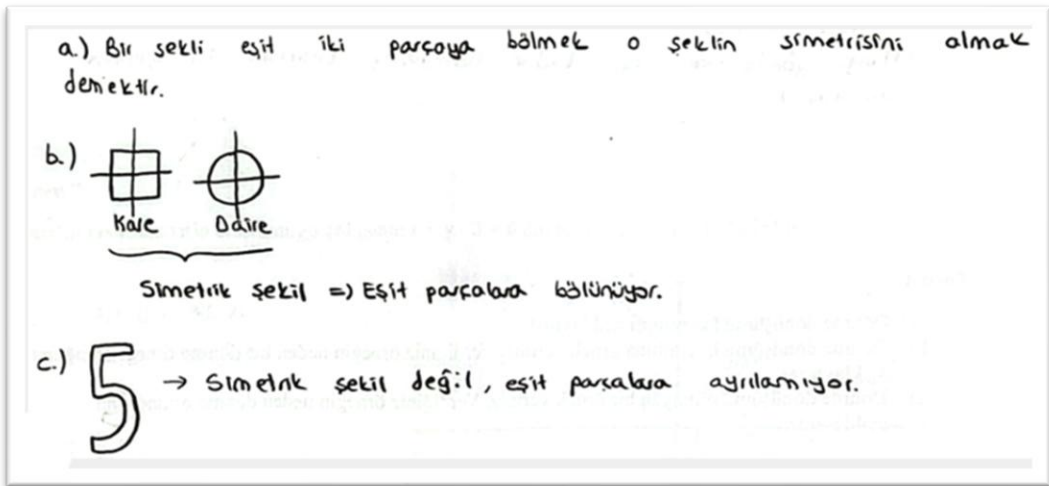
Tablo 4.13: Van Hiele düzeylerine yönelik yansıma dönüşümü tanım örnekleri

Düzyey	Düzyey Açıklamaları ve Örnekler
Düzyey 1: Görsel Düzyey	<p>Matematiksel dil kullanılmaz. Ayna görüntüsü, aynısı ancak yönü değişmiş gibi günlük ifadeler kullanılır. Simetri doğrusu, eş uzaklık, yön değişiminden bahsedilmez.</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Öğretmen adayları tanım örnekleri;• Belli bir noktadan tuttuğunda şekillerin birbirinin üstüne tam şekilde çakışması diyebiliriz.• Bir geometrik şeklin özelliklerini korumasıdır. Örneğin gerçek hayatta kelebeklerin kanatlarını örnek verebiliriz.• Simetri, katlandığında cismin üst üste çakışmasıdır.• Bir nesnenin birkaç bölümünün aynı olduğunun açıklar.• Ayna görüntüsü
Düzyey 2: Analiz Düzyeyi	<p>Yansımada şekli ters biçimde ele alır. Noktaların simetri noktasına/doğrusuna eşit uzaklıkta olduğunu ifade eder. Uzunluk, açı gibi kavramların korunmasını fark eder ancak nedenini açıklayamaz.</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Öğretmen adayları tanım örnekleri;• Bir cismin ya da şeklin bir doğruya veya noktaya göre yansımasının alınması• Bir nokta ya da şeklin bir eksene göre yansımasıdır.• Geometrik şekillerin yatay, dikey eksene göre karşılığının çizilmesi.• Bir nesnenin belli bir doğruya veya noktaya göre referans alınarak nesnenin diğer tarafta aynı şekilde olması veya çizilmesi• Bir noktayı ya da doğruyu referans olarak, şeklin korunumu yasasını kullanarak şeklin aynısını ötelenmiş olarak çizilmeye denir.• Bir nesnenin üzerinden aynı doğrultuda alınan 2 noktanın eksene eşit uzaklıkta olduğu durum.• Bir şekli birbirinin aynısı (açıları, kenarları eşit şekilde) ve birbirine eşit olacak şekilde parçalamak (katlama işlemi) <p>Simetri bir şeklin herhangi bir noktasından referans alınarak çizilen/bölünen parçaların birbirine eşit olmasıdır.</p>
Düzyey 3: İnfomal (Basit) Çıkarım Düzyeyi	<p>Şeklin her noktasının simetri doğrusu/noktasına göre aynı uzaklıkta yansıtılacağını belirtir. “Şekle ait uzunluk, açı değişmez ancak yön değişebilir” şeklinde açıklamaları şekil üzerinde gösterebilir, izometri olarak ele alması da açıklayabilir.</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Öğretmen adayları tanım örnekleri;• Simetri, bir şeklin bütün noktalarının bir noktaya ya da doğruya göre eşit uzaklıkta alınarak başka bir konumda aynı şekli çizmeye denir. <p>Bir şeklin her noktası doğru veya noktaya kaç uzaklıkta ise doğru veya noktanın diğer tarafına o kadar uzaklıkta yansıtma</p>

Tablo 4.13: (devam)

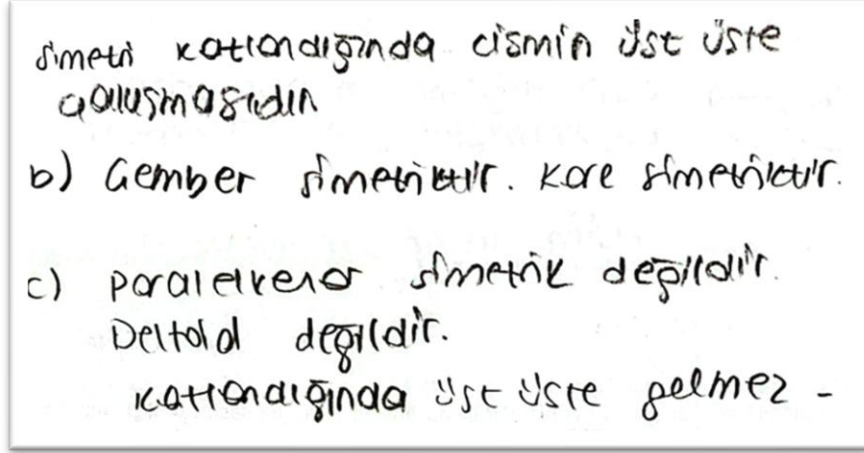
Düzyey 4: Formal Çıkarım Düzyeyi	Yansıma; tek bir öklidyen sistem içinde, izometrik bir dönüşüm olarak tanımlanır. (Bu düzyeyde bir tanımlama tespit edilememiştir)
Düzyey 5: Sistematik Düşünme Düzyeyi	Yansıma farklı aksiyomatik sistemlerde, dönüşüm matrisleri ya da cebirsel gösterimlerle ele alınabilir. (Bu düzyeyde bir tanımlama tespit edilememiştir)

Tablo 4.6 incelendiğinde düzyey 1' de yer alan tanımlarda, şeklin görsel olarak birbirinin aynı olmasına odaklanıldığı, referans noktasına uzaklığın eşitliği ve biçimsel özelliklerin korunumuna yönelik açıklamalarda bulunulmadığı belirlenmiştir. Düzyey 2'de yer alan tanımlarda; referans noktası/doğrusu, dönüşümün izometrikliği gibi özelliklerin farkında olduğu ancak matematiksel olarak açıklamada yetersiz kaldığı veya hatalı kullanıldığı belirlenmiştir. Düzyey 3'te yer alan tanımlarda ise şeklin tüm noktalarının referans noktasına/doğrusuna eşit uzaklıkta yansıtılması ve dönüşümün izometrikliğinin ele alındığı görülmektedir. Düzyey 4 ve 5'te yer alan herhangi bir tanım bulunmamakla birlikte bu düzyeylerde yer alabilecek tanımların özelliklerine yönelik açıklama tabloda verilmiştir. Şekil 4.92'de Ö14 kodlu öğretmen adayının yansıma kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.92: Ö14 yansıma yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde yansımayı “şekli eşit iki parçaya bölmek” şeklinde açıkladığı görülmektedir. Simetrik olan ve olmayan geometrik şekillere yönelik verdiği örneklerinde de şekillerin eşit iki parçaya bölünüp bölünmemesini ele aldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda açıklamada yansımaya yönelik; noktaların simetri noktasına/doğrusuna eşit uzaklıkta olmasından yani mesafe/uzaklık bilgisinden, konum değişimine yönelik bilgiden bahsedilmediği görülmektedir. Verilen örnek üzerinde simetri doğrusunun sezgisel olarak çizildiği, özelliğine ilişkin açıklamanın yer almadığı ve açıklamada matematiksel gösterimden yararlanılmadığı, yalnızca şeklin görsel olarak iki eş parçaya bölünmesine odaklanıldığı belirlenmiştir. Bu kapsamda açıklama birinci düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.93’te Ö38 kodlu öğretmen adayının yansıma kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



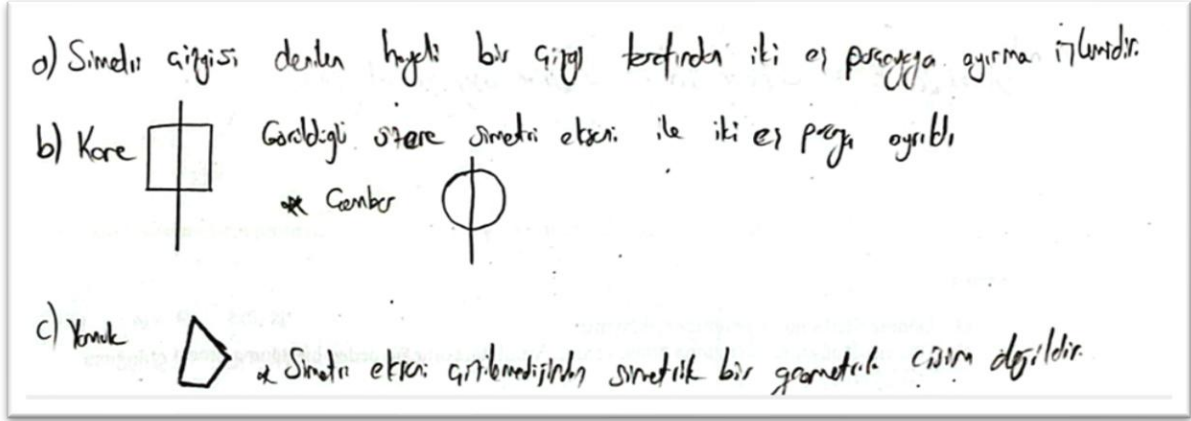
Simetri katlandığında cismin üst üste
çakışmasıdır.

b) Daire simetiktir. Kare simetiktir.

c) Paralelogram simetrik değildir.
Deltoid değildir.
Katlandığında üst üste gelmez -

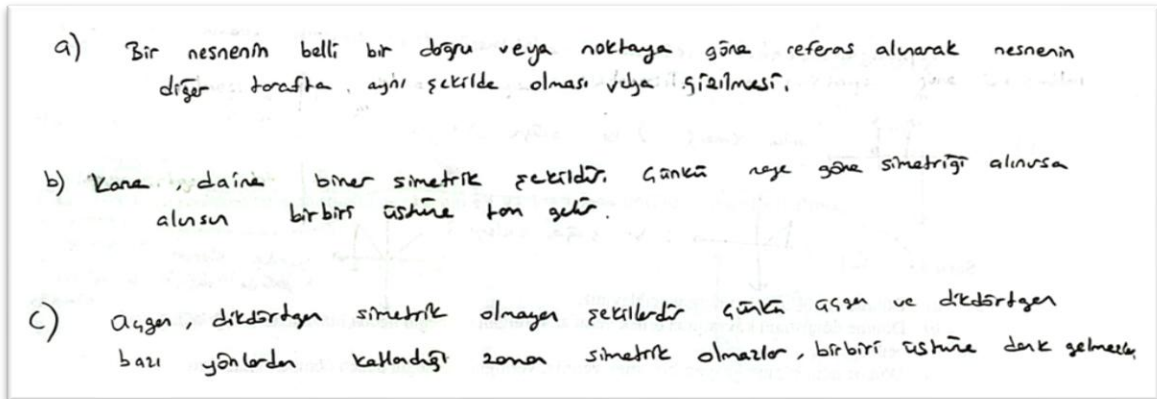
Şekil 4.93: Ö38 yansıma yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde yansımayı, “cismin katlandığında üst üste çakışmasıdır” şeklinde ele aldığı ve örneklerini de bu çerçevede açıkladığı görülmektedir. Açıklamada yer alan “katlandığında üst üste çakışması” ifadesi, yansımanın sadece görsel olarak açıklandığını göstermektedir. Yansımaya yönelik mesafe/uzaklık bilgisinden, konum değişikliğine ilişkin bilgiden, referans noktası/doğrusuna ilişkin bilgiden bahsedilmediği ve açıklamada matematiksel gösterimlerden yararlanılmadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte yansımaya uygun olmayan durum örneğinde vermiş olduğu deltoid şekli simetrik bir şekil olduğundan bu örneği hatalıdır. Yanıtlar değerlendirildiğinde yansımayı sadece görsel olarak ele alıp açıkladığı ve özelliklerden bahsedilmediği için açıklama birinci düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.94’te Ö13 kodlu öğretmen adayının yansıma kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.94: Ö13 yansıma yanıtı

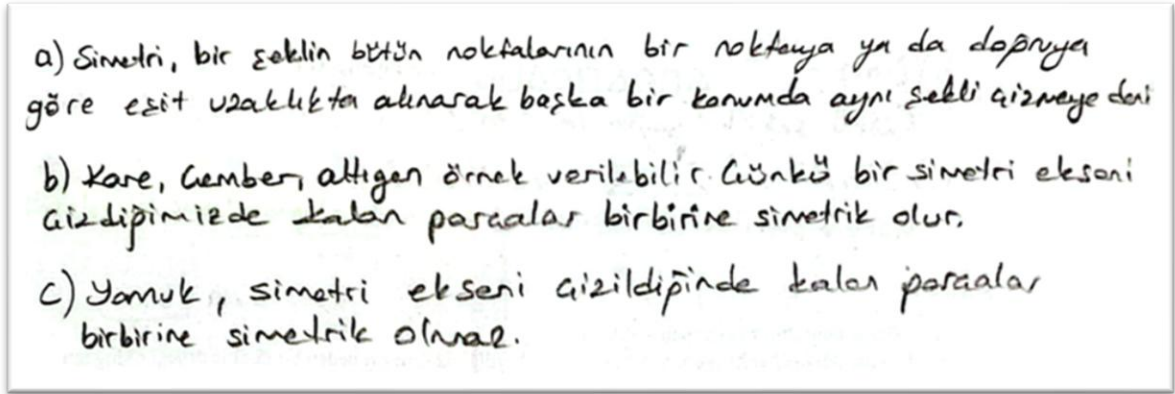
Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde yansımayı, şeklin simetrikliğini ele alarak açıkladığı görülmektedir. “hayali bir çizgi” ifadesi ile simetri doğrusunu, “iki eş parçaya ayırma” ifadesi ile de eşliğin korunduğunu informal de olsa açıkladığı belirlenmiştir. Açıklamada yansımaya yönelik; mesafe/uzaklık bilgisinden, konum değişikliğine ilişkin bilgidan bahsedilmediği ve matematiksel gösterimden yararlanılmadığı görülmüştür. Yansımanın özelliklerinden kısmen bahsedildiği ve şeklin sadece görünüşüne odaklanılmadığı göz önüne alındığında, açıklama ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.95’te Ö17 kodlu öğretmen adayının yansıma kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.95: Ö17 yansıma yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde “belli bir doğru veya nokta” ifadesi ile referans noktası/doğrusundan, “nesnenin diğer tarafta aynı şekilde olması, çizilmesi” ifadesi ile informal de olsa biçimsel özelliklerden bahsettiği belirlenmiştir. Yansımaya yönelik;

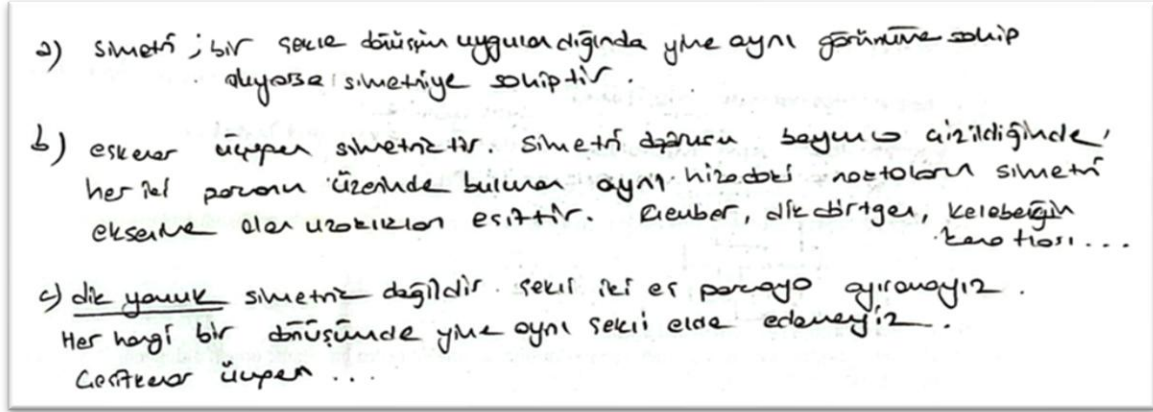
mesafe/uzaklık bilgisinden, konum değişikliğine ilişkin bilgiden bahsedilmediği ve açıklamada matematiksel gösterimden yararlanılmadığı görülmüştür. Bunlarla birlikte örnekleri incelendiğinde bir geometrik şeklin simetrik olma durumunu “tüm yönlerden katlandığında üst üste gelmesi gerektiği” ve “neye göre simetriği alınırsa alınsın birbirinin üstüne tam gelmesi” ifadeleri ile açıkladığı görülmüştür. Ancak daire merkezinden geçen bir doğru ile, kare ise yine merkezinden ve karşılıklı kenarlarının orta noktalarından geçen doğrular veya köşegeninden geçen doğrular için simetrik şekillerdir. Bu sebeple açıklamadaki “neye göre simetriği alınırsa” ifadesi kısmen hatalı bir açıklamadır. Bu bağlamda açıklamadan yola çıkılarak, yansımanın özelliklerinin farkında olduğu ancak matematiksel olarak hatalı açıklamalar yapıldığı belirlenmiştir. Bu kapsamda açıklama ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.96’da Ö28 kodlu öğretmen adayının yansıma kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.96: Ö28 yansıma yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde yansımayı “tüm noktaların, noktaya/doğruya eşit uzaklıkta alınarak başka bir konumda aynı şekli çizme” şeklinde açıkladığı görülmektedir. Bu açıklama; referans noktasına/doğrusuna eşit uzaklıktan, “aynı şekli çizme” ifadesi ile biçimsel özelliklerden bahsettiği ve şeklin tüm noktalarının yansımasını ele aldığı görülmüştür. Yansımaya yönelik; mesafe/uzaklık bilgisinden, konum değişimine ilişkin bilgiden bahsedilmediği ve açıklamada matematiksel gösterimden yararlanılmadığı belirlenmiştir. Açıklama bu kapsamda ele alındığında geometrik düşünme düzeylerinden üçüncü düzeyde yer almaktadır. Ancak yansımaya uygun olan ve olmayan örnekler incelendiğinde şekillerin simetrik olup olmama durumunun sadece “simetri eksenine çizildiğinde kalan parçaların eşliği” ile ele alındığı görülmüştür. Kare, çember ve altıgen çizilen herhangi bir doğruya göre simetrik olmayabilir ancak açıklamada “simetri eksenine

çizdiğimizde” ifadesi kullanıldığından öğretmen adayının bu durumu göz önünde bulundurduğu düşünülmüştür. Fakat simetrik olmayan geometrik şekle verdiği yamuk örneği, yamuğun ikizkenar olması durumunda doğru olmayacaktır. Tüm yanıtlar birlikte değerlendirildiğinde açıklama üçüncü Düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.97’de Ö46 kodlu öğretmen adayının yansıma kavramına yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.97: Ö46 yansıma yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde yansıma kavramına yönelik, “dönüşüm uygulandığında yine aynı görünüme sahip olma” şeklinde genel bir açıklama yaptığı görülmektedir. Ancak verilen örnek açıklamalarında kullanılan “simetri doğrusu boyunca çizdiğimizde her iki parçanın üzerinde bulunan aynı hizadaki noktaların simetri eksenine uzaklıkları eşittir” ve “şekli iki eşit parçaya ayırma” ifadeleri ile yansımanın özelliklerinden olan her noktanın simetri noktasına/doğrusuna eşit uzaklıkta olmasından, simetri doğrusunun iki tarafının ele alınması ile konum değişikliği bilgisinden ve biçimsel özelliklerden bahsedildiği, yansımanın özelliklerini informal de olsa açıklamasında matematiksel gösterimden yararlanıldığı belirlenmiştir. Bu kapsamda açıklama üçüncü düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde sınıflandırılmıştır.

Öğretmen adaylarının yansıma kavramına yönelik açıklamaları ve örnekleri incelendiğinde, diğer dönüşümlerde olduğu gibi yansıma dönüşümünde de farklı düzeylerde yer alan açıklamalar yapıldığı belirlenmiştir. Bazı öğretmen adaylarının sadece görünüşe odaklanarak yansımayı, iki tarafta da aynı şeklin olması olarak ele aldığı görülmüştür. Bu tür açıklamalarda yansımanın özelliklerine yönelik herhangi bir açıklama bulunmazken

şeklin sadece görselliği göz önüne alınarak tanımlamalar yapılmıştır. Dolayısıyla bu şekildeki açıklamaların birinci düzey olan görsel düzeyde yer aldığı belirlenmiştir.

Çoğu açıklamada (%70,4) yansımanın parametreleri olan simetri doğrusu/noktasının ve şekil ile görüntüsünün doğru/noktaya eşit uzaklıkta olması gerektiğinin farkında olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte dönüşümün izometrikliğini de informal de olsa açıkladıkları görülmüştür. Bu tür açıklamalar ikinci düzey olan analiz düzeyinde yer aldığı belirlenmiştir. Az sayıda öğretmen adayının ise ikinci düzeyde yer alan ifadelerden daha üst düzey açıklamalarda buldukları; her noktanın simetri noktasına/doğrusuna eşit uzaklıkta olması gerektiğinden ve dönüşümün izometrikliğinden matematiksel olarak bahsettikleri belirlenmiştir. Bu tür açıklamalar ise 3. düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde yer almaktadır. Yapılan incelemelerde, yansıma dönüşümünde Van Hiele'nin dördüncü ve beşinci düzeylerinde yer alan bir açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir.

Araştırmanın ikinci problemi kapsamında doğruya göre simetri kavramına ilişkin öğretmen adayları yanıtlarından elde edilen 56 açıklama; mesafe/uzaklık, biçimsel özellikler, referans doğrusu, konum bilgisi ve matematiksel gösterim kullanımına göre belirlenen göstergeler çerçevesinde değerlendirilmiştir. Yapılan açıklamalarda %85,7 oranında mesafe/uzaklık bilgisi, %17,9 oranında biçimsel özellikler, %89,3 oranında konum değişikliği bilgisi ve yanıtların tamamında referans noktası bilgisi yer almıştır.

Öğretmen adaylarının mesafe/uzaklık ile ilgili açıklamaları incelendiğinde %64,4'ünün "simetri doğrusuna eş uzaklıkta noktalar", "doğruya olan uzaklığın diğer tarafta aynı olması" gibi açıklamalar yaptığı dolayısıyla simetri doğrusuna eşit uzaklığın farkında olduğu ve mesafe/uzaklık bilgisine yönelik ikinci düzey doğrultusunda açıklamalar yaptıkları belirlenmiştir. Tanımların %35,4'ünde ise simetri doğrusuna dik uzaklıkların eşit olmasının ele alındığı bazı açıklamalarda eş uzaklıkların cebirsel olarak ifade edildiği, doğruya göre yansımanın vektör veya matris ile ifade edildiği bir açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla açıklamalarda mesafe/uzaklık bilgisine ilişkin 4 ve 5. düzey bağlamında bir ifade tespit edilememiştir.

Adayların tanımlamalarında yer alan biçimsel özelliklere yönelik bilgiler incelendiğinde yalnızca 10 adayın ifadesinde biçimsel özelliğin ele alındığı, bunların %10'unun "şeklin

aynısı” gibi ifadeler kullanarak yalnızca görsel bağlamda açıklandığı belirlenmiştir. %90 oranında ifadede ise biçim ve büyüklüğün korunumuna ilişkin “özdeş şekiller elde etmek”, “temel özellikleri aynı kalmak koşuluyla” şeklinde ifadelerin yer aldığı belirlenmiştir. Ancak yansımanın izometrik bir dönüşüm olduğundan; eşlik, uzunluk ve açının korunumuna ilişkin kanıtlardan ve izometrikliğin farklı geometrilere karşılaştırılmasından bahsedilmemiştir. Dolayısıyla düzey 3 ve üzerinde seviye bağlamında değerlendirilebilecek biçimsel özellikler bağlamında açıklamalara rastlanmamıştır.

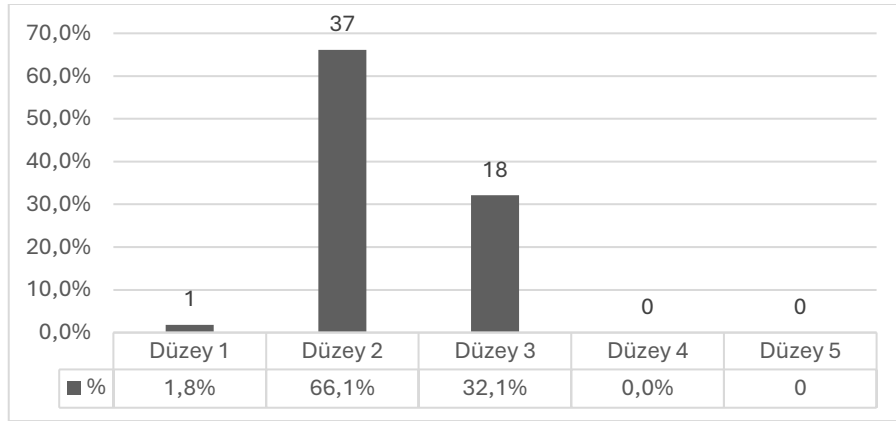
Verilerde referans doğrusuna ilişkin ifadeler incelendiğinde %10,7 oranında bir çizginin referans olarak alındığı ancak simetri doğrusu olarak nitelendirilmediği ve özelliklerinden bahsedilmediği görülmüştür. Bu tür açıklamalar şeklin içinden geçen veya iki şekil arasına çizilen herhangi bir doğruyu ele aldığından ve sadece görünüş üzerinden açıklandığından dolayı birinci düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Açıklamaların %58,9’unda ise “doğruya göre karşılığını almak”, “simetri doğrusuna göre”, “x, y veya başka bir doğruya göre” şeklindeki ifadeler ile simetri doğrusundan bahsedildiği bu bağlamda referans noktasına ilişkin özelliklere atıfta bulunulduğu belirlenmiştir. Açıklamaların %30,4’ünde ise doğruya dik uzaklığın, referans noktaları kullanılarak ifade edildiği belirlenmiştir. Referans doğrusuna ilişkin, simetri doğrusunun denkleminin tanımlandığı veya affine sistemde matris ile temsiline yer veren ifadeye rastlanmamıştır.

Veriler “matematiksel gösterim kullanımı” bağlamında incelendiğinde açıklamaların %10,7’sinde matematiksel gösterim kullanılmadığı, %67,9’unun ise yansımanın özelliklerinden informal de olsa bahsettiği belirlenmiştir. %19,6’sının koordinat sistemi gibi bazı matematiksel ifadeleri kullandıkları görülmüştür. Dört ve beşinci düzey bağlamında yer alan (dönüşümü matrisler ile açıklama/simetri fonksiyonuna değinme gibi) matematiksel gösterim kullanımına ilişkin açıklama tespit edilememiştir.

Veriler “konum değişikliği” bağlamında incelendiğinde %60,9 oranında konum değişiminin vurgulandığı ve “diğer taraf”, “doğrunun ters tarafı” şeklinde ifadeler kullanıldığı belirlenmiştir. Bu tür açıklamalar konum değişimini vurgulanmasından dolayı Tablo 3.5’te yer alan göstergeler çerçevesinde ikinci düzeyde değerlendirilmiştir. %39,1 oranında ise simetrik konumun açıklandığı görülmüştür. Konum değişiminin matematiksel gösterimler kullanarak gösterildiği ve çeşitli sistemlerdeki konum değişiminin yorumlandığı

açıklamalara yer verilmediği belirlenmiştir. Dolayısıyla 4 ve 5. düzeyde konum değişikliği bağlamında bir ifadenin olmadığı görülmüştür.

Bu göstergeler haricinde yatay ve eğik doğrulara göre simetri alma sorusunda yatay doğruya göre simetrisinin %94,6 oranında doğru oluşturulduğu, eğik doğruya göre simetrisinin ise %83,9 oranında doğru oluşturulduğu görülmüştür. Bu göstergeler çerçevesinde doğruya göre simetriye yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları Grafik 4.4'te sunulmuştur.



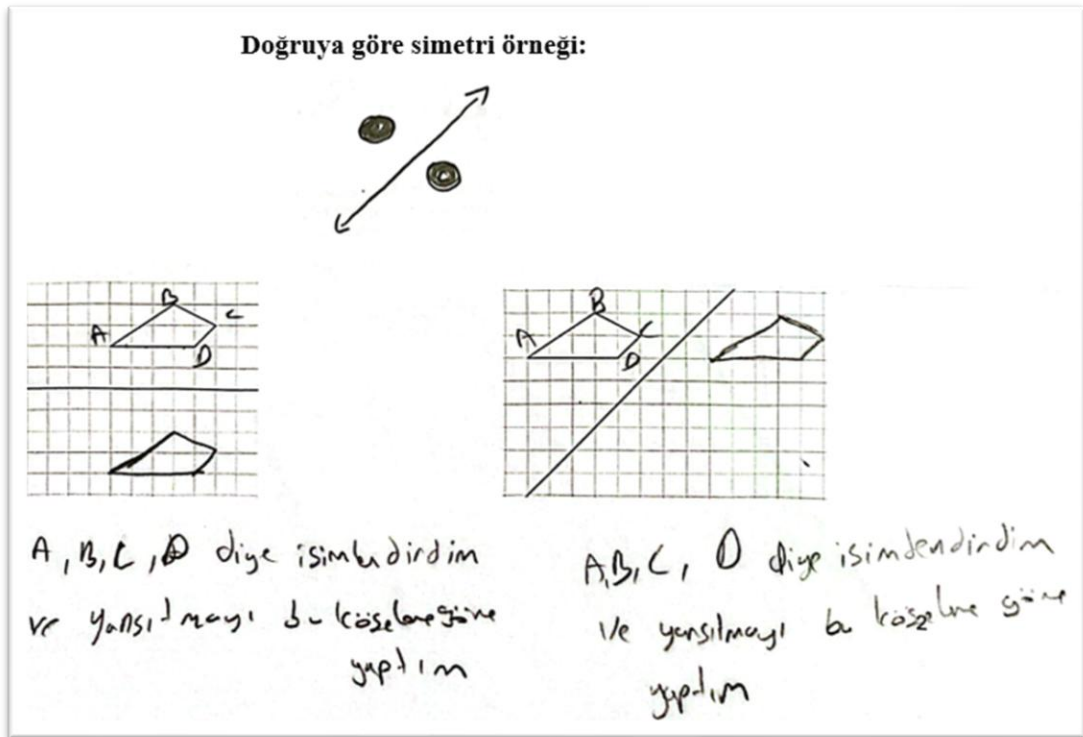
Grafik 4.4: Doğruya göre simetri kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları

Grafik incelendiğinde doğruya göre simetri kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre en çok düzey 2'de olduğu (%66,1) belirlenmiştir. %1,8'inin düzey 1, %32,1'inin düzey 3'te olduğu; düzey 4 ve 5 seviyesinde tanım bulunmadığı belirlenmiştir. Tablo 4.14'te Van Hiele Düzeylerine yönelik doğruya göre simetri tanım örnekleri sunulmuştur.

Tablo 4.14: Van Hiele düzeylerine yönelik doğruya göre simetri tanım örnekleri

Düzyey	Düzyey Açıklamaları ve Örnekler
Düzyey 1: Görsel Düzyey	Şekli aynadaki gibi ters görüntü ile ifade eder. Şeklin doğruya göre yansıtıldığını fark eder ancak açıklayamaz.
Düzyey 2: Analiz Düzyeyi	Şeklin simetri doğrusuna göre ters tarafa geçtiğini ifade eder. Noktaların simetri doğrusuna eş uzaklıkta olduğunu gözlemleyebilir. <ul style="list-style-type: none">➤ Öğretmen adayı tanım örnekleri;• Bir şeklin doğruya göre karşılığını alarak yansımısını çizmek• Şeklin belirlenen bir doğruya göre simetrisini anlamaktır.• Verilen şeklin köşe noktalarının doğruya göre yansımaları alınıp birleştirilmesidir.• Bir şeklin, bir noktanın çizilen bir doğruya göre eşit uzaklıkta oluşan simetrisine doğruya göre simetri denir.• Verilen bir noktanın ya da geometrik şeklin doğruya simetri eksenini kabul ederek simetriğinin alınması.• Referans noktalarının doğruya olan uzaklığı miktarında yansıtılması
Düzyey 3: İnförmal (Basit) Çıkarım Düzyeyi	Doğruya olan dik uzaklıkların eş olduğunu ifade eder. Simetri doğrusunu tanımlar. İzometrik özellikleri açıklar. <ul style="list-style-type: none">➤ Öğretmen adayı tanım örnekleri;• Şeklin temel özellikleri aynı kalmak koşuluyla referans noktalarının doğruya olan uzaklıkları dik olacak şekilde gerçekleştirilen harekettir. Doğruya göre simetri alınırken şeklin her noktasının doğruya dik uzaklıklarını bulup noktaların doğru üzerinde izdüşümlerinden değişmeyecek şekilde dik uzaklıkları kadar yansıtma
Düzyey 4: Förmal Çıkarım Düzyeyi	Doğruya göre simetri fonksiyonunu oluşturur. “Doğruya göre simetri bir düzlemde tanımlı her noktayı bir referans doğrusuna göre izometrik olarak yansıtan bir fonksiyondur.” biçiminde bir açıklama beklenmektedir. (Bu düzeyde bir tanımlama tespit edilememiştir)
Düzyey 5: Sistemantik Düşünme Düzyeyi	Farklı aksiyomatik sistemlerde doğruya göre simetri tanımlaması ve karşılaştırması yapar. (Bu düzeyde bir tanımlama tespit edilememiştir)

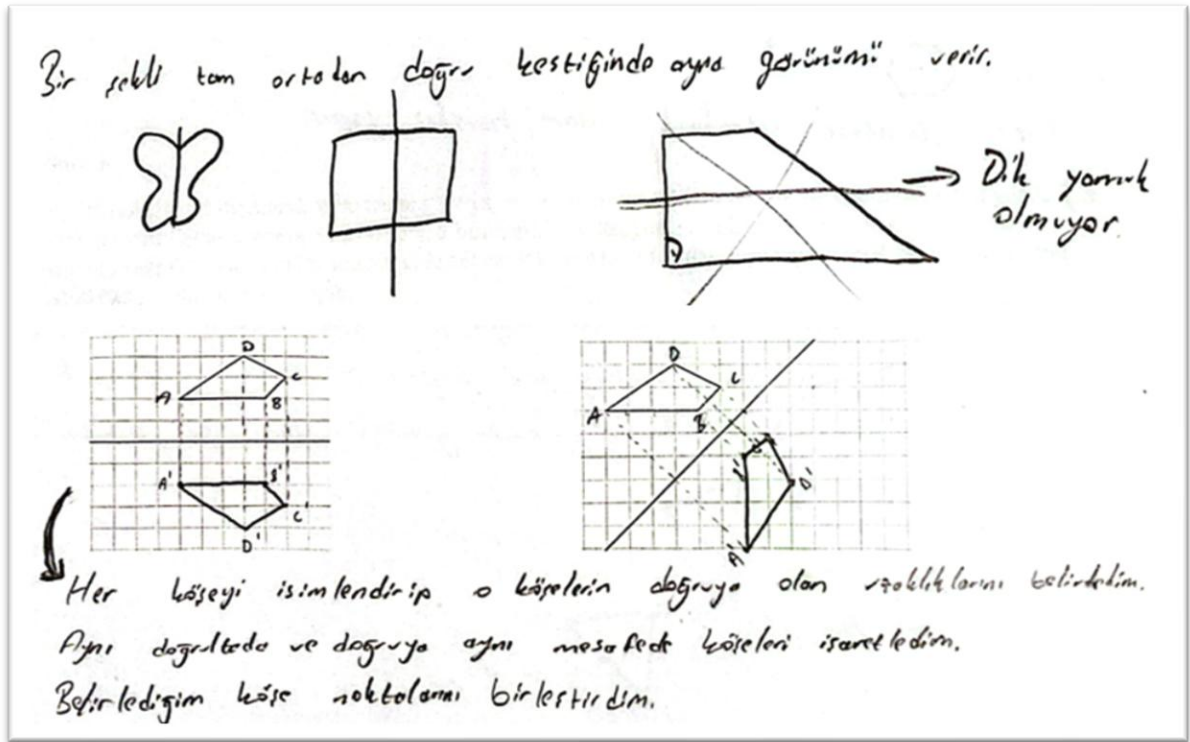
Tablo 4.14 incelendiğinde düzey 1 seviyesinde yer alan yanıtlarda adayın, simetriği görsel olarak fark edip şekli simetri doğrusunun diğer tarafına taşıma gibi ifadeler kullanıldığı belirlenmiştir. Bu bağlamda adayların görselliğe odaklanma, açıklamalarını çizdiği örnek üzerinden verme gibi yanıtlar verdikleri belirlenmiştir. Düzey 2’de yer alan tanımlarda, simetri doğrusunun farkında olduğu ve noktaların bu doğruya uzaklıklarının aynı olacağını ifade ettikleri görülmektedir. Bu düzeydeki tanımlarda şeklin, simetri doğrusuna dik uzaklıklarının eşit olacağından ve dönüşümün izometrikliğinden bahsedilmemiştir. Düzey 3’te yer alan tanımlarda ise dik uzaklıkların eşitliği ve izometrikliğin ele alındığı görülmektedir. Düzey 4’te yer alan açıklamada öğretmen adayının şekil üzerinden doğruya göre simetriye yönelik fonksiyon tanımladığı görülmüştür. Düzey 5’te ise herhangi bir açıklama yer almamaktadır. Şekil 4.98’de Ö22 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.98: Ö22’nin doğruya göre simetri yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde, doğruya göre simetriye yönelik tanımlama yapmadığı, aynı görünen iki şekil arasına çizdiği bir çizgi ile doğruya göre simetriyi açıkladığı görülmektedir. Yatay ve eğik simetri doğrularına göre yansıtmaya yönelik verdiği yanıtlar incelendiğinde ise çizimine benzer şekilde, şeklin görsel olarak simetri doğrusunun

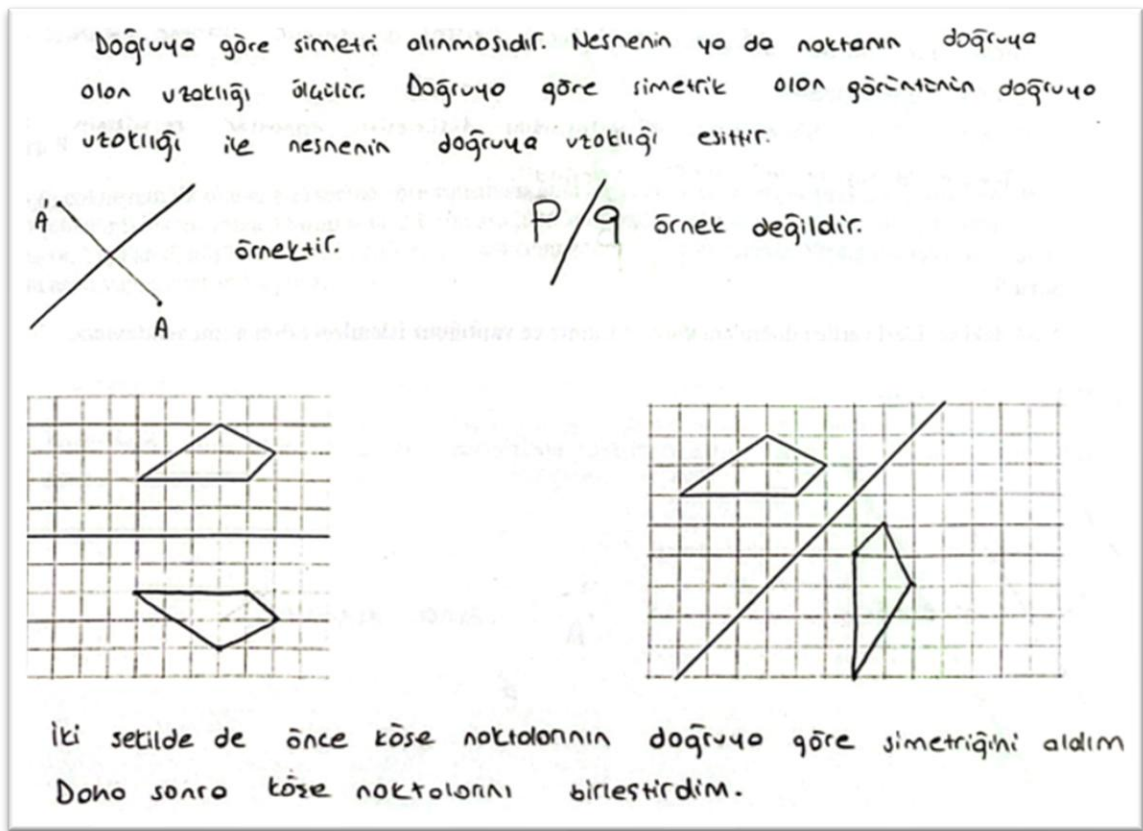
iki tarafında olmasına odaklandığı belirlenmiştir. Yansıma yerine öteleme benzeri bir çizim yapmıştır. Oluşturduğu daireyi simetrik olarak değil, aynısını çizme işlemi uygulayarak yansıtmıştır. Yansıma işlemlerini kısmen yapsa da; eşit uzaklık, referans işlemlerini yapamamıştır. Yansıma ve ötelemeyi karıştırmıştır. Dörtgene ait yansıma işlemini yapsa da noktaları eşleştirememiştir. Doğruya göre yansıma ile ilgili mesafe bilgisinden, biçimsel özelliklerden, referans doğrusundan, konum değişikliğinden bahsedilmediği ve matematiksel gösterimlerden yararlanılmadığı görülmüştür. Sadece görünüşün ele alınarak açıklamada bulunduğu ve dönüşüme yönelik özelliklerden bahsedilmediği düşünüldüğünde, açıklama geometrik düşünme düzeylerinden birincisi olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.99’da Ö56 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.99: Ö56’nın doğruya göre simetri yanıtı

Öğretmen adayının tanımlaması ve verdiği örnek incelendiğinde “ayna görüntüsüne” ve görsel olarak iki tarafta aynı şeklin olmasına odaklandığı görülmektedir. Ancak yatay ve eğik doğrulara göre simetri almaya ilişkin soruya verdiği yanıt ve açıklaması incelendiğinde dörtgen ve görüntüsünün tüm köşelerinin doğruya olan uzaklıklarının aynı olması gerektiğinden, aynı doğrultuda ve aynı mesafede yansıtılmadan bahsettiği dolayısıyla

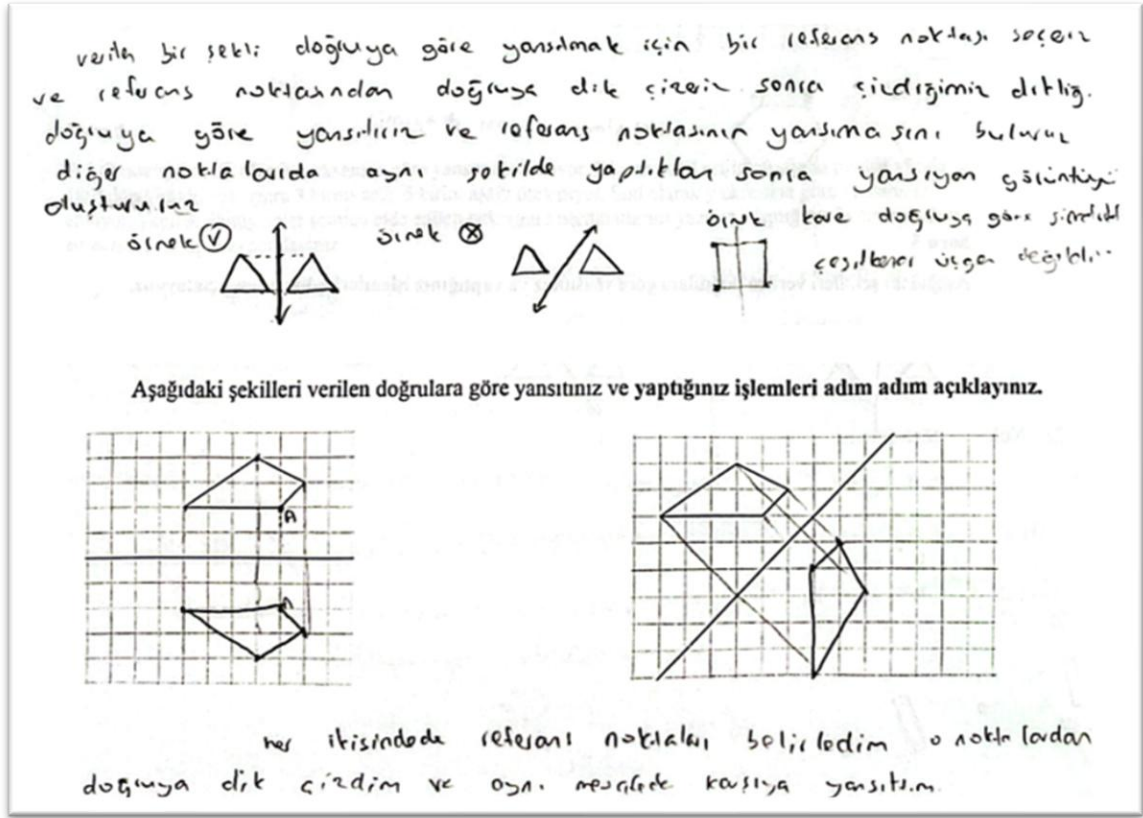
mesafe bilgisi, referans bilgisi ve konum değişikliği bilgisinden bahsedildiği görülmektedir. Bu açıklama üçüncü düzey olan informal çıkarım düzeyinde değerlendirilmiştir. Doğruya göre simetriye yönelik, öğretmen adayının yanıtları bütün olarak değerlendirildiğinde yatay ve eğik doğruya göre simetri almaya yönelik soruya verdiği yanıtta dönüşümün özelliklerinin farkında olduğu belirlenmiştir. Nokta-görüntü noktasını eşleştirmesini, simetri doğrusuna olan dik uzaklık ve konum üzerinden gerçekleştirmiştir. İzometrik özelliklere dikkat etmiştir. Şekil 4.100'de Ö20 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.100: Ö20'nin doğruya göre simetri yanıtı

Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde nesne ile görüntüsünün doğruya uzaklığının eşit olması gerektiğinden yani mesafe/uzaklık bilgisinden bahsettiği görülmektedir. Verdiği örnek ile ters görüntünün, eğik doğruya göre simetriye örnek olmadığını belirttiği; yön bilgisinden doğrudan bahsetmemiş olsa da çizdiği şekil üzerinden yön bilgisinin ele alındığı görülmektedir. Referans doğrusunun, mesafe/uzaklık bilgisinin, yön bilgisinin ele alındığı açıklamada biçimsel özellik bilgisinin, simetri doğrusuna dik uzaklıkların eşliği gibi özelliklerin ele alınmadığı görülmüştür. Aday simetriyi doğru uygulasa da diklik, yön,

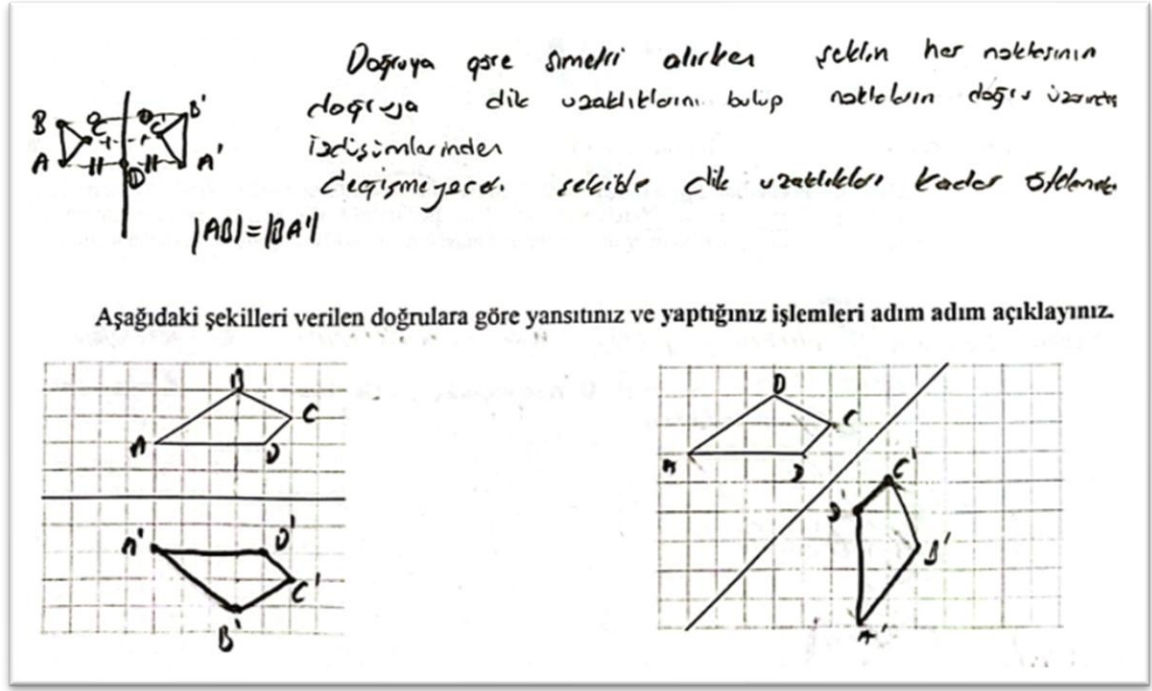
izometriklik, cebirsel ifade kullanmamış ve yeterli kavramsal açıklama yapmamıştır. Bu kapsamda açıklama ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.101’de Ö1 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.101: Ö1’in doğruya göre simetri yanıtı

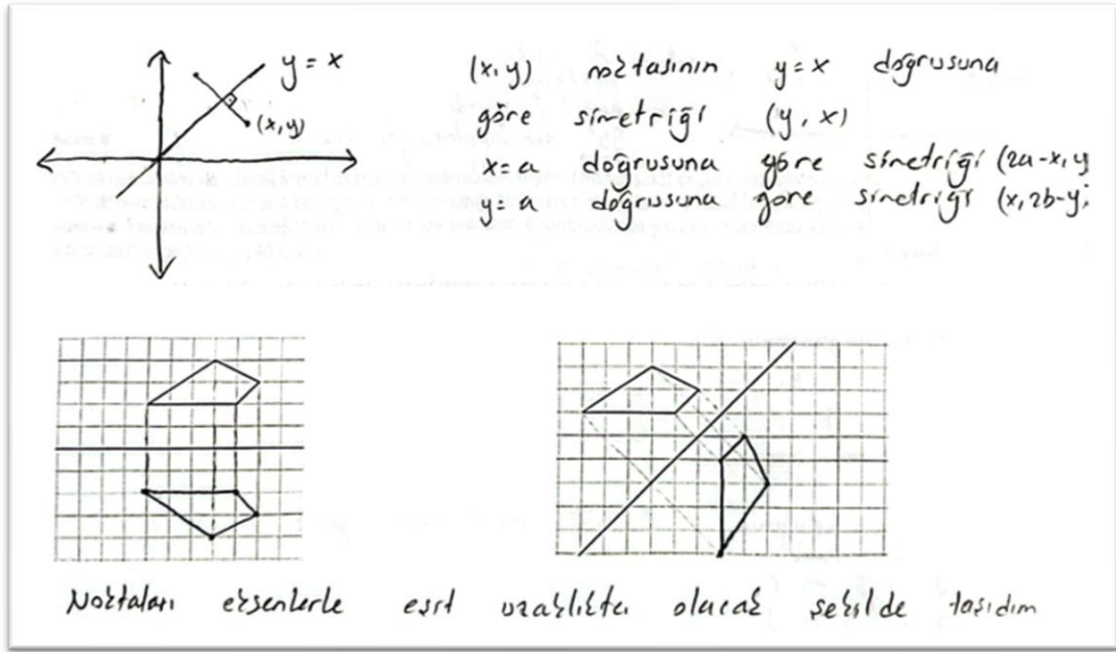
Öğretmen adayının açıklaması incelendiğinde “doğruya dik uzaklık” kavramının kullanıldığı ve vermiş olduğu kavrama uygun örnek ile açıklamasını şekil üzerinde göstererek somutlaştırdığı görülmektedir. Doğruya göre simetriye uygun olmayan örneğinde ise bu dönüşümdeki ciddi hatalardan olan eğik doğrunun göz ardı edilerek dikey doğruya göre yansıtılmış şekil örneğini verdiği görülmüştür. Yatay ve eğik simetri doğrularına göre simetri alma sorularında şeklin referans noktalarının simetri doğrusuna olan dik uzaklıklarını dikkate alındığı gözlemlenmiştir. Ö1’in konum değişikliği bilgisi ve biçimsel özelliklere ilişkin bilgilere değinmediği belirlenmiştir. Bu kapsamda açıklama üçüncü düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde sınıflandırılmıştır. Aday simetriyi işlem adımları ile açıklamış, nokta-görüntü eşleştirmesi yapmış, görsel izometrikliği korumuş, eğik doğruya göre simetriyi doğru uygulamıştır. Ancak cebirsel ya fonksiyonel ifadelerle yer verilmemiştir.

Şekil 4.102'de Ö37 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.102: Ö37'nin doğruya göre simetri yanıtı

Ö37'nin yanıtı incelendiğinde referans noktalarının doğruya olan dik uzaklıklarını, doğru üzerindeki izdüşümleri değişmeyecek şekilde dik uzaklıklar kadar ötelenmesi gerektiğinden bahsettiği görülmektedir. Açıklamasında dönüşümün izometrik özelliğinden doğrudan bahsetmemiş olsa da $|AB| = |A'B'|$ matematiksel gösterimi ile şeklin özelliklerinin korunmasına değindiği belirlenmiştir. Ö37 çizimlerinde eş şekiller oluşturmuş, aldığı referans noktalarının verilen simetri doğrularına göre görüntülerini doğru belirlemiş, referans noktalarının simetri doğrusuna olan dik izdüşümünü alarak aynı doğrultuda ve simetri doğrularına kendisi ile eşit mesafede olan görüntülerini doğru oluşturmuştur. İzdüşüm özelliğine dikkat etmiştir. Bu kapsamda açıklama üçüncü düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.103'te Ö10 kodlu öğretmen adayının doğruya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.103: Ö10'un doğruya göre simetri yanıtı

Ö10'un yanıtı incelendiğinde $y=x$, $x=a$ ve $y=b$ doğrularına göre simetri işlemlerini cebirsel dönüşüm kuralları ile ifade ettiği, koordinat düzlemi kullandığı, $y=x$ doğrusunu çizdiği, simetri alırken eş uzaklıklara dikkat ettiği ve referans noktası kullandığı görülmektedir. Ayrıca izometrik özelliklere de dikkat etmiştir. Matematiksel dönüşüm kurallarını kullanarak cebirsel yapı ve fonksiyonel ilişki bağlamında açıklama yapmıştır. Yani doğruya göre simetriyi düzlemde tanımlı bir noktalar kümesi üzerinde etkili olan bir izometrik dönüşüm fonksiyonu olarak ele alıp $y=x$ için $f(x, y)=(y, x)$ dönüşüm fonksiyonunu tanımlamıştır. Bu kapsamda açıklama Van Hiele düzeylerinden üçüncüsü olan basit çıkarım düzeyinde sınıflandırılmıştır.

Öğretmen adaylarının doğruya göre simetriye yönelik açıklamaları, verdikleri örnekler ve yatay-eğik doğruya göre simetri alınmasına yönelik soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde öğretmen adaylarının farklı düzeylerde açıklamalarda buldukları ve açıklamalarının çoğunun (%66,1) ikinci düzey olan analiz düzeyinde yer aldığı belirlenmiştir. Bazı öğretmen adaylarının doğruya göre simetriyi, doğrunun iki tarafında aynı şeklin olması olarak ele aldıkları, dönüşümün özelliklerinden bahsetmedikleri ve sadece görselliğe odaklandıkları görülmüştür. Bu tür açıklamalar geometrik düşünme düzeylerinden birincisi olan görsel düzeyde yer almaktadır.

Çoğu öğretmen adayının simetri doğrusunun farkında olduğu, şekil ile görüntüsünün simetri doğrusuna uzaklıklarının eşit olmasından bahsettiği görülmüştür. Bu tür açıklamalar şeklin sadece görselliğine odaklanılmaktan daha üst düzey beceri gerektirdiği ve özelliklere vurgu yaptığı için ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmışlardır. Adayların %32,1'i de şekil ile görüntüsünün, simetri doğrusuna olan “dik uzaklığının” eşit olmasını ve dönüşümün izometrikliğini ele alarak 3. düzeyde yer alan açıklamalar yaptıkları belirlenmiştir. Düzey 4 veya 5'te değerlendirilebilecek bir açıklama tespit edilememiştir.

Araştırmanın ikinci problemi kapsamında noktaya göre simetri kavramına ilişkin öğretmen adaylarının yanıtlarından elde edilen 56 açıklama; mesafe, biçimsel özellik, referans noktası, konum değişikliği bilgisine ve matematiksel gösterim kullanımına göre belirlenen göstergeler çerçevesinde değerlendirilmiştir. Yapılan açıklamalarda %50 oranında mesafe/uzaklık bilgisi, %3,6 oranında biçimsel özellik bilgisi, %91,1 oranında referans noktası bilgisi, %25 oranında konum değişikliği bilgisi ve %67,9 oranında matematiksel gösterim kullanımı yer almıştır.

Adayların mesafe/uzaklık bilgisine ilişkin açıklamalar incelendiğinde %50 oranında açıklamada eş uzaklıkların farkında oldukları ancak özellik olarak ele almadıkları belirlenmiştir. %50 oranında açıklamada ise “noktanın diğer tarafında aynı mesafede”, “noktaya eşit uzaklıkta” gibi ifadeler kullanıldığı ve eş uzaklıkların informal de olsa ele alındığı görülmüştür. Bununla birlikte şeklin noktaya göre simetrik olmasının ele alındığı ve “şeklin tüm noktalarının verilen noktaya eşit uzaklıkta olması” gibi ifadelerin olduğu görülmüştür. Doğruya göre simetrinin özelliği olan doğruya olan dik uzaklıkların eşit olduğu bilgisini noktaya göre simetri için kullanan ve “noktaya olan dik uzaklıkların eşit olduğu” şeklinde ifade eden açıklamanın da bulunduğu görülmüştür. Verilerde vektör kullanarak dönüşümün ispatlandığı veya farklı sistemlerde dönüşümün karşılaştırıldığı bir açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir. Dolayısıyla mesafe/uzaklık bilgisine ilişkin 4 ve 5. düzeyde yer alan açıklama bulunmamaktadır.

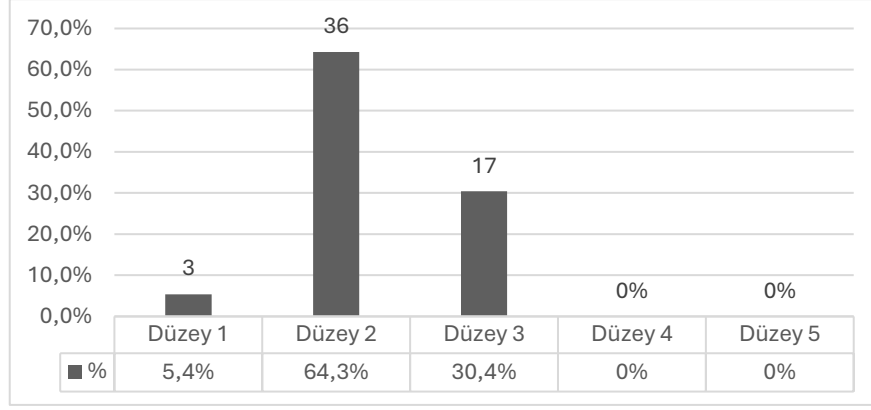
Açıklamalar incelendiğinde biçimsel özelliklere yönelik bilgiden yalnızca 2 öğretmen adayının (%3,6) bahsettiği ve “özdeş iki cisim oluşturma” ifadesi ile biçimsel özelliklerin farkında olduğu, “temel özelliklerin aynı kalması koşuluyla” ifadesi ile izometrik özelliklerin informal olarak açıklandığı belirlenmiştir. Açıklamalarda eşlik ve izometriklik bilgilerinin ispatlandığı, farklı sistemlerde değerlendirildiği bir ifade kullanılmadığı bu nedenle biçimsel özellik bilgisine yönelik 4 ve 5. düzeyde yer alan bir açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir.

Açıklamalarda yer alan referans noktasına ilişkin bilgiler incelendiğinde %2 oranında simetri merkezi olan noktanın sezgisel olarak konumlandırıldığı ancak simetri merkezi olarak ele alınmadığı görülmüştür. Bu tür açıklamalarda simetri merkezi olarak orta noktanın olarak sezgisel şekilde ele alınması geometrik düşünme düzeylerinden görsel

düzeyde yer alan bir açıklama bulgusunu vermektedir. %45,1 oranında açıklamalarda “simetri merkezi” kavramının doğrudan ele alınmış, “tek bir noktaya göre”, “belirli bir noktaya göre” gibi ifadeler ile belirtildiği görülmektedir. Bu tür açıklamalar simetri merkezini sabit bir merkez olarak düşünebildiklerini gösterdiğinden bu tanımlar ikinci düzeyde değerlendirilmiştir. %52,9 oranında açıklamada ise benzer şekilde bu kavramların kullanıldığı ancak ek olarak adayların çizimler üzerinden simetri merkezini, sabit bir merkez olarak ele aldıkları belirlenmiştir. Elde edilen verilerde noktaya göre simetri fonksiyonunun tanımlandığı ve farklı sistemlerde simetri merkezinin ele alındığı bir ifadenin bulunmadığı, bu nedenle referans noktası bilgisine ilişkin 4 ve 5. düzeyde yer alan bir açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir.

Veriler “matematiksel gösterim kullanımı” açısından incelendiğinde %39,5 oranında açıklamada noktaya göre simetrinin sezgisel olarak ele alındığı ve matematiksel kavramların kullanılmadığı görülmüştür. %60,5 oranında noktaya göre simetrinin kavramı matematiksel parametreler kullanılarak açıklandığı için bu açıklamalar üçüncü düzey kapsamında değerlendirilmiştir. Noktaya göre simetrinin matris gösterim ve vektör ile açıklandığı, bu bağlamda fonksiyonların kullanıldığı bir ifade bulunmadığı için 4 ve 5. düzeyde yer alan bir tanım tespit edilememiştir.

Açıklamalardaki konum değişikliğine ilişkin bilgiler incelendiğinde %57,1 oranında konum değişiminin fark edildiği ve “diğer tarafta çizme”, “zıt tarafta çizme” gibi ifadeler kullanılarak açıklandığı görülmüştür. %42,9 oranında açıklamada ise simetrik noktaların mesafe, konum gibi özelliklerin belirtilmesi ile net bir şekilde açıklandığı belirlenmiştir. Adayların tüm noktaların konum değişimini açıklama, farklı sistemlerde konum analizi yapma gibi özellikleri ele alınmadığı; dolayısıyla konum değişikliği bilgisine ilişkin 4 ve 5. düzeyde yer alan bir açıklamanın olmadığı belirlenmiştir. Göstergeler çerçevesinde noktaya göre simetri kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları Grafik 4.5’te sunulmuştur.



Grafik 4.5: Noktaya göre simetri kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre düzey dağılımları

Grafik incelendiğinde noktaya göre simetri kavramına yönelik tanımların Van Hiele modeline göre en çok düzey 2’de olduğu (%64,3) gözlemlenmiştir. %5,4’ünün düzey 1, %30,4’ünün düzey 3’te olduğu; düzey 4 ve 5’te tanım bulunmadığı belirlenmiştir. Tablo 4.15’te Van Hiele Düzeylerine yönelik doğruya göre simetri tanım örnekleri sunulmuştur.

Tablo 4.15: Van Hiele düzeylerine yönelik noktaya göre simetri tanım örnekleri

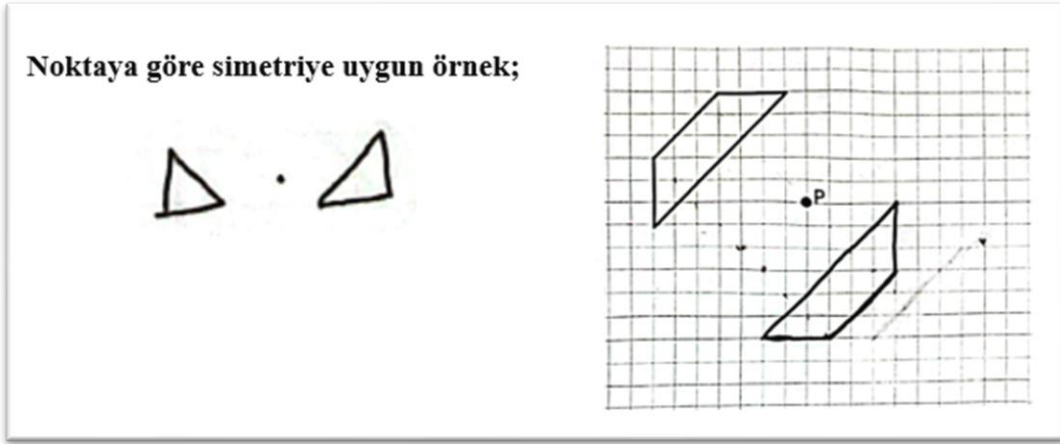
Düzey	Düzey Açıklamaları ve Örnekler
Düzey 1: Görsel Düzey	<p>Şekli bir nokta etrafında hareket ediyor gibi görür. Simetri merkezine eşit uzaklıktan; açı, dönme yönü gibi kavramlardan bahsetmez.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Öğretmen adayları tanım örnekleri; • Şeklin verilen noktaya göre simetriğini alırken sonsuz tane simetriğini oluşturabiliriz. • Tek bir noktaya göre şeklin simetrisinin alınması.
Düzey 2: Analiz Düzeyi	<p>Şekil ile görüntüsünün, simetri merkezine eşit uzaklıkta olduğunu; dönüşümün izometrikliğini fark eder ancak matematiksel olarak açıklayamaz.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Öğretmen adayları tanım örnekleri; • Şeklin tüm noktalarının, noktaya göre simetriği alınır ve bu noktalar birleştirilir. • Bir şeklin, bir noktanın belirlenen bir noktaya (simetri merkezi) göre simetrisinin alınmasına noktaya göre simetri denir. • Verilen şekillerin tüm noktaları noktaya eşit uzaklıkta olmalı • Referans noktalarının bir noktaya uzaklığı miktarında yansıtılması, dik izdüşümünün alınması • Şeklin merkezinde bulunan simetri noktasına göre noktaların yansıtılabilmesi • Verilen geometrik şeklin noktaya olan uzaklığını (birim ve yönüyle) tekrardan öteleme • Geometrik şeklin köşelerinin noktaya olan uzaklıkları referans alınarak aynı uzaklıkta yer değiştirme işlemidir.

Tablo 4.15: (devam)

Düzyey 3: İnfornal (Basit) Çıkarım Düzyeyi	<p>Her noktanın sabit bir merkeze, aynı uzaklıkta ama zıt yönde olduğunu açıklar. Noktaya göre simetrisinin aynı zamanda dönme merkezi etrafında 180° dönme olduğunu fark eder.</p> <ul style="list-style-type: none">➤ Öğretmen adayı tanım örnekleri;• Şekli noktaya göre yansıtmak için referans noktası belirleriz ve simetri noktasından geçen bir doğru çizeriz, diğer referans noktaları için de Aynı şeyi yaparız.• Bir cismin tüm köşelerinin bir noktaya göre uzaklığı çizilir. Noktanın diğer tarafına aynı uzaklıkta ve doğrultuda cismin köşeleri çizilir ve noktaları birleştirerek cismin yansıması çizilmiş olur.• Belirlenen noktaya göre her yeni köşesi eskisi ile aynı doğrultuda ve belirlenen köşe ile noktaya aynı uzaklıkta olacak şekilde• Bir şeklin noktaya uzaklığı olan doğrultuyu uzatıp nokta ile cisim arasındaki mesafe kadar mesafe giderek yeni şekil oluşturur.
Düzyey 4: Fornal Çıkarım Düzyeyi	<p>Noktaya göre simetriyi cebirsel dönüşüm olarak tanımlar.</p> <p>(Bu düzeyde bir tanımlama tespit edilememiştir)</p>
Düzyey 5: Sistematik Düşünme Düzyeyi	<p>Farklı aksiyomatik sistemlerde noktaya göre simetri tanımlaması ve karşılaştırması yapar.</p> <p>(Bu düzeyde bir tanımlama tespit edilememiştir)</p>

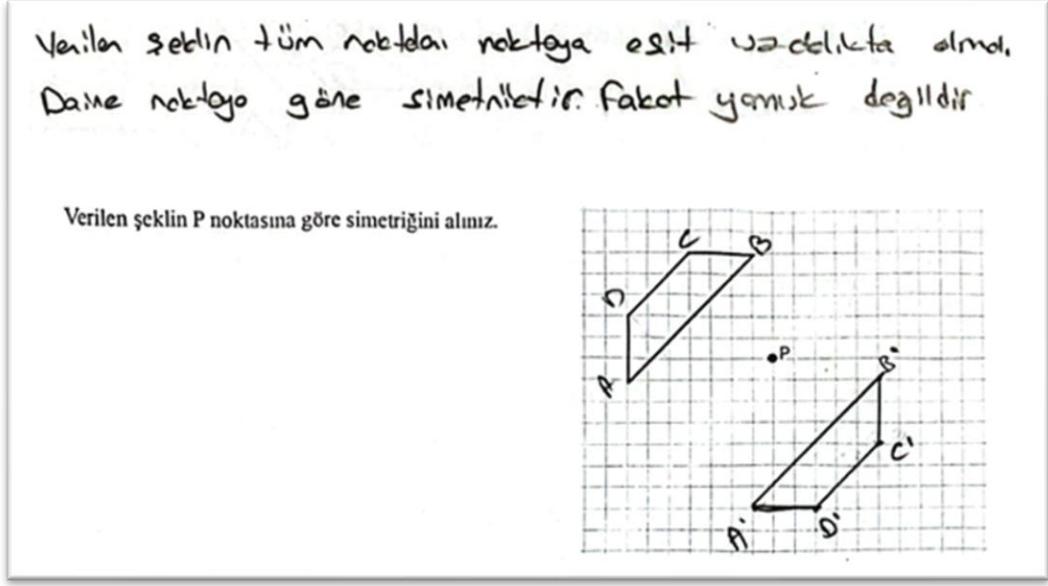
Tablo 4.15 incelendiğinde düzey 1’de yer alan tanımlarda “noktaya göre simetri alınması” gibi yüzeysel ifadeler ile açıklama yapıldığı görülmektedir. Bu düzeyde yer alan tanımlarda simetri merkezine eşit uzaklık gibi özelliklerden ise bahsedilmediği ve simetri merkezinin farkında olunmadığı görülmektedir. Düzey 2’de yer alan tanımlarda ise simetri merkezinin farkında olduğu ve simetri merkezine olan uzaklığın eşliğinden bahsedildiği görülmektedir. Düzey 3’te yer alan tanımlarda simetri merkezine eşit uzaklığı ile birlikte her noktanın ve görüntüsünün aynı doğrultuda olması gerektiğinden bahsedilmiştir. Elde edilen verilerde noktaya göre simetriyi cebirsel bağlamda açıklayan ya da farklı aksiyomatik sistemlerde noktaya göre simetri üzerine bir tanımlama yapan ifade yer almamıştır. bu

bağlamda düzey 4 ve 5'te yer alan herhangi bir açıklama bulunmamaktadır. Şekil 4.104'te Ö22 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



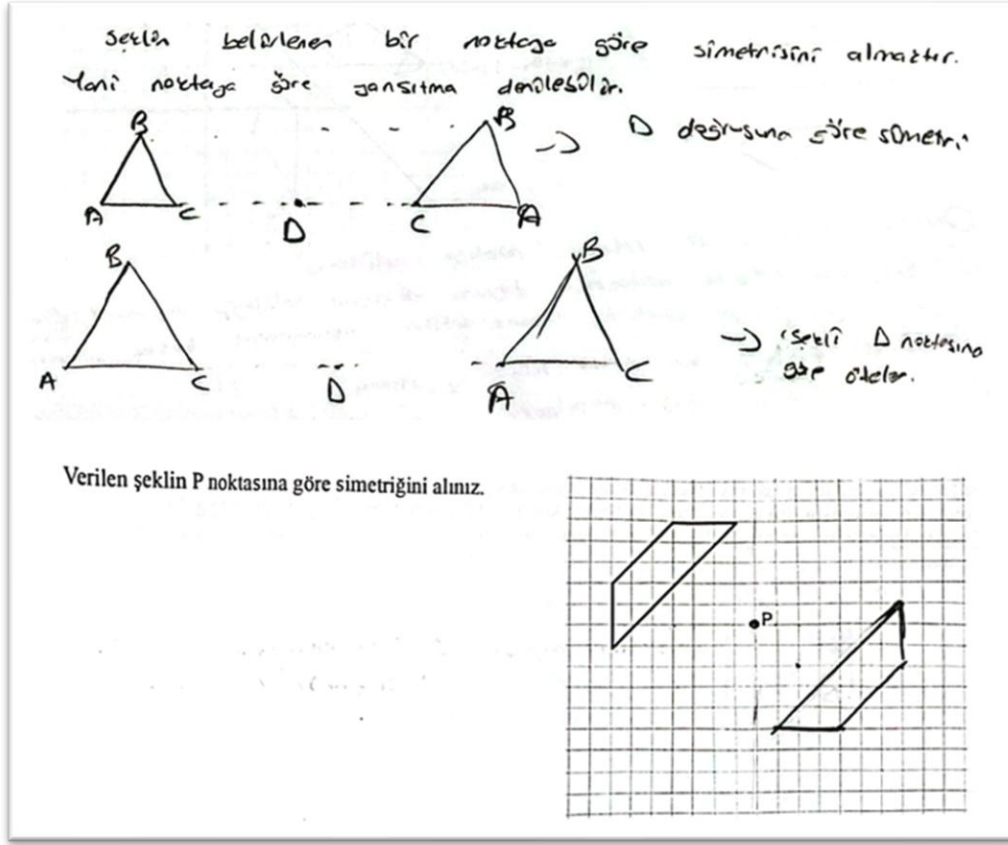
Şekil 4.104: Ö22'nin noktaya göre simetri yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde kavrama yönelik bir açıklama yapılmadığı görülmektedir. Kavrama uygun duruma verdiği örnekte ise şeklin noktaya göre simetrisini alıyormuş gibi nokta çizdiği ancak noktadan geçen bir simetri doğrusu varmış gibi doğruya göre simetri görüntüsü çizildiği görülmektedir. Ayrıca belirtmiş olduğu noktanın simetri merkezi olarak ele alınmasına ilişkin bir açıklamanın yapılmadığı, orta nokta olarak sezgisel şekilde algılandığı belirlenmiştir. Bununla birlikte açıklamada herhangi bir dönüşüm özelliğinin ele alınmadığı, şekil ile görüntüsünün simetri merkezine eş uzaklıkta olduğu gibi bir gösterim ya da ifadenin yer almadığı belirlenmiştir. Kavrama yönelik soruya da verdiği örnekte olduğu gibi simetri merkezinden geçen bir doğru varmışçasına, doğruya göre simetri olarak yanıt verdiği görülmüştür. Noktaya göre simetriye ilişkin yön bilgisinden, biçimsel özelliklerden bahsedilmediği ve matematiksel gösterimden yararlanılmadığı belirlenmiştir. Bu kapsamda adayın yanıtı birinci düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.105'te Ö33 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.105: Ö33'ün noktaya göre simetri yanıtı

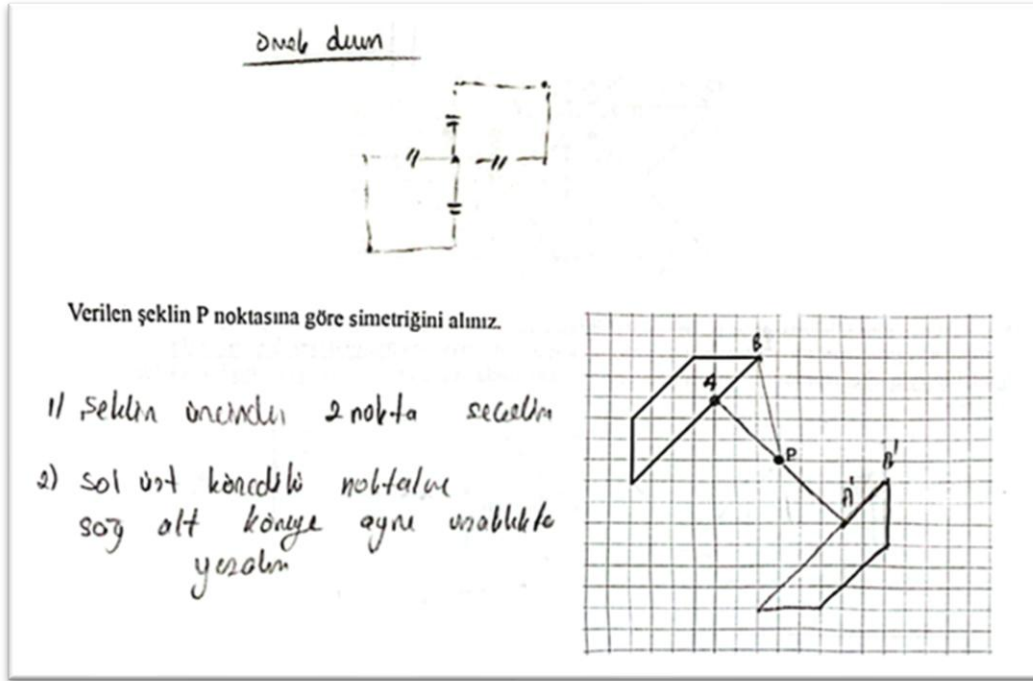
Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde noktaya göre simetriyi, “şeklin tüm noktalarının noktaya eşit uzaklıkta olması” şeklinde açıkladığı ve örneğinde de açıklamasında olduğu gibi noktaya göre simetri kavramını açıklamak yerine, noktaya göre simetrik şekil örneği olarak daireyi ele aldığı görülmektedir. Noktaya göre simetri alma sorusuna Ö22 kodlu öğretmen adayı gibi, noktadan geçen simetri doğrusu varmış gibi yanıt verdiği görülmüştür. Açıklamada noktaya göre simetriye ilişkin yön bilgisi, konum değişikliği bilgisi, biçimsel özelliklerin korunumundan bahsedilmediği; şeklin bir nokta etrafında eşit uzaklıkta olmasına odaklanıldığı ve açıklamada matematiksel gösterimden yararlanılmadığı belirlenmiştir. Bu kapsamda açıklama 1. düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır. Şekil 4.106’da Ö4 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.106: Ö4 noktaya göre simetri yanıtı

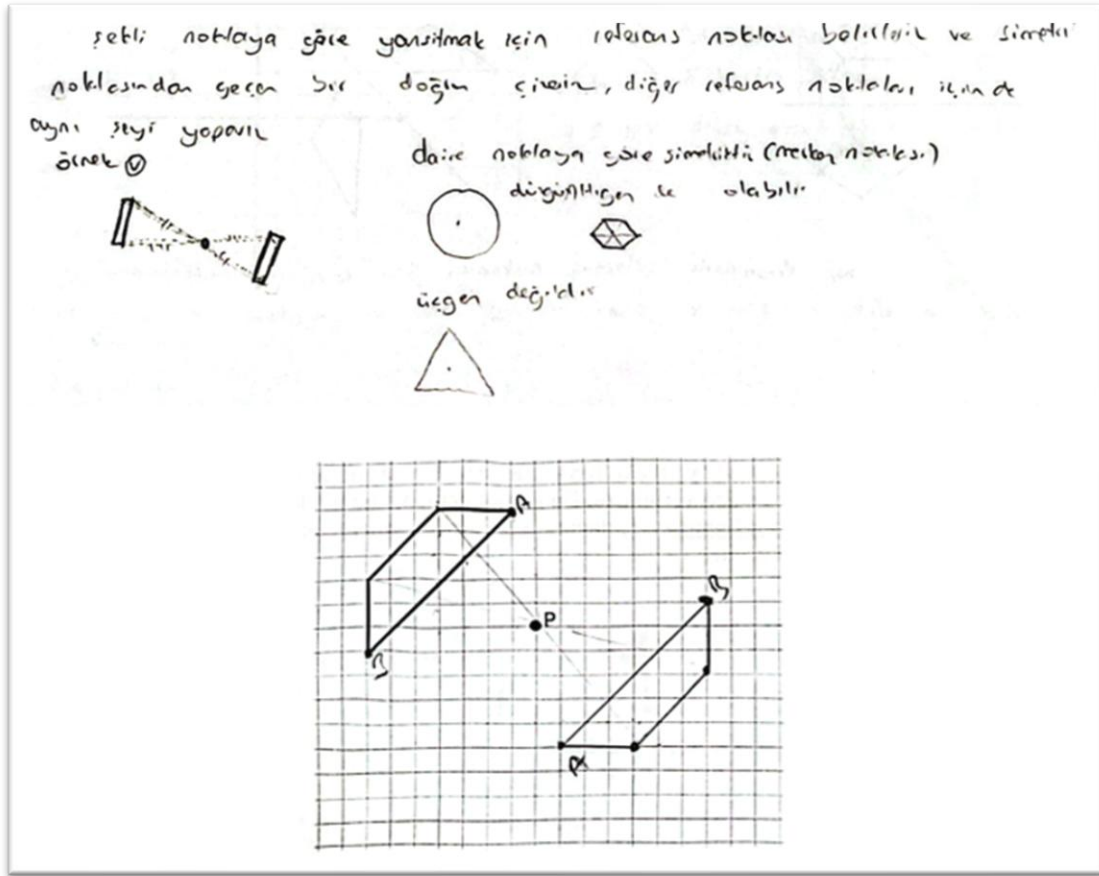
Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde “bir noktaya göre” ifadesi ile dönme merkezinden yani referans noktasından bahsettiği görülmektedir. Tanımda noktaya göre simetriye ilişkin diğer bilgilerden bahsedilmemekle birlikte verilen örnek incelendiğinde şekil üzerindeki noktaların dönme merkezine göre konumlandırılmasını ele aldığı ancak şeklin yönünde değişim yapmayarak ve her noktanın merkeze uzaklığını dikkate almayarak hatalı yanıt verildiği görülmüştür. Kavrama uygun olmayan örnekte, öteleme dönüşümü ile noktaya göre simetri dönüşümünü karşılaştırdığı ve “noktaya göre ötelenmiş” şeklinde bir açıklama yaptığı belirlenmiştir. Ötelemenin, “şeklin belirli bir doğrultu ve yönde yer değiştirmesi” olduğu düşünüldüğünde noktaya göre öteleme ifadesi hatalı bir kullanımdır. Verilen karşılaştırılmada, farklılığın şeklin üzerinde alınan referans noktaları üzerinden açıklandığı görülmüştür. Noktaya göre simetri sorusunun ise doğru şekilde yanıtlandığı görülmektedir. Açıklamada noktaya göre simetriye ilişkin yön bilgisi, mesafe/uzaklık bilgisi, konum değişikliği bilgisi ve biçimsel özellik bilgisinin ele alınmadığı belirlenmiştir. Bu kapsamda açıklama ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Çünkü simetri özelliklerini

tanısa da bu özelliklerin nedenini açıklamamıştır. Şekil 4.107’de Ö25 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



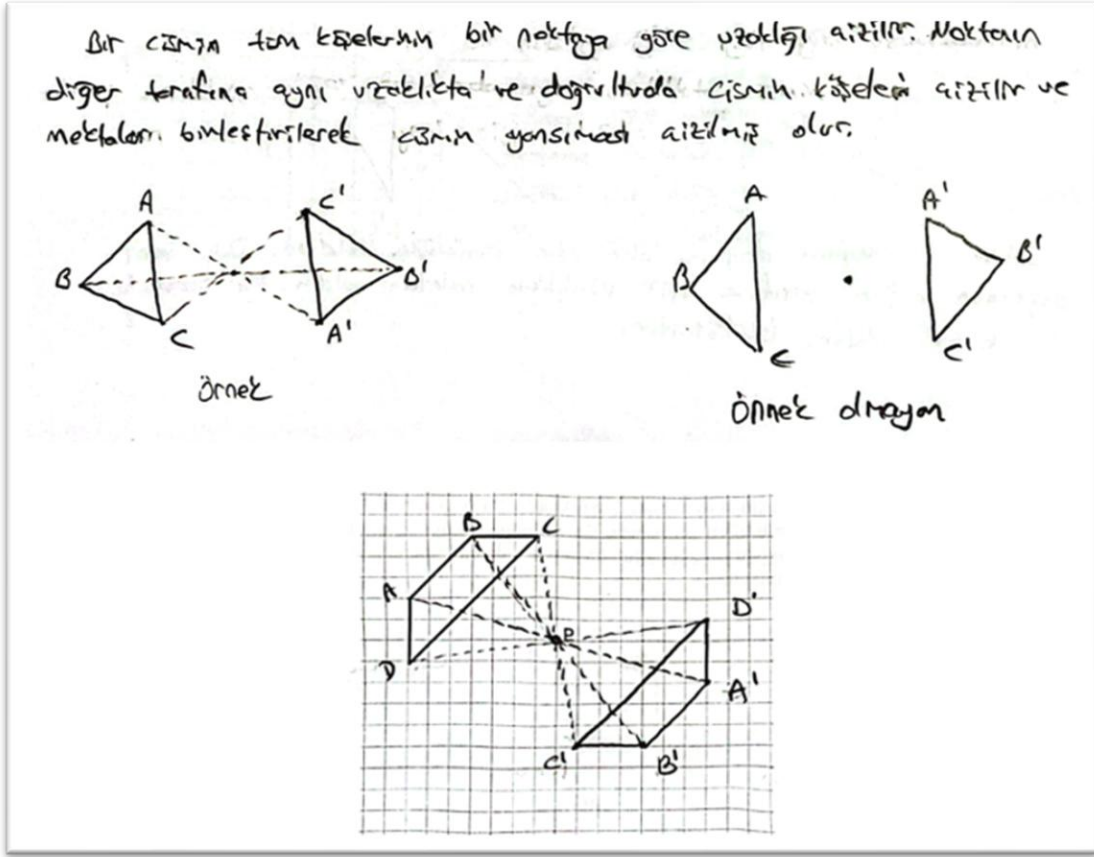
Şekil 4.107: Ö25’in noktaya göre simetri yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde açıklama yapmadığı görülmektedir. Verdiği örnek durum şeklinde ise simetri merkezini, uzaklıkların eşitliğini şekil üzerinden açıklaması ile mesafe/uzaklık bilgisini ve konum değişikliği bilgisini ele aldığı görülmektedir. Noktaya göre simetri almaya ilişkin soruda ise referans noktalarının ele alındığı, konum değişiminin ve mesafe/uzaklık bilgisinin açıklandığı belirlenmiştir. Ancak açıklamada her noktanın simetri merkezine olan uzaklığının dikkate alınmadığı, sadece belirlenen referans noktalarına göre uzaklık belirlendiği ve şeklin ters biçimde tekrar çizildiği görülmüştür. Bu çizim verilen P noktasından geçtiği düşünülen eğik simetri doğrusuna göre yapılmıştır. Açıklamada noktaya göre simetriye ilişkin yön bilgisinin ele alınmadığı ancak diğer bilgilerin kısmen de olsa ele alındığı belirlenmiştir. Bu kapsamda açıklama ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Çünkü nokta ve doğruya göre simetriyi ayırt edememiş bu nedenle ilişki kurma ve soyutlama yapamamıştır. Uzaklık ve eşlik gibi kavramlara sezgisel olarak değinse de matematiksel kavram ya da tanımlar yoktur. Şekil 4.108 ’de Ö1 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.108: Ö1'in noktaya göre simetri yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde dönme merkezinden; şekil ile görüntünün, simetri merkezinden geçen aynı doğru üzerinde ve eşit mesafede olması gerektiğinden bahsettiği ve çizdiği örnek ile açıklamasını somutlaştırdığı görülmektedir. Örneği incelendiğinde şekil ile görüntüsünün aynı doğrultuda olduğu ve simetri merkezine eşit uzaklıkta oldukları görülmektedir. Noktaya göre simetri almaya yönelik soruda ise şekil ve görüntüsünün bazı köşelerini isimlendirmesi ile referans noktasını ele aldığı belirlenmiştir. Bunlarla birlikte öğretmen adayı noktaya göre simetrik olan ve olmayan geometrik şekillere de örnekler vermiştir. Bu kapsamda Ö1'in açıklaması ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınıflandırılmıştır. Çünkü simetriye ilişkin eş uzaklık, orta nokta, diklik gibi matematiksel kavramları yazılı olarak açıklamamıştır. Sezgisel olarak eş uzaklığı kullanmış, noktaların doğrusal olmasına değinmemiştir. Şekil 4.109'da Ö2 kodlu öğretmen adayının noktaya göre simetriye yönelik açıklaması verilmiştir.



Şekil 4.109: Ö2'nin noktaya göre simetri yanıtı

Öğretmen adayının yanıtı incelendiğinde açıklamasında “cismin tüm köşelerinin noktaya göre uzaklığının çizilmesi”, “noktanın diğer tarafına aynı uzaklıkta ve doğrultuda çizilmesi” ifadeleri ile konum değişikliği ve mesafe/uzaklık bilgisinden bahsettiği görülmektedir. Açıklamasını verdiği örnek ile somutlaştıran öğretmen adayı, uygun olmayan duruma yönelik örneğinde noktaya göre simetride sık karşılaşılan hatalardan olan “şekli simetri merkezinden geçen bir doğru varmış gibi yansıtmaya” örneğini vererek bunun noktaya göre simetri örneği olmadığını belirttiği görülmüştür. Noktaya göre simetri almaya ilişkin soruyu ise açıklamasında da olduğu gibi simetri merkezinden geçen aynı doğrultudaki noktaları belirterek, doğru yanıtladığı görülmüştür. Bu kapsamda değerlendirildiğinde açıklama 3. düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde sınıflandırılmıştır.

Öğretmen adaylarının noktaya göre simetriye yönelik açıklamaları, örnekleri ve dönüşüme yönelik soruya verdikleri yanıtlar incelendiğinde, doğruya göre simetri bulgularına benzer şekilde açıklamaların çoğunun (%64,3) ikinci düzey olan analiz düzeyinde yer aldığı belirlenmiştir. Az sayıda açıklamada noktaya göre simetrinin, noktanın iki yanında aynı

şeklin olması olarak ele alındığı görülmüştür. Bu açıklamalarda dönüşümün özelliklerinden ve doğrudan “simetri merkezinden” bahsedilmemiştir. Bu tür açıklamalar birinci düzey olan görsel düzeyde sınıflandırılmıştır.

Çoğu öğretmen adayının simetri merkezinin farkında olduğu ancak doğrudan “simetri merkezi” kavramını ifade eden az sayıda açıklamanın bulunduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte açıklamalarda şekil ile görüntüsünün simetri merkezine eş uzaklıkta olduğunun fark edildiği görülmüştür. Bu özellikler sadece görselliğe odaklanılmaktan ziyade dönüşümün özelliklerinin de farkında olduğunu göstermektedir. Bu bağlamda bu tür açıklamalar 2. düzey olan analiz düzeyinde yer almaktadır.

Bazı öğretmen adaylarının ise şekil ile görüntüsünün simetri merkezinden geçen aynı doğru/doğrultu üzerinde ve eşit uzunlukta olduğunu ifade ettikleri belirlenmiştir. Bu tür açıklamalar analiz düzeyine yer alan açıklamalardan daha üst düzey beceriler gerektirdiğinden 3. Düzey olan informal (basit) çıkarım düzeyinde yer almışlardır. Noktaya göre simetri kavramı için 4 ve 5. düzeye karşılık gelebilecek bir açıklama ise bulunmamaktadır.

5. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi konusuna yönelik alan bilgilerini incelemek ve kavramsal tanımlarını Van Hiele Modeline göre analiz etmektir. Bu amaç doğrultusunda DGABÖ geliştirilmiş, öğretmen adaylarının yanıtları betimsel analiz, içerik analizi ve tematik analiz yöntemlerinden yararlanılarak analiz edilmiştir. Araştırmanın birinci problemi kapsamında öğretmen adaylarının alan bilgilerine yönelik inceleme sonuçlarına aşağıda yer verilmiştir.

5.1. SONUÇ

Öğretmen adaylarının simetri kavramına yönelik açıklama ve sunduğu örneklere ilişkin yapılan içerik analizinde yanıtların en çok “simetri kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama, doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir. Simetri konusundaki açıklamalar incelendiğinde bazı adayların yamuğun ev dik üçgenin simetrik olmadığını düşündüğü, simetri eksenini her zaman şeklin içinden geçmesi gerektiğini, ve simetri ekseninin yalnızca şekli iki eş parçaya bölen doğru olduğunu belirttikleri görülmüştür. Bazı adayların bir şeklin köşegenlerinin her zaman simetri eksenine olacağına veya simetrisinin sadece katlama yöntemiyle belirlenebileceğine dair hatalı düşüncelerinin olduğu görülmüştür. Bazı adayların bir şeklin merkezinden geçen her doğru simetri eksenini olduğunu düşündükleri, simetri ekseninin yalnızca şekli iki eş parçaya bölen doğru olduğunu iddia ettikleri belirlenmiştir. Adayların bir kısmı simetri ekseninin şeklin içinden geçmesi konusunda kısıtlı bir algıya sahiptir. Şeklin simetrik olma nedenini “simetri eksenleri üzerlerinde olan şekiller simetriktir” biçiminde açıklamışlardır. Adayların simetri kavramı ve örnekleri incelendiğinde kavrama genel olarak doğru değinilmesine rağmen günlük yaşam örnekleriyle veya informal özellik açıklamalarıyla sınırlı kaldığı ve “kendi üzerinden geçen bir doğru ile kesildiğinde oluşan parçaların eş olması”, “şeklin aynısının diğer tarafta olması” gibi simetriyi sezgisel düzeyde açıklayan ifadeler kullanıldığı görülmüştür. Ancak tanımlarda “bir şeklin ya da cismin kendi özelliklerini değiştirmeden yeni bir yapı oluşturması ve oluşan bu yapının asıl şekille eş olması” gibi ifadeler kullanılarak simetrisinin özelliklerine yeterince değinilmediği belirlenmiştir. Adayların simetri kavramına yönelik açıklamalarına ilişkin betimsel içerik analizinde beş kategori altında kodlar tespit edilmiştir. Simetri kavramlarına ilişkin açıklamaların büyük bir kısmı, simetri sonucunda oluşan şeklin matematiksel ve geometrik durumuna ilişkin bilgiler içermektedir. En çok simetri doğrusunun şekli iki eş parçaya ayırması, bu parçaların

birbirinin yansıması olması veya üst üste çakışması üzerine durulmuştur. Bazı adaylar “üst üste çakışma”, “aynı görünme” gibi ifadeler kullanmışlardır. Bu ifadeler simetri sonucunda oluşan özellikleri veya durumu, sezgisel düzeyde aktarmaktadır. Sınırlı sayıda adayının “aynı şeklin farklı konumda oluştuğu” ve “görüntünün tekrarlandığı” gibi ifadeler kullandığı, bu durumun simetri ile dönme ya da ötelemenin karıştırıldığını ortaya koyduğu görülmektedir. Genel olarak adayların eşlik ilkesini doğru anladığı ancak matematiksel olarak yeterince ifade edemedikleri belirlenmiştir.

Bazı adayların simetriyi “şeklin yönü değişmeden yer değiştirmesi” ya da “şeklin ötelenmesi” şeklinde tanımladıkları, diğer dönüşümlerle simetriyi karıştırdıkları, “simetri bir şeklin düzlem üzerinde yönü değişmeden yerini değiştirmedir” biçiminde ifadeler kullanarak öteleme ile simetri dönüşümünün karıştırdıkları yada simetriyi döndürme veya çevirme hareketi olarak tanımlayarak dönme ile simetriyi karıştırdıkları tespit edilmiştir. Bu sonuçlar bazı adayların simetri kavramını açıklarken dönüşüm geometrisinin alt kavramları arasında ayırım yapmakta zorlandığını göstermektedir. Adayların simetri kavramına yönelik açıklamaları, genel olarak sezgiye ve şekil özelliklerine dayalı bir anlayış olduğunu göstermektedir. Tanımların matematiksel açıklamaları, yüzeysel ve kavramsal bütünlükten uzaktır. Yapılan tanımların eksen, eşlik, yansıma kavramlarını içeren kavramsal tanım, katlama ya da yapılan fiziksel hareketi görme üzerine temellenen deneyimsel tanım, sadece şekil ya da nesne ifade edilen örnekle tanımlama, estetik ya da benzetmeler kullanılarak yapılan görsel-analojik tanım biçiminde gruplandığı görülmüştür.

Öğretmen adaylarının öteleme kavramına yönelik açıklama ve sunduğu örneklere ilişkin elde edilen veriler incelendiğinde yanıtların çoğunun öteleme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama – doğru örnek verme, kısmen doğru açıklama kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir.

Bazı adaylar öteleme sonucunda yeni bir cisim oluştuğunu iddia etmişlerdir. Kavramı şekil değişmeden hareket, yön değiştirmeden kayma, bir yerden bir yere gitme gibi ifadelerle açıklamışlar ve ötelemeyi sezgisel düzeyde açıklayan ifadeler kullanmışlardır. Bu açıklamalarından yola çıkarak öğretmen adaylarının öteleme kavramını genellikle görsel ve fiziksel olarak açıkladıkları söylenebilir. Açıklamalarda genelde şeklin ve şekli oluşturan parçaların özelliklerinden bahsedilmediği, ötelemenin hangi yön ve doğrultuda öteleme matematiksel olarak açıklanma bağlamında yetersiz olduklarını bu doğrultuda kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında alan bilgisinin yetersiz olduğu belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının dönme kavramına yönelik açıklama ve sunduğu örneklerle ilişkin yapılan içerik analizinde yanıtların çoğunun “dönme kavramını matematiksel olarak kısmen doğru açıklama –eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama” ve “dönme kavramını açıklayamama, yanlış tanım ve eksik ya da hatalı örnek, yetersiz açıklama veya örnek vermeme kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar öğretmen adaylarının dönme dönüşümüne ilişkin kavramsal bilgi düzeylerinin genellikle sınırlı olduğunu ortaya koymaktadır. Adayların önemli bir kısmı dönmeyi “bir merkez etrafında, belirli açı ve yönde şeklin döndürülmesi” olarak kısmen doğru biçimde tanımlamış olsa da, açıklamalar çoğunlukla yüzeysel kalmış ve matematiksel parametreler eksik ifade edilmiştir. Dönme merkezi, açı, yön, mesafe korunumu ve şekil özelliklerinin korunumu gibi temel unsurlar birçok tanımda açıkça belirtilmemiştir. Sık karşılaşılan hatalar arasında dönmenin yalnızca konum veya yön değişimi olarak algılanması, doğruya göre dönme ifadesinin yansıma ile karıştırılması, eksen etrafında dönme kavramının iki boyutlu bağlamda yanlış kullanılması ve dönme ile simetri arasındaki ilişkinin yanlış yorumlanması yer almaktadır. Örneklerde, dönmeye uygun durumların yanı sıra öteleme, yansıma ve hatalı çizimler gibi uygun olmayan örneklerin kullanıldığı; açıklamalarda ise eksik, hatalı veya gerekçesiz ifadelerin yaygın olduğu görülmüştür. Genel olarak, adayların dönme kavramına yönelik görsel-sezgisel düzeyde bilgiye sahip oldukları, ancak kavramsal ve matematiksel açıdan yeterli düzeye ulaşamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Öğretmen adaylarının doğruya göre simetri kavramına yönelik açıklama ve sunduğu örneklerle ilişkin yapılan analizde yanıtların çoğunun “doğruya göre simetri kavramını matematiksel olarak doğru açıklama, doğru örnek verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama” ve “doğruya göre simetri kavramını açıklayamama veya hatalı tanım yapma, doğru örnekler verme ve verilen doğruya göre simetri sorusunu doğru olarak cevaplama” kategorilerinde yer aldığı belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri kavramına ilişkin alan bilgilerinin genel olarak yetersiz, parçalı ve çoğunlukla sezgisel düzeyde kaldığı görülmektedir. Alan bilgisi açısından bakıldığında, tanımların önemli bir bölümünde simetri merkezinin tanımlanması, eşit uzaklık ve doğrusal zıtlık ilişkisi, 180° dönme ile bağlantı, şeklin tüm noktalarının eşlenmesi ve biçimsel özelliklerin korunumu gibi temel parametreler ya hiç yer almamış ya da eksik ve hatalı ifade edilmiştir.

Sık rastlanan kavramsal hatalar; noktaya göre simetriyi doğruya göre simetri ile karıştırma, “noktadan dik inme” veya “dik izdüşüm alma” gibi kavrama uygun olmayan açıklamalar yapma, kavramı öteleme olarak yorumlama, yalnızca tek bir noktanın simetrisini alarak tüm şekli temsil etme, noktadan geçen hayali bir doğruya göre yansıma yapma şeklinde görülmüştür. Adaylar işlemsel olarak kısmen doğru uygulamalar yapsalar da, alan bilgisi bağlamında tanımsal açıklamaları eksik ve matematiksel dil ve gösterimler yetersiz kullandıkları belirlenmiştir. Bu bağlamda adayların noktaya göre simetri dönüşümünün özelliklerini açıklama ve farklı durumlara doğru şekilde uygulama açısından alan bilgilerinin geliştirilmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır.

Alan bilgisi ölçeğinde yer alan altıncı soruya verilen yanıtların analizi, öğretmen adaylarının bir noktaya ardışık olarak yansıma, dönme ve öteleme dönüşümlerini uygulama süreçlerinde farklı yeterlik düzeylerine sahip olduklarını ortaya koymuştur. Adayların yaklaşık yarısı dönüşümleri işlemsel olarak doğru gerçekleştirmiş ancak açıklamalarında sınırlı düzeyde kavramsal ifadeler kullanmıştır. Bazı öğretmen adayları noktaya dönüşüm uygulamak yerine şekil veya doğru parçası üzerinden işlem yaparak verilen noktadan geçtiğini varsaydığı doğruya göre simetri almıştır. Açıklamalarda matematiksel terimlerin yetersiz veya hatalı biçimde kullanıldığı tespit edilmiştir. Bazı adayların ardışık dönüşümlerin birbirini nasıl etkilediğinin analiz edilmediği görülmüştür. Soru bağlamında elde edilen sonuçlar, öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi konusundaki bilgilerini büyük ölçüde işlemsel düzeyde kullandıklarını; kavramsal düzeyde ise dönüşüm sırası, kuralların uygulanması ve matematiksel dil kullanımında eksiklikler bulunduğunu göstermektedir.

Öğretmen adaylarının yedinci soruda yer alan farklı dönüşüm türlerini tanımlama ve açıklama düzeylerine ilişkin yanıtları incelendiğinde seçeneklere göre farklı yanıtlar verdikleri belirlenmiştir. Seçeneklere ilişkin doğru cevaplama oranları görece yüksek olmakla birlikte, açıklamaların önemli bir kısmında dönüşüm parametrelerinin (dönme merkezi, açı, yön) eksik tanımlandığı ya da yanlış yorumlandığı görülmüştür. Özellikle dönme dönüşümlerinde şeklin yönünün değişmeyeceğine yönelik bilginin göz ardı edildiği, yansıma dönüşümlerinde ise simetri doğrularının hatalı belirlenmesi yaygın hatalar arasında yer almaktadır. Eğik simetri doğrusuna göre yansıma içeren E seçeneğinde ve dönme dönüşümünü içeren F seçeneğinde, adayların dönüşümün temel özelliklerini doğru belirlemede zorlandıkları, görsel benzerlikten yola çıkarak hatalı bileşke dönüşümler tanımladıkları tespit edilmiştir. Genel olarak, öğretmen adaylarının dönüşüm türlerini tanıma

düzeylerinin büyük oranda yeterli olduğu, ancak dönüşümün yön, merkez, açı gibi kritik parametrelerini tanımlama ve bu parametrelerin dönüşüm sonucuna etkisini açıklama konusunda önemli eksiklikler bulunduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ölçekte yer alan sekizinci soruda verilen vektöre göre doğru parçasını öteleme uygulamasında adayların yanıtlarının yaklaşık yarısının tüm örneklerde vektöre göre doğru öteleme kategorisinde yer aldığı belirlenmiştir. Bu grup ancak adayların vektör yönü, uzunluğu, şekil korunumunun sağlanması, referans noktalarının kullanılması ve görsel-sezgisel yerleştirme gibi ölçütleri doğru şekilde uyguladıklarını görülmüştür. Ancak bazı adaylar yön, uzunluk ya da referans noktası kullanımında hata yapmış, öteleme ile yansıma dönüşümünü karıştırmış, vektörü taşıyıcı bir araç yerine nesne olarak kullanmış ve işlem-nesne karışıklığı yaşamışlardır. Bu sonuçlar, adayların bir kısmının öteleme dönüşümünün mantığını kavrayarak doğru uygulamalar yapabildiğini, ancak önemli bir bölümünün vektörün işlevini, ötelemenin parametrelerini ve diğer dönüşüm türlerinden farkını anlamada güçlük yaşadığını ortaya koymaktadır.

Ölçekte yer alan dokuzuncu soruda düzlemde verilen, bir E noktasına göre 150 derece döndürülmüş şeklin görüntüsü verilmiş, bu şeklin dönüşüm öncesindeki halini belirlemeleri istenmiştir. Soruda dönme yönü belirtilmemiş, öğretmen adaylarının dönme yönüne hakimiyetinin de incelenmesi amaçlanmıştır. Elde edilen bulgular, DGABÖ'nün dokuzuncu sorusunda öğretmen adaylarının dönme dönüşümüne ilişkin alan bilgilerinde önemli eksiklikler olduğunu ortaya koymaktadır. Yanıtların yaklaşık yarısının “Şeklin dönmeden önceki halini kısmen doğru konumda, yönde ve doğru biçimde çizme” kategorisinde yer aldığı adayların dönme merkezi, açı büyüklüğü ve şekil özelliklerini kısmen doğru kullanarak dönüşüm öncesi şekli belirledikleri, ancak dönüşüm yönünü dikkate almayarak ve tek yönlü çözümler ürettikleri belirlenmiştir. Ayrıca yanıtlarda referans noktalarının hatalı konumlandırılması, tek bir referans noktasının döndürülerek görseli o noktaya göre tamamlaması ve dönüşüm sonucu oluşan görüntü ile şeklin eş olmaması gibi çizimlerin olduğu dönme dönüşümüne yönelik alan bilgisinin yalnızca yüzeysel olarak kavrandığını göstermektedir. Yanıtların önemli bir kısmında dönüşüm türü açıkça belirtilmemiş, referans noktalarının konumlandırılmasında ve şeklin uzamsal yerleştirilmesinde hatalar görülmüştür. Boş bırakılan ya da ilgisiz çizimlerin oranının yüksek olması, adayların dönme dönüşümünün hem işlemsel hem de kavramsal boyutunu yeterince kavramadıklarını, var

olan bilgilerini yüzeysel ve çoğunlukla görsel-sezgisel düzeyde kullandıklarını göstermektedir.

Ölçekte yer alan onuncu soruda adayların yansıma işlemini ve bu işlemi sıralı uygulayarak sonucu yorumlamaları, böylece geometrik dönüşüm bilgisini işlemsel bağlamda ortaya koyması, ortaya çıkan görüntüyü yorumlayarak tek bir dönüşüm tanımlaması böylece bileşik dönüşümü özdeş tek bir dönüşüme indirgemeleri beklenmektedir. Yanıtlar incelendiğinde öğretmen adaylarının yalnızca dörtte birinin dönüşümleri doğru şekilde uyguladığı ve tekil dönüşümü doğru olarak belirlediği görülmüştür. Bu adayların dönüşüm bilgilerini hem işlevsel hem kavramsal olarak yeterli düzeyde ortaya koydukları belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının çoğunun ise yansıma işlemlerini doğru şekilde uyguladıkları ancak bileşik dönüşümü tekil bir dönüşüm ile ifade etmede zorlandıkları görülmüştür. Yanıtların yalnızca %25'i hem işlemsel süreci hem de tekil dönüşümü doğru tanımlamış, büyük çoğunluğu ise dönüşüm türünü hatalı belirtmiş, eksik ifade etmiş ya da kavramları karıştırmıştır. En yaygın doğru tanımlama biçimi, bileşke dönüşümün $(-1, 1)$ noktasına göre simetri olarak ifade edilmesi olurken, bu dönüşümün 180° dönme ile eşdeğerliği de yalnızca sınırlı sayıda yanıt tarafından doğru biçimde belirtilmiştir. Bu adayların dönüşüm bileşenleri ile işlem sonuçlarını ilişkilendirmede özellikle bileşik dönüşümlere özdeş dönüşüm ifade etmede kavramsal zorluk yaşadıkları ortaya konulmuştur. Bu sonuçlar, adayların bileşke dönüşüm ile tekil dönüşüm arasındaki ilişkiyi kurma, dönüşüm türlerini doğru seçme ve parametrelerini eksiksiz ifade etme konularında kavramsal ve işlemsel düzeyde gelişime ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

Ölçekte yer alan on birinci soruda düzlemde verilen bir paralelkenara dönme ardından yansıma işlemleri uygulandıktan sonra oluşan şeklin ilk paralelkenar ile kıyaslanması ve değişmeyen/korunan özelliklerin belirtilmesi istenmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının dönüşüm sonucunda korunan ve korunmayan geometrik özellikleri ifade etme düzeylerinde farklılıklar olduğunu göstermektedir. En çok vurgulanan özellikler kenar uzunluklarının (%69,6) ve açı ölçülerinin (%48,2) korunumudur. Bununla birlikte alanın korunumu (%25), boyut/büyüklik değişmezliği (%19,6), paralellik (%8,9), köşegen uzunlukları (%7,1), yükseklik (%3,6) ve eşlik (%3,6) gibi diğer özellikler daha düşük oranlarda belirtilmiştir. Konum ve yön değişimine ilişkin ifadeler oldukça sınırlı olup (%1,8), bazı adaylar bu unsurları korunmayan özellikler kapsamında değerlendirmiştir. Alanın, paralellik özelliğinin, eşlik özelliğinin, köşegen uzunluklarının, yüksekliğin, boyut ve büyüklüğün değişmeyeceğini ifade eden adaylar, şeklin konumunun ve yönünün

değişeceğini belirtmiştir. Bazı öğretmen adaylarının şeklin görünümünün, konum ve koordinatların, ağırlık merkezi korunumunun değişmeyeceğine yönelik hatalı açıklamalar yaptığı belirlenmiştir. Genel olarak, dönüşüm parametrelerinin tümüne doğru biçimde değinen bir aday bulunmamış; özellikle şeklin eşliği, köşegen özellikleri ve yön-konum değişimine ilişkin doğru ifadelerin yetersiz kaldığı görülmüştür. Bu durum dönüşümün etkilerinin daha çok görsel olarak kavrandığını göstermektedir. Ayrıca bazı adaylar sadece “şekil değişmez” ifadelerini kullanmış ancak geometrik anlamda hangi parametrelerden bahsettiklerini açıklamamıştır.

Ölçekte yer alan on ikinci soruda öğretmen adaylarının, belirli düzlemde köşe noktaları verilen bir dörtgene belirli merkez ve ölçek faktörü ile büyütme/homoteti dönüşümünü uygulamaları, dönüşüm sonucu meydana gelecek değişimler ve sebeplerine yönelik çıkarım yapmaları istenmiştir. Yanıtların yalnızca %3,6’sı hem doğru seçeneği belirleyip hem de doğru ve eksiksiz açıklama yapabilmiş, %30,4’ü doğru seçeneği seçmesine rağmen açıklamayı kısmen doğru yapmış, %14,3’ü açıklama yapmamış, %48,2’si ise doğru seçeneği seçmesine rağmen hatalı açıklama yapmıştır. Yanıtların %3,6’sında yanlış seçenek işaretlenmiş ya da soru boş bırakılmıştır. Yapılan incelemede yalnızca iki adayın meydana gelecek değişimi doğru belirlediği ve sebebini doğru açıkladığı görülmüştür. Adayların çoğunun şekilde meydana gelecek değişimi doğru belirlediği ancak sebebine yönelik çıkarım yapmada zorlandıkları belirlenmiştir. Ayrıca bazı adayların ölçek faktörünü yanlış yorumladığı, şekildeki değişimin merkez ile ilgili olduğunu düşünme ve ölçek faktörünü göz ardı ettiği, “yarıya inen şeklin alanı da yarıya iner” şeklinde alan ile ilgili hatalı bilgilerinin olduğu belirlenmiştir. Adayların şekilde meydana gelecek değişimi sezgisel olarak belirledikleri ve sebebini açıklamadıkları değerlendirildiğinde büyütme/homotetiye yönelik alan bilgilerinin eksik/yetersiz olduğu görülmüştür.

Ölçekte yer alan on üçüncü soruda, restoran problemi üzerinden öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisi kavramlarını tanıma, açıklama bilgisini, dönüşümlerin gerçek yaşam bağlamında nasıl kullanılacağını açıklama becerisini ve mekansal akıl yürütme becerilerini dönüşüm geometrisi bağlamında değerlendirmek amaçlanmıştır. Yapılan incelemede adayların dönüşüm türlerini genel olarak tanıdıklarını ancak teknik açıdan doğru kullanımın ve matematiksel dilin sınırlı olduğu belirlenmiştir. Yanıtlarda en çok öteleme dönüşümüne yer verilmiş (%71), bunu simetri (%50), yansıma (%44,4) ve dönme (%33,3) dönüşümleri izlemiştir. Katılımcılar, dönüşümleri masa-sandalye yerleşimi, dekoratif unsurlar, zemin ve duvar düzenlemeleri ile kapı, pencere ve kolon gibi yapısal öğelerin konumlandırılması

bağlamında kullanabileceklerini belirtmişlerdir. Estetik düzenleme kapsamında simetri ve tekrarlayan desen uygulamaları öne çıkarken, mimari öğelerle ilişkilendirmede özellikle iç mekân yerleşimi üzerinde durulmuştur. Kavramsal doğruluk açısından öteleme, dönme, yansıma ve simetri kavramlarını doğru kullanan adayların yanı sıra, bu kavramları yüzeysel ve bağlamsal açıklamalarla sınırlı şekilde ifade eden adayların da olduğu görülmüştür. Matematiksel açıklama düzeyi incelendiğinde yalnızca dört adayın teknik dil (açı, eksen, merkez, vektör vb.) kullandığı, çoğunluğun ise genel ve yüzeysel ifadelerle yetindiği belirlenmiştir. Ayrıca bileşke dönüşüme ilişkin hiçbir açıklamaya rastlanmamıştır. Öteleme kavramı en çok, doğru kullanılan dönüşüm olmuş; yanıtlarda mesafe, yön, tekrar kavramlarına yer verilmemiştir. Açıklamalar kavramsal doğruluk ve matematiksel açıklama düzeyi bakımından eksik/yetersiz bulunmuştur. Bu sonuçlar, adayların dönüşüm türlerini tanıma ve günlük yaşam bağlamında örneklendirme konusunda yeterli olduklarını, bileşke dönüşüm bilgisi ve matematiksel dil kullanımının geliştirilmesine ihtiyaç duyduklarını göstermektedir.

Elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde, öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisine ilişkin alan bilgilerinin büyük ölçüde işlemsel düzeyde kaldığı, kavramsal düzeyde ise önemli eksiklikler taşıdığı görülmektedir. Adaylar genellikle dönüşüm türlerini (öteleme, yansıma, dönme, simetri, homoteti) tanıyabilmekte ve görsel-sezgisel düzeyde açıklamalar yapabilmektedir. Ancak bu açıklamalar çoğunlukla parametrelerin (merkez, açı, yön, mesafe, ölçek faktörü vb.) eksiksiz tanımlanması ve matematiksel dil kullanımı açısından yetersizdir. Ölçek faktörünün anlamı, bileşke dönüşümün tekil dönüşüme indirgenmesi, farklı dönüşüm türleri arasındaki ayrım (ör. öteleme–simetri, dönme–simetri) ve korunan/korunmayan özelliklerin sistematik biçimde ifade edilmesi tespit edilen problemlerdendir. Ayrıca adayların günlük yaşam bağlamında dönüşüm geometrisi kavramlarını kullanabilme potansiyeli yüksek olmasına rağmen açıklamalarında genellikle yüzeysel, sezgisel ve bağlamsal örneklerle sınırlı kaldıkları görülmüştür. Elde edilen sonuçlar öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisine ilişkin alan bilgileri, dönüşüm türlerini tanıma ve görsel-sezgisel düzeyde açıklama yapma açısından kısmen yeterli olmakla birlikte; dönüşüm parametrelerini eksiksiz tanımlama, kavramlar arası ayrımı netleştirme, bileşke–tekil dönüşüm ilişkisini kurma ve matematiksel dili doğru kullanma konularında geliştirilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Araştırmanın ikinci problemi kapsamında öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisine ilişkin kavramsal tanımlarının, Van Hiele Modeline göre düzeylerini belirlemek amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda alan bilgisi ölçeğinde öğretmen adaylarına yöneltilen öteleme, dönme, yansıma, doğruya göre simetri ve noktaya göre simetri kavramlarını temel alan sorulara ilişkin adayların verdikleri yanıtlar bu problem kapsamında analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlar şöyledir. Öğretmen adaylarının öteleme kavramına ilişkin kavramsal tanımlamaları ve örnekleri; yön, mesafe/uzaklık, biçimsel özellikler, referans noktası/doğrusu, matematiksel gösterim ve dönüşümler arası karşılaştırma göstergeleri doğrultusunda değerlendirilmiştir. Yapılan inceleme sonucunda, öğretmen adaylarının açıklamalarında tüm bu boyutların yüksek oranlarda ele alındığını görülmüştür.

Adayların öteleme açıklamalarında %83,3 oranında yön bilgisi %88,9 oranında mesafe uzaklık bilgisi %64,8 oranında biçimsel özellik %57,4 oranında referans noktası doğrusu bilgisi %46,3 oranında matematiksel gösterim bilgisi %31,5 oranında dönüşümler arası karşılaştırmaya yönelik açıklama ya ilişkin ifadeler olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte, yön ve mesafe/uzaklık bilgisine diğerlerine oranla daha sık vurgu yapıldığı; biçimsel özellikler, referans noktası/doğrusu, matematiksel gösterim ve dönüşümler arası karşılaştırma boyutlarının da önemli ölçüde açıklamalarda yer almasıyla birlikte yön ve mesafe/uzaklık bilgisi kadar öne çıkmadığı belirlenmiştir. Bu durum, öğretmen adaylarının öteleme kavramını çok boyutlu şekilde açıkladıklarını, ancak bazı özelliklerin açıklamalarda daha belirgin biçimde ele alındığını göstermektedir.

Öğretmen adaylarının açıklamalarında yüksek oranlarda öteleme kavramının çeşitli özellikleri ile ele alındığı görülse dahi bu özelliklere yönelik açıklamaların yüzeysel ve informal açıklamalarda yoğunlaştığı belirlenmiştir. Öteleme kavramına yönelik açıklamaların Van Hiele modeline göre düzeyleri incelendiğinde %77,8 oranında en çok ikinci düzeyde tanımlamalar yapıldığı, düzey 1 ve düzey 3 deki tanımlamaların oldukça sınırlı kaldığı, düzey 4 ve düzey 5 bağlamında herhangi bir açıklama yapılmadığı belirlenmiştir. Yani öğretmen adayları ötelemeyi düzlemdeki her noktayı belirli bir yön ve mesafede hareket ettiren bir dönüşüm olduğunu açıklamamış bu doğrultuda bir öteleme fonksiyonu tanımlamamıştır. Ya da ötelemenin öklid düzlemindeki izometrik dönüşümler grubunun bir elemanı olduğunu cebirsel ya da vektörel olarak tanımlamamış özelliklerini ifade etmemişlerdir. %5,6 oranında az sayıda öğretmen adayı şeklin tüm noktalarının aynı vektörle taşındığını ifade etmiş ve öteleme ve özelliklerini doğru biçimde açıklamış diğer

dönüşümlerle karşılaştırabilmişlerdir. Ancak adayların oldukça büyük bir kısmı ötelemeyi kenar, açı, yön bilgisiyle tanımlayarak ikinci düzeyde açıklamalar yapmışlardır. Adayların %16,7'si ötelemeyi sadece dış görünüşe odaklanarak fiziksel hareketle ve somut örneklerle açıklamayı tercih etmişlerdir .

Öğretmen adaylarının dönme kavramına ilişkin kavramsal tanımlamaları ve örnekleri; yön, mesafe/uzaklık, biçimsel özellikler, açı, konum, referans noktası/doğrusu, matematiksel gösterim ve dönüşümler arası karşılaştırma ölçütleri çerçevesinde incelenmiştir. Yapılan incelemede, açıklamalarında tüm bu özelliklerin çoğu öğretmen adayı tarafından ele alındığı görülmüştür. Özellikle açı, konum ve referans noktası/doğrusu bilgileri daha çok ele alınırken; yön, biçimsel özellikler, matematiksel gösterim ve dönüşümler arası karşılaştırma gibi diğer bilgilerin daha az oranda açıklamalarda ele alındığı görülmüştür. Mesafe/uzaklık bilgisine ise diğerlerine oranla daha az değinildiği belirlenmiştir.

Elde edilen sonuçlara göre öteleme bağlamında adaylarının açıklamalarında %36,7 oranında yön bilgisi, %8,2 oranında mesafe uzaklık bilgisi, %32,7 oranında biçimsel özellikler, %89,8 oranında açı bilgisi, %65,4 oranında konum bilgisi, %69,4 oranında referans noktası/doğrusu bilgisi, %36,7 oranında matematiksel gösterim bilgisi, %26,7 oranında dönüşümler arası karşılaştırmaya yönelik ifadeler yer verdiği belirlenmiştir. Öteleme dönüşümünde olduğu gibi her ne kadar çoğu göstergenin açıklamalarda ele alındığı görülse de, bu göstergelerin çoğunlukla geometrik düşünme düzeylerinden birincisi olan görsel düzey özelliklerine uygun biçimde ifade edildiği belirlenmiştir. Dönme kavramına yönelik tanımların, Van Hiele Modeline göre düzey dağılımları incelendiğinde en çok düzey 2 seviyesinde (%55,1) açıklamaların olduğu görülmüştür. Yani öğretmen adayları her ne kadar kavrama dair parametrelerin farkında olsalar da bu parametreleri matematiksel olarak açıklamada dilsel bağlamda yetersiz kalmışlardır. Yapılan incelemelerde, dönme kavramına yönelik de Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden dördüncü ve beşinci düzey bağlamında bir açıklamaya rastlanmamıştır. Yani öğretmen adayları dönmeye ilişkin açıklamalarında dönüşüm geometrisinde yer alan dönme, yansıma, öteleme kavram ve tanımları arasında ilişki kurma, aksiyomatik düzeyde analiz etme, dönmeyi geometrik ve cebirsel olarak ifade etme ve dönüşümün izometrikliğiyle ilişkilendirme bağlamında herhangi bir ifade kullanmamıştır. Ayrıca dönme dönüşümünü aksiyomatik sistemde tanımlayabilme, diğer dönüşümlerle yapısal ilişki kurabilme, farklı geometrik sistemlerdeki dönme özelliklerini karşılaştırma gibi ifadelerle tanımlamalarında yer vermemişlerdir. Pek

çok öğretmen adayı açıklamalarında matematiksel ifadelerle yer vermemiş dönme kavramını fiziksel olarak açıklamıştır. Bunun yanında açı ve dönme ilişkisine değinseler de dönme yönüne ve merkezine dair yeterli ifade kullanmışlardır. Bazı öğretmen adaylarının ise dönmeyle belirli bir eksen etrafında dönme olarak ifade etmelerine rağmen tanımlamalarını 2 boyutlu koordinat sisteminde göstermiş olmaları 3 boyutlu geometrik sistemde doğruya göre dönme işleminin varlığına dair alan bilgilerinin yetersiz olduğunu göstermektedir. Öğretmen adayları dönmeyle ilişkin örneklerini çoğunlukla günlük yaşam örnekleriyle sınırlandırmış geometrik şekil ve özelliklerine yönelik dönme bağlamında açıklamaların yetersiz olduğu görülmüştür. Az sayıda aday ise dönme dönüşümünü şeklin tüm noktalarını dönme merkezine göre uzaklıkların korunarak aynı yönde ve açıda dönmesi olarak tanımlamış daha soyut ifadelerle dönme kavramını basit çıkarım düzeyinde açıklayabilmişlerdir. Elde edilen sonuçlar öğretmen adayları büyük bir bölümünün dönme kavramına yönelik açıklamalarının ve örneklerinin ikinci düzey olan analiz düzeyinde sınırlı kaldığını göstermektedir

Öğretmen adaylarının yansıma kavramına ilişkin kavramsal tanımlamaları ve örnekleri; mesafe/uzaklık, biçimsel özellikler, referans noktası/doğrusu, konum değişikliği ve matematiksel gösterim göstergeleri çerçevesinde incelenmiştir. Açıklamalarda %55,6 oranında mesafe uzaklık bilgisi %77,8 oranında biçimsel özellik bilgisi %94,4 oranında referans noktası doğrusu bilgisi %13 oranında konum değişikliği bilgisi ve %66,7 oranında matematiksel gösterim kullanımı yer aldığı tespit edilmiştir. Yapılan incelemede, referans noktası/doğrusu, biçimsel özellikler ve matematiksel gösterim hakkındaki bilgilere daha sık vurgu yapılırken; mesafe/uzaklık bilgisinin de önemli oranda ele alındığı görülmüştür. Konum değişikliği bilgisi ise açıklamalarda daha sınırlı biçimde yer almıştır. Bu durum, öğretmen adaylarının yansıma kavramını açıklarken hem görsel hem de matematiksel özellikleri dikkate aldıklarını, ancak bazı özellikleri diğerlerinden daha fazla belirttiklerini ortaya koymaktadır.

Diğer kavramlarda olduğu gibi her ne kadar çoğu tanımda çeşitli özelliklerin ele alındığı görünse de bu özellikler genellikle geometrik düşünme düzeylerinden birincisi olan görsel düzeyde açıklamalardan oluşmuştur. Yansıma kavramına yönelik tanımların, Van Hiele Modeline göre düzey dağılımları incelendiğinde en çok düzey 2 seviyesinde (%70,4) açıklamaların yapıldığı belirlenmiştir. %18,5 oranında düzey bir %11,1 oranında ise düzey 3 bağlamında açıklamalar yapıldığı görülmüştür. Ayrıca düzey 4 ve düzey 5 bağlamında

herhangi bir açıklama bulunmadığı tespit edilmiştir. Yani öğretmen adayları yansımayı tek bir öklidiyen sistem içerisinde izometrik bir dönüşüm olarak tanımlamamış veya yansımayı farklı aksiyomatik sistemlerde dönüşüm maddeleri ya da cebirsel gösterimlerle ele almamıştır. Büyük bir oranda yansımada şeklin ters biçimde döndüğünü ifade ederek noktaların simetri noktasına ya da doğrusuna eşit uzaklıkta olduğunu açıklamışlar. Bu bağlamda uzunluk, açı gibi kavramların korunmasını fark ettiklerine dair ifadeler kullanmışlardır. Yansıma ile ilgili yanıtlar Van Hiele Modeline göre analiz edildiğinde açıklamaların ikinci düzey olan analiz düzeyinde yoğunlaştığı belirlenmiştir. Öteleme kavramında olduğu gibi, öğretmen adaylarının yansıma ile ilgili özelliklerin de farkında olduğu ancak bu özellikleri matematiksel olarak açıklamada yetersiz kaldıkları görülmüştür. Yansıma kavramına yönelik de Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden dördüncü ve beşinci düzeyde bir açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir.

Öğretmen adaylarının doğruya göre simetri kavramına ilişkin kavramsal tanımlamaları ve örnekleri; mesafe/uzaklık, biçimsel özellikler, referans doğrusu, konum değişikliği ve matematiksel gösterim göstergeleri doğrultusunda incelenmiştir. Yapılan incelemede, tüm açıklamalarda referans doğrusu bilgisinin yer aldığı görülmüştür. Belirlenen göstergeler çerçevesinde açıklamalarda %85,7 oranında mesafe uzaklık bilgisi %17,9 oranında biçimsel özellikler ve %89,3 oranında konum değişikliği bilgisi kapsamında ifadelerin bulunduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte mesafe/uzaklık ve konum değişikliği bilgilerine de yüksek oranda değinilirken, biçimsel özelliklerin daha sınırlı düzeyde ifade edildiği görülmüştür. Bu durum, öğretmen adaylarının doğruya göre simetri kavramını açıklarken çoğunun kısmen de olsa matematiksel gösterimi ele aldığını, kavramı görsel olarak nitelenmekten daha üst düzey bilgilerin varlığını göstermektedir. Bu bulgu, alan bilgisi bulgularına paralel şekilde doğruya göre simetrisinin, diğer dönüşümlere kıyasla geometrik düşünme düzeylerinde de daha üst düzey açıklamalar içerdiğini ortaya koymuştur.

Doğruya göre simetri kavramına yönelik tanımların, Van Hiele Modeline göre düzey dağılımları incelendiğinde açıklamaların büyük oranda (%66,1) ikinci düzey olan analiz düzeyinde yoğunlaştığı, bunun yanı sıra kalan açıklamaların ise çoğunlukta olarak üçüncü düzeyde yer aldığı belirlenmiştir. Bu bulgu öğretmen adaylarının doğruya göre simetriyi açıklarken matematiksel özelliklere daha çok yer verdiklerini ancak bir kısmının bu özellikleri doğru şekilde ifade ederek kavramın matematiksel yönünü anlamlı biçimde yansıttıklarını göstermektedir. Çalışmada %1,8 oranında düzey bir %32,1 oranında düzey 3

bağlamında açıklamalar yapıldığı görülmüştür. Yapılan incelemede doğruya göre simetriye yönelik Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinden dördüncü ve beşinci düzeyde bir açıklamanın bulunmadığı belirlenmiştir. Yani öğretmen adayları doğruya göre simetri fonksiyonuna ilişkin herhangi bir tanımlama yapmamış, doğruya göre simetriyi her noktayı bir referans doğrusuna göre izometrik olarak yansıtan bir fonksiyon olarak açıklamamıştır. Ya da farklı aksiyomatik sistemlerde doğruya göre simetri tanımlaması ve karşılaştırması yapmamışlardır. Bunun yanında az sayıda aday doğruya olan dik uzaklıkların eş olduğunu ifade etmiş ve simetri doğrusunu tanımlamıştır, izometrik özellikleri açıklamıştır. Ancak adayların çoğu şeklin simetri doğrusuna göre şeklin ters tarafa geçtiğini ifade ederek noktaların simetri doğrusuna eş uzaklıkta olduğunu informal olarak ikinci düzey bağlamında açıklamıştır.

Öğretmen adaylarının noktaya göre simetri kavramına ilişkin kavramsal tanımlamaları ve örnekleri; mesafe/uzaklık, biçimsel özellikler, referans noktası, konum değişikliği ve matematiksel gösterim göstergeleri çerçevesinde incelenmiştir. Açıklamalarda %50 oranında mesafe uzaklık bilgisi %3,6 oranında biçimsel özellik bilgisi %91,1 oranında referans noktası bilgisi %25 oranında konum değişikliği bilgisi ve %67,9 oranında matematiksel gösterim kullanımına ilişkin ifadeler yer aldı belirlenmiştir. Yapılan incelemede, açıklamalarda en sık vurgulanan özelliğin doğruya göre simetriye benzer şekilde referans noktası bilgisi olduğu görülmüştür. Ayrıca matematiksel gösterim ve mesafe/uzaklık bilgisinin de açıklamalarda yoğun bir şekilde ifade edildiği; konum değişikliği ve biçimsel özelliklere ise daha az vurgu yapıldığı tespit edilmiştir. Noktaya göre simetri kavramına yönelik tanımların, Van Hiele Modeline göre düzey dağılımları incelendiğinde %64,3 oranında ikinci düzey, %5,4 oranında birinci düzey, %30,4 bir oranında üçüncü düzey de olduğu tespit edilmiştir. Dördüncü ve beşinci düzey bağlamda herhangi bir açıklamaya rastlanmamıştır.

Noktaya göre simetriye ilişkin yanıtlar Van Hiele Modeline göre analiz edildiğinde açıklamaların, doğruya göre simetriyle benzer şekilde, büyük oranda ikinci düzey olan analiz düzeyinde yoğunlaştığı, kalan açıklamaların ise çoğunlukla üçüncü düzeyde yer aldığı belirlenmiştir. Bu bulgu öğretmen adaylarının noktaya göre simetriyi açıklarken matematiksel özelliklere daha çok yer verdiklerini, bir kısmının ise bu özellikleri doğru şekilde kullanarak kavramın matematiksel yönünü anlamlı biçimde yansıttıklarını göstermektedir. Yani öğretmen adayları açıklamalarında noktaya göre simetri kavramını

cebirsel dönüşüm ya da fonksiyon olarak tanımlanmamıştır. Farklı aksiyomatik sistemde noktaya göre simetri tanımlaması ve karşılaştırması yapmamıştır. Pek çok öğretmen adayı noktaya göre simetriği, doğruya göre simetri ile karıştırarak ayırt edememiş verilen noktadan geçen hayali bir doğru çizmiş ve verilen geometrik şekli bu doğruya göre yansıtmıştır. Çoğu öğretmen adayının simetri merkezinin farkında oldukları ancak doğrudan simetri merkezi kavramını ifade eden az sayıda açıklama yaptıkları belirlenmiştir. Ayrıca şekil ile görüntüsünün simetri merkezine eş uzaklıkta olduğunu fark ettikleri ancak bunu matematiksel olarak ifade etmedikleri görülmüştür. Bazı öğretmen adaylarının ise şekil ve görüntüsünün simetri merkezinden geçen aynı doğru ya da doğrultu üzerinde ve eşit uzaklıkta olduğunu ifade edebildikleri görülmüştür.

5.2. TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırmada, öğretmen adaylarının öteleme kavramına ilişkin yanıtları incelendiğinde, kavramın matematiksel boyutunun kısmen açıklanabildiği, ancak tanımların genellikle sezgisel düzeyde kaldığı görülmüştür. Ötelemeye uygun olan ve olmayan örnekler çoğunlukla doğru şekilde belirtilmiş olsa da, bu örneklerin ağırlıklı olarak günlük yaşam bağlamıyla sınırlı kaldığı tespit edilmiştir. Açıklamalarda “bir yerden bir yere gitme”, “yön değiştirmeden kayma” ve “şekil değişmeden hareket etme” gibi ifadelerin öne çıkması, adayların kavramı daha çok görsel veya deneyimsel bir algı üzerinden tanımladıklarını göstermektedir. Bununla birlikte, ötelemenin tanımsal temelini oluşturan “tüm noktaların aynı doğrultuda ve eşit uzaklıkta yer değiştirmesi” ifadesine yer verilmemesi, kavramın matematiksel doğasının yeterince içselleştirilmediğini ortaya koymaktadır. Bu durum, Yanık’ın (2011) çalışmasındaki bulgularla paralellik göstermektedir. Söz konusu çalışmada, katılımcıların yalnızca bir şekil çizerek fiziksel bir temsil sundukları, ancak düzlemdeki tüm noktaların ötelendiğini düşünmedikleri rapor edilmiştir. Dolayısıyla, ötelemenin yalnızca şekil üzerinde gerçekleşen bir hareket değil, düzlemdeki tüm noktaları kapsayan bir dönüşüm olduğu bilgisinin, öğretmen adaylarının önemli bir kısmı tarafından yeterince kavranmadığı anlaşılmaktadır.

Ötelemeye ilişkin bir diğer bulgu, kavramın temel bileşenlerinden biri olan vektör ile ötelemeye yöneliktir. Araştırmada, öğretmen adaylarının çoğunun vektörün ötelemeye ilişkin özelliklerini dikkate alarak, verilen vektöre göre şekli doğru şekilde ötelemediği belirlenmiştir. Ancak bazı adayların, verilen doğru parçasını vektör gibi kabul edip vektörü taşıma, vektörü şekil gibi algılayıp ötelenen nesneymiş gibi taşıma, vektörü veya doğru parçasını bir doğruya göre yansıtma, vektörden ya da şekilden geçen hayali doğrular varsayarak öteleme veya yansıma dönüşümü yapma, simetri ile öteleme arasındaki farkı gözetmeme ve vektörleri simetri doğrusu olarak değerlendirme gibi hatalar yaptıkları tespit edilmiştir. Bu bulgular, literatürdeki benzer çalışmalarla örtüşmektedir. Nitekim Yanık ve Flores’in (2009) çalışmasında da öğretmen adaylarının vektörleri simetri doğrusu olarak değerlendirdikleri belirlenmiştir. Ayrıca, elde edilen sonuçlara paralel olarak, öğrencilerin geometrik ötelemelerde vektörleri anlamada zorluk yaşadıklarını çeşitli araştırmalar ortaya koymuştur (Harper, 2003; Hollebrands, 2003; Watson ve ark., 2002; Yanık & Flores, 2009).

Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun simetri kavramını kısmen de olsa ifade edebildiklerini ve simetrik/simetrik olmayan geometrik şekillere yönelik uygun örnekler verdiklerini göstermektedir. Ancak bu tanımların çoğunlukla günlük yaşam bağlamı veya informal özellik açıklamaları ile sınırlı kaldığı; “kendi üzerinden geçen bir doğru ile kesildiğinde oluşan parçaların eş olması” ya da “şeklin aynısının diğer tarafta olması” gibi sezgisel ifadelerle dayandığı belirlenmiştir. Buna karşılık, “bir şeklin ya da cismin kendi özelliklerini değiştirmeden yeni bir yapı oluşturması ve oluşan bu yapının asıl şekille eş olması” gibi kavramın matematiksel özelliklerini vurgulayan tanımlara yeterince yer verilmediği görülmüştür.

Bu durum, Köse'nin (2012) çalışmasındaki bulgularla paralellik göstermektedir. Söz konusu çalışmada, öğretmen adaylarının simetriyi belirleme konusunda genel olarak zorlanmadıkları, ancak yansıma, simetri eksenini, eşlik ve benzerlik kavramlarının formal tanımlarını tam olarak ifade edemedikleri rapor edilmiştir. Benzer şekilde, Türnüklü, Alaylı ve Akkaş'ın (2013) çalışmasında da öğretmen adaylarının kavramlara ilişkin akademik tanımlardan çok, kişisel ve informal tanımlar kullandıkları vurgulanmıştır. Araştırmamızda da benzer bir durum gözlenmiş, katılımcıların doğru örnekler vermelerine rağmen tanımlarında matematiksel dili kullanma konusunda yetersiz kaldıkları ortaya konmuştur.

Bununla birlikte, Son'un (2006) çalışmasında öğretmen adaylarının bir kısmının paralelkenarın simetri eksenini olduğunu düşündüğü ve simetri kavramının özelliklerini tam olarak bilmedikleri rapor edilmiştir. Bu bulgu, çalışmamızda elde edilen sonuçlarla çelişmektedir. Nitekim araştırmamızda, öğretmen adaylarından simetrik olmayan şekillere örnek vermeleri istendiğinde, paralelkenarın simetrik bir şekil olmadığı ve simetri eksenine sahip bulunmadığı yönündeki ifadeler sıklıkla dile getirilmiştir.

Araştırmada elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının dönme dönüşümü kavramını genellikle “kendi etrafında dönme” veya “bir merkez etrafında dönme”, “şeklin dönerek yer değiştirmesi” gibi görsel hareket ifadeleriyle açıkladıklarını ortaya koymuştur. Bu durum, adayların kavramı çoğunlukla sezgisel düzeyde algıladığını ve matematiksel tanımlamadan ziyade günlük dil ile ifade ettiklerini göstermektedir. Nitekim açıklamalarda referans noktası veya referans doğrusu gibi kavramlara yer verilse de, örneklerde dönme merkezi, açısı ve yönü gibi temel unsurların genellikle göz ardı edildiği görülmüştür.

Elde edilen bulgular, Turgut, Yenilmez ve Anapa'nın (2014) araştırması ile de paralellik göstermektedir. Söz konusu çalışmada, öğretmen adaylarının dönme becerilerinin düşük olduğu; dönme merkezini belirlemede zorlandıkları ve dönüşümü uygularken uzaklık, açı ve yön gibi temel ölçütleri dikkate almadıkları belirtilmiştir. Benzer şekilde, bu çalışmada da dönme merkezi, açısı ve yönü gibi öğelerin genellikle belirtilmediği görülmüştür.

Sonuç olarak, öğretmen adaylarının dönme dönüşümüne ilişkin bilgi düzeylerinin formal matematiksel özellikler açısından eksik olduğu, kavramın çoğunlukla görsel veya sezgisel bağlamda ele alındığı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının simetri, öteleme ve dönme kavramlarına ilişkin açıklamalarının matematiksel doğruluk düzeyi incelendiğinde; simetri kavramının matematiksel olarak doğru veya kısmen doğru açıklandığı yanıt oranı %60,8, öteleme kavramının aynı ölçütlere göre açıklanma oranı %89,3 ve dönme kavramının %58,9 olarak tespit edilmiştir. Bu sonuç, dönüşümlerin açıklanmasında en yüksek doğruluk oranının ötelemede, ardından simetri ve dönmede olduğunu göstermektedir.

Söz konusu bulgular, Glass'ın (2001) çalışmasıyla paralellik göstermektedir. Glass (2001), öğrencilerin öteleme kavramını en iyi kavradıklarını, bunu yansımanın izlediğini ve dönme kavramını ise en az somutlaştırabildiklerini rapor etmiştir.

Buna karşın, öğretmen adaylarının dönüşümleri, parametrelerini ve özelliklerini dikkate alarak açıklama oranlarının oldukça düşük olduğu görülmüştür. Bu oranlar simetri için %12,6, öteleme için %7,1 ve dönme için %8,9 olarak belirlenmiştir. Bu oranlar, öğretmen adaylarının simetri, öteleme ve dönme dönüşümlerini matematiksel olarak açıklamada ciddi zorluklar yaşadıklarını göstermektedir. Bu durum, literatürdeki çalışmalarla da paralellik göstermektedir. Nitekim çeşitli araştırmalarda hem öğrencilerin hem de öğretmenlerin yansıma, dönme ve öteleme kavramlarını anlama ve görselleştirmede güçlük yaşadıkları ortaya konulmuştur (Desmond, 1997; Edwards & Zazkis, 1993; Law, 1991; İlaslan'dan, 2013).

Öğretmen adaylarının kavramsal tanımlarını Van Hiele geometrik düşünme modeline göre incelediğimizde;

Yansıma kavramının çoğunlukla ikinci düzeyde açıklandığı (%70,4),

Öteleme kavramının çoğunlukla ikinci düzeyde açıklandığı (%77,8),

Dönme kavramının çoğunlukla birinci (%38) ve ikinci (%55,1) düzeyde açıklandığı,

Doğruya göre simetrisinin çoğunlukla ikinci (%66,1) ve üçüncü (%32,1) düzeyde açıklandığı,

Noktaya göre simetrisinin çoğunlukla ikinci (%64,3)ve üçüncü (%30,4) düzeyde açıklandığı,

görülmüştür. Bu bulgular, öğretmen adaylarının yansıma, öteleme ve dönme kavramlarının yoğunlukta olarak Van Hiele modelinin ikinci düzeyinde açıkladıklarını ve üçüncü düzey veya daha üst düzeyde kavramsal açıklamaların bulunmadığını ortaya koymaktadır. Doğruya ve noktaya göre simetri kavramlarının ise diğer dönüşüm türlerine kıyasla daha üst düzey açıklamalar ile tanımlandığı görülmüştür.

Geometrik düşünme düzeylerine yönelik bulguların literatürdeki birçok çalışma ile aynı sonuca ulaştığı görülmektedir. Mbusi (2016), öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisine ilişkin Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini incelediği çalışmasında, adayların çoğunun ikinci düzeydeki geometrik akıl yürütmenin ötesine geçemediklerini belirtmiştir. Benzer şekilde, Kambilombilo ve Sakala (2015), hiçbir öğrencinin üst düzey geometrik becerilere sahip olmadığını ve büyük çoğunluğun Van Hiele modelinin ilk iki düzeyinde işlem yaptığını ortaya koymuştur. Duatepe (2000) ve Knight (2006) da ilköğretim matematik öğretmen adaylarının düşünme düzeylerinin Van Hiele düzeylerinden üçüncüsünün altında olduğunu vurgulamışlardır.

2024 Maarif modeli ortaokul matematik dersi öğretim programı incelendiğinde öğrencilerden:

Yedinci sınıf düzeyinde; şekillerin yansıma dönüşümü sonucu görüntülerine dair çıkarım yapabilmeleri ve yansıma dönüşümü deneyimlerini açığortay ve orta dikme inşasına yansıtılabilmelerinin beklendiği;

Sekizinci sınıf düzeyinde ise; matematiksel araç, gereç ve teknoloji yardımıyla öteleme dönüşümünü çözümlayebilmeleri, koordinat düzleminde geometrik şekillerin apsis ve ordinat değerlerinin öteleme dönüşümündeki değişimlerine ve eksenlere göre yansımadaki

değişimlerine ilişkin çıkarım yapabilmeleri, yansıma ve öteleme dönüşümlerine yönelik problemleri çözümlerinin beklendiği görülmektedir.

Bu öğrenme çıktılarının edilebilmesi için geometrik düşünme düzeylerinden en az üçüncü düzeyde beceriler gösterilmesi gerekmektedir. Öğretmen adaylarının programın en temel uygulayıcılarından olması göz önüne alındığında bu öğrenme çıktılarını öğrenciye kazandırabilmek için üçüncü düzey ve üstünde beceriye sahip olmaları gerekmektedir. Araştırmanın bulguları değerlendirildiğinde ise öğretmen adaylarının yansıma ve öteleme dönüşümlerinde ikinci düzeyin üstünde bir açıklama yapmadığı belirlenmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının sahip olması gereken alan bilgisinin eksik/yetersiz olduğu bulgusuna desteklemektedir. Çalışmada öğretmen adaylarının alan bilgilerinin ve kavramsal tanımlarının incelenmesi Dönüşüm geometrisi konusu ile sınırlandırılmıştır. Başka disiplin veya konularda benzer çalışma yürütülebilir.

Bu çalışmada elde edilen bulgular doğrultusunda, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dönüşüm geometrisine ilişkin alan bilgilerinin ve kavramsal tanımlarının geliştirilmesi gerektiği düşünülmektedir. İlk olarak dönüşüm türlerinin (öteleme, dönme, yansıma, doğruya göre simetri, noktaya göre simetri) matematiksel tanımlarının, özelliklerinin ve parametrelerinin ele alındığı öğretmen adaylarının lisans öğrenimleri sürecinde bu parametreleri kavramalarına yönelik olarak ders içerikleri hazırlanmalıdır. Özellikle dönüşüm geometrisi ve fonksiyon kavramının eleştirildiği bileşke dönüşüm, izometrik dönüşüm ve dönüşümler arası ilişkilerin kavramsal ve uygulamalı çalışmalarla kavram edinildiği bir öğretim süreci planlanması önerilmektedir. Kavramları ortaokul, lise öğretimdeki örneklere sıkıştırmadan yalnızca görsel ve sezgisel düzeyde değil gerçek matematiksel anlamlarıyla vektörel, cebirsel ve fonksiyonel tanımlar içerisinde incelenerek öğrencilerin matematiksel dil becerileri ve matematiksel düşünme becerileriyle desteklenmiş bir öğretim süreci uygulanması yapılması önerilmektedir. Bu süreçte öğretmen adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin de geliştirilmesi önemli bir faktör olarak karşımıza çıkmaktadır. Çünkü basit düzeyden üst düzeylere kadar gerekli dil ve sembolik yapıyı öğretmenlerin kullanabilmesi için gelişmiş bir geometrik düşünme düzeyine sahip olması gerekmektedir. Bu bağlamda öğretim sürecinde adayların Van Hiele geometrik düşünme düzeylerinde ikinci düzeyden üst düzeylere (3, 4 ve 5) geçişini destekleyecek, analiz, ilişkilendirme ve aksiyomatik düzey gerektiren problem durumlarına yer verilmelidir. Öğretim stratejileri bağlamında, dinamik geometri yazılımları kullanılarak dönüşüm

türlerinin dinamik gösterimlerinin yapılması, adayların hem görsel hem de matematiksel açıklamalar geliştirmelerinin sağlanması önemli görülmektedir. Ayrıca tespit edilen hata ve kavram yanlışlıklarını gidermek amacıyla, özellikle noktaya göre simetri ile doğruya göre simetri arasındaki farkları netleştiren karşılaştırmalı etkinlikler yapılmalı; dönme yönü, dönme merkezi ve açı ilişkisini kavratmaya yönelik manipülatif materyaller ve simülasyonlar kullanılabilir. Bu çalışmada temel alınan alan bilgisinin yanında öğretmen adaylarının öğretim strateji bilgisi program bilgisi ve öğrenciyi anlama bilgisi bağlamında bilgi düzeyleri değerlendirilerek bütüncül bir yapıda dönüşüm geometrisine yönelik pedagojik alan bilgisinin geliştirilmesine ilişkin çalışmalar yapılabilir ya da durum tespitine yönelik yayınlar, araştırmalar yapılması önerilmektedir.

6. KAYNAKLAR

- Ağırman Aydın, T., & Küçük Demir, B. (Eds.).** (2020). *Geometri ve öğretimi* (2. baskı). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Aksu, Z.** (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgilerinin gelişimi. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Anabilim Dalı, Erzurum, 1-250.
- Aktaş, G. S., & Gürefe, N.** (2021). Examining transformation geometry concept definitions of pre-service mathematics teachers. *Bulletin of Education and Research*, 43(2), Pakistan, 135-158.
- Aliustaoğlu, F.** (2018). Matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgileri gelişiminin 4MAT modeli kapsamında incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu, 351.
- Altun, M.** (2008). İlköğretim İkinci Kademedede (6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi. 6, Bursa, 1-300.
- Allendoerfer, C. B.** (1969). The dilemma in geometry. *The Mathematics Teacher*, 62, ABD, 165-169.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S., & Halıcıoğlu, S.** (2014). Temel Matematik Kavramlarının Künyesi. Ankara, Gazi Kitabevi, 1-250.
- Askew, M., Brown, M., Rhodes, V., Wiliam, D. ve Johnson, D.** (1997). The contribution of Professional development to effectiveness in the teaching of numeracy. *Teacher Development*, 1(3), 335-356.
- Avcu, S.** (2017). *Prospective Middle School Mathematics Teachers' Developing Understanding of Geometric Transformations* (Doctoral dissertation, Middle East Technical University (Turkey)).
- Aygün, B., & Yemen-Karpuzcu, S.** (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının sınıf düzeylerine göre yansıma simetrisi düşünme düzeylerinin ve hatalarının incelenmesi. 12. Matematik Sempozyumu Sergi ve Şenlikleri, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, 1-12.
- Baki, A.** (1996). Matematik öğretiminde bilgisayar her şey midir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, Ankara, 135-143.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G.** (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), ABD, 389-407.
- Ball, D. L.** (1991). Research on teaching mathematics: Making subject matter knowledge part of the equation. In *Advances in Research in Teaching*, Volume 2.
- Ball, D. L.** (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to Teacher education. *The Elementary School Journal*, 90, 449-466.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G.** (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.
- Bansilal, S., & Naidoo, J.** (2012). Learners engaging with transformation geometry. *South African Journal of Education*, 32(1), 26-39.
- Baykul, Y.** (2009). İlköğretimde Matematik Öğretimi, 6-8. Sınıflar. Ankara, Pegem, 1-350.
- Blömeke, S. ve Delaney, S.** (2014). Assessment of teacher knowledge a cross countries: A review of thestate of research. *International Perspectives On Teacher Knowledge, Beliefs and Opportunities to Learn*, 541-585.
- Boulter, D., & Kirby, J.** (1994). Identification of strategies used in solving transformational geometry problems. *Journal of Educational Research*, 87, ABD, 298–303.
- Bulf, C.** (2007). The use of everyday objects and situations in teaching mathematics: The symmetry case in French teaching geometry. *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Larnaka, Güney Kıbrıs, 1-10.
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak Kılıç, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş. & Demirel, F.** (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (10. baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.
- Canbazoğlu Bilici, S.** (2012). Fen bilgisi öğretmen adaylarının teknolojik pedagojik alan bilgisi ve özyeterlikleri. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara, 1-150.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A.** (1988). Teachers' pedagogical content knowledge of students' problem solving in elementary arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385–401.
- Clements, D. H., & Battista, M. T.** (1992). Geometry and spatial reasoning. D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning içinde* (s. 420-464). New York, Macmillan, 1-45.
- Cochran, K. F., De Ruiter, J. A., & King, R. A.** (1993). Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44(4), ABD, 263–273.
- Cohen L., Manion L. ve Morrison, K. (Ed.)** (2007). *Research methods in education: Sixth edition*. London: Routledge
- Cooper, J. M. ve Alvarado, A.** (2006). *Preparation, recruitment, and retention of teachers*. Brussels: International Institute for Educational Planning. Paris: IIEP-UNESCO.
- Coxford, A. F.** (1973). A transformation approach to geometry. *Geometry in the Mathematics Curriculum: Thirty-Sixth Yearbook*, ABD, 136-199.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Creswell, J. W.** (2013). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches* (3rd ed.). Sage Publications.
- Çalık, M., & Sözbilir, M.** (2014). İçerik analizinin parametreleri. *Eğitim ve Bilim*, 39(174), 33-38.
- Çelik, H. S.** (2018). İlköğretim matematik öğretmenlerinin eşitlik ve denklem konusundaki pedagojik alan bilgilerinin öğrenci bilgisi bileşeni yönünden incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi, Sakarya, 1-150.
- Çeziktürk-Kipel, Ö.** (2015). Simetri ve dönme eksenlerinin düzlem simetri gruplarının anlaşılmasındaki önemi. *Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 1-16. doi:10.32928/befderg.2015.10.2.01
- Davis, E. A.** (2003). Knowledge integration in science teaching: Analysing teachers' knowledge development. *Research in Science Education*, 34(1), 21-53.
- Duatepe-Paksu, A.** (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. In E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (Bölüm 16, ss. 265-275). Ankara: Pegem Akademi.
- Demir, Ö.** (2018). 5E öğrenme modeli ile 7. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi başarı ve Van Hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerinin gelişimi. Yüksek Lisans Tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir, 1-150.
- Demir, Ö., & Kurtuluş, A.** (2019). The effect of the 5E learning model on 7th-grade students' Van Hiele transformation geometry thinking levels. *Eskişehir Osmangazi University Journal of Social Sciences*, Türkiye, 1279-1299.
- Demirci, E.** (2024). Blok tabanlı kodlama uygulamalarının dönüşüm geometrisi düşünme düzeyleri ve derste akış bağlamında değerlendirilmesi. Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir, 1-150.
- Daintith, J., & Nelson, R. D. (Eds.)**. (1989). *Dictionary of Mathematics*. NY, Penguin Books, 1-500.
- Dhasmana, P.** (2021). Finding out area by using symmetry. *At Right Angles*, Hindistan, 44-53.
- Dhombres, J.** (1993). Is one proof enough? Travels with a mathematician of the baroque period. *Educational Studies in Mathematics*, 24, Hollanda, 401-419.
- Demir, G. & Kurtuluş, A.** (2023). An analysis of the transformation geometry of the primary school mathematics curriculum according to levels. *Osmangazi Journal of Educational Research*, 10(Special Issue), 71-95.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Dreyfus, T. & Eisenberg, T.** (1990). Symmetry in Mathematics Learning. ZDM--International Reviews on Mathematical Education. 2, 53-59.
- Dreyfus, T., & Eisenberg, T.** (2000). On symmetry in school mathematics. Visual Mathematics, 2(1), İsrail, 1-12.
- Duatepe, A. ve Ersoy, Y.** (2003). Teknoloji destekli matematik öğretimi. Matematikçiler Derneği, Matematik Köşesi Makaleleri.
- Duatepe-Paksu, A.** (2016). Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri [Van Hiele Levels Of Geometric Thinking]. In E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Eds.), Ma tematik Eğitiminde Teoriler [Theories İn Mathematics Education] (pp. 266-275). Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Duman, S.** (2019). Doğruya göre simetri konusunda öğrenci hatalarının incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Bursa Uludağ Üniversitesi, Bursa, 1-150.
- Dündar, S.** (2023). İlköğretim matematik öğretmenlerinin eşitlik ve denklem konusundaki pedagojik alan bilgilerinin kavram yanılgısı bileşeni yönünden incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Zonguldak, 1-150.
- Eccles, F. M.** (1972). Transformations in high school geometry. Mathematics Teacher, 65(103), ABD, 165-169.
- Edwards, L.** (2003). The nature of mathematics as viewed from cognitive science. *Third Congress of the European Society for Research in Mathematics*, Bellaria, İtalya, 1-10.
- Elia, I., Panaoura, A., Stamboulides, N., & Spyrou, P.** (2009). Students' structure for the understanding of the axis of reflective symmetry in mathematics. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics*, 9, Slovakya, 41-62.
- Emre Akdoğan, E., & Gürbüz, F. N.** (2022). Dönüşüm geometrisi ve simetrinin öğretimi. *Geometri Öğretim Bilgisi* içinde (s. 419-447). Ankara, Pegem A Yayıncılık, Türkiye.
- Fidan, Y., & Türnüklü, E.** (2010). An examination of 5th-grade students' geometric thinking levels in terms of some variables. *Journal of Educational Sciences*, Türkiye, 185-197.
- Fletcher, T. J.** (Ed.). (1964). Some Lessons in Mathematics. Cambridge, University Press, İngiltere, 1-200.
- French, D.** (Çev. Edt. Özdemir, B. G., & Uygun, T.). (2017). Geometri Öğretimi ve Öğrenimi. Ankara, Anı Yayıncılık, Türkiye, 1-320.
- Gall, M. D., Borg, W. R., & Gall, J. P.** (1996). Educational research: An introduction. Longman.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Gess-Newsome, J. (1999). PCK: An introduction and orientation. Gess-Newsome, J. & Lederman, N. içinde, *The Construct and Its Implications for Science Education* (s. 3-20). Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, Hollanda.

Grossman, P. L. (1990). *The Making of a Teacher: Teacher Knowledge and Teacher Education*. New York, Teachers College Press, ABD, 1-220.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Guest, G., MacQueen, K. M., & Namey, E. E. (2011). *Applied thematic analysis*. sage publications.

Gutiérrez, A. (1996a). The aspect of polyhedra as a factor influencing the students' ability for rotating them. Batturo, A. R. içinde, *New Directions in Geometry Education* (s. 23–32). Brisbane, Centre for Mathematics and Science Education, Q.U.T., Avustralya.

Gutiérrez, A. (1996b). Children's ability for using different plane representations of space figures. Batturo, A. R. içinde, *New Directions in Geometry Education* (s. 33–42). Brisbane, Centre for Mathematics and Science Education, Q.U.T., Avustralya.

Gülklük, H. (2013). Matematiksel anlamada temsillerin rolü: Sanal ve fiziksel manipülatifler / The Role of Representations in Mathematical Understanding: Virtual and Physical Manipulatives. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 1-120.

Güler, A., Halıcıoğlu, M. B., & Taşgın, S. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri: Teorik çerçeve – pratik öneriler, 7 farklı nitel araştırma yaklaşımı, kalite ve etik hususlar (2. baskı). Seçkin Yayıncılık.

Hacısalihoğlu-Karadeniz, M., Baran, T., Bozkuş, F., & Gündüz, N. (2015). Difficulties of prospective elementary mathematics teachers regarding reflection symmetry. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(1), Türkiye, 117-138.

Harper, S. (2003). Enhancing elementary pre-service teachers' knowledge of geometric transformations through the use of dynamic geometry computer software. In C. Crawford et al. (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference* (pp. 2909–2916). Chesapeake: AACE.

Hollebrands, K. F. (2003). High school students' understandings of geometric transformations in the context of a technological environment. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(1), ABD, 55-72.

Hon, G., & Goldstein, B. R. (2008). From Summetria to Symmetry: The Making of a Revolutionary Scientific Concept. Buchwald, J. Z. içinde, *Archimedes Book Series* (Cilt 20). Springer Science+Business Media B.V., Hollanda, 1-250.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Hoyles, C., & Healy, L.** (1997). Unfolding meanings for reflective symmetry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2(1), Hollanda, 27-59.
- Jones, K.** (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. Haggarty, L. içinde, *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice* (s. 121–139). Londra, Routledge Falmer, İngiltere.
- İşıksal Bostan, M., & Osmanoğlu, A.** (2016). Pedagojik alan bilgisi. Bingölbali, E., Arslan, S., & Zembat, İ. Ö. içinde, *Matematik Eğitiminde Teoriler* (s. 677–700). Ankara, Pegem Akademi, Türkiye.
- İlaslan, S.** (2013). Middle School Mathematics Teachers' Problems in Teaching Transformational Geometry and Their Suggestions for the Solution of These Problems (Master's thesis, Middle East Technical University (Turkey)).
- İnce, H.** (2012). Kırsal bölgelerde ve şehir merkezindeki öğrencilerin dönüşüm geometrisi anlama düzeylerinin ve uzamsal görselleştirme yeteneklerinin incelenmesi (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Kaplan, A., & Öztürk, M.** (2014). 2-8. sınıf öğrencilerinin simetri kavramını anlamaya yönelik düşünme yaklaşımlarının incelenmesi. *İlköğretim Online*, 13(4), 1502-1515.
- Kappraff, J.** (2001). Connections: The Geometric Bridge Between Art and Science (Cilt 25). Singapur, World Scientific, 1-300.
- Karapınar, F.** (2017). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler konusundaki bilgilerinin Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri açısından incelenmesi (Yüksek lisans tezi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü).
- Karadeniz, M. H., Kaya, T. B., & Bozkus, F.** (2017). Explanations of Prospective Middle School Mathematics Teachers for Potential Misconceptions on the Concept of Symmetry. *International electronic journal of elementary education*, 10(1), 71-82.
- Knuchel, C.** (2004). Teaching symmetry in the elementary curriculum. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 1(1), ABD, 3-8.
- Koehler, M. J., Mishra, P., & Yahya, K.** (2007). Tracing the development of teacher knowledge in a design seminar: Integrating content, pedagogy and technology. *Computers & Education*, 49(3), 740-762.
- Kose, N.** (2012). Primary School Students'knowledge Of Line Symmetry. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi-Hacettepe University Journal Of Education, (42).
- Köse, N. & Özdaş, A.** (2009). İlköğretim 5. sınıf öğrencileri geometrik şekillerdeki simetri doğrularını Cabri Geometri yazılımı yardımıyla nasıl belirliyorlar? *İlköğretim Online*, 8(1), Türkiye, 159-175.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Kula, S. & Bukova Güzel, E.** (2014). Matematik ve matematik öğretimi bilgisi ışığında dörtlü bilgi modelindeki beklenmeyen olaylar bilgisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 5(1), Türkiye, 89-107.
- Kurak, Y.** (2009). Dinamik geometri yazılımı kullanımının öğrencilerin dönüşüm geometri anlama düzeylerine ve akademik başarılarına etkisi, Yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, 225.
- Kutlu, G.** (2021). *İlköğretim matematik öğretmenlerinin dönüşüm geometrisine ilişkin çalışma yaprağı geliştirme becerilerinin ve çalışma yapraklarına yönelik görüşlerinin değerlendirilmesi* [Yüksek lisans tezi, Ağrı İbrahim Çeçen Üniversitesi].
- Lawshe, C. H.** (1975). "A quantitative approach to content validity." *Personnel Psychology*, 28, 563–575.
- Lederman, L. M. & Hill, C. T.** (2004). *Symmetry and the Beautiful Universe*. ABD, Prometheus Books, 1-352.
- Leikin, R., Berman, A., & Zaslavsky, O.** (2000a). Learning through teaching: The case of symmetry. *Mathematics Education Research Journal*, 12, Avustralya, 18-36.
- Leikin, R., Berman, A., & Zaslavsky, O.** (2000b). Applications of symmetry to problem solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(6), İngiltere, 799-809.
- Linchevsky, L., Vinner, S. & Karsenty, R.** (1992). To be or not to be minimal? Student teachers' views about definitions in geometry. In W. Geeslin & K. Graham (Eds.), *Proceedings of the 16th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 48-55). ABD, University of New Hampshire.
- Mammana, M. F.** (2016). Homothetic transformations and geometric loci: Properties of triangles and quadrilaterals. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(7), İngiltere, 1103-1119.
- Marks, R.** (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3–11.
- Martin, G.** (1982). *Transformation geometry: An introduction to symmetry*. New York: Springer-Verlag.
- Mbusi, N.** (2016). Misconceptions and related errors displayed by pre-service foundation phase teachers in transformation geometry. In *International Conference on Mathematics, Science and Technology Education* (pp. 386–400). Mopane Camp, Kruger National Park, South Africa: Unisa Press.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Mbusi, N. P., & Luneta, K.** (2023). *Implementation of an intervention program to enhance student teachers' active learning in transformation geometry*. SAGE Open, 13(2), Article 21582440231179440. <https://doi.org/10.1177/21582440231179440>
- Muflihın.** (2015). *Matematik öğretmen adaylarının cebire ilişkin pedagojik alan bilgileri* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- McMillan, J. H.** (2000). *Educational research: Fundamentals for the consumer* (4th ed.). Addison Wesley Longman.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M.** (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. sage.
- Mammarella, I. C., Giofrè, D., & Caviola, S.** (2017). Learning geometry: The development of geometrical concepts and the role of cognitive processes. In D. Geary, D. Berch, R. Ochsendorf & K. M. Koepke (Eds.), *Acquisition of complex arithmetic skills and higher-order mathematics concepts* (pp. 221–246). Elsevier Inc. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-805086-6.00010-2>
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB].** (2024). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı. Ankara: MEB Yayınları.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB].** (2018). İlkokul ve Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı. Ankara: MEB Yayınları.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB].** (2013). Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı. Ankara: MEB Yayınları.
- Moravcová, V., Robová, J., Hromadová, J., & Halas, Z.** (2021). Students' Understanding of Axial and Central Symmetry. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 14(1), 28-40.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM].** (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ndungo, I.** (2024). An assessment of the alignment of transformation geometry with Van Hiele levels in Uganda's lower secondary mathematics curriculum. *Turkish Journal of Mathematics Education*, 5(2), (33-41).
- Norton, S.** (2019). The relationship between mathematical content knowledge and mathematical pedagogical content knowledge of prospective primary teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(5), 489-514.
- Paksu, A. D.** (2016). Van Hiele geometric thinking levels. In A. Şen & E. Bingölbali (Eds.), *Theories in mathematics education* (pp. 265–275). Ankara: Pegem Akademi.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

- Parzysz, B.** (1988). Knowing vs. seeing: Problems of the plane representations of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, 19, 79–92.
- Polya, G.** (1973). How to solve it: A new aspect of mathematical method. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A.** (2003). The Knowledge Quartet. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 23(3), 97–102.
- Serra, M.** (2008) *Dicovering Geometry: An Inductive Approach.* (4thed.). Key Curriculum Press.
- Shulman, L. S.** (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4–14.
- Shulman, L.** (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1–23.
- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S., & Kenney, P. A.** (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 293–309.
- Sünker, S., & Zembat, İ. Ö.** (2012). Teaching of translations through use of vectors in Wingeomtr environment. *Elementary Education Online*, 11(1), 173–194.
- Şahin, Ö.** (2016). İlköğretim matematik öğretmenleri adaylarının cebir konusundaki pedagojik alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi, Yayımlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, 308.
- Türk Dil Kurumu [TDK].** (2025). Türk Dil Kurumu sözlükleri. <https://sozluk.gov.tr/>
- Usiskin, Z., Peressini, A., Marchisotto, E. A., & Stanley, D.** (2003). Mathematics for high school teachers. Pearson Education, 615.
- Uşak, M.** (2005). Fen bilgisi öğretmen adaylarının çiçekli bitkiler konusundaki pedagojik alan bilgileri, Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Ankara, 234.
- Patton, M. Q.** (2002). Qualitative research & evaluation methods. USA: Sage Publications.
- Pavlovičová, G., & Bočková, V.** (2021). Geometric thinking of future teachers for primary education—An exploratory study in Slovakia. *Mathematics*, 9(23), 2992.
- Pchelkina, V.** (Ed.). (1988). Dictionary of foreign words. Moscow: Russky Yazık, 624.
- Robertson, W.** (2022). *Symmetry: A foundational concept in STEAM.* OISE Wordpress. <https://wordpress.oise.utoronto.ca/robertson/2022/10/03/symmetry-a-foundational-concept-steam/>

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Rotation. (2025). Online Etymology Dictionary.

<https://www.etymonline.com/word/rotation>

Rosen, J. (1995). Symmetry in science. In *Symmetry in Science* (pp. 169–183). New York: Springer.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2003). The Knowledge Quartet.

Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 23(3), 97–102.

Rowland, T., Huckstep, P., & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The Knowledge Quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255–281.

Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A., & Huckstep, P. (2009). Developing primary mathematics teaching: Reflecting on practice with the Knowledge Quartet. London: Sage.

Seferoğlu, K. (2024). Ortaokul matematik öğretmenlerinin problem kurma becerilerine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin araştırılması: Kesirlerde çarpma işlemi. Yayımlanmamış doktora tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum, 265.

Selzer, M. I. (2016). The history of the concept of symmetry – Second edition. ResearchGate, 96.

https://www.researchgate.net/publication/299595785_The_history_of_the_concept_of_symmetry_-_second_edition

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: A conception of teacher knowledge. *American Educator*, 10(1). Vol. 15, No. 2, pp. 4-14

Sığı, Ü. (2021). Nitel araştırma **Soon, Y. P.** (1989). An investigation of van Hiele-like levels of learning in transformation geometry of secondary school students in Singapore, Doctoral dissertation, The Florida State University, 204.

<http://wwwlib.umi.com/dissertations/fullcit/8915764>

Stake, R. E. (1995). The art of case study resarch. Sage Publications.

Stępień, L., Stępień, M. R., & Ziółkowski, M. (2014). On teaching of geometric transformations in school. *Scientific Issues of Jan Długosz University in Częstochowa. Mathematics*, 19.

Symmetry. (2025a). Merriam-Webster Dictionary. Erişim tarihi: 27.04.2025.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Symmetry. (2025b). Online Etymology Dictionary.

<https://www.etymonline.com/word/symmetry> Erişim tarihi: 27.04.2025.

Symmetry-physics. (2025c). Encyclopedia Britannica.

<https://www.britannica.com/science/symmetry-physics> Erişim tarihi: 27.04.2025.

Şengün, K. Ç. (2023). Teknoloji destekli afin geometri öğretiminin matematik öğretmeni adaylarının analitik geometri dersine yönelik tutumlarına, geometrik düşünme düzeylerine ve akademik başarılarına etkisinin incelenmesi, Yayınlanmamış doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir, 198.

Tahan, Ş. G. (2013). *İlköğretim 8. sınıf matematik ders kitabı ve öğrenci çalışma kitabı*. Can Matematik Yayınları.

TeachTutti. (2025) Geometric transformations guide. TeachTutti. (2025 yılında erişilmiştir.) <https://www.teachtutti.co.uk/blog/geometric-transformations-guide/>

Terzi, M. (2010). Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi (Yayınlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara

Translation. (2025). Online Etymology Dictionary. <https://www.etymonline.com/search?q=translation> Erişim tarihi: 27.04.2025.

Tutar, H. & Erdem, A. T. (2022). *Örnekleriyle bilimsel araştırma yöntemleri ve SPSS uygulamaları* (2. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Tükenmez, S. (2014). İlköğretim matematik öğretmenlerinin farklı hizmet sürelerine sahip olma durumlarına göre pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi, Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul, 221.

Uçar, H. B. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin rutin olmayan problemleri çözme konusundaki pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir, 179.

Uz, D. (2019). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının fonksiyona ilişkin pedagojik alan bilgilerinin değişiminin incelenmesi: Bir ders modülü örneği. Yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul, 151.

Weyl, H. (1952). *Symmetry*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey, 182,

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2014). İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim (7. Baskı; S. Durmuş, Çev.), Ankara, Nobel Yayınları, 646.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Van Hiele, P. M. (1986). Structure and insight: A theory of mathematics education. Orlando, Florida: Academic Press.

Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65–81). Kluwer.

Yaglom, I. M. (1962). Geometric transformations I. The Mathematical Association of America, 144.

Yang, X., Kaiser, G., König, J. ve Blömeke, S. (2020). Relationship between pre-service mathematics teachers' knowledge, beliefs and instructional practices in China. *Zdm, Mathematics Education*, 52(2), 281–294 <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01145-x>

Yanık, H. B. (2006). Prospective Elementary Teachers' Growth in Knowledge and Understanding of Rigid Geometric Transformations. Doktora Tezi, Arizona State University.

Yanık, H. B. (2011). Prospective middle school mathematics teachers' preconceptions of geometric translations. *Educational Studies in Mathematics*, 78, 231–260.

Yanık, H. B. (2014). Middle-school students' concept images of geometric translations. *The Journal of Mathematical Behavior*, 36, 33–50.

Yanofsky, N. S., & Zelcer, M. (2017). The role of symmetry in mathematics. *Foundations of Science*, 22, 495-515.

Yavuz, İ., Kepceoğlu, İ., & Kaya, Z. B. (2020). Dönüşüm geometrisi ve öğretimi. In E. Ertekin & M. Ünlü (Eds.), *Geometri ve ölçme öğretimi: Tanımlar, kavramlar ve etkinlikler* (ss. 325–343). Pegem Akademi Yayıncılık.

Yavuzsoy-Köse, N. (2013). Geometrik dönüşümlerden biri: Yansıma dönüşümünü anlamak. In İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Eds.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (1. baskı, ss. 613-628). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2011). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (12. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yıldız, A. (2014). 5E öğrenme modeli döngüsünün 6.sınıf öğrencilerinin geometrik başarı ve Van Hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.

Yükseköğretim Kurulu [YÖK]. (2024). İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programı. <https://www.yok.gov.tr>

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Yurdugül, H. (2005). Ölçek geliştirme çalışmalarında kapsam geçerliği için kapsam geçerlik indekslerinin kullanılması. XIV. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi, 1, 771-774.

Zazkis, R., & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: A case of a square.

Educational Studies in Mathematics, 69, 131-148.

KAYNAKLAR DİZİNİ (devam)

Zaslavsky, O. (1994). Tracing students' misconceptions back to their teacher: A case of symmetry. *Pythagoras*, 33, 10-17.

Zembat, İ. Ö. (2007). The main tenets of direct instruction and constructivism: The case of translations. *Gazi University Journal of Gazi Educational Faculty*, 27(1), 195-213.

Zembat, İ. Ö. (2007). Yansıma dönüşümü, doğrudan öğretim ve yapılandırmacılığın temel bileşenleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 195-213.

Zembat, İ. Ö. (2013). Geometrik dönüşümlerden öteleme ve farklı anlamları. In İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır & A. Delice (Eds.), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (ss. 629-644). Ankara: Pegem Akademi.

Zeybek, A. (2019). Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve geometri öğrenme alanına ilişkin öğretmen görüşleri. Yüksek lisans tezi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli, 87.

EKLER

ETİK KURUL ONAYI

Evrak Tarih ve Sayısı: 17.01.2025-E.472853



T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü

Sayı : E-16031472-108.01-472853
Konu : Etik Kurul Onayı (Zeynep MECER)

17.01.2025

DAĞITIM YERLERİNE

İlgi : 16.01.2025 tarihli ve 19928322/108.01/472764 sayılı yazı.

Öğretim Üyesi Prof.Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ'in danışmanlığını yürüttüğü Anabilim Dalımız İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Programı Öğrencisi Zeynep MECER'in "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Dönüşüm Geometrisi Konusundaki Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi" isimli tez çalışmanın değerlendirilmesi ve bilimsel hakemli dergilerde yayımlanabilmesi için Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik Komisyonu'nun 13.01.2025 tarih ve 2025/01 sayılı toplantısında alınan karar gereği düzenlenen onay belgesi ilişikte sunulmuştur.

Bilgilerini ve gereğini rica ederim.

Doç. Dr. Taner ÖZCAN
Müdür Yardımcısı

Ek:Yazı ve Eki (2 Sayfa)

Dağıtım:

Gereği:

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Başkanlığı

Bilgi:

Prof. Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BS969KY9JF Pin Kodu :11572

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/balikesir-universitesi-ebys>

Adres:Fen Bilimleri Enstitüsü Çalışma Yerleşkesi 10145 Balıkesir

Telefon:2666121077 Faks:2666121078

e-Posta:bunfibe@balikesir.edu.tr Web:http://fibe.balikesir.edu.tr/

Keşif Adresi:balikesiruniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için: Cihad Beyoğlu

Unvanı: Bilgisayar İşlemeni

Tel No: 0-266-6121400-101414



Evrak Tarih ve Sayısı: 16.01.2025-E.472868



T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Rektörlük

Sayı : E-19928322-108.01-472764
Konu : Etik Kurul Onayı (Zeynep MECER)

16.01.2025

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 27.12.2024 tarihli ve 16031472/108.01/463278 sayılı yazı.

Fen Bilimleri Enstitüsü, Öğretim Üyesi Prof.Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ'in danışmanlığını yürütmüş olduğu; 202212675002 numaralı Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans programı öğrencisi Zeynep MECER'in "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Dönüşüm Geometrisi Konusundaki Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi" başlıklı tez çalışmasının araştırmaları için etik kurul onayı isteği ile ilgili Fen ve Mühendislik Bilimleri Etik Komisyonu'nun 13.01.2025 tarih ve 2025/1 sayılı toplantısında alınan karar gereği düzenlenen onay belgesi ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi rica ederim.

Prof. Dr. Fatih SATIL
Rektör Yardımcısı

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BSL69K7L5L Pin Kodu :51062

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/balikesir-universitesi-ebys>

Adres:Balıkesir Üniversitesi Rektörlüğü Çarşı Yerleşkesi 10145 Balıkesir

Telefon:2666121400 Faks:2666121412

Web:<http://www.balikesir.edu.tr>

KeP Adresi:balikesiruniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için: Seda Özbay

Unvanı: Bilgisayar İşletmeni

Tel No: 2666121418




T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN VE MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ ETİK KOMİSYONU
ONAY BELGESİ

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Öğretim Üyesi Prof.Dr. Filiz Tuba DİKKARTIN ÖVEZ'in danışmanlığını yürütmüş olduğu; 202212675002 numaralı Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans programı öğrencisi Zeynep MECER'in "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Dönüşüm Geometrisi Konusundaki Pedagojik Alan Bilgilerinin İncelenmesi" başlıklı tez çalışmasının araştırmaları için etik kurul onay belgesi isteği komisyonumuzca değerlendirilmiş ve etik açıdan uygun bulunmuştur. 13.01.2025


Komisyon Başkanı
Prof. Dr. Zafer ASLAN


Prof. Dr. Baki ÇIÇEK
Üye


Prof. Dr. Ruhan BENLİKAYA
Üye


Prof. Dr. Nursen AZIZOĞLU
Üye

EK A: DÖNÜŞÜM GEOMETRİSİ ALAN BİLGİSİ ÖLÇEĞİ

Adı Soyadı :

Numarası:

Soru 1

- a) Simetri kavramını açıklayınız.
- b) Simetrik olan geometrik şekillere örnek veriniz. Verdiğiniz örneklerin neden bir simetri örneği olduğunu açıklayınız.
- c) Simetrik olmayan geometrik şekillere örnek veriniz. Verdiğiniz örneklerin neden simetrik olmadığını açıklayınız.

Soru 2

- a) Öteleme dönüşümü kavramını açıklayınız.
- b) Öteleme dönüşümü kavramına örnek veriniz. Verdiğiniz örneğin neden bir öteleme örneği olduğunu açıklayınız.
- c) Öteleme dönüşümü olmayan bir örnek veriniz. Verdiğiniz örneğin neden öteleme olmadığını açıklayınız.

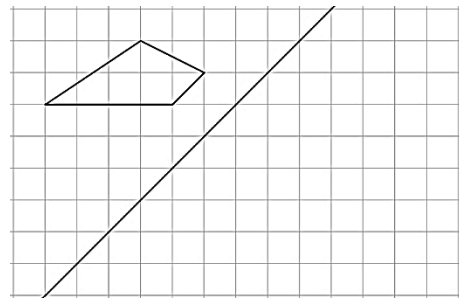
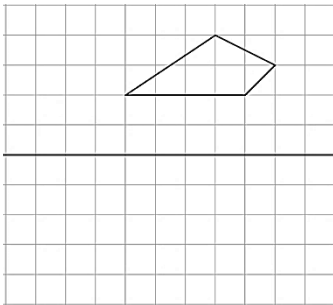
Soru 3

- Dönme dönüşümü kavramını açıklayınız.
- Dönme dönüşümü kavramına örnek veriniz. Verdiğiniz örneğin neden bir dönme örneği olduğunu açıklayınız.
- Dönme dönüşümü olmayan bir örnek veriniz. Verdiğiniz örneğin neden dönme olmadığını açıklayınız.

Soru 4

4A.Doğruya göre simetri kavramını açıklayınız ve her simetri türü için, örnek olan ve örnek olmayan durumlara örnek veriniz.

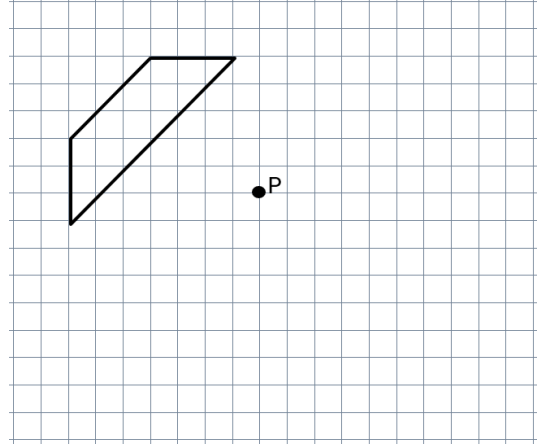
4B.Aşağıdaki şekilleri verilen doğrulara göre yansıtınız ve **yaptığınız işlemleri adım adım açıklayınız.**



Soru 5

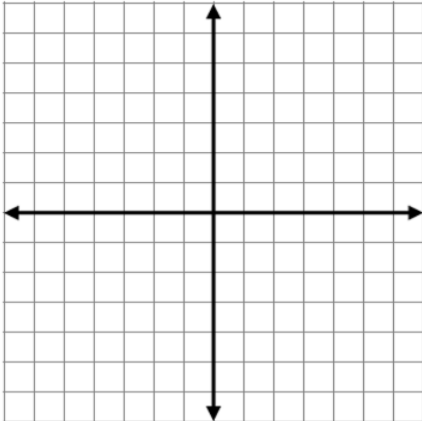
5A.Noktaya göre simetri kavramını açıklayınız ve her simetri türü için, örnek olan ve örnek olmayan durumlara örnek veriniz.

5B.Verilen şeklin P noktasına göre simetriğini alınız.



Soru 6

P(3,6) noktasının ilk olarak x eksenine göre yansıması alınıyor. Oluşan şekil orijin etrafında pozitif yönde 180° döndürüldükten sonra 3 birim sola, 5 birim aşağı öteleniyor. Son olarak y eksenine göre yansıması alınıyor. Yapılan dönüşümler sonucu elde edilen noktanın koordinatlarını yazınız. Yaptığınız işlemleri adım adım nasıl yaptığınızı açıklayınız.



Soru 7

Aşağıda koyu renkli bayraklar ve bu bayraklara geometrik dönüşümlerin uygulanmasıyla elde edilen görüntüleri verilmiştir. Bu görüntülerin her birinin koyu renkli bayrağa hangi dönüşümün ya da dönüşümlerin uygulanmasıyla elde edilebileceğini yanlarında verilen boşluklara ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.

A



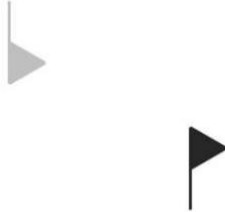
B



C



D



E

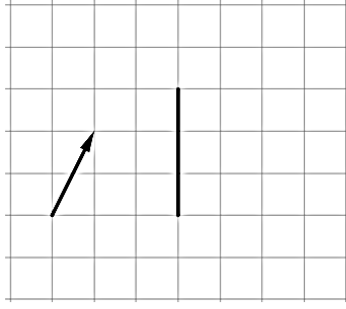


F

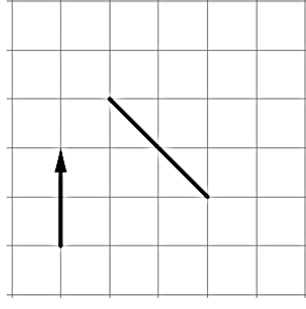


Soru 8

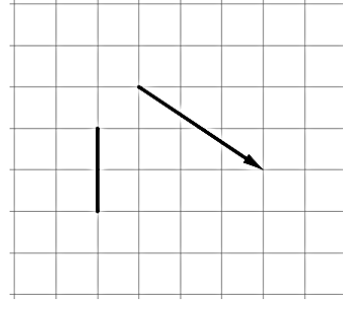
Aşağıdaki doğru parçalarını verilen vektörlere göre öteleyiniz.



I



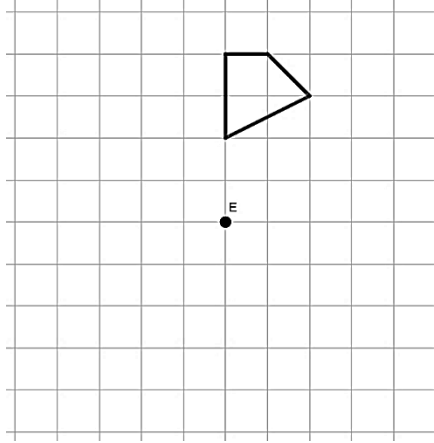
II



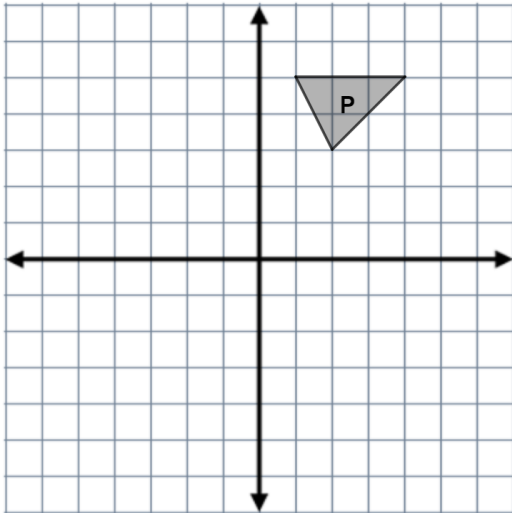
III

Soru 9

Aşağıda şeklin E noktasına göre 150° döndürülmüş hali verilmiştir. Şeklin dönüşüme uğramadan önceki ilk halini çiziniz.



Soru 10



Koordinat sisteminde verilen P üçgeni, önce $x = -1$ doğrusuna sonra da $y = 1$ doğrusuna göre yansıtılarak Q üçgeni elde ediliyor. P üçgenini yeni oluşan Q üçgenine dönüştürmek için tek bir dönüşüm tanımlansaydı ne olurdu? Yazınız.

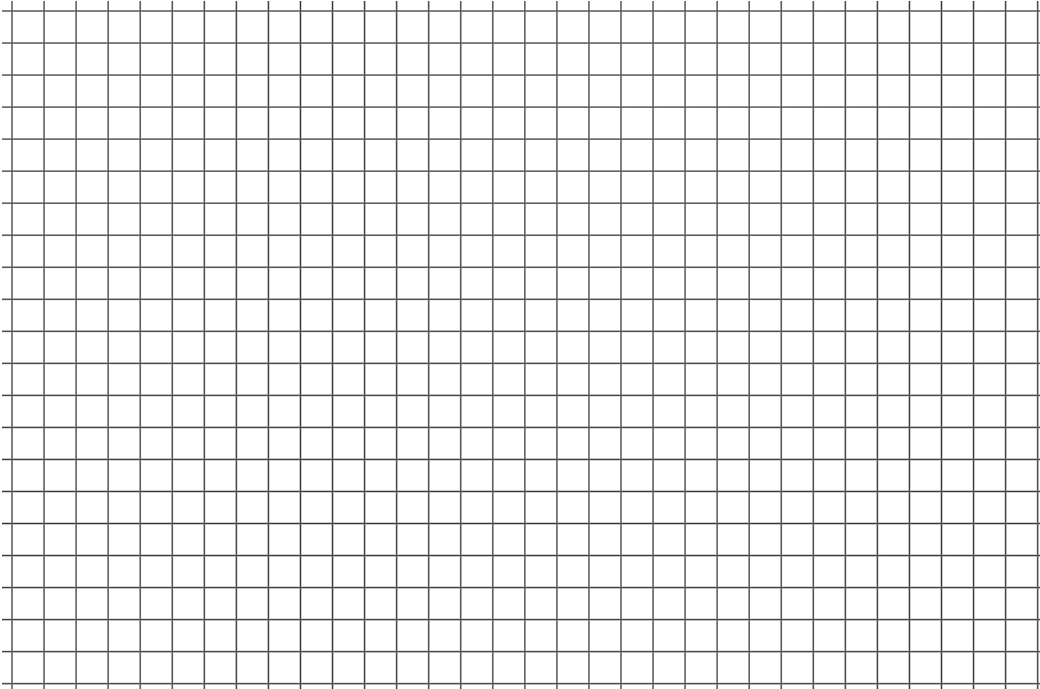
Soru 11

Bir ABCD paralelkenarı ağırlık merkezi etrafında 90 derece döndürülüyor daha sonra x eksenine göre yansıması alınıyor. Yapılan dönüşümler sonunda elde edilen paralelkenar ile ilk şekil kıyaslandığında değişmeyen/korunan özellikler nelerdir?

Soru 12

Köşeleri A(4,4), B(4, 12), C(12, 12) ve D(12, 4) olan bir dikdörtgen, büyütme merkezi K(8, 8) olacak şekilde 0,5 ölçek faktörü ile büyütülüyor. Şekilde meydana gelen değişim aşağıda verilenlerden hangisi olur? Seçiminizin sebebini açıklayınız.

- 1) Dikdörtgen boyutu iki katına çıkar ve köşeler K noktasından uzaklaşır.
- 2) Dikdörtgen boyutu yarıya iner ve köşeler K noktasına yaklaşır.



Soru 13

Mimarlık öğrencisi olan Elif proje ödevi olarak bir restoran planı çizecektir. Elif çiziminde hangi dönüşümleri, nasıl kullanabilir? Açıklayınız.

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı :Zeynep Mecer

Doğum tarihi ve yeri : 24.12.1999-Balıkesir

e-posta : zeynep_mecer@hotmail.com

Öğrenim Bilgileri

Derece	Okul/Program	Yıl
Y. Lisans	Balıkesir Üniversitesi/ İlköğretim Matematik Eğitimi (YI) (Tezli)	2022-2025
Lisans	Balıkesir Üniversitesi / İlköğretim Matematik Öğretmenliği	2018-2022
Lise	Özel Final Temel Lisesi	2014-2018