

T.C.
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI



**GÜNCEL DENEYSEL VERİLER IŞIĞINDA MİNİMAL OLMAYAN
STANDART MODEL ÖTESİ TEORİLERİN İNCELENMESİ**

MURAT BAŞKIR

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Jüri Üyeleri : Doç. Dr. Yaşar HIÇYILMAZ (Tez Danışmanı)

Prof. Dr. Tayfun UZUNOĞLU

Doç. Dr. Levent SELBUZ

BALIKESİR, OCAK - 2025

ETİK BEYAN

Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak tarafımda hazırlanan “**Güncel Deneysel Veriler Işığında Minimal Olmayan Standart Model Ötesi Teorilerin İncelenmesi**” başlıklı tezde;

- Tüm bilgi ve belgeleri akademik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Kullanılan veriler ve sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tüm bilgi ve sonuçları bilimsel araştırma ve etik ilkelere uygun şekilde sunduğumu,
- Yararlandığım eserlere atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,

beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sonucu kabul ederim.

Murat BAŞKIR

ÖZET

**GÜNCEL DENEYSEL VERİLER IŞIĞINDA MİNİMAL OLMAYAN
STANDART MODEL ÖTESİ TEORİLERİN İNCELENMESİ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MURAT BAŞKIR
BALIKESİR ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI
(TEZ DANIŞMANI: DOÇ. DR. YAŞAR HIÇYILMAZ)**

BALIKESİR, OCAK - 2025

Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM), Standart Model'in (SM) ötesinde en çok incelenen teorilerden biridir. Özellikle yüksek enerjilerde SM'nin eksiklerini tamamlamak için önerilmiştir. MSSM'nin güçlü yönleri kadar bazı tartışmalı ve eleştiriye açık yönleri de bulunmaktadır. Bu özellikler hem teorik hem de deneysel zorluklardan kaynaklanır. Bunlardan biri olan μ -problemi, MSSM'in temel sorunlarından biridir ve μ -parametresi'nin büyüklüğü ile ilgili doğal olmayan bir durumdan kaynaklanır. Bu çelişkili durumu çözmek için μ -parametresi'nin Planck ölçeğinde büyük bir değere sahip olmasını engelleyen ek simetriler önerilir. Bu genişlemeler MSSM'ye ek simetriler, ayar tekli alanlar veya etkileşimler ekleyerek μ -parametresi'nin doğal ölçeklerde ortaya çıkmasını sağlar. Birçok model, elektrozayıf simetri üzerine yeni bir ayar simetrisi ekleyerek bu simetriyi genişletir. Bunlardan biride, MSSM'nin mevcut ayar grubu üzerine ek bir $U(1)'$ simetrisi eklenerek elde edilir. $U(1)'$ simetrisinin kırılmasından sorumlu olan bir skaler tekli alan ve $U(1)'$ simetrisine karşılık gelen yüksüz ayar bozonu tanımlayarak yapılır. Minimal $U(1)'$ model, μ -problemi'ni çözmek için zarif bir mekanizma sunar. Bu modelde tekli alanın vakum beklenti değeri, hem MSSM'deki μ -terimi'nin dinamik olarak ortaya çıkmasını sağlar hem de Z' bozonunun kütlelesinin kaynağını oluşturur. Ayrık $U(1)'$ Model, birden fazla tekli alan (S_i) içererek, hem μ -terimi'nin doğal olarak elektrozayıf ölçekte olması hem de yeterince ağır bir Z' bozonunun üretilmesi arasındaki gerilimi hafifletir. Bu çalışmada Ayrık $U(1)'$ Model güncel deneysel veriler çerçevesinde incelenmiştir.

ANAHTAR KELİMELELER: Süpersimetri, Minimal Süpersimetrik Standart Model, Ayrık $U(1)'$ Model

Bilim Kod / Kodları : 20228

Sayfa Sayısı: 66

ABSTRACT

**INVESTIGATION OF NON-MINIMAL BEYOND STANDARD MODEL
THEORIES IN THE LIGHT OF CURRENT EXPERIMENTAL DATA
MSC THESIS
MURAT BAŞKIR
BALIKESİR UNIVERSITY INSTITUTE OF SCIENCE
PHYSICS
(SUPERVISOR: ASSOC. PROF. DR. YAŞAR HİÇYILMAZ)**

BALIKESİR, JANUARY-2025

The Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM) is one of the most extensively studied theories beyond the Standard Model (SM). It was specifically proposed to address the shortcomings of the SM, particularly at high energies. While MSSM has its strengths, it also has some controversial and debatable aspects. These arise from both theoretical and experimental challenges. One such challenge is the μ -problem, which is one of the fundamental issues of MSSM and stems from an unnatural condition regarding the magnitude of the μ parameter. To resolve this inconsistency, additional symmetries are proposed to prevent the μ parameter from taking on a large value at the Planck scale. These extensions introduce additional symmetries, gauge singlet fields or interactions to MSSM, enabling the μ parameter to emerge naturally at appropriate scales. Many models expand this symmetry by adding a new gauge symmetry to the electroweak symmetry. One such model involves adding an additional $U(1)'$ symmetry to the existing gauge group of MSSM. This is achieved by introducing a scalar singlet field responsible for the breaking of the $U(1)'$ symmetry and a neutral gauge boson corresponding to the $U(1)'$ symmetry. The Minimal $U(1)'$ model provides an elegant mechanism to solve the μ -problem. In this model, the vacuum expectation value of the singlet field dynamically generates the μ -term in MSSM and serves as the source of the mass for the Z' boson. The secluded $U(1)'$ Model includes multiple singlet fields to alleviate the tension between having the μ -term naturally at the electroweak scale and producing a sufficiently heavy Z' boson. In this study, the secluded $U(1)'$ Model is examined within the framework of current experimental data.

KEYWORDS: Supersymmetry, Minimal Supersymmetric Standard Model, The Secluded $U(1)'$ Model

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
İÇİNDEKİLER	iii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
TABLO LİSTESİ	v
ÖNSÖZ	vi
1. GİRİŞ	1
2. STANDART MODEL	5
2.1 Standart Modelin Ayar Grubu.....	6
2.2 Standart Model Lagranjyanı.....	8
2.3 Higgs Mekanizması.....	9
2.4 Standart Model'in Problemleri.....	10
3. SÜPERSİMETRİ	12
3.1 Süpersimetriye Bir Bakış.....	14
3.2 Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM).....	18
3.2.1 MSSM Lagranjyanı.....	22
3.2.2 Higgs Sektörü.....	27
3.2.3 Nötralino Sektörü.....	33
3.2.4 Yüklino Sektörü.....	34
3.2.5 S-fermiyon sektörü.....	36
3.2.6 Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM)'in Zaafları.....	37
4. AYRIK U(1)' MODEL (AYRIK SEKTÖR UMSSM)	40
4.1 Ayar Bozonu Kütleleri ve Karışımlar.....	42
4.2 Nötralinolar ve Yüklinolar.....	44
4.3 Higgs Bozonu.....	47
5. TARAMA PROSEDÜRÜ VE DENEYSEL KISITLAMALAR	52
6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	55
7. KAYNAKLAR	61
ÖZGEÇMİŞ	67

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 3.1: Süpersimetri teorisinde higgs kütesinin halka düzeltme şemaları.....	13
Şekil 3.2: Süpersimetrik teorilerde elektromanyetik etkileşim , zayıf etkileşim ve güçlü etkileşimin ayar bağlaşım sabitlerinin Büyük Birleşik Teori skalasında birleşmesi.....	14
Şekil 6.1: Ayrık U(1)' Model parametrelerine ait tarama sonuçları.....	55
Şekil 6.2: Ayrık U(1)' Model'de skaler fermiyon (s-fermiyon) kütlelerine ait tarama sonuçları.....	56
Şekil 6.3: Ayrık U(1)' Model'de ağır Higgs kütlelerine ait tarama sonuçları.....	58
Şekil 6.4: Ayrık U(1)' Model'de nötralino ve yüklino kütlelerine ait tarama sonuçları.....	59

TABLO LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Tablo 2.1: Standart Model’de Fermiyonlar.....	5
Tablo 2.2: Standart Model’de Bozonlar.....	6
Tablo 2.3: Standart Modeldeki etkileşim türlerinin ayar grupları, ayar alanları, kuantum durumları ve ayar bozonları (etkileşim kuvvet taşıyıcıları).....	8
Tablo 3.1: Standart Model parçacık sembollerinin Süpersimetrideki karşılıkları.....	18
Tablo 3.2: MSSM kiral süperçokluları.....	19
Tablo 3.3: MSSM ayar süperçokluları.....	21
Tablo 4.1: Kuark ($\hat{Q}, \hat{U}, \hat{D}$), lepton ($\hat{L}, \hat{N}, \hat{E}$), Higgs (\hat{H}_u, \hat{H}_d), MSSM-singlet ($\hat{S}, \hat{S}_1\hat{S}_2\hat{S}_3$), egzotik kuark (\hat{Q}, \hat{Q}) ve egzotik lepton (\hat{L}, \hat{L}) süperalanlarının ayar kuantum sayıları.....	41
Tablo 5.1: Taranan parametreler.....	53
Tablo 5.2: Analizlerde kullanılan deneysel kısıtlamalar.....	54

ÖNSÖZ

Tüm zorluk ve olumsuzluklara rağmen bu tezin hazırlanmasında bana yardımlarını ve desteğini esirgemeyen hocam Yaşar HİÇYILMAZ'a teşekkür ediyorum.

Ayrıca, lisans eğitimimde kendilerinden uzak kaldığım süre boyunca beni sabırla destekleyen ve bekleyen annem ve babam Nesrin ve Erol BAŞKIR'a, kardeşlerim Çağlar ve Burak BAŞKIR'a ve parçacık fiziği ile Bern Üniversitesi'nde tanışmama yardımcı olup İsviçre'de beni ağırlayan ablam Zerrin BAŞKIR'a şükranlarımı sunuyorum.

Balıkesir, 2025

MURAT BAŞKIR

1. GİRİŞ

Maddeyi oluşturan en temel parçacığın ne olduğunun merakı bilim insanlarını çağlar boyunca meşgul etmiş ve bu merak neticesinde bilim tarihi birçok araştırma ve deneylere şahit olmuştur. Bu araştırmalar ve deneylerin somut olarak elle tutulur ve anlaşılır bir teoriye dönüşmesi 20. yüzyılın ikinci yarısına rastlamaktadır. 1930'ların başlarında evrenin genişlemesiyle ilgili ilk öneriler Büyük Patlama Teorisi adıyla ortaya çıkmıştır. Teori'ye göre, patlama'nın hemen sonrasında, yüksek sıcaklık ve basınç, temel parçacıkların serbest bir şekilde dolaşmasını sağlıyordu. Ancak, evrenin soğuması ve genişlemesiyle birlikte temel parçacıklar oluşurken (kuarklar, leptonlar, nötrinolar vs.) patlama'nın erken evresinde birbirine daha yakın bir ilişki içinde olan temel kuvvetler de birbirlerinden ayrıldı. Bu ayrışma, temel parçacıklar arasındaki etkileşimlerin farklılaşmasına neden oldu. Patlamamın ilk evresinde tek bir kuvvet şeklinde görünen temel kuvvetler çok kısa zaman içinde birbirlerinden ayrılarak sırasıyla kütle-çekim kuvveti, güçlü nükleer kuvvet, zayıf nükleer kuvvet ve elektromanyetik kuvvet olarak dört temel kuvvete dönüşmüşlerdir. Büyük Patlama'nın erken evresindeki fiziksel koşulları anlamak için başka bir teorik yaklaşıma ihtiyaç vardı.

19. yüzyılın sonlarında J.C.Maxwell'in , elektromanyetik kuvvetin matematiksel birleşik bir açıklamasını geliştirmesi, 1964'te Peter Higgs'in diğer parçacıkların kütle kazanmasını sağlayan Higgs bozonu adında bir parçacığın varlığını öne sürmesi, 1970'lerin başında, Sheldon Glashow, Abdus Salam ve Steven Weinberg'in elektromanyetik kuvvetin ve zayıf nükleer kuvvetin birleşik teorisini ortaya koymaları gibi gelişmeler günümüzde parçacık fiziğinin en temel teorisi olarak kabul edilen ve temel parçacıklar ile temel kuvvetlerin birleşik bir açıklamasını sunan Standart Model'i ortaya çıkarmıştır.

Fakat Standart Model'in başarılı ve deneylerle uyumlu sonuçlar vermesine rağmen ileride değinecek olduğumuz hiyerarşi problemine ve diğer sorulara cevap verememesi nedeniyle Standart Model ötesi teorilere ihtiyaç duyulmuş ve bu hiyerarşi problemini çözebilen birçok model ortaya atılmıştır. Bunlardan en önemlisi şüphesiz Süpersimetri'dir. Bu simetri temel parçacıklar olan bozonlar ve fermiyonların uzay-zaman simetrisi arasında bir ilişki kurmaktadır.

Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM) ise Standart Model'in ilk ve en basit süpersimetrik versiyonudur. Standart Modeli baz alan yeni fizikle ilgili herhangi bir doğrudan sinyalin olmamasına rağmen, Standart Model'in (SM) minimal süpersimetrik genişlemesi (MSSM), hala çok önemli bir aday olmaya devam etmektedir. Bunun nedeni, hiyerarşi probleminin çözülmesi [1,2], Higgs potansiyelinin kararlılığı [3,4], karanlık madde için adaylar sunması ve büyük birleşim ölçeği ($M_{GUT} \simeq 2.4 \times 10^{16} \text{ GeV}$) üzerindeki ayar bağlaşımlarının birleşmesi ile ilgili bir çekiciliğe sahip olmasıdır.

Öte yandan, doğrudan bir sinyalin eksikliği, SM ötesi modeller inşa ederken minimal bakış açısından uzaklaşmayı işaret ediyor olabilir. Örneğin, eğer en hafif süpersimetrik parçacık (LSP), MSSM nötralino karışımı değilse [5,6], mevcut çarpıştırıcı analizlerinde incelenen bozunum süreci, günümüz çarpıştırma enerjilerinde mevcut olmayabilir. Benzer bir tartışma, karanlık madde deneylerinden gelen sonuçlar için de yapılabilir [7,8]. Mevcut deneylerden gelen sonuçlara ek olarak, MSSM'deki sağ-elli nötrinoların yokluğu ve μ -problemi gibi uzun süredir var olan bazı problemlere olası çözümler [9], parçacık içeriğini ve MSSM'nin simetrik yapısını genişleten minimal olmayan süpersimetrik modellerin inşa edilmesini gerekli kılmıştır. Bu bağlamda, MSSM'i ekstra bir $U(1)'$ ile tamamlayan daha büyük bir simetri grubu, μ -problemi'ne çözüm getirebilir. Eğer ekstra $U(1)'$ simetrisi, MSSM alanlarının da üzerinde önemli bir şekilde yük taşıyacak şekilde uygulanırsa, $\mu H_d H_u$ terimi, $U(1)'$ altında ayar değişmezliği nedeniyle süperpotansiyelde yer almaz. Öte yandan, bu terim, S adlı bir alanın vakum beklenen değeri (VEV) aracılığıyla etkili bir şekilde üretilebilir. Bu alan, tercihen MSSM alan simetrisi altında tekli olduğu için, yalnızca $U(1)'$ simetrisinin kırılmasına yol açar. Bu durumda süperpotansiyel, $S H_u H_d$ gibi bir terimi içerir ve $U(1)'$ simetrisinin kırılmasıyla birlikte, μ -terimi etkili bir şekilde $\mu_{eff} \sim \mathcal{O}(S)$ olarak üretilir [10-12].

Bu şekilde, radyatif elektrozayıf simetri kırılması (REWSB), renormalizasyon grubu denklemleri (RGEs) aracılığıyla $U(1)'$ simetrisinin kırılmasıyla ilişkilendirilir. Böyle bir genişleme hala minimal olarak kabul edilebilir ve süperstring teorileri [13], büyük birleşik teoriler (GUT) [14] ve dinamik elektrozayıf kırılma teorileri [15] gibi alanlarda güçlü bir şekilde motive edilmiştir. Sadece simetrinin genişletilmesiyle birlikte, $U(1)'$ modelleri aynı zamanda MSSM'nin parçacık içeriğini de genişleterek, $U(1)'$ grubuna bağlı olan Z' ayar bozonunu ve sağ-el nötrino süperalanlarını ekler.

Sağ-el nötrino süperalanları, madde alanı ailelerinin temsil edilmesini tamamlamak için düşünülebilir, böylece model, E_6 gibi daha büyük bir birleşik ayar teorisi grubuna yerleştirilebilir. Ayrıca, sağ-el nötrino alanları, anomali iptallerine katkıda bulunur ve sıfırdan farklı nötrino kütleleri ve karışımı için kaldıraç mekanizmalarını [16] uygulamak için doğal bir çerçeve sağlayabilir [17].

Bu bağlamda, $\langle S \rangle$, sağ-elli s-nötrino ve Z' kütlelerine ve onların süperpartnerlerine önemli ölçüde katkıda bulunmaktadır. Ancak, nötral bir ayar bozonu olan Z' in varlığı, bu model sınıfı üzerinde güçlü bir etki yapmaktadır, çünkü mevcut deneysel sonuçlar, $M_{Z'} \lesssim 4 \text{ TeV}$ olan çözümleri dışlamaktadır. Böylesine güçlü bir dışlama, $U(1)'$ kırılma ölçeğinin $\mathcal{O}(10) \text{ TeV}$ mertebesinde olmasına ve dolayısıyla μ_{eff}' in birkaç TeV düzeyinde olmasına yol açar. Bu durum, doğal bir çözüm sağlanabilmesine rağmen, μ -problemi'ni $U(1)'$ modellerine yumuşak bir şekilde geri getirir [18].

Bu güçlü sınırlama, $U(1)'$ 'in bağlaşım sabiti oldukça küçük ($\lesssim 10^{-5}$) olması durumunda [19,20] veya ilk iki ailenin fermiyonlarına ihmal edilebilir düzeyde bağlanması durumunda [21,22] önlenir. Ancak, bağlaşım sabitlerine yönelik bu koşullar, *büyük birleşim skalasında* ayar bağlaşım sabiti birleşmesi dayatıldığında ve aileye evrensel $U(1)'$ yükleri varsayıldığında sağlanamaz.

Öte yandan, $U(1)'$ simetri kırılması üç ek MSSM tekil alanı (S_1, S_2, S_3) içerirse [23,24], elektrozayıf simetri kırılması mertebesinde bir μ -terimi elde edilebilirken, Z' mevcut deneysel sonuçlarla uyumlu olacak şekilde ağır kalabilir. Bu üç MSSM tekil alanı, ayrık bir sektör oluşturur ve sayıları, skaler potansiyelin vakumlarının fiziksel özellikleri dikkate alınarak belirlenebilir.

$U(1)$ ile genişletilmiş süpersimetrik modellerin minimal düzenlemesinde skaler potansiyelin kararsız vakumları, $U(1)'$ kırılma ölçeğinin çok büyük ($\mathcal{O}(10 \text{ TeV})$) olarak ayarlanmasıyla önlenir. Bu durum, ağır S alanına ve onun nötrino benzeri parçacığına yol açar. Bu durumlarda, $U(1)'$ modellerinin test edilebilir düşük ölçekli etkileri, MSSM'nin etkilerinden ayırt edilemez [25,26]. Skaler sektörü bir veya iki MSSM tekil alanıyla genişletmek, $U(1)'$ simetrisi için nispeten daha düşük bir kırılma ölçeği sağlayabilse de, fiziksel vakum

gerekliliği hala etkili bir şekilde geçerlidir. Çünkü bu tür çerçevelerdeki çözümler, MSSM Higgs alanları için sıfır vakum beklenen değerler üretebilir ve bu da $Z' - Z$ hiyerarşisini ortadan kaldırır [23].

Bu bağlamda, ayırık sektörün minimal formu üç MSSM tekil alanıyla genişletilebilir. Elbette, daha fazla alan eklenebilir; ancak, ilgili bağlaşım sabitleri ve VEV'ler (v_s ve v_i) değiştirilerek bu ek alanların etkileri yine de üç alan ile hesaba katılabilir. Üç ek MSSM tekil alanı içeren süpersimetrik $U(1)'$ modellere, *ayırık $U(1)'$ modeli* ya da *ayırık sektör UMSSM* denir [23, 24, 27, 28]. Bu tezde minimal olmayan bir süpersimetrik teori olan $U(1)'$ modeli güncel deneysel veriler eşliğinde incelenmiştir.

Bölüm 2'de kısaca Standart Model ve Higgs mekanizması açıklanmış, sonrasında Standart Model'in açıklamakta yetersiz kaldığı problemlerden bahsedilmiştir. Bölüm 3'de ise Standart Model ötesi süpersimetrik teorilerden bahsedilmiş ve Standart Model'e minimal süpersimetrik açıdan yaklaşan MSSM detaylı olarak açıklanmıştır. Bölüm 4'de, ayırık $U(1)'$ modeli, süperpotansiyeli, parçacık içeriği, alanların anomali içermeyen $U(1)'$ yükleri, anomali iptalleri, alan içeriği ve fiziksel kütle durumlarıyla birlikte açıklanmıştır. Bölüm 5'de tarama prosedürü açıklanmış, ilgili deneysel kısıtlamalar özetlenmiş modelin LHC ve karanlık madde üzerindeki etkilerinden bahsedilmiştir. Bölüm 6'da son olarak, sonuçlar özetlenmiştir.

2. STANDART MODEL

Standart Model, elektromanyetik kuvvet, zayıf nükleer kuvvet ve güçlü nükleer kuvveti ele alan ve temel parçacıklar ile onların aralarındaki etkileşimleri bu kuvvetlerin taşıyıcı parçacıklarıyla açıklayan bir teoridir. Standart Model, temel parçacıkları spin sayısına göre katagorize edip spini yarım tamsayı ($\frac{1}{2}$) olan parçacıkları Fermi-Dirac istatistiğine uydukları için fermiyonlar, spini tamsayı olan parçacıkları ise Bose-Einstein istatistiğine uydukları için bozonlar olarak sınıflandırır. Teoriye göre evrenimizde var olan maddeyi oluşturan parçacıklar fermiyonlar olup, bunlar arasındaki etkileşimi gerçekleştirenler ise bozonlardır.

Elektromanyetik kuvvet, zayıf nükleer kuvvet ve güçlü nükleer kuvvet ile etkileşime giren fermiyonlar, Standart Model’de, leptonlar ve kuarklar olmak üzere iki gruba ayrılırlar ve bu iki grup üçer aileye sahiptir. Elektron ve elektron nötrinosu leptonlarda birinci aileyi oluştururken, yukarı kuark ve aşağı kuark, kuarklar grubunda birinci aileyi oluştururlar. Evrende gördüğümüz maddeler birinci aileden oluşmuşlardır. Leptonlarda müon ve müon-nötrinosu ikinci aileyi, tau ve tau-nötrinosu üçüncü aileyi oluştururken, kuarklar grubunda tuaf kuark, cazibe (charm) kuark ikinci aileyi, üst kuark ve alt kuark da üçüncü aileyi oluştururlar. Birinci aile, ikinci ve üçüncü ailelere göre daha hafif olduğundan dolayı, ikinci ve üçüncü ailelerdeki parçacıklar birinci aileye bozunma eğilimindedirler. Standart Model, altı tür kuark ve altı tür leptonu içerir. Bu parçacıkların farklı kombinasyonları, tüm görünen maddeyi açıklar. Fermiyonlar grubuna dahil olan kuarklardan üç tanesi hadronlar grubundan bir baryon oluştururken (*proton, nötron*), bir kuark ve karşıt-kuark yine hadronlar grubundan bir mezonu (*pion, kaon*) oluşturur.

Tablo 2.1: Standart Model’de fermiyonlar.

FERMİYONLAR					
LEPTONLAR			KUARKLAR		
1. Aile	2. Aile	3. Aile	1. Aile	2. Aile	3. Aile
e (elektron)	μ (muon)	τ (tau)	u (yukarıkuark)	s (tuaf kuark)	t (üst kuark)
ν_e (electron-nötrinosu)	ν_μ (müon-nötrinosu)	ν_τ (tau-nötrinosu)	d (aşağı kuark)	c (cazibe kuark)	b (alt kuark)

Simetri kırılmalarından sonra birbirinden ayrılan temel kuvvetlerin her birinin kuvvet taşıyıcı bozonları vardır. Bunlar elektromanyetik kuvvet için foton (γ), zayıf nükleer kuvvet için W^+, W^-, Z^0 bozonları ve güçlü nükleer kuvvet için gluon (g) dur. Temel kuvvetlerin

herhangi biri vasıtasıyla etkileşen parçacıklar arasında o kuvvete ait olan kuvvet taşıyıcı bozonlarının değiş-tokuşu söz konusudur. Bunlar *spin 1* vektör bozonlarıdır ve ayar simetrlilerine sahip oldukları için bunlara *ayar bozonları* denir. Bu ayar bozonlarından, yüksüz ve kütsüz olup kendisiyle etkileşime girmeyen foton (γ) elektromanyetik etkileşimin kuvvet taşıyıcı ayar bozonudur ve menzili sonsuzdur. Sırasıyla pozitif , negatif ve nötr yüklere sahip olan W^+ , W^- , Z^0 bozonları zayıf nükleer etkileşimin kuvvet taşıyıcı ayar bozonlarıdır ve menzilleri $\sim 10^{-17}$ cm mertebesindedir. Bu bozonlar *Kendiliğinden Simetri Kırınımı* sonucu kütle kazanırlar. Renk yükü dediğimiz kuantum sayısı taşıyıp kendisiyle etkileşime girebilen, kütsüz ve nötr olan gluon (g^0) ise güçlü nükleer etkileşimin kuvvet taşıyıcı ayar bozonudur ve menzili $\sim 10^{-13}$ cm mertebesindedir. Standart Model’de bahsedilmeyip, model ötesi teorilerde bahsi geçen kütle-çekim etkileşiminin *spin 2* kuvvet taşıyıcı ayar bozonu graviton (G), kütsüz ve yüksüz kuramsal bir parçacıktır.

Tablo 2.2: Standart Model’de bozonlar.

BOZON	YÜK	KÜTLE	ETKİLEŞİM
γ (foton)	0	0	Elektromanyetik
Z^0	0	91,2 GeV	Zayıf
W^+	+1	80,4 GeV	Zayıf
W^-	-1	80,4 GeV	Zayıf
g (gluon)	0	0	Güçlü

2.1 Standart Model’in Ayar Grubu

Parçacıkların aralarındaki fiziksel etkileşimleri matematiksel olarak açıklayan yapılara *ayar grupları* denir. *Ayar Simetrisi*, bir fiziksel sistemin matematiksel ifadesindeki belirli dönüşümlerin, bu sistemdeki ayar alanlarının değişimlerini temsil ettiğini ve fiziksel sonuçları etkilemediğini ifade eder. Fiziksel bir sistemin ayar simetrisi varsa bu sistem uzay-zamana bağlı (lokal) veya uzay-zamandan bağımsız (global) ayar dönüşümleri sonucunda değişmez kalmalıdır. Ayar dönüşümleri, ayar gruplarını ortaya çıkarır. Lie Grupları, Standart Model Teorisi içinde kullanılan türevlenebilir (*differentiable*) ve sürekli matematiksel yapılar olup *ayar simetri grupları* olarak kullanılır. $SU(3)_c$ güçlü kuvvetin, $SU(2)_L$ zayıf kuvvetin, $U(1)_Y$ elektromanyetik kuvvetin simetri grupları olmak üzere bu üç temel kuvveti birleştiren Standart Model’in ayar grubu;

$$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

(2.1)

şeklindedir.

Ayar dönüşümleriyle değişmeyen bir ayar teorisi, komütasyon ilişkisini sağlıyorsa *abelyen*, sağlamıyorsa *abelyen olmayan* olarak nitelendirilir. $U(1)$ simetrisi abelyen ayar grubu iken, $SU(2)$ ve $SU(3)$ simetrisi abelyen olmayan ayar grubudur. $U(1)$ grup yapısı, elektromanyetik teorinin matematiksel temelini oluşturur ve elektromanyetik kuvvetin etkileşim taşıyıcısı olan *foton*, $U(1)$ simetrisine dayanan bir teorik çerçeve içinde açıklanır. $U(1)$ grubu, determinantı kompleks bir sayı olan 1×1 boyutlu matrislerin oluşturduğu uniter bir matris grubu olup simetrisi *zayıf hiperyük* 'tür.

$SU(2)$ grup yapısı, elektron ve nötrino gibi *spin 1/2* parçacıkların matematiksel açıklamalarında kullanılır. "*S*" spesifik, "*U*" unitary, ve "*2*" grup elemanlarının boyutunu temsil eder. $SU(2)$ grubu, 2×2 boyutlu uniter matrislerden oluşan bir matris grubunu ifade eder. Bunlar *Pauli Matrisleri* 'dir. $SU(2)$ ayar grubu *zayıf izospin* simetrisine (I_3) sahip olup, $I_3 = \pm 1/2$ olan fermiyonlar sol-elli ve dublet, $I_3 = 0$ olan fermiyonlar ise sağ-elli ve singlet olarak tanımlanırlar. Zayıf etkileşim, $SU(2)$ grubunda olup aracı parçacıkları W^\pm ve Z bozonlarıdır. Elektrozayıf etkileşimin Lie grubu $SU(2) \otimes U(1)$ ile ifade edilir. Grubun 4 tane üretici olup buradan W^\pm ve Z bozonları ile *foton* elde edilir. Simetrinin kendiliğinden kırılmasıyla $SU(2)$ grubu ile $U(1)$ grubu birbirinden ayrılır ve W^\pm , Z bozonları kütle kazanırlar.

$SU(3)$ Lie grubu, 3×3 boyutlu üniter matrislerden oluşan bir matris grubudur ve bu grupta renk yükü simetrisi vardır.. "*S*" spesifik, "*U*" unitary, ve "*3*" grup elemanlarının boyutu'nu temsil eder. $SU(3)$ grubu, etkileşimine sekiz tane gluonun (g) aracılık ettiği güçlü nükleer kuvvetin temel teorisi olan ve kuarklar arasındaki etkileşimleri açıklayan *kuantum renk dinamiği* içinde temel bir rol oynar. Renk yüklerini temsil eden üç farklı "renk" durumu vardır ve gluonlar, kuarklarla renk yüklerine göre etkileşime girerler. $SU(3)$ grup yapısı, bu renk durumları arasındaki dönüşümleri ifade eder. Sonuç olarak bir ayar teorisi olan Standart Model bu üç ayar simetrisinin birleşimidir ve Lie grubu, $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ olarak ifade edilir.

Tablo 2.3: Standart Model'deki etkileşim türlerinin ayar grupları, ayar alanları, kuantum durumları ve ayar bozonları (*etkileşim kuvvet taşıyıcıları*)

Etkileşim Türü	Güçlü Etkileşim	Zayıf Etkileşim	Elektromanyetik Etkileşim
Ayar Grubu	$SU(3)_c$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
Ayar Alanı	G^a_μ (a=1,2,...,8)	W^i_μ (i=1,2,3)	B_μ
Kuantum Sayısı	Renk	İzospin	hiperyük
Ayar Bozonu	g^a (a= 1,2,...,8)	$W^+ W^- Z^0$	γ

$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ifadesi ile üç temel kuvvetin ayar simetrileri üzerine kurulu olan Standart Model, ayar simetrisine sahip olduğu için SM Lagranjyan'ı da ayar dönüşümleri altında değişmez kalmalıdır. Oysaki deneyler sonucunda kütle sahibi oldukları görünen fermiyonlar ve bozonlar için Standart Model Lagranjyan'ına eklenecek kütleli terimler ayar simetrisini bozmaktadırlar. Bu parçacıklara kütle kazandıracak bir simetri kırılmasının gerekliliği nedeniyle fermiyon ve bozonlara kütle kazandıracak bir Higgs Mekanizması ortaya atılmıştır.

Abdus Salam ve Steven Weinberg bu mekanizmayı elektrozayıf kuvvete uyarlayarak Standart Model'i geliştirmişlerdir (1967). Elektrozayıf kuvvet, elektromanyetik kuvvet ile zayıf nükleer kuvvetin birleşimi olarak açıklanır. Elektrozayıf teori, elektromanyetik ve zayıf nükleer kuvvetlerin başlangıçta simetrik olduğunu öne sürer ancak evrenin düşük enerji koşullarında bu simetri spontane bir şekilde kırılınca elektromanyetik kuvvet ve zayıf nükleer kuvvet birbirinden farklı hale gelir. Bu spontane simetri kırılması sonucu elektromanyetik kuvvetin kuvvet taşıyıcısı fotonun sonsuz menzile sahip olmasına karşılık zayıf nükleer kuvvetin kuvvet taşıyıcıları W ve Z bozonları kütleli ve kısa menzilli olur. Higgs mekanizmasına göre parçacıklar higgs alanıyla etkileşime girmeleriyle kütle kazanmaktadırlar. İsviçre / CERN'de yapılan deneylerde higgs bozonunun gözlemlenmesi Higgs mekanizmasını doğrulamıştır.

2.2 Standart Model Lagranjyanı

Standart Model çerçevesinde temel etkileşimler Lagranjyan ile incelenir. Standart Model Lagranjyanı,

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_{WD} + \mathcal{L}_{YU} + \mathcal{L}_H \quad (2.2)$$

şeklinde yazılabilir. Burada eşitliğin sağındaki ilk terim ayar alanlarını gösteren Yang-Mills terimidir.

$$\mathcal{L}_{YM} = [-\frac{1}{4} \sum_{A=1}^8 G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}] \quad (2.3)$$

Burada $G_{\mu\nu}^A$ gluon ayar tensörü olup, $F_{\mu\nu}^a$ ve $B_{\mu\nu}$ ise elektrozayıf kuvvet taşıyıcı bozonlarının (W^\pm , Z ve γ) alan tensörleridir. İkinci terim, fermiyon alanlarını ve ayar etkileşimlerini gösteren Weyl Dirac terimidir.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WD} = & \sum_{i=1}^3 (L_i^\dagger \sigma^\mu D_\mu L_i + \bar{e}_i^\dagger \sigma^\mu D_\mu \bar{e}_i + Q_i^\dagger \sigma^\mu D_\mu Q_i + \bar{u}_i^\dagger \sigma^\mu D_\mu \bar{u}_i \\ & + \bar{d}_i^\dagger \sigma^\mu D_\mu \bar{d}_i) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Burada L ve Q sırasıyla lepton ve kuark ikili alanları, A_μ ayar alanı olmak üzere $D_\mu = \delta_\mu + ieA_\mu$ kovaryant türev ve e, u, d ise lepton ve kuark teklileridir. Üçüncü terim fermiyon kütle etkileşimlerini ifade eden Yukawa Terimidir.

$$\mathcal{L}_{YU} = Y_{ij}^d \bar{Q}_{Li} \phi D_{Rj} + Y_{ij}^u \bar{Q}_{Li} \tilde{\phi} U_{Rj} + Y_{ij}^e \bar{L}_{Li} \phi E_{Rj} + h.c. \quad (2.5)$$

Burada, ϕ , skaler Higgs alanı olup σ , Pauli matrisi olmak üzere $\tilde{\phi} = i\sigma^2 \phi^\dagger$ 'dir. Denklem (2.2)'nin son terimi ise kendiliğinden simetri kırılma mekanizması için Higgs potansiyeli ifadesidir.

$$\mathcal{L}_H = [(D_\mu H)^\dagger (D^\mu H) - \lambda (H^\dagger H)^2 + \mu^2 (H^\dagger H)] \quad (2.6)$$

Burada, λ Higgs alanının kendisi ile bağlaşım sabiti, μ kütle terimi ve H , Higgs çiftlisi olmak üzere, $H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}$ 'dir.

2.3 Higgs Mekanizması

Higgs mekanizması, parçacık fiziği teorisinde büyük bir öneme sahiptir ve elektrozayıf kuvvetin (*elektromanyetizma ve zayıf nükleer kuvvet*) taşıyıcı bozonlarının (W ve Z) kütlelerini açıklamak için kullanılır. Parçacıkların kütlelerini kazanmalarını açıklamak için önemli bir araç olan Higgs mekanizması, Higgs alanı olarak adlandırılan bir alanın evrenin her yerinde bulunduğunu varsayar. Bu alanla etkileşime giren parçacıklar (*fermionlar ve $W^+W^-Z^0$ bozonları*), Higgs alanı sayesinde kütle kazanırlar. Higgs alanının kendisiyle etkileşimi sonucunda da *spini 0* olan skaler bir Higgs bozonu oluşur.

Higgs mekanizması, 2012 yılında CERN'de bulunan Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC) deneylerinde Higgs bozonunun keşfedilmesiyle deneysel olarak da doğrulanmıştır. Deneysel olarak parçacıkların kütleyle sahip oldukları gözlemlensede Lagranjyan'larda fermiyon bozon gibi parçacıklara kütlelerini kazandıracak terimler bulunmamaktadır. Ayrıca bu terimler, global ve lokal ayar dönüşümleri altında, içinde buldukları Lagranjyan ifadesinin değişmez olmasını sağlamalıdır. Bunun için, parçacıkların kütle kazanımlarının kendiliğinden simetri kırılmasıyla açıklandığı Standart Model Lagranjyan'ına kompleks bir skaler $SU(2)$ çiftlisi tanımlanır.

$$H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Burada, H^+ pozitif yük taşıyan Higgs bileşeni, H^0 nötr (reel) Higgs bileşenidir. Higgs alanı denilen bu çiftlide H^0 uzayda ve minimum potansiyel enerjide vakum beklenen değeri (VEV) oluşturup elektrozayıf simetrisinin kırılmasını sağlar. Böylece Higgs alanı ile vakum beklenen değeri etrafında etkileşen fermiyonlar ve bozonlar kütle kazanırlar. Fermiyon kütleleri arasındaki farklılıklar o parçacığın Higgs alanı ile olan etkileşimine bağlıdır. Buna *Yukawa etkileşimi* denir.

2.4 Standart Model'in Problemleri

Parçacık fiziğinin Standart Modeli birçok deneyde başarılı olsa da, bazı teorik ve gözlemsel sorunlara sahiptir. Standart Model'in teorik ve deneysel uyumsuzluğunu gösteren bazı önemli problemler şunlardır :

- **Karanlık Madde:**

Standart Model, temel parçacıkların davranışını ve etkileşimlerini açıklayan bir teori olup kütle-çekim etkisi ile kendini hissettiren ancak fotonla etkileşmeyen karanlık maddeyi açıklamakta yetersizdir. Bunun nedeni, karanlık maddeyi oluşturan parçacıkların Standart Model'de tanımlanan parçacıklardan farklı olmalarıdır.

Standart Model'deki parçacıkların etkileşimi elektromanyetik kuvvet, zayıf nükleer kuvvet ve güçlü nükleer kuvvetle sınırlıdır. Fakat karanlık madde, elektromanyetik kuvvet ve güçlü nükleer kuvvet gibi Standart Model'de tanımlanan temel kuvvetlerle etkileşime girmez. Bu nedenle Standart Model evrenin toplam kütlelerinin büyük bir kısmını oluşturduğunu varsaydığımız, ancak henüz gözlemleyemediğimiz karanlık maddeyi açıklayamaz.

Ayrıca, karanlık maddeyi oluşturan parçacıkların Standart Model'deki kuarklar, leptonlar veya elektrozayıf bozonlar gibi bilinen parçacıklardan farklı bir tür parçacık olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle, parçacık fizikçiler, karanlık maddeyi açıklamak için yeni fiziksel teoriler geliştirmek durumunda kalmışlardır.

- **Hiyerarşi Sorunu:**

Higgs bozonu, diğer parçacıkların kütle kazanmasını sağlayan Higgs alanı ile ilişkilidir. Ancak, Standart Model Higgs bozonunun kütlelerinin doğru bir şekilde ölçülmesini zorlaştıran hiyerarşi sorununu açıklayamaz. Zayıf skalada 10^2 GeV civarında ölçülen Higgs kütleleri, Planck skalasında ışınımsal düzeltmelerle yaklaşık 10^{19} GeV seviyelerine yükselmektedir. Higgs bozonunun kütlelerinin halka diyagramı katkılarıyla bu kadar büyük artışı sorunsalına Hiyerarşi Problemi denir. Planck Skalasında Higgs bozonunun kendisiyle, fermiyonlarla ve bozonlarla yaptığı bağlaşımlar sonucu kütlelerine getirilen bu düzeltmeler kuadratik bir ıraksamaya neden olur. Bunun sebebi Higgs kütlelerini koruyan herhangi bir simetrinin olmayışıdır.

- **Nötrino Salınımları ve Kütleleri**

Standart Model, nötrinoların kütlelerini ihmal eder ve nötrinoların farklı türleri (elektron, müon ve tau nötrinoları) arasındaki karışımı açıklayamaz. Ancak deneyler, nötrinoların kütlelerinin sıfır olmadığını ve bu nötrinoların birbirine karıştığını (nötrino osilasyonları) göstermektedir. Deney sonuçları, Standart Model'in nötrino kütlelerini açıklamada eksik olduğunu gösterir.

- **Madde-Antimadde Asimetrisi**

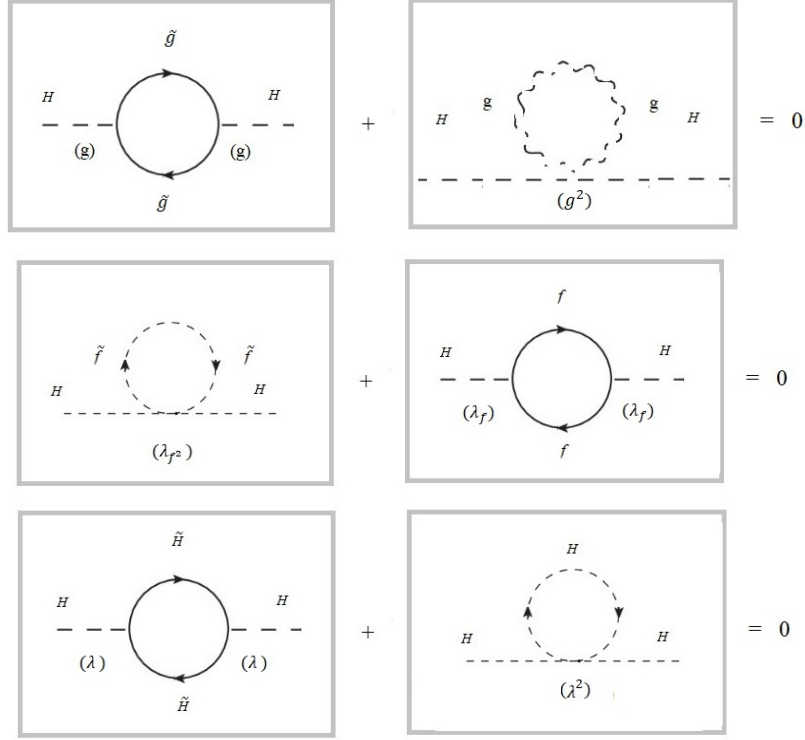
Madde-Antimadde asimetrisi, evrenimizde neden anti maddeden daha fazla madde olduğu sorusunu ele alır. Standart Model, bu asimetrisinin nedenini açıklayacak yeterli bir mekanizma sunmaz. Bu asimetrisinin açıklanması için, nötrino karışımı, CP ihlali (*CP symmetry violation*) gibi fiziksel süreçleri içeren ve Standart Model'in ötesine geçen bazı teorilerin geliştirilmesine ihtiyaç duyulmuştur.

3. SÜPERSİMETRİ

Yüksek enerji skalalarına çıkıldıkça açıklayamadığı çok önemli problemlerle karşılaşan Standart Model'e karşı 1970'lerde geliştirilen Süpersimetri, *hiyerarşi problemine, temel kuvvetlerin birleştirilmesine, madde-antimadde asimetrisine* getirmiş olduğu çözümsel yaklaşımıyla *renormalize* edilebilen bir teoridir. Temel kuvvetlerin birleştirilmesi için fermiyonlarla bozonları birbirlerine dönüştürebilen bir yaklaşım öne süren Süpersimetri (SUSY), yüksek enerji seviyelerinde Higgs kütlelerinde görülen hiyerarşi problemine çözüm için Higgs kütlelerini kuadratik ıraksamalardan kurtaran *ek bir simetri* de içermektedir.

Süpersimetride, her bozonik parçacığın bir fermiyonik, her fermiyonik parçacığın bir bozonik süpereşi bulunmaktadır. Yani Standart Model'de bir fermiyonik parçacık için Süpersimetri Teorisi'nde bir bozonik parçacık (*s-fermion- \tilde{f}*), Standart Model'de bir bozonik parçacık için Süpersimetri Teorisi'nde bir fermiyonik parçacık (*ayarino- \tilde{g}*) olduğundan parçacık sayısı Standart Model'e göre ikiye katlanır.

Süpersimetrik Lagranjyan'da bir parçacığın ve onun süpereşinin etkileşim halkaları birbirleriyle zıt işaretli ama aynıdır. Yani bir fermiyonik parçacığın halka katkısını onun süpereşi olan bozonik parçacığın halka katkısı yok ediyor ve Standart Model'deki Higgs kütlelerinin artışını açıklayamayan hiyerarşi problemini ortadan kaldırıyor. Şekil (3.1)'de gösterildiği gibi kırılmamış bir süpersimetrik teoride spin değerleri farklı olmak koşuluyla, parçacıklar kendi süpereşileriyle aynı kütleyle sahiptirler. Böyle bir durumda Higgs bozonunun fermiyon etkileşiminden kütlelerine gelen düzeltme ($\delta_f m_H^2$) ve Higgs bozonunun s-fermion etkileşiminden kütlelerine gelen düzeltme ($\delta_{\tilde{f}} m_H^2$), Higgs bozonunun ayar bozonuyla etkileşiminden kütlelerine gelen düzeltme ($\delta_g m_H^2$) ve Higgs bozonunun ayarino etkileşiminden kütlelerine gelen düzeltme ($\delta_{\tilde{g}} m_H^2$), Higgs bozonunun kendisiyle olan etkileşiminden kütlelerine gelen düzeltme ($\delta_H m_H^2$) ve Higgs bozonunun süpereşi higgsino ile etkileşiminden kütlelerine gelen düzeltme ($\delta_{\tilde{H}} m_H^2$) birbirlerinin katkılarını ortadan kaldırır.



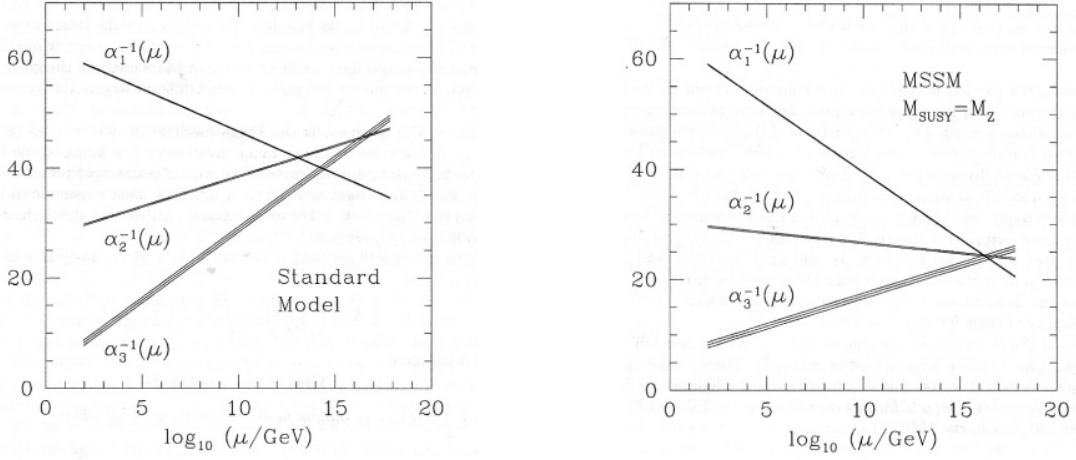
Şekil 3.1: Süpersimetri teorisinde Higgs kütleinin halka düzeltmeleri

Ancak süperparçacıkları deneylerde gözlemleyemediğimiz için bu teoride simetri kırılmış olmalı ve parçacıkların kütleleriyle süpereşlerinin kütleleri birbirinden farklı olmalıdır. Aksi takdirde süpersimetrik parçacıkları deneylerde gözlemliyor olmamız gerekirdi. Dolayısıyla gerçekte parçacıklar ve süpereşleri arasında olması gereken kütle farkından dolayı Higgs'e gelen kütle düzeltmeler sıfır değil, parçacıklar ile süpereşlerinin kütlelerinin karalarının farkıyla orantılı bir miktardır.

$$\delta_f m_H^2 \propto |m_f^2 - m_{\tilde{f}}^2|, \quad \delta_g m_H^2 \propto |m_g^2 - m_{\tilde{g}}^2|, \quad \delta_H m_H^2 \propto |m_H^2 - m_{\tilde{H}}^2| \quad (3.1)$$

Dolayısıyla kırılmış olan süpersimetri, hiyerarşi problemindeki devasa ölçüde Higgs kütle artışını daha makul bir artışa dönüştürerek küçük bir hiyerarşi problemi durumuna çevirir. Süpersimetri yaklaşımının Standart Model'e göre avantaj sağladığı başka bir nokta ise, Standart Model'de birleştirilemeyen temel kuvvetler, Minimal Süpersimetrik Standart Model yaklaşımıyla Süpersimetrik parçacık kütlelerinin birkaç TeV'den düşük olduğu yerde (Planck ölçeği yakınlarında) birleştirilebilirler (kütle çekimi hariç). Temel parçacıkların her birinin bir süpereşi olduğunu öne süren Süpersimetri, Standart Model'deki fermiyonlar ve bozonlar arasındaki farkları gidererek, ortaya koyduğu bu süperpartnerleri hesaba katarak, özellikle yüksek enerjilerde, elektromanyetik, zayıf ve güçlü kuvvetlerin birleşmesini sağlar. Bu birleşim, özellikle Büyük Birleşik Teoriler (Grand Unified Theories-GUTs)

çerçevesinde, Şekil (3.2)'de gösterildiği gibi elektromanyetik, zayıf ve güçlü kuvvetlerin daha temel bir kuvvetin farklı ifadeleri olabileceğini öne sürer.



Şekil 3.2: Süpersimetrik teorilerde elektromanyetik etkileşim, zayıf etkileşim, güçlü etkileşimin ayar bağlaşım sabitlerinin GUTs skalasında birleşmesi

Diğer taraftan CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) matrisi, Standart Model'deki kuarkların, zayıf etkileşimlerdeki farklı kuark türleriyle (*up*, *down*, *charm*, *strange*, *top*, *bottom*) arasındaki karışım açılarını ve bu etkileşimlerin genliklerini belirler. Bu karışımlar, yük ve parite simetrilerinin ihlalini gösterir. İşte süpersimetrik teorilerdeki süpereşlerin bu matrise katkıları yük ve parite simetrilerinin ihlalini artırarak madde antimadde asimetrisine bir açıklama getirme imkanı sağlar.

Ayrıca parçacıkların süpersimetrik olanlarıyla olmayanları arasında ayırım yapmak için tanımlanan ve süpersimetrik parçacıkların kararlı olmasını sağlayan *R-paritesinin* korunduğu süpersimerik modellerde en hafif süpersimetrik parçacık nötralinolar *karanlık madde* adayı olarak düşünülebilir.

3.1 Süpersimetriye Bir Bakış

Bir uzay-zaman simetrisi olan Süpersimetri (SUSY), her fermiyon (madde parçacığı) için bir bozon (kuvvet taşıyıcı parçacık) partneri öneren bir teoridir. Tanımlanan bir *Q* süpersimetri dönüşüm operatörü fermiyonik-bozonik ve bozonik-fermiyonik dönüşüm sağlayarak spinleri farklı ama aynı özelliklerde parçacıklar üretir.

$$Q |fermiyon \rangle = |bozon \rangle \quad (3.2)$$

$$Q |bozon \rangle = |fermiton \rangle$$

Q spinöral operatörü bir fermiyonik durumun spinini $\frac{1}{2}$ azaltıp bozonik duruma, bir bozonik durumun spinini $\frac{1}{2}$ arttırarak fermiyonik duruma dönüştürür. Dolayısıyla parçacık ile süpereşinin spinleri arasında $\frac{1}{2}$ lik fark ortaya çıkar. Her iki modelde tanımlı parçacıklar arasındaki spin farkını belirleyen Q operatörü süperyük olarak adlandırılır ve süpersimetrinin üreticidir. Spini I olan bozon üzerine Q spinör operatörünün etkisi,

$$Q |I \rangle = |I + 1/2 \rangle \quad (3.3)$$

ve spini J olan fermiyon üzerine Q spinör operatörünün etkisi,

$$Q |J \rangle = |J - 1/2 \rangle \quad (3.4)$$

şeklindedir. Yani, bozonların spinini $\frac{1}{2}$ artırırken, fermiyonların spinini $\frac{1}{2}$ azaltır. Q spinöral operatörünün bir özelliği de etki ettiği parçacığın uzay-zaman özelliklerini değiştirmesidir. Bu özellik süpersimetrinin, parçacığın sadece iç yapısıyla ilgili bir simetri olmayıp bir uzay-zaman simetrisi olduğunu gösterir.

İç simetrisi ve dış simetrisi bir araya getiren bir simetri sistemi Coleman-Mandula Teoremi tarafından yasaklı olsa da, özel görelilikteki simetrisi *Lie Cebir* kullanarak tanımlayan Poincare grubuna, Süpersimetrinin getirdiği fazladan jeneratörlerin oluşturduğu Lie süpercebirinin sağladığı genişleme sorunun çözülmesini sağlar. *Bu grup, öteleme ve Lorentz dönüşümlerini içerir ve fiziksel yasaların her gözlemci için aynı şekilde geçerli olmasını sağlar.* İki bileşenli spinöral operatör Q 'nun bir bileşeni olan Q_σ fermiyon ve bozonlar arasındaki dönüşümleri sağlayan bir bileşen olarak işlev görür. Q_σ operatörü öteleme jeneratörü olan P^μ (*enerji-momentum operatörü*) ve Lorentz dönüşüm jeneratörü olan $M^{\mu\nu}$ (*açısal momentum operatörü*) ile antikomütasyon ya da komütasyon üzerinden ilişki kurar. Bir simetrinin üreticileri, belirli bir simetrinin korunan yüklerini tanımlar. Bu yük süpersimetride Q 'dur. Spinöral yük Q_σ ile Hamiltonyen H arasındaki komütasyon ilişkisi, süpersimetrinin korunmasını sağlar.

$$[Q_\sigma, H] = 0 \quad (3.5)$$

Bu komütasyon ilişkisi, Q_σ nın zamanla değişmediğini ve dolayısıyla fermiyon ve bosonlar arasındaki dönüşümlerin enerji ile uyumlu olduğunu ve süperleşlerin kütlelerinin aynı olduğunu gösterir. Q operatörünün bileşenleri arasında antikomütasyon ilişkileri bulunur. Antikomütasyon, fermiyon tipindeki operatörlerin matematiksel bir özelliğidir. Öyleyse Q bileşenlerinin antikomütasyonu da sistemin Hamiltonyeni ile komutatatif olmalıdır.

$$[\{Q_\sigma, Q_\beta\}, H] = 0 \quad (3.6)$$

Enerji-momentum operatörü P^μ 'nün bileşenleri birbiriyle komutatatif olduğundan ve Hamiltonyen P^μ 'nün zamansal bileşeni olduğundan, bu eşitlik, Q_σ ve Q_β 'nin antikomütasyonunun P^μ ile orantılı olduğunu gösterir.

$$\{Q_\sigma, Q_\beta\} \propto P^\mu \quad (3.7)$$

Temel parçacıklar ile onların Süpersimetrik eşleri arasında bağlantı kuran Lie süpercebrinde N jeneratörlerin kopya sayısını göstermek üzere; Poincare cebri en temel genişletilmiş durumu N=1 hali Süpersimetri cebridir. N>1 hali ise Genişletilmiş Süpersimetri Cebri olup teoriye spini 1 den büyük parçacıklar dahil edilir fakat *spin 5/2* durumunda teori renormalize edilemez.

Poincare cebri öteleme jeneratörü P^μ , lorentz dönüşüm jeneratörü M^μ , Majorana fermiyonlarıyla ilişkili bir spinör yük operatörü olan Q_σ ve bunun hermitik eşleniği olan \bar{Q}_σ jeneratörlerinden oluşur. Majorana fermiyonları, kendisiyle eşleşen, yani kendine eş (self-conjugate) olan fermiyonlardır. Dirac spinörlerinin aksine, Majorana fermiyonları, bir karmaşık sayı içermeyen gerçek bir spinördür. Poincare cebri genişletilmiş süpersimetrik yapısında Q_σ , P^μ , $M^{\mu\nu}$ nin komütasyon-antikomütasyon ilişkileri,

$$[P_\mu, Q_\alpha^i] = [P_\mu, \bar{Q}_\alpha^i] = 0 \quad (3.8)$$

$$[Q_\alpha^i, M^{\mu\nu}] = \frac{1}{2} (\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_\beta^i \quad (3.9)$$

$$[\bar{Q}_\alpha^i, M^{\mu\nu}] = -\frac{1}{2} \bar{Q}_\beta^i (\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta \quad (3.10)$$

$$[P_\mu, M^{\sigma\rho}] = i (g^{\mu\sigma} P^\rho - g^{\mu\rho} P^\sigma) \quad (3.11)$$

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = \{\bar{Q}_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 0 \quad (3.12)$$

$$\{Q_\alpha^i, \bar{Q}_\beta^j\} = 2\delta^{ij}(\sigma^\mu)_{\alpha\beta} P_\mu \quad (3.13)$$

olup, $i, j = 1, 2, \dots, N$ Q_α spinöral jeneratörünün sayısını gösteren indisler, $\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta} = 1, 2$ sağ ve sol-elli Weyl spinörlerini temsil eden Spinöral indisler ve μ, ν, σ, ρ uzay-zaman indisleridir. $\sigma^\mu = (1, \vec{\sigma})$ dört vektör indeksine sahip (0, 1, 2, 3) 4 boyutlu Lorentz dönüşümü içeren spinor matrislerini temsil eder. $\bar{\sigma}^\mu = -(\sigma^\mu)^* = (\sigma^0 \sigma^1 \sigma^2 \sigma^3)$ yani sigma matrisinin Hermityen eşleniği olan matristir. σ^i ($i = 1, 2, 3$) 2x2 boyutunda olan Pauli matrisidir. $\sigma^\mu = (1, \vec{\sigma})$, $\bar{\sigma}^\mu = (1, -\vec{\sigma})$, $\vec{\sigma}$ fermiyonların ve bozonların etkileşim terimlerdeki Pauli matrisleri ile, $4\sigma^{\mu\nu} = (\sigma^\mu \bar{\sigma}^\nu - \sigma^\nu \bar{\sigma}^\mu)$ bağıntısı kurulur. Buradaki σ^μ ve $\bar{\sigma}^\nu$, Pauli matrisleri ve Lorentz indeksleri ile ilişkili spinor cebirinde ortaya çıkan terimlerdir.

Süpersimetrik (SUSY) teoride fermiyonik ve bozonik parçacıkların bir arada bulunduğu bir temsil süperçoklu (supermultiplet) olarak isimlendirilir. Bir süperçoklu, Standart Model'deki fermiyonik ya da bozonik parçacığın Q_α spinöral jeneratörü yardımıyla dönüşen süperesini de içerdiğinden fermiyonlar ve bosonlar arasında bir tür eşleme sağlar. Komütatif olan Süpersimetri jeneratörleri ve ayar dönüşüm jeneratörleri nedeniyle aynı süperçokludaki parçacıklar aynı ayar grubunda, aynı elektrik yükünde, aynı zayıf izospin ve aynı renk serbestlik derecesine sahip olurlar.

Süpersimetride eşit sayıda bozonik ve fermiyonik parçacık olması nedeniyle aynı süperçoklu'da fermiyonik ve bozonik serbestlik dereceleri sayılarında da eşitlik söz konusudur.

$$n_f = n_b \quad (3.14)$$

En temel süperçoklu; iki bileşenli bir Weyl fermiyonu ($n_f = 2$) ile bir kompleks skaler parçacıktan oluşur ($n_b = 2$). Weyl fermiyonları, yalnızca bir spin bileşeni (*sağ el veya sol el*) taşıyan fermiyonlardır. İki bileşenli Weyl fermiyonu, bir spinorun iki bileşenli haliyle ifade edilir. Bu durumda, ($n_f = 2$), iki adet Weyl fermiyonu olduğu anlamına gelir. Kompleks skaler parçacık, aynı zamanda skaler alanın kuantum hali olan bir bozondur. Kompleks olduğu için, bu parçacık iki bileşenlidir ($n_b = 2$) ve burada, sistemde iki adet skaler parçacığın bulunduğunu ifade eder. İki bileşenli bir Weyl fermiyonu ve bir kompleks skaler alanının birleşimi, kiral süperçoklu (*chiral supermultiplet*) olarak bilinir.

Süpersimetrik parçacıklar isimlendirilirken Q operatörünün dönüştürülmüş olduğu fermiyonik parçacık başına skaler kelimesinin baş harfini alır (lepton \rightarrow s-lepton, kuark \rightarrow s-kuark). Dönüşen parçacık bozonik ise isminin sonuna “ino” eki getirilir. Örneğin, W bozon \rightarrow Wino, Z bozon \rightarrow Zino, Higgs bozonu \rightarrow Higgsino gibi. Dönüşen süpereşler sembol edilirken başlarına tilda (\sim) işareti alırlar.

Tablo 3.1: Standart Model parçacık sembollerinin Süpersimetrideki karşılıkları

STANDART MODEL				SÜPERSİMETRİ			
Kuark (q)		Lepton (l)		S-Kuark (\tilde{q})		S-Lepton (\tilde{l})	
u	d	e	ν_e	\tilde{u}	\tilde{d}	\tilde{e}	$\tilde{\nu}_e$
c	s	μ	ν_μ	\tilde{c}	\tilde{s}	$\tilde{\mu}$	$\tilde{\nu}_\mu$
t	b	τ	ν_τ	\tilde{t}	\tilde{b}	$\tilde{\tau}$	$\tilde{\nu}_\tau$
γ (foton)	g	W bozon	Z bozon	$\tilde{\gamma}$ (fotino)	\tilde{g}	\tilde{W} (wino)	\tilde{Z} (zino)
H (higgs)				\tilde{H} (higgsino)			

3.2 Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM)

Standart Model’de bozonlar ve fermiyonlar birbirinden bağımsız olarak davranırlar. Ancak Süpersimetri, bu iki tip parçacık arasında dönüşüm sağlayan bir matematiksel yapıdır. Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM), süpersimetriyi Standart Model’e entegre etmeye çalışan temel bir modeldir.

Standart Model’in tüm parçacıklarının süpersimetrik eşlerini barındırarak onun süpersimetrik bir versiyonu olan MSSM bazı önemli parametreler içerir. MSSM’deki süpersimetrik parçacıklardan biri olan nötralino, karanlık madde olarak kabul edilebilir. MSSM’de Higgs alanı, iki Higgs çiftinden oluşur. Higgs mekanizmasının daha iyi anlaşılmasını sağlayan MSSM, Standart Model’deki tek Higgs çiftini biri yüksek enerjili, diğeri ise düşük enerjili iki Higgs çiftine (daha doğrusu dört Higgs bozonuna) çıkarır.

MSSM’de, temel parçacıklar ve süpereşleri ‘*kiral (madde) süperçoklusu* veya *ayar (vektör) süperçoklusu* olarak gruplandırılır. Bir fermiyonun spin ve momentum vektörleri aynı yönde ise, bu fermiyon *sağ-elli*, spin yönü momentum yönüyle ters ise, fermiyon *sol-elli* olarak tanımlanır. Sağ-elli ve sol-elli fermiyonların birbirinden farkı, Lorentz dönüşümlerinde, parite (P), charge conjugation (C) gibi simetriler altında davranışlarıyla ilişkilidir. Sağ veya sol-elli fermiyonun kendi süpereşiyle oluşturduğu süperçoklu yapıya *kiral süperçoklu* denir.

Kiral süperçoklular, sağ ve sol-elli kuark ve leptonları içeren üç fermiyon ailesi (Q_i, U_i, D_i, L_i, E_i) ve skaler süpereşleri ($\tilde{Q}_i, \tilde{U}_i, \tilde{D}_i, \tilde{L}_i, \tilde{E}_i$) yanında iki kompleks Higgs ikilisi (H_u, H_d) ve onların süpereşleri Higgsinolardan (\tilde{H}_u, \tilde{H}_d) oluşur.

Tablo 3.2: MSSM kiral süperçokluları

Süperçoklu	Spin		$SU(3)_c$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
Kuarklar Q, U, D					
Sol-elli Kuarklar					
u_L	$1/2$	(u_L, d_L)	3	2	$1/6$
d_L	$1/2$		3	2	$-1/6$
Sağ-elli Kuarklar					
u_R^c	$1/2$		3	1	$-2/3$
d_R^c	$1/2$		3	1	$1/3$
S-kuarklar $\hat{Q}, \hat{U}, \hat{D}$					
Sol-elli S-Kuarklar					
\tilde{u}_L	0	$(\tilde{u}_L, \tilde{d}_L)$	3	2	$1/6$
\tilde{d}_L	0		3	2	$-1/6$
Sağ-elli S-Kuarklar					
\tilde{u}_R	0		3	1	$-2/3$
\tilde{d}_R	0		3	1	$1/3$
Leptonlar L, E					
Sol-elli Leptonlar					
ν_e	$1/2$		1	2	$1/2$
e_L	$1/2$	(ν_e, e_L)	1	2	$-1/2$
Sağ-elli Leptonlar					
e_R^c	$1/2$		1	1	-1
S-Leptonlar \tilde{L}, \tilde{E}					
Sol-elli S-Leptonlar					
$\tilde{\nu}_e$	0		1	2	$1/2$
\tilde{e}_L	0	$(\tilde{\nu}_e, \tilde{e}_L)$	1	2	$-1/2$
Sağ-elli S-Leptonlar					
\tilde{e}_R	0		1	1	-1

Tablo 3.2 (devam)

<i>Higgs ve Higgsino</i>					
<i>Higgs Alanları \hat{H}_u, \hat{H}_d</i>					
H_u	0	(H_u^+, H_u^0)	1	2	1/2
H_d	0	(H_d^0, H_d^-)	1	2	-1/2
<i>Higgsino</i>					
\tilde{H}_u	1/2	$(\tilde{H}_u^+, \tilde{H}_u^0)$	1	2	1/2
\tilde{H}_d	1/2	$(\tilde{H}_d^0, \tilde{H}_d^-)$	1	2	-1/2

Sol-elli kuarklar u_L ve d_L parçacıklarında, *spin* 1/2'dir ve $SU(3)_c = 3$ (renk yükü), $SU(2)_L = 2$ (sol-elli fermiyonlar), ve $U(1)_Y = \pm 1/6$ (hiperyük) olarak tanımlanır. Sağ-elli kuarklar u_R^c ve d_R^c parçacıklarında *spin* 1/2 'dir ve $SU(3)_c = 3$, $SU(2)_L = 1$ (tek başına bir grup) ile tanımlanır. Skaler kuarklar (Sol-elli ve sağ-elli) kuarkların *spin* 0 olan süpereşleridir.

Sol-elli leptonlar ν_e (nötrino) ve e_L (elektron) parçacıklarında *spin* 1/2'dir ve $SU(3)_c = 1$ (renk yükü yok), $SU(2)_L = 2$ (sol-elli fermiyonlar) ve $U(1)_Y = 1/2$ (nötrino) veya -1/2 (elektron) ile tanımlanır. Sağ-elli lepton e_R^c (elektron), *spin* 1/2 'dir ve $SU(3)_c = 1$, $SU(2)_L = 1$ ile tanımlanır. S-leptonlar, leptonların *spin* 0 olan süperpartnerleridir. Sol-elli ve sağ-elli s-leptonların da *spini* 0, $SU(3)_c = 1$ 'dir. H_u ve H_d sırasıyla yukarı ve aşağı Higgs alanlarıdır ve *spin* 0 dır ve $SU(3)_c = 1$, $SU(2)_L = 2$ ile tanımlanır.

Ayar anomalisi bir teorideki simetrilerin, kuantum düzeyinde bozulması durumudur. Standart Model'de ise simetrilerin bozulmaması $Tr(Y^3) = 0$ ve $Tr(T_3 T_3 Y) = 0$ şartlarına bağlıdır. Yük anomalisi $U(1)$ simetrisinin bozulduğu bir durumdur. Y operatörünün zayıf hiperyükü ifade ettiği $Tr(Y^3) = 0$ koşulu $U(1)$ simetrisinin (örneğin, elektriksel yük simetrisinin) Standart Model'deki tüm parçacıklar arasında korunması gerektiğini belirtir.

$SU(2)_L$ 'de zayıf izospinin üçüncü bileşeni olan T_3 ü içeren $Tr(T_3 T_3 Y) = 0$ ifadesi eğer sıfırdan farklıysa $SU(2)_L$ simetrisi bozulur. Anomali olmaması için ifade sıfır olmalıdır. Fakat MSSM'de Higgsino bu ifadeleri sıfırdan farklı kılar. Bu da MSSM'de ayar anomalisine neden olur. Bunun olmaması için, MSSM de fermiyonik süpereşiyle zıt hiperyüklerde iki Higgs çiftlisine ihtiyaç vardır. Bu nedenle SM'de bir Higgs çiftlisi $H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}$ varken MSSM'de iki Higgs çiftlisi $H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}$, $H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}$ vardır. Bu çiftliler yukarı ve

aşağı tip kuarklara kütle kazandırır. Bu Higgs çiftlerinin hiperyükleri (yük operatörlerinin Y değerleri) birbirinden farklıdır. H_u Higgs çifti, yukarı-tip kuarklara (örneğin, u-kuarklar) kütle kazandırırken, hiperyük $Y = +1/2$ 'dir. H_d Higgs çifti, aşağı-tip kuarklara (örneğin, d-kuarklar) kütle kazandırırken, hiperyük $Y = -1/2$ dir.

Ayar (Vektör) Süperçoklular, kuvvet taşıyıcı bozonik parçacıklar gluonlar (g) ve elektrozayıf ayar bozonları (W^\pm, Z, γ) ile bunların süpereşleri, gluinolar (\tilde{g}) ve gauginolardan ($\tilde{W}^\pm, \tilde{Z}, \tilde{\gamma}$) oluşur.

Tablo 3.3: MSSM ayar süperçokluları

Süperalanlar $\hat{G}^a, \hat{W}, \hat{B}$	$Spin\ 1$	$Spin\ 1/2$	$SU(3)_c$	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$
Bozonik Parçacıklar					
Gluon (g)	g^a		8	-	-
W Bozonu (W^0)	W^+, W^-, W^0		-	3	-
B Bozonu (B^0)	B^0		-	-	1
Fermiyonik Süpereşler					
Gluino (\tilde{g})		\tilde{g}^a	8	-	-
Wino (\tilde{W}^0)		$\tilde{W}^+, \tilde{W}^-, \tilde{W}^0$	-	3	-
Bino (\tilde{B}^0)		\tilde{B}^0	-	-	1

Standart Model'de Elektrozayıf simetri $[SU(2)_L \otimes U(1)_Y]$ kırılması W^+, W^- 'nin yanında W^0 ve B^0 bozonlarının öz durumlarının karışımıyla oluşan Z^0 bozonunu ve fotonu (γ) ortaya çıkarır. MSSM'de elektrozayıf simetri kırılması tıpkı SM'deki gibi gerçekleşir ve foton MSSM'de de kütsüz kalır. Ancak MSSM'de süpersimetrik genişlemeler sonucu süpereşlerin de karışımı sonucu yeni süperpartnerler Wino (\tilde{W}^0), Bino (\tilde{B}^0), Zino (\tilde{Z}^0) ve Fotino ($\tilde{\gamma}$) ortaya çıkar. Karışımlar, yüklü ve nötr süperpartnerlerin kütle öz durumlarını belirler ve yeni süpersimetrik parçacıkların kütlelerini tanımlarlar. MSSM'de birbirleriyle karışan ayarınolar ($\tilde{W}, \tilde{Z}, \tilde{\gamma}$) ve Higgsinolar neticede; yüksüz süpereşler, nötralino ($\tilde{X}_1^0, \tilde{X}_2^0, \tilde{X}_3^0, \tilde{X}_4^0$) denilen $1/2$ spinli, dört adet yüksüz fermiyon kütle öz durumunu, yüklü süpereşler ise, yükliino ($\tilde{X}_{1,2}^\pm$) denilen $1/2$ spinli, yüklü fermiyon öz durumunu oluşturur.

3.2.1 MSSM Lagranjyan'ı

Denklem (3.15)'te görüldüğü gibi MSSM Lagranjyan'ı, kinetik ve etkileşim terimlerini içeren \mathcal{L}_{SUSY} ve süperleş parçacıkların kütle kazanım terimlerini içeren \mathcal{L}_{SOFT} olarak iki kısımdan oluşur.

$$\mathcal{L}_{MSSM} = \mathcal{L}_{SUSY} + \mathcal{L}_{SOFT} \quad (3.15)$$

Süpersimetrik bir Lagranjyan olan \mathcal{L}_{SUSY} , MSSM'in farklı fiziksel bileşenlerini ifade eden çeşitli terimlerin toplamı olarak yazılır. Bu terimler alanların etkileşimlerini, hareketlerini ve potansiyel enerjilerini tanımlar.

$$\mathcal{L}_{SUSY} = \mathcal{L}_{Kinetik} + \mathcal{L}_{Ayar} + \mathcal{L}_{Yukawa} - V_F \quad (3.16)$$

Alanların dinamik özelliklerini ve hareketini tanımlayan $\mathcal{L}_{Kinetik}$ ifadesinde skaler alanlar (bozonik alanlar) için kinetik terim, alanın türevlerini içerir. Fermiyonik alanlar (ayarino gibi fermiyonik süpersimetrik eşler) için kinetik terim Dirac veya Majorana terimleriyle ifade edilir.

$$\mathcal{L}_{Kinetik} = \sum_i (D_\mu \phi_i)^\dagger (D^\mu \phi_i) + \frac{i}{2} \sum_i \bar{\Psi}_i \not{D} \Psi_i + \frac{i}{2} \sum_a \bar{\lambda}_a \not{D} \lambda_a \quad (3.17)$$

Bir kiral süperçoklu, tipik olarak $\widehat{\Psi} = (\phi_i, \psi_i, F)$ şeklinde oluşur. Bileşenlerden ϕ_i terimi skaler bileşen, ψ_i terimi fermiyonik bileşen (majonara fermiyonu), F terimi yardımcı alan olarak betimlenir. Alanların lokal simetrilere göre değişmez kalmasını sağlamak için ayar alanları (gauge fields) üzerinden tanımlanan \mathcal{L}_{Ayar} terimi, alanların ayar alanları ile olan etkileşimlerini ve gauge grubu altında simetriyi koruyan etkileşimleri içerir.

$$\mathcal{L}_{Ayar} = -\frac{1}{4} \sum_a (F_{\mu\nu})_a F_a^{\mu\nu} - \sqrt{2} \sum_a g_a \bar{\phi}_i (T^a)_{ij} \bar{\Psi}_j P_L \bar{\lambda}^a + \frac{1}{2} \sum_a D^a D_a \quad (3.18)$$

Birinci ifade, madde parçacıkları, Higgs çokluları ve ayarino etkileşimlerini, ikinci ifade skaler etkileşimleri gösterir. $\bar{\phi}_i (T^a)_{ij} \bar{\Psi}_j$ ifadesi, $\bar{\phi}_i$ skaler alanın $(T^a)_{ij}$ jeneratör matrisi aracılığıyla $\bar{\Psi}_j$ fermiyonik alanla etkileşimini tanımlar. g_a , ayar etkileşim gücünü belirten ayar sabitidir. $\bar{\lambda}^a$ ayar alanına karşılık gelen süperleş gaugino alanıdır ve majorana fermiyonu olarak tanımlanır. $F_{\mu\nu}$ ise ayar alanının kuvvet tensörüdür. Ayar grupları altında

skaler alanların ayar simetrilerinin korunumunu sağlayacak şekilde davranmasını sağlayan D terimleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$D^a = \phi_i^\dagger g_a (T^a)_{ij} \phi_j \quad (3.19)$$

D_μ kovaryant türev operatörü, alanların lokal (yerel) ayar simetrisine göre türevini tanımlar. Düz bir türevden (∂_μ) farkı, ayar simetrisini koruyabilmek için bir ayar alanı bileşeninin kendisine eklenmesidir. $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$ şekilde tanımlanır. $\gamma^\mu D_\mu$ ifadesi ile tanımlanan \mathcal{D} fermiyonik alanlar üzerindeki kovaryant türev operatörüdür. Bu operatör, fermiyonların dinamiklerini tanımlarken ayar simetrisini koruyacak şekilde davranır. γ^μ (dirac denklemi) içinde ayar simetrisine uygun bir şekilde türev alınması gereken durumlarda $\gamma^\mu D_\mu$ operatörü kullanılır. P_L ise fermiyonik alanın sol-elli bileşenlerini seçen *Helisite operatörü* 'dür.

$$P_L = \frac{(1-\gamma^5)}{2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

\mathcal{L}_{Yukawa} ve V_F terimleri, süpersimetrik alanların etkileşimlerini ve potansiyel enerjilerini tanımlayan süperpotansiyel adında analitik bir fonksiyondan türetilir ve en az iki, en çok üç kiral süperalanı barındırır. Üçten fazla olması Lagranjyan'ın renormalize edilmesinde sorun çıkarır. Süperpotansiyel, süpersimetrik teorilerde holomorfik bir fonksiyon olarak tanımlandığından, sadece kiral süperalanların kendilerinin kullanılmasına izin verir. Bir alanın kompleks eşleniği holomorfik bir fonksiyonun yapısını bozacağı için süperpotansiyel içinde yer almaz. MSSM'de Higgs süperalanları ile madde süperalanları (kuark ve leptonlar) arasındaki etkileşimleri içeren süperpotansiyel aşağıda verilmiştir.

$$\widehat{W}_{MSSM} = -\mu \widehat{H}_d \cdot \widehat{H}_u + \widehat{Q} \cdot \widehat{H}_u Y_u \widehat{U} + \widehat{H}_d \cdot \widehat{Q} Y_d \widehat{D} + \widehat{H}_d \cdot \widehat{L} Y_e \widehat{E} \quad (3.21)$$

\widehat{H}_d aşağı tip, \widehat{H}_u yukarı tip Higgs süperalanları, μ 'nün bu alanlar arasındaki ilişkiyi sağlayan parametre (*Higgs kütle teriminin süpersimetrik versiyonu*) olduğu ilk terim ($\mu \widehat{H}_d \cdot \widehat{H}_u$, \widehat{H}_d) bi-lineer terimdir. $\widehat{Q} \cdot \widehat{H}_u Y_u \widehat{U}$ terimi, yukarı tip kuark süperalanları ile Higgs alanları arasındaki Yukawa etkileşimini göstermekte olup Y_u yukarı tip kuarklar için Yukawa etkileşim matrisini, \widehat{Q} kuark süperalanını, \widehat{U} yukarı tip kuark süperalanını ifade eder. $\widehat{H}_d \cdot \widehat{Q} Y_d \widehat{D}$ aşağı tip kuark süperalanları ile Higgs alanları arasındaki Yukawa etkileşimini göstermekte olup Y_d aşağı tip kuarklar için Yukawa etkileşim matrisini, \widehat{D} ise

aşağı tip kuark süperalanı gösterir. $\hat{H}_d \cdot \hat{L} Y_e \hat{E}$ lepton süperalanları ile Higgs alanları arasındaki Yukawa etkileşimini temsil eder. \hat{L} lepton süperalanı (çift olarak nötrino ve yüklü leptonları içerir), \hat{E} elektron süperalanını temsil eder, Y_e leptonlar için Yukawa etkileşim matrisidir. Y_u, Y_d, Y_e (3x3) matrislerdir.

$$Y_u = \begin{pmatrix} y_u & 0 & 0 \\ 0 & y_c & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{pmatrix}, Y_d = \begin{pmatrix} y_d & 0 & 0 \\ 0 & y_s & 0 \\ 0 & 0 & y_b \end{pmatrix}, Y_e = \begin{pmatrix} y_e & 0 & 0 \\ 0 & y_\mu & 0 \\ 0 & 0 & y_\tau \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

ve

$$\hat{Q} \cdot \hat{H}_d \equiv \hat{Q}^T (i\sigma_2) \hat{H}_d = \varepsilon_{ij} \hat{Q}^i \hat{H}_d^j = \hat{u}_L H_d^- - \hat{d}_L H_d^0 \quad (3.23)$$

şeklindedir. Yukarıda bahsedildiği gibi, bir alanın kompleks eşleniği holomorfik bir fonksiyonun bozacağı için Denklem (3.21)'deki Yukawa bağlaşım terimlerinde \hat{H}_d ve \hat{H}_u yerine kompleks eşlenikleri \hat{H}_d^* ve \hat{H}_u^* ifadeleri yazılamaz. Baryon ve lepton sayıları korunan MSSM'de, Yukawa terimleri dışında, farklı etkileşim terimleri (baryon ve lepton sayıları korunmayan fakat analitikliği ve ayar değişmezliği bozmayacak) içeren ek süperpotansiyel yazılabilir.

$$\widehat{W}' = \mu' \hat{L} \cdot \hat{H}_d + \hat{L} \cdot \hat{Q} Y'^E + \hat{L} \cdot \hat{Q} Y''^{\hat{D}} + \hat{U} \cdot \hat{D} Y'''^{\hat{D}} \quad (3.24)$$

\widehat{W}' , lepton ve baryon sayısı korunumu ihlal edilmiş terimlerden oluşan süperpotansiyeldir. Buradaki μ' farklı bir kütle parametresi, Y', Y'', Y''' terimleri Yukawa bağlaşımlarından farklı bağlaşımlardır.

MSSM'de parçacıkları ve süperparçacıkları birbirinden ayırmak ve baryon ve lepton sayısını korumak için *R-parite* isminde bir kuantum sayısı tanımlanmalıdır. Bunun için, parçacıkların herbirine *R-parite* kuantum sayısı tanımlanmalıdır. Bir parçacığın *P_R parite sayısı*; *R-parite*, *B-bozon sayısı*, *L-lepton sayısı*, *S-spin* olmak üzere aşağıdaki gibidir.

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2S} \quad (3.25)$$

$3(B - L) + 2S$ değeri, elektron, nötrinolar, kuarklar gibi normal Standart Model parçacıklar için çift sayı çıkacağından $P_R = +1$ değerini alır. $3(B - L) + 2S$ değeri fotinolar, nötralino, s-leptonlar gibi süperparçacıklar için tek sayı çıkacağından $P_R = -1$ değerini alır. Böylece parçacıklar arasında karışım olmaz. Yani *R-paritesi*, MSSM'de parçacıkların nasıl

etkileşeceğini ve üretileceğini belirler ve parçacık çarpışmalarında süperparçacıklar çiftler halinde üretilir. Eğer *R-paritesi* korunuyorsa, en hafif süperparçacık nötrino (LSP - *Lightest Supersymmetric Particle*) kararlı olur, çünkü daha hafif bir Standart Model parçacığına bozunamaz. Elektrik ve renk yükü nötr LSP sadece zayıf etkileşim yapacağından, kararlı süperparçacık olarak karanlık madde adayı olur.

Fermiyonlar ve skaler alanlar arasındaki etkileşimleri tanımlayan \mathcal{L}_{Yukawa} ve skaler alanların potansiyel enerjisini ifade eden V_F , süperpotansiyelden türetilir ve süpersimetrinin dayattığı kısıtlamalar altında belirlenir. Süperpotansiyelin skaler bileşenlere göre çift türevini almak, *Yukawa etkileşim terimlerini* türetir. Bu işlem sonucunda elde edilen terimler, süperalanların fermiyonik bileşenleriyle etkileşime girerek fermiyonlar için kütle terimleri sağlar. Denklem (3.26) gösterilen bu terimler, Standart Model'de fermiyonların kütle kazanmasına yol açan Higgs etkileşimlerinin süpersimetrik genişletilmiş versiyonlarıdır.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Yukawa} &= \sum_{ij} \frac{\partial^2 W}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_i \psi_j + h.c \\
&= \varepsilon_{ij} [EY_e L^i H_d^j + DY_d Q^i H_d^j + UY_u Q^i H_u^j + \mu H_u^i H_d^j] \\
&\quad + \varepsilon_{ij} [\tilde{E}Y_e L^i \tilde{H}_d^j + \tilde{D}Y_d Q^i \tilde{H}_d^j + \tilde{U}Y_u Q^i \tilde{H}_u^j] \\
&\quad + \varepsilon_{ij} [EY_e \tilde{L}^i \tilde{H}_d^j + DY_d \tilde{Q}^i \tilde{H}_d^j + UY_u \tilde{Q}^i \tilde{H}_u^j] + h.c
\end{aligned} \tag{3.26}$$

V_F (*F-terimleri potansiyeli*) skaler kütle terimlerini sağlar. Örneğin, Higgs alanı için kütle terimleri bu potansiyelin bir parçasıdır. *F-terimleri*, süperpotansiyelin skaler alanlara göre türevleriyle hesaplanır ve skaler etkileşim terimlerini oluşturur. Mutlak karesi alındığında, skaler alanlar için kütle terimleri ve etkileşimler ortaya çıkar.

$$V_F = \sum_i \left| \frac{\partial W(\phi)}{\partial \phi_i} \right|^2 = |F_i|^2 \tag{3.27}$$

Sonuç olarak MSSM Lagranjyanı şöyle oluşur ;

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SUSY} &= \sum_i (D_\mu \phi_i)^\dagger (D^\mu \phi_i) - \frac{1}{4} \sum_a (F_{\mu\nu})_a F_a^{\mu\nu} \\
&\quad + \frac{i}{2} \sum_i \bar{\psi}_i \not{D} \psi_i + \frac{i}{2} \sum_a \bar{\lambda}_a \not{D} \lambda_a - \sqrt{2} \sum_a g_a \bar{\phi}_i (T^a)_{ij} \bar{\psi}_j P_L \lambda^a \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_a [\phi_i^\dagger g_a (T^a)_{ij} \phi_j]^2 - \left[\sum_{ij} \frac{\partial^2 W}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_i \psi_j + h.c \right] - |F_i|^2
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Denklem (3.28)'de gösterilen terimler aşağıda açıklanmıştır.

$(D_\mu \phi_i)^\dagger (D^\mu \phi_i)$: Skaler alanların kinetik terimidir.

$(F_{\mu\nu})_a F_a^{\mu\nu}$: Kuvvet taşıyıcı alanlar için kinetik terimdir. $F_{\mu\nu}$, gluonlar veya fotonlar gibi gauge alanlarının tensörüdür.

$\bar{\Psi}_i \not{D} \Psi_i$: fermiyonik süperalanların fermiyon bileşenlerinin (kuarklar , leptonlar vs.) kinetik terimi.

$\bar{\lambda}_a \not{D} \lambda_a$: gauge alanlarının fermiyonik partnerlerinin (gluino, fotino vs.) kinetik terimidir.

$-\sqrt{2} \sum_a g_a \bar{\phi}_i (T^a)_{ij} \bar{\Psi}_j P_L \lambda^a$: fayet-iliopoulos (F_i) etkileşim terimleri.

$-\frac{1}{2} \sum_a [\phi_i^\dagger g_a (T^a)_{ij} \phi_j]^2$: gauge alanları ile skaler alanlar arasındaki etkileşimleri içeren *D-terim potansiyeli*.

$\left[\sum_{ij} \frac{\partial^2 W}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \Psi_i \Psi_j + h.c. \right]$: Süperpotansiyel W 'nin skaler alanlara göre çift türevinden elde edilen terimleri içeren Yukawa Etkileşim Terimleri.

$-|\mathbf{F}_i|^2$: $F_i = \frac{\partial W}{\partial \phi_i}$ süperpotansiyelin skaler alanlara göre türevi ile elde edilen ve skaler alanların kütle ve etkileşimlerini tanımlayan *F-terim potansiyeli*.

Denklem (3.28)'de yazılan \mathcal{L}_{SUSY} , süpersimetrik dönüşümlere karşı invariyantrır. Her fermiyonik parçacığın aynı kütlede bir bozonik süperpartneri vardır (tersi de geçerlidir). Düşük enerji seviyelerinde kendiliğinden kırılması gerektiği düşünülen bu simetride parçacıklarla süpereşleri arasındaki kütle farkı az olacağından simetri kırınımı yumuşak olmalıdır. MSSM'deki yumuşak süpersimetrik kırılma terimleri aşağıdaki gibidir;

$$\begin{aligned}
-\mathcal{L}_{SOFT} = & \tilde{Q}^\dagger m_{\tilde{Q}}^2 \tilde{Q} + \tilde{U}^\dagger m_{\tilde{U}}^2 \tilde{U} + \tilde{D}^\dagger m_{\tilde{D}}^2 \tilde{D} + \tilde{L}^\dagger m_{\tilde{L}}^2 \tilde{L} + \tilde{E}^\dagger m_{\tilde{E}}^2 \tilde{E} + m_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u + \\
& + m_{H_d}^2 H_d^\dagger H_d + [-\mu B H_d \cdot H_u + h.c.] + [\hat{Q} \cdot H_u Y_u^A \tilde{U} + \hat{Q} \cdot H_d Y_d^A \tilde{D} + \hat{L} \cdot H_d Y_e^A \tilde{E} + h.c.] - \\
& [m_{\tilde{g}} \lambda_{\tilde{g}}^a \lambda_{\tilde{g}}^a + M_2 \lambda_{\tilde{W}}^i \lambda_{\tilde{W}}^i + M_1 \lambda_{\tilde{B}} \lambda_{\tilde{B}} + h.c.] \quad (3.29)
\end{aligned}$$

Süpersimetri doğada tam bir simetri olmadığından, MSSM'deki yumuşak süpersimetrik kırılma terimlerini içeren bu ifade modeldeki süpersimetrik bozulmayı ifade eder ve el ile yazılır. Yumuşak kırılma, yüksek enerjide korunmasına izin verecek şekilde süpersimetriyi kırarak , düşük enerjide Standart Model'in deneylerle uyumlu olmasını sağlar. İfade içindeki terimlerden $m_{\tilde{Q}, \dots, \tilde{E}}^2$ skaler fermiyonların yumuşak kütle matrisleridir. B , higgs dubletleri arasında yumuşak kırılma parametresi, $m_{H_u}^2$ ve $m_{H_d}^2$ MSSM'deki iki Higgs dubletinin

yumuşak kırılma kütle terimlerini, $Y_{u,d,e}^A$ Yukawa kuplaj matrislerinin yumuşak kırılma versiyonlarını, $m_{\tilde{g}}$ gluino kütesini, M_1 ve M_2 sırasıyla Bino ve Wino kütesini ifade eder. a ve i ise sırasıyla gluino ve wino indisini gösterir.

3.2.2 Higgs Sektörü

Standart Model'in süpersimetrik bir genişlemesi olan MSSM nötral bileşenleri sıfırdan farklı değerler alan iki Higgs çiftinin (H_u ve H_d) varlığını gerektirir.

$$H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} H_u^+ \\ \nu_u + \phi_u + i\varphi_u \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

$$H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \nu_d + \phi_d + i\varphi_d \\ H_d^- \end{pmatrix}$$

Burada H_u yukarı tip kuarklara (t, c, u) kütle kazandırırken H_d ise aşağı tip kuarklara (b, s, d) ve leptonlara (e, μ, τ) kütle kazandırır. Higgs bozonunun kütesini bulmak için önce Higgs potansiyelini bulmak gerekir. Higgs sektörünü tanımlayan potansiyel enerji fonksiyonu V_{tree} aşağıdaki üç terimden oluşur.

$$V_{tree} = V_F + V_D + V_{Soft} \quad (3.31)$$

Bu terimler süpersimetri (SUSY) çerçevesinde Higgs sektörünü şekillendiren fiziksel süreçlerden gelir. *F-Terim Potansiyeli* V_F , süpersimetrik teoriye dayalı olarak Higgs'in süperpotansiyelinden (W) türetilir ve süperpotansiyelin Higgs alanlarına göre türevlerinin karelerinin toplamı ile ifade edilir. H_u ve H_d , yukarı ve aşağı tip Higgs çiftlerini temsil eder. μ Higgs alanlarına kütle veren parametredir.

$$V_F = \sum \left| \frac{\partial W}{\partial H_{u,d}} \right|^2 = |\mu|^2 (|H_d|^2 + |H_u|^2) = |\mu|^2 (H_u^\dagger H_u + H_d^\dagger H_d) \quad (3.32)$$

D-Terim Potansiyeli V_D , MSSM'deki Higgs alanlarının $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ simetri grupları altındaki dönüşümlerine bağlıdır. *D-terimleri*, Higgs alanlarının kalibre simetri ile olan etkileşimlerinden kaynaklanır. Burada g_Y ve g_2 , $U(1)_Y$ ve $SU(2)_L$ ayar gruplarının (kalibre simetrisinin) ayar bağlaşım sabitleridir.

$$V_D = \frac{g_2^2 + g_Y^2}{8} (|H_d|^2 - |H_u|^2)^2 + \frac{g_2^2}{2} (|H_d|^2 |H_u|^2 - |H_u \cdot H_d|^2) = \frac{G^2}{8} (H_u^\dagger H_u - H_d^\dagger H_d)^2 + \frac{g_2^2}{2} (H_u^\dagger H_u H_d^\dagger H_d - |H_u \cdot H_d|^2) \quad (3.33)$$

V_{Soft} , yumuşak kırılma potansiyelidir. Süpersimetri, MSSM içinde spontane olarak kırılır. Buradaki kırılma terimleri, yüksek enerjili teoriden gelen etkileri içerir ve MSSM'deki düşük enerjilerde süpersimetriyi bozmadan kütle ve karışım terimleri ekler. Burada, $m_{H_u}^2$ ve $m_{H_d}^2$, yukarı ve aşağı tip Higgs çiftlerinin soft kütle kare terimleridir. B , Higgs çiftlerinin soft kırılma parametresi olup, $h.c.$, hermitik eşleniği ifade eder.

$$V_{Soft} = m_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u + m_{H_d}^2 H_d^\dagger H_d - \mu B (H_u \cdot H_d + h.c.) \quad (3.34)$$

Sonuç olarak Higgs Potansiyeli aşağıdaki gibi elde edilir.

$$V_{tree} = (m_{H_u}^2 + |\mu|^2) |H_u|^2 + (m_{H_d}^2 + |\mu|^2) |H_d|^2 - \mu B (H_u \cdot H_d + h.c.) + \frac{G^2}{8} (|H_u|^2 - |H_d|^2)^2 + \frac{g_2^2}{2} (|H_u|^2 |H_d|^2 - |H_u \cdot H_d|^2) \quad (3.35)$$

Spontane elektrozayıf simetri kırılması (EWSB), Higgs alanlarının minimum potansiyel şartları üzerinden gerçekleşirken (*potansiyelin minimumunda vakum etrafında*), nötral Higgs bozonları sıfırdan farklı vakum beklenen değeri alırken, EM simetri kırılmadığından, yüklü Higgs bileşenleri sıfır vakum beklenen değeri alırlar.

$$\langle H_u^+ \rangle = \langle H_d^- \rangle = 0, \quad \langle H_u^0 \rangle = \frac{v_u}{\sqrt{2}}, \quad \langle H_d^0 \rangle = \frac{v_d}{\sqrt{2}} \quad (3.36)$$

Böylece, ağaç seviyesi kütle matris kareleri, aşağıdaki eşitliğe indirgenir.

$$V_{tree} = m_1^2 |H_d|^2 + m_2^2 |H_u|^2 - \mu B (H_d H_u + h.c.) + \frac{G^2}{8} (|H_u^0|^2 - |H_d^0|^2)^2 \quad (3.37)$$

Denklem (3.37)'de $\mu B = m_3^2$, $m_1^2 = m_{H_d}^2 + |\mu|^2$, $m_2^2 = m_{H_u}^2 + |\mu|^2$ 'dir. Verilen V_{tree} potansiyelinin minimizasyonu $\frac{\partial V_{tree}}{\partial H_u^0} = 0$ ve $\frac{\partial V_{tree}}{\partial H_d^0} = 0$ şartları kullanılarak yapılır ve $\tan \beta$ ve $\cot \beta$ içeren aşağıdaki ifadeler elde edilir.

Özellikle $\tan \beta$, Higgs alanlarının karışımı ve Higgs kütle spektrumunun belirlenmesinde rol oynar.

$$m_1^2 + m_3^2 \tan \beta + \frac{1}{4} M_Z^2 \cos 2\beta = 0 \quad (3.38)$$

$$m_2^2 + m_3^2 \cot \beta - \frac{1}{4} M_Z^2 \cos 2\beta = 0$$

eşitlikleri elde edilir. Elektrozayıf kırılma şartı gereği $\tan \beta = v_u/v_d$ ifadesi ve Higgs potansiyelinden kaynaklanan toplam vakum beklenti değeri $v^2 = v_u^2 + v_d^2$ eşitliğinden M_Z^2 , Z bozonunun kütle karesi olup, $M_Z^2 = \frac{1}{2}(v_u^2 + v_d^2)(g_2^2 + g_Y^2)$ yazılabilir. Buradan elde edilen nötral Higgs Bozonları için, minimum potansiyelde vakum beklenen değeri şartları aşağıdaki gibidir.

$$m_1^2 + m_2^2 \geq 2m_3^2 \quad (3.39)$$

$$m_3^2 \geq m_1^2 m_2^2$$

Standart Model'de elektrozayıf simetri $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ altında bir $SU(2)_L$ çiftlisi olarak davranan kompleks ve skaler bir Higgs çiftlisi $H = \begin{pmatrix} H^+ \\ H^0 \end{pmatrix}$, başlangıçta dört serbestlik derecesine sahip olup elektrozayıf simetri kırılmasının ardından sadece bir serbestlik derecesine sahip olan reel ve skaler fiziksel bir Higgs bozonuna ($h_{(x)}$) dönüşür. Bu bozonun kütlesi Higgs potansiyelinin parametreleriyle belirlenir. Bu durum, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h_{(x)} \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

Higgs alanının vakum beklenti değeri (v), Higgs potansiyelinin minimumunda, H^0 alanının sıfır olmayan bir değer alması sonucu elektrozayıf simetriyi [$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$] kırar. Geriye kalan diğer üç serbestlik W ve Z bozonlarının kütle kazanmasına ve fotonun (elektromanyetik kuvvetin taşıyıcısı) kütesiz kalmasına yol açar.

Süpersimetri'de iki Higgs çiftlisi $H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}$, $H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}$ bulunur. Her bir Higgs çiftlisi kompleks bir $SU(2)$ dubletinden gelen dört serbestlik derecesine sahip olup toplamda sekiz serbestlik derecesinden 3 tanesi, W^+ , W^- , Z^0 bozonlar tarafından yenir. Kalan 5 serbestlik derecesi fiziksel Higgs parçacıklarına (h^0, H^0, A^0, H^+, H^-) dönüşür. Bunlardan A^0 , CP-tek pedu-skaler, h^0 ve H^0 CP-çift nötral skalerdir. h^0 (hafif higgs) Standart Model Higgs'ine

benzer ve onunla aynı rolü oynar. SUSY'nin öngördüğü yeni parçacıklar (A^0, H^0, H^-, H^+) ise, farklı deneysel özelliklere sahiptir. Higgs sektöründeki A^0, H^0, H^-, H^+ parçacıkları için kütle matrislerini hesaplamak, Higgs potansiyelinin vakum beklenti değerine (VEV) göre davranışını anlamaktan geçer. Elektrik yükü korunumu nedeniyle, yüklü (H^-, H^+) ve yüksüz (h^0, H^0, A^0) Higgs'lerin kütle matrisleri ayrı ayrı ele alınır. Bu parçacıkların kütleleri, Higgs potansiyelinin, ilgili alanlara göre iki kez türevi alınıp kütle matrislerinin diyagonalize edilmesiyle elde edilir.

- **CP-tek psedu-skaler Higgs kütle matrisi hesabı :**

$$M_{tek} = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi_i \partial \varphi_j} \right|_{VEV} \quad (3.41)$$

burada φ_i ve φ_j , Higgs alanlarını gösterir. Higgs potansiyelinin CP-tek bileşenlerine (φ_u, φ_d alanları) göre türevlerini içeren matrisi diyagonalize ederek bulacağımız özdeğerler bizi nötr skaler fiziksel Higgs kütlelerine götürür.

$$M_{tek} = \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi_u \partial \varphi_u} & \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi_u \partial \varphi_d} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi_d \partial \varphi_u} & \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi_d \partial \varphi_d} \end{array} \right)_{VEV} = \left(\begin{array}{cc} \mu B \cot \beta & \mu B \\ \mu B & \mu B \tan \beta \end{array} \right) \quad (3.42)$$

M_{tek} matrisinin iki özdeğerinden sıfır olanına karşılık gelen Goldstone bozonunu G^0 Elektrozayıf simetrisinin kırılması sırasında Z^0 bozonu tarafından yutulur. M_{tek} matrisinin özdeğerleri;

$$m_{G^0}^2 = 0, \quad m_{A^0}^2 = \mu B (\cot \beta + \tan \beta) \quad (3.43)$$

olarak belirlenir.

- **CP-çift psedu-skaler Higgs kütle matrisi hesabı :**

$$M_{çift} = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right|_{VEV} \quad (3.44)$$

Higgs potansiyelinin CP-çift bileşenlerine (ϕ_u , ϕ_d alanları) göre türevlerini içeren matrisi diyagonalize ederek bulacağımız özdeğerler bizi, nötral Higgs bozonları h^0 ve H^0 'ın fiziksel kütlelerine götürür.

$$M_{çift} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_u \partial \phi_u} & \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_u \partial \phi_d} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_d \partial \phi_u} & \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_d \partial \phi_d} \end{pmatrix}_{VEV} = \begin{pmatrix} m_A^2 \cos^2 \beta + M_Z^2 \sin^2 \beta & -(m_A^2 + M_Z^2) \sin \beta \cos \beta \\ -(m_A^2 + M_Z^2) \sin \beta \cos \beta & m_A^2 \sin^2 \beta + M_Z^2 \cos^2 \beta \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

$$m_{h^0, H^0}^2 = \frac{1}{2} [(m_{A^0}^2 + M_Z^2) \pm \sqrt{(m_{A^0}^2 + M_Z^2)^2 - 4m_{A^0}^2 M_Z^2 \cos^2 2\beta}] \quad (3.46)$$

- **Yüklü Higgs bozonları kütle matrisi hesabı :**

$$M_{H^\pm} = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial H_i^+ \partial H_j^-} \right|_{VEV} \quad (3.47)$$

Yüklü bileşenlerin kütle matrisini elde etmek için, potansiyelin (H_u^+ , H_d^-) ve bunların eşleniklerine (H_u^{+*} , H_d^{-*}) göre ikinci türevlerini alırız. Bu türevler yüklü Higgs kütle matrisini oluşturur:

$$M_{H^\pm} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial H_u^+ \partial H_u^{+*}} & \frac{\partial^2 V}{\partial H_u^+ \partial H_d^{-*}} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial H_d^- \partial H_u^{+*}} & \frac{\partial^2 V}{\partial H_d^- \partial H_d^{-*}} \end{pmatrix}_{VEV} = \begin{pmatrix} \mu \beta \cot \beta + \frac{g_2^2}{2} v_d^2 & -\mu \beta + \frac{g_2^2}{2} v_u v_d \\ -\mu \beta + \frac{g_2^2}{2} v_u v_d & \mu \beta \tan \beta + \frac{g_2^2}{2} v_u^2 \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

M_{H^\pm} matrisi diyagonalize edildiğinde iki sıfırdan farklı özdeğer ve iki sıfır özdeğer elde ederiz. Bu özdeğerler bizi, iki Goldstone ve iki fiziksel yüklü Higgs bozonuna götürür.

$$m_{G^\pm}^2 = 0 , m_{H^\pm}^2 = \mu B (\cot \beta + \tan \beta) + M_W^2 \quad (3.49)$$

İki Goldstone bozonu G^\pm , W^\pm bozonlarının uzunlamasına modlarını oluşturur ve W^\pm bozonları tarafından yutulur. M_W , W bozonlarının kütesidir ve

$$M_W^2 = \frac{g_2^2 (v_u^2 + v_d^2)}{2} \quad (3.50)$$

olarak tanımlanır.

Pseudoskaler Higgs'in kütlesi Denklem (3.43)'de $m_{A^0}^2 = \mu B(\cot \beta + \tan \beta)$ şekilde bulunmuştur. Öyleyse;

$$m_{H^\pm}^2 = m_{A^0}^2 + M_W^2 \quad (3.51)$$

yazabiliriz. Yukarıdaki ifadelerle göre aşağıdaki koşulları yazabiliriz ;

$$m_{H^\pm} \geq M_W \quad (3.52)$$

$$m_{h^0} \geq M_Z |\cos 2\beta| \geq M_Z \quad (3.53)$$

$$m_{h^0}^2 + m_{H^0}^2 = m_{A^0}^2 + M_Z^2 \quad (3.54)$$

Sonuç olarak, Denklem (3.53)'e göre MSSM'de ağaç seviyesinde Higgs kütlesi $M_Z |\cos 2\beta|$ ile sınırlıdır, ancak bu değer deneylerle uyumsuzdur. Büyük Elektron Pozitron Çarpıştırıcısı (LEP) deneyleri,

$$m_{h^0}^2 \geq 114.4 \text{ GeV} \quad (3.55)$$

sınırını belirlemiştir. Büyük Hadron Çarpıştırıcısı (LHC) ile 2012 yılında keşfedilen Higgs bozonunun kütlesi, $m_h \sim 125 \text{ GeV}$ olarak ölçülmüştür. Bu değer, MSSM'deki ışınımsal düzeltmelerle uyumludur. MSSM'de Higgs kütle sınırı, ışınımsal düzeltmelerle değişir. Üst kuark ve skaler-üst kuark halka diyagramlı ışınımsal düzeltmeler ($\tan \beta \leq 30$ durumunda) Higgs kütlesine önemli katkılar yapar. Özellikle ağır skaler-üst kuark kütleleri ($m_{\tilde{t}}$) Higgs kütlesini artırabilir ve deneysel sınırlarla uyumlu hale getirebilir. Bunun için bu halkalardan gelen ışınımsal düzeltmeler potansiyele eklenir ve yeni potansiyel ifademiz;

$$V' = V_{tree} + V_{halga} \quad (3.56)$$

şeklinde olacaktır. Üst kuark ve skaler-üst kuark katkılı halka potansiyeli (*Coleman-Weinberg potansiyeli*) şu şekilde yazılır.

$$V_{halga} = \frac{6}{64\pi^2} \left[\sum_{i=1}^2 m_{\tilde{t}_i}^4(H) \left(\log \frac{m_{\tilde{t}_i}^4(H)}{\Lambda^2} - \frac{3}{2} \right) - 2m_t^4(H) \left(\log \frac{m_t^4(H)}{\Lambda^2} - \frac{3}{2} \right) \right] \quad (3.57)$$

Burada, Λ ; renormalizasyon parametresi, m_t ; üst kuark kütlesini, $m_{\tilde{t}}(H)$; Higgs alanına bağlı olarak değişen iki farklı skaler-üst kuark (\tilde{t}_1, \tilde{t}_2) kütlesini ifade eder. Sonuçta, en hafif Higgs bozonu kütlesi için, ağaç seviyesindeki potansiyele üst kuark ve skaler-üst kuark

etkileşimlerinden kaynaklanan ışınımsal düzeltmelerin eklenmesiyle ve LEP deneylerinin belirlediği sınıra uygun en hafif Higgs kütle ifadesi

$$m_{h^0} \leq M_Z^2 \cos^2 2\beta + \frac{3m_t^4 \sin^4}{2\pi^2(v_u^2 + v_d^2)} \ln \left(\frac{m_{\tilde{t}_1}^2 + m_{\tilde{t}_2}^2}{2m_t} \right) \quad (3.58)$$

olarak yazılır ve en hafif Higgs kütlesi,

$$m_{h^0}^2 \leq 135 \text{ GeV} \quad (3.59)$$

şeklinde ifade edilebilir. Neticede, MSSM’de Higgs kütlesi m_h , M_Z sınırını aşabilir ve ~ 125 GeV değerine ulaşabilir. Bu düzeltmeler, özellikle üst kuark ve skaler-üst kuark etkileşimlerinden kaynaklanır ve MSSM’nin deneysel gözlemlerle uyumlu olmasını sağlar.

3.2.3 Nötralinno Sektörü

MSSM’de, elektrozaıf simetrisinin kırınımı ile oluşan nötral ayar bozonları (\tilde{B}^0, \tilde{W}^0) ve nötral Higgsinolar ($\tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0$) arasındaki karışımlar sonucu en hafif süpersimetrik parçacık (LSP), nötralinolardan (\tilde{X}_i^0) biri olarak karşımıza çıkar. Yumuşak kırınım, SUSY’nin doğrudan korunmadığı durumlarda ortaya çıkar ve fermiyonik süpersimetrik partnerlerin (Bino, Wino) kütlelerini içerir.

$$-\frac{1}{2}(M_1 \tilde{B}^0 \cdot \tilde{B}^0 + M_2 \tilde{W}^0 \cdot \tilde{W}^0) \quad (3.60)$$

Higgsinolar ($\tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0$) ve ayarinolar (\tilde{B}^0, \tilde{W}^0) arasında karışımlar aşağıdaki etkileşim Lagranjyan’ından türetilir;

$$\mathcal{L}_{etkileşim} = -\sqrt{2}g[(\phi_i^\dagger T^a \bar{\Psi}_i) \cdot \lambda^a + hc] - \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2 W}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \psi_i \psi_j + h.c \right] \quad (3.61)$$

Burada, g bağlaşım sabiti; ϕ_i^\dagger , Higgs dubletleri (skaler alanlar); $\bar{\Psi}_i$, Higgsinolar (fermionik partnerler); λ^a , ayarinoların (\tilde{B}^0, \tilde{W}^0) kiral süperalanı; M_1 , bino kütlesi; M_2 , wino kütlesi; $T^a = \sigma^a/2$; σ^a , pauli spin matrisleridir. $\tilde{\psi}^0 = (\tilde{B}^0, \tilde{W}^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0)$, ψ^0 , nötr fermiyonik durumların temel bileşen vektörü, $M_{\tilde{N}}$ nötralinno kütle matrisi, *c.c.* kompleks eşlenik olmak üzere nötralinno sektörü Lagranjyan’ını aşağıdaki şekilde ifade ederiz;

$$\mathcal{L}_{nötralinno} = -\frac{1}{2}(\tilde{\psi}^0)^T M_{\tilde{N}} \tilde{\psi}^0 + c.c. \quad (3.62)$$

$$M_{\tilde{N}} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & -M_Z \cos \beta \sin \theta_w & M_Z \sin \beta \sin \theta_w \\ 0 & M_2 & M_Z \cos \beta \cos \theta_w & -M_Z \sin \beta \cos \theta_w \\ -M_Z \cos \beta \sin \theta_w & M_Z \cos \beta \cos \theta_w & 0 & -\mu \\ M_Z \sin \beta \sin \theta_w & -M_Z \sin \beta \cos \theta_w & -\mu & 0 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Burada, M_Z , Z bozonunun kütlesi; θ_w , Weinberg açısı ; μ , Higgsino kütle parametresi; $\tan \beta = v_u/v_d$ dir. $M_{\tilde{N}}$ matrisi, dört nötral durumun ($\tilde{B}^0, \tilde{W}^0, \tilde{H}_u^0, \tilde{H}_d^0$) karışımlarını temsil eder. Fiziksel nötralino durumları ($\tilde{X}_1^0, \tilde{X}_2^0, \tilde{X}_3^0, \tilde{X}_4^0$) bu matrisin öz durumlarıdır. Nötralino kütle matrisi, ($\tilde{X}_i^0 = N_{ia}^0 \tilde{\psi}^0$) formundaki uygun bir dönüşüm matrisi (4x4 boyutlu bir ortonormal matris) N^0 ile diyagonalize edilerek fiziksel nötralino kütlelerini verir.

$$N^0 M_{\tilde{N}} (N^0)^T = \text{diag} (m_{\tilde{X}_1^0}, m_{\tilde{X}_2^0}, m_{\tilde{X}_3^0}, m_{\tilde{X}_4^0}) \quad (3.64)$$

Öz durumlara karşılık gelen kütlelerden $m_{\tilde{X}_1^0}$, en hafif nötralino olup genellikle karanlık madde adayı olarak kabul edilir. $m_{\tilde{X}_4^0}$ ise en ağır nötralinodur.

3.2.4 Yüklino sektörü

Nötralino sektör analizi gibi aynı yolla yüklino sektör analizi yapabiliriz. Yüklino (ψ^\pm), \tilde{W}^\pm (wino'nun yüklenmiş hali) ve \tilde{H}_u^\pm (Higgsino'nun yüklenmiş hali) bileşenlerinden oluşur.

$$\psi^\pm = (\tilde{W}^+, \tilde{H}_u^+, \tilde{W}^-, \tilde{H}_d^-) \quad (3.65)$$

Yüklino'ların Lagranjyan yoğunluğu $\mathcal{L}_{\text{yüklino}}$, sistem için kinetik ve yüklino kütle terimlerini tanımlar.

$$\mathcal{L}_{\text{yüklino}} = -\frac{1}{2} (\psi^\pm)^T \begin{bmatrix} 0 & X^T \\ X & 0 \end{bmatrix} \psi^\pm + c. c. \quad (3.66)$$

Bu ifade, yüklino kütle matrisinin simetrik ve hermitik özelliklerini gösterir. $c. c.$ ise kompleks eşleniği gösterir ve matrisin hermitiyen doğasını tamamlar. Yüklino kütle matrisi, Higgs sektörü ve elektrozayıf karışım parametrelerine bağlıdır ve şu şekilde verilmiştir.

$$M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm} = \begin{bmatrix} M_2 & \sqrt{2} M_w \sin \beta \\ \sqrt{2} M_w \cos \beta & \mu \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

M_w , W bozonunun kütlesini; μ , Higgsino'nun kütle parametresini; $\sin \beta$ ve $\cos \beta$ Higgs karışım açılarını tanımlar. Yüklino kütle matrisi $M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}$ yüklino'ların kütlelerinin nasıl

hesaplandığını tanımlar. Bu matrisin özdeğerleri, fiziksel yüküno kütlelerini verir. Ancak, yüküno kütle matrisi ($M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}$), kompleks parametreler (μ gibi) içerdiğinden hermitsel, simetrik veya reel bir yapı sergilemez. Bu nedenle, bi-uniter dönüşüm adı verilen bir yöntemle diyagonalize edilebilir ve aşağıdaki eşitlik vasıtasıyla yapılır

$$M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^D = U'^* M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm} V^{-1} \quad (3.68)$$

U' ve V , matrisin sol ve sağ dönüşümleri için kullanılan uniter matrislerdir ve aşağıdaki eşitlikliğı sağlarlar.

$$V \left(M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^\dagger, M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm} \right) V^{-1} = \text{diag} \left(|m_{\tilde{X}_1^\pm}|^2, |m_{\tilde{X}_2^\pm}|^2 \right) = U'^* \left(M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}, M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^\dagger \right) \times (U'^*)^{-1} \quad (3.69)$$

$\tilde{X}_{1,2}^+$ yüküno'ları ($M_{\tilde{X}^\pm}^\dagger, M_{\tilde{X}^\pm}$) matrisinden , $\tilde{X}_{1,2}^-$ yüküno'ları ($M_{\tilde{X}^\pm}, M_{\tilde{X}^\pm}^\dagger$) matrisinden bulunur. Yüküno'ların karışımlarını ifade etmek için U' ve V , genellikle bir karışım açısı (θ) ve bir faz (ϕ) kullanılarak parametrik bir şekilde tanımlanabilir.

$$U' = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & e^{i\phi_1} \sin \theta_1 \\ -\sin \theta_1 & e^{i\phi_1} \cos \theta_1 \end{pmatrix} , \quad V = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & e^{i\phi_2} \sin \theta_2 \\ -\sin \theta_2 & e^{i\phi_2} \cos \theta_2 \end{pmatrix} \quad (3.70)$$

$M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^D$, bi-uniter dönüşümden sonra şu şekildedir;

$$M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^D = U'^* M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^\dagger V^{-1} \quad (3.71)$$

Burada $M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^D$ köşegen bir matris olup, fiziksel yüküno kütlelerinin içerir:

$$M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^D = \begin{bmatrix} m_{\tilde{X}_1^\pm} & 0 \\ 0 & m_{\tilde{X}_2^\pm} \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Eğer $m_{\tilde{X}_1^\pm}$ ve $m_{\tilde{X}_2^\pm}$ kompleks iseler , bu elemanların pozitif olması için, fazlarını γ_1 ve γ_2 olarak yazacağımız Denklem (3.73)'teki gibi bir H matrisi (faz matrisi) tanımlayıp, Denklem (3.74) ile U matrisini dönüştürmemiz, yeterli olacaktır.

$$H = \begin{bmatrix} e^{i\gamma_1} & 0 \\ 0 & e^{i\gamma_2} \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

$\gamma_1 = \text{ar g} \left(m_{\tilde{X}_1^\pm} \right)$, $\gamma_2 = \text{ar g} \left(m_{\tilde{X}_2^\pm} \right)$; bu fazlar, H matrisinde aşağıdaki şekilde yer alır.

$$U = H \times U' \quad (3.74)$$

H matrisinde kullanılan γ_1 ve γ_2 değerleri, $M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^{\dagger D}$ matrisindeki köşegen elemanların fazını gösterir. Böylelikle $M_{\tilde{X}^\pm}^{\dagger D}$ aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^{\dagger D} = U'^* M_{\tilde{X}_{1,2}^\pm}^\dagger V^{-1} = \begin{bmatrix} |m_{\tilde{X}_1^\pm}| & 0 \\ 0 & |m_{\tilde{X}_2^\pm}| \end{bmatrix}, \quad m_{\tilde{X}_1^\pm} < m_{\tilde{X}_2^\pm} \quad (3.75)$$

Bu matrisin özdeğerleri, yüklinoların kütlelerine karşılık gelir.

3.2.5 S-fermiyon Sektörü

MSSM'de üçüncü aile parçacıklarının diğer ailelere kıyasla en büyük yukarı kuark kütesine ve en büyük bağlaşım sabitine sahip olmaları nedeniyle s-fermiyon sektöründeki kütle matrisleri dominant katkı sağlayan üçüncü aile parçacıkları üzerinden incelenir. Dolayısıyla bu üçüncü aile Yukawa bağlaşımları dikkate alınır. *Sol-elli skaler üst-kuark* kütle terimi $(m_{\tilde{Q}}^2)_{33} \equiv m_{\tilde{t}_L}^2$ ve sağ-elli skaler-üst kuark kütle terimi $(m_{\tilde{U}}^2)_{33} \equiv m_{\tilde{t}_R}^2$ dir. Burada (\tilde{t}_L) , sol-elli skaler-üst kuarkı, (\tilde{t}_R) sağ-elli skaler-üst kuarkı gösterir. $(Y_U)_{33} \equiv h_t$, $(Y_U^A)_{33} \equiv h_t A_t$ holomorfik üçlü lineer bağlaşım terimleridir.

MSSM'de skaler-üst kuark (\tilde{t}) kütle matrisindeki terimler, Süpersimetrik Lagranjyan'daki üç ana kaynaktan türetilir; *F-terimleri* ve *D-terimleri*, Yumuşak Süpersimetri Kırınım terimleridir. *F-terimlerden* gelen ve üst kuarkın kütesinin Higgs mekanizmasıyla oluştuğunu gösteren terim,

$$m_t^2(H) = h_t^2 |H_u^0|^2 \quad (3.76)$$

şeklinindedir. Skaler-üst kuarkların $(\tilde{t}_1, \tilde{t}_2)$ kütlelerini belirlemede kullanılan kütle matrisi,

$$M_{\tilde{t}}^2 = \begin{pmatrix} m_{LL}^2 & m_{LR}^2 \\ m_{RL}^2 & m_{RR}^2 \end{pmatrix} \quad (3.77)$$

şeklinindedir. Denklem (3.77)'de gösterilen kütle matrisinin elemanları aşağıdaki gibidir

$$m_{LL}^2 = m_{\tilde{t}_L}^2 + m_t^2 - \frac{1}{4} \left(g_2^2 - \frac{1}{3} g_Y^2 \right) \left(|H_u^0|^2 - |H_d^0|^2 \right) \quad (3.78)$$

Burada, $m_{\tilde{t}_L}^2$, sol-elli skaler-üst kuark için yumuşak süpersimetri kırınım terimi ve m_t^2 , üst kuark kütesinin karesidir.

$$m_{RR}^2 = m_{\tilde{t}_R}^2 + m_t^2 - \frac{1}{3} g_Y^2 \left(|H_u^0|^2 - |H_d^0|^2 \right) \quad (3.79)$$

$m_{\tilde{t}_R}^2$, sağ-elli skaler-üst kuark için yumuşak süpersimetri kırınım terimidir.

$$m_{LR}^2 = h^t A_t^* H_u^{0*} - h_t \mu H_d^0 \quad (3.80)$$

$$m_{RL}^2 = h^t A_t H_u^0 - h_t \mu^* H_d^{0*} \quad (3.81)$$

Karışım terimleri (m_{LR}^2 , m_{RL}^2) sol ve sağ ellerin etkileşiminden kaynaklanır. $h^t A_t$, Yukawa bağlaşımı ile üçlü bağlaşım terimlerinin etkileşimini gösterir. $M_{\tilde{t}}^2$ matrisini özdeğerleri, ise skaler-üst kuark durumlarının kütle kareleri verir.

$$m_{\tilde{t}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2} \left[m_{\tilde{t}_L}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 + 2m_t^2 + \frac{1}{2} \cos 2\beta M_Z^2 \pm \sqrt{\left(m_{\tilde{t}_L}^2 - m_{\tilde{t}_R}^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3} s_W^2 \cos 2\beta M_Z^2 \right)^2 + 4m_t^2 (A_t - \mu^2 \cot \beta) \right)^2} \right] \quad (3.82)$$

Burada $s_W = \sin \theta_w$ olup, θ_w , Weinberg elektrozayıf karışım açısıdır.

$$\sin \theta_w = \frac{g_Y}{\sqrt{g_Y^2 + g_2^2}}, \quad \cos \theta_w = \frac{g_2}{\sqrt{g_Y^2 + g_2^2}} \quad (3.83)$$

Skaler aşağı-kuark (\tilde{b}_L, b_R) ve s-tau ($\tilde{\tau}_L, \tilde{\tau}_R$) için kütle matrisi

$$M_{\tilde{b}, \tilde{\tau}}^2 = \begin{pmatrix} m_{LL}^2 & m_{LR}^2 \\ m_{RL}^2 & m_{RR}^2 \end{pmatrix} \quad (3.84)$$

olup bu matrisin elemanları

$$(m_{LL})_{\tilde{b}, \tilde{\tau}}^2 = m_{\tilde{b}_L, \tilde{\tau}_L}^2 + m_{b, \tau}^2 + m_{\tilde{b}_L, \tau_L}^2 \quad (3.85)$$

$$(m_{LR})_{\tilde{b}, \tilde{\tau}}^2 = h_{b, \tau} A_{b, \tau}^* H_d^{0*} - h_{b, \tau} \mu H_u^0 \quad (3.86)$$

$$(m_{RL})_{\tilde{b}, \tilde{\tau}}^2 = h_{b, \tau} A_{b, \tau} H_d^0 - h_{b, \tau} \mu^* H_u^{0*} \quad (3.87)$$

$$(m_{RR})_{\tilde{b}, \tilde{\tau}}^2 = m_{\tilde{b}_R, \tilde{\tau}_R}^2 + m_{b, \tau}^2 + m_{\tilde{b}_R, \tau_R}^2 \quad (3.88)$$

şeklindedir.

3.2.6 Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM)'in Zaaflları

Minimal Süpersimetrik Standart Model (MSSM), Standart Model'in (SM) ötesinde en çok incelenen teorilerden biridir ve özellikle yüksek enerjilerde (*Fermi enerjilerinin ötesinde*) SM'nin eksiklerini tamamlamak için önerilmiştir. MSSM'nin güçlü yönleri kadar bazı

tartışmalı ve eleştiriye açık yönleri de bulunmaktadır. Bu özellikler hem teorik hem de deneysel zorluklardan kaynaklanır.

Bunlardan biri olan μ -problemi, MSSM'in temel sorunlarından biridir ve μ -parametresi'nin büyüklüğü ile ilgili doğal olmayan bir durumdan kaynaklanır. μ -parametresi, Higgs çiftlilerinin (H_u, H_d) süpersimetrik kütlelerini tanımlayan bir terimdir. Higgs çiftlilerinin birbirleriyle etkileşmesini sağlayan kütle boyutlu bir parametre olarak süpersimetriyi kıran terimlerden bağımsızdır ve doğal olarak Planck ölçeğinde ($M_{PL} \sim 10^{19} \text{ GeV}$ ya da büyük birleşim ölçeğinde ($M_{GUT} \sim 10^{16} \text{ GeV}$) beklenir. Ancak MSSM'nin fiziksel olarak anlamlı kalabilmesi için μ 'nün, zayıf etkileşim ölçeği ($\sim 100 \text{ GeV} - 1 \text{ TeV}$) civarında olması gerekir. Bu çelişkili durum μ -problemi'ni ortaya çıkartmaktadır ve μ -parametresi'nin Planck ölçeğinde büyük bir değere sahip olmasını engelleyen ek simetriler önerilir.

Standart Model'in en temel genişletilmiş versiyonu olan MSSM'de çok sayıda yeni parametre vardır. Bu parametreler, deneysel gözlemlerle uyumlu bir model oluşturabilmek için sıkı bir şekilde kısıtlanmalıdır. Bu parametrelerin fazla olması, MSSM'in genellikle fazlalık (redundans) barındırmasına ve dolayısıyla modelin doğrulanmasının daha zor hale gelmesine yol açar.

Sonuç olarak MSSM'in temel kuvvetlerin birleşimi hakkında net bir açıklama içermemesi, yük dengeleme ve konum-zaman değiştirme simetrilerini ihlali (CP ihlali), Higgs bozonuna kütle kazandıracak μ -parametresi'ni ortaya koyamaması kendisinin de genişletilmesini gerekli kılmıştır. Bu genişlemeler, MSSM'ye ek simetriler, ayar tekli alanlar veya etkileşimler ekleyerek μ -parametresi'nin doğal ölçeklerde ortaya çıkmasını sağlar. Birçok model, elektrozayıf simetri [$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$] üzerine yeni bir ayar simetrisi ekleyerek bu simetriyi genişletir.

Bunlardan biride, MSSM'nin mevcut ayar grubu [$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$] üzerine ek bir $U(1)'$ simetrisi (*genellikle E_6 gibi daha yüksek birleştirilmiş teorilerden türetilen*) eklenerek, $U(1)'$ simetrisinin kırılmasından sorumlu olan bir skaler tekli alan (S) ve $U(1)'$ simetrisine karşılık gelen yüksüz ayar bozonu, (Z') tanımlayarak yapılır. Minimal $U(1)'$ Model , μ -problemi'ni çözmek için zarif bir mekanizma sunar.

Bu modelde skaler tekli alanın (S), vakum beklenti değeri $\langle S \rangle$, hem MSSM'deki μ -terimi'nin dinamik olarak ortaya çıkmasını sağlar hem de Z' bozonunun kütlesinin kaynağını oluşturur.

Ayrık $U(1)'$ Model, birden fazla tekli alan (S_i) içererek, hem μ -terimi'nin doğal olarak elektrozayıf ölçekte olması hem de yeterince ağır bir Z' bozonunun üretilmesi arasındaki gerilimi hafifletir.

4. AYRIK $U(1)'$ MODEL (AYRIK SEKTÖR UMSSM)

Bu bölümde, $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)'$ gauge grubuna dayanan izole $U(1)'$ modelinin ilgili bileşenlerini ve bazı belirgin özellikleri üzerinde duracağız. Ek $U(1)'$ simetrisinin çoklu-TeV ölçeğinde ($O(10)$ TeV) kırılabilirliğini varsaysak da, $U(1)'$ ile genişletilmiş MSSM'nin, *büyük birleşim skalasında* daha büyük bir ayar simetrisinin kırılması sonucunda ortaya çıktığını kabul edilir. Bu şekilde bir MSSM genişlenesi, $SU(5)$ 'den daha büyük $SO(10)$ veya E_6 gibi bir gruba dayalı büyük birleşme teorisi (GUT) içinde meydana gelebilir [29-32]. Genellikle, MSSM'nin $U(1)'$ genişlemesi E_6 simetri grubundan aşağıdaki simetri kırılmaları zinciri aracılığıyla ortaya çıkar: .

$$\begin{aligned} E_6 &\rightarrow SO(10) \times U(1)_\psi \\ &\rightarrow SU(5) \times U(1)_X \times U(1)_\psi \\ &\rightarrow SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)' \end{aligned} \quad (4.1)$$

Kırılma zincirinin sonunda yer alan $U(1)'$ grubu, $Q' = Q_X \cos \theta_{E_6} + Q_\psi \sin \theta_{E_6}$ yüküyle prensipte $U(1)_X$ ve $U(1)_\psi$ gruplarının bir doğrusal kombinasyonudur. θ_{E_6} , E_6 grubunun simetri kırılmasında oluşan karışım açısını temsil eder. Öte yandan, $U(1)'$ yüklerinin genel konfigürasyonu, bu iki sınıf modeline [$U(1)_X$ ve $U(1)_\psi$] sınırlanamaz [11,22] [33,34]. Yükler için genel bir denklem seti, anomali iptali koşulundan elde edilebilir ve bu koşullar ayrıca modele dahil olan egzotik alanlara da bağlıdır.

Bunun için, aşağıdaki süperpotansiyel ifadesini tanımlıyoruz:

$$\begin{aligned} \widehat{W} &= W_{MSSM}(\mu = 0) + \lambda \widehat{S} \widehat{H}_u \cdot \widehat{H}_d + h_\nu \widehat{L} \cdot \widehat{H}_u \widehat{N} + \frac{\kappa}{3} \widehat{S}_1 \widehat{S}_2 \widehat{S}_3 + \sum_{i=1}^{n_Q} h_\xi^i \widehat{S} \widehat{Q}_i \widehat{Q}_i + \\ &\sum_{j=1}^{n_L} h_L^j \widehat{S} \widehat{L}_j \widehat{L}_j \end{aligned} \quad (4.2)$$

Denklem (4.2)'de MSSM'ye ait madde süperalanları olan s-quark'lar ve s-lepton'lar $\widehat{Q}, \widehat{U}, \widehat{D}, \widehat{L}$ ve \widehat{E} , W_{MSSM} içinde yer almakta olup, $\widehat{H}_u, \widehat{H}_d$ ise MSSM Higgs çiftleridir. $U(1)'$ 'in getirdiği yeni bileşenler, MSSM singlet skalerleri, $S_{1,2,3}$, sağ-elli nötrino süperalan \widehat{N} ve egzotik alanlar Q_i, L_i olarak sıralanabilir. Ayrıca bu model, $U(1)'$ simetrisiyle ilişkili bir nötral gauge bozonu ve onun süpersimetrik partnerini içerir.

Taramalarımızda $Q'_{H_u} + Q'_{H_d} = 0$ varsayımını yapmadığımızı belirtmek burada önemlidir. Bu durumda, gauge invariantsı, MSSM süperpotansiyelindeki bilineer karışımı $\mu \widehat{H}_u \cdot \widehat{H}_d$ yasaklar. Bu durum Denklem(4.2)'de $W_{MSSM}(\mu = 0)$ olarak belirtilmiştir. Ancak bu karışım,

S nin VEV'i (vacuum expectation value) aracılığıyla etkin bir şekilde üretilir. Böylece $\mu_{eff} \equiv \lambda \langle S \rangle$ olur. Ancak, böyle bir etkili terimin ortaya çıkması, $U(1)'$ ve MSSM gauge grubu arasında karışık anomaliler ortaya çıkarır ve bu tür anomalilerin iptali, parçacık spektrumunda egzotik alanların bulunmasını gerektirir. Anomali iptali, MSSM'ye göre vektör benzeri olan ancak $U(1)'$ grubu altında kiral olan egzotik alanlar tanımlanarak korunabilir.

Tablo 4.1: Kuark ($\hat{Q}, \hat{U}, \hat{D}$), lepton ($\hat{L}, \hat{N}, \hat{E}$), Higgs (\hat{H}_u, \hat{H}_d), MSSM-singlet ($\hat{S}, \hat{S}_1 \hat{S}_2 \hat{S}_3$), egzotik kuark ($\hat{Q}, \hat{\bar{Q}}$) ve egzotik lepton ($\hat{L}, \hat{\bar{L}}$) süperalanlarının ayar kuantum sayıları.

Alan	\hat{Q}	\hat{U}	\hat{D}	\hat{L}	\hat{N}	\hat{E}	\hat{H}_u	\hat{H}_d	\hat{S}	\hat{S}_1	\hat{S}_2	\hat{S}_3	\hat{Q}	$\hat{\bar{Q}}$	\hat{L}	$\hat{\bar{L}}$
$SU(3)$	3	3	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	1	1
$SU(2)$	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1
$U(1)_Y$	1/6	-2/3	1/3	-1/2	0	1	1/2	-1/2	0	0	0	0	Y_Q	$-Y_Q$	Y_L	$-Y_L$
$U(1)'$	Q'_Q	Q'_U	Q'_D	Q'_L	Q'_N	Q'_E	Q'_{H_u}	Q'_{H_d}	Q'_S	Q'_{S_1}	Q'_{S_2}	Q'_{S_3}	Q'_Q	$Q'_{\bar{Q}}$	Q'_L	$Q'_{\bar{L}}$

Eğer genel bir $U(1)'$ yük tanımlamaları, Tablo (4.1)'de gösterildiği gibi yapılmışsa, ayar değişmezliği koşulu aşağıdaki denklemleri sağlar.

$$\begin{aligned}
0 &= Q'_S + Q'_{H_u} + Q'_{H_d} \\
0 &= Q'_Q + Q'_{H_u} + Q'_U \\
0 &= Q'_Q + Q'_{H_d} + Q'_D \\
0 &= Q'_L + Q'_{H_d} + Q'_E \\
0 &= Q'_Q + Q'_{\bar{Q}} + Q'_S \\
0 &= Q'_L + Q'_{\bar{L}} + Q'_S \\
0 &= Q'_L + Q'_{H_u} + Q'_N \\
0 &= Q'_{S_1} + Q'_{S_2} + Q'_{S_3}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Şunu unutmayın ki, $Q'_S = 0$ ile özel bir konfigürasyon bulunursa, μ -terimi ayar değişmezliği tarafından izin verilen bir terim haline gelir. Ancak, tutarlı bir $Z - Z'$ kütle hiyerarşisi ve karışım, tüm MSSM singlet skaler alanları $S, S_1 S_2 S_3$ için sıfırdan farklı $U(1)'$ yükleri gerektirir. Yükler için bir başka koşullar seti, sıfır yapan $U(1)' - SU(3)_C - SU(3)_C$, $U(1)' - SU(2)_L - SU(2)_L$, $U(1)' - U(1)_Y - U(1)_Y$, $U(1)' - \text{graviton} - \text{graviton}$, $U(1)' - U(1)' - U(1)_Y$ ve $U(1)' - U(1)' - U(1)'$ anomalilerinden elde edilir, aşağıdaki gibi gösterilir.

$$0 = 3(2Q'_Q + Q'_U + Q'_D) + n_Q(Q'_Q + Q'_{\bar{Q}}) \tag{4.4}$$

$$0 = 3(3Q'_Q + Q'_L) + Q'_{H_d} + Q'_{H_u} \tag{4.5}$$

$$0 = 3 \left(\frac{1}{6} Q'_Q + \frac{1}{3} Q'_D + \frac{4}{3} Q'_U + \frac{1}{2} Q'_L + Q'_E \right) + \frac{1}{2} (Q'_{H_d} + Q'_{H_u}) + 3n_Q Y_Q^2 (Q'_Q + Q'_{\bar{Q}}) + n_L Y_L^2 (Q'_L + Q'_{\bar{L}}) \quad (4.6)$$

$$0 = 3(6Q'_Q + 3Q'_U + 3Q'_D + 2Q'_L + Q'_E + Q'_N) + 2Q'_{H_d} + 2Q'_{H_u} + Q'_S + Q'_{S_1} + Q'_{S_2} + Q'_{S_3} + 3n_Q (Q'_Q + Q'_{\bar{Q}}) + n_L (Q'_L + Q'_{\bar{L}}) \quad (4.7)$$

$$0 = 3(Q'_Q{}^2 + Q'_D{}^2 - Q'_U{}^2 - Q'_L{}^2 + Q'_E{}^2) - Q'_{H_d}{}^2 + Q'_{H_u}{}^2 + 3n_Q Y_Q (Q'_Q{}^2 - Q'_{\bar{Q}}{}^2) + n_L Y_L (Q'_L{}^2 - Q'_{\bar{L}}{}^2) \quad (4.8)$$

$$0 = 3(6Q'_Q{}^3 + 3Q'_D{}^3 + 3Q'_U{}^3 + 2Q'_L{}^3 + Q'_E{}^3 + Q'_N{}^3) + 2Q'_{H_d}{}^3 + 2Q'_{H_u}{}^3 + Q'_S{}^3 + Q'_{S_1}{}^3 + Q'_{S_2}{}^3 + Q'_{S_3}{}^3 + 3n_Q (Q'_Q{}^3 + Q'_{\bar{Q}}{}^3) + n_L (Q'_L{}^3 + Q'_{\bar{L}}{}^3) \quad (4.9)$$

Tüm bu koşullar, ayar değişmezliği ve anomali iptalleri ile ilgili özel bir yükler ve parametreler deseninin sağlanmasını gerektirir. Bu da egzotik parçacıkların sayısını belirler. Modeldeki egzotik parçacıkların seçimine dayalı olarak, karışık anomali kısıtlamalarının en basit çözümlerinden biri, $n_Q = 3$ renk üçlemesi ve $Y_Q = -\frac{1}{3}$ olmasıyla $n_L = 2$ renk tekilleri ve $Y_L = -1$ olmasıdır. Bu, modele hem renkli hem de renk tekil egzotik parçacıkların dahil edilmesiyle anomali iptallerinin sağlanması açısından temel bir yapı sunar. Hatırlatmak gerekirse, bu egzotik alanlar daha önce belirtildiği gibi $SU(2)_L$ altında teklidir ve Tablo (4.1)'de listelenmiştir. Analizlerimizde, egzotiklerin çok ağır olduğunu ve düşük ölçekli spektrumdan ayrıldığını varsayıyoruz. Bu anlamda, bu alanların yükleri yalnızca anomali iptali için dikkate alınmaktadır.

4.1 Ayar Bozonu Kütleleri ve Karışımlar

Daha önce de belirtildiği gibi, model yeni bir nötral ayar bozonu Z' ve onun süpereşi \tilde{B}' 'i, $U(1)'$ simetrisiyle ilişkilendirir. Bu modeldeki simetri kırılması, Higgs mekanizmasına oldukça benzer bir şekilde gerçekleşir; ancak bu sefer, elektrozayıf ve $U(1)'$ simetri kırılmaları birbirleriyle ilişkilidir. $SU(2)_L \times U(1)_Y \times U(1)' \rightarrow U(1)_{EM}$ simetri kırılması sırasında sıfır olmayan VEV'lerle geliştirilen alanlar, şu şekilde listelenebilir.

$$\langle H_u \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_u \end{pmatrix}, \quad \langle H_d \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_d \end{pmatrix}, \quad \langle S \rangle = \frac{v_S}{\sqrt{2}}, \quad \langle S_i \rangle = \frac{v_{S_i}}{\sqrt{2}} \quad (4.10)$$

S, S_1, S_2 ve S_3 alanları MSSM ayar grubunun altında tekli olduğundan, W ve Z bozonları, her zamanki elektrozayıf simetri kırılmasında olduğu gibi, H_u ve H_d alanlarının VEV'leri aracılığıyla kütle kazanır; dolayısıyla, $v_u^2 + v_d^2 = v_{SM}^2$ koşulu bu modelde de geçerli olmalıdır. Öte yandan, Tablo (4.1)'de listelendiği gibi, tüm süperalanların $U(1)'$ altındaki

karmaşık yükleri nedeniyle, Z' bozonu, kütesini tüm vakum beklenen değerlerden alır. Bu durumda, ν_S ve ν_{S_i} , ν_u ve ν_d den çok daha büyük olması beklendiğinden, ayrık sektör, Z' kütesinin ana kaynağı olarak hesaplanabilir. Ancak, kütle kazanımının dışında, H_u ve H_d alanlarının karmaşık yükleri, Z ve Z' arasındaki sıfır olmayan karışımı tetikler, bu karışım onların kütle-kare matrisin olan

$$M_{ZZ'}^2 = \begin{pmatrix} M_Z^2 & \Delta^2 \\ \Delta^2 & M_{Z'}^2 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

ifadesine bağlıdır ve bu matris (Z, Z') tabanında

$$M_Z^2 = \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2)(\nu_u^2 + \nu_d^2)$$

$$M_{Z'}^2 = g_1'^2(Q_{H_u}'^2 \nu_u^2 + Q_{H_d}'^2 \nu_d^2 + Q_S'^2 \nu_S^2 + \sum_{i=1}^3 Q_{S_i}'^2 \nu_{S_i}^2) \quad (4.12)$$

$$\Delta^2 = \frac{1}{2}\sqrt{g_1^2 + g_2^2}g_1'(Q_{H_u}'^2 \nu_u^2 - Q_{H_d}'^2 \nu_d^2)$$

şeklinde yazılabilir. Kütle-kare matrisini Denklem (4.11)'de diyagonalize etmek Z ve Z' arasındaki aşağıdaki karışım açısını verir.

$$\theta_{ZZ'} = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\Delta^2}{M_{Z'}^2 - M_Z^2}\right) \quad (4.13)$$

Ayrıca elektrozayıf hassasiyet verileri, Z - Z' karışım açısını $\theta_{ZZ'} \lesssim 10^{-3}$ koşuluyla güçlü bir şekilde sınırlar [35,36]. Bu kadar katı bir kısıtlamayı Z ve Z' arasındaki karışıma uygulanması, yalnızca aşağıdaki özelliklere sahip çözümlere izin verir:

1. $g_1' \ll g_1$ veya
2. $M_{Z'} \gg M_Z$ veya
3. $Q_{H_d}'/Q_{H_u}' \approx \nu_u/\nu_d \equiv \tan\beta$.

İlk iki koşul ayrı ayrı ele alındığında, LEP 2 sınırının $M_{Z'}/g_1' \geq 6$ TeV şeklinde naif bir şekilde uygulanmasını gerektirir [37]. İlk koşul, ayrık modelin *büyük birleşim skalasında* ayar bağlaşımlarının birleşmesi ile sınırlandırıldığı durumda gerçekleştirilemez. Çünkü ayar bağlaşımlarının birleşmesi düşük ölçeklerde $g_1' \sim g_1$, g_2 ilişkisini gerektirir. Bu nedenle, deneysel verilerle tutarlı bir Z - Z' karışımı, ağır Z' içeren spektrumlarla sağlanabilir.

Dikkat edilirse, ayar değişmezliği, iki abelian gauge grubunun gauge bozonları arasında ağaç düzeyinde bir karışım da sağlar .Bu karışım $\xi B^{\mu\nu} B'_{\mu\nu}$ ile ifade edilir. Burada $B^{\mu\nu}$ ve $B'_{\mu\nu}$, sırasıyla $U(1)_Y$ ve $U(1)'$ için alan kuvvet tensörlerini temsil eder. Bu terim, klasik olmayan bir formda bir ayar kovaryant türevine yol açar [38,39], ve ayrık sektörün MSSM Higgs alanları ile MSSM tekli skaler alanları arasında ağaç düzeyinde bir karışım oluşturur. Ayrıca, Z - Z' karışımına ek olarak, foton ve Z' arasında bir karışımı da tetikler.

Bu, denklem (4.13)'te verilen karışım açısını değiştirir ve böylece gauge bozonlarının fiziksel kütle durumları, kütsüz bir foton içerir [40,41]. Her ne kadar ayar kinetik karışım, kütle spektrumunda nispeten daha hafif bir Z' üretebilse de [42], bu karışım üst sınırdan ciddi şekilde sınırlıdır. LEP verileri üzerindeki analizler, ayar kinetik karışım için üst sınırı $\xi \lesssim 2.5 \times 10^{-3}$ olarak belirlemiş [35] ,dahası mevcut çarpıştırıcı analizleri, farklı Z' bozunma modları üzerindeki aramalarda bu sınırı $\xi \lesssim 3 \times 10^{-4}$ olarak güncellemiştir [43,44]. Ayrıca, doğrudan tespit deneylerinde, Z' kütlesi karanlık madde (DM) yayılmasını yeterince baskılamazsa bu durum gauge kinetik karışımını ciddi şekilde kısıtlayabilir. Çünkü bu, foton ve Z bozonlarının bolluğunu artırır [45]. Bu nedenle, ayar kinetik karışımı, çarpıştırıcı analizlerinin rezonans aramaları tarafından da gerekli olan Z' kütesine uygulanan güçlü deneysel limitleri gevşetmez [46,47]. Bu bağlamda, modelimizde mevcut spektrumların ağır Z' içerdiğini varsayıyoruz ve ayar kinetik karışımın etkisi, üzerine ilgili kısıtlamalar uygulandıktan sonra ihmal edilebilir olacağı için bunu sıfır olarak varsayıyoruz.

4.2 Nötralinolar ve Yüklünolar

Egzotik alanların (Q ve \mathcal{L}) hiper yüklerine bağlı olarak, ayrık $U(1)'$ modeli MSSM'nin hem yüklü hem de nötr sektörlerini genişletir. Bu alanların etkileşimi, Z' üzerindeki kütle sınırının düşürülmesi, negatif m_{ξ}^2 değerini garanti eden $U(1)'$ kırılmasını tetiklemek gibi fenomenolojiyi zenginleştirir. [42,48], [10]. Egzotik alanların, baryon ve lepton sayılarına göre, kuarkları leptonlara bağlaması mümkün olsa da [49], standart yapılandırmada bu alanlar yalnızca kuarklara veya leptonlara bağlanabilir. Ayrıca, egzotik parçacıkların yalnızca S alanıyla ağaç düzeyinde bağlanmasına izin veren $U(1)'$ yüklerini yapılandırmak mümkündür.

Bu durumda, $SU(3)$ üçlüsü egzotik alan Q , hâlâ çarpıştırıcı deneylerinde üretilebilmektedir; dolayısıyla rezonans aramaları, kütlelerini $m_{\tilde{Q}} \gtrsim 5 \text{ TeV}$ olarak sınırlamaya devam edebilir

[50]. Bu bağlamda, egzotik parçacıkların yalnızca MSSM *tekli S* alanına bağlanabildiğini ve ağır oldukları varsayılır. Bu nedenle, düşük enerji ölçeğinde gözlemlenebilir etkileri bastırılmış olsada, yine de $U(1)'$ simetri kırılması, anomali iptali gibi süreçlerde etkili olmayı sürdürürler.

Egzotik alanların yüksek bir enerji ölçeğinde ayrıştığını varsayarsak, spektruma yalnızca MSSM tekli alanları dahil olabilir ve bu tür ayırık $U(1)'$ modellerinin nötr sektörü, $\tilde{S}, \tilde{B}', \tilde{S}_{1,2,3}$ ile nötralino içeriğini önemli ölçüde genişletir. $U(1)'$ ve elektrozayıf simetrilerin kırılmasından sonra, bu nötralino türleri MSSM nötralinolarıyla karışır ve nötralino sektörü için ortaya çıkan kütle matrisi, sırasıyla $(\tilde{B}, \tilde{W}, \tilde{H}_u, \tilde{H}_d, \tilde{S}, \tilde{B}', \tilde{S}_1, \tilde{S}_2, \tilde{S}_3)$ temelinde aşağıdaki şekilde elde edilebilir:

$$M_{\tilde{X}} = \left(\begin{array}{cccc|cccc} & & & & M_{BB'} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & | & 0 & 0 & 0 \\ & & & & | & g'_1 Q'_{H_d} \nu_d & 0 & 0 \\ & & & & | & g'_1 Q'_{H_u} \nu_u & 0 & 0 \\ - & - & - & - & | & - & - & - \\ 0 & 0 & -\frac{\lambda \nu_u}{2} & -\frac{\lambda \nu_d}{2} & | & g'_1 Q'_S \nu_S & 0 & 0 \\ M_{BB'} & 0 & g'_1 Q'_{H_d} \nu_d & g'_1 Q'_{H_u} \nu_u & | & M_{B'} & g'_1 Q'_{S_1} \nu_{S_1} & g'_1 Q'_{S_2} \nu_{S_2} & g'_1 Q'_{S_3} \nu_{S_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & g'_1 Q'_{S_1} \nu_{S_1} & 0 & -\frac{\kappa \nu_{S_3}}{\sqrt{2}} & -\frac{\kappa \nu_{S_2}}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & g'_1 Q'_{S_2} \nu_{S_2} & -\frac{\kappa \nu_{S_3}}{\sqrt{2}} & 0 & -\frac{\kappa \nu_{S_1}}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & g'_1 Q'_{S_3} \nu_{S_3} & -\frac{\kappa \nu_{S_2}}{\sqrt{2}} & -\frac{\kappa \nu_{S_1}}{\sqrt{2}} & 0 \end{array} \right) \quad (4.14)$$

Yukarıda verilen kütle matrisindeki MSSM olarak adlandırılan üst blok, MSSM nötralinolarını ve bunların karışımlarını temsil eder. Ancak, μ -terimi ağaç seviyesinde izinli olmadığı ve etkili bir şekilde S alanının beklenen değeri (VEV) tarafından üretildiği için, ayırık $U(1)'$ modeli, MSSM Higgsinolarının kütlelerinin üretilmesinde ve MSSM nötralinolarının karışımında etkili olur. Ayrıca, \tilde{B} , kinetik karışım yoluyla \tilde{B}' ile ve nötralinoların kütle matrisinde sırasıyla $M_{BB'}$, $g'_1 Q'_{H_d} \nu_d$ ve $g'_1 Q'_{H_u} \nu_u$ ile tanımlanan $Z - Z'$ karışımı aracılığıyla MSSM Higgsinoları ile karışabilir. Benzer şekilde S , MSSM Higgsinoları ile karışabilir ve bu karışım, Higgs alanlarına bağlanma katsayıları olan $\lambda \nu_d$ ve $\lambda \nu_u$ ile orantılıdır.

Öte yandan, \tilde{S}_1, \tilde{S}_2 ve \tilde{S}_3 yalnızca $U(1)'$ nötralinolarıyla karışır ve MSSM nötralinolarına etki etmez. Bu alanlar, \tilde{B}' dahil olmak üzere, nötralinolarındaki etkilerinin yanı sıra deneysel tespitten de kaçabilir ve MSSM nötralinolarından çok daha hafif olabilirler. Örneğin, gluino için $m_{\tilde{g}} \geq 2.1 \text{ TeV}$ gibi ağır kütle sınırları [51], evrensel gaugino kütlesi GUT ölçeğinde uygulandığında Bino ve Wino kütlelerini sırasıyla yaklaşık 300 GeV ve 600 GeV olarak sınırlar. Ayrıca, Planck uydusunun karanlık maddenin kalıntı yoğunluğuna ilişkin mevcut ölçümleri, özellikle karanlık madde büyük ölçüde Bino'dan oluştuğunda, kütle sınırını yaklaşık 1 TeV'e kadar yükseltebilir [8].

Her ne kadar LSP'nin büyük ölçüde MSSM Higgsino'larından oluştuğu durumlarda ($\mu \ll M_1, M_2$) LHC sınırları gevşeyebilse de, doğrudan tespit deneylerinden elde edilen mevcut sonuçsuz veriler, Higgsino-benzeri karanlık madde için $\mu \gtrsim 700 \text{ GeV}$ gerekliliğini ortaya koymaktadır [8,53,54]. Bu sınırın, karanlık madde Higgsino-Bino ve/veya Higgsino-Wino karışımı olarak gerçekleştiğinde önemli ölçüde azalarak yaklaşık 200-300 GeV'e düştüğünü belirtmek gerekir [55].

MSSM nötrinolarına yönelik bu tür sıkı sınırlamaların bir sonucu olarak, MSSM dışı nötrinolardan birinin düşük ölçekli kütle spektrumunda, LSP nötrinosu oluşturma olasılığı daha yüksek olabilir. Bu bağlamda, hem çarpıştırıcı deneylerinde hem de karanlık madde deneylerinde oldukça farklı bir fenomenoloji ortaya koyarlar. Eğer LSP büyük ölçüde ayrık $U(1)'$ sektöründen oluşuyorsa, MSSM spektrumundaki bazı parçacıklar uzun ömürlü bir duruma gelebilir, çünkü doğrudan LSP ile etkileşime girmezler.

Her ne kadar LHC'nin güçlü etkileşim gösteren parçacıklar, örneğin s-kuarklar ve gluino üzerine getirdiği mevcut kısıtlamalar bu parçacıkların ömürleriyle tutarlı olsa da, düşük ölçekli spektrumda uzun ömürlü stau ve yuclinoların bulunması hâlâ mümkündür. Model, dedektörlerden kaçan bu tür durumların neden olabileceği potansiyel, eksik elektrik yüklerini önlemek için kısıtlanmalıdır.

Öte yandan, her ne kadar s-top (skaler-üst kuark) ve gluino'nun uzun ömürlü olmasına LHC kısıtlamaları izin vermese de, bu parçacıklara ilişkin mevcut sınırlar, en hafif MSSM nötralinolarının LSP'ye bozunmasına bağlı olarak önemli ölçüde değişebilir. Bu parçacıklar

LSP'ye doğrudan bağlanmadıkları için, olası sinyal süreçleri, hızla yapılan çarpıştırıcı deneylerinde aşırı şekilde analiz edilenlerle aynı kalır [56]. Bu süreçlerde, eğer en hafif MSSM nötralinosu dedektörde bozunmaz ve kaybolan enerjiyi oluşturursa, o zaman mevcut stop ve gluino üzerindeki kısıtlamalar hâlâ geçerlidir.

Diğer taraftan, eğer en hafif MSSM nötralinusunun dedektörde LSP'ye bozunmasına izin verilirse, o zaman bu tür süreçler mevcut s-top ve gluino üzerindeki kısıtlamaları önemli ölçüde değiştirebilir (muhtemelen gevşetebilir). Minimal olmayan bir modelden gelen LSP, karanlık madde deneylerinde de ilginç bir fenomenoloji sunar. S nin, MSSM Higgs alanlarıyla ağaç düzeyinde etkileşime girmesine izin verildiğinden, süperpartneri \tilde{S} , Higgs portalı aracılığıyla çekirdeklerde saçılma yapar. Saçılma kesitinin oldukça düşük olması beklenmesine rağmen, böyle çözümler, XENON deneyinden elde edilecek mevcut ve gelecekteki tahmin edilen hassasiyetle yakında test edilebilecektir [57]. Saçılma kesiti, LSP $\tilde{S}_{1,2,3}$ tarafından oluşturulduğunda, daha da düşürülebilir, çünkü bunlar sadece S ile etkileşir. Ancak, yok olma süreçleri yine de karanlık maddenin dolaylı tespiti için ilginç sonuçlar verebilir ve mevcut *FermiLAT* sonuçları ışığında test edilebilir [58,59].

Modelde nötralinno sektörünü sonlandırmadan önce, aynı zamanda yuklino sektörüne de değinmemiz gerekir. Sadece MSSM singlet alanlarının tespit edilebilir düşük ölçek spektrumuna dahil olabileceği için, yuklino sektörünün fiziksel durumları, Wino ve Higgsino gibi MSSM alanları tarafından oluşturulur.

4.3 Higgs Bozonu

Tekli S ve S_i alanlarının varlığı, ayrık $U(1)'$ modelinde MSSM'nin Higgs bozonu sektörünü önemli ölçüde genişletir. Fiziksel spektrumda altı adet *CP-pozitif* Higgs bozonu bulunurken, *CP-negatif* Higgs bozonu sayısı ise 4'tür. Higgs bozonu spektrumundaki zenginliğe ek olarak, Higgs sektörü, MSSM çerçevesinde mevcut olmayan ağaç düzeyinde karışım yoluyla daha karmaşık hale gelir. *F-terimleri* ile oluşturulan Higgs potansiyeli şu şekilde yazılabilir [24].

$$V_F = |\lambda|^2 [|H_d H_u|^2 + |S|^2 (H_d^\dagger H_d + H_u^\dagger H_u)] + \frac{\kappa^2}{9} [|S_1 S_2|^2 + |S_2 S_3|^2 + |S_1 S_3|^2] \quad (4.15)$$

Burada basitlik adına $SU(2)_L$ indeksleri gizlenmiştir. *F-terimleri* yalnızca MSSM Higgs çiftleri ile MSSM *skaler singlet* S arasında karışım yapılmasına izin verirken, diğer MSSM

singletleri, D -terimleri tarafından oluşturulan skaler potansiyel aracılığıyla MSSM Higgs alanları ile karışabilir, bu da

$$V_D = \frac{g_1^2 + g_2^2}{8} (H_d^\dagger H_d + H_u^\dagger H_u)^2 + \frac{g_2^2}{2} |H_d^\dagger H_u|^2 + \frac{g_1^2}{2} (Q'_{H_d} H_d^\dagger H_d + Q'_{H_u} H_u^\dagger H_u + Q'_S |S|^2 + \sum_{i=1}^3 Q'_S |S_i|^2)^2 \quad (4.16)$$

şeklinde ifade edilir. Sonuç olarak, F -terimleri ve D -terimleri tarafından oluşturulan skaler potansiyel, tüm Higgs skalerleri arasında ağaç düzeyinde karışım oluşturur. Ayrıca, yumuşak süpersimetri kırılması (SSB) Lagranjyan'ı, aşağıdaki terimler aracılığıyla Higgs fenomenolojisine katkıda bulunur.

$$\mathcal{L}_{SUSY} = m_{H_d}^2 H_d^\dagger H_d + m_{H_u}^2 H_u^\dagger H_u + m_S^2 |S|^2 + \sum_{i=1}^3 m_{S_i}^2 |S_i|^2 - \lambda A_\lambda S H_d H_u - \frac{\kappa}{3} A_\kappa S_1 S_2 S_3 - m_{SS_1}^2 S S_1 - m_{SS_2}^2 S S_2 - m_{S_1 S_2}^2 S_1^\dagger S_2 \quad (4.17)$$

CP -pozitif ve CP -negatif Higgs bozonları için ağaç düzeyindeki kütle-kare matrisi, SSB kütleleri ve vakum beklenti değerleri (VEVs) aracılığıyla oluşturulur ve bunlar şu şekilde tanımlanır:

$$H_d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v_d + h_d^0 + iA_d \\ \sqrt{2} h_d^- \end{pmatrix}, \quad H_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2} h_u^+ \\ v_u + h_u^0 + iA_u \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_S + S + iA_S), \quad S_i = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_{S_i} + iA_{S_i})$$

$U(1)'$ grubu ile ilişkilendirilen ayar bozonu (Z'), Denklem (4.18) ile verilen tüm skaler alanların VEV'lerinden kütlelerini alır; ancak, $v_S, v_{S_i} \gg v_d, v_u$ olduğundan, MSSM singlet alanlarının VEV'leri Z' kütlelerinde baskındır. Buna göre, Z' üzerindeki ağır kütle sınırının, tekli skaler sektöründe güçlü bir etki yaratması beklenir.

$U(1)'$ genişletilmiş SUSY modellerinin bir sınıfında, S_i alanlarının yokluğu, yüksek $U(1)'$ kırılma ölçeğine $v_S \gtrsim 10 \text{ TeV}$ yol açar [18,60], bu da $M_{Z'} \geq 4 - 5 \text{ TeV}$ 'yi gerçekleştirmek için gereklidir [61]. Ayrıca, vakum beklenen değerler prensipte aynı yönde hizalanmak zorunda değildir, bu nedenle CP ihlalinin bir kaynağı olabilirler. Higgs alanlarını içeren skaler potansiyeller, CP -pozitif Higgs alanları için aşağıdaki simetrik kütle-kare matrisini verir:

$$\mathcal{M}_{even}^2 = \begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{12}^2 & M_{13}^2 & M_{14}^2 & M_{15}^2 & M_{16}^2 \\ & M_{22}^2 & M_{23}^2 & M_{24}^2 & M_{25}^2 & M_{26}^2 \\ & & M_{33}^2 & M_{34}^2 & M_{35}^2 & M_{36}^2 \\ & & & M_{44}^2 & M_{45}^2 & M_{46}^2 \\ & & & & M_{55}^2 & M_{56}^2 \\ & & & & & M_{66}^2 \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

burada, $\{h_d, h_u, S, S_1, S_2, S_3\}$ tabanıdır ve \mathcal{M}_{even}^2 'in elemanları aşağıdaki gibidir.

$$M_{11}^2 = \frac{(g_1^2 + g_2^2)v_d^2}{4} + g_1'^2 Q_{H_d}'^2 v_d^2 + \frac{A_\lambda \lambda v_S v_u}{\sqrt{2}v_d} \quad (4.20)$$

$$M_{12}^2 = \frac{A_\lambda \lambda v_S}{\sqrt{2}} - \frac{(g_1^2 + g_2^2)v_d v_u}{4} + (\lambda^2 + g_1'^2 Q_{H_d}' Q_{H_u}') v_d v_u \quad (4.21)$$

$$M_{13}^2 = \lambda^2 v_d v_S + g_1'^2 Q_{H_d}' Q_{S_i}' v_d v_S - \frac{A_\lambda \lambda v_u}{\sqrt{2}} \quad (4.22)$$

$$M_{1i+3}^2 = g_1'^2 Q_{H_d}' Q_{S_i}' v_d v_{S_i} \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.23)$$

$$M_{22}^2 = \frac{A_\lambda \lambda v_d v_S}{\sqrt{2}v_u} + \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2 + 4g_1'^2 Q_{H_u}') v_u^2 \quad (4.24)$$

$$M_{23}^2 = \frac{A_\lambda \lambda v_d}{\sqrt{2}} + (\lambda^2 + g_1'^2 Q_{H_u}' Q_S') v_u v_S \quad (4.25)$$

$$M_{2i+3}^2 = g_1'^2 Q_{H_u}' Q_{S_i}' v_u v_{S_i} \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.26)$$

$$M_{33}^2 = \frac{1}{2v_S} (2g_1'^2 Q_S'^2 v_S^3 - 2m_{SS_1}^2 v_{S_1} - 2m_{SS_2}^2 v_{S_2} + \sqrt{2}A_\lambda \lambda v_d v_u) \quad (4.27)$$

$$M_{3i+3}^2 = m_{SS_i}^2 + g_1'^2 Q_S' Q_{S_i}' v_S v_{S_i} \quad i = 1, 2, 3 \text{ ve } m_{SS_3} = 0 \quad (4.28)$$

$$M_{44}^2 = \frac{1}{2v_{S_1}} (2g_1'^2 Q_{S_1}'^2 v_{S_1}^3 - 2m_{SS_1}^2 v_S + \sqrt{2}A_\kappa \kappa v_{S_2} v_{S_3}) \quad (4.29)$$

$$M_{45}^2 = \frac{1}{9}\kappa^2 v_{S_1} v_{S_2} + g_1'^2 Q_{S_1}' Q_{S_2}' v_{S_1} v_{S_2} - \frac{A_\kappa \kappa v_{S_3}}{\sqrt{2}} \quad (4.30)$$

$$M_{46}^2 = \frac{1}{9}(\kappa^2 + 9g_1'^2 Q_{S_1}' Q_{S_3}') v_{S_1} v_{S_3} - \frac{A_\kappa \kappa v_{S_2}}{\sqrt{2}} \quad (4.31)$$

$$M_{55}^2 = \frac{1}{2}v_{S_2} (2g_1'^2 Q_{S_2}'^2 v_{S_2}^3 - 2m_{SS_2}^2 v_S + \sqrt{2}A_\kappa \kappa v_{S_1} v_{S_3}) \quad (4.32)$$

$$M_{56}^2 = \frac{1}{9}(\kappa^2 + 9g_1'^2 Q_{S_2}' Q_{S_3}') v_{S_2} v_{S_3} - \frac{A_\kappa \kappa v_{S_1}}{\sqrt{2}} \quad (4.33)$$

$$M_{66}^2 = g_1'^2 Q_{S_3}'^2 v_{S_3}^2 + \frac{A_\kappa \kappa v_{S_1} v_{S_2}}{\sqrt{2}v_{S_3}} \quad (4.34)$$

Kütle-kare matrisini \mathcal{M}_{even}^2 diyagonalize ederek, spektrumda *CP-pozitif* Higgs bozonlarına ait altı adet kütle özdeğeri elde ederiz. Benzer şekilde, *CP-negatif* Higgs alanları için ise

$$\mathcal{M}_{odd}^2 = \begin{pmatrix} P_{11}^2 & P_{12}^2 & P_{13}^2 & P_{14}^2 & P_{15}^2 & P_{16}^2 \\ & P_{22}^2 & P_{23}^2 & P_{24}^2 & P_{25}^2 & P_{26}^2 \\ & & P_{33}^2 & P_{34}^2 & P_{35}^2 & P_{36}^2 \\ & & & P_{44}^2 & P_{45}^2 & P_{46}^2 \\ & & & & P_{55}^2 & P_{56}^2 \\ & & & & & P_{66}^2 \end{pmatrix} \quad (4.35)$$

olur. \mathcal{M}_{odd}^2 'ın elemanları aşağıdaki gibidir.

$$P_{11}^2 = \frac{A_\lambda \lambda v_S v_u}{\sqrt{2} v_d} \quad (4.36)$$

$$P_{12}^2 = \frac{A_\lambda \lambda v_S}{\sqrt{2}} \quad (4.37)$$

$$P_{13}^2 = \frac{A_\lambda \lambda v_u}{\sqrt{2}} \quad (4.38)$$

$$P_{22}^2 = \frac{A_\lambda \lambda v_d v_S}{\sqrt{2} v_u} \quad (4.39)$$

$$P_{23}^2 = \frac{A_\lambda \lambda v_d}{\sqrt{2}} \quad (4.40)$$

$$P_{33}^2 = \frac{1}{2v_S} (-2m_{SS_1}^2 v_{S_1} - 2m_{SS_2}^2 v_{S_2} + \sqrt{2} A_\lambda \lambda v_d v_u) \quad (4.41)$$

$$P_{34}^2 = -m_{SS_1}^2 \quad (4.42)$$

$$P_{35}^2 = -m_{SS_2}^2 \quad (4.43)$$

$$P_{44}^2 = \frac{1}{2v_{S_1}} (-2m_{SS_1}^2 v_S + \sqrt{2} A_\kappa \kappa v_{S_2} v_{S_3}) \quad (4.44)$$

$$P_{45}^2 = \frac{A_\kappa \kappa v_{S_3}}{\sqrt{2}} \quad (4.45)$$

$$P_{46}^2 = \frac{A_\kappa \kappa v_{S_2}}{\sqrt{2}} \quad (4.46)$$

$$P_{55}^2 = \frac{1}{2v_{S_2}} (-2m_{SS_2}^2 v_S + \sqrt{2} A_\kappa \kappa v_{S_1} v_{S_3}) \quad (4.47)$$

$$P_{56}^2 = \frac{A_\kappa \kappa v_{S_1}}{\sqrt{2}} \quad (4.48)$$

$$P_{66}^2 = \frac{A_\kappa \kappa v_{S_1} v_{S_2}}{\sqrt{2} v_{S_3}} \quad (4.49)$$

CP-negatif Higgs alanlarının kütle-kare matrisi diyagonalize edildiğinde, altı özdeğerden ikisi *kütlesiz Goldstone bozonları* olur ve dolayısıyla kütle spektrumunda dört *CP-negatif* Higgs bozonu kalır. Yukarıdaki kütle-kare matrislerinden de görülebileceği gibi, MSSM Higgs alanları ve ayrık $U(1)'$ modelinin *tekli skalerleri*, fiziksel Higgs bozonu durumlarını oluştururken basit olmayan bir şekilde karışır. Böyle bir karışım, hafif kütleyle sahip olan ve

potansiyel olarak çarpıştırıcı deneylerinde kendini gösterebilecek SM-olmayan Higgs bozonlarını ortaya çıkarabilir [39].

Eğer bir Higgs bozonu kütle durumu, SM-benzeri durum dışında, büyük ölçüde MSSM Higgs alanları tarafından oluşturuluyorsa, o zaman $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ve $B \rightarrow X_s \gamma$ gibi nadir *B-meson* bozulmalarından elde edilen mevcut kısıtlamalar, bu bozonların kütlelerini yaklaşık 400-500 GeV civarında sınırlar [52-54]. Bu nedenle, eğer spektrum, SM-benzeri Higgs bozonundan daha hafif Higgs bozonları içeriyorsa ve bu bozonlar büyük ölçüde MSSM Higgs alanları tarafından oluşturuluyorsa, bu tür bozonlar bu kısıtlamalar tarafından hariç tutulur.

Yukarıda bahsedilen kısıtlamalar, MSSM Higgs alanlarını MSSM singlet skalerlerinden ayırt edebilse de, bu alanlar hâlâ MSSM Higgs alanlarıyla olan basit olmayan karışımları aracılığıyla birbirleriyle etkileşebilir. İlk olarak, böyle bir karışım, hafif Higgs bozonlarının SM parçacıklarına bozunma modlarını mümkün kılabilir, bu da düşük kütle ölçeklerinde potansiyel olarak bir sinyal verebilir. Ayrıca, karışım, SM-benzeri Higgs bozonu ile ağaç düzeyinde bir bağlantı oluşturduğundan, hafif Higgs bozonu durumları, SM-benzeri Higgs bozonlarının görünmeyen bozunmalarını artırabilir. Bu tür tutarsızlıklar, hafif Higgs bozonlarının SM parçacıklarına bozunma modlarını ve görünmeyen Higgs bozunmalarını $BR(h \rightarrow \text{görünmez}) \lesssim 10\%$ olacak şekilde kısıtlayarak önenebilir [62,63].

5. TARAMA PROSEDÜRÜ VE DENEYSEL KISITLAMALAR

Bu tezde, SARAH 4.14.3 programı ile oluşturulan model dosyalarını kullanarak, SPheno 4.0.4 paketi ile elde edilmiş veriler kullanılmıştır. Bu paket içinde, zayıf skala değerleri olan ayar ve Yukawa bağlaşımları, renormalizasyon grup denklemleri (RGEs) aracılığıyla büyük birleşim skalasına kadar çözdürülmüştür. Büyük birleşim skalası, ayar bağlaşımlarının birleşmesi gerekliliği ile belirlenir. Bu gereklilik $g_3 \approx g_2 = g_1 = g'_1$ şeklinde ifade edilir ve burada g_3 , g_2 ve g_1 sırasıyla MSSM modelindeki $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ ve $U(1)_Y$ için ayar bağlaşım sabitleridir, g'_1 ise $U(1)'$ için olan ayar bağlaşım sabitini temsil eder. Bu koşul, tüm ayar bağlaşımlarının birleşme noktasında eşit olmasını gerektirir ve bu birleşme noktası büyük birleşim skalası, M_{GUT} olarak adlandırılır.

M_{GUT} 'taki eşik düzeltmelerinin katkıları konusuna gelirsek, bu katkılar, GUT (Grand Unified Theory) ayar grubunun bilinmeyen kırılma mekanizmalarından kaynaklanmaktadır. Bu katkılar, özellikle farklı kuvvetlerin birleşme noktalarında meydana gelen düzeltmelerdir. g_3 (güçlü kuvvetin ayar bağlaşım sabiti), bu katkılardan en büyük katkıyı alır. Bu, GUT grubunun kırılması nedeniyle, g_3 'ün birleşme noktasından sapabileceği anlamına gelir. Bu sapmalar, teorik olarak g_3 'ün birleşme noktasından yaklaşık %3 kadar bir farkla ayrılmasına izin verir. Bu, GUT teorilerinin doğruluğunu test ederken ve ayar bağlaşımlarının birleşmesinin ne kadar doğru olduğu konusunda dikkat edilmesi gereken bir durumdur. GUT 'ların enerji ölçeğinde, bu tür eşik düzeltmeleri, özellikle yüksek enerji ölçeklerinde önemli olabilir. Eğer bir çözüm, bu izin verilen sapma sınırı içinde birleşme koşulunu sağlamıyorsa, SPheno paketi varsayılan olarak böyle çözümler için bir çıktı üretmez. Yani, bir çıktı dosyasının varlığı, çözümlerin birleşme koşuluyla uyumlu olduğunu ve g_3 'ün birleşme noktasından %3'ten fazla sapmadığını garanti eder. Bu, SPheno'nun yalnızca birleşme koşulunu karşılayan ve belirtilen sınırlar içinde sapmalar gösteren çözümler için çıktı üreteceği anlamına gelir.

M_{GUT} hesaplandıktan sonra, yumuşak süpersimetri kırılması (*Soft Supersymmetry Breaking*) parametreleri, M_{GUT} 'ta belirlenen sınır koşullarıyla birlikte, ayar ve Yukawa bağlaşımları da dahil olmak üzere, zayıf ölçeğe (*weak scale*) geri evrilir. Bu işlem, yüksek enerji skalasında (M_{GUT}) belirlenen parametrelerin, daha düşük bir enerji skalası olan zayıf skalaya kadar nasıl evrildiğini hesaplar. Bu evrim, renormalizasyon grup denklemleri (RGE) aracılığıyla yapılır ve modelin çeşitli parametrelerinin zayıf skala değerlerini belirler.

Tablo (5.1)'de gösterilen parametre uzayında evrensel sınır koşulları ile rastgele taramalar gerçekleştirilmiştir. Burada m_0 , tüm skaler parçacıklar için ortak kütle terimini ifade ederken, $M_{1/2}$ ayarınolar için olan ortak kütle terimlerini belirtir; bu terimler, $U(1)$ ' ayar grubuna bağlı olan kütle terimini de içermektedir.

$\tan \beta$, MSSM Higgs çiftlerinin vakum beklenen değerlerinin oranı olup, A_0 yumuşak süpersimetri kırılması üçlü lineer skaler etkileşim terimidir. λ , \hat{H}_u, \hat{H}_d ve \hat{S} alanlarının etkileşimlerine karşılık gelen, κ ise $\hat{S}_1, \hat{S}_2, \hat{S}_3$ alanlarının etkileşimlerine karşılık gelen bağlaşım sabitleridir. λ ve κ için üçlü lineer bağlaşım GUT skalasına uygun olarak sırasıyla λA_λ ve κA_κ olarak tanımlanır. h_ν ise $\hat{L}, \hat{H}_u, \hat{N}$ terimlerinin Yukawa bağlaşım sabitidir.

Tablo 5.1: Taranan parametreler.

Parametre	Taranan aralık	Parametre	Taranan aralık
m_0	[0,10] (TeV)	u_S	[1, 30] (TeV)
$M_{1/2}$	[0,10] (TeV)	u_{S_1}	[3, 20] (TeV)
$\tan \beta$	[1,50]	u_{S_2}	[3, 20] (TeV)
A_0/m_0	[-3,3]	u_{S_3}	[3, 20] (TeV)
λ	[0.01, 0.5]	A_λ	[0, 10] (TeV)
κ	[0.1, 1.5]	A_κ	[-10, 0] (TeV)
h_ν	$[10^{-11}, 10^{-7}]$	-	-

Modelin verilerini ve çıkarımlarını analiz ederken, LEP sınırlarını yüklü parçacıklara uygulanır, böylece modelin kütlesi yaklaşık 100 GeV'den daha hafif yeni yüklü parçacıklar üretmemesini sağlanmıştır [64]. Ayrıca, önemli ölçüde güncellenmiş olması nedeniyle, tutarlı çözümlerin gluino kütlesini $m_{\tilde{g}} \geq 2100$ GeV olarak vermesi şart koşulmuştur.

Bir diğer önemli kütle sınırı Higgs bozonundan kaynaklanır. Tarama sonucu elde edilen çözümlerdeki Higgs bozonunun, ATLAS [65–66] ve CMS [67–68] deneylerince rapor edilen kütlesi ve bozunum kanalları açısından SM-benzeri Higgs bozonu özelliklerini sergilemesi şart koşulmuştur. $U(1)$ ' simetrisini kıran VEV'lere sahip skalerler dahil olmak üzere, düşük ölçekli spektrum altı CP-çift Higgs bozonu kütlesini içerir. $U(1)$ 'ı kıran skaler alanlar ile MSSM Higgs alanları arasındaki karışımın küçük olması beklendiğinden, SM-benzeri Higgs bozonunun büyük ölçüde MSSM Higgs alanlarından oluşması gerekir.

$U(1)'$ 'ı kıran skaler alanlar ile MSSM Higgs alanları arasındaki karışımın küçük olması beklendiğinden, SM benzeri Higgs bozonunun büyük ölçüde MSSM Higgs alanlarından oluşması gerekir. Bu bağlamda, SM-benzeri Higgs bozonunun yalnızca kütlesiyle değil, aynı zamanda karışımıyla da tanımlanması gereklidir. Eğer bir çözüm, Higgs bozonlarından birinin ($h_i, i = 1, \dots, 6$) kütlesini yaklaşık 125 GeV [69] olarak veriyorsa, ayrıca $|ZH(i, 1)|^2 + |ZH(i, 2)|^2 \gtrsim 80\%$ şartını da sağlamak gerekir. Burada Z_H matrisi, Higgs bozonları arasındaki karışımı ifade eder.

Önemli bir diğer kısıtlama, REWSB koşullarından kaynaklanır [70–71], bu da EWSB ile tutarlı olan μ -terimi'nin gerekliliğini ifade eder. Ayrıca, $BR(B \rightarrow \chi_s \gamma)$ [72], $BR(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ [73] ve $BR(B_u \rightarrow \tau \nu_\tau)$ [74] gibi nadir B-mezon bozunumlarından kaynaklanan kısıtlamalar da uygulanır. Ardından, nötralinol LSP'nin tahmin edilen kalıntı yoğunluğunun, son Planck sonuçlarıyla [75] 5σ içinde uyumlu olmasını sağlanmıştır. Deneysel kısıtlamalar Tablo 5.2 'de özetlenmiştir. Aşağıdaki liste, grafiklerimizde renkler ile uygulanan kısıtlamalar arasındaki ilişkiyi özetlemektedir.

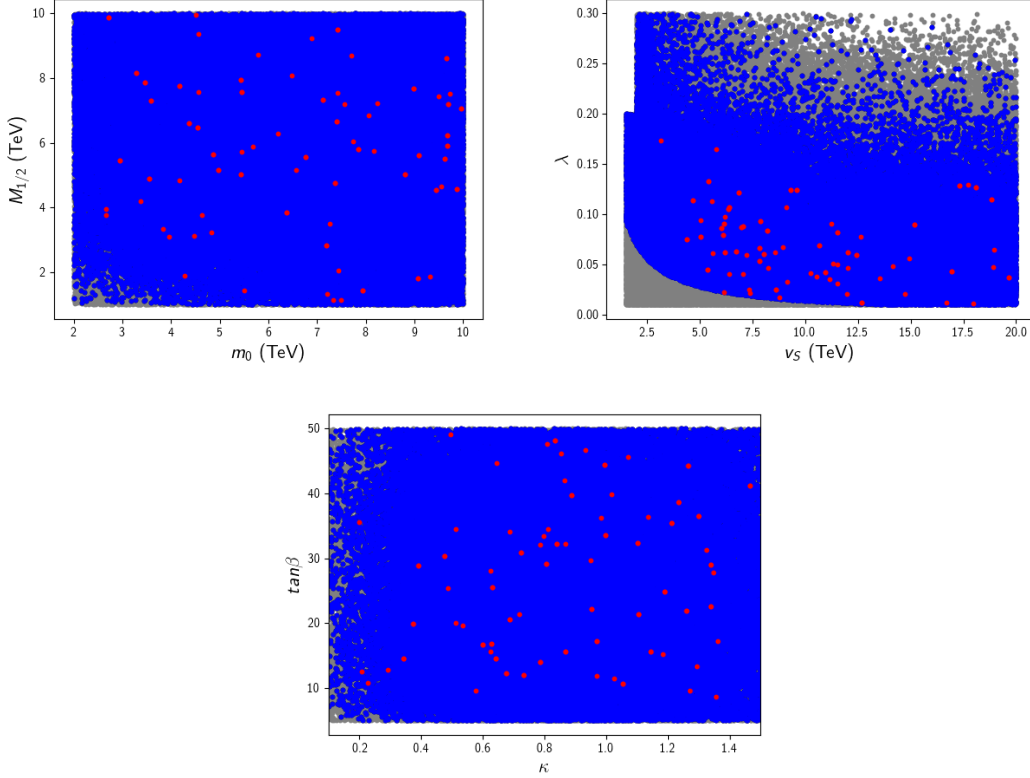
- **Gri:** Radiatif elektrozayıf simetri kırılması (REWSB) ve nötralinol LSP ile uyumlu noktaları temsil eder,
- **Mavi:** Gri'nin bir alt kümesini oluşturur ve SUSY parçacık kütleleri, Higgs bozonu kütlesi ve birleşimleri ile B-fizik kısıtlamalarını sağlayan noktaları temsil eder,
- **Kırmızı:** Mavi'nin bir alt kümesini oluşturur ve LSP nötralinolunun kalıntı yoğunluğu üzerindeki Planck sınırlarıyla 5σ içinde uyumlu olan noktaları, ayrıca mavi noktalar için belirtilen diğer kısıtlamaları temsil eder.

Tablo 5.2: Analizlerde kullanılan deneysel kısıtlamalar.

Gözlemlenen	Kısıtlama	Referans
m_h	[122 – 128] GeV	[65,77]
$M_{Z'}$	≥ 4 TeV	[43,47]
$m_{\tilde{g}}$	≥ 2.1 TeV	[78]
$m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\tau}}$	≥ 100 GeV	[64]
$BR(B \rightarrow \chi_s \gamma)$	$[2.99 - 3.87] \times 10^{-4} (2\sigma)$	[72]
$BR(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$	$[0.8 - 6.2] \times 10^{-9} (2\sigma)$	[73]
$\frac{BR(B_u \rightarrow \tau \nu_\tau)_{\text{ayrık } U(1)'}}{BR(B_u \rightarrow \tau \nu_\tau)_{SM}}$	[0.15 – 2.41] (2σ)	[74]
$\Omega_{CDM} h^2$	[0.114 – 0.126] (5σ)	[75]

6. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

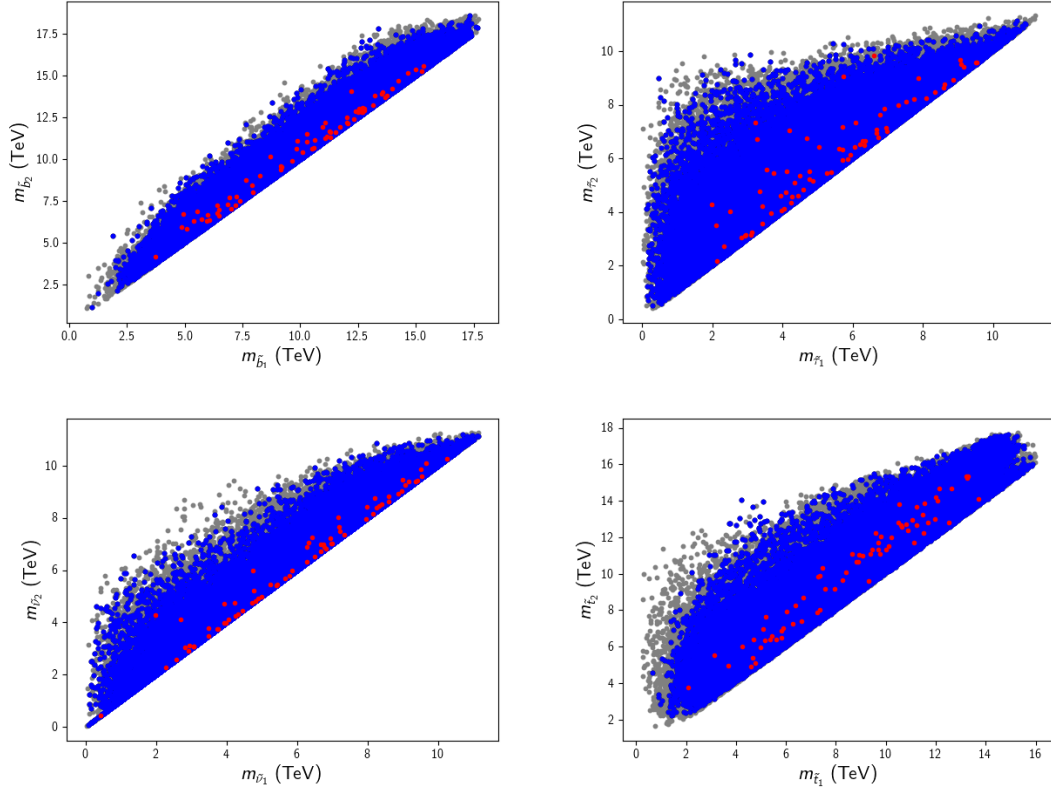
Tezin bu bölümünde bir önceki bölümde bahsedilen tarama prosedürü çerçevesinde elde ettiğimiz ayrık U(1)' model çıktılarına deneysel kısıtlamalar uygulanarak birçok model parametresi üzerindeki sınırlamalar ve modelin öne sürdüğü parçacık kütlelerine ait öngörüler sunulmuştur. İlk olarak, Şekil (6.1)'de temel model parametrelerine ait tarama sonuçları gösterilmiştir.



Şekil 6.1: Ayrık U(1)' Model parametrelerine ait tarama sonuçları

Şekil 6.1' deki birinci grafikte, m_0 ve $M_{1/2}$ parametreleri arasındaki ilişkiyi göstermekte olup, m_0 skaler kütlelerin başlangıç değerini, $M_{1/2}$ gaugino $\tilde{W}^\pm, \tilde{Z}, \tilde{\gamma}$ kütlelerinin başlangıç değerini ifade eder. Grafikte m_0 ve $M_{1/2}$ parametreleri arasında yaygın bir dağılım gözlemleniyor ve kırmızı noktalar m_0 ve $M_{1/2}$ aralıklarının her bölgesine yayılmış durumdadır. Bu, karanlık madde yoğunluğu açısından geniş bir parametre alanında uyum sağlanabildiğini gösterir. Yani nötrino kalıntı yoğunluğunun geniş bir parametre alanında Planck sınırlarıyla uyumlu olabileceğini göstermektedir. U(1)' modelinin geniş bir parametre alanında deneysel ve teorik olarak uyumlu çözümler sunduğunu göstermektedir. Grafik, m_0 ve $M_{1/2}$ değerlerinin 10 TeV seviyesine kadar geniş bir aralıkta tarandığını göstermektedir. Ancak, üst sınırdaki noktaların deneysel doğrulanması daha zor olabilir. Şekil 6.1' deki ikinci grafikte, U(1)' modelde belirtilen parametre uzayını daha detaylı

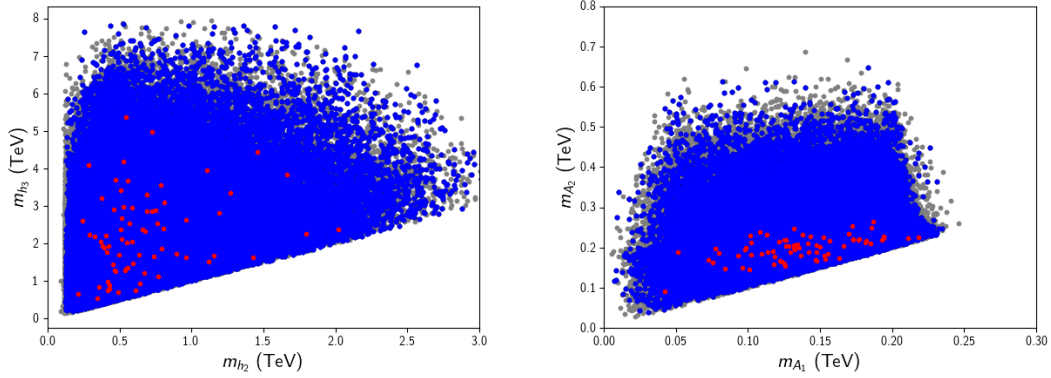
incelemek için v_S (TeV) ve λ eksenlerinde farklı veri noktalarının dağılımını göstermektedir. Parametre uzayının geniş bir alanında gri noktaların yoğun şekilde bulunması, modelin v_S ve λ değişkenleri üzerinde geniş bir esnekliğe sahip olduğunu gösterir. $v_S < 10$ TeV ve $\lambda < 0.1$ aralıklarında kırmızı noktaların yoğunlaşması, bu parametrelerin, kozmolojik yoğunluk ve diğer deneysel kısıtlamalarla daha uyumlu olduğunu göstermektedir. Şekil 6.1’deki üçüncü grafik, $\tan\beta$ ve κ parametreleri arasındaki ilişkiyi göstermekte olup, $\tan\beta$ Higgs sektöründe yukarı tip kuarklar ile aşağı tip kuarkların vakum beklenti değerleri oranı, κ ise modelde kullanılan bir parametre olup U(1)’ modelinin genişlemesi ile ilgili fiziksel etkiler üzerinde rol oynar. $\tan\beta \sim 20-40$ aralığında kırmızı noktaların yoğunlaştığı görülmektedir. Bu bölge, Higgs bozonu kütlesi ve SUSY kısıtlamaları açısından deneysel olarak en uygun sonuçları verebilir. $\kappa \sim 0.5-1.2$ aralığında kırmızı noktaların yoğunlaşması, modelin karanlık madde yoğunluğu ve diğer kısıtlamalar açısından bu κ aralıklarında daha iyi uyum sağladığını gösterir. Sonuç olarak, $\tan\beta \sim 20-40$ ve $\kappa \sim 0.5-1.2$ bölgelerine odaklanılarak, süpersimetrik parçacıkların keşfi için deneysel çalışmalar artırılabilir.



Şekil 6.2: Ayrık U(1)’ Model’de skaler fermiyon (s-fermiyon) kütlelerine ait tarama sonuçları

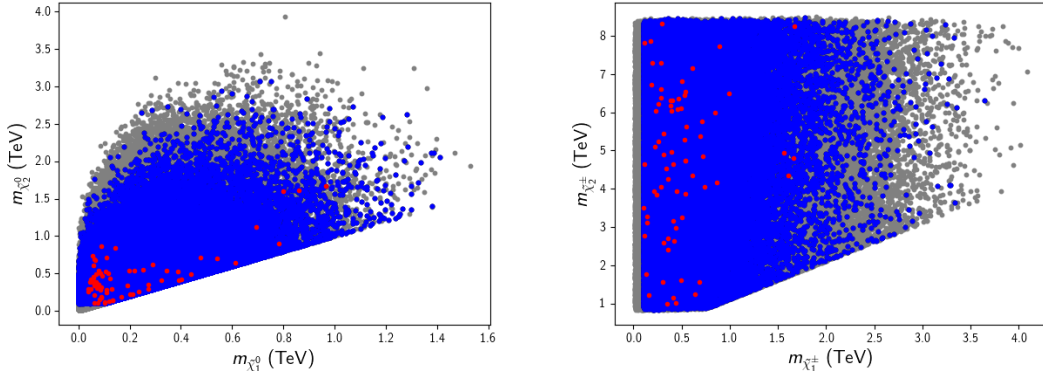
Şekil (6.2)'de ayrık U(1)' modelin en hafif skaler fermiyon kütlelerine ait tarama sonuçları gösterilmektedir. Burada en hafif skaler kuark (s-kuark), skaler lepton (s-lepton) ve skaler nötrino (s-nötrino) kütlelerine ait güncel deneysel sınırlamalar sonrası gelecek araştırmalara yönelik öngörülerde bulunulmuştur. Şekil 6.2' deki birinci grafikte, en hafif s-bottom, yani skaler b-kuark ($m_{\tilde{b}_1}$) ile ikinci hafif s-bottom ($m_{\tilde{b}_2}$) arasındaki kütle ilişkisini göstermektedir. $m_{\tilde{b}_1}$ ve $m_{\tilde{b}_2}$ arasında pozitif bir doğrusal ilişki vardır ve bunlar bire bir bir oranla artış gösterebilir. $m_{\tilde{b}_2} > m_{\tilde{b}_1}$ olduğu görülüyor. Genellikle $m_{\tilde{b}_1} < 10$ TeV ve $m_{\tilde{b}_2} < 15$ TeV aralığında yoğunlaşan Kırmızı noktalar karanlık madde yoğunluğu ve süpersimetrik parçacıkların doğrudan tespiti için en umut verici alanlardır. $m_{\tilde{b}_1}$ ve $m_{\tilde{b}_2}$ kütlelerinin düşük değerlerde olduğu bölgelerde (<10 TeV) skaler b-kuark tespitine odaklanmalıdır. $m_{\tilde{b}_1} < 8$ TeV ve $m_{\tilde{b}_2} < 12$ TeV bölgeleri, Planck verileri ve Higgs kısıtlamalarıyla uyumlu en yoğun alanları oluşturur. Bu, düşük kütlelerde daha fazla aday noktanın bulunduğunu gösterir. $m_{\tilde{b}_1} > 10$ TeV ve $m_{\tilde{b}_2} > 15$ TeV alanında daha az yoğunluk görülmektedir. Bu, yüksek kütlelerin daha az olası olduğunu ifade eder. Şekil (6.2)'nin ikinci grafiği, en hafif s-tau, yani tau s-leptonu ($m_{\tilde{\tau}_1}$) ile ikinci hafif s-tau ($m_{\tilde{\tau}_2}$) arasındaki kütle ilişkisinin U(1)' modelinde süpersimetrik parametre uzayını nasıl etkilediğini göstermektedir. Grafikte en hafif s-tau kütlesi arttıkça ikinci hafif s-tau kütlesi de artmaktadır. $m_{\tilde{\tau}_1}$ düşük değerlerdeyken (<4 TeV), $m_{\tilde{\tau}_2}$ geniş bir dağılıma sahiptir. Ancak $m_{\tilde{\tau}_2} > 6$ TeV olduğunda $m_{\tilde{\tau}_1}$ dar bir aralığa yoğunlaşır. Kırmızı noktaların yoğunlaştığı $m_{\tilde{\tau}_1} < 6$ TeV ve $m_{\tilde{\tau}_2} < 8$ TeV bölgeleri, karanlık madde yoğunluğunu açıklayan ve deneysel kısıtlamalarla uyumlu en önemli parametre alanıdır. Kırmızı noktaların bulunduğu bölgeler, özellikle s-tau parçacıklarının dolaylı veya doğrudan tespit edilmesi için deneysel çalışmaların odaklanması gereken alanlardır. Şekil (6.2)'nin üçüncü grafiği, U(1)' modelinde ikinci en hafif skaler nötrino ($m_{\tilde{\nu}_1}$) ile en hafif skaler nötrino ($m_{\tilde{\nu}_2}$) kütleleri arasındaki ilişkiyi göstermektedir. $m_{\tilde{\nu}_1}$ ve $m_{\tilde{\nu}_2}$ arasındaki güçlü doğrusal ilişki, modelde skaler nötrinolar arasında kütle hiyerarşisinin belirgin olduğunu gösterir. Bu, teorik beklentilerle uyumludur. Kırmızı noktalar, özellikle düşük ve orta aralıklarda yoğunlaşmış durumda. Bu, Planck sınırlarıyla uyumlu bir nötralino kalıntı yoğunluğu için $m_{\tilde{\nu}_1}$ ve $m_{\tilde{\nu}_2}$ kütlelerinin belirli bir aralıkta kalması gerektiğini işaret eder. Bu analiz, U(1)' modelinin skaler nötrino kütleleriyle ilgili güçlü tahminler sunduğunu ve özellikle karanlık maddeyle ilgili kozmolojik sınırlamalar açısından umut verici olduğunu göstermektedir. Şekil (6.2)'nin dördüncü grafiği, U(1)' modelinde ikinci en hafif skaler kuark ($m_{\tilde{t}_2}$) ile en hafif skaler kuark ($m_{\tilde{t}_1}$) kütleleri arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

Grafikte $m_{\tilde{t}_1}$ ve $m_{\tilde{t}_2}$ arasında doğrusal bir ilişki gözlemlenmekte, bu hem modelde kütle hiyerarşisinin iyi tanımlandığını hemde süpersimetrik top kuarkların kütlelerinin belirgin bir şekilde bağlantılı olduğunu gösterir. Demek ki modelin parametrik yapısında bir tutarlılık vardır.



Şekil 6.3: Ayrık U(1)' Model'de ağır Higgs kütlelerine ait tarama sonuçları

Şekil (6.3)'de ise ayrık U(1)' modelin Standart Model ötesi ağır Higgs kütlelerine ilişkin tarama sonuçlarına yer almaktadır. Bu sonuçlar Büyük Hadron Çarpıştırıcısı'nın yeni fazında yapılacak Higgs araştırmaları açısından önemlidir. Şekil (6.3)'nin ikinci grafiği, en hafif pseudo-skaler Higgs kütlesi (m_{A_1}) ile ikinci en hafif pseudo-skaler Higgs kütlesi (m_{A_2}) arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Kırmızı noktalar, $m_{A_1} < 0.2$ TeV ve $m_{A_2} < 0.5$ TeV aralığında yoğunlaşmıştır. Bu, karanlık madde yoğunluğunu açıklayan ve deneysel kısıtlamalarla uyumlu en umut verici parametre bölgesini işaret eder. m_{A_1} arttıkça m_{A_2} kütlesi de artmaktadır, ancak m_{A_2} daha geniş bir aralıkta (0.2–0.7 TeV) dağılım göstermektedir. Bu, ikinci en hafif pseudoskaler Higgs kütlesinin daha fazla değişkenlik gösterebileceğini anlamına gelir. Ancak yüksek m_{A_1} değerlerinde (>0.2 TeV), m_{A_2} daha dar bir aralıkta yoğunlaşır. Hafif Higgs Bozonları $m_{A_1} < 0.2$ TeV ve $m_{A_2} < 0.5$ TeV aralığı, hem karanlık madde yoğunluğu hem de diğer deneysel kısıtlamalar açısından en fazla potansiyele sahiptir. Dolayısıyla, bu grafik, süpersimetrik modellerin düşük kütleli pseudoskaler Higgs bozonları için deneysel olarak test edilebilecek ve karanlık madde yoğunluğu açısından geçerli olan alanları ortaya koymaktadır.



Şekil 6.4: Ayrık U(1)' Model'de nötrino ve yükliino kütlelerine ait tarama sonuçları

Son olarak, Şekil (6.4)'te ayrık U(1)' modelin nötrino ve yükliino sektörlerine ait kütle tarama sonuçları gösterilmektedir. Özellikle en hafif nötrino kütlelerine ait öngörüler gelecekteki Karanlık Madde deneyleri açısından dikkat çekicidir. Şekil (6.4)'nin birinci grafiği, en hafif nötrino kütlesi ($m_{\tilde{\chi}_1^0}$) ve ikinci en hafif nötrino kütlesi ($m_{\tilde{\chi}_2^0}$) arasındaki parametre uzayını temsil eder. Gri noktalar nötrino LSP (*en hafif kararlı parçacık*) ile uyumlu noktaları temsil eder. $m_{\tilde{\chi}_1^0}$ düşükken (<0.5 TeV), $m_{\tilde{\chi}_2^0}$ daha geniş bir aralıkta (0.5–3 TeV) dağılım göstermektedir. Bu, ikinci en hafif nötrino kütlelerinin en hafif nötrino kütlelerine kıyasla daha fazla değişkenlik gösterebileceğini ifade eder. Kırmızı noktalar genellikle $m_{\tilde{\chi}_1^0} < 0.8$ TeV ve $m_{\tilde{\chi}_2^0} < 2.5$ TeV aralığında yoğunlaşmıştır. Bu, karanlık madde kısıtlamalarıyla uyumlu bölgelerde daha hafif nötrino kütlelerinin de bulunma olasılığının daha yüksek olduğunu gösterir. Daha hafif nötrino kütleleri (<0.5 TeV) geniş bir gri ve mavi nokta dağılımına sahiptir. Ancak kırmızı noktalar yalnızca sıkı kısıtlamalar altında yoğunlaşmıştır. Bu, karanlık madde yoğunluğunu doğru açıklamak için kütle aralıklarının daraltılabileceğini gösterir. Hafif Nötrino Kütleleri $m_{\tilde{\chi}_1^0} < 0.8$ TeV ve $m_{\tilde{\chi}_2^0} < 2.5$ TeV aralığı, hem karanlık madde yoğunluğunu hem de diğer deneysel kısıtlamaları sağlama açısından umut vaat eder. Şekil (6.4)'nin ikinci grafiği, en hafif yükliino kütlesi ($m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$) ve ikinci en hafif yükliino kütlesi ($m_{\tilde{\chi}_2^\pm}$) arasındaki parametre uzayını temsil eder. Kırmızı noktalar, hem karanlık madde yoğunluğu hem de diğer deneysel sınırlamalarla uyumlu olan bölgelerdir. Grafiğe göre $m_{\tilde{\chi}_1^\pm}$ düşükken (<1 TeV), $m_{\tilde{\chi}_2^\pm}$ geniş bir aralıkta (2–8 TeV) değişmektedir. Bu, hafif yükliinoların diğer süpersimetrik

parçacıklardan bağımsız olarak var olabileceğini gösterir. Sonuç olarak $m_{\tilde{\chi}_1^\pm} < 1$ TeV civarındaki bölgelerde yoğunlaşan kırmızı noktalar, süpersimetrik modellerin deneysel testleri için en uygun parametre aralığını sunar.

Özetle, bu çalışmada minimal olmayan süpersimetrik modellerden, ayrık $U(1)'$ modelin son deneysel sonuçlar neticesinde güncel durumu ele alınmış ve modelin gelecek deneylere ilişkin tahminler sunulmuştur.

7. KAYNAKLAR

- [1] E. Gildener, “Gauge Symmetry Hierarchies”, *Phys. Rev. D*, 14 1667, (1976).
- [2] M.J.G. Veltman, “The Infrared - Ultraviolet Connection”, *Acta Phys. Polon. B*, 12, 437, (1981).
- [3] G. Degrandi, S. Di Vita, J. Elias-Miro, J.R. Espinosa, G.F. Giudice, G. Isidori et al., “Higgs mass and vacuum stability in the Standard Model at NNLO”, *JHEP*, 08, 098, (2012).
- [4] A.R. Fazio and E.A. Reyes R., “The Lightest Higgs Boson Mass of the MSSM at Three-Loop Accuracy”, *Nucl. Phys. B*, 942, 164, (2019).
- [5] A. de Gouvea, S. Gopalakrishna and W. Porod, “Stop Decay into Right-handed Sneutrino LSP at Hadron Colliders”, *JHEP*, 11, 050, (2006)
- [6] C.T. Potter, “Natural NMSSM with a Light Singlet Higgs and Singlino LSP”, *Eur. Phys. J. C*, 76, 44, (2016).
- [7] L. Delle Rose, S. Khalil, S.J.D. King, S. Kulkarni, C. Marzo, S. Moretti et al., “Sneutrino Dark Matter in the BLSSM”, *JHEP*, 07, 100, (2018).
- [8] W. Ahmed, S. Raza, Q. Shafi, C.S. Un and B. Zhu, “Sparticle spectroscopy and dark matter in a U(1)B-L extension of MSSM”, *JHEP*, 01, 161, (2021).
- [9] K.J. Bae, H. Baer, V. Barger and D. Sengupta, “Revisiting the SUSY $\mu - problem$ and its solutions in the LHC era”, *Phys. Rev. D*, 99, 115027, (2019).
- [10] M. Cvetič, D.A. Demir, J.R. Espinosa, L.L. Everett and P. Langacker, “Electroweak breaking and the mu problem in supergravity models with an additional U(1)”, *Phys. Rev. D*, 56, 2861, (1997).
- [11] S. Bertolini, L. Di Luzio and M. Malinsky, “Minimal Flipped $SO(10) \times U(1)$ Supersymmetric Higgs Model”, *Phys. Rev. D*, 83, 035002, (2011)
- [12] D.A. Demir, “Two Higgs doublet models from TeV scale supersymmetric extra U(1) models”, *Phys. Rev. D*, 59, 015002, (1999).
- [13] M. Cvetič and P. Langacker, “New gauge bosons from string models”, *Mod. Phys. Lett. A*, 11, 1247, (1996).
- [14] J.L. Hewett and T.G. Rizzo, “Low-Energy Phenomenology of Superstring Inspired E(6) Models”, *Phys. Rept.*, 183, 193, (1989).
- [15] C.T. Hill and E.H. Simmons, “Strong Dynamics and Electroweak Symmetry Breaking”, *Phys. Rept.*, 381, 235, (2003).

- [16] S. Khalil, “TeV-scale gauged B-L symmetry with inverse seesaw mechanism”, *Phys. Rev. D*, 82, 077702, (2010).
- [17] Super-Kamiokande collaboration, “Atmospheric neutrino oscillation analysis with sub-leading effects in Super-Kamiokande I, II, and III”, *Phys. Rev. D*, 81, 092004, (2010).
- [18] Y. Hicilymaz, L. Solmaz, S.H. Tanyildizi and C.S. Un, “Least fine-tuned U (1) extended SSM”, *Nucl. Phys. B*, 933, 275, (2018).
- [19] N. Okada, S. Okada, D. Raut and Q. Shafi, “Dark matter Z0 and XENON1T excess from U(1)X extended standard model”, *Phys. Lett. B*, 810, 135785, (2020).
- [20] M. Lindner, Y. Mambrini, T.B. de Melo and F.S. Queiroz, “XENON1T anomaly: A light Z' from a Two Higgs Doublet Model”, *Phys. Lett. B*, 811, 135972, (2020).
- [21] M. Abdullah, M. Dalchenko, T. Kamon, D. Rathjens and A. Thompson, “A heavy neutral gauge boson near the Z boson mass pole via third generation fermions at the LHC”, *Phys. Lett. B*, 803, 135326, (2020).
- [22] M. Frank, “Evading Z0 boson mass limits in U(1)' supersymmetric models”, *Eur. Phys. J.*, 229, 3205, (2020).
- [23] J. Erler, P. Langacker and T.-j. Li, “The Z - Z0 mass hierarchy in a supersymmetric model with a secluded U(1)' breaking sector”, *Phys. Rev. D*, 66, 015002, (2002).
- [24] C.-W. Chiang and E. Senaha, “CP violation in the secluded U(1)' - extended MSSM”, *JHEP*, 06, 019, (2008).
- [25] Y. Hicilymaz and S. Moretti, “Characterisation of dark matter in direct detection experiments: Singlino versus Higgsino”, *Nucl. Phys. B*, 967, 115404, (2021).
- [26] Y. Hicilymaz, L. Selbuz, L. Solmaz and C.S. Un, “Charged Higgs boson in MSSM and beyond”, *Phys. Rev. D*, 97, 115041, (2018).
- [27] D.A. Demir, M. Frank, L. Selbuz and I. Turan, “Scalar Neutrinos at the LHC”, *Phys. Rev. D*, 83, 095001, (2011).
- [28] M. Frank, L. Selbuz and I. Turan, “Neutralino and Chargino Production in U(1)' at the LHC”, *Eur. Phys. J. C*, 73 2656, (2013).
- [29] A. De Rujula, H. Georgi and S.L. Glashow, “Flavor Goniometry by Proton Decay”, *Phys. Rev. Lett.*, 45, 413, (1980).
- [30] J.R. Ellis, J.S. Hagelin, S. Kelley and D.V. Nanopoulos, “Aspects of the Flipped Unification of Strong, Weak and Electromagnetic Interactions”, *Nucl. Phys. B*, 311, 1, (1988).

- [31] G. Lazarides, C. Panagiotakopoulos and Q. Sha, “Superstring Motivated Gauge Models Based on a Rank Six Subgroup of E(6)”, *Z. Phys. C*, 34, 553, (1987).
- [32] B. Bajc and V. Susic, “Towards the minimal renormalizable supersymmetric E6 model”, *JHEP*, 02, 058, (2014).
- [33] D.A. Demir, G.L. Kane and T.T. Wang, “The Minimal U(1)' extension of the MSSM”, *Phys. Rev. D*, 72, 015012, (2005).
- [34] L. Delle Rose, S. Khalil, S.J.D. King, S. Moretti and A.M. Thabt, “Atomki Anomaly in Family-Dependent U(1) Extension of the Standard Model”, *Phys. Rev. D*, 99, 055022 (2019).
- [35] J. Erler, P. Langacker, S. Munir and E. Rojas, “Improved Constraints on Z-prime Bosons from Electroweak Precision Data”, *JHEP*, 08, 017, (2009).
- [36] CDF collaboration, “Search for WW and WZ Resonances Decaying to Electron, Missing ET, and Two Jets in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s}= 1.96$ TeV”, *Phys. Rev. Lett.*, 104, 241801, (2010).
- [37] G. Cacciapaglia, C. Csaki, G. Marandella and A. Strumia, “The Minimal Set of Electroweak Precision Parameters”, *Phys. Rev. D*, 74, 033011, (2006).
- [38] B. O’Leary, W. Porod and F. Staub, “Mass spectrum of the minimal SUSY B-L model”, *JHEP*, 05, 042 (2012).
- [39] C.S. Un and O. Ozdal, “Mass Spectrum and Higgs Profile in BLSSM”, *Phys. Rev. D*, 93, 055024, (2016).
- [40] P. Langacker, “The Physics of Heavy Z' Gauge Bosons”, *Rev. Mod. Phys.*, 81, 1199 (2009).
- [41] K.S. Babu, C.F. Kolda and J. March-Russell, “Implications of generalized $Z-Z'$ mixing”, *Phys. Rev. D*, 57, 6788, (1998).
- [42] P. Langacker and J. Wang, “ $U(1)'$ symmetry breaking in supersymmetric E(6) models”, *Phys. Rev. D*, 58, 115010, (1998).
- [43] A.A. Pankov, P. Osland, I.A. Serenkova and V.A. Bednyakov, “High-precision limits on $W - W'$ and $Z - Z'$ mixing from diboson production using the full LHC Run 2 ATLAS data set”, *Eur. Phys. J. C*, 80, 503, (2020).
- [44] CMS collaboration, “Combination of diboson resonance searches at 8 and 13 TeV”, CMS-PAS-B2G-16-007.

- [45] J. Lao, C. Cai, Z.-H. Yu, Y.-P. Zeng and H.-H. Zhang, “Fermionic and scalar dark matter with hidden U(1) gauge interaction and kinetic mixing”, *Phys. Rev. D*, 101, 095031, (2020).
- [46] ATLAS collaboration, “Search for high-mass dilepton resonances using 139 fb^{-1} of pp collision data collected at $\sqrt{s} = 13$ TeV with the ATLAS detector”, *Phys. Lett. B*, 796, 68, (2019).
- [47] CMS collaboration, “Search for a narrow resonance in high-mass dilepton final states in proton-proton collisions using 140 fb^{-1} of data at $\sqrt{s} = 13$ TeV”, CMS-PAS-EXO-19 019.
- [48] J. Kang and P. Langacker, “Z' discovery limits for supersymmetric E(6) models”, *Phys. Rev. D*, 71, 035014, (2005).
- [49] G. Lazarides and Q. Shafi, “R symmetry in minimal supersymmetry standard model and beyond with several consequences”, *Phys. Rev. D*, 58, 071702 (1998).
- [50] ATLAS, CMS collaboration, “Exotic searches by ATLAS and CMS”, *J. Phys. Conf. Ser.*, 1690, 012169, (2020).
- [51] ATLAS collaboration, “Search for squarks and gluinos in final states with jets and missing transverse momentum using 36 fb^{-1} of $\sqrt{s} = 13$ TeV pp collision data with the ATLAS detector”, *Phys. Rev. D*, 97, 112001 (2018).
- [52] K.S. Babu, I. Gogoladze and C.S. Un, “Proton Lifetime in Minimal SUSY SU(5) in Light of LHC Results”, 2012.14411.
- [53] S. Raza, Q. Shafi and C.S. Un, “ $b - \tau$ Yukawa unification in SUSY SU(5) with mirage mediation: LHC and dark matter implications”, *JHEP*, 05, 046 (2019).
- [54] M.E. Gomez, Q. Shafi and C.S. Un, “Testing Yukawa Unification at LHC Run-3 and HL-LHC”, *JHEP*, 07, 096 (2020).
- [55] R. Krall and M. Reece, “Last Electroweak WIMP Standing: Pseudo-Dirac Higgsino Status and Compact Stars as Future Probes”, *Chin. Phys. C*, 42, 043105, (2018).
- [56] ATLAS, CMS collaboration, “Searches for gluinos and squarks”, *PoS, LHCP2019*, 168, (2019).
- [57] XENON collaboration, “Projected WIMP sensitivity of the XENONnT dark matter experiment”, *JCAP*, 031, 2011 (2020).
- [58] Fermi-LAT collaboration, “Searching for Dark Matter Annihilation from Milky Way Dwarf Spheroidal Galaxies with Six Years of Fermi Large Area Telescope Data”, *Phys. Rev. Lett.*, 115, 231301, (2015).

- [59] Fermi-LAT, DES collaboration, “Search for Gamma-Ray Emission from DES Dwarf Spheroidal Galaxy Candidates with Fermi-LAT Data”, *Astrophys. J. Lett.*, 809, (2015).
- [60] Y. Hiçyılmaz, M. Ceylan, A. Altas, L. Solmaz and C.S. Un, “Quasi Yukawa Uni_cation and Fine-Tuning in U(1) Extended SSM”, *Phys. Rev. D*, 94, 095001, (2016).
- [61] ATLAS collaboration, “Search for high-mass dilepton resonances using 139 fb^{-1} of pp collision data collected at $\sqrt{s}=13\text{ TeV}$ with the ATLAS detector”, *Phys. Lett. B*, 796, 68, (2019).
- [62] CMS collaboration, “First constraints on invisible Higgs boson decays using $t\bar{t}H$ production at $\sqrt{s} = 13\text{ TeV}$ ”, CMS PAS HIG-18-008.
- [63] CMS collaboration, “Searches for invisible decays of the Higgs boson in pp collisions at $\sqrt{s} = 7, 8,$ and 13 TeV ”, *JHEP*, 02, 135, (2017).
- [64] Particle Data Group collaboration, “Review of Particle Physics”, *Chin. Phys. C*, 40, 100001, (2016).
- [65] ATLAS collaboration, Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC, *Phys. Lett. B*, 716, 1, (2012).
- [66] ATLAS collaboration, “Combined measurement of differential and inclusive total cross sections in the $H \rightarrow \gamma\gamma$ and the $H \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4\ell$ decay channels at $\sqrt{s} = 13\text{ TeV}$ with the ATLAS detector”, *Phys.Lett.B*, 786, 114-133, (2018).
- [67] CMS collaboration, “Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC”, *Phys. Lett. B*, 716, 30, (2012).
- [68] CMS collaboration, “Measurement of Higgs Boson Production and Properties in the WW Decay Channel with Leptonic Final States”, *JHEP*, 01, 096, (2014).
- [69] ATLAS, CMS collaboration, “Measurements of the Higgs boson production and decay rates and constraints on its couplings from a combined ATLAS and CMS analysis of the LHC pp collision data at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV ”, *JHEP*, 08, 045, (2016).
- [70] L.E. Ibanez and G.G. Ross, “ $SU(2)_L \times U(1)$ Symmetry Breaking as a Radiative Effect of Supersymmetry Breaking in Guts”, *Phys. Lett. B*, 110, 215 (1982).
- [71] L. Alvarez-Gaume, J. Polchinski and M.B. Wise, “Minimal Low-Energy Supergravity”, *Nucl. Phys. B*, 221, 495, (1983).
- [72] Heavy Flavor Averaging Group collaboration, “Averages of B-Hadron, C-Hadron, and tau-lepton properties as of early 2012”, 1207.1158.
- [73] LHCb collaboration, “First Evidence for the Decay $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ”, *Phys. Rev. Lett.*, 110, 021801, (2013).

- [74] Heavy Flavor Averaging Group collaboration, “Averages of b-hadron, c-hadron, and τ -lepton properties”, 1010.1589.
- [75] Planck collaboration, “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”, 1807.06209.
- [76] G. Belanger, F. Boudjema, A. Goudelis, A. Pukhov and B. Zaldivar, “micrOMEGAs5.0:Freeze-in”, *Comput. Phys. Commun.*, 231, 173, (2018).
- [77] CMS collaboration, “Observation of a New Boson with Mass Near 125 GeV in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ and 8 TeV”, *JHEP*, 06, 081, (2013).
- [78] ATLAS collaboration, “Search for squarks and gluinos initial states with same-sign leptons and jets using 139 fb^{-1} of data collected with the ATLAS detector”, *JHEP*, 06, 046, (2020).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Adı Soyadı : Murat BAŞKIR
Doğum tarihi ve yeri : 24/04/1972, Mersin
e-posta : muratbaskir@gmail.com

Öğrenim Bilgileri

Derece	Okul/Program	Yıl
Y. Lisans	Balıkesir Üniversitesi/Fizik	2025
Lisans	Ondokuz Mayıs Üniversitesi/Fizik	1999
Lise	Balıkesir Lisesi	1989